

คณิตปริศนาปัญหาไพ่ m กองMathematics and m sets card magic

วันเพ็ญ ดาบชัยคำ กานต์สินี ทองโคตร จุฑามาศ วังทะพันธ์ ศรีจันทร์ ทานะขันธุ์*

Wanpen Dabchaikam, Garnsinee Thongkote, Jutamart Wangthapan, Srijan Tanakan*

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร สกลนคร 47000 ประเทศไทย

Mathematics and Statistics Program, Faculty of Science and Technology, Sakon Nakhon Rajabhat University, Sakon Nakhon, 47000 Thailand

*Corresponding Author: Srijan220406@gmail.com

Received: 5 January 2016; Revised: 12 February 2016; Accepted: 2 March 2016; Available online: 1 August 2016

บทคัดย่อ

เกมคณิตปริศนาปัญหาไพ่อยุ่ m กอง เป็นเกมมายากลที่มีรูปแบบการเล่นมีผู้เล่น 2 คนโดยแบ่งเป็นผู้เล่นและผู้ทาย ผู้ทายเฉลยตำแหน่งของไพ่ที่ผู้เล่นเลือกได้อย่างถูกต้อง คณะผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาการหาผลเฉลย ของเกมมายากลชุดนี้ จากการพิจารณาไพ่ 1 สำรับ โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ในการพิสูจน์ สร้างขยายรูปแบบการเล่นแบบใหม่ และ สร้างรูปแบบทั่วไปของการหาตำแหน่งผลเฉลยกระทำตามขั้นตอนของเกมคณิตปริศนาปัญหาไพ่อยุ่ โดยแบ่งออกเป็น 2 กรณี ได้แก่ กรณีที่ 1 n คือจำนวนไพ่อยุ่แต่ละกองเป็น จำนวนคี่ใดๆ จะมีตำแหน่งผลเฉลย เพียงตำแหน่งเดียว และกรณีที่ 2 ได้แก่ n คือจำนวนไพ่อยุ่แต่ละกองเป็น จำนวนเต็มคี่ใดๆ โดยให้ผู้เล่นบอกตำแหน่งของไพ่ที่ผู้เล่นเลือกโดยไม่ต้องบอกว่าเลือกไพ่อยุ่ใดในกรณีที่ 2 ของเกมคณิตปริศนาปัญหาไพ่อยุ่ m กอง

คำสำคัญ: ตำแหน่งของผลเฉลย; การเรียงสับเปลี่ยน; มัธยฐาน; ฟังก์ชันจำนวนเต็มใหญ่สุด

Abstract

Mathematics and m sets card magic is a game with a style of play consists of one provider, and one player. Predict the correct placement of cards that provider choose correctly. The researchers are interested in finding the solution. The magic of this game Consider one deck of cards. The principle of mathematics used to prove, create, expand and create a new style of play and a common form of action steps for the solution of a mathematical puzzle game cards predictable. Which consists of 2 cases. Firstly, n is the number of cards in each pile and n is odd number, there is only one solution for this case. Secondly, n is the number of cards in each pile and n is even number, by letting the player tell the placement they have chosen but do not tell which card they chose.

Keywords: Position of solutions; Permutation; Median; Bracket Function

©2016 Sakon Nakhon Rajabhat University reserved

1. บทนำ

จากเกมมายากล ไพ่อยุ่ 3 กอง เป็นกลเกมปริศนาไพ่อยุ่ วิธีการเล่นโดยส่วนใหญ่จะเล่นไพ่อยุ่ 21 ใบ โดยแบ่งออกเป็น 3 กอง กองละ 7 ใบ มีจำนวนผู้เล่น 2 คน หนึ่งคนเล่นและอีกหนึ่งคนเป็นคนทาย โดยจะเล่นทั้งหมดสามรอบ คือ 1) แบ่งไพ่อยุ่ออกเป็น 3 กอง กองละ 7 ใบ 2) ให้ผู้เล่นเลือกไพ่อยุ่ เพียง 1 ใบ ใบใดก็ได้ที่อยู่ใน กอง 3 กอง ที่แบ่งไว้แล้วโดยไม่ต้องบอกให้ผู้ทายรู้ 3) จากนั้นผู้ทายจะนำกองที่มีไพ่อยุ่ที่

