



ความล้มเหลวของฟังก์ชันพิเศษ กับกลอุบายของไฟ

- สุพรรณิ สมพงษ์ และ สอาด ม่วงจันทร์

ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันพิเศษกับกลอุบายของไพ่ Relation of Special Function and Card Trick

สุพรรณิ สมพงษ์ และสอาด ม่วงจันทร์¹

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อสร้างฟังก์ชันตัวแบบพิเศษ ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ และประยุกต์ใช้สร้างขั้นตอนวิธีการแบบใหม่สำหรับทฤษฎีเกม จนได้ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันพิเศษกับกลอุบายของไพ่ในทฤษฎีเกม

Abstract

The aims of this research are to construct a special function, mathematical theorem and to apply to construct the new algorithm for the game theory. Finally, we approach to the relationship between the special function and card trick in the game theory.

บทนำ

สืบเนื่องจากผู้วิจัยได้ศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีเกม (Game Theory) (เครีวัลย์ ทยานชง. 2536) ซึ่งเป็นศาสตร์หนึ่งของคณิตศาสตร์โดยทฤษฎีเกม เป็นเครื่องมือชนิดหนึ่งที่มีจะสะท้อนหรือบอกให้ทราบถึงลักษณะที่เกิดขึ้นในสถานการณ์จริง โดยเฉพาะอย่างยิ่งในสถานการณ์การแข่งขันหรือการร่วมมือกัน เกมเหล่านี้จะแนะนำกลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ไขสถานการณ์ที่เกิดขึ้นซึ่งจะสามารถเข้าใจกลยุทธ์ของผู้เล่นเกมในแต่ละเกมสามารถทำนายได้ว่าประชาชน กลุ่มการเมือง หรือในสถานการณ์ที่กำหนดให้มีความสัมพันธ์สอดคล้องกันอย่างไร ทฤษฎีเกมให้เครื่องมือที่ช่วย วิเคราะห์ตรวจสอบกลยุทธ์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของผู้เล่นเกมสองฝ่ายหรือมากกว่าสองฝ่าย โดยการใช้สถานการณ์จำลองทางคณิตศาสตร์แบบง่ายๆ ใช้กลยุทธ์ต่างๆ ที่เป็นกระบวนการคิด วิเคราะห์ และการใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาความเกี่ยวข้องทางสังคมที่ยู่ยากซับซ้อน

ดังนั้นเพื่อให้เกิดการพัฒนาในด้านนี้เพิ่มมากขึ้น ผู้วิจัยจึงได้สร้างหลักการแบบใหม่ของทฤษฎีเกมโดยอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการคิด การวางแผนและตรวจสอบความถูกต้องในการประยุกต์ใช้เป็นทฤษฎีเกม การพัฒนาการเล่น และรูปแบบแนวทางการเล่นเกมใหม่อีกทั้งยังเป็นการเพิ่มและเสริมสร้างทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

¹ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการดำเนินการวิจัย เราจะกล่าวถึงนิยามและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

นิยาม 1. (ประกิต จำปาชนม์. 2539) ให้ A และ B เป็นเซตซึ่งว่าง $f \subseteq A \times B$ เป็นฟังก์ชันจาก A ไปยัง B (function from A into B) ถ้าแต่ละสมาชิก $a \in A$ จะมีสมาชิก $b \in B$ เพียงตัวเดียว ซึ่ง $(a, b) \in f$ เขียนแทนด้วย $f : A \rightarrow B$

นิยาม 2. (ประกิต จำปาชนม์. 2539 และ V.K. Khanna and S.K.Bhambri. 1993) $f : A \rightarrow B$ เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง (one to one function or injection) ก็ต่อเมื่อ
ถ้า $f(x_1) = f(x_2)$ แล้ว $x_1 = x_2$

นิยาม 3. (ประกิต จำปาชนม์. 2539 และ V.K. Khanna and S.K.Bhambri. 1993) $f : A \rightarrow B$ เป็นฟังก์ชันทั่วถึง (onto function or surjection) ถ้า สำหรับสมาชิก b ใดๆ ใน B จะมี $a \in A$ ซึ่ง $f(a) = b$

นิยาม 4. (เครือวัลย์ ทยานขง. 2536) จำนวนเต็ม a และ b จะเรียกว่าเป็นการลงรอยกัน มอดุโล m เมื่อ m เป็นจำนวนเต็มบวก ก็ต่อเมื่อ $m | (a - b)$ หรือมีจำนวนเต็ม k ที่ทำให้ $a - b = km$
เขียนแทนด้วย $a \equiv b \pmod{m}$ เรียก m ว่าเป็นมอดุลัส (modulus) ของการลงรอย

