



วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

Udon Thani Rajabhat University Journal of Science and Technology

ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564) | Vol.9 Issue.1 (2021) | ISSN 2287-0083

บทความวิจัย

- การเปรียบเทียบตัวทำละลายในการแยกอะลูมิเนียมฟอยล์ และพลาสติกพอลิเอทิลีนจาก
บรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชที
พัทธนันท์ นาทพิณิจ 1
- ผลของ BA ต่อการเจริญและพัฒนาของตาข้างกุหลาบหนู (*Rosa chinensis*
Jacq. var. minima Voss) ในหลอดทดลอง
สวิตา วันหวัง, มณฑารพ สุทธธรรม, ชเนศ วรรณะ, ธราธร ทิระขุฑิต และ ศิริรัตน์ พักปากน้ำ 19
- การพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากการผลิตก๊าซชีวภาพด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์
พิมพ์พรรณ อำพันทอง, เสริมศิริ ปราบเสร็จ และ ลลิตพัทธ์ สุขเรือน 31
- ฤทธิ์ส่งเสริมการเจริญเติบโตของ *Peanibacillus* sp. BSR1-1 และกรดแนฟทาไลน์
อะซีติกต่อแผนเปิดใหญ่ที่เลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียม
และไทรทอนเอ็กซ์-100
ชนิษฐา สมตระกูล, อภิเดช แสงดี และ วราภรณ์ ฉุยฉาย 47
- คณิตศาสตร์กับการทำแห กรณีศึกษา : อ่าวบ้านดอน
สุรินทร์ สมณะ 61
- การแก้ไขปัญหาสมการการเคลื่อนที่ของไฮเซนเบิร์กของอนุภาคที่ถูกบังคับด้วยแรงฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์
ที่ขึ้นอยู่กับเวลาโดยใช้ตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะ
ปิยรัตน์ มุลศรี, มัณฑนา ดีนา และ อาทิตย์ หูเต็ม 75
- ข้อสังเกตหนึ่งของสมการเชิงฟังก์ชันที่เกี่ยวกับการกรองดิจิทัล
ชนิษฐา แนนอุดร 89
- ความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนในเขตวัดป่าวังเกาะแก่ง จังหวัดมหาสารคาม
ณภาพัช ไชยน้ำอ้อม, นิศากร รังมาตย์, สมัญญา เนตรวงศ์ และ พิณรุชา ก้อนศรี 103
- ผลของถ่านไม้มะม่วงชีวภาพต่อการเจริญเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดข้าวเหนียว
เยาวพล ชุมพล และ โฉมยง ไชยอุปบล 113



วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564)

UDON THANI RAJABHAT UNIVERSITY
JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
Vol.9 Issue.1 (2021)

ISSN 2287-0083

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564)

วัตถุประสงค์

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีมหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี (UDON THANI RAJABHAT UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY; ISSN 2287-0083) ชื่อย่อภาษาอังกฤษ “UDRU Sci. & Tech. J.” มีวัตถุประสงค์เพื่อเผยแพร่บทความวิจัยและบทความวิชาการของคณาจารย์ นักวิจัย นักวิชาการและนักศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีวารสารรับการตีพิมพ์เผยแพร่บทความ ในกลุ่มวิทยาศาสตร์ สาขาเคมี ฟิสิกส์ ชีววิทยา และคณิตศาสตร์ กลุ่มวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สาขาวิทยาศาสตร์ สุขภาพ วิทยาศาสตร์การกีฬา วิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม วัสดุศาสตร์และเทคโนโลยีชีวภาพ กลุ่มเกษตรศาสตร์ สาขาพืชศาสตร์ เศรษฐศาสตร์เกษตร ประมง และสัตวศาสตร์ และกลุ่มวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล, พลังงาน อิเล็กทรอนิกส์ ไฟฟ้า และคอมพิวเตอร์โดยมีกำหนดจัดพิมพ์ออกเผยแพร่ ปีละ 3 ฉบับ ฉบับที่ 1 (มกราคม – เมษายน) ฉบับที่ 2 (พฤษภาคม – สิงหาคม) และฉบับที่ 3 (กันยายน – ธันวาคม) ของทุกปี

เจ้าของ

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

ที่ปรึกษา

ผู้ช่วยศาสตราจารย์จรูญ ถาวรจักร์	อธิการบดี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชาติชาย ม่วงปทุม	รองอธิการบดี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.คณิศรา ธัญสุนทรสกุล	รองอธิการบดี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กฤตภูมิ ชมพูวิเศษ	รองอธิการบดี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มณีนุชา สุราษ	รองอธิการบดี
ดร.วิบูล เป็นสุข	รองอธิการบดี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุทธิพงษ์ เปื้องคำ	คณบดีคณะเทคโนโลยี
ดร.อภิรักษ์ ลอยแก้ว	คณบดีคณะวิทยาศาสตร์

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564)

บรรณาธิการ

รองศาสตราจารย์ ดร.น.สพ.ฤทธิชัย พิลาไชย

ผู้ช่วยบรรณาธิการ

รองศาสตราจารย์ ดร.นิราวรรณ กุณัน

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี ยาบุษดี

กองบรรณาธิการผู้ทรงคุณวุฒิ

Prof. Dr.Jeffrey C. Nash

ศาสตราจารย์ ดร.อลงกลด แทนอมทอง

ศาสตราจารย์ ดร.สมชาย ปิ่นล่อ

รองศาสตราจารย์ ดร.ฉลอง วิจิราภากร

รองศาสตราจารย์ ดร.ลัดดา มีสุข

รองศาสตราจารย์ ดร.มนตรี ศิริปรัชญานันท์

รองศาสตราจารย์ ดร.สิงห์ทอง พัฒนเศรษฐฐานนท์

รองศาสตราจารย์ ดร.บัณฑิต กฤตาคม

รองศาสตราจารย์ ดร.โฆษิต ศรีภูธร

รองศาสตราจารย์ ดร.วัลลภ เหมวงษ์

รองศาสตราจารย์ ดร.สุนทร สุทธิปาก

รองศาสตราจารย์ ดร.ทรงภูมิ อุดรา

รองศาสตราจารย์ ดร.กริช สมกันธา

รองศาสตราจารย์ ดร.กฤษณพงศ์ สมสุข

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชภาคย์ จิตต์อารี

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิสิต คำหล้า

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นิวัตร อังควิเศษฐพันธ์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อำไพศักดิ์ ทิบุญมา

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า

พระนครเหนือ

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

มหาวิทยาลัยมหิดล

มหาวิทยาลัยขอนแก่น

มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564)

กองบรรณาธิการผู้ทรงคุณวุฒิ (ต่อ)

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กาญจนา วงษ์สวัสดิ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เมทินี วสุนธรวัฒน์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภูเบศร์ พิพิธหิรัญการ	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ วิเศียรศาสตร์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วราจิต พยอม	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เพ็ญ ผาใต้	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.น.สพ.ยศวริศ เสมามิ่ง	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

คณะกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิ (Peer Review)

รองศาสตราจารย์ ดร.สุธี บุญช่วย	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
รองศาสตราจารย์ ดร.พลัง สุริหาร	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
รองศาสตราจารย์ ดร.ธีรพงศ์ เหล่าสุวรรณ	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
รองศาสตราจารย์ ดร.วัลลภ เหมวงษ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
รองศาสตราจารย์ ดร.กริช สมกันธา	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
รองศาสตราจารย์ ดร.กฤษณพงศ์ สมสุข	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชฎาภย์ จิตต์อารี	มหาวิทยาลัยมหิดล
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วัชรพล พิมพ์เสริญ	มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทพ.วรวัชร ขจรรัตนวิชัย	มหาวิทยาลัยขอนแก่น
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชยากร ภูมาศ	มหาวิทยาลัยเชียงใหม่
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ณัฐดนัย ลิขิตตระกูล	มหาวิทยาลัยแม่โจ้
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ทวีศักดิ์ ศิริพรไพบูลย์	มหาวิทยาลัยนเรศวร
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อนุพันธ์ กงบังเกิด	มหาวิทยาลัยนเรศวร
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ดวงฤทัย ศรีแดง	มหาวิทยาลัยรังสิต
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ประเมษฐ์ จันทร์เพ็ง	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรรณภา สิ้นศิริ	มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิโรจน์ ปงลังกา	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564)

คณะกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิ (Peer Review)

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เกยูร ดวงอุปมา	มหาวิทยาลัยกาฬสินธุ์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พิสิษฐ์ พูลประเสริฐ	มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ธัญวรัญญ์ บุตรสาร	มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สรณัฏฐ์ เทียมดาว	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ดร.สุภัทราภรณ์ ทองจิตร	มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
ดร.วัลยา มงคลสวัสดิ์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ดร.เบญจธรรม สุขณวัฒน์	มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

คณะกรรมการดำเนินงาน

ดร.เอกราช ดินาง	ประธานกรรมการ
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปิยวดี ยาบุษดี	รองประธานกรรมการ
ดร.ชาลี เกตุแก้ว	กรรมการ
ดร.วิวรรณ แก่นสา	กรรมการ
ดร.รุ่งฤดี ศรีสำออง	กรรมการ
นายกวีพงษ์ หงส์ทอง	กรรมการ
นางสาวศิวพร ภูทองทอง	กรรมการ
นางกาญจนา มูลอาจ	กรรมการ
นางสาวณิชา พันธุ์ควนิชัย	กรรมการ
นายไกรทอง โสมศรี	กรรมการ
ดร.ปทุมมนัสพงศ์ ปุณประเสริฐ	กรรมการ
นางสาวศศิตา พงศาวิ	กรรมการ
นายธราดล ปราบภัย	กรรมการ
นางพิมพ์พรรณ ศรีภูธร	กรรมการ
นางสาวนัชชา คำบุญมา	กรรมการ
นางสาวชฎารัตน์ วงษ์มีพันธุ์	กรรมการ
นายอภิเดช อภิพัฒน์ภาคกุล	กรรมการและเลขานุการ
นายรุ่งโรจน์ มีแก้ว	กรรมการและผู้ช่วยเลขานุการ

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

ปีที่ 9 ฉบับที่ 1 (2564)

คณะกรรมการตรวจสอบภาษาต่างประเทศ

ดร.สุภัทรา วันเพ็ญ

พิสูจน์อักษร

นางสาวศิวพร ภูทอง

ออกแบบปก

นายสุริยา ชัยดำรงณ์

นางสาวศศิตา พงศาวลี

กำหนดการเผยแพร่

3 ฉบับต่อปี ฉบับที่ 1 (มกราคม – เมษายน)

ฉบับที่ 2 (พฤษภาคม – สิงหาคม)

ฉบับที่ 3 (กันยายน – ธันวาคม)

สถานที่ติดต่อ

สถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

64 ถ.ทหาร ต.หมากแข้ง อ.เมือง จ.อุดรธานี 41000

โทรศัพท์: 042-211040 ต่อ 1702 โทรสาร: 042-241586

เว็บไซต์: <http://rdi.udru.ac.th>

เว็บไซต์วารสาร: www.tci-thaijo.org/index.php/scudru

อีเมล: udrujournal@udru.ac.th

“ข้อความที่ปรากฏในบทความแต่ละเรื่องในวารสารวิชาการเล่มนี้
ไม่ใช่ความคิดเห็นและความรับผิดชอบของคณะผู้จัดทำ บรรณาธิการ
กองบรรณาธิการ และมหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ซึ่งความรับผิดชอบด้านเนื้อหาและการตรวจร่างบทความ
แต่ละเรื่องเป็นของผู้เขียนแต่ละท่าน”

บทบรรณาธิการ

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี เป็นวารสารที่ได้รับการประเมินคุณภาพอยู่ใน กลุ่มที่ 2 จากศูนย์ดัชนีการอ้างอิงวารสารไทย (TCI) มีวัตถุประสงค์เพื่อเผยแพร่บทความวิจัยและบทความวิชาการของคณาจารย์ นักวิจัย นักวิชาการและนักศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กำหนดจัดพิมพ์ออกเผยแพร่ ปีละ 3 ฉบับ (มกราคม-เมษายน, พฤษภาคม-สิงหาคม และ กันยายน-ธันวาคม) ตามลำดับ ในวารสารฉบับนี้ ซึ่งเป็นฉบับที่ 1 ปีที่ 9 ประจำปี พ.ศ. 2564 มีบทความวิจัยรวมจำนวน 9 บทความ ซึ่งมีเนื้อหาครอบคลุมทั้งด้านวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์ประยุกต์ วิทยาศาสตร์สุขภาพ วิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม เกษตรศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์

กองบรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี ขอขอบคุณผู้เขียนบทความวิจัยที่ได้ร่วมส่งบทความตีพิมพ์ในวารสารฉบับนี้ และขอขอบคุณคณะกรรมการผู้ทรงคุณวุฒิที่ได้ตรวจบทความในวารสาร กองบรรณาธิการฯ หวังเป็นอย่างยิ่งว่าวารสารฉบับนี้จะเป็นประโยชน์สำหรับผู้อ่านทุกท่าน และขอเชิญชวนผู้ที่สนใจ ทั้งคณาจารย์ นักวิจัย นักวิชาการและนักศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ส่งบทความตีพิมพ์ผ่านระบบจัดการวารสารออนไลน์ได้ตลอดทั้งปี ที่เว็บไซต์วารสาร www.tci-thaijo.org/index.php/scudru

ฤทธิชัย พิล้าไชย

บรรณาธิการ

สารบัญ

หน้า

การเปรียบเทียบตัวทำลายในการแยกอะลูมิเนียมฟอยล์ และพลาสติกพอลิเอทิลีน จากบรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชที พัทธนันท์ นาถพิณีจ	1
ผลของ BA ต่อการเจริญและพัฒนาของตาข้างกุหลาบหนู (<i>Rosa chinensis</i> Jacq. var. <i>minima</i> Voss) ในหลอดทดลอง สวิตา วันหวัง, มณฑารพ สุชาธรรม, ชเนศ วรรณะ, ธราธร ธีรขุติ และ ศิริรัตน์ พักปากน้ำ	19
การพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากการผลิตก๊าซชีวภาพด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ พิมพ์พรรณ อำพันธ์ทอง, เสริมศิริ ปราบเสร็จ และ ลลิตพัทธ์ สุขเรือน	31
ฤทธิ์ส่งเสริมการเจริญเติบโตของ <i>Peanibacillus</i> sp. BSR ₁₋₁ และกรดแนฟทาลีน อะซีติกต่อเห็บเปิดใหญ่ที่เลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียม และไทรทอนเอ็กซ์-100 ชนิษฐา สมตระกูล, อภิเดช แสงดี และ วราภรณ์ นุ้ยฉาย	47
คณิตศาสตร์กับการทำแห กรณีศึกษา : อ่าวบ้านดอน สุรินทร์ สมณะ	61
การแก้ไขปัญหาสมการการเคลื่อนที่ของไฮเซนเบิร์กของอนุภาคที่ถูกบังคับด้วยแรง ฮาร์โมนิกออสซิลเลเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับเวลาโดยใช้ตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะ ปิยรัตน์ มุลศรี, มณฑนา ดีนา และ อาทิตย์ หูเต็ม	75
ข้อสังเกตหนึ่งของสมการเชิงฟังก์ชันที่เกี่ยวกับการกรองดิจิทัล ชนิษฐา เน้นอุดร	89

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
ความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนในเขตวัดป่าวังเกาะแก่ง จังหวัดมหาสารคาม ณภาพัช ไชยน้ำอ้อม, นิศากร รังมาตย์, สมัชญา เนตรวงศ์ และ พิณฐชา ก้อนศรี	103
ผลของถ่านไม้มะม่วงชีวภาพต่อการเจริญเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดข้าวเหนียว เยาวพล ชุมพล และ โฉมยง ไชยอุบล	113

การเปรียบเทียบตัวทำละลายในการแยกอะลูมิเนียมฟอยล์ และพลาสติกพอลิเอทิลีน จากบรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชที

COMPARISON OF SOLVENTS TO SEPARATE ALUMINUM FOIL AND POLYETHYLENE PLASTIC FROM UHT BEVERAGE PACKAGING

พัทธนันท์ นาถพิณี*

Patthanant Natpinit

ศูนย์เชี่ยวชาญนวัตกรรมพลังงานสะอาดและสิ่งแวดล้อม, สถาบันวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย
Expert Centre of Innovative Clean Energy and Environment, Thailand Institute of Scientific and
Technological Research

Received: 12 May 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อเปรียบเทียบตัวทำละลายที่เหมาะสมต่อการแยกอะลูมิเนียมฟอยล์และพลาสติกพอลิเอทิลีนออกจากบรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชที ปัจจัยที่ศึกษา ได้แก่ 1) ชนิดของตัวทำละลาย เช่น ตัวทำละลายอินทรีย์ผสม ระหว่าง เบนซีน เอทานอล และน้ำ, กรดอินทรีย์รวมกับกรดอินทรีย์ เช่น กรดอะซิติก กรดไนตริก และน้ำ และกรดอินทรีย์เดี่ยว คือ กรดอะซิติก เป็นต้น 2) ความเข้มข้นของตัวทำละลาย และ 3) ระยะเวลาในการแยก เป็นต้น ที่มีผลต่อร้อยละการนำกลับมาได้ และร้อยละการสูญเสีย ผลการวิจัยพบว่า ตัวทำละลายอินทรีย์ผสมทั้ง 3 ชนิดนี้ สามารถนำมาแยกอะลูมิเนียม ฟอยล์ออกจากพลาสติกพอลิเอทิลีนได้ โดยอาศัยหลักการละลายของตัวทำละลายที่มีขั้ว และไม่มีขั้ว ซึ่งตัวทำละลายไม่มีขั้วจะสร้างแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลตัวทำละลายกับพลาสติกพอลิเอทิลีน ส่วนตัวทำละลายที่มีขั้วและมีความเป็นกรด จะสร้างแรงดึงดูดไอออนิกระหว่างตัวทำละลายและอะลูมิเนียมออกไซด์ จึงทำให้พลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์แยกออกจากกันได้ โดยตัวทำละลายอินทรีย์ผสมระหว่าง เบนซีน เอทานอล และน้ำ ที่สัดส่วน 35:35:30

* ผู้ประสานงาน: พัทธนันท์ นาถพิณี

อีเมล: patthanant_n@tistr.or.th

โดยปริมาตร ที่อุณหภูมิ 60°C เวลา 60 นาที สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ มีร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุดที่ 57.78 และร้อยละการสูญเสียที่ 2.68 แต่ยังไม่สามารถแยกแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ได้หมด สำหรับกรดอินทรีย์ ร่วมกับกรดอินทรีย์ระหว่างกรดอะซิติกและกรดไนตริก ที่ความเข้มข้นร้อยละ 5 และ 4 โดยปริมาตร ตามลำดับ ที่อุณหภูมิ 60°C เวลา 30 นาที สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ มีร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุดที่ 74.20 และร้อยละการสูญเสียต่ำสุดที่ 3.55 แต่ยังคงมีแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์เหลืออยู่ สำหรับงานวิจัยนี้สรุปได้ว่า กรดอินทรีย์ร่วมกับกรดอินทรีย์ คือ กรดอะซิติก ร้อยละ 10 โดยปริมาตร รวมกับกรดไนตริก ร้อยละ 2 โดยปริมาตร ที่อุณหภูมิ 60°C เวลา 60 นาที มีร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุดที่ 98.50 และร้อยละการสูญเสียต่ำสุดที่ 1.50 นอกจากนี้กรดอินทรีย์เดี่ยว เช่น กรดอะซิติก ร้อยละ 10 โดยปริมาตร ที่อุณหภูมิ 60°C เวลา 120 นาที มีร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุดที่ 98.04 และร้อยละการสูญเสียต่ำสุดที่ 1.96 ซึ่งไม่มีแผ่นพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์เหลืออยู่เลย โดยตัวทำละลายทั้งสองชนิดนี้เหมาะสมที่จะนำมาแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์จากบรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชทีได้

คำสำคัญ: แผ่นพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์, กรดอะซิติก, กรดไนตริก, เบนซีน, เอทานอล

Abstract

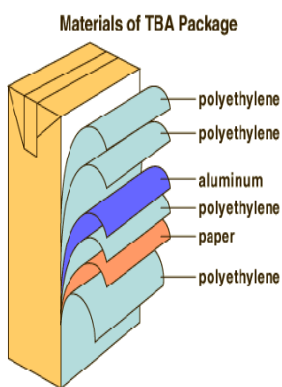
This research aimed to compare the suitable solvent to separate aluminium foil and polyethylene plastic from UHT beverage packaging. The parameters studied were as follows: 1) solvent types; blended organic solvents among benzene, ethanol, and water; mixtures of organic and inorganic acid prepared from acetic acid and nitric acid in the presence of water; and a single organic acid as acetic acid; 2) solvent concentrations; and 3) separating time affecting recovery and loss percentages resulted by those parameters were evaluated. The results reveal that all blended organic solvents could be used to separate aluminium foil from polyethylene plastic based on the principle of dissolution of polar and non-polar solvents. The non-polar solvents created an

interaction between the solvent molecule and the polyethylene plastic, while the polar solvent with the acidity formed the ionic interaction with aluminium oxide which caused the polyethylene plastic be separated from aluminium foil. The blended organic solvents consisted of benzene, ethanol and water with the ratio of 35:35:30 at 60° C for 60 minutes could separate polyethylene plastic from aluminium foil. The highest recovery percentage and the loss percentage of 57.78% and 2.68%, respectively, could be obtained. However, the separation process was not complete at this ratio. The mixtures of organic and inorganic acid prepared from 5 vol% of acetic acid, 4 vol% of nitric acid, and water at 60° C for 30 minutes could separate polyethylene plastic and aluminium foil. Likewise, the highest recovery percentage and the loss percentage of 74.20% and 3.55%, respectively, could be obtained. The separation process was not complete at this ratio also. For this research, it could be concluded that the organic acid combined with inorganic acid using 10 vol% of acetic acid and 2 vol% of nitric acid at 60° C for 60 minutes performed the highest recovery percentage of 98.50% and the lowest loss percentage of 1.50%. Moreover, the single organic acids, e.g., 10 vol% of acetic acid at 60° C for 120 minutes performed the highest recovery percentage of 98.04% and the lowest loss percentage of 1.96% without unseparated sample left. Thus, both solvent types were suitable to separate polyethylene plastics and aluminum foils from UHT beverage packaging.