เล่นเลือก มาไว้กองตรงกลาง ทำแบบนี้ 3 รอบ 4) เมื่อครบ 3 รอบผู้ทายจะทำการทายไฟ ว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่ตำแหน่งใด ความน่าสนใจของเกมนี้คือ ทำไมไม่ว่าจะเล่นกี่รอบต่อกี่รอบ ผู้ทายจะทำการทายไฟได้อย่างถูกต้อง โดยตำแหน่งของผลเฉลยจะออกมาอยู่ตำแหน่งที่ 11 เสมอ

ดังนั้น งานวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์แสดงให้เห็นว่าทำไมตำแหน่งของผลเฉลยจึงต้องเป็นตำแหน่งที่ 11 เสมอ เพื่อให้เกิดการพัฒนาเพิ่มมากขึ้นผู้วิจัยจึงได้มีการลดจำนวนไฟและเพิ่มจำนวนไฟ โดยการใช้ไฟ 1 สำหรับ และอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการคิด การวางแผน และตรวจสอบความถูกต้องในเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ

2. วิธีดำเนินการวิจัย

นิยามศัพท์เฉพาะ [1]

ในการศึกษาครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ให้นิยามศัพท์ไว้ เพื่อให้เข้าใจความหมายของคำที่ใช้ในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ตรงกับความมุ่งหมายของการศึกษาวิจัย เรื่อง คณิตปริศนาปัญหาไฟ m กอง โดยมีคำนิยามดังต่อไปนี้คือ

ไฟ หมายถึง ไฟที่ใช้เล่นในเกมมีจำนวนไฟทั้งหมด 52 ใบ

จำนวนกองไฟ m กอง หมายถึง จำนวนกองไฟที่ใช้ในการเล่น ซึ่งกำหนดให้จำนวนกองไฟเป็นจำนวนเต็มคี่

จำนวนไฟ n ใบ หมายถึง จำนวนไฟในแต่ละกองที่ใช้เล่นในเกม

การสร้างและขยายรูปแบบการเล่นของเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟ m กอง จะใช้ นิยามของฟังก์ชันจำนวนเต็มใหญ่สุด

ทฤษฎีบทที่เกี่ยวข้อง

บทนิยาม 2.1 ถ้า x เป็นจำนวนจริงกำหนด $[x]$ ว่าเป็นจำนวนเต็มใหญ่สุดที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ x เรียกว่าส่วนที่เป็นจำนวนเต็มของ x หรือกำหนด $[x]$ จากอสมการ $[x] \leq x \leq [x] + 1$ เมื่อ $[x]$ เป็นจำนวนเต็ม หรืออาจเขียนได้ว่า $x = [x] + \theta$ หรือ $[x] = x - \theta$ เมื่อ $0 \leq \theta < 1$

ตัวอย่าง

$$1) \left[\frac{52}{3} \right] = 17; \quad 2) \left[\frac{52}{3} \right] = 10; \quad 3) \left[\frac{52}{3} \right] = 7$$

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1) สร้างและขยายรูปแบบการเล่นแบบใหม่ โดยใช้ไฟ 1 สำหรับ โดยจำนวนกองไฟ m กอง

ให้ m เป็นจำนวนกองเต็มคี่ใดๆ โดยที่ $1 \leq n \leq \left[\frac{52}{m} \right]$ เมื่อ n คือจำนวนไฟในแต่ละกองจะได้ โดยมี 2 กรณี คือ n เป็นจำนวนเต็มคี่ใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มคู่ใดๆ กระทำตามขั้นตอนเกมคณิตปริศนา ปัญหาไฟทายใจ

2) สร้างรูปแบบทั่วไปของการหาดำแหน่งผลเฉลยของไฟ ตามขั้นตอนของเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ

ขอบเขตและการดำเนินงานวิจัย

1) ศึกษาการสร้างและขยายรูปแบบการเล่นแบบใหม่ โดยใช้ไฟ 1 สำหรับ โดยจำนวนกองไฟ m กอง