ทฤษฎีบท 5. (เครือวัลย์ ทยานขง. 2536) (The division Algorithm) สำหรับจำนวนเต็ม x และ y ซึ่ง $y \neq 0$ จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงคู่เดียวที่ $x = yq + r$ เมื่อ $0 \leq r < |y|$ (x เป็นตัวตั้ง y เป็นตัวหาร ($y \neq 0$) q เป็นผลลัพท์ และ r เป็นเศษ)

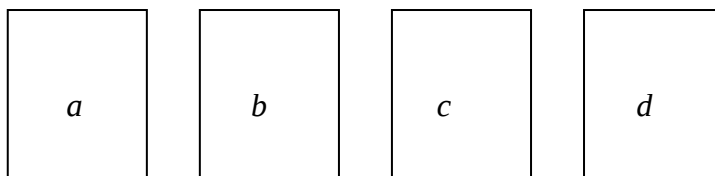
ทฤษฎีบท 6. (เครือวัลย์ ทยานขง. 2536 และ R.G. Bartle. 1996) จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่ง (ที่แตกต่างกันหมด) เท่ากับ $n!$ วิธี

ทฤษฎีบท 7. (เครือวัลย์ ทยานขง. 2536 และ R.G. Bartle. 1996) จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่ง (ที่แตกต่างกัน) โดยจัดเรียงทีละ r สิ่ง ($r \leq n$) เท่ากับ ${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$

จากนิยามและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง ผู้วิจัยจึงได้สร้างฟังก์ชันของสิ่งของ 4 สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด และการลงรอยเพื่อเป็นหลักการแบบใหม่ในการเล่นเกมน

ผลการวิจัย

จากบทนิยามและทฤษฎีบทข้างต้น พิจารณา a, b, c และ d ที่เป็นสิ่งของ 4 สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด



จากการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ 4 สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด จะมีจำนวนวิธีการจัดเรียงเท่ากับ $4! = 24$

วิธี คือ

$abcd, abdc, acbd, acdb, adbc, adcb, bacd, badc, bcad, bcda, bdac, bdca, cabd, cadb, cbad, cbda, cdab, cdba, dabc, dacb, dbac, dbca, dcad, dcda$

ทฤษฎีบท 1. ให้ a, b, c และ d เป็นสิ่งของ 4 สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด ซึ่ง a, b, c และ d สามารถเปรียบเทียบอันดับได้ โดยที่ c และ d ไม่ใช่สิ่งที่มีค่าน้อยที่สุด และกำหนด f โดย

$$f(a, b, c, d) = \begin{cases} 1 & ; a < b < c < d \\ 2 & ; a < b < d < c \\ 3 & ; a < c < b < d \\ 4 & ; a < c < d < b \\ 5 & ; a < d < b < c \\ 6 & ; a < d < c < b \\ 7 & ; b < a < c < d \\ 8 & ; b < a < d < c \\ 9 & ; b < c < a < d \\ 10 & ; b < c < d < a \\ 11 & ; b < d < a < c \\ 12 & ; b < d < c < a \end{cases}$$

จะเห็นว่า f เป็นฟังก์ชันที่ส่งจาก

$\{ (a, b, c, d) \mid a, b, c \text{ และ } d \text{ สามารถเปรียบเทียบอันดับได้ โดยที่ } c \text{ และ } d \text{ ไม่ใช่สิ่งที่มีค่าน้อยที่สุด} \}$
ไปยัง $\{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 \}$

พิสูจน์

ให้ (a, b, c, d) เป็นอันดับใดๆ ที่สามารถเปรียบเทียบกันได้ โดยที่ c และ d ไม่ใช่สิ่งที่มีค่าน้อยที่สุด ดังนั้น จะเกิดกรณีใดกรณีหนึ่งเท่านั้น จากทั้งหมด 12 กรณี คือ

1. $a < b < c < d$
2. $a < b < d < c$
3. $a < c < b < d$
4. $a < c < d < b$
5. $a < d < b < c$
6. $a < d < c < b$
7. $b < a < c < d$
8. $b < a < d < c$
9. $b < c < a < d$
10. $b < c < d < a$
11. $b < d < a < c$
12. $b < d < c < a$