Keywords: plastic aluminium foil sheet, acetic acid, nitric acid, benzene, ethanol

บทนำ

บรรจุภัณฑ์ปลอดเชื้อ หรือบรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชที โดยส่วนใหญ่จะใช้บรรจุนมหรือเครื่องดื่ม เพื่อที่จะสามารถเก็บรักษาได้ในอุณหภูมิห้อง เรียกกันง่าย ๆ ว่ากล่อง UHT ซึ่งเป็นกล่องบรรจุอาหารที่ผ่านกระบวนการฆ่าเชื้อที่ให้ความร้อนสูง เป็นเวลาสั้น ๆ ประมาณ 1-2 วินาที ที่อุณหภูมิ 135°ซ. หรือที่เรียกว่า ultra-high-temperature processing หรือ ultra-heat treatment ทำให้สามารถเก็บรักษาอาหารไว้ได้นาน 6-9 เดือน (Burton, 1994) จากความต้องการบริโภคผลผลิตน้ำนมดิบของไทยภายในประเทศตั้งแต่ปี 2557-2561 ความต้องการบริโภคนมมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นร้อยละ 1.62 ต่อปี ในปี 2561 มีปริมาณการบริโภคนมเป็น 1,233,483 ตัน เพิ่มขึ้นจากปี 2560 ร้อยละ 3.55 และในปี 2562 คาดว่ามีปริมาณการบริโภคนมเป็น 1,332,180 ตัน เพิ่มขึ้นจากปี 2561 ร้อยละ 8.00 (สำนักวิจัยเศรษฐกิจการเกษตร, 2562) จะเห็นได้ว่าการที่ความต้องการบริโภคนมในประเทศไทยเพิ่มขึ้น แสดงว่าปริมาณการใช้บรรจุภัณฑ์ปลอดเชื้อมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกัน ซึ่งก่อให้เกิดปริมาณขยะที่มีกระดาษ พลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์เพิ่มมากขึ้นด้วย โดยการจัดบรรจุภัณฑ์เหล่านี้ในธรรมชาติเกิดการย่อยสลายได้ยาก มีอันตรายเนื่องจากมีอะลูมิเนียมฟอยล์ผสมอยู่ และเป็นปัญหาในการนำไปเผาเพื่อกำจัดขยะ ทำให้ไม่สามารถกำจัดขยะเหล่านี้ได้อย่างถูกต้องและปลอดภัย โดยส่วนใหญ่บรรจุภัณฑ์ประเภทนี้มีกระดาษ พลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์เป็นส่วนประกอบ ในปริมาณร้อยละ 75, 20 และ 5 ตามลำดับ (Gordon, 1996) นำมาเรียงกันเป็นชั้น ๆ 6 ชั้น ดังรูปที่ 1 โดยแต่ละชั้นมีหน้าที่ดังนี้



- ชั้นที่ 1 คือ ชั้นของพลาสติกพอลิเอทิลีนที่มีลักษณะเป็นฟิล์มบางเคลือบด้านนอกเพื่อป้องกันความชื้นจากภายนอก
- ชั้นที่ 2 คือ ชั้นของกระดาษ เพื่อขึ้นรูปเป็นรูปทรงของกล่องในรูปแบบต่าง ๆ เพื่อความแข็งแรง และพิมพ์ฉลาก
- ชั้นที่ 3 คือ ชั้นของพลาสติกพอลิเอทิลีน เป็นตัวเชื่อมประสานกระดาษกับอะลูมิเนียมฟอยล์ เพื่อให้กล่องแน่นสนิท
- ชั้นที่ 4 คือ ชั้นของอะลูมิเนียมฟอยล์ เพื่อป้องกันอากาศ (ออกซิเจน) แสงสว่าง และกลิ่นจากภายนอก
- ชั้นที่ 5 คือ ชั้นของพลาสติกพอลิเอทิลีน เป็นตัวเชื่อมประสานอะลูมิเนียมฟอยล์กับพลาสติกชั้นในสุด
- ชั้นที่ 6 คือ ชั้นของพลาสติกพอลิเอทิลีนชั้นในสุด เพื่อป้องกันการรั่วซึมของนมที่อยู่ในกล่อง

รูปที่ 1 ส่วนประกอบของบรรจุภัณฑ์ปลอดเชื้อ

ที่มา: Abreu (2002)

ในปัจจุบันได้มีการวิจัยและพัฒนาวิธีการแยกกระดาษ พลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ออกจากกัน โดยสามารถแยกกระดาษออกจากบรรจุภัณฑ์เหล่านี้ได้ โดยใช้วิธีการปั่นแยก หรือตีเยื่อกระดาษ (Cui, 2006) แต่พลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ ยังไม่สามารถแยกกันได้ ซึ่งได้มีการศึกษาวิธีการแยกพลาสติก และอะลูมิเนียมฟอยล์ โดยวิธีการต่าง ๆ โดยเฉพาะการใช้ตัวทำละลาย ซึ่งสามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนออกจากอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ (Han, 2007; Wang & Wang, 2005) ตัวทำละลายที่ใช้มีหลายประเภท เช่น ตัวทำละลายอินทรีย์ สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน ออกจากอะลูมิเนียมฟอยล์ (Zhang et al., 2011) หรือตัวทำละลายอนินทรีย์ เช่น กรดอินทรีย์ หรือกรดเกลือ สามารถแยกอะลูมิเนียมฟอยล์ออกจากพลาสติกพอลิเอทิลีน (Yan et al., 2015) นอกจากนี้ยังมีการศึกษาวิธีการแยกแบบอื่น ๆ เช่น การให้ความร้อนด้วยน้ำ ภายใต้แรงดัน และอุณหภูมิสูง ซึ่งสามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ (Prawisudha et al., 2014)

การใช้ตัวทำละลายอินทรีย์ เช่น เบนซีน อะซิโตน เมทิลเบนซีน หรือตัวทำละลายผสมเหล่านี้ สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนออกจากอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ แต่จะมีแนวโน้มที่จะสูญเสียพอลิเอทิลีน (Zhang et al., 2012) นอกจากนี้ยังได้มีการพัฒนาตัวทำละลายผสมระหว่างเบนซีน เอทิลแอลกอฮอล์ และน้ำ ในการแยกพลาสติกและอะลูมิเนียมฟอยล์ โดยมีสัดส่วนร้อยละเบนซีน ต่อ เอทิลแอลกอฮอล์ ต่อ น้ำ อยู่ในช่วง 30-60 : 20-50 : 20-50 ซึ่งสามารถแยกออกจากกันได้อัตรา 100 ที่อุณหภูมิ 60° ซ. ขึ้นไป ใช้เวลาอย่างน้อย 6 นาที ภายใต้ความดัน (Zhang et al., 2014)

วิธีการกลู่งแร่ โดยใช้กรดอินทรีย์ เช่น กรดเกลือ หรือกรดไนตริก เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่น่ามาประยุกต์ใช้ในการแยกอะลูมิเนียมฟอยล์ออกจากพลาสติกพอลิเอทิลีน โดยทำการละลายแผ่นฟิล์มอะลูมิเนียมออกไซด์ออกจากพลาสติก (Wang, 2006) ให้อยู่ในรูปของอะลูมิเนียมไอออน ดังสมการ $Al_2O_3 + 6H^+ = 2Al^{3+} + 3H_2O$ (Xiao, 2015) และนำอะลูมิเนียมกลับมาได้ โดยใช้เคมีไฟฟ้ามาแยกอะลูมิเนียมออกจากสารละลายอีกครั้ง (Wang et al., 2017) ซึ่งพบว่ากรดไฮโดรคลอริก ความเข้มข้น 6 โมลาร์ สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนออกมาได้หมด โดยทำการแช่ในสารละลายกรดที่อุณหภูมิห้องอย่างน้อย 8 ชั่วโมง (Kinkaew & Apichartpattanasiri, 2018) นอกจากนี้การใช้ตัวทำละลายกรดอินทรีย์ เป็นอีกทางเลือกหนึ่งในการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนออกจากอะลูมิเนียมฟอยล์ เพื่อลดการสูญเสียอะลูมิเนียมจากการใช้กรดอินทรีย์ ซึ่งนิยมใช้กรดอะซิติก โดยแช่บรรจุภัณฑ์ที่มีพลาสติก

และพอล์ลงในกรดอะซีติกความเข้มข้นร้อยละ 3 ที่อุณหภูมิห้อง ซึ่งใช้เวลาอย่างน้อย 4 วัน ในการที่พลาสติกเริ่มแยกตัวออกจากอะลูมิเนียมพอล์ (Olafsson et al., 1993) การใช้ตัว ทำละลายผสมระหว่างกรดอินทรีย์และกรดอนินทรีย์ เช่น กรดอะซีติกกร่วมกับกรดไนตริก สามารถช่วยลดระยะเวลาในการแยกอะลูมิเนียมพอล์ลง แต่มีการสูญเสียอะลูมิเนียมมากขึ้น (Xiao, 2015)

ดังนั้นงานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบตัวทำละลายอินทรีย์ผสมระหว่าง เบนซีน เอทานอล และน้ำ กรดอินทรีย์ร่วมกับกรดอนินทรีย์ เช่น กรดอะซีติก กรดไนตริก และน้ำ และกรดอินทรีย์เดี่ยว เช่น กรดอะซีติก เป็นต้น ในการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมพอล์ โดยศึกษาปัจจัยที่เหมาะสมของความเข้มข้นของตัวทำละลาย และ ระยะเวลาในการแยกที่มีผลต่อร้อยละการนำกลับมาได้ และร้อยละการสูญเสีย

วิธีดำเนินการวิจัย

การเตรียมแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอล์

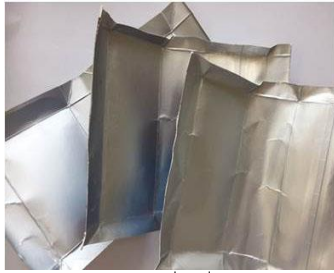
นำกล่องเครื่องตีมูเซอที่ คือ กล่องนม มาแยกกระดาษออก ด้วยการนำกล่องนมที่ ล้างทำความสะอาดแล้วมาอัดเป็นก้อนขนาดใหญ่ 1x1 เมตร แล้วนำไปปั่นตีเยื่อในน้ำ ด้วยเครื่อง hydropulper ซึ่งมีความเร็วรอบสูง (Cui, 2006) เพื่อตีปั่นเยื่อกระดาษแยกออกมาได้ 100% จะได้แผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอล์ ดังรูปที่ 2

การวิเคราะห์ส่วนประกอบของแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอล์

ชั่งน้ำหนักตัวอย่างเริ่มต้นประมาณ 0.1-0.2 กรัม นำไปเผาที่อุณหภูมิ 1,073 เคลวิน (800° ซ.) ด้วยอัตราการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิที่ 10 เคลวินต่อนาที (Prawisudha et al., 2014) ทิ้งไว้ให้เย็น แล้วนำไปใส่ในเดซิเคเตอร์ ชั่งน้ำหนักส่วนที่เหลือ นำไปคำนวณหาร้อย ละพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมพอล์เริ่มต้น โดยน้ำหนักที่หายไป คือ น้ำหนัก พลาสติกพอลิเอทิลีน ส่วนน้ำหนักที่เหลืออยู่ คือ น้ำหนักอะลูมิเนียมพอล์

การศึกษาชนิดของตัวทำละลาย ความเข้มข้น และเวลาที่ใช้

ในการทดลองได้เตรียมแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอล์ขนาด 2x2 ซม. กำหนดให้มีสัดส่วนของแข็งต่อของเหลวที่ร้อยละ 1 โดยน้ำหนักต่อปริมาตร คือ ใช้แผ่น ตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอล์ประมาณ 1 กรัม ต่อปริมาตรตัวทำละลาย 100 มิลลิลิตร ชนิดของตัวทำละลาย ความเข้มข้นหรือปริมาตร และเวลาที่ใช้ แสดงได้ดังตารางที่ 1 และ 2



ก.บรรจุภัณฑ์เครื่องดื่มยูเอชที



ข. แผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์

รูปที่ 2 ตัวอย่างแผ่นพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ที่ใช้

ตารางที่ 1 สัดส่วนของตัวทำละลายอินทรีย์ผสมระหว่าง เบนซีน เอทานอล และน้ำ ที่ใช้ในการแยกพลาสติกและอะลูมิเนียมฟอยล์ที่เวลา 60 นาที อุณหภูมิ 60°C .

ตัวอย่างที่	เบนซีน (มล.)	เอทานอล (มล.)	น้ำ (มล.)
1	30	20	50
2	35	35	30
3	40	10	50
4	30	30	40
5	30	10	60
6	30	40	30

ขั้นตอนการทดลอง

ซึ่งแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ 1 กรัม ใส่ในขวดรูปชมพู่ เดิมตัวทำละลายตามปริมาตรและสัดส่วนที่แสดงดังตารางที่ 1 และ 2 (ตัวอย่างละ 3 ซ้ำ) โดยตัวทำละลายอินทรีย์ผสมระหว่างเบนซีน เอทานอล และน้ำ มีสัดส่วนของเบนซีนต่อเอทานอลต่อน้ำอยู่ในช่วงร้อยละ 30-40 : 10-40 : 30-60 ส่วนตัวทำละลายอินทรีย์ผสมอินทรีย์ระหว่างกรดอะซิติกและกรดไนตริก มีสัดส่วนของกรดอะซิติกต่อกรดไนตริก อยู่ในช่วงร้อยละ 5-10 : 0-5 นำขวดรูปชมพู่ที่ได้ใส่ในเครื่องเขย่าอ่างน้ำควบคุมอุณหภูมิ (water bath shaker) โดยควบคุมอุณหภูมิที่ 60°C . ทดลองตามระยะเวลาที่กำหนด หลังจากนั้นทำการกรองแยกพลาสติก และอะลูมิเนียมฟอยล์ออกจากตัวทำละลาย แล้วล้างทำความสะอาดด้วยน้ำอย่างน้อย 3 ครั้ง จากนั้นทำการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน อะลูมิเนียมฟอยล์ และแผ่นตัวอย่าง

พลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ที่เหลืออยู่โดยการแช่น้ำ พลาสติกพอลิเอทิลีนจะลอยอยู่ด้านบน อะลูมิเนียมฟอยล์จมตัวอยู่ด้านล่าง ส่วนแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์จะอยู่ตรงกลาง

ตารางที่ 2 สัดส่วนของตัวทำละลายกรดอินทรีย์รวมกับกรดอนินทรีย์ คือ กรดอะซิติก กรดไนตริก และน้ำ ที่ใช้ในการแยกพลาสติกและอะลูมิเนียมฟอยล์ ที่อุณหภูมิ 60° ซ. ระยะเวลาต่าง ๆ

ตัวอย่าง ที่	กรด อะซิติก (มล.)	กรด ไนตริก (มล.)	น้ำ (มล.)	เวลา (นาท.)	ตัวอย่าง ที่	กรด อะซิติก (มล.)	กรด ไนตริก (มล.)	น้ำ (มล.)	เวลา (นาท.)
1	5	0	95	60	8	10	3	90	60
2	5	2	95	60	9	10	4	90	30
3	5	3	95	60	10	10	5	90	30
4	5	4	95	30	11	10	0	90	60
5	5	5	95	30	12	10	0	90	90
6	10	2	90	30	13	10	0	90	120
7	10	2	90	60	14	10	0	90	180

ขั้นตอนการหาร้อยละการนำกลับมาได้ และร้อยละการสูญเสียอะลูมิเนียม

นำตัวอย่างพลาสติกพอลิเอทิลีน อะลูมิเนียมฟอยล์ และแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ที่เหลือไปอบที่อุณหภูมิ 60° ซ เป็นเวลา 2 ชั่วโมง แล้วนำไปใส่ในตู้เดซิเคเตอร์อย่างน้อย 24 ชั่วโมง นำมาชั่งน้ำหนักตัวอย่างแต่ละประเภทที่ได้ จดบันทึกไว้ แล้วนำไปคำนวณหา ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน ร้อยละอะลูมิเนียมฟอยล์ ร้อยละตัวอย่างที่เหลือโดยใช้วิธีคำนวณ ดังตารางที่ 3

ขั้นตอนการวิเคราะห์เชิงสถิติ

วิเคราะห์ความแปรปรวนแบบทางเดียว (One – way analysis of variance) เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของร้อยละการนำกลับมาได้ และร้อยละการสูญเสียของแต่ละกลุ่มตัวอย่าง ให้ได้สภาวะที่เหมาะสมที่ให้ร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุด และร้อยละการสูญเสียต่ำสุด

ตารางที่ 3 การคำนวณร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์ ร้อยละตัวอย่างที่เหลือ ร้อยละการนำกลับมาได้ และร้อยละการสูญเสีย

การคำนวณ	วิธีคำนวณ
ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน	นน.พลาสติกที่ได้ $\times$ 100/นน.แผ่นตัวอย่างเริ่มต้น
ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์	นน.อะลูมิเนียมพอยล์ที่ได้ $\times$ 100/นน.แผ่นตัวอย่างเริ่มต้น
ร้อยละตัวอย่างที่เหลือ	นน.ตัวอย่างที่เหลือ $\times$ 100/นน.แผ่นตัวอย่างเริ่มต้น
ร้อยละการนำกลับมาได้	ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน + ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์
ร้อยละการสูญเสีย	100 - (ร้อยละการนำกลับมาได้ + ร้อยละตัวอย่างที่เหลือ)

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากตารางที่ 4 พบว่า ส่วนประกอบของแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอยล์ ประกอบด้วย พลาสติกพอลิเอทิลีนเฉลี่ยร้อยละ 77.69 ± 0.55 และอะลูมิเนียมพอยล์เฉลี่ยร้อยละ 22.31 ± 0.32 เมื่อทำการแยกโดยวิธีการฉีกดึง พบว่าประกอบด้วยพลาสติกพอลิเอทิลีน 2 ชั้น เคลือบอยู่บนแผ่นอะลูมิเนียมพอยล์ทั้ง 2 ด้าน (Abreu, 2002) ซึ่งเชื่อมติดกันด้วยอะลูมิเนียมออกไซด์บนพื้นผิวของอะลูมิเนียมพอยล์ (Wang, 2006) ทำให้ยากต่อการแยก เนื่องจากแผ่นอะลูมิเนียมมีความหนาน้อยมาก เมื่อเทียบกับแผ่นพลาสติกพอลิเอทิลีน ถ้าใช้แรงดึง พลาสติกพอลิเอทิลีนจะขาด และอะลูมิเนียมพอยล์จะแตกเป็นชิ้นเล็กละเอียด

ตารางที่ 4 ส่วนประกอบของแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอยล์

ส่วนประกอบ	ค่าเฉลี่ย	SD
ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน	77.69	0.55
ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์	22.31	0.32

ผลการทดลองการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมพอยล์ด้วยตัวทำละลายอินทรีย์ผสม แสดงได้ดังตารางที่ 5 พบว่าตัวอย่างที่ใช้สัดส่วนเบนซีนต่อเอทานอลต่อน้ำที่ 35 : 35 : 30 ได้ร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุดที่ 57.78 ร้อยละการสูญเสียต่ำที่สุดที่ 2.68 โดยมีร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีนเท่ากับ 43.29 ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์เท่ากับ 14.49 และร้อยละแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมพอยล์ที่เหลืออยู่เท่ากับ 39.54 เมื่อเปรียบเทียบกับตัวอย่างอื่น ๆ พบว่าการใช้สัดส่วนตัวทำละลายผสมนี้ทำให้ได้ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมพอยล์สูงสุด เนื่องจากเบนซีนเป็นตัวทำละลายที่ไม่มีขั้ว

สามารถละลายพลาสติกพอลิเอทิลีนได้ดี (Yang et al., 2005) ส่วนเอทานอลเป็นตัวทำละลายที่มีขั้วและไม่มีขั้ว สามารถละลายในน้ำและเบนซีนได้ในสัดส่วนที่เหมาะสมจะทำให้ตัวทำละลายนี้สามารถเป็นสารละลายเนื้อเดียวกันได้ (Su et al., 2010) จึงเพิ่มประสิทธิภาพในการเป็นตัวทำละลายเพื่อลดแรงดึงดูดระหว่างพลาสติกพอลิเอทิลีนกับอะลูมิเนียมฟอยล์

ดังนั้นเมื่อแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ ถูกนำมาแชในตัวทำละลายอินทรีย์ผสมนี้ที่สัดส่วน 35 : 35 : 30 ตัวทำละลายเบนซีนจะเข้าไปทำลายแรงดึงดูดของพลาสติกพอลิเอทิลีนกับอะลูมิเนียมฟอยล์ลง เนื่องจากหลักการละลายของตัวทำละลายไม่มีขั้ว คือ ตัวถูกละลายที่ไม่มีขั้วจะละลายในตัวทำละลายที่ไม่มีขั้ว เพราะแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลไม่มีขั้วเป็นแรงแวนเดอร์วาลส์ (Van der Waals force) เหมือนกัน (Hansen, 1999) ทำให้เกิดแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลของพลาสติกพอลิเอทิลีนกับตัวทำละลายเบนซีน มากกว่าอะลูมิเนียมฟอยล์ จึงสามารถแยกออกจากกันได้ (Zhang et al., 2014) ส่วนอะลูมิเนียมฟอยล์เมื่อแยกออกมาแล้วจะไม่ละลายในตัวทำละลายทั้ง 3 ชนิด จึงสามารถนำทั้งพลาสติกพอลิเอทิลีนและอะลูมิเนียมฟอยล์กลับมาได้มากที่สุด ในส่วนของการสูญเสียจากการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนและอะลูมิเนียมฟอยล์โดยการใช้เบนซีนเป็นตัวทำละลายผสมนั้น พบว่า ร้อยละการสูญเสียเท่ากับ 2.68 ซึ่งเกิดขึ้นได้จาก พลาสติกพอลิเอทิลีนบางส่วนสามารถละลายได้ในตัวทำละลายเบนซีน ทำให้เกิดการสูญเสียน้ำหนักของผลิตภัณฑ์หลังผ่านการแยกเล็กน้อย ซึ่งผลการทดลองนี้สามารถยืนยันการเกิดกลไกระหว่างตัวทำละลายเบนซีนกับพลาสติกพอลิเอทิลีนซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดการแยกระหว่างพลาสติกพอลิเอทิลีนกับอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ เมื่อใช้ตัวทำละลายผสมที่มีเบนซีนเป็นองค์ประกอบ