2. ศึกษาการสร้างรูปแบบทั่วไปของการหาดำแหน่งผลเฉลยของไฟตาม ขั้นตอนของเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจโดยจำนวนกองไฟ m กอง

วิธีดำเนินการวิจัย

- 1) ศึกษาและทำความเข้าใจ เกี่ยวกับเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟ m กอง
- 2) ศึกษาตัวเลขและตำแหน่ง ที่สามารถหาตำแหน่งผลเฉลยได้อย่างถูกต้อง
- 3) สร้างและขยายรูปแบบการเล่นแบบใหม่ โดยใช้ไฟ 1 สำหรับ โดยจำนวนกองไฟ m กอง

ขั้นตอนการเล่นเกมปริศนาปัญหาไฟท่ายใจ [2]

- 1) ทำการแยกไฟออกเป็น m กองเสร็จแล้วเราจะให้ผู้เล่นได้เลือกไฟ 1 ใบ ใบใดก็ได้ ในไฟ m กองนี้ โดยไม่ต้องบอกให้ผู้ทายรู้
- 2) เมื่อผู้เล่นเลือกไฟแล้ว นำกองไฟที่ผู้เล่นเลือกมาไว้กองที่อยู่ตรงกลางเสมอ (นับรอบที่ 1)
- 3) ทำการแยกไฟอีกครั้ง โดยเริ่มจากบนลงล่าง เริ่มแจกตั้งแต่ กองที่ 1 กองที่ 2 ไปจนถึงกองที่ m เสร็จแล้วเราจะให้ผู้เล่นเลือกกอง และบอกว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่กองไหน
- 4) เมื่อรู้ว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่กองไหน นำกองไฟที่ผู้เล่นเลือกมาไว้กองที่อยู่ตรงกลางเสมอ (นับรอบที่ 2)
- 5) ทำการแยกไฟอีกครั้ง โดยเริ่มจากบนลงล่าง เริ่มแจกตั้งแต่ กองที่ 1 กองที่ 2 ไปจนถึงกองที่ m เสร็จแล้วเราจะให้ผู้เล่นเลือกกอง และบอกว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่กองไหน
- 6) เมื่อรู้ว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่กองไหน นำกองไฟที่ผู้เล่นเลือกมาไว้กองที่อยู่ตรงกลางเสมอ (นับรอบที่ 3)
- 7) ทำการแยกไฟอีกครั้ง โดยเริ่มจากบนลงล่าง เริ่มแจกตั้งแต่ กองที่ 1 กองที่ 2 ไปจนถึงกองที่ m เสร็จแล้วเราจะให้ผู้เล่นเลือกกอง และบอกว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่กองไหน
- 8) เมื่อรู้ว่าไฟที่ผู้เล่นเลือกอยู่กองไหน นำกองไฟที่ผู้เล่นเลือกมาไว้กองที่อยู่ตรงกลางเสมอ (นับรอบที่ 4)
- 9) เมื่อครบทั้ง 4 รอบแล้ว เราจะทำการทายตำแหน่งผลเฉลยของไฟ ว่าไฟใบไหน เป็นไฟที่ผู้เล่นได้เลือกเอาไว้ ได้อย่างถูกต้อง

3. ผลและการอภิปรายผลการวิจัย

ทฤษฎีบท วิธีการเล่นเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ไฟ 1 สำหรับ กำหนดให้ m คือจำนวนกองไฟ โดยที่ m เป็นจำนวนเต็มคี่ใดๆ และ $1 \leq n \leq \left\lceil \frac{52}{m} \right\rceil$ เมื่อ n คือจำนวนไฟในแต่ละกอง จะได้ตำแหน่งผลเฉลยของเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟท่ายใจ

$$\begin{array}{ll} \text{กรณีที่ 1} & x = \frac{mn+1}{2} \quad ; \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มคี่ใดๆ} \\ \text{กรณีที่ 2} & x = \begin{cases} \frac{mn}{2} + 1 \\ 2 \\ \frac{mn}{2} \end{cases} \quad ; \begin{array}{l} \text{เลือกไฟตำแหน่งที่ 1 ถึง } \frac{n}{2} \\ \\ \text{เลือกไฟตำแหน่งที่ } \frac{n}{2} + 1 \text{ ถึง } n \end{array} \quad \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนเต็มคู่ใดๆ} \end{array}$$