ดังนั้น $f(a, b, c, d)$ จะเท่ากับค่าใดค่าหนึ่งจาก 1 – 12 เท่านั้น นั่นคือ จะได้ว่า f เป็นฟังก์ชัน ที่ส่งจาก $\{(a, b, c, d) \mid a, b, c \text{ และ } d \text{ สามารถเปรียบเทียบอันดับได้ โดยที่ } c \text{ และ } d \text{ ไม่ใช่สิ่งที่มีค่าน้อยที่สุด}\}$ ไปยัง $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

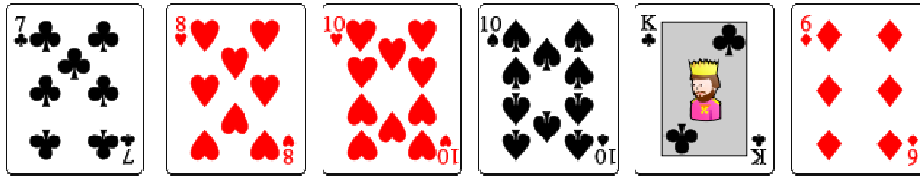
จาก ทฤษฎีบท The division Algorithm [1] สำหรับจำนวนเต็ม x และ y ซึ่ง $y \neq 0$ จะมีจำนวนเต็ม q และ r เพียงคู่เดียวที่ $x = yq + r$ เมื่อ $0 \leq r < |y|$ (x เป็นตัวตั้ง y เป็นตัวหาร ($y \neq 0$) q เป็นผลลัพธ์ และ r เป็นเศษ)

นิยาม 2. สำหรับจำนวนเต็มบวก p และ t ใดๆ จะนิยาม $\text{mod}(p, t) = k$ ถ้า $p = ts + k$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ ที่ $0 \leq k < t$

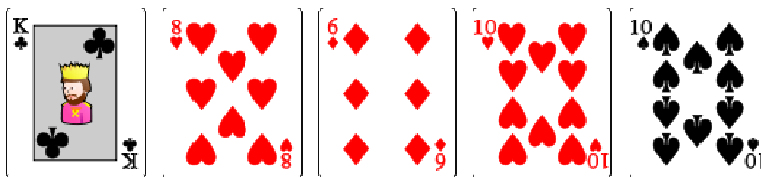
บทประยุกต์ของผลการวิจัย

จากทฤษฎีบทที่ 1 และ นิยามที่ 2 ของผลการวิจัยสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับทฤษฎีเกมได้ เช่น การเล่นเกมมาฆาลไฟ พิจารณาจากการเล่นเกมมาฆาลของนักมาฆาลและผู้ช่วย สมมตินักมาฆาลและผู้ช่วย ได้แสดงมาฆาลเกี่ยวกับไฟ โดยให้ผู้ชมเลือกไฟมา 6 ใบ จากไฟ 1 สำหรับ แล้วให้ผู้ชมส่งไฟทั้ง 6 ใบนั้นให้กับผู้ช่วยนักมาฆาล จากนั้นผู้ช่วยนักมาฆาลจะไขว้ไฟ 4 ใบโดยเรียงจากซ้ายไปขวาให้นักมาฆาลและผู้ชมดู หลังจากนั้นนักมาฆาลจะบอกผู้ชมว่าไฟใบสุดท้ายคืออะไร

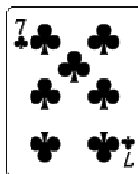
ตัวอย่าง ผู้ชมได้เลือกไฟ 6 ใบคือ



แล้วผู้ชมส่งไฟทั้งหมดให้กับผู้ช่วยนักมายากลและผู้ช่วยนักมายากลเรียงไฟ 5 ใบ จากซ้ายไปขวาดังนี้



แล้วให้นักมายากลทายไฟใบสุดท้าย ซึ่งนักมายากลก็จะสามารถทำนายได้ถูกต้องว่า ไฟที่เหลือนั้นคือ