จากตารางที่ 5 พบว่า สัดส่วนเบนซีนต่อเอทานอลต่อน้ำที่ 30 : 20 : 50 และ 35 : 35 : 30 มีร้อยละการนำกลับมาได้ไม่แตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) แต่ร้อยละการสูญเสียแตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) ทั้งนี้สัดส่วนของเบนซีนเพิ่มขึ้น ทำให้ร้อยละการสูญเสียเพิ่มมากขึ้นด้วย (Zhang et al., 2014) เมื่อพิจารณาสัดส่วนที่ 40 : 10 : 50 และ 30 : 10 : 60 พบว่า มีร้อยละการนำกลับมาได้ไม่แตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) แต่ร้อยละการสูญเสียแตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) เช่นเดียวกัน แต่มีร้อยละการนำกลับมาได้ต่ำกว่า และร้อยละการสูญเสียสูงกว่า ทั้งนี้เนื่องจากสัดส่วนของเอทานอลลดลงทำให้ตัวทำละลายไม่เป็น

เนื้อเดียวกัน โดยเบนซินเป็นตัวทำละลายที่ไม่มีขั้ว ส่วนเอทานอลเป็นตัวทำละลายที่มีขั้วและไม่มีขั้ว น้ำเป็นตัวทำละลายมีขั้ว เมื่อสัดส่วนของเอทานอลน้อยลงทำให้ความสามารถในการละลายของเบนซินในตัวทำละลายผสมนี้ลดลง โอกาสที่ตัวทำละลายเบนซินจะสัมผัสกับพลาสติกพอลิเอทิลีนอย่างทั่วถึงจึงน้อยลง ส่งผลให้ความสามารถในการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนและอะลูมิเนียมฟอยล์ลดลงตามไปด้วย และการที่สัดส่วนเบนซิน สูงขึ้นทำให้สามารถละลายพลาสติกพอลิเอทิลีนได้มากขึ้น ร้อยละการสูญเสียจึงสูงขึ้น (Zhang et al., 2014)

เมื่อพิจารณาสัดส่วนที่ 30 : 40 : 30 พบว่า ร้อยละการสูญเสียไม่แตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) กับสัดส่วนที่ 30 : 10 : 60 และ 30 : 20 : 50 แต่มีร้อยละการนำกลับมาได้ต่ำที่สุด ทั้งนี้เบนซินมีสัดส่วนที่เท่ากันจึงละลายพลาสติกพอลิเอทิลีนได้ใกล้เคียงกัน เมื่อพลาสติกพอลิเอทิลีนละลายในเบนซินจะทำให้แรงดึงดูดระหว่างพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ลดลง จึงทำให้สามารถแยกออกจากกันได้ (Zhang et al., 2014) ดังรูปที่ 3 การเคลือบอะลูมิเนียมฟอยล์ด้วยพลาสติกพอลิเอทิลีน เกิดขึ้นด้วยแรงทางกลที่เกิดขึ้นจากความดัน และอุณหภูมิ (Abreu, 2002) ทำให้เกิดอะลูมิเนียมออกไซด์ที่พื้นผิวของอะลูมิเนียมฟอยล์ พลาสติกพอลิเอทิลีนจึงสามารถเชื่อมติดกับอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ (Wang, 2006). ทำให้ยากต่อการแยกด้วยตัวทำละลายอินทรีย์ผสม เนื่องจากไม่มีความเป็นกรด ไม่สามารถทำลายแรงดึงดูดของอะลูมิเนียมออกไซด์กับพลาสติกพอลิเอทิลีนได้ (Yan et al., 2015)

ตารางที่ 5 ผลการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ เมื่อใช้ตัวทำละลายอินทรีย์ผสม

ตัวอย่างที่	เบนซิน :เอทานอล :น้ำ	ร้อยละ พลาสติก	ร้อยละ อะลูมิเนียมฟอยล์	ร้อยละ เหลือ	ร้อยละการ นำกลับมาได้	ร้อยละการ สูญเสีย
1	30:20:50	43.26	11.77	37.39	55.03 ^d	7.58 ^c
2	35:35:30	43.29	14.49	39.54	57.78 ^d	2.68 ^a
3	40:10:50	37.49	9.61	43.96	47.10 ^b	8.93 ^d
4	30:30:40	42.26	9.60	43.63	51.86 ^c	4.51 ^b
5	30:10:60	38.22	10.73	43.48	48.94 ^b	7.58 ^c
6	30:40:30	29.49	8.81	54.34	38.30 ^a	7.36 ^c

หมายเหตุ a,b,c,d กลุ่มตัวอย่างที่มีความแตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$)



ก. พลาสติกพอลิเอทิลีนที่ได้



ข. อะลูมิเนียมฟอยล์ที่ได้



ค. แผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ที่เหลือ

รูปที่ 3 พลาสติกพอลิเอทิลีน อะลูมิเนียมฟอยล์ และแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ ที่เหลือจากการแยกด้วยตัวทำละลายอินทรีย์ผสม

ตารางที่ 6 ผลการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ เมื่อใช้ตัวทำละลายกรดอินทรีย์รวมกับการคือนินทรีย์ และกรดอินทรีย์เดียวเป็นตัวทำละลาย

ตัวอย่างที่	กรดอะซิติก : กรดไนตริก : เวลา	ร้อยละ พลาสติก	ร้อยละ อะลูมิเนียมฟอยล์	ร้อยละที่เหลือ	ร้อยละการนำกลับมาได้	ร้อยละการสูญเสีย
1	5:0:60	27.40	6.51	54.94	33.90 ^a	11.15 ^j
2	5:2:60	51.95	9.33	30.24	61.27 ^c	8.48 ^h
3	5:3:60	58.96	15.92	13.63	74.89 ^d	11.48 ^k
4	5:4:30	59.05	15.15	22.25	74.20 ^d	3.55 ^e
5	5:5:30	70.49	5.45	0.00	75.94 ^d	24.06 ^l
6	10:2:30	61.84	17.03	12.14	78.87 ^d	8.99 ⁱ
7	10:2:60	77.84	20.20	0.00	98.04^f	1.96^c
8	10:3:60	68.51	22.98	3.08	91.48 ^e	5.44 ^f
9	10:4:30	57.23	19.96	16.48	77.19 ^d	6.34 ^g
10	10:5:30	70.65	23.13	0.00	93.78 ^e	6.22 ^g
11	10:0:60	40.30	11.64	46.91	51.94 ^b	1.15 ^a
12	10:0:90	71.63	20.90	3.74	92.53 ^e	3.73 ^e
13	10:0:120	78.15	20.35	0.00	98.50^f	1.50^b
14	10:0:180	77.57	20.16	0.00	97.72 ^f	2.28 ^d

หมายเหตุ a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l กลุ่มตัวอย่างที่มีความแตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$)

กรดอินทรีย์หรือกรดอะซีติก เป็นตัวทำละลายที่มีขั้วและไม่มีขั้ว เช่นเดียวกับเอทานอล แต่มีฤทธิ์เป็นกรด ซึ่งจะละลุมิเนียมออกไซด์สามารถละลายน้ำได้ในสภาวะที่เป็นกรด (Wang, 2006). จึงมีแนวโน้มที่จะทำให้อะลูมิเนียมออกไซด์สามารถแตกตัวเป็นไอออน ดังสมการ $Al_2O_3 + 6H^+ = 2Al^{3+} + 3H_2O$ (Xiao et al., 2015) ซึ่งมีแรงดึงดูดระหว่างไอออน ทำให้ละลายในตัวทำละลายที่มีขั้วแรงได้ดีกว่าตัวทำละลายที่มีขั้วน้อย และกรดอะซีติกเป็นตัวทำละลายที่มีขั้วน้อย และมีฤทธิ์เป็นกรดอ่อน ดังนั้นการสูญเสียอะลูมิเนียมจึงน้อยกว่ากรดอินทรีย์ที่เป็นตัวทำละลายที่มีขั้วแรง และมีฤทธิ์ความเป็นกรดที่แรงกว่า (Yan et al., 2015)

จากตารางที่ 6 ตัวอย่างที่สัดส่วนกรดอะซีติกต่อกรดไนตริกต่อเวลาที่ 5 : 0 : 60 พบว่า กรดอะซีติกเพียงชนิดเดียว สามารถแยกอะลูมิเนียมพอยล์ออกจากพลาสติกพอลิเอทิลีนได้ ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์เท่ากับ 6.51 ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีนเท่ากับ 27.40 แต่ยังมีแผ่นพลาสติกเหลืออยู่ร้อยละ 54.96 ร้อยละการสูญเสียสูงถึง 11.15 และร้อยละการนำกลับมาได้ออยู่ที่ 33.90 แสดงว่ากรดอะซีติกความเข้มข้นร้อยละ 5 โดยปริมาตร ยังคงมีความเป็นกรดต่ำ เมื่อเพิ่มความเป็นกรดด้วยกรดไนตริกตามสัดส่วนที่ 5 : 2 : 60 และ 5 : 3 : 60 พบว่า ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน ร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์ ร้อยละการนำกลับมาได้ และร้อยละการสูญเสียเพิ่มมากขึ้น ตามลำดับ ส่งผลให้ร้อยละที่เหลือลดลงตามลำดับ แสดงว่าเมื่อกรดไนตริกมากขึ้น ตัวทำละลายจะมีความเป็นกรดเพิ่มสูงขึ้น (Wang et al, 2015) รวมทั้งเวลาในการละลาย 60 นาทีค่อนข้างยาวนาน จึงทำให้อัตราการละลายของอะลูมิเนียมพอยล์เพิ่มสูงขึ้น (Xiao et al., 2015)

เมื่อลดระยะเวลาจาก 60 นาที เป็น 30 นาที และเพิ่มกรดไนตริกที่สัดส่วน 5 : 4 : 30 และ 5 : 5 : 30 พบว่ามีแนวโน้มเช่นเดียวกับตัวอย่างที่ 2 และ 3 เนื่องจากตัวทำละลายมีความเป็นกรดมากขึ้น แรงดึงดูดไอออนิกระหว่างโมเลกุลของตัวทำละลาย และอะลูมิเนียมออกไซด์มีค่าสูงขึ้น จึงทำให้อะลูมิเนียมพอยล์สามารถแยกออกจากพลาสติกพอลิเอทิลีนได้เป็นอย่างดี (Wang, 2006) โดยเฉพาะตัวอย่างที่สัดส่วนกรดอะซีติกต่อกรดไนตริกต่อเวลาที่ 5 : 5 : 30 สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมได้หมด ซึ่งร้อยละที่เหลือเป็นศูนย์ และมีร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีนเท่ากับ 70.49 และร้อยละการนำกลับมาได้เท่ากับ 75.94 ซึ่งสูงสุดในสัดส่วนที่ใช้กรดอะซีติกร้อยละ 5 โดยปริมาตร แต่มีร้อยละการสูญเสียสูงสุดที่ 24.06 และร้อยละอะลูมิเนียมพอยล์ต่ำสุดที่ 5.45 นอกจากนี้พบว่าร้อยละการนำกลับมาได้ของตัวอย่างที่สัดส่วนเป็น 5 : 3 : 60, 5 : 4 : 30 และ 5 : 5 : 30 ไม่แตกต่างกันทาง

สถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) ดังนั้นสัดส่วนกรดอะซีติกต่อกรดไนตริกต่อเวลาที่เหมาะสมในการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์อยู่ที่ 5 : 4 : 30 ซึ่งมีร้อยละการนำกลับมาได้เท่ากับ 74.20 และร้อยละการสูญเสียต่ำสุดที่ 3.55 ได้ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีนเท่ากับ 59.05 ร้อยละอะลูมิเนียมฟอยล์เท่ากับ 15.15 แต่มีแผ่นตัวอย่างเหลืออยู่ร้อยละ 22.25 ดังรูปที่ 4



ก. พลาสติกพอลิเอทิลีนที่ได้



ข. อะลูมิเนียมฟอยล์ที่ได้



ค. แผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ที่เหลือ

รูปที่ 4 พลาสติกพอลิเอทิลีน อะลูมิเนียมฟอยล์ และแผ่นตัวอย่างพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์ที่เหลือจากการแยกด้วยตัวทำละลายกรดอินทรีย์

จากตารางที่ 6 เมื่อเพิ่มความเข้มข้นของกรดอะซีติกให้สูงขึ้นเป็นร้อยละ 10 โดยมีกรดไนตริกร้อยละ 2 พบว่าเมื่อเวลามากขึ้นจาก 30 เป็น 60 นาที ร้อยละการนำกลับมาได้เพิ่มสูงขึ้นจาก 78.87 เป็น 98.04 และร้อยละการสูญเสียลดลงจาก 8.99 เป็น 1.96 ซึ่งมีค่าต่ำสุด นอกจากนี้ตัวอย่างที่สัดส่วนกรดอะซีติกต่อกรดไนตริกต่อเวลาเป็น 10 : 2 : 60 สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้หมด ได้ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์เท่ากับ 77.84 และ 20.20 ตามลำดับ ในทำนองเดียวกันเมื่อเพิ่มความเข้มข้นของกรดไนตริกมากขึ้น และลดระยะเวลาลง พบว่า ตัวอย่างที่สัดส่วนเป็น 10 : 5 : 30 สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้หมดเช่นเดียวกัน แต่มีร้อยละการสูญเสียเท่ากับ 6.22 ซึ่งสูงกว่า เนื่องจากตัวทำละลายมีความเป็นกรดสูงขึ้น จึงเกิดแรงดึงดูดไอออนิก ระหว่างโมเลกุลตัวทำละลายกับอะลูมิเนียมออกไซด์ได้มากกว่า ทำให้สูญเสียอะลูมิเนียมฟอยล์มากขึ้น (Wang, 2006)

เมื่อลดกรดไนตริกลง หรือใช้ตัวทำละลายกรดอินทรีย์เดี่ยว คือ กรดอะซิติกที่ร้อยละ 10 โดยปริมาตร และเพิ่มระยะเวลาให้มากขึ้นจาก 60 เป็น 90, 120 และ 180 นาที ที่ระยะเวลา 60 นาที ของตัวทำละลายกรดอินทรีย์เดี่ยว พบว่า ร้อยละการนำกลับมาได้ลดลง จาก 98.04 เป็น 51.94 และร้อยละที่เหลือมีสูงถึง 46.91 แสดงว่าความเป็นกรด และระยะเวลาไม่เพียงพอ ในการลดแรงดึงดูดระหว่างพลาสติกพอลิเอทิลีนกับอะลูมิเนียมฟอยล์ (Yan et al., 2015) เมื่อเพิ่มระยะเวลาให้มากขึ้น พบว่า ร้อยละการนำกลับมาได้ ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน และร้อยละอะลูมิเนียมเพิ่มมากขึ้น ส่งผลให้ร้อยละที่เหลือ และร้อยละการสูญเสียลดลง ตามลำดับ นอกจากนี้ยังพบว่า ที่ระยะเวลา 120 และ 180 นาที ร้อยละการนำกลับมาได้ไม่แตกต่างกันทางสถิติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ($\alpha=0.01$) แต่ร้อยละการสูญเสียที่เวลา 180 นาทีสูงกว่าที่ 120 นาที เนื่องจากระยะเวลาที่ยาวนานขึ้น แรงดึงดูดไอออนิกระหว่างโมเลกุลตัวทำละลายกับอะลูมิเนียมออกไซด์เกิดได้มากขึ้น ส่งผลให้อะลูมิเนียมฟอยล์สูญเสียมากขึ้นเช่นกัน (Wang, 2006) ดังนั้นเห็นได้ว่าการใช้ตัวทำละลายกรดอินทรีย์เดี่ยวที่กรดอะซิติกร้อยละ 10 ที่เวลา 120 นาที เป็นตัวทำละลายที่เหมาะสมในการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ เนื่องจากสามารถลดแรงดึงดูดระหว่างพลาสติกพอลิเอทิลีนกับอะลูมิเนียมฟอยล์ได้อย่างดี พลาสติกพอลิเอทิลีนจึงแยกออกจากอะลูมิเนียมฟอยล์ได้หมด (Yan et al., 2015) และได้ร้อยละพลาสติกพอลิเอทิลีน ร้อยละอะลูมิเนียมฟอยล์ และร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุดเป็น 78.15, 20.35 และ 98.50 ตามลำดับ และร้อยละการสูญเสียน้อยที่สุดที่ 1.50 โดยที่ไม่เหลือแผ่นพลาสติกอะลูมิเนียมฟอยล์อีก

สรุปผลการวิจัย

จากงานวิจัยนี้สรุปได้ว่า ตัวทำละลายอินทรีย์ผสมกรดอินทรีย์ผสมกับกรดอินทรีย์กรดอินทรีย์เดี่ยว สามารถนำมาแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนและอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ โดยตัวทำละลายอินทรีย์ผสมระหว่างเบนซีน เอทานอล และน้ำ ที่สัดส่วน 35 : 35 : 30 ที่อุณหภูมิ 60° ซ เวลา 60 นาที สามารถแยกพลาสติก และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้ มีร้อยละการนำกลับมาได้ที่ 57.78 ทำให้พลาสติกพอลิเอทิลีนอ่อนตัวลง และแยกตัวออกมาจากอะลูมิเนียมฟอยล์ จึงทำให้สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนออกมาจากอะลูมิเนียมฟอยล์ได้สำหรับกรดอินทรีย์ คือ กรดอะซิติก เป็นตัวทำละลายที่มีขี้ และไม่มีขี้ ซึ่งมีความเป็นกรดไม่สูงมากเพื่อให้สามารถ

ลดแรงดึงดูดระหว่างพลาสติกพอลิเอทิลีนกับอะลูมิเนียมฟอยล์ ทำได้โดยเพิ่มระยะเวลาการแยกให้มากขึ้นหรือเพิ่มกรดอินทรีย์ เช่น กรดไนตริก พร้อมกับลดระยะเวลาการแยก เพื่อลดการสูญเสียอะลูมิเนียมฟอยล์ เนื่องจากหลักการแยกเป็นการเพิ่มแรงไอออนิกให้กับตัวทำละลาย กรดอะซีติก ให้สามารถสร้างแรงดึงดูดไอออนิกระหว่างโมเลกุลของกรดอะซีติก และอะลูมิเนียมออกไซด์ให้สูงกว่าแรงดึงดูดระหว่างโมเลกุลพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมออกไซด์ สำหรับงานวิจัยนี้ได้สองตัวทำละลายที่เหมาะสมในการแยกพลาสติกพอลิเอทิลีนและอะลูมิเนียมฟอยล์ คือ กรดอินทรีย์เดี่ยวหรือกรดอะซีติกความเข้มข้นร้อยละ 10 โดยปริมาตร ใช้ระยะเวลา 120 นาที ที่อุณหภูมิ 60°C และกรดอินทรีย์รวมกับกรดอินทรีย์ คือ กรดอะซีติก ร้อยละ 10 โดยปริมาตร ผสมกับกรดไนตริกร้อยละ 2 โดยปริมาตร ใช้ระยะเวลา 60 นาที ที่อุณหภูมิ 60°C จะมีร้อยละการนำกลับมาได้สูงสุด และร้อยละการสูญเสียต่ำสุด โดยที่สามารถแยกพลาสติกพอลิเอทิลีน และอะลูมิเนียมฟอยล์ได้หมด โดยมีร้อยละการนำกลับมาได้กับร้อยละการสูญเสียเป็น 98.04 กับ 1.96 และ 98.50 กับ 1.50 ตามลำดับ

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยจากสถาบันวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย

เอกสารอ้างอิง

- สำนักวิจัยเศรษฐกิจการเกษตร. (2562) สถานการณ์โคนมโลกและไทย ปี 2562. สืบค้นเมื่อวันที่ 5 เมษายน 2563, จาก <http://dairydevelopmentprogram.weebly.com/blog-36153634361936603617362636403586/-2562>
- Abreu, M. (2002). Recycling of tetra pak aseptic cartons. Retrieved April 5, 2020 from http://www.researchgate.net/publication/268399248_Recycling_of_Tetra_Pak_Aseptic_cartons
- Burton, H. (1994). Ultra-high-temperature processing of milk and milk products. Chapman & Hall.
- Cui, Z. W. (2006). Recovery of aseptic paper packaging. *China Pulp. Paper Ind.*, 27, 80–81.

- Gordon, L. (1996). The environmental profile of tetra pack aseptic cartons. *China Packag*, 16, 29–31.
- Han, Z. F. (2007). *Separation reagent of aluminum–plastic composite films*. Patent CN1903965.
- Hansen, C. M. (1999). *Hansen solubility parameters (chapter 11, pp. 204–206)*. A User's Handbook. CRC Press.
- Kinkaew, C., & Apichartpattanasiri, S. (2018). Recycling of aluminum and plastic from laminated aluminum packaging films by metallurgy method. In: *Proceedings of The 3rd National Conference. RTUNC 2018*, 25 May 2018. Ubonrachathani, Thailand. p. 297-304.
- Olafsson, G., Jägerstad, M., Öste, R., & Wesslén, B. (1993). Delamination of polyethylene and aluminium foil layers of laminated packaging materials by acetic acid. *J. Food Science*, 5(1), 215-219.
- Prawisudha, P., Mu-min, G. F., Yoshikawa, K., & Pasel, A. D. (2014). Experimental study on separation of metal layer in aluminum plastic packaging by employing hydrothermal process. Retrieved April 5, 2020, from <https://pdfs.semanticscholar.org/73dc/e3b6c9c000728e6920f6437f42a067eabd39.pdf>
- Su ,Y. H., Hu, H. Y., & Duan, A. H. (2010). Separation and purification of benzene–ethanol–water waste liquid. *J. Yunnan Normal University*, 40, 59–62.
- Wang, C., Wang, H., & Liu, Y. (2015). Separation of aluminum and plastic by metallurgy method for recycling waste pharmaceutical blisters. *J. Cleaner Production*, 102, 378-383.
- Wang, C. C., & Wang, P. (2005). Recovery and reuse technology of polyethylene–aluminum composite packing materials. *J. Beijing Instit. Civil Eng. Arch*, 21, 63–64.
- Wang, L. (2006). Discussion on production and recovery of Tetra Pak. *Packag. Eng*, 27, 79–81.