เมื่อ x คือ ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟท่ายใจ

พิสูจน์

กรณีที่ 1 เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่ใดๆ

หลักการคิด กำหนดให้ m แทน จำนวนของกองไฟ และ n แทน จำนวนไฟในแต่ละกอง เนื่องจากเราจะเอากองไฟที่ผู้เล่นเลือกมาไว้กองตรงกลางเสมอ เพื่อเป็นการหาตำแหน่งผลเฉลยโดยใช้สูตร การหาค่า มัธยฐาน [3] โดยใช้สูตรดังนี้ $\left(\frac{n+1}{2}\right)$ และเนื่องจากเราต้องรู้ว่าจำนวนกองไฟก่อนหน้าว่ามีอยู่ทั้งหมดกี่กอง จะได้สูตรการหาดังนี้ $\left(\frac{m+1}{2} - 1\right)$ และเมื่อ n คือ จำนวนไฟในแต่ละกอง จะได้สูตรในการหาจำนวนไฟทั้งหมดก่อนหน้าคือ $n\left(\frac{m+1}{2} - 1\right)$

ดังนั้น ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟท้ายใจ คือ

$$\begin{aligned} x &= n\left(\frac{m+1}{2} - 1\right) + \frac{n+1}{2} \\ &= n\left(\frac{m+1-2}{2} + \frac{n+1}{2}\right) \\ &= n\left(\frac{m-1}{2}\right) + \frac{n+1}{2} \\ &= \frac{mn-n}{2} + \frac{n+1}{2} \\ &= \frac{mn+1}{2} \end{aligned}$$

จะได้ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟท้ายใจ กรณีที่ 1 คือ $x = \frac{mn+1}{2}$

กรณีที่ 2 เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคู่ใดๆ

หลักการคิด ทำนองเดียวกันกับกรณีที่ 1

1) โดยมีเงื่อนไขคือ เลือกไฟตำแหน่งที่ 1 ถึง $\frac{n}{2}$ ดังนั้น ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟท้ายใจ คือ

$$\begin{aligned} x &= n\left(\frac{m+1}{2} - 1\right) + \frac{n}{2} + 1 \\ &= n\left(\frac{m+1-2}{2}\right) + \frac{n}{2} + 1 \\ &= n\left(\frac{m-1}{2}\right) + \frac{n}{2} + 1 \\ &= \frac{mn-n}{2} + \frac{n}{2} + 1 \\ &= \frac{mn}{2} - \frac{n}{2} + \frac{n}{2} + 1 \\ &= \frac{mn}{2} + 1 \end{aligned}$$

จะได้ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ กรณีที่ 1) คือ $x = \frac{mn}{2} + 1$

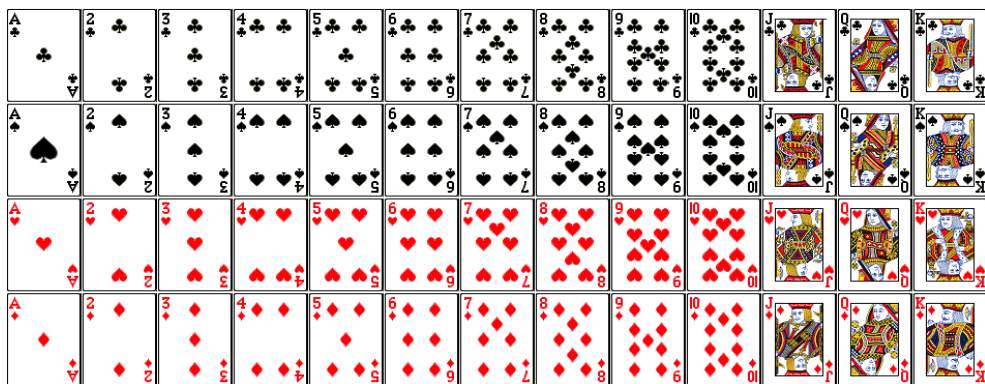
2) โดยมีเงื่อนไขคือ เลือกไฟตำแหน่งที่ $\frac{n}{2} + 1$ ถึง n ดังนั้น ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ คือ