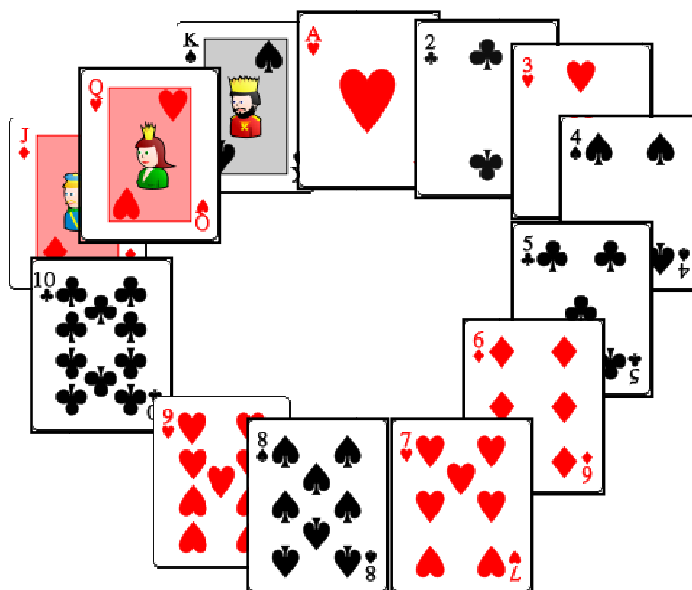


จากตัวอย่างที่เราพิจารณานี้จะใช้หลักการการพิจารณาจากทฤษฎีที่ 1 และนิยามที่ 2 ของผลการวิจัย

การเล่นมายากลทำนายไฟจากการหยิบไฟ 6 ใบจากสำรับที่มีไฟทั้งหมด 52 ใบ โดยมีหน้าไฟ 4 แบบ คือ ดอกจิก ♣ ข้าวหลามตัด ♦ โพธิ์แดง และโพธิ์ดำ และมีแต้มคือ $A = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J=11, Q=12$ และ $K=13$ ของนักมายากลและผู้ช่วยนักมายากล จะอาศัยหลักการ 3 หลักการคือ

หลักการที่ 1 การเรียงอันดับของไฟ

ไฟ 1 สำรับ จะมีไฟที่แตกต่างกันทั้งหมด 52 ใบ โดยที่มีหน้าไฟ 4 แบบคือ ดอกจิก ♣ ข้าวหลามตัด ♦ โพธิ์แดง และโพธิ์ดำและมีแต้มคือ $A = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J=11, Q=12$ และ $K=13$ (ถ้าแต้มของไฟเหมือนกันจะเรียงลำดับจากน้อยไปมาก โดยพิจารณาจากหน้าไฟคือ ♣ < ♦ < <) ในการหยิบไฟ 6 ใบจากไฟ 1 สำรับ ดังนั้นโดยหลักของความน่าจะเป็นจะได้ไฟอย่างน้อย 2 ใบที่มีหน้าไฟเหมือนกัน ผู้ช่วยนักมายากลจะต้องเลือกไฟที่มีหน้าไฟเหมือนกันมา 2 ใบ (โดยผู้ช่วยนักมายากลและนักมายากลจะตกลงว่าไฟใบสุดท้ายจะมีหน้าไฟเหมือนใบแรก) การนับระยะห่างของแต้มไฟแต่ละใบจะดูจากวงเวียนไฟ โดยนับตามเข็มนาฬิกา ดังรูปภาพต่อไปนี้



จะเห็นว่าไพ่แต่ละใบจะมีระยะห่างไม่เกิน 12

หลักการที่ 2 การเรียงไพ่ 4 ใบ ที่แตกต่างกันทั้งหมด

การเรียงไพ่ที่เหลืออีก 4 ใบ โดยที่ไพ่ 4 ใบนี้สามารถเปรียบเทียบกันได้โดยใช้หลักการเรียงอันดับของไพ่จากหลักการที่ 1 ในการเรียงไพ่ 4 ใบที่แตกต่างกันเรานำมาช่วยในการพิจารณาระยะห่างของไพ่ใบแรกและไพ่ใบสุดท้าย

ไพ่ใบแรก	a	b	c	d	ไพ่ที่ต้อง ทำนาย
----------	-----	-----	-----	-----	---------------------

การพิจารณาการเรียงไพ่จะพิจารณาจากด้านซ้ายมือไปด้านขวามือ โดยที่ c และ d ไม่ใช่สิ่งที่มีค่าน้อยที่สุดและกำหนดระยะห่างโดยพิจารณาจากฟังก์ชันของทฤษฎีบทที่ 1 ของผลการวิจัย ดังนี้

$$f(a,b,c,d)=\begin{cases} 1 & ; a < b < c < d \\ 2 & ; a < b < d < c \\ 3 & ; a < c < b < d \\ 4 & ; a < c < d < b \\ 5 & ; a < d < b < c \\ 6 & ; a < d < c < b \\ 7 & ; b < a < c < d \\ 8 & ; b < a < d < c \\ 9 & ; b < c < a < d \\ 10 & ; b < c < d < a \\ 11 & ; b < d < a < c \\ 12 & ; b < d < c < a \end{cases}$$