- Wang, Z., Gao, B., Yang, Y., Tao, W., Liu, F., Shi, Z., & Hu, X. (2017). Studies on waste heat recovery in aluminum electrolysis. Retrieved April 5, 2020, from https://www.researchgate.net/publication/320280843_Studies_on_Waste_Heat_Recovery_in_Aluminum_Electrolysis.
- Xiao, J., Li, F., Zhong, Q., Bao, H., Wang, B., Huang, J., & Zhang, Y. (2015). Separation of aluminum and silica from coal gangue by elevated temperature acid leaching for the preparation of alumina and SiC. *Hydrometallurgy*, 155, 118-124.
- Yan, D., Peng, Z., Liu, Y., Li, L., Huang, Q., Xie, M., & Wang, Q. (2015). Optimizing and developing a continuous separation system for the wet process separation of aluminum and polyethylene in aseptic composite packaging waste. *Waste Management*, 35, 21-28.
- Yang, T., Zhou, C. S., & Zhu, X. (2005). The critical behavior of benzene–water–ethanol ternary solutions. *Acta Physica et Chimica Sinica*, 21, 439-442.
- Zhang, S. F., Mei, X. X., & Zhang, L. L. (2012). Research progress of separations technology of aluminum-plastic in aseptic composite packaging. *China Pulp & Paper*, 31, 65-68.
- Zhang, S. F., Zhang, L. L., Luo, K., Sun, Z. X., & Mei, X. X. (2014). Separation properties of aluminium– plastic laminates in post-consumer Tetra Pak with mixed organic solvent. *Waste Management & Research*, 1-6.
- Zhang, S. F., Zhang, L. L., & Mei, X.X. (2011). Research on aluminum–plastic separation process with benzyl alcohol-water method. *China Pulp. Paper Ind.*, 32, 43-46

ผลของ BA ต่อการเจริญและพัฒนาของตาข้างกุหลาบหนู (*Rosa chinensis*
Jacq. var. minima Voss) ในหลอดทดลอง
EFFECT OF BA ON GROWTH AND DEVELOPMENT OF *IN VITRO* LATERAL
BUDS OF MINIATURE ROSE (*ROSA CHINENSIS* JACQ. VAR. MINIMA VOSS)

สวิตา วันหวัง¹, มณฑารพ สุธาธรรม¹, ชเนศ วรรณะ¹, ธราธร ทิระขุฑิต²
และ ศิริรัตน์ พักปากน้ำ^{1,*}

Sawita Wanhwang¹, Montarop Sudhadham¹, Chanate Wanna¹,
Tharathon Teerakathiti² and Sirirat Phakpaknam^{1,*}

¹ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสวนสุนันทา

² ศูนย์พันธุศาสตร์และเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.)

¹ Faculty of Science and Technology, Suan Sunandha Rajabhat University

² Laboratory Molecular Genetics and Plant Biotechnology, National Science and Technology
Development Agency (NSTDA)

Received: 12 June 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการเพาะเลี้ยงตาข้างกุหลาบหนูบนอาหารกึ่งแข็ง Murashige and Skoog (MS) 1962 ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ความเข้มข้น 0, 1, 3 และ 5 มิลลิกรัมต่อลิตร เพาะเลี้ยงในสภาพปลอดเชื้อ ที่อุณหภูมิ 25±2 องศาเซลเซียส ให้แสง 16 ชั่วโมงต่อวัน ความเข้มแสง 2000 ลักซ์ เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ผลการศึกษาพบว่า ชิ้นส่วนตาข้างที่เพาะเลี้ยงบนอาหาร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA 3 มิลลิกรัมต่อลิตร สามารถชักนำให้เกิดยอดใหม่ที่มีความสมบูรณ์มากที่สุดเฉลี่ย 16.9 ยอดต่อชิ้นส่วน และให้ค่าเฉลี่ยความสูงยอดมากที่สุด 4.03 เซนติเมตร แตกต่างจากชุดควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และจากการนำต้นกล้ากุหลาบหนูที่เกิดใหม่จากการ

* ผู้ประสานงาน: ศิริรัตน์ พักปากน้ำ

อีเมล: sirirat.ph@ssru.ac.th

เพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อย้ายออกปลูกในสภาพแวดล้อมภายนอก พบว่าต้นกล้าสามารถปรับตัวและเจริญเติบโตได้ดี เมื่อผ่านไป 6 สัปดาห์ โดยมีอัตราการรอดชีวิต 80 เปอร์เซ็นต์

คำสำคัญ: กุหลาบหนู, เพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช, สารควบคุมการเจริญเติบโต

Abstract

The purpose of this research was to investigate *In vitro* lateral buds of miniature roses culturing in semi-solid Murashige and Skoog (MS) 1962 medium supplemented with 0, 1, 3 and 5 mg/l and incubated at 25 ± 2 °C under 16-hour photoperiod of 2000 lux light intensity for 6 weeks. The results found that the growth of the lateral bud *in vitro* culturing in MS medium in combination with 3 mg/l BA could induce the most complete new shoots on the average of 16.9 shoots per component with the highest average height of 4.03 cm which was significantly different from those of the control treatment at 95% of confidence level. On transferring young shoots of miniature roses from the culturing environment to grow in the external environment, it was found that the young plants could adapt and grew well with 80 % survival.

Keywords: Miniature Rose, Plant tissue culture, Plant growth regulator

บทนำ

กุหลาบหนูเป็นที่รู้จักในประเทศไทยมานานหลายสิบปีแรกเริ่มผลิตในหมู่นักวิชาการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ หน่วยราชการสังกัดกระทรวงเกษตรและสหกรณ์ การผลิตมีทั้งแบบทำให้กุหลาบหนูออกดอกในขวด หรือปลูกในกระถางเพื่อเป็นของฝาก ต่อมาจึงมีภาคเอกชนสนใจมองเห็นช่องทางธุรกิจนำไปผลิตเป็นการค้าซึ่งเน้นที่สายพันธุ์ดอกสีแดงเป็นส่วนใหญ่ แต่ผลผลิตบางช่วงของกุหลาบที่ออกมาไม่เพียงพอต่อความต้องการของตลาดและยังมีความเสี่ยง เช่น เกิดโรคและถูกรุกรานจากแมลง ทำให้ราคาตกต่ำ (รัตนา ขามฤทธิ์ และ อนุญา กิ่งหลักเมือง, 2561)

การผลิตกุหลาบจิ๋ว หรือ เบบี้โรส หมายถึง การนำกุหลาบในกลุ่มกุหลาบหนู (Miniature Rose) ที่มีการจำหน่ายในตลาดการค้าทั่วไป คัดเลือกพันธุ์ที่มีทรงพุ่มกะทัดรัด ออกดอกสวยงาม ความสูงประมาณ 2-3 เซนติเมตร มาผ่านกระบวนการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช ซึ่งเป็นวิธีการขยายพันธุ์พืชวิธีหนึ่งที่สามารถทำให้ได้ต้นกุหลาบหนูจำนวนมากในเวลาอันสั้น สามารถนำไปปลูกเลี้ยงในภาชนะขนาดเล็ก และเจริญเติบโตได้รวดเร็ว ออกดอกสวยงาม เหมือนต้นแม่พันธุ์เดิม (วรันธุ์ เสนิงวงศ์ ณ อยุธยา, 2562)

การขยายพันธุ์กุหลาบจิ๋วนั้นปัจจุบันจะใช้วิธีการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ เนื่องจากใช้เวลาไม่มากผลที่ได้จะเกิดความผันแปรน้อยและสามารถขยายพันธุ์ได้ครั้งละมากๆ การเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อโดยการใช้สารควบคุมการเจริญเติบโตที่เหมาะสมจะสามารถทำให้กุหลาบมีการแตกยอดมากขึ้นกว่าการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อทั่วไป โดย สุภาวดี งามสูตร และคณะ (2560) พบว่า สารควบคุมการเจริญเติบโต BA ที่ระดับความเข้มข้น 3 มิลลิกรัมต่อลิตรมีอัตราการรอดชีวิตของกุหลาบหนูดอกสีแดงในขวดทดลองถึง 93.3% นอกจากทำให้ได้ผลผลิตที่ดีตรงตามความต้องการแล้วยังทำให้เพียงพอต่อความต้องการของตลาดเพื่อพัฒนาในเชิงพาณิชย์

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาผลของ BA ที่เหมาะสมต่อการชักนำยอดกุหลาบหนู
2. เพื่อศึกษาอัตราการรอดชีวิตของต้นกล้ากุหลาบหนู ที่ได้จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อหลังออกปลูก

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาปริมาณความเข้มข้นของสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ที่เหมาะสมต่อการชักนำยอด

ต้นกุหลาบหนูในสภาพปลอดเชื้อได้รับความอนุเคราะห์จากศูนย์พันธุ์วิศวกรรมและเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) ซึ่งเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อบนอาหารสูตร MS (Murashige & Skoog, 1962) มาตัดแต่งเอาส่วนตาข้างของกุหลาบ ให้มีความยาวประมาณ 1 เซนติเมตร ปักลงบนอาหารสูตร MS ร่วมกับสารควบคุมการเจริญเติบโตของพืช ได้แก่ BA

ทรีทเมนต์ที่ 1 MS ที่ไม่ได้เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต

ทรีทเมนต์ที่ 2 MS ที่เติม BA ความเข้มข้น 1 มิลลิกรัมต่อลิตร

ทรีทเมนต์ที่ 3 MS ที่เติม BA ความเข้มข้น 3 มิลลิกรัมต่อลิตร

ทรีทเมนต์ที่ 4 MS ที่เติม BA ความเข้มข้น 5 มิลลิกรัมต่อลิตร

วางแผนการทดลองแบบ completely randomized design (CRD) ทำการทดลองความทรีทเมนต์ละ 3 ซ้ำ จำนวนซ้ำละ 4 ตัวอย่าง เพาะเลี้ยงในสภาวะห้องที่มีอุณหภูมิ 25 ± 2 องศาเซลเซียส ให้ได้รับแสงเป็นเวลา 16 ชั่วโมงต่อวัน ความเข้มแสง 2,000 ลักซ์

บันทึกผลการเปลี่ยนแปลงทางสัณฐานวิทยา โดยนับจำนวนยอดและวัดความสูงของต้นทุกๆ สัปดาห์ เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ผลที่ได้นำไปวิเคราะห์ค่าทางสถิติด้วยโปรแกรม SPSS เวอร์ชัน 23.0 แบบ One-way ANOVA ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยของข้อมูลด้วยวิธี Tukey's HSD Test เพื่อหาความแตกต่างผลของสารควบคุมการเจริญเติบโตในการชักนำยอดและความสูงของต้นกล้ากุหลาบหนู

2. ศึกษาอัตราการรอดชีวิตของต้นกล้ากุหลาบหนูหลังออกปลูก

คัดเลือกต้นกล้ากุหลาบหนู ที่ได้จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ นำออกปลูกทดสอบในเรือนเพาะชำ เพื่อศึกษาความสามารถในการเจริญเติบโต โดยเลือกต้นที่สมบูรณ์แข็งแรงและขนาดใกล้เคียงกัน ความสูงประมาณ 4 เซนติเมตร และมีการแตกของใบประมาณ 3 ช่อขึ้นไป หลังจากนั้นนำต้นที่ได้ไปไปแช่น้ำยากันราความเข้มข้น 1% เป็นเวลา 1 นาที เอาลงวัสดุปลูกประกอบด้วย ดิน : แกลบ : ทราย ในอัตราส่วน 2 : 1 : 1 โดยใช้ภาชนะปลูกเป็นจำนวน 50 ต้น คลุมด้วยถุงพลาสติกใสขนาดใหญ่ฉีดพรมน้ำพอให้ดินชุ่ม ผูกถุงในลักษณะแนวตั้ง นำไปวางในโรงเรือนบริเวณที่มีแสงแดดส่องถึง เพาะเลี้ยงภายในถุงเป็นเวลา 4 สัปดาห์ จึงนำถุงออก และเพาะเลี้ยงต่อจนต้นกุหลาบหนู อายุ 6 สัปดาห์ บันทึกผลการทดลอง

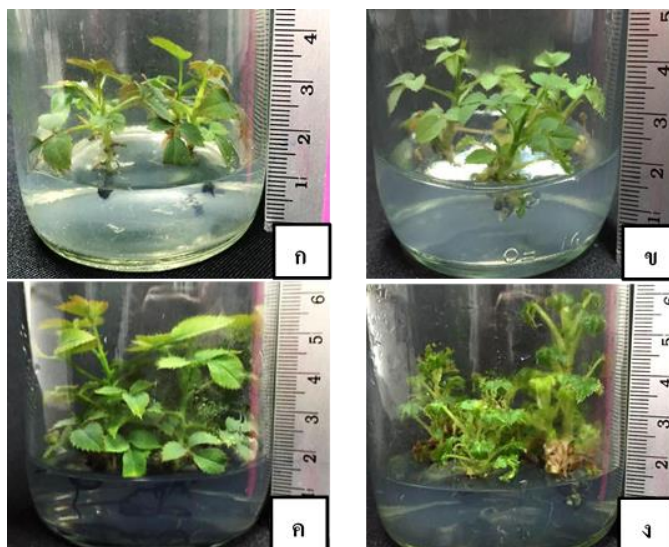
ผลการวิจัยและอภิปรายผล

1. ศึกษาปริมาณความเข้มข้นของสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ที่เหมาะสมต่อการชักนำยอด

ผลของสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ที่ความเข้มข้นต่างๆ ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ทรีทเมนต์ คือ MS ที่ไม่ได้เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต และ MS ที่เติมสารควบคุมการ

เจริญเติบโต BA ความเข้มข้น 1, 3, และ 5 มิลลิกรัมต่อลิตร หลังจากเพาะเลี้ยงเป็นเวลา 6 สัปดาห์ พบว่า ต้นกุหลาบหนูเริ่มมีการแตกยอดใหม่ โดยมีจำนวนยอดและลักษณะดังนี้

กุหลาบหนูที่เพาะเลี้ยงในอาหารสูตร MS ที่ไม่ได้เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต พบว่าต้นเกิดการแตกตาข้างได้ค่อนข้างสม่ำเสมอ ลักษณะลำต้น และใบมีสีเขียว ลำต้นแข็งแรงสมบูรณ์ (ภาพที่ 1 ก) มีจำนวนยอดเฉลี่ยเท่ากับ 8.6 ยอดต่อชิ้นส่วน ความสูงเฉลี่ย 3.27 เซนติเมตร กุหลาบหนูในอาหารสูตร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ความเข้มข้น 1 มิลลิกรัมต่อลิตร พบว่า ต้นกุหลาบหนู ใบมีสีเขียวและสีเขียวอ่อน (ภาพที่ 1 ข) มีจำนวนยอดเฉลี่ยเท่ากับ 13.4 ยอดต่อชิ้นส่วน มีความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 3.17 เซนติเมตร กุหลาบหนูในอาหารสูตร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ความเข้มข้น 3 มิลลิกรัมต่อลิตร พบว่า ลักษณะลำต้นของต้นกุหลาบหนู มีความแข็งแรง ใบที่มีสีเขียวและสีเขียวอ่อน มีการเจริญของรากออกมาเล็กน้อย มีจำนวนยอดเฉลี่ยเท่ากับ 16.9 ยอดต่อชิ้นส่วน ความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 4.03 เซนติเมตร (ภาพที่ 1 ค) ซึ่งจำนวนการเกิดยอดและความสูงของสูตรอาหารนี้มีความแตกต่างจากชุดควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

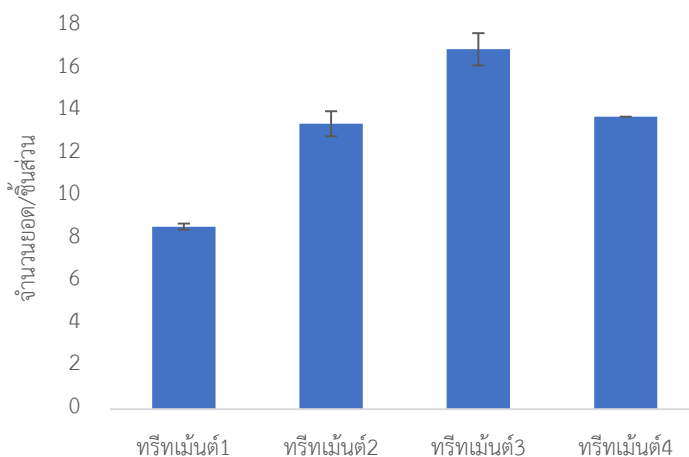


ภาพที่ 1 ลักษณะต้นกุหลาบหนูที่ได้จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อในสูตรอาหารต่างๆ เป็นเวลา 6 สัปดาห์ ก) MS ที่ไม่ได้เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต ข) MS ที่เติม BA 1 มิลลิกรัมต่อลิตร ค) MS ที่เติม BA 3 มิลลิกรัมต่อลิตร ง) MS ที่เติม BA 5 มิลลิกรัมต่อลิตร

ส่วนกุหลาบหนูในอาหารสูตร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ความเข้มข้น 5 มิลลิกรัมต่อลิตร พบว่า ลำต้นมีสีน้ำตาล ลำต้นเล็ก ลักษณะของใบมีความหยิกงอ ใบมีสีเขียวอ่อนและมีสีเหลือง มีจำนวนยอดเฉลี่ยเท่ากับ 13.8 ยอดต่อชิ้นส่วน ความสูงเฉลี่ยเท่ากับ 3.17 เซนติเมตร (ภาพที่ 1 ง)

จากการชักนำให้เกิดยอดโดยใช้ชิ้นส่วนตาข้างของกุหลาบหนูเพาะเลี้ยงบนอาหารสูตร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโตในระดับความเข้มข้นที่แตกต่างกัน พบว่า การใช้สารควบคุมการเจริญเติบโต BA ที่ระดับความเข้มข้นต่างๆสามารถชักนำให้เกิดยอดได้จำนวนมาก เป็นผลมาจากสารควบคุมการเจริญเติบโต BA นั้นเป็นสารกลุ่มไซโตไคนิน สามารถกระตุ้นการแบ่งเซลล์ เร่งการขยายของเซลล์ กระตุ้นการเจริญเติบโตของตาข้าง (บุญยืน กิจวิจารณ์, 2547) สารควบคุมการเจริญเติบโต BA มีประสิทธิภาพ ในการชักนำตาข้าง พัฒนาไปเป็นยอดได้จำนวนมาก เนื่องจากไปเพิ่มการสังเคราะห์ tRNA ที่มีความเกี่ยวข้องกับกระบวนการสังเคราะห์โปรตีน โดยเฉพาะโปรตีน ที่มีความสำคัญต่อการแบ่งเซลล์ มีผลต่อการชักนำการเกิดยอดใหม่จำนวนมากได้ (ฉัตรมณี สังข์สุวรรณ และคณะ, 2551) โดยอาหารสูตร MS ที่เติม BA 3 มิลลิกรัมต่อลิตร สามารถชักนำให้เกิดยอดได้มากที่สุดเฉลี่ยเท่ากับ 16.9 ยอดต่อชิ้นส่วน โดยที่ปริมาณ BA ที่ระดับความเข้มข้น 1 และ 5 มิลลิกรัมต่อลิตร จะชักนำให้เกิดยอดได้น้อยกว่า สอดคล้องกับ Farahani et al. (2012) ที่ทำการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อตาข้างกุหลาบบนอาหารที่มี BA ความเข้มข้นต่างๆ ในช่วงทำการทดลองพบว่า BA 2 มิลลิกรัมต่อลิตร เป็นสารที่เหมาะสมกับต้นกล้ามากที่สุด Mok et al. (2014) กล่าวว่าเนื่องจากในเนื้อเยื่อพืชมีไซโตไคนินอยู่แล้ว การเพิ่มจากภายนอกเข้าไปจะทำให้ปริมาณไซโตไคนินภายในเนื้อเยื่อสูงเกินไป จึงไปมีผลต่อการกระตุ้นการทำงานของเอนไซม์บางชนิดมากเกินไปจนเกิดอันตรายต่อชิ้นส่วนพืช มีผลกับยอดที่เกิดขึ้นได้ สอดคล้อง พีรเดช ทองอำไพ (2529) การใช้ BA ในระดับความเข้มข้นที่สูงเกินไป มีผลให้จำนวนยอดลดลง ในทำนองเดียวกัน Kim et al. (2003) พบว่า BA ที่ความเข้มข้นน้อยกว่า 0.5 ถึง 1.5 มิลลิกรัมต่อลิตร จะไปกระตุ้นการเติบโตของตาในกุหลาบ 6 สายพันธุ์ (*Rosa hybrida* L. cv. "Sequoia Ruby", "Play Boy") แต่ BA ที่ความเข้มข้นสูงกว่า 2.5 - 4 มิลลิกรัมต่อลิตร จะไปยับยั้งการเจริญเติบโตของต้นกล้า และกุหลาบหนูบนอาหารสูตร MS ที่ BA ระดับความเข้มข้น 3 มิลลิกรัมต่อลิตร ยังมีการเกิดรากอีกด้วย เช่นเดียวกับ Pikulthong et al. (2018) ได้ทำการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ *Alternanthera* sp. ในอาหาร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA 3

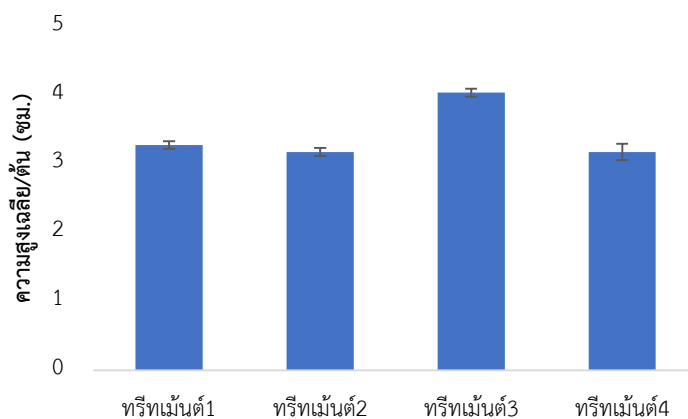
มิลลิกรัมต่อลิตร สามารถชักนำให้เกิดยอดและรากได้ ในการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืชหากใช้ สัดส่วนของออกซินและไซโตไคนินที่เหมาะสม เนื้อเยื่อจะเจริญเติบโตเป็นต้นที่มีรากได้ขึ้นกับ ชนิดของพืชและชิ้นเนื้อเยื่อนำมาเพาะเลี้ยง (กาญจนาрі พงษ์ฉวี และ ณฐกร ประดิษฐ์สรรพ, 2547) การทดลองพบว่ากุหลาบหนูที่เพาะเลี้ยงบนอาหารสูตร MS ร่วมกับ BA ที่ระดับความเข้มข้น 5 มิลลิกรัมต่อลิตร ทำให้ลำต้นเล็ก ลักษณะของใบมีความหยิกงอ ยอดที่เกิดขึ้นมีลักษณะไม่สมบูรณ์ ในการทดลองจะสังเกตได้ว่า การใช้สารควบคุมการเจริญเติบโตในระดับความเข้มข้นที่เหมาะสมกับกุหลาบหนูจะทำให้ยอดที่เกิดขึ้นจำนวนมาก มีการเกิดราก ต้นที่ได้มีความสมบูรณ์ บุญเย็น กิจวิจารณ์ (2547) ได้กล่าวว่า อัตราส่วนของสารควบคุมการเจริญเติบโตทั้งออกซินและไซโตไคนินที่ช่วยกระตุ้นให้เกิดรากและต้น ไม่สามารถใช้เป็นเกณฑ์เหมือนกันได้ทั่วไปแต่ละพืชมีความต้องการชนิดและความเข้มข้นของออกซินและไซโตไคนินเพื่อกระตุ้นให้เกิดรูปร่างนั้นแตกต่างกัน การใช้สารควบคุมการเจริญเติบโตของพืชในการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อจะต้องมีการศึกษาหาความเหมาะสม ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับชนิดพืช และชิ้นส่วนเนื้อเยื่อนำมาเพาะเลี้ยง