$$\begin{aligned} x &= n \left(\frac{m+1}{2} - 1 \right) + \frac{n}{2} \\ &= n \left(\frac{m+1-2}{2} \right) + \frac{n}{2} \\ &= n \left(\frac{m-1}{2} \right) + \frac{n}{2} \\ &= \frac{mn-n}{2} + \frac{n}{2} \\ &= \frac{mn}{2} - \frac{n}{2} + \frac{n}{2} \\ &= \frac{mn}{2} \end{aligned}$$

จะได้ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ กรณีที่ 2) คือ $x = \frac{mn}{2}$

อธิบายการเล่นเชิงคณิตศาสตร์โดยใช้ไฟ 1 สำหรับ

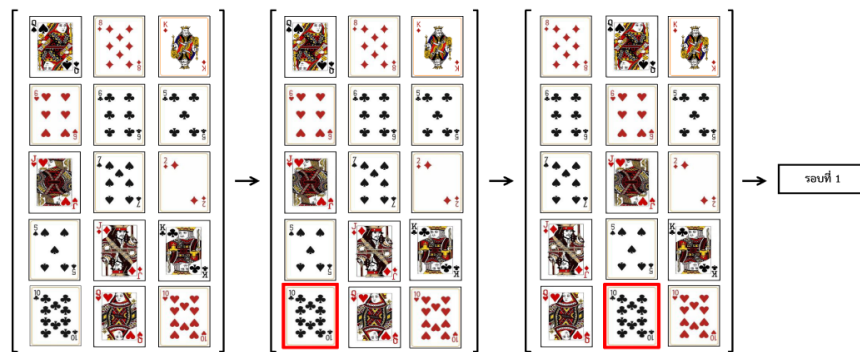
ไฟ 1 สำหรับ มีจำนวนไฟทั้งหมด 52 ใบ แบ่งไฟออกเป็น 4 ชุด ได้แก่ ชุดโพดำ ชุดโพแดง ชุดดอกจิก และ ชุดข้าวหลามตัด ไฟแต่ละชุดมี 13 ใบ ได้แก่ A 2 3 4 5 6 7 8 9 10 J Q K ไฟที่ไม่ใช่ตัวเลข คือ J Q K และ A ดังภาพที่ 1



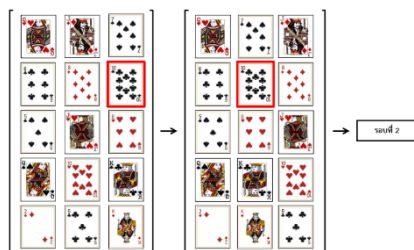
ภาพที่ 1 ไฟ 1 สำหรับ [4]

ตัวอย่างกรณีที่ 1

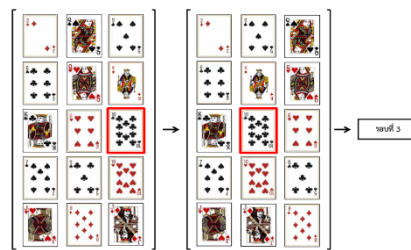
อธิบายเชิงคณิตศาสตร์โดยการใช้ไฟ เมื่อ m คือจำนวนของกองไฟ และ n คือจำนวนของไฟ โดยกำหนดให้ ($m = 3$ และ $n = 5$)



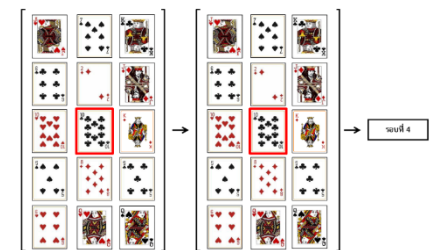
ภาพที่ 2 ทำการแยกไฟ → เลือกไฟ → นำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลาง (นับเป็นรอบที่ 1) [4]