หลักการที่ 3 การพิจารณาแฉ้มของไฟใบสุดท้าย

จาก นิยามที่ 2 สำหรับจำนวนเต็มบวก p และ t ใดๆ จะนิยาม $\text{mod}(p,t) = k$ ถ้า $p = ts + k$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มใดๆ ที่ $0 \leq k < t$ ซึ่งโดยทฤษฎีบท The division Algorithm จะมี s และ k จะมีเพียงคู่เดียวเท่านั้น ดังนั้นสมมุติให้ m คือแฉ้มของไฟใบแรก และ n คือระยะห่างของไฟที่ได้จากหลักการที่ 2 กำหนดแฉ้มของไฟ ใบสุดท้ายโดย

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 0$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 13 หรือคือ K

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 1$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 1 หรือคือ A

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 2$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 2

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 3$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 3

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 4$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 4

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 5$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 5

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 6$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 6

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 7$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 7

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 8$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 8

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 9$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 9

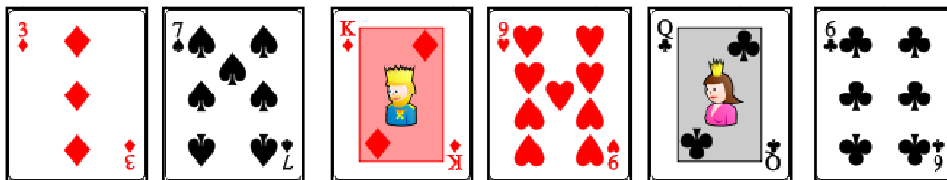
ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 10$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 10

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 11$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 11 หรือก็คือ J

ถ้า $\text{mod}(m+n,13) = 12$ ดังนั้นแฉ้มของไฟใบสุดท้ายคือ 12 หรือก็คือ Q

จากหลักการที่ 3 ผู้ช่วยนักมายากล จะจัดเรียงไพ่ 5 ใบ เพื่อที่จะบอกใบให้นักมายากลรู้ถึงลำดับการจัดเรียง และควรบอกเลขอะไรเพิ่มจากใบแรก (นับตามเข็มนาฬิกา) และสามารถทำนายไพ่ใบสุดท้ายได้

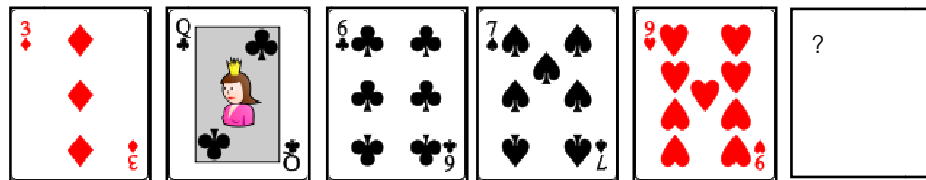
ตัวอย่างที่ 1 ถ้าผู้ชมเลือกไพ่มาก 6 ใบให้ผู้ช่วยนักมายากลดังนี้



เนื่องจาก มี 3♦ และ K♦ ที่มีหน้าไพ่เหมือนกัน และ 6♣ และ Q♣ ที่มีหน้าไพ่เหมือนกัน ดังนั้นผู้ช่วยนักมายากลจะมีการทำนายไพ่ได้ 4 แบบ คือ

แบบที่ 1 เลือกใบแรกเป็น 3♦ และใบสุดท้ายเป็น K♦

ซึ่งจาก 3 → K (ทิศทางตามเข็มนาฬิกา) มีระยะห่างเป็น 10 นั่นคือผู้ช่วยนักมายากลต้องโชว์ 3♦ เป็นไพ่ใบแรก และพิจารณาฟังก์ชัน $f(a,b,c,d)=10$ เมื่อ $b < c < d < a$ ดังนั้นต้องเรียงไพ่ 4 ใบที่เหลือตามลำดับคือ Q♣ เป็นไพ่ใบที่สอง 6♣ เป็นไพ่ใบที่สาม 7♠ เป็นไพ่ใบที่สี่ และ 9♥ เป็นไพ่ใบที่ห้า