ภาพที่ 2 ค่าเฉลี่ยจำนวนยอดของกุหลาบหนูเพาะเลี้ยงบนอาหารสูตร MS ที่เติม BA ในปริมาณความเข้มข้นต่างๆ เป็นเวลา 6 สัปดาห์

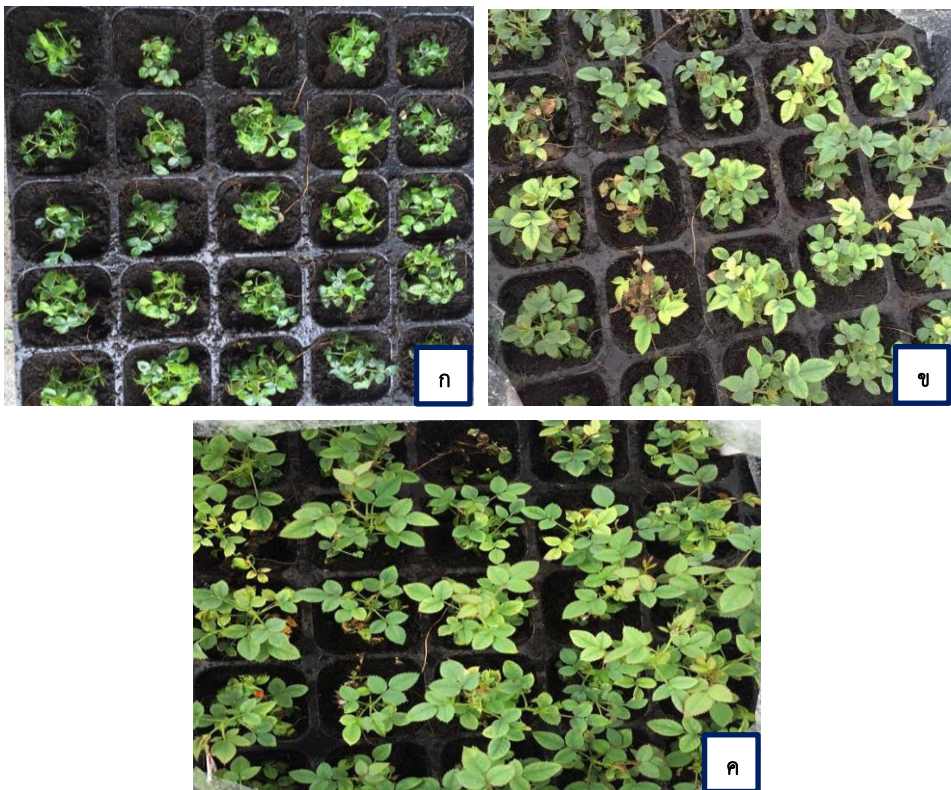
2. ศึกษาอัตราการรอดชีวิตของกุหลาบหนูหลังออกปลูก

จากการนำต้นกุหลาบหนูที่เกิดใหม่จากการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อที่มีความแข็งแรง และเกิดราก ปลูกลงดินในสภาพแวดล้อมภายนอก เมื่อย้ายปลูกเป็นเวลา 1 สัปดาห์ (ภาพที่ 4 ข) พบว่า ต้นกล้าบางส่วนใบจะแห้งและตาย อาจเนื่องมาจากมีความเข้มข้นของแสงสูง จึงทำให้ใบไหม้และต้นชะงักการเจริญเติบโตได้ สังคม เตชะวงศ์เสถียร (2542) และในการศึกษาครั้งนี้เลือกใช้วัสดุปลูกที่มีดินและทรายเป็นองค์ประกอบ อาจมีความแน่นที่มากกว่าวัสดุปลูกอื่นๆ ดังนั้น การเลือกวัสดุปลูกที่มีโครงสร้างโปร่ง ช่องว่างอากาศสูง ระบายน้ำได้ดี อาจส่งผลให้อัตราการรอดชีวิตของกุหลาบหนูเพิ่มมากขึ้นได้ อีกทั้งวัสดุดังกล่าว ยังสามารถกักเก็บความชื้นได้ดี สุนทรียา กาละวงศ์ และคณะ (2562) เมื่อย้ายปลูกกุหลาบหนูผ่านไป 2 สัปดาห์ กุหลาบหนูสามารถปรับตัวและเจริญเติบโตได้ดีในสภาพแวดล้อมธรรมชาติ หลังจากผ่านไปเป็นเวลา 6 สัปดาห์ ต้นกล้ามีอัตราการรอดชีวิตถึง 80 เปอร์เซ็นต์ สอดคล้องกับ ภาพ-เก้า พุทธิรักษ์ และคณะ (2555) รายงานว่า การรอดชีวิตของต้นบอนสี กุหลาบหิน และคว่ำตายหงายเป็น หลังย้ายออกปลูก เจริญเติบโตได้ดีในสภาพแวดล้อมปกติ ไชยยันต์ ดวงคงทอง (2545) ได้กล่าวว่า การปลูกกุหลาบในพื้นที่โล่งแจ้ง อุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์ที่เหมาะสม



ภาพที่ 3 ค่าเฉลี่ยความสูงของกุหลาบหนูเพาะเลี้ยงบนอาหารสูตร MS ที่เติม BA ในปริมาณความเข้มข้นต่างๆ เป็นเวลา 6 สัปดาห์

กับการเจริญของกุหลาบ จะมีผลทำให้ผลผลิตสูงและมีคุณภาพดี เช่นเดียวกันกับการเพาะเลี้ยงต้นอ่อนอีหลิ่นที่ได้จากการเพาะเลี้ยงในขวดทดลองนั้นมีความขึ้นสูง ระบบรากยังไม่แข็งแรง เมื่อทำการปลูกในพีทมอส ต้นกล้าจะได้รับออกซิเจนอย่างเพียงพอและมีรากที่แข็งแรงกว่ารากที่ปลูกในวัสดุปลูกแบบแน่นทึบ ดังนั้นควรเลือกวัสดุปลูกที่เหมาะสมกับการปรับสภาพของต้นอ่อนที่ย้ายออกจากขวดก่อนนำไปปลูกในแปลงธรรมชาติ (บุญندا ยอดแก้ว และคณะ, 2563)



ภาพที่ 4 ลักษณะต้นกุหลาบหนูที่ย้ายปลูกกับวัสดุปลูกในโรงเรือน (ก) ต้นกล้าปลูกวันที่ 1 (ข) ต้นกล้าสัปดาห์ที่ 1 และ (ค) ต้นกล้าสัปดาห์ที่ 6

สรุปผลการวิจัย

การศึกษาระดับความเข้มข้นของสารควบคุมการเจริญเติบโตกลุ่มของไซโตไคนิน ในการทดลองเพื่อชักนำให้เกิดยอดจากชิ้นส่วนตาข้างของกุลาบหนู พบว่าชิ้นส่วนตาข้างที่เพาะเลี้ยงบนอาหารสูตร MS ที่เติมสารควบคุมการเจริญเติบโต BA ความเข้มข้น 3 มิลลิกรัมต่อลิตร สามารถชักนำให้เกิดยอดเฉลี่ย 16.9 ยอดต่อชิ้นส่วนพืช และสูตรอาหารนี้ยังมีความสูงเฉลี่ยสูงสุด 4.03 เซนติเมตร และมีการเกิดราก หลังจากทำการย้ายปลูกต้นกล้าในสภาพแวดล้อมตามธรรมชาติ พบว่าสามารถเจริญเติบโตในสภาพแวดล้อมตามธรรมชาติได้ โดยมีอัตราการรอดชีวิต 80% ต้นกล้ามีความแข็งแรงและมีสภาวะสมบูรณ์

กิตติกรรมประกาศ

โครงการวิจัยฉบับนี้สำเร็จลงได้ด้วยความช่วยเหลือจาก ผศ.ดร.วชิราภรณ์ พิกุลทอง และ ดร.นฤมล บุญมั่น ที่กรุณาให้คำปรึกษาและแนะนำแนวทางที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความถี่ถ้วนและเอาใจใส่ด้วยดีเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่งจึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

- กาญจนาрі พงษ์ฉวี และ ณัฐกร ประดิษฐ์สรพร. (2547). ผลของสารควบคุมการเจริญเติบโตที่มีต่อการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่ออนุเบียส. เอกสารวิชาการฉบับที่ 13/2547, สำนักวิจัยและพัฒนาประมงน้ำจืด, กรุงเทพฯ: กรมประมง.
- ฉัตรมณี สังข์สุวรรณ, ศิริวรรณ บุรีคำ และ วิเชียร กิรีตินิจกาล. (2551). อิทธิพลของ kinetin และ BA ที่มีต่อการชักนำให้เกิดยอดของกาววเครือขาว. วารสารวิทยาศาสตร์การเกษตร, 39(3), 508-511.
- ไชยยันต์ ดวงคงทอง. (2545). กุลาบตัดดอก Hybrid Tea (HT). นนทบุรี: สำนักพิมพ์ฐานเกษตรกรรม.
- บุญณดา ยอดแก้ว, ศรีสุลักษณ์ ธีรานูพัฒนา, อังคณา อินตา, สิริพร โรจน์อารยานนท์, กิตติศักดิ์ โชติกเดชาณรงค์, จิราภรณ์ ปาลี และ ณัฏฐิยา ชัยชนะ. (2563). การขยายพันธุ์อีหลีน (*Elsholtzia communis* (Collett&Hemsl.) Diels) โดยการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ. วารสารวิทยาศาสตร์บูรพา, 25(1), 90-101.

- บุญยืน กิจวิจารณ์. (2547). *เทคโนโลยีการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อพืช*. พิมพ์ครั้งที่ 2. ขอนแก่น: โรงพิมพ์คลังน่านวิทยา.
- ภพเก้า พุทธิรักษ์, รัฐพร จันทร์เดช และ วารุต อยู่คง. (2555). การขยายพันธุ์บอนสี กุหลาบหิน และคว่ำตายหงายเป็นโดยเทคนิคการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ. *วิทยาศาสตร์ลาดกระบัง*, 21(2), 1-15.
- พีรเดช ทองอำไพ. (2529). *ฮอว์โมนพืชและสารส่งเคราะห์แนวทางการใช้ประโยชน์ในประเทศไทยพิมพ์*. กรุงเทพฯ: หจก.ไดนามิคการพิมพ์.
- รัตนา ขามฤทธิ์ และ อนัญญา กิ่งหลักเมือง. (2561). ผลของสารควบคุมการเจริญเติบโตต่อการชักนำให้เกิดต้นและราก จากการเพาะเลี้ยงข้อกุหลาบหนู ในสภาพหลอดทดลอง. *วารสารวิทยาศาสตร์เกษตร*, 49, (ฉบับพิเศษ1), 287-290.
- วรณัฐ เสนิงค์ ณ อรุณยา (2562). *การผลิตกุหลาบจิ๋วด้วยวิธีการเพาะเลี้ยงเนื้อเยื่อ*. สืบค้นเมื่อวันที่ 9 เมษายน 2563, จาก <https://www.technologychaoban.com>.
- สุนทรียา กาละวงศ์, ศิริลักษณ์ บัวทอง, กาญจนา เหลืองสุวาลัย, เพ็ญแข รุ่งเรือง, วุฒิชัย ศรีช่วย และ อภิรดี เสี่ยงสืบชาติ. (2562). ปัจจัยที่มีผลต่อการชักนำรากในหลอดทดลอง และการออกปลูกของต้นกลีอกซิเนีย (*Sinningia speciosa*). *วารสารพืชศาสตร์สงขลานครินทร์*, 6(1), 19-29.
- สุภาวดี รามสูตร, นุรมา มะแระ และ อัลฮุสนา บายอ. (2560). ผลของซิลเวอร์ไนเตรตต่อการชักนำดอกและการยืดอายุการบานของกุหลาบหนูในสภาพปลอดเชื้อ. *วารสารวิชา*, 36(1), 39-49.
- สังคม เตชะวงศ์เสถียร. (2542). *ปัจจัยที่มีผลต่อการเจริญเติบโตและพัฒนาของพืช*. สาขาพืชสวน ภาควิชาพืชศาสตร์และทรัพยากรการเกษตร คณะเกษตรศาสตร์. ขอนแก่น: มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- Farahani, F., & Shaker, S. (2012). Propagation and growth from cultured single node explants of rosa (*Rosa miniature*). *African Journal of Plant Science*, 6(10), 277-281.
- Kim, C. K., Chung, J. D., Jee, S. O., & Oh, J. Y. (2003). Somatic embryogenesis from *in vitro* grown leaf explants of *Rosa hybrida* L. *Afri. J. Plant Biotechnol*, 5(3), 169-172.

- Mok, D. W. S., & Mok, M. C. (2014). Plant Growth Hormone Cytokinins Control the Crop Seed Yield. *American Journal of Plant Sciences*, 5(14), 2179-2187.
- Murashige, T., & Skoog, F. (1962). A revised medium for rapid growth and bioassays with tobacco tissue cultures. *Physiologia Plantarum*, 15(1), 473-497.
- Pikulthong, V., Phakpaknam, S., Dechkla, M., & Teerakathiti, T. (2018). Optimal medium for watercress (*Alternanthera* sp.) micropropagation. *Suan Sunandha Science and Technology Journal*, 5(2), 27-32.

การพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากการผลิตก๊าซชีวภาพด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ FORECASTING OF GAS PRODUCED BY BIOGAS USING BOX-JENKINS METHOD

พิมพ์พรรณ อัมพันธ์ทอง*, เสริมศิริ ปราบเสริญ และ ลลิตพัทธ์ สุขเรื่อน
Pimpan Amphanthong*, Soemsiri Prabset and Lalithphat Sukruan

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ
Department of Mathematics, Faculty of Science and Technology,
Rajamangala University of Technology Suvarnabhumi

Received: 16 June 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากการผลิตก๊าซชีวภาพในจังหวัดสุพรรณบุรี ด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ ก๊าซชีวภาพเป็นพลังงานทางเลือกที่ประกอบด้วย ก๊าซ CH_4 ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S ตามลำดับ ข้อมูลก๊าซชีวภาพรายเดือนที่ใช้พยากรณ์รวม 8 ปี ตั้งแต่ พ.ศ. 2553 ถึง พ.ศ. 2560 โดยแบ่งข้อมูลพยากรณ์ออกเป็น 2 ชุด คือ ชุดที่ 1 ข้อมูลรายเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2553 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2559 จำนวน 84 ข้อมูล เพื่อนำไป สร้างตัวแบบพยากรณ์ก๊าซแต่ละชนิดและข้อมูลชุดที่ 2 รายเดือนในปี พ.ศ. 2560 จำนวน 12 ข้อมูลนำไปพยากรณ์เทียบประสิทธิภาพกับค่าจริง ผลการศึกษาพบว่าตัวแบบพยากรณ์ของก๊าซ CO_2 มีความเหมาะสมในการนำไปสร้างตัวแบบพยากรณ์มากที่สุดโดยมีค่าเปอร์เซ็นต์ค่าสัมบูรณ์คลาดเคลื่อน (MAPE) ต่ำที่สุดกว่าก๊าซชนิดอื่นและเมื่อนำตัวแบบไปใช้ พยากรณ์ของก๊าซเปรียบเทียบพบว่าค่าที่ได้ใกล้เคียงกับค่าจริงของก๊าซชีวภาพ ดังนั้นวิธี บ็อกซ์-เจนกินส์จึงมีความเหมาะสมในการนำไปวิเคราะห์ข้อมูลอนุกรมเวลา

คำสำคัญ: พยากรณ์, ก๊าซชีวภาพ, วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์

* ผู้ประสานงาน: พิมพ์พรรณ อัมพันธ์ทอง
อีเมล: pim_pimpan@hotmail.com

Abstract

This research study the gas forecast form biogas production in Suphanburi province. With the Box-Jenkins method, Biogas is an alternative energy containing CH_4 gas CO_2 gas and H_2S gas, respectively. Monthly biogas data for 8 years total forecast since 2010 to 2017 by dividing the forecast data into 2 sets. The first set of data monthly from January 2010 to December 2016, amount 84 data. To create a forecast model for each type of gas and the second monthly data set in 2016. A total of 12 data were used to forecast the performance against the actual value. The results of the study showed that the model. The forecast of CO_2 gas is suitable for to create the most forecasting model with the value. The absolute percentage error (MAPE) was lower than other gases and when the subject was used. The comparative gas forecast shows that the values are close to the values of biogas. Box-Jenkins is suitable for to analysis time series data.

Keywords: Forecast, Biogas, Box-Jenkins Method.

บทนำ

สถานการณ์พลังงานทางเลือกของประเทศไทยมีแนวโน้มการใช้พลังงานเพิ่มขึ้น ไม่ว่าจะเป็นพลังงานไฟฟ้า ความร้อน และเชื้อเพลิงชีวภาพ ทั้งนี้เนื่องมาจากการภาครัฐได้ส่งเสริมให้มีการใช้พลังงานทดแทนเพื่อรองรับการเปลี่ยนแปลงพลังงานของโลกรวมทั้งเทคโนโลยีของโลกก็เปลี่ยนไป จากกระแสโลกตื่นตัวในเรื่องการลดการใช้พลังงานจากเชื้อเพลิงฟอสซิลและการให้ความสำคัญต่อปัญหาสิ่งแวดล้อมที่เพิ่มมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งสภาพการเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศ กระแสการเปลี่ยนแปลงที่รวดเร็วนี้ก่อให้เกิดความร่วมมือทั้งภาครัฐและเอกชนในด้านการนำพลังงานทางเลือกมาทดแทนการนำเข้าและการใช้พลังงานในประเทศไทย พลังงานทางเลือกของประเทศไทยเริ่มเป็นที่รู้จักและแพร่หลายมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็น แสงอาทิตย์ ลม พลังงานน้ำขนาดเล็ก ชีวมวล ก๊าซชีวภาพ ขยะ และเชื้อเพลิงชีวภาพ เป็นต้น โดยพบว่าหนึ่งในพลังงานทางเลือก คือ ก๊าซชีวภาพซึ่งเกิดจากการย่อยสลายของซากสิ่งมีชีวิตและของเสียจากสัตว์ ก๊าซชีวภาพสามารถเกิดขึ้นได้เองตามธรรมชาติ

มีองค์ประกอบก๊าซหลายชนิด ส่วนใหญ่เป็นก๊าซมีเทน (Methane: CH_4) ก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ (Carbon Dioxide: CO_2) ไฮโดรเจนซัลไฟด์ (Hydrogen Sulfide: H_2S) และส่วนที่เหลือเป็นก๊าซอื่น ๆ เช่น แอมโมเนีย (NH_3) และไอน้ำ

จังหวัดสุพรรณบุรีเป็นอีกจังหวัดหนึ่งที่มีการผลิตก๊าซชีวภาพมาจาก 5 รูปแบบ คือ มูลสัตว์ น้ำเสียอุตสาหกรรม ขยะชุมชน เชื้อเพลิงชีวภาพของเหลวและของแข็ง โดยถือว่าการเลือกใหม่มีกำลังผลิตเพิ่มขึ้นตามความต้องการที่เพิ่มมากขึ้นทุกปี ดังนั้นสิ่งที่ตามมาคือ รายละเอียดสภาพแวดล้อมที่ผลิตก๊าซชีวภาพก็เป็นสิ่งที่จำเป็นและแสดงให้เห็นว่าก๊าซชีวภาพมีผลกระทบต่อคุณภาพอากาศหรือไม่ จากสถานการณ์คุณภาพอากาศในจังหวัดสุพรรณบุรีนั้น พบว่า ปริมาณฝุ่นละอองขนาดเล็ก (PM_{10}) ตะกั่ว ก๊าซซัลเฟอร์ไดออกไซด์ และไนโตรเจนออกไซด์ มีค่าเฉลี่ยสูงขึ้น โดยสมมติฐานอาจมาจากพลังงานทางเลือกนั้นคือ ถ้าพื้นที่ที่มีกระบวนการผลิตจากก๊าซชีวภาพใกล้ชุมชน รูปแบบและความเหมาะสมของบ่อผลิตก๊าซชีวภาพไม่ได้มาตรฐาน ก๊าซชีวภาพที่เกิดจากกระบวนการผลิตจะส่งผลเสียต่อคุณภาพอากาศหรือไม่ จึงสนใจที่จะศึกษาคุณภาพอากาศในจังหวัดสุพรรณบุรีที่เกิดขึ้นหลังจากมีการผลิตก๊าซชีวภาพว่ามีผลต่อผลกระทบต่อคุณภาพอากาศในจังหวัดสุพรรณบุรีหรือไม่ โดยศึกษาวิธีพยากรณ์คุณภาพอากาศที่ใช้ ดังนี้ (ชยกร สมศิลา และคณะ, 2553) ได้แสดงตัวแบบพยากรณ์ด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์สำหรับการพยากรณ์คุณภาพอากาศในประเทศไทย ได้แก่ ก๊าซซัลเฟอร์ไดออกไซด์ (SO_2) ก๊าซคาร์บอนมอนอกไซด์ (CO) และก๊าซโอโซน (O_3) โดยแสดงการเปรียบเทียบประสิทธิภาพการพยากรณ์ระยะสั้นและระยะยาวให้ผลพยากรณ์แม่นยำที่สุด (ชม ปานตา และ ยุภาวดี สำราญฤทธิ์, 2560) ได้ใช้วิธีบอกซ์-เจนกินส์ในการพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนรายเดือนในจังหวัดนครสวรรค์โดยใช้เทคนิคการพยากรณ์ทางสถิติพบว่ามีความเหมาะสม ดังนั้นผู้วิจัยสนใจวิธีบอกซ์-เจนกินส์ในการพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากการผลิตก๊าซชีวภาพ จึงทำการรวบรวมข้อมูลก๊าซชีวภาพรายเดือนในโรงงานเอกชนแห่งหนึ่งของจังหวัดสุพรรณบุรี ด้วยเครื่องมือตรวจวัดก๊าซชีวภาพชื่อ BIOGAS5000 ที่มีคุณสมบัติการวัดค่า ก๊าซ CH_4 ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S ได้ค่าใกล้เคียงความจริง ตั้งแต่ พ.ศ. 2553 ถึง พ.ศ. 2560 จำนวน 96 ข้อมูลโดยนำข้อมูลมาหาตัวแบบพยากรณ์ของก๊าซทั้งสามชนิดด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ (Box-Jenkins Method) เพื่อหาความเหมาะสมของตัวแบบและนำไปพยากรณ์ทิศทางของก๊าซแต่ละชนิดในอนาคตว่ามีผลกระทบต่ออากาศในจังหวัดสุพรรณบุรี อีกทั้งต้องการแสดงประสิทธิภาพของตัวแบบด้วยการเปรียบเทียบความแม่นยำของตัวแบบการ