ภาพที่ 3 ทำการแยกไฟ → นำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลาง (นับเป็นรอบที่ 2) [4]



ภาพที่ 4 ทำการแยกไฟ → นำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลาง (นับเป็นรอบที่ 3) [4]



ภาพที่ 5 ทำการแยกไฟ → นำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลาง (นับเป็นรอบที่ 4 พร้อมบอกตำแหน่งผลเฉลย) [4]

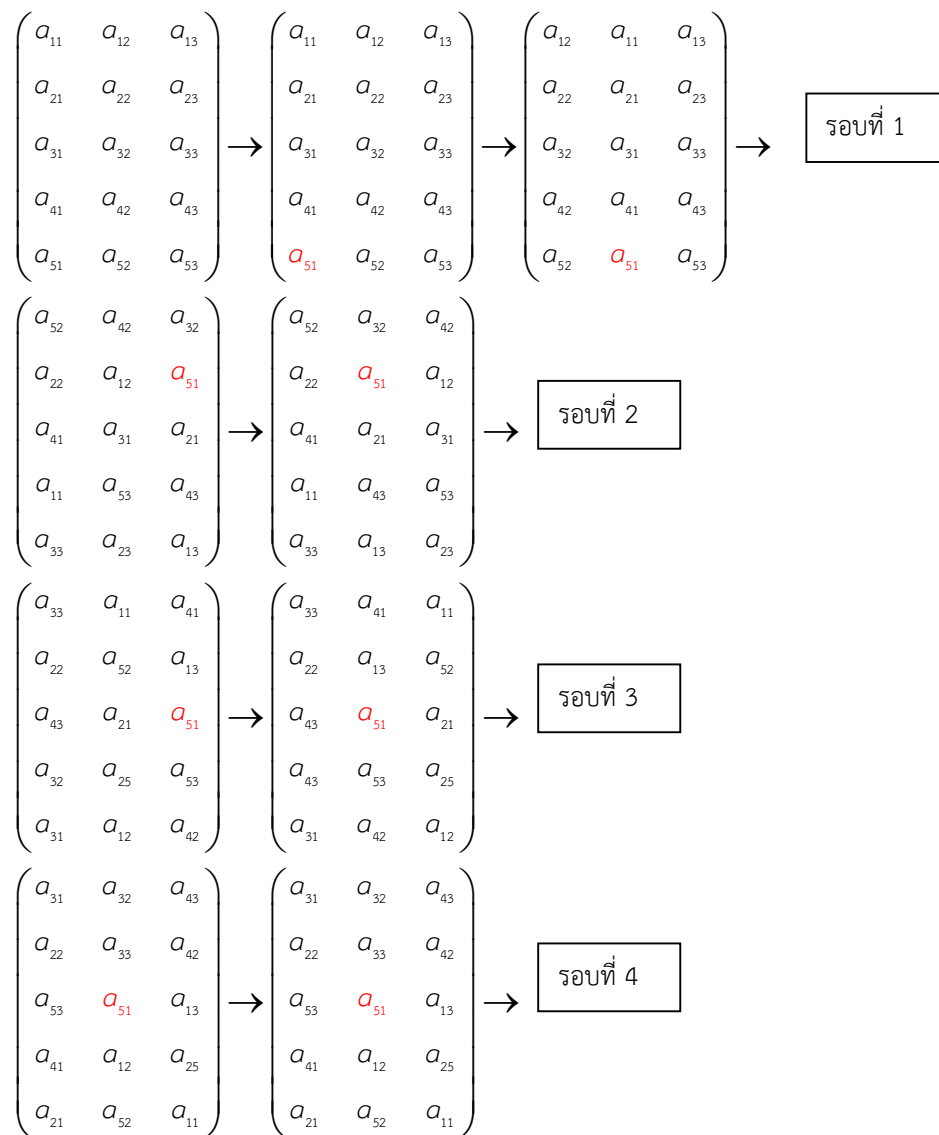
หมายเหตุ : ไฟที่ผู้เล่นเลือกคือ 10 ดอกจิก เลือกโดยไม่ให้ผู้ทายรู้