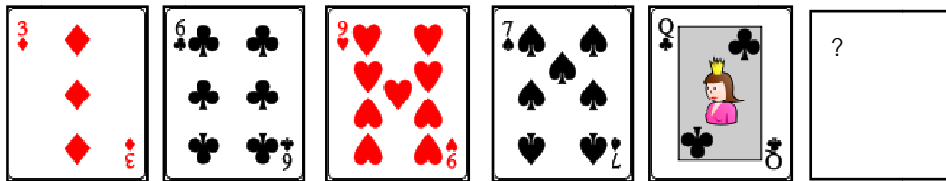


นักมายากลต้องคำนวณดังนี้ เนื่องจากไพ่ใบที่ 2, 3, 4 และ 5 คือ Q♣ 6♣ 7♠ และ 9♥ ซึ่งมีการจัดเรียงไพ่ (a,b,c,d) แบบ $b < c < d < a$ ดังนั้นจากหลักการที่ 2 การจัดเรียงนี้จะมีความห่างเป็น $f(a,b,c,d)=10$ เนื่องจากนักมายากลรู้ว่าไพ่ใบแรกคือ 3♦ ดังนั้นไพ่ใบสุดท้ายจะมีหน้าไพ่เป็น ♦ ด้วย และต้องบวกแต้มเพิ่มอีก 10 นั่นคือ $\text{mod}(3+10,13) = \text{mod}(13,13) = 0$ ดังนั้นแต้มของไพ่ใบสุดท้ายคือ 13 หรือคือ K เพราะฉะนั้นนักมายากลจะทำนายได้ว่าไพ่ใบสุดท้ายคือ K♦

แบบที่ 2 เลือกใบแรกเป็น K♦ และใบสุดท้ายเป็น 3♦

ซึ่งจาก K → 3 (ทิศทางตามเข็มนาฬิกา) มีระยะห่างเป็น 3 นั่นคือผู้ช่วยนักมายากลต้องโชว์ K♦ เป็นไพ่ใบแรก และพิจารณาฟังก์ชัน $f(a,b,c,d)=3$ เมื่อ $a < c < b < d$ ดังนั้นต้องเรียงไพ่ 4 ใบที่เหลือตามลำดับคือ 6♣ เป็นไพ่ใบที่สอง 9♥ เป็นไพ่ใบที่สาม 7♠ เป็นไพ่ใบที่สี่ และ Q♣ เป็นไพ่ใบที่ห้า

ดังภาพ

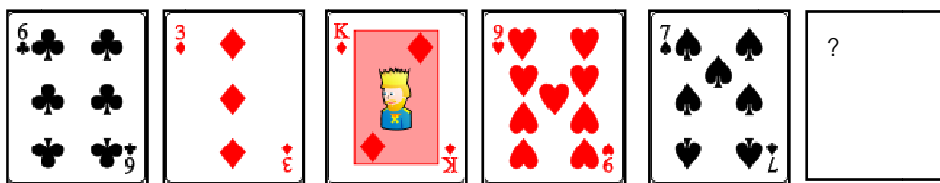


นักมายากลต้องคำนวณดังนี้ เนื่องจากไพ่ใบที่ 2, 3, 4 และ 5 คือ 6♣ 9♥ 7♠ และ Q♣ ซึ่งมีการจัดเรียงไพ่ (a, b, c, d) แบบ $a < c < b < d$ ดังนั้นจากหลักการที่ 2 การจัดเรียงนี้จะมีระยะห่างเป็น $f(a, b, c, d) = 3$ เนื่องจากนักมายากลรู้ว่าไพ่ใบแรกคือ K♦ ดังนั้นไพ่ใบสุดท้ายจะมีหน้าไพ่เป็น ♦ ด้วย และต้องบวกแต้มเพิ่มอีก 3 นั่นคือ $\text{mod}(13 + 3, 13) = \text{mod}(16, 13) = 3$ ดังนั้นแต้มของไพ่ใบสุดท้ายคือ 3 เพราะฉะนั้นนักมายากลจะทำนายได้ว่าไพ่ใบสุดท้ายคือ 3♦

แบบที่ 3 เลือกใบแรกเป็น 6♣ และใบสุดท้ายเป็น Q♣

ซึ่งจาก 6 → Q (ทิศทางตามเข็มนาฬิกา) มีระยะห่างเป็น 6 นั่นคือผู้ช่วยนักมายากลต้องโชว์ 6♣ เป็นไพ่ใบแรก และพิจารณาฟังก์ชัน $f(a, b, c, d) = 6$ เมื่อ $a < d < c < b$ ดังนั้นต้องเรียงไพ่ 4 ใบที่เหลือนั้นตามลำดับคือ 3♦ เป็นไพ่ใบที่สอง K♦ เป็นไพ่ใบที่สาม 9♥ เป็นไพ่ใบที่สี่ และ 7♠ เป็นไพ่ใบที่ห้า