พยากรณ์ก๊าซด้วยเกณฑ์ตัวแบบรากที่สองค่าคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ย (Root Mean Square Error: RMSE) และเปอร์เซ็นต์ค่าสัมบูรณ์คลาดเคลื่อน (Mean Absolute Percentage Error: MAPE)

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาตัวแบบพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากก๊าซชีวภาพจากโรงงานในพื้นที่จังหวัดสุพรรณบุรี การเก็บตัวอย่างข้อมูลก๊าซชีวภาพทั้งสามชนิด ได้แก่ ก๊าซ CH_4 ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S โดยเครื่องมือการตรวจวัดแยกก๊าซ BIOGAS5000 ของโรงงานผลิตก๊าซชีวภาพ ได้รวบรวมข้อมูลรายเดือนของก๊าซชีวภาพ ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2553 จนถึง พ.ศ. 2560 รวม 8 ปี จำนวน 96 ข้อมูล โดยแบ่งข้อมูลออกเป็น 2 ชุด คือ ชุดที่ 1 ข้อมูลรายเดือนตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2553 จนถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2559 จำนวน 84 ข้อมูลเพื่อนำไปสร้างตัวแบบพยากรณ์ก๊าซที่เกิดจากก๊าซชีวภาพหาความเหมาะสมของตัวแบบด้วย วิธีบอกซ์-เจนกินส์ และนำตัวแบบที่ได้มาหาค่าพยากรณ์เปรียบเทียบกับข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2560 จำนวน 12 ข้อมูล เพื่อทดสอบหาค่าประสิทธิภาพตัวแบบพยากรณ์กับค่าจริง วิธีบอกซ์-เจนกินส์ เป็นการพยากรณ์เชิงปริมาณที่แตกต่างจากการพยากรณ์โดยวิธีอื่น ๆ ที่ต้องมีการกำหนดรูปแบบของความสัมพันธ์ก่อนที่จะทำการพยากรณ์ต่อไป ปัญหาที่พบคือถ้าลักษณะข้อมูลอนุกรมเวลามีลักษณะแนวโน้ม วัฏจักรหรือฤดูกาลที่ชัดเจนการนำข้อมูลไปพยากรณ์โดยกำหนดรูปแบบที่เหมาะสม แต่ถ้าข้อมูลไม่มีลักษณะดังกล่าวแล้วการพยากรณ์ก็จะยุ่งยากปัญหาในการกำหนดรูปแบบของความสัมพันธ์จึงเป็นสิ่งสำคัญที่ต้องพิจารณาลำดับ (วิจิต หล่อจิระขุนทดกุล และ จิราวัลย์ จิตระถเวช, 2548) ได้อธิบายการวิเคราะห์อนุกรมเวลาแรกด้วยวิธีการพยากรณ์ของบอกซ์-เจนกินส์ จะสามารถแก้ปัญหาการกำหนดรูปแบบที่แน่นอนได้ด้วยทำการวิเคราะห์ก่อนโดยระหว่างการวิเคราะห์รูปแบบจะถูกกำหนดขึ้นมาเองด้วยซึ่งมีขั้นตอน ดังนี้

1. การคำนวณหาค่าของฟังก์ชันสหสัมพันธ์ (Autocorrelation Function: ACF) และฟังก์ชันสหสัมพันธ์บางส่วน (Partial Autocorrelation Function: PACF) สำหรับการวิเคราะห์อนุกรมเวลาที่คงที่ เพื่อกำหนดรูปแบบอนุกรมคงที่ระหว่าง ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ด้วยการกำหนดค่า p , q , P และ Q พร้อมทั้งประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบตามแบบ

วิธีบ็อกซ์-เจนกิน เรียกว่า “SARIMA (p, d, q) (P, D, Q)_s” (Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average:) ดังสมการนี้

$$\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i\right) (1-B)^d \left(1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i B^{is}\right) (1-B^s)^D Y_t = c + \left(1 - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j\right) \left(1 - \sum_{j=1}^Q \Theta_j B^{js}\right) E_t$$

เมื่อ $\left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i\right) (1-B)^d$ แทนค่าสหสัมพันธ์แบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่ p : AR(p)

$\left(1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i B^{is}\right) (1-B^s)^D$ แทนค่าสหสัมพันธ์แบบมีฤดูกาลอันดับที่ P: SAR(P)

Y_t แทนข้อมูลอนุกรมเวลา ณ เวลา t

$c = \mu \left(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i B^i\right) \left(1 - \sum_{i=1}^P \Phi_i B^{is}\right)$ แทนค่าคงที่

μ แทนค่าเฉลี่ยของข้อมูลอนุกรมคงที่

$\left(1 - \sum_{j=1}^q \theta_j B^j\right)$ แทนค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบไม่มีฤดูกาลอันดับที่ q

$\left(1 - \sum_{j=1}^Q \Theta_j B^{js}\right)$ แทนค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบมีฤดูกาลอันดับที่ Q

E_t แทนข้อมูลอนุกรมของค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลา t

t แทนเวลาซึ่งมีค่าตั้งแต่ 1 ถึง n โดยที่แบ่งเวลาออกเป็นสองช่วง คือ n_1 แทนจำนวนข้อมูลอนุกรมในชุดที่ 1 และ n_2 แทนจำนวนข้อมูลอนุกรมชุดที่ 2

S แทนจำนวนฤดูกาล

d และ D แทนการหาผลต่างลำดับที่และฤดูกาลและ B แทนการหาค่าดำเนินการถอยหลังโดยที่ $B^s Y_t = Y_{t-s}$

2. พิจารณาอนุกรมคงที่หรือไม่ โดยการการวิเคราะห์ข้อมูลค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ของผลต่างข้อมูลอนุกรมนั้น ๆ ด้วยการตรวจสอบจากกราฟฟังก์ชัน หากพบว่าไม่คงที่ที่ต้องแปลงอนุกรมเวลาให้คงที่ก่อนที่จะทำขั้นตอนต่อไป

3. กำหนดค่าตัวแบบพยากรณ์จากกราฟ ACF และ PACF ของอนุกรมเวลาที่คงที่จากการแทนค่าคงที่ p, q, P, Q เพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์ของตัวแบบ โดยค่า q, และ Q

จะนำไปพิจารณากราฟ ACF ส่วนค่า p และ P จะนำไปพิจารณากราฟ PACF ซึ่งค่าดังกล่าวแสดงจำนวนแท่งสหสัมพันธ์ตามฤดูกาลที่มีค่าเกินขอบเขต $\pm 2/\sqrt{n}$

4. การวิเคราะห์ข้อมูลค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ของผลต่างข้อมูลอนุกรมนั้น ๆ ด้วยการตรวจสอบความถูกต้องจากการตัดค่าพารามิเตอร์ที่ไม่มีนัยสำคัญออกจากตัวแบบพยากรณ์ครั้งละ 1 ตัว โดยถ้าพารามิเตอร์ของอันดับที่ต่ำกว่าไม่มีนัยสำคัญ ถ้าผลการตรวจสอบปรากฏว่า ตัวแบบไม่มีความเหมาะสม จะกลับไปเลือกตัวแบบพยากรณ์ใหม่ ซึ่งอาศัยผลการวิเคราะห์และตรวจสอบแล้วทำใหม่ จนกว่าการตรวจสอบจะมีตัวแบบที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ใหม่ที่มีนัยสำคัญทั้งหมด ตัวแบบนี้ก็จะถูกนำไปใช้ในการพยากรณ์ต่อไป ข้อกำหนดตัวแบบพยากรณ์และประมาณค่าพารามิเตอร์จนกว่าจะได้ตัวแบบพยากรณ์ที่เหมาะสมประกอบด้วยจะทำการตรวจสอบการเคลื่อนไหวเป็นอิสระกันโดยใช้การทดสอบโคลโมโกรอฟ-สเมียร์นอฟหรือการตรวจสอบการแจกแจงปกติโดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ และการตรวจสอบอนุกรมเวลาเป็นส่วนประกอบของแนวโน้มโดยใช้การทดสอบของเลวินภายใต้การใช้มัธยฐาน

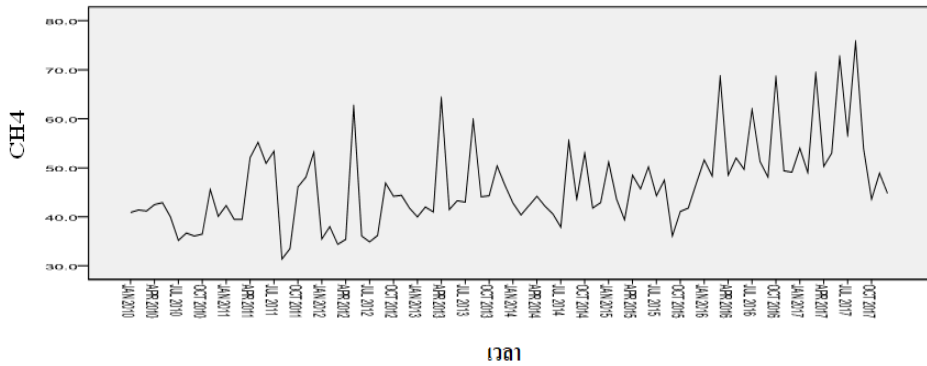
5. การพยากรณ์อนุกรมเวลาจากตัวแบบที่เหมาะสมนำมาศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวแบบพยากรณ์ก๊าซด้วยเกณฑ์พิจารณาค่าต่ำสุดของค่า RMSE และ MAPE เพื่อแสดงความแม่นยำของตัวแบบพยากรณ์

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

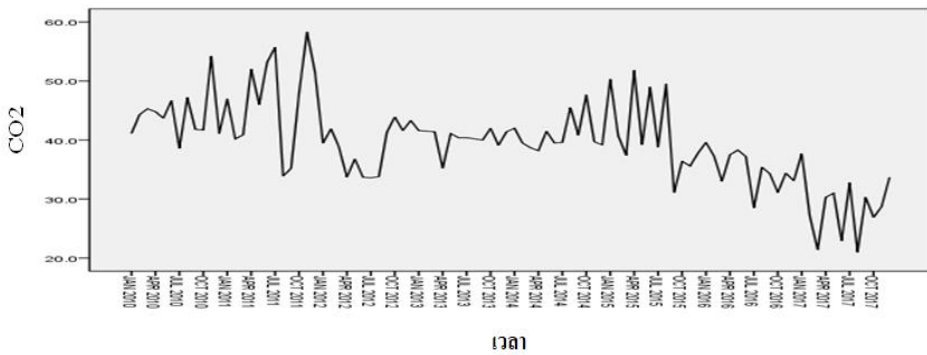
การพยากรณ์คุณภาพอากาศก๊าซที่เกิดจากชีวภาพทั้งสามชนิด ได้แก่ ก๊าซ CH_4 ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S ในข้อมูลรายเดือนในจังหวัดสุพรรณบุรีตั้งแต่ พ.ศ. 2553 - พ.ศ. 2560 รวม 8 ปี จำนวน 96 ข้อมูล มีผลดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงตามช่วงเวลาก๊าซ CH_4 ที่เกิดจากชีวภาพ

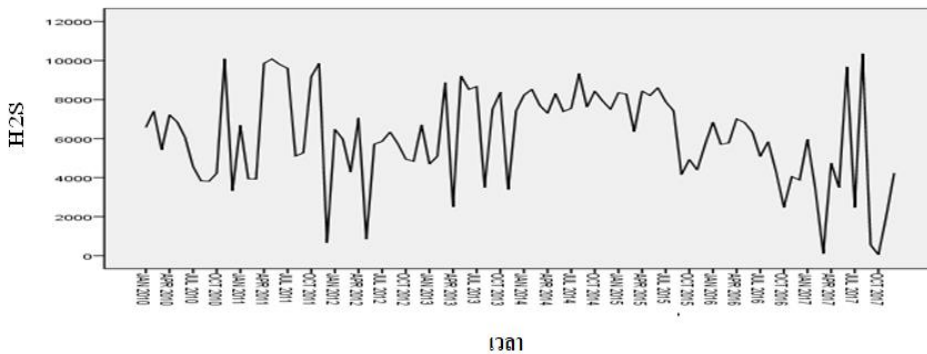
การเปลี่ยนแปลงตามช่วงเวลาก๊าซที่เกิดจากชีวภาพทั้งสามชนิด ได้แก่ ก๊าซ CH_4 ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S เพื่อตรวจสอบการเคลื่อนไหวแสดงในรูปที่ 1, 2 และ 3 ตามลำดับ



รูปที่ 1 ลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาของก๊าซ CH₄



รูปที่ 2 ลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาของก๊าซ CO₂



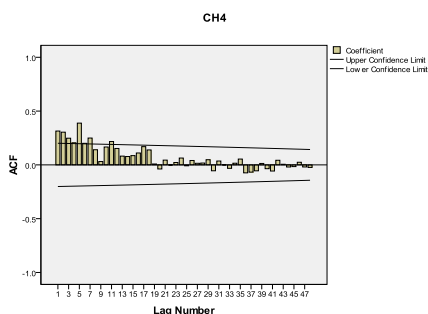
รูปที่ 3 ลักษณะการเคลื่อนไหวของอนุกรมเวลาของก๊าซ H₂S

องค์ประกอบของแนวโน้มกราฟเทียบกับเวลาในรูปที่ 1-3 พบว่า อนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 , อนุกรมเวลาของก๊าซ CO_2 และอนุกรมเวลาของก๊าซ H_2S ในระยะเวลา 7 ปี ทุกๆ ปีจะมีข้อมูล 12 เดือนที่นำมาแสดงความสัมพันธ์โดยพบว่าแนวโน้มเพิ่มขึ้นและไม่มีความแปรผันตามฤดูกาล ในขณะที่เดียวกันถ้าดูค่าแนวโน้มในแต่ละปีเพิ่มเติมด้วยค่ามัธยฐานในก๊าซทั้งสามชนิดโดยใช้สถิติไม่อิงพารามิเตอร์ นั่นคือ อนุกรมเวลาชุดนี้มีส่วนประกอบของแนวโน้ม

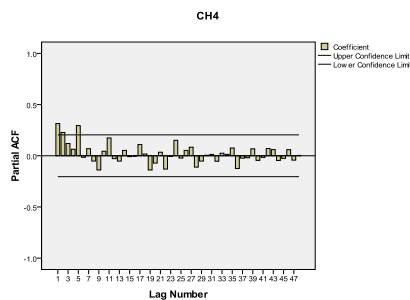
2. การหาตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศของก๊าซที่เกิดจากชีวภาพ

การหาตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศของก๊าซที่เกิดจากชีวภาพทั้งสามชนิด ได้แก่ ก๊าซ CH_4 , ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S ด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ พบว่าอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 อนุกรมเวลาของก๊าซ CO_2 และอนุกรมเวลาของก๊าซ H_2S มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นและมีความแปรผันตามฤดูกาล นั่นคือการเคลื่อนไหวแบบลูกคลื่นจะมีลักษณะที่ซ้ำๆ กัน 12 ค่าของค่า lag ดังนั้นการที่จะกำหนดรูปแบบอนุกรมเวลาของก๊าซทั้งสามชนิด ที่คาดว่าเหมาะสมหรือไม่ นั่นคือการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีกำลังสองที่น้อยที่สุด โดยจะตรวจสอบค่าคลาดเคลื่อนกระจายอยู่รอบศูนย์และมีความแปรปรวนคงที่ นั่นคือความคลาดเคลื่อนไม่มีสหสัมพันธ์ จึงนำมาหาตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศด้วยวิธีบ็อกเจนกิ้น ได้ดังนี้

1) การสร้างตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4



รูปที่ 4 (1)

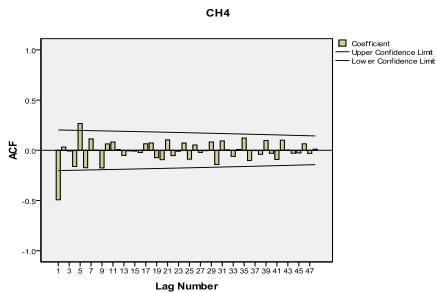


รูปที่ 4 (2)

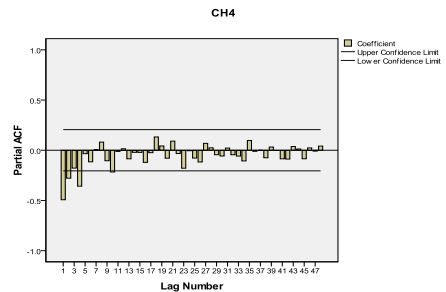
รูปที่ 4 (1-2) ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4

ค่า ACF และค่า PACF ในรูปที่ 4 (1-2) มีค่าไม่คงที่ และความสัมพันธ์สูงเกินจากขอบเขตที่กำหนด แสดงก๊าซ CH_4 จะมีส่วนประกอบของแนวโน้มสอดคล้องกับที่สรุปไว้ในรูป

ที่ 1 จึงแปลงข้อมูลก๊าซ CH_4 ใหม่ด้วยการหาลดต่างลำดับที่ 1 ($d = 1$) ได้กราฟค่า ACF และกราฟค่า PACF ของอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 ใหม่ แสดงดังรูปที่ 5 (1-2)



รูปที่ 5 (1)



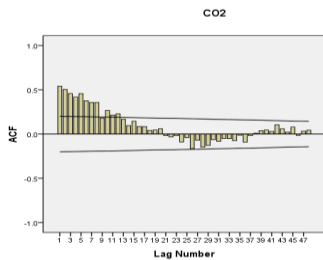
รูปที่ 5 (2)

รูปที่ 5 (1-2) ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 ใหม่

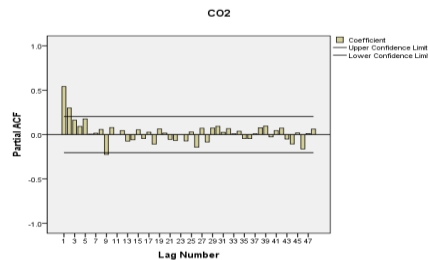
ค่า ACF และค่า PACF มีลักษณะคงที่ในรูปที่ 5 (1-2) ดังนั้นสามารถหาตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 คือ สร้างตัวแบบ ARIMA (0, 1, 1) โดยประมาณพารามิเตอร์ที่ได้นำมาเขียนเป็นตัวแบบพยากรณ์ได้ดังนี้

$$\hat{Y}_t = 0.16186Y_{t-1} - 0.06193e_{t-1} \quad (1)$$

โดยกำหนดให้ $\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ของก๊าซ CH_4 ณ เวลา t , $\hat{Y}_{t-1}$ แทนข้อมูลก๊าซ CH_4 ณ เวลา $t - 1$ และ e_{t-1} แทนความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์อนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 ณ เวลา $t - 1$ ตามลำดับ ดังนั้นในการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์ในสมการ (1) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 พิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อน พบว่า ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Kolmogorov-Smirnov $Z = 1.4001$, $p\text{-value} = 0.0390$) แสดงว่ามีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา และได้ตรวจสอบอนุกรมเวลาว่ามีส่วนประกอบของแนวโน้มหรือไม่โดยใช้การทดสอบของเลวินภายใต้การใช่มัธยฐาน (Levene Statistic = 0.0201, $p\text{-value} = 0.0436$) พบว่ามีการเคลื่อนไหวที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CH_4 มีความเหมาะสม

2) การสร้างตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลาของก๊าซ CO₂

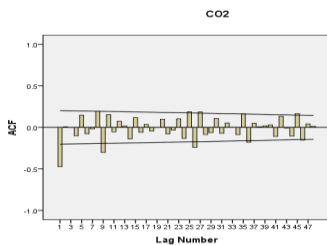
รูปที่ 6 (1)



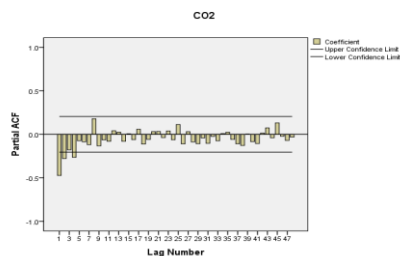
รูปที่ 6 (2)

รูปที่ 6 (1-2) ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CO₂

ค่า ACF และค่า PACF ในรูปที่ 6 (1-2) มีค่าไม่คงที่ โดยพบว่าค่าความสัมพันธ์สูงเกินจากขอบเขตที่กำหนด นั่นคือข้อมูลก๊าซ CO₂ มีส่วนประกอบของแนวโน้มสอดคล้องกับที่สรุปไว้ในรูปที่ 2 จึงนำมาแปลงข้อมูลก๊าซ CO₂ ใหม่ด้วยการหาลดต่างลำดับที่ 1 ($d = 1$) ได้กราฟค่า ACF และค่า PACF ของอนุกรมของเวลาของก๊าซ CO₂ ที่แปลงข้อมูลใหม่แล้วแสดงดังรูปที่ 7(1-2)



รูปที่ 7 (1)



รูปที่ 7 (2)

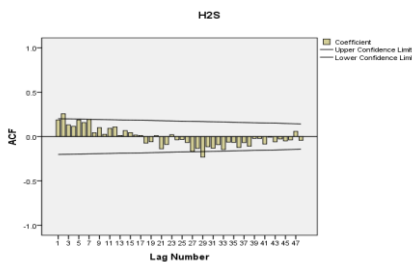
รูปที่ 7 (1-2) ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CO₂ ใหม่

ค่า ACF และค่า PACF มีลักษณะคงที่ในรูปที่ 7 (1-2) ดังนั้นสามารถหาตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CO₂ คือ ตัวแบบ ARIMA (0, 1, 1) โดยประมาณพารามิเตอร์ที่ได้นำมาเขียนเป็นตัวแบบพยากรณ์ได้ดังนี้

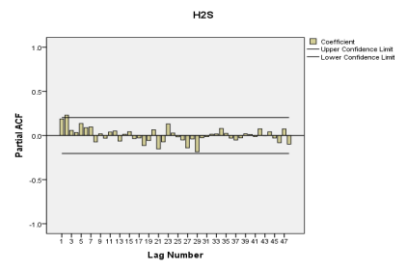
$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} - 0.76131e_{t-1} \quad (2)$$