ในการแจกไฟออกเป็น 3 กอง กองละ 5 ใบ จะได้ไฟจำนวน 15 ใบ เลือกไฟใบใดใบหนึ่งเพียงใบเดียวเสร็จแล้วนำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลางเสมอ กรณีที่ 1 จะเห็นได้ว่า ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ จะอยู่ตำแหน่งที่เราสามารถหาตำแหน่งผลเฉลยได้โดย สูตรการหาทั่วไป ดังนี้

$$x = \frac{mn + 1}{2} \quad (1)$$

หมายเหตุ : ในกรณีที่ 2 ใช้การอธิบายเชิงคณิตศาสตร์โดยการใช้ไฟ เมื่อ m คือจำนวนของกองไฟ และ n คือจำนวนของไฟ เช่นเดียวกับกรณีที่ 1

ตัวอย่างกรณีที่ 1 อธิบายเชิงคณิตศาสตร์โดยเมตริกซ์ a_{ij} ให้ a_{ij} คือไฟโบที่ i ของกองที่ j โดยกำหนดให้ ($i=3$ และ $j=5$)

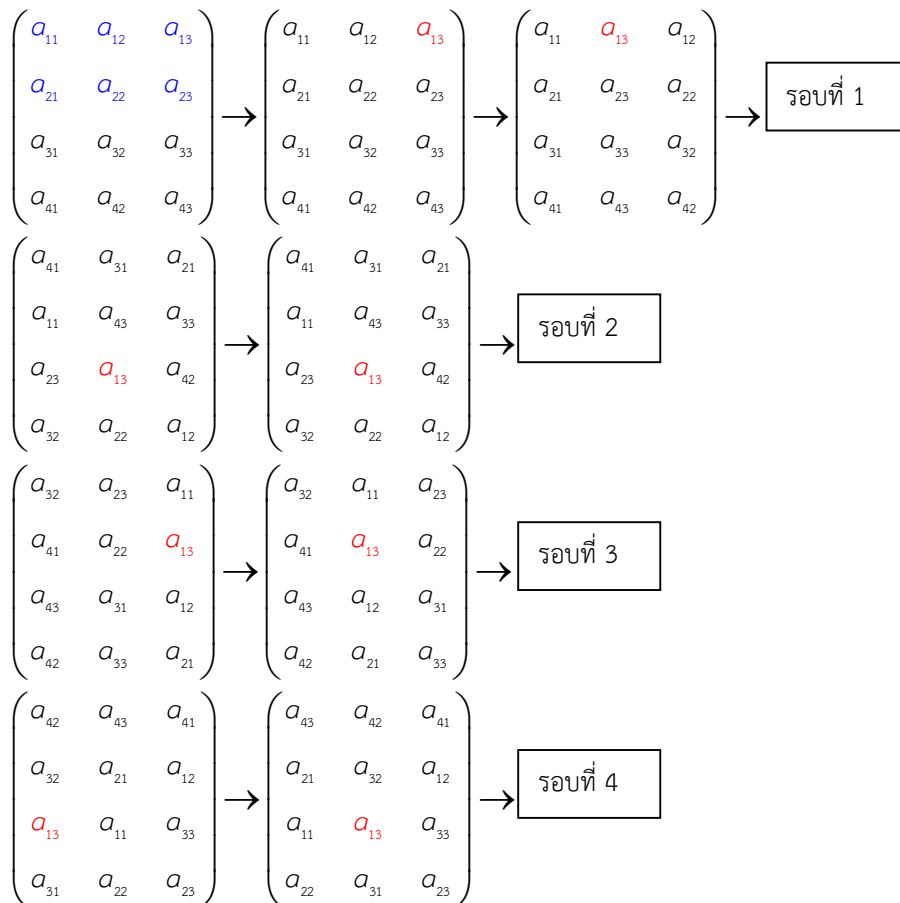


หมายเหตุ: a_{51} หมายถึงไฟโบที่ผู้เล่นเลือกทาย โดยที่ไม่ให้ผู้ทายรู้

ในการแจกไฟออกเป็น 3 กอง กองละ 5 ใบ จะได้ไฟจำนวน 15 ใบ เลือกไฟโบใดใบหนึ่งเพียงใบเดียวเสร็จแล้วนำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลางเสมอ กรณีที่ 1 จะเห็นได้ว่า ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟทายใจ จะอยู่ตำแหน่งที่ $5+3 = 8$ เราสามารถหาตำแหน่งผลเฉลยได้โดย สูตรการหาทั่วไป ดังสมการ (1)