ดังภาพ

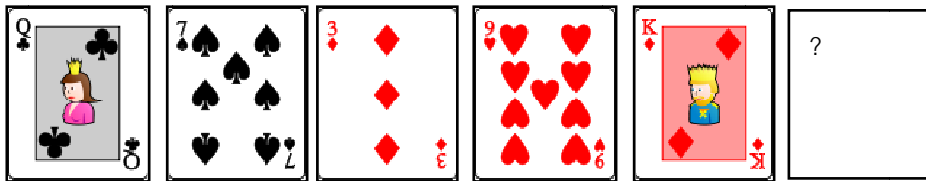


นักมายากลต้องคำนวณดังนี้ เนื่องจากไพ่ใบที่ 2, 3, 4 และ 5 คือ 3♦ K♦ 9♥ และ 7♠ ซึ่งมีการจัดเรียงไพ่ (a, b, c, d) แบบ $a < d < c < b$ ดังนั้นจากหลักการที่ 2 การจัดเรียงนี้จะมีระยะห่างเป็น $f(a, b, c, d) = 6$ เนื่องจากนักมายากลรู้ว่าไพ่ใบแรกคือ 6♣ ดังนั้นไพ่ใบสุดท้ายจะมีหน้าไพ่เป็น ♣ ด้วย และต้องบวกแต้มเพิ่มอีก 6 นั่นคือ $\text{mod}(6 + 6, 13) = \text{mod}(12, 13) = 12$ ดังนั้นแต้มของไพ่ใบสุดท้ายคือ 12 หรือคือ Q เพราะฉะนั้นนักมายากลจะทำนายได้ว่าไพ่ใบสุดท้ายคือ Q♣

แบบที่ 4 เลือกใบแรกเป็น Q♣ และใบสุดท้ายเป็น 6♣

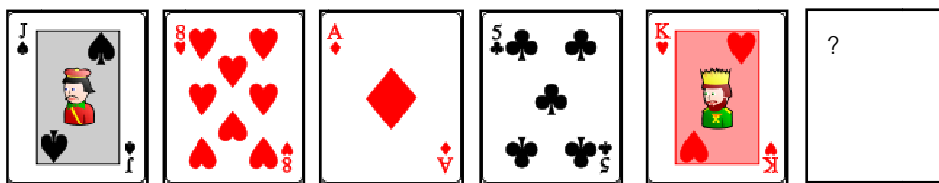
ซึ่งจาก Q → 6 (ทิศทางตามเข็มนาฬิกา) มีระยะห่างเป็น 7 นั่นคือผู้ช่วยนักมายากลต้องโชว์ Q♣ เป็นไพ่ใบแรก และพิจารณาฟังก์ชัน $f(a, b, c, d) = 7$ เมื่อ $b < a < c < d$ ดังนั้นต้องเรียงไพ่ 4 ใบที่เหลือนั้นตามลำดับคือ 7♠ เป็นไพ่ใบที่สอง 3♦ เป็นไพ่ใบที่สาม 9♥ เป็นไพ่ใบที่สี่ และ K♦ เป็นไพ่ใบที่ห้า

ดังภาพ



นักมายากลต้องคำนวณดังนี้ เนื่องจากไพ่ใบที่ 2, 3, 4 และ 5 คือ 7♠ 3♦ 9♥ และ K♦ ซึ่งมีการจัดเรียงไฟ (a,b,c,d) แบบ $b < a < c < d$ ดังนั้นจากหลักการที่ 2 การจัดเรียงนี้จะมีระยะห่างเป็น $f(a,b,c,d) = 7$ เนื่องจากนักมายากลรู้ว่าไพ่ใบแรกคือ Q♣ ดังนั้นไพ่ใบสุดท้ายจะมีหน้าไพ่เป็น ♣ ด้วย และต้องบวกแต้มเพิ่มอีก 7 นั่นคือ $\text{mod}(12 + 7, 13) = \text{mod}(19, 13) = 6$ ดังนั้นแต้มของไพ่ใบสุดท้ายคือ 6 เพราะฉะนั้นนักมายากลจะทำนายได้ว่าไพ่ใบสุดท้ายคือ 6♣

ตัวอย่างที่ 2 ถ้าผู้อ่านเป็นนักมายากลและผู้ช่วยนักมายากลได้จัดเรียงไฟตามลำดับดังนี้