โดยกำหนด $\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ก๊าซ CO_2 ณ เวลา t , Y_{t-1} แทนข้อมูลค่าก๊าซ CO_2 ณ เวลา $t-1$ และ e_{t-1} แทนความคลาดเคลื่อนจากการพยากรณ์อนุกรมเวลาของก๊าซ CO_2 ณ เวลา $t-1$ ดังนั้นในการตรวจสอบหาความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์ในสมการ (2) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 โดยพิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อน พบว่า ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Kolmogorov-Smirnov $Z = 0.1410$, $p\text{-value} = 0.0807$) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา จากนั้นได้ตรวจสอบอนุกรมเวลาที่มีส่วนประกอบของแนวโน้มหรือไม่โดยใช้การทดสอบของเลวินภายใต้การใช้อยู่ฐาน (Levene Statistic = 0.0726, $p\text{-value} = 0.0711$) พบว่ามีการเคลื่อนไหวที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ CO_2 มีความเหมาะสม

3) การสร้างตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลาของก๊าซ H_2S



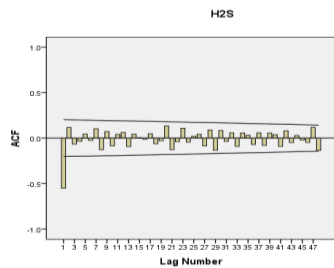
รูปที่ 8 (1)



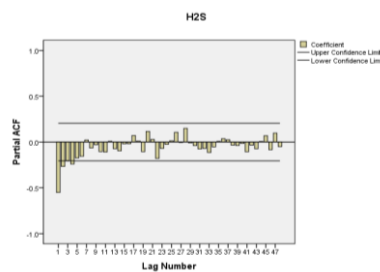
รูปที่ 8 (2)

รูปที่ 8 (1-2) ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ H_2S

ค่า ACF และค่า PACF ในรูปที่ 8 (1-2) ยังไม่คงที่โดยมีค่าความสัมพันธ์สูงเกินจากขอบเขตที่กำหนด นั่นคือ ก๊าซ H_2S มีส่วนประกอบของแนวโน้มและสอดคล้องกับที่สรุปไว้ในรูปที่ 3 จึงแปลงข้อมูลด้วยการหาผลต่างลำดับที่ 1 ($d = 1$) ได้กราฟค่า ACF และกราฟค่า PACF ของอนุกรมเวลาที่แปลงข้อมูลใหม่แล้วแสดงดังรูปที่ 9(1-2)



รูปที่ 9 (1)



รูปที่ 9 (2)

รูปที่ 9 (1-2) ค่าฟังก์ชัน ACF และค่าฟังก์ชัน PACF ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ H₂S ใหม่

ค่า ACF และค่า PACF มีลักษณะคงที่ในรูปที่ 9 (1-2) ดังนั้นสามารถหาตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ H₂S คือ ตัวแบบ ARIMA (1, 1, 0) โดยประมาณพารามิเตอร์ที่ได้นำมาเขียนเป็นตัวแบบพยากรณ์ได้ดังนี้

$$\hat{Y}_t = 0.69716Y_{t-1} + 0.30284Y_{t-2} \quad (3)$$

โดยที่ $\hat{Y}_t$ แทนค่าพยากรณ์ก๊าซ H₂S ณ เวลา t, Y_{t-1} แทนค่าก๊าซ H₂S ณ เวลา t - 1 และ Y_{t-2} แทนค่าก๊าซ H₂S ณ เวลา t - 2 ดังนั้นในการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์ในสมการ (3) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.10 โดยพิจารณาที่ค่าความคลาดเคลื่อนพบว่าความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงปกติ (Kolmogorov-Smirnov Z = 0.0977, p-value = 0.0295) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากันทุกช่วงเวลา จากนั้นได้ตรวจสอบอนุกรมเวลามีส่วนประกอบของแนวโน้มโดยใช้การทดสอบของเลวีเนนภายใต้การใช้มัธยฐาน (Levene Statistic = 0.1748, p-value = 0.0690) พบว่ามีการเคลื่อนไหวที่เป็นอิสระกัน ดังนั้นตัวแบบพยากรณ์ข้อมูลอนุกรมเวลาของก๊าซ H₂S มีความเหมาะสม

จากการหาตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศของก๊าซที่เกิดจากชีวภาพทั้งสามชนิดด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ พบว่าทั้งสามอนุกรมเวลาของก๊าซชีวภาพมีความเหมาะสมจึงนำตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศไปเปรียบเทียบประสิทธิภาพต่อไป

3. การเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลา

จากตัวแบบพยากรณ์ขององค์ประกอบของก๊าซทั้งสามชนิด ได้แก่ ก๊าซ CH₄, ก๊าซ CO₂ และก๊าซ H₂S ที่ได้นำมาหาประสิทธิภาพของตัวแบบระหว่างค่าจริงกับค่าพยากรณ์ ในข้อมูลชุดที่ 2 ตั้งแต่เดือนมกราคมถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2561 จำนวน 12 ค่า โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพด้วยการคำนวณค่า MAPE และ RMSE แสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลา

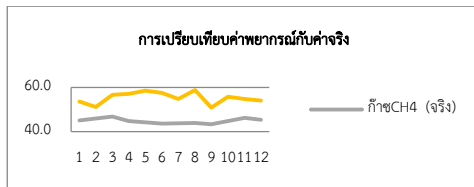
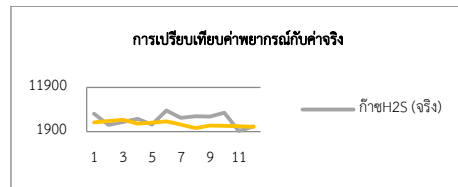
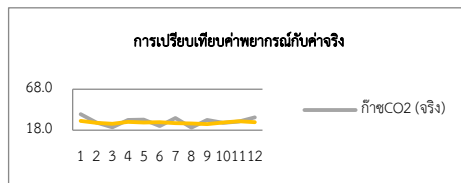
องค์ประกอบก๊าซชีวภาพ	ก๊าซCH ₄	ก๊าซCO ₂	ก๊าซH ₂ S
MAPE	24.4072%	3.4687%	21.7870%
RMSE	10.9724	1.6685	10.0680

ค่า MAPE และ RMSE ในตารางที่ 1 ที่ต่ำที่สุด คือ ตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลาของก๊าซ CO₂ แสดงว่ามีเหมาะที่จะนำไปพยากรณ์ที่สุุดมากกว่าตัวแบบพยากรณ์อนุกรมเวลาของก๊าซ H₂S และก๊าซ CH₄ ตามลำดับ ดังนั้นหากนำตัวแบบพยากรณ์ที่ได้ไปหาค่าพยากรณ์อนุกรมเวลาในแต่ละเดือนของปี พ.ศ. 2560 แล้วนำผลที่ได้มาเปรียบเทียบการเกิดก๊าซจากก๊าซชีวภาพได้ผลพยากรณ์ในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบค่าพยากรณ์จากตัวแบบอนุกรมเวลากับข้อมูลจริงของก๊าซทั้งสามชนิด พ.ศ. 2560

เดือน	ค่าพยากรณ์ตัวแบบอนุกรมเวลาของ ก๊าซทั้งสามชนิด			ข้อมูลจริงของก๊าซทั้งสามชนิด		
	ก๊าซCH ₄	ก๊าซCO ₂	ก๊าซH ₂ S	ก๊าซCH ₄	ก๊าซCO ₂	ก๊าซH ₂ S
มกราคม	53.6	29.3	3980	45.0	37.7	5970
กุมภาพันธ์	51.1	27.1	4265	45.9	27.2	3400
มีนาคม	56.7	25.8	4550	46.8	21.4	4070
เมษายน	57.1	28	3670	44.7	30.3	4740
พฤษภาคม	58.6	27.5	3935	44.2	31.0	3490
มิถุนายน	57.5	27.8	4200	43.6	22.9	6670
กรกฎาคม	54.8	26.7	3435	43.8	32.8	5001
สิงหาคม	58.8	26.1	2670	43.9	21.0	5350
กันยายน	50.8	25.5	3250	43.3	30.3	5268
ตุลาคม	55.8	27.4	3177	44.8	26.9	6185
พฤศจิกายน	54.8	29.1	3105	46.2	28.7	2020
ธันวาคม	54	27.9	2960	45.3	33.7	3000

ตารางที่ 2 การเปรียบเทียบค่าพยากรณ์จากตัวแบบอนุกรมเวลากับข้อมูลจริงของก๊าซทั้งสามชนิดในข้อมูลชุดที่ 2 พ.ศ. 2560 จำนวน 12 ข้อมูลพบว่าการหาตัวแบบอนุกรมเวลาด้วยวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ที่เหมาะสม พบว่าก๊าซ CO_2 จะมีค่าพยากรณ์ที่ใกล้เคียงค่าจริงมากที่สุด รองลงมาคือ ก๊าซ H_2S และ ก๊าซ CH_4 ตามลำดับ ซึ่งผลที่ได้สอดคล้องกับข้อมูลในตารางที่ 1

รูปที่ 10 (1) ก๊าซ CH_4 รูปที่ 10 (2) ก๊าซ CO_2 รูปที่ 10 (3) ก๊าซ H_2S

รูปที่ 10 (1-3) การเปรียบเทียบค่าพยากรณ์จากตัวแบบอนุกรมเวลากับข้อมูลจริง

วิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ เหมาะสมที่นำมาสร้างตัวแบบพยากรณ์กับข้อมูลที่มีการเปลี่ยนแปลงกับช่วงเวลาตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบันเพราะวิธีพยากรณ์ของบ็อกซ์-เจนกินส์ไม่มีการกำหนดรูปแบบก่อน แต่ในระหว่างที่มีการวิเคราะห์ก็จะกำหนดรูปแบบขึ้นมาเอง ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับการนำวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์มาพยากรณ์แยกประเด็นข้อมูลแต่ละด้านดังนี้ ข้อมูลด้านอากาศโดย (วรารคณา กิริติวิบูลย์, 2556) ได้พยากรณ์เปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์ระหว่างวิธีบ็อกซ์-เจนกินส์ วิธีการทำให้เรียบแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่มีฤดูกาลอย่างง่ายและวิธีการพยากรณ์รวมเพื่อพยากรณ์อุณหภูมิเฉลี่ยต่อเดือนในเขตกรุงเทพมหานคร ด้านพลังงานไฟฟ้า (จินตพร หนั้วอินปัน และคณะ, 2555) ได้เปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์ 4 วิธีเพื่อหาช่วงการพยากรณ์ล่วงหน้าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับความต้องการพลังงานไฟฟ้าสูงสุดในภาคกลางของประเทศไทย ด้านพลังงานลม (วรารคณา กิริติวิบูลย์ และ เจ๊ะอัฐพาน มาหิละ, 2554) ได้ตัวแบบพยากรณ์ความเร็วลม ตามแนวชายฝั่ง จังหวัดสงขลา ด้านเศรษฐกิจ (ณัฐธวิน นิสัยมัน, 2554) ได้พยากรณ์ราคากุ้งขาวแวนนาไมด้วยวิธีการของบ็อกซ์-เจนกินส์อย่าง

แม่นยำและเหมาะสม (ศศิธร โกฏสีบ และ กัลยา บุญหล้า, 2559) ได้ตัวแบบพยากรณ์ราคาข้าวหอมมะลิและคุณภาพชีวิตด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ (ดวงพร หัซซะวนิช, 2556) ได้เปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์ดัชนีราคาผู้บริโภครายเดือนด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์และวิธีปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียล เป็นต้น

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาสถานการณ์คุณภาพอากาศจากพลังงานทางเลือกก๊าซชีวภาพในจังหวัดสุพรรณบุรี ซึ่งมีแนวโน้มการใช้พลังงานทดแทนเพิ่มมากขึ้น โดยเห็นได้จากการผลิตก๊าซชีวภาพจากปริมาณมูลสัตว์และน้ำเสียอุตสาหกรรม ปริมาณขยะชุมชน ปริมาณเชื้อเพลิงชีวภาพของเหลวและของแข็งที่มีปริมาณเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง จากการนำข้อมูลรายเดือนของก๊าซชีวภาพในจังหวัดสุพรรณบุรีตลอดระยะเวลา 8 ปี ตั้งแต่ พ.ศ. 2553 ถึง พ.ศ. 2560 มาสร้างตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศขององค์ประกอบของก๊าซทั้งสามชนิด ได้แก่ ก๊าซ CH_4 ก๊าซ CO_2 และก๊าซ H_2S โดยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ พบว่า ตัวแบบการพยากรณ์คุณภาพอากาศจากก๊าซ CO_2 มีความเหมาะสมมากที่สุด ได้แก่ ตัวแบบ ARIMA (0, 1, 1) สามารถเขียนเป็นตัวแบบพยากรณ์ได้ดังนี้

$$\hat{Y}_t = Y_{t-1} - 0.76131e_{t-1}$$

แต่ถ้าพิจารณาภาพของก๊าซ CH_4 และก๊าซ H_2S ยังให้ตัวแบบพยากรณ์ไม่เหมาะสมห่างจากค่าจริงที่นำตัวแบบมาพยากรณ์ ดังนั้นหากจะนำตัวแบบพยากรณ์ดังกล่าวไปใช้พยากรณ์ให้มีประสิทธิภาพมากกว่านี้อาจจะต้องมีการควบคุมการเก็บข้อมูลก๊าซชีวภาพ เพราะปัจจัยและสภาพแวดล้อมต่างๆที่มีผันแปรต่อการผลิตก๊าซชีวภาพ ได้แก่ อุณหภูมิในระบบ, ความเป็นกรด-ด่าง ค่า pH ที่พอเหมาะ, ปริมาณสารอินทรีย์เข้าสู่ระบบ, ระยะเวลาในการกักเก็บสารอินทรีย์ในถังหมักขึ้นอยู่กับปริมาณสารอาหารและการคลุกเคล้าในบ่อหมัก เป็นต้น หากมีการเก็บข้อมูลใหม่ เช่น เก็บข้อมูลรายวันที่มีการผลิตก๊าซชีวภาพเพื่อจะได้นำมาวิเคราะห์อนุกรมเวลาด้วยวิธีบอกซ์-เจนกินส์ ก็จะสามารถสร้างตัวแบบพยากรณ์ใหม่ได้ และวิธีดังกล่าวมีความเหมาะสมของการตัวแบบพยากรณ์คุณภาพอากาศจากพลังงานทางเลือกก๊าซชีวภาพในจังหวัดสุพรรณบุรีครั้งต่อไป ดังนั้นในการวิจัยครั้งต่อไป ผู้วิจัยจะพิจารณาวิธีอื่นๆ นอกจากวิธีบอกซ์-เจนกินส์ ในการหาตัวแบบพยากรณ์ดังนี้ วิธี Damped วิธี Holt อาจนำมาเปรียบเทียบหาค่าพยากรณ์ที่เหมาะสมในอนาคตได้

เอกสารอ้างอิง

- ชม ปานตา และ ยุภาวดี สำราญฤทธิ์ (2560). การพยากรณ์ปริมาณน้ำฝนรายเดือนใน จังหวัดนครสวรรค์โดยใช้เทคนิคการพยากรณ์ทางสถิติ. *วารสารวิชาการ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์*, 9(10), 127-142.
- ชยกร สมศิลา, สิริภัทร เชี่ยวชาญวัฒนา และ คำรณ สุนิติ. (2553). *ตัวแบบการพยากรณ์ คุณภาพอากาศ กรณีศึกษา ข้อมูลคุณภาพอากาศในประเทศไทย*. ใน: การประชุม ทางวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา ครั้งที่ 11, 12 กุมภาพันธ์ 2553. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น. หน้า 247-258.
- จินตพร หนั้วอินปัน, บุญอ้อม โฉมทิ และ ประสิทธิ์ พยัคฆพงษ์ (2555). *การเปรียบเทียบ วิธีการพยากรณ์ 4 วิธี สำหรับความต้องการพลังงานไฟฟ้าสูงสุดในภาคกลางของ ประเทศไทย*. ใน: การประชุมวิชาการเสนอผลงานวิจัยระดับบัณฑิตศึกษา ครั้งที่ 13, 17 กุมภาพันธ์ 2555. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น. หน้า 281-290.
- ดวงพร หัซซะวนิช (2556). การเปรียบเทียบตัวแบบการพยากรณ์ดัชนีราคาผู้บริโภค ราย เดือน: ตัวแบบบอซ-เจนกินส์และตัวแบบปรับให้เรียบเอกซ์โพเนนเชียล. *วารสาร วิชาการ มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย*, 33(2), 100-113.
- ณัฐวดี นิสัยมัน (2554). *การพยากรณ์ราคากุ้งขาวแวนนาไม ด้วยวิธีการของบอซ-เจน กิ้นส์*. คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา.
- ศศิธร โกฏสืบ และ กัลยา บุญหล้า (2559). การสร้างตัวแบบเพื่อการพยากรณ์ราคาข้าวหอม มะลิ. *วารสารวิชาการวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์*, 8(8), 49-60.
- วรางคณา กิรติวิบูลย์ (2556). การเปรียบเทียบวิธีการพยากรณ์ระหว่างวิธีบอซ-เจนกินส์ วิธีการทำให้เรียบแบบเอกซ์โพเนนเชียลที่มีฤดูกาล อย่างง่าย และวิธีการพยากรณ์ รวมสำหรับการพยากรณ์อุณหภูมิเฉลี่ยต่อเดือนในเขตกรุงเทพมหานคร. *วารสาร วิทยาศาสตร์บูรพา*, 18(2), 149-160.
- วรางคณา กิรติวิบูลย์ และ เจ๊ะอัสซุฟาน มาหิละ (2554). *ตัวแบบพยากรณ์ความเร็วลม ตาม แนวชายฝั่งจังหวัดสงขลา*. *วารสารวิจัยพลังงาน*, 8(3), 63-72.
- วิชิต หล่อจิระชุนท์กุล และ จิราวัลย์ จิตรถเวช (2548). *เทคนิคการพยากรณ์*. กรุงเทพฯ: โครงการส่งเสริมเอกสารวิชาการ สถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์.

ฤทธิ์ส่งเสริมการเจริญเติบโตของ *Peaenibacillus* sp. BSR₁₋₁ และกรดแนฟทาลิน
อะซีติกต่อแห่นเปิดใหญ่ที่เลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนร่ว่มกันระหว่างแคดเมียม
และไทรทอนเอ็กซ์-100

PLANT GROWTH PROMOTING ACTIVITY OF *PEANIBACILLUS* SP. BSR₁₋₁ AND
NAPHTHALENE ACETIC ACID TOWARD *SPIRODELA POLYRRHIZA*
CULTIVATED IN CADMIUM AND TRITON X-100 CONTAMINATED WATER

ชนิษฐา สมตระกูล¹, อภิเดช แสงดี¹ และ วรภรณ์ ฉุยฉาย^{2,*}

Khanitta Somtrakoon¹, Aphidech Sangdee¹ and Waraporn Chouychai^{2,*}

¹คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม

²คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

¹Faculty of Science, Mahasarakham University

²Faculty of Science and Technology, Nakhonsawan Rajabhat University

Received: 12 July 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินผลของออกซิน 2 ชนิดคือกรดอินโดล-3-แอซีติก (Indole-3-acetic acid; IAA) ที่ผลิตโดย *Peaenibacillus* sp. BSR₁₋₁ และกรดแนฟทาลินอะซีติก (Naphthaleneacetic acid; NAA) ต่อการกระตุ้นการเจริญของแห่นเปิดใหญ่ในน้ำที่มีการปนเปื้อนร่ว่มกันของไทรทอนเอ็กซ์-100 และแคดเมียม ผลการศึกษาพบว่า สารควบคุมการเจริญเติบโตของพืชทั้ง 2 ชนิดคือ NAA และ น้ำเลี้ยงเซลล์ของ *Peaenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ไม่สามารถเพิ่มชีวมวลและปริมาณคลอโรฟิลล์ของแห่นเปิดใหญ่ได้ เมื่อเทียบกับทริทเมนต์ที่ไม่ได้รับสารควบคุมการเจริญเติบโต แต่เมื่อเปรียบเทียบระหว่างทริทเมนต์ที่ได้สารควบคุมการเจริญเติบโตเท่ากัน การได้รับ NAA หรือน้ำเลี้ยงเซลล์ของ *Peaenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ทำให้ ปริมาณคลอโรฟิลล์เอและคลอโรฟิลล์ทั้งหมดในทริทเมนต์ที่มีแคดเมียม

* ผู้ประสานงาน: วรภรณ์ ฉุยฉาย

อีเมลล์: waraporn.c@nsru.ac.th

มีแนวโน้มสูงกว่าพืชมินต์ที่ไม่มีแคดเมียม ดังนั้น NAA และน้ำเลี้ยงเซลล์ของ *Peanibacillus* sp. BSR₁₋₁ ไม่เหมาะสมในการส่งเสริมการเจริญเติบโตของพืชในน้ำที่มีการปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมกับสารลดแรงตึงผิว จึงควรใช้ออกซินสังเคราะห์ชนิดอื่น หรือการใช้หัวเชื้อจุลินทรีย์ที่ทนต่อแคดเมียมและสร้างออกซินได้ต่อไป

คำสำคัญ: กรดอินโดล-3-แอซิดิก, แคดเมียม, ความเป็นพิษต่อพืช, ไทรทอนเอ็กซ์-100, สารลดแรงตึงผิวสังเคราะห์, แหนเป็ดใหญ่

Abstract

The objective of this study was to evaluate the effects of two auxins; indole-3-acetic acid (IAA) produced by *Peanibacillus* sp. BSR₁₋₁ and naphthalene acetic acid (NAA) on the growth stimulation of duckweed in water co-contaminated with Triton X-100 and cadmium. It was found that two types of plant growth regulators were NAA and bacterial culture filtrate of *Peanibacillus* sp. BSR₁₋₁, was unable to increase the biomass and chlorophyll content of the duckweed when compared with treatment without plant growth regulator. However, when comparing treatments with equal growth regulators, exposure to NAA or bacterial culture filtrate of *Peanibacillus* sp. BSR₁₋₁ resulted in the total chlorophyll A and chlorophyll content in cadmium-containing treatments trended to be higher than those without cadmium. With these results, NAA and bacterial culture filtrate of *Peanibacillus* sp. BSR₁₋₁ is not appropriate to increase plant growth in cadmium and surfactant co-contaminated water. Therefore, other synthetic auxins or cadmium tolerant- and IAA producing microorganisms should be used instead.