ตัวอย่างกรณีที่ 2 อธิบายเชิงคณิตศาสตร์โดย เมตริกซ์ a_{ij} ให้ a_{ij} คือไฟโบที่ i ของกองที่ j โดยกำหนดให้ ($i=3$ และ $j=4$)

$$x = \begin{cases} \frac{mn}{2} + 1 & ; \text{เลือกไฟตำแหน่งที่ 1 ถึง } \frac{n}{2} \\ \frac{mn}{2} & ; \text{เลือกไฟตำแหน่งที่ } \frac{n}{2} + 1 \text{ ถึง } n \end{cases} \quad (2)$$



หมายเหตุ: a_{13} หมายถึงไฟโบที่ผู้เล่นเลือกทาย โดยที่ไม่ให้ผู้ทายรู้ ในการแจกไฟออกเป็น 3 กอง กองละ 4 โบ จะได้ไฟจำนวน 12 โบ เลือกไฟโบใดโบหนึ่งเพียงโบเดียวเสร็จแล้วนำไฟที่เลือกมาไว้กองตรงกลางเสมอ กรณีที่ 2 จะเห็นได้ว่า ตำแหน่งของผลเฉลยเกมคณิตปริศนาปัญหาไฟท้ายใจ จะอยู่ตำแหน่งที่ $4+3=7$ เราสามารถหาตำแหน่งผลเฉลยได้โดย สูตรการหาทั่วไป ดังสมการ (1)

4. สรุปผลการวิจัย

เกมปริศนาปัญหาไฟ m กอง สามารถขยายและเล่นได้ 1 สำหรับโดย m เป็นจำนวนกองเต็มคี่ใดๆและ n แบ่งออกได้เป็น 2 กรณี คือ จำนวนไฟในแต่ละกองเป็น จำนวนคี่ใดๆ จะมีตำแหน่งผลเฉลย เพียงตำแหน่งเดียว จะได้สูตรทั่วไปดังสมการ (1) และ จำนวนไฟในแต่ละกองเป็น จำนวนเต็มคู่ใดๆ จะได้สูตรทั่วไป ดังสมการ (2)

5. ข้อเสนอแนะ

ผู้ที่สนใจจะศึกษาโครงการวิจัยนี้ สามารถขยายรูปแบบการเล่นเพิ่มขึ้นให้มีการเล่นหลากหลาย ในกรณีของจำนวนกองคู่ไพในแต่ละกองเป็นจำนวนเต็มคี่ จำนวนกองคู่ไพในแต่ละกองเป็นจำนวนเต็มคู่ และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสื่อการสอนได้โดยการสร้างรูปแบบการดัดใหม่ได้

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุพรรณิ สมพงษ์ อาจารย์ที่ปรึกษางานวิจัยและคณาจารย์ทุกท่านในสาขาวิชาคณิตศาสตร์ และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร ที่กรุณาและให้คำแนะนำ แก้ไขปรับปรุงข้อบกพร่องต่างๆ และให้ความช่วยเหลือด้านข้อมูลตลอดการวิจัย คณะผู้วิจัยตระหนักถึงความตั้งใจจริงและความทุ่มเทของคณาจารย์และขอกราบขอบพระคุณไว้ ณ ที่นี้

7. References

- [1] K. Tayanyong, Number Theory 1, Department of Mathematics, Faculty of Science, Khon Kaen University, Khon Kaen, 2001.
- [2] Magic Game Card, <http://www.vcharkarn.com/vcafe/44128>, 5 April 2015.
- [3] S. Sevitayarak, Statistics, Ramkhamhaeng University Publisher, Bangkok, 1994.
- [4] Card, <http://www.milefoot.com/math/discrete/counting/cardfreq.htm>, 5 April 2015.