ผู้อ่านจะทำนายไพ่ใบสุดท้าย คืออะไร

จากการเรียงไฟ ดังนั้นไพ่ใบสุดท้ายที่ต้องทำนายต้องมีหน้าไพ่เป็น ♠ จากไพ่ใบที่ 2, 3, 4 และ 5 เรียงลำดับเป็น (a,b,c,d) แบบ $b < c < a < d$ ดังนั้นจากหลักการที่ 2 การจัดเรียงนี้จะมีระยะห่างเป็น $f(a,b,c,d) = 9$ และต้องบวกแต้มเพิ่มอีก 9 นั่นคือ $\text{mod}(11 + 9, 13) = \text{mod}(20, 13) = 7$ ดังนั้นแต้มของไพ่ใบสุดท้ายคือ 7 เพราะฉะนั้นนักมายากลจะทำนายได้ว่าไพ่ใบสุดท้ายคือ 7♠

สรุปขั้นตอนวิธีในการทำนายไฟ โดยหยิบไฟ 6 ใบจากไฟ 1 สำหรับ

- ขั้นตอนที่ 1 การเรียงอันดับของไฟ และพิจารณาการเลือกไพ่ใบแรกและไพ่ใบสุดท้าย
- ขั้นตอนที่ 2 เรียงไฟ 4 ใบ ที่แตกต่างกันทั้งหมด การเรียงไฟ จะพิจารณาจากด้านซ้ายมือไปด้านขวามือ และกำหนดระยะห่างโดยพิจารณาจากฟังก์ชันของทฤษฎีบทที่ 1 ของผลการวิจัย
- ขั้นตอนที่ 3 การพิจารณาแต้มของไพ่ใบสุดท้าย โดย พิจารณาจากนิยามที่ 2 ของผลการวิจัย
- ขั้นตอนที่ 4 พิจารณาหน้าไพ่ของไพ่ใบแรก และระยะห่างของการพิจารณาไพ่ใบสุดท้ายจากขั้นตอนที่ 2 และ 3
- ขั้นตอนที่ 5 ทำนายแต้มและหน้าไพ่ของไพ่ใบสุดท้าย

สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย

จากวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันและทฤษฎีจำนวน ทำให้ได้ฟังก์ชัน f ซึ่งเป็นฟังก์ชันพิเศษที่มีคุณสมบัติเฉพาะ ที่สามารถส่งผ่านค่าตัวแปรอิสระจำนวน 4 ตัวแปร ไปเป็นค่าตัวเลขจำนวนเต็มแบบหนึ่งต่อและทั่วถึง นอกจากนั้นแล้ว การเลือกค่าตัวแปรอิสระ 2 ตัวแปรจากทั้งหมด 4 ตัวแปร สามารถหาระยะห่างได้โดยใช้มอดุโลและทฤษฎีการหาร การประยุกต์ในทฤษฎีเกมได้นำฟังก์ชัน f สร้างกลวิธีในการทำนายไฟ ซึ่งพบว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างโดเมนของฟังก์ชันที่สามารถนำมาแทนด้วยไฟ(ชนิดและแฉ้ม) แล้วฟังก์ชันตัวแบบให้ค่าตัวเลขที่ทำให้สามารถทำนายไฟที่ต้องการทราบได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ

ข้อเสนอแนะ

ในการประยุกต์ใช้ฟังก์ชัน บทนิยาม และทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ในทฤษฎีเกมใดๆ นั้น จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องอาศัยความเข้าใจในหลักและวิธีการที่เกี่ยวข้อง เพื่อที่จะสร้างฟังก์ชันตัวแบบทางคณิตศาสตร์จำลองสิ่งต่างๆ ได้อย่างถูกต้องและแม่นยำ ทั้งนี้ฟังก์ชันตัวแบบที่ได้ต้องมีการวิเคราะห์ความสอดคล้องกับนิยาม หรือทฤษฎีต่างๆที่มีการพิสูจน์แล้วก่อนหน้านี้ โดยต้องพิจารณาตัวแปรให้ครบถ้วนและเพียงพอต่อการสร้างฟังก์ชันตัวแบบ แล้วต้องไม่ลืมที่จะแปลผลระหว่างค่าที่ได้ทางคณิตศาสตร์กับปัญหาเฉพาะนั้นๆ

เอกสารอ้างอิง

- เครือวัลย์ ทยานชง. (2536). **ทฤษฎีจำนวน 1**. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
ประกิต จำปาชนม์. (2539). **พีชคณิตนามธรรม**. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
V.K. Khanna and S.K. Bhambri. (1993). **A Course in Abstract Algebra**. India: Vikas Publishing House.
R. G. Bartle. (1996). **Introduction to Real Analysis**. Illinois: University of Illinois Urbana-Champaign.