Keywords: Indole-3-acetic acid, Cadmium, Phytotoxicity, Triton X-100, synthetic surfactant, *Spirodela polyrrhiza*

คำนำ

แคดเมียม (cadmium; Cd) เป็นธาตุที่ไม่จำเป็นและเป็นอันตรายต่อสิ่งมีชีวิตแม้ได้รับในปริมาณต่ำ โดยมีฤทธิ์เป็นสารก่อมะเร็งในมนุษย์ แคดเมียมเป็นอันตรายต่อพืชเช่นกัน โดยพืชที่ปลูกในดินที่ปนเปื้อนแคดเมียมมักแสดงอาการขาดสารอาหาร (Khan et al., 2015; 2017) แคดเมียมสามารถลำเลียงเข้าสู่พืชผ่านทางรากแล้วจึงเคลื่อนย้ายไปสู่ลำต้นของพืชที่อยู่เหนือพื้นดินซึ่งเป็นตำแหน่งที่แคดเมียมรบกวนปฏิกิริยาชีวเคมีหรือสรีรวิทยาตามปกติของพืชทำให้พืชแสดงอาการที่ผิดปกติออกมา (Khan et al., 2017) โดยช่องทางที่แคดเมียมถูกลำเลียงเข้าสู่เนื้อเยื่อพืชอาศัยช่องทางเดียวกับช่องทางที่พืชใช้ขนส่งธาตุจำเป็น เช่น แมกนีเซียม แคลเซียม และเหล็ก เป็นต้น (Clemens, 2006; Khan et al., 2017) แคดเมียมปนเปื้อนในสิ่งแวดล้อมได้ทั้งจากกิจกรรมตามธรรมชาติโดยการผุกร่อนของหินต้นกำเนิด และจากการกระทำของมนุษย์ เช่น การเผาไหม้เชื้อเพลิงถ่านหิน การทำเหมืองแร่ และการใช้เคมีภัณฑ์ในการทำเกษตรกรรม เป็นต้น (Perera et al., 2016; Khan et al., 2017) สำหรับการปนเปื้อนแคดเมียมในประเทศไทยพบรายงานบริเวณลุ่มน้ำแม่ดาว อำเภอแม่สวด จังหวัดตาก ซึ่งเป็นบริเวณที่มีการทำเหมืองสังกะสีทำให้ดินที่มีการทำเกษตรกรรมโดยรอบได้รับผลกระทบจากแคดเมียมซึ่งมักพบปนเปื้อนร่วมกับธาตุสังกะสี จากการสำรวจในฤดูแล้งพบว่าปริมาณแคดเมียมในลำธารและคลองน้อยกว่า 0.0001 มิลลิกรัม/ลิตร และในฤดูฝนปริมาณแคดเมียมเพิ่มสูงขึ้นเป็น 0.0005-0.006 มิลลิกรัม/ลิตร ส่วนปริมาณแคดเมียมที่พบในอนุภาคของแข็งที่แขวนลอยซึ่งตรวจพบในฤดูฝนมีค่าระหว่าง 0.0042-0.997 มิลลิกรัม/ลิตร สำหรับดินในบริเวณบ้านแม่ดาวใหม่มีปริมาณแคดเมียมปนเปื้อนอยู่ระหว่าง 2.5-87.6 มิลลิกรัม/กิโลกรัม (Kosolsaksakul et al., 2014) ในขณะที่ดินในบริเวณบ้านพะเต๊ะ อำเภอแม่สวด จังหวัดตากซึ่งตั้งอยู่ใกล้กับบริเวณที่มีการทำเหมืองแร่มากกว่ามีการปนเปื้อนของแคดเมียมสูงกว่า โดยพบปริมาณแคดเมียมในดินมีค่าระหว่าง 0.5-284 มิลลิกรัม/กิโลกรัม (Simmons et al., 2005)

การปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมและสารลดแรงตึงผิวสังเคราะห์ในแหล่งน้ำธรรมชาติอาจเกิดขึ้นได้เนื่องจากการบำบัดแคดเมียมที่ปนเปื้อนในน้ำเสียด้วยวิธี micellar enhanced ultrafiltration ซึ่งใช้สารลดแรงตึงผิวเติมลงสู่ น้ำปนเปื้อนในระดับความเข้มข้นที่มากกว่าค่าความเข้มข้นวิกฤตที่จะเริ่มเกิดไมเซลล์ (critical micelle concentration; CMC) การเกิดโครงสร้างไมเซลล์ทำให้บริเวณพื้นผิวภายในของไมเซลล์สามารถดูดซับไอออนของ

โลหะไว้ได้ด้วยแรงดึงดูดไฟฟ้าสถิตย์ (electrostatic interactions) จากนั้นจึงแยกโมเลกุลของโลหะที่อยู่ภายในโมเซลล์ออกจากน้ำที่ปนเปื้อนด้วยเยื่อกรองขนาดเล็กที่มีรูกรองขนาดเล็กกว่าโมเลกุลของสารประกอบเชิงซ้อนระหว่างไอออนของโลหะและโมเซลล์ โดยชนิดของสารลดแรงตึงผิวที่มีรายงานให้นำมาใช้ในการบำบัดแคดเมียมด้วยวิธีการดังกล่าว เช่น ไทรทอนเอ็กซ์-100 (Triton X-100) (Huang et al., 2014) การบำบัดแคดเมียมโดยใช้สารลดแรงตึงผิวอาจทำให้เกิดการปนเปื้อนของสารเคมีซ้ำซ้อนได้ในกรณีที่นำวิธีการเหล่านี้ไปประยุกต์ใช้บำบัดบริเวณที่ปนเปื้อนจริงและขาดการจัดการที่ดีกับสารลดแรงตึงผิวที่ใช้และแคดเมียมที่ผ่านการบำบัดออกจากตัวกลางแล้ว

การใช้พืชน้ำในการกำจัดโลหะหนักในน้ำที่ปนเปื้อนโลหะหนักนั้นมีรายงานอย่างกว้างขวาง ตัวอย่างเช่น แหนเป็ดใหญ่ซึ่งเป็นพืชที่เจริญล่องลอยบนผิวน้ำ พบแพร่กระจายทั่วไปในแหล่งน้ำ มีรายงานว่าสามารถกำจัดแคดเมียมออกจากน้ำที่ปนเปื้อนได้ (Chaudhuri et al., 2014) นอกจากนี้ ยังมีรายงานว่าพืชน้ำเช่น แหนแดง จอก ผักบุ้ง และ *Lemna minor* สามารถเจริญในน้ำที่ปนเปื้อน Cd 10 mg/l และสามารถสะสมแคดเมียมในเนื้อเยื่อได้ (Bunluesin et al., 2004) การใช้สารควบคุมการเจริญเติบโตของพืชเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยให้พืชทนทานต่อโลหะหนักได้ดีขึ้น ตัวอย่างเช่น การให้ IAA สามารถเพิ่มชีวมวลของ *Bidens pilosa* ที่เจริญในดินที่ปนเปื้อนตะกั่วได้ (Salazar et al., 2016) การเติมเอนโดไฟต์ที่คัดแยกได้จาก *Solanum nigrum* และสามารถสร้าง IAA ได้ ให้กับต้น *Solanum nigrum* ที่เจริญในดินที่ปนเปื้อนแคดเมียม พบว่าสามารถเพิ่มการเจริญเติบโตและการสะสมแคดเมียมได้ (Chen et al., 2010) การศึกษานี้จึงได้ประเมินความเป็นพิษร่วมกันระหว่างแคดเมียมและสารลดแรงตึงผิวสังเคราะห์ ได้แก่ ไทรทอนเอ็กซ์-100 อย่างไรก็ตามการนำแหนเป็ดใหญ่มาบำบัดบริเวณที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 อาจมีข้อจำกัดจากความเป็นพิษของสารทั้งสองชนิด โดยไทรทอนเอ็กซ์-100 มีรายงานว่าส่งผลให้น้ำหนักของแหนเป็ดใหญ่ลดลง (Somtrakoon & Chouychai, 2018) ส่วนแคดเมียมมีรายงานว่าส่งผลลดปริมาณคลอโรฟิลล์ น้ำหนักสด และปริมาณโปรตีนของแหนเป็ดใหญ่ (Seth et al., 2007; Chaudhuri et al., 2014) ดังนั้นการศึกษานี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อทดสอบประสิทธิภาพของการใช้จุลินทรีย์กลุ่มสนับสนุนการเจริญของพืช *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ (คล้ายคลึงกับ *Paenibacillus polymyxa* 97% โดยใช้ข้อมูลจากลำดับเบสบน 16s rDNA) ที่มีความสามารถในการผลิต IAA กระตุ้นการเจริญของแหนเป็ดใหญ่ในสภาวะที่

ได้รับแคดเมียมร่วมกับสารลดแรงตึงผิว โดยเปรียบเทียบกับสารกระตุ้นด้วย NAA ซึ่งเป็นสารควบคุมการเจริญเติบโตสังเคราะห์ในกลุ่มออกซินชนิดหนึ่งที่ใช้ทางการเกษตรและการฟื้นฟูสภาพแวดล้อมที่ปนเปื้อนโลหะหนัก เพื่อให้ได้วิธีการที่เหมาะสมในการบำบัดน้ำที่มีการปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมและสารลดแรงตึงผิวต่อไป

วิธีดำเนินการวิจัย

1. เตรียมน้ำที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างไทรอนเอ็กซ์-100 และแคดเมียม

นำน้ำกลั่นปราศจากเชื้อมาทำให้ปนเปื้อนด้วยแคดเมียมโดยเติมสารละลายแคดเมียมไนเตรต $[Cd(NO_3)_2 \cdot 4H_2O]$ (บริษัท Asia Pacific Specialty Chemicals Limited, New South Wales, Australia; ความบริสุทธิ์ 99%) เพื่อให้มีความเข้มข้นสุดท้ายของแคดเมียมไอออนในน้ำเท่ากับ 0.05 มิลลิกรัม/ลิตร จากนั้นเติมไทรอนเอ็กซ์-100 ลงสู่ น้ำที่ระดับความเข้มข้น 0, 0.5 และ 1.0 เท่าของความเข้มข้นวิกฤตของการเกิดไมเซลล์ (CMC) ของไทรอนเอ็กซ์-100 ปรับพีเอชของน้ำที่ปนเปื้อนให้มีค่าเท่ากับ 6.5-7.0 ด้วย NaOH 1 N จากนั้นแบ่งน้ำที่ปนเปื้อนลงสู่ภาชนะที่ใช้เพาะเลี้ยงเห็ดเปิดใหญ่ภาชนะละ 50 มิลลิลิตร

2. เตรียมอาหารเหลวที่ได้จากการเพาะเลี้ยงแบคทีเรียซึ่งมี IAA ผสมอยู่

เพาะเลี้ยงหัวเชื้อแบคทีเรีย *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ เตรียมโดยเพาะเลี้ยงในอาหาร nutrient broth ปริมาตร 50 มิลลิลิตร บ่มเชื้อในเครื่องเขย่าด้วยความเร็ว 100 รอบ/นาที ควบคุมอุณหภูมิเป็น 30 °C เป็นเวลา 24 ชม. เก็บเกี่ยวเซลล์โดยนำไปปั่นเหวี่ยงด้วยเครื่องเซ็นตริฟิวจ์ความเร็ว 8,000 รอบ/นาที เป็นเวลา 30 นาที แบ่งส่วนของอาหารเลี้ยงเชื้อปริมาณ 2 มิลลิลิตร มาวิเคราะห์ปริมาณ IAA ตามวิธีการของ Ahmad et al. (2008) จากนั้นนำส่วนของอาหารเลี้ยงเชื้อไปกรองด้วยเยื่อกรองที่มีขนาดรูพรุน 0.45 ไมโครเมตร ก่อนนำไปใช้ในการทดลองในตอนต่อไป

3. ผลของสารควบคุมการเจริญเติบโตของพืชกลุ่มออกซินต่อความเป็นพิษของแคดเมียมและไทรอนเอ็กซ์-100 ต่อเห็ดเปิดใหญ่

การทดสอบผลของสารควบคุมการเจริญของพืชในกลุ่มออกซิน ได้แก่ NAA และน้ำเลี้ยงเซลล์แบคทีเรีย *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ต่อการเจริญของเห็ดเปิดใหญ่ที่เพาะเลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนแคดเมียมเพียงลำพังและน้ำที่ปนเปื้อนแคดเมียมร่วมกับไทรอนเอ็กซ์-100 วางแผนการทดลองแบบ completely randomized design (6x3) ปัจจัย ปัจจัยแรกคือ

ระดับความเข้มข้นของไทรทอนเอ็กซ์-100 ร่วมกับแคดเมียมไอออน ($0X + Cd0$, $0.5X + Cd0$, $1.0X + Cd0$, $0X + Cd0.05$, $0.5X + Cd0.05$, $1.0X + Cd0.05$) ปัจจัยที่สองคือความเข้มข้นของ NAA ที่ความเข้มข้น 0, 1 และ 5 มิลลิกรัม/ลิตร เติมน้ำลงไปในวันเริ่มต้นของการทดลอง จากนั้นย้ายแหวนเปิดใหญ่ซึ่งเก็บจากแหล่งน้ำธรรมชาติและผ่านการอนุบาลในน้ำกลั่นมาแล้วเป็นเวลา 2 สัปดาห์มาเพาะเลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนปริมาณร้อยละ 50 มิลลิกรัม/ลิตร ทำการทดลองทั้งหมด 6 ซ้ำ เมื่อเพาะเลี้ยงแหวนเปิดใหญ่ได้อายุ 7 วันให้เก็บแหวนเปิดใหญ่มาวิเคราะห์การเจริญเติบโต ได้แก่ น้ำหนักสด น้ำหนักแห้ง และปริมาณคลอโรฟิลล์ในใบของแหวนเปิดใหญ่ตามวิธีการของ Huang et al. (2004)

การทดสอบผลของสารควบคุมการเจริญของพืชในกลุ่มออกซิน ได้แก่ NAA และน้ำเลี้ยงเซลล์แบคทีเรีย *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ต่อการเจริญของแหวนเปิดใหญ่ที่เพาะเลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนแคดเมียมเพียงลำพังและน้ำที่ปนเปื้อนแคดเมียมร่วมกับไทรทอนเอ็กซ์-100 ทำเช่นเดียวกับการใช้ NAA เพียงแต่เปลี่ยนเป็นน้ำเลี้ยงเซลล์แบคทีเรีย *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ที่ปริมาณ 1 และ 2 มิลลิกรัม/ลิตร

4. การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ

น้ำหนักสด น้ำหนักแห้ง และปริมาณคลอโรฟิลล์แสดงด้วยค่าเฉลี่ย $\pm$ ค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน วิเคราะห์ความแตกต่างระหว่างทรีทเมนต์ด้วย Two – way ANOVA และวิเคราะห์ความแตกต่างของค่าเฉลี่ยรายคู่ด้วยวิธี LSD's test

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

1. ผลของ NAA ต่อความเป็นพิษของแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 ต่อแหวนเปิดใหญ่

การศึกษาผลของสารควบคุมการเจริญของพืชในกลุ่มออกซิน ได้แก่ NAA ซึ่งเป็นสารควบคุมการเจริญของพืชสังเคราะห์ ต่อการกระตุ้นการเจริญของแหวนเปิดใหญ่ที่เพาะเลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียม 0 และ 0.05 มิลลิกรัม/ลิตรและสารลดแรงตึงผิวสังเคราะห์ไทรทอนเอ็กซ์-100 ที่ระดับความเข้มข้น 0.5 และ 1.0 เท่าของ CMC นั้น เมื่อเปรียบเทียบการเจริญเติบโตของแหวนเปิดใหญ่ที่สัมผัสกับแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 เท่ากัน แต่ได้รับ NAA ที่ความเข้มข้นต่างกัน พบว่า NAA ไม่สามารถกระตุ้นให้น้ำหนักสด น้ำหนักแห้ง หรือปริมาณคลอโรฟิลล์ในใบแหวนเปิดใหญ่แตกต่างไปจากทรีทเมนต์ที่ไม่ได้รับ NAA ได้ (Figure 1A-B, Figure 2A-C)

ในขณะที่เมื่อพิจารณาจากสภาวะที่ได้รับ NAA เท่ากัน แต่สัมผัสกับแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 ต่างกัน พบว่า น้ำหนักสดของแหนเป็ดใหญ่ลดลงเมื่อมีการปนเปื้อนร่วมกับไทรทอนเอ็กซ์-100 ไม่ว่าจะสัมผัสกับแคดเมียมหรือไม่ ในขณะที่น้ำหนักแห้งจะลดลงเมื่อมีการปนเปื้อนแคดเมียมหรือไทรทอนเอ็กซ์-100 อย่างใดอย่างหนึ่ง ยกเว้นเมื่อเติม NAA 5.0 mg/l น้ำหนักแห้งของแหนเป็ดใหญ่ในแต่ละทริทเมนต์ไม่ต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ (Figure 1A)

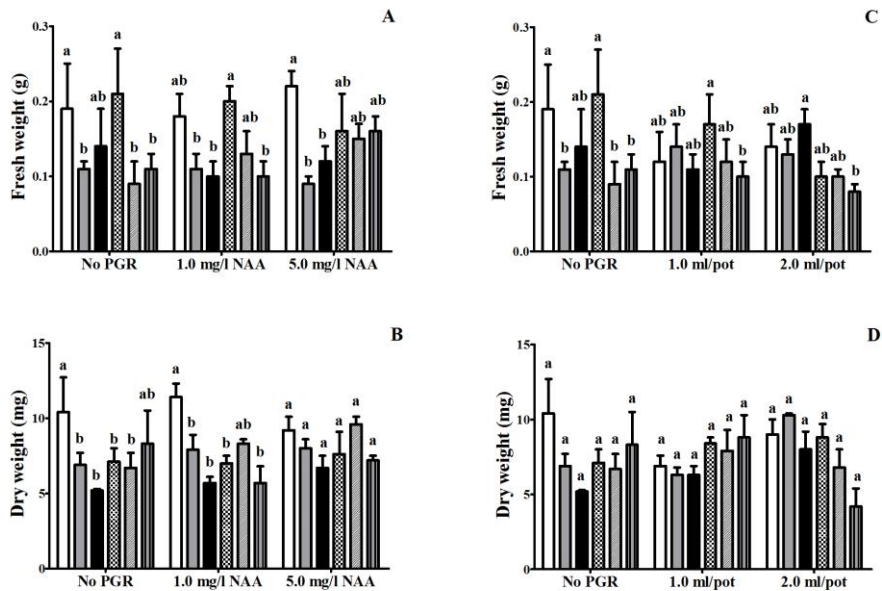


Figure 1. Fresh and dry weight of *Spirodela polyrhiza* expose to Triton X-100 and 0.05 mg/l Cd^{2+} co-contaminated water containing vary concentration of NAA (A-B) or culture filtrate of *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ (C-D). Symbol: □ No surfactant, ■ 0.5 CMC Triton X-100, ■ 1.0 CMC Triton X-100, ▨ No surfactant + Cd, ▩ 0.5 CMC Triton X-100 + Cd, ▪ 1.0 CMC Triton X-100 + Cd, Values with different lowercase letter are statistically different between same PGR concentration ($P < 0.05$).

ปริมาณคลอโรฟิลล์เอและคลอโรฟิลล์บีของແໜປັດໃຫຍ່ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติเมื่อไม่มี NAA แต่การปนเปื้อนไทรทอนเอ็กซ์-100 อย่างเดียวทำให้ปริมาณคลอโรฟิลล์ทั้งหมดลดลง แต่เมื่อให้ NAA 1.0-5.0 mg/l แก่ແໜປັດໃຫຍ່ ทริทเมนต์ที่มีแคดเมียมจะมีปริมาณคลอโรฟิลล์เอ คลอโรฟิลล์บี และคลอโรฟิลล์ทั้งหมดมากกว่าทริทเมนต์ที่ไม่ปนเปื้อนแคดเมียม ยกเว้นปริมาณคลอโรฟิลล์บีของແໜປັດໃຫຍ່ที่ได้รับ NAA 1.0 mg/l ที่ไม่มีความแตกต่างระหว่างทริทเมนต์ (Figure 2A-C)

2. ผลของ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ต่อความเป็นพิษของแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 ต่อແໜປັດໃຫຍ່

การศึกษาผลของสารควบคุมการเจริญของพืชในกลุ่มออกซิน ได้แก่ IAA ที่สังเคราะห์ขึ้นจากแบคทีเรีย *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ต่อการกระตุ้นการเจริญของແໜປັດໃຫຍ່ที่เพาะเลี้ยงในน้ำที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียม 0 และ 0.05 มิลลิกรัม/ลิตรและสารลดแรงตึงผิวสังเคราะห์ไทรทอนเอ็กซ์-100 ที่ระดับความเข้มข้น 0.5 และ 1.0 เท่าของ CMC นั้น เมื่อเปรียบเทียบการเจริญเติบโตของແໜປັດໃຫຍ່ที่สัมผัสกับแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 เท่ากัน แต่ได้น้ำเลี้ยงเซลล์ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ที่ความเข้มข้นต่างกัน คือ 1 ml/ถ้วย และ 2 ml/ถ้วย (มี IAA ประมาณ 9.0 และ 17.0 mg/l) พบว่า น้ำเลี้ยงเซลล์ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ไม่สามารถกระตุ้นให้น้ำหนักสด น้ำหนักแห้ง หรือปริมาณคลอโรฟิลล์ในใบແໜປັດໃຫຍ່แตกต่างไปจากทริทเมนต์ที่ไม่ได้น้ำเลี้ยงเซลล์ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ได้ (Figure 1C-D)

ในขณะที่เมื่อพิจารณาจากสถานะที่ได้รับน้ำเลี้ยงเซลล์ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ เท่ากัน แต่สัมผัสกับแคดเมียมและไทรทอนเอ็กซ์-100 ต่างกัน พบว่า เมื่อไม่มีน้ำเลี้ยงเซลล์ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ การปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมกับไทรทอนเอ็กซ์-100 ทำให้น้ำหนักสดของແໜປັດໃຫຍ່ลดลง แต่ไม่มีผลต่อน้ำหนักแห้งและปริมาณคลอโรฟิลล์ในใบ (Figure 2D-E) เมื่อมีน้ำเลี้ยงเซลล์ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ น้ำหนักแห้งของແໜປັດໃຫຍ່ไม่มีความแตกต่างกัน ในขณะที่น้ำหนักสดนั้น พบความแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติเป็นบางครั้ง คือ เมื่อมีน้ำเลี้ยง 1 ml/ถ้วย (มี IAA ประมาณ 9.0 mg/l) เฉพาะการปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมกับไทรทอนเอ็กซ์-100 1.0 CMC ทำให้น้ำหนักสดของແໜປັດໃຫຍ່น้อยกว่าทริทเมนต์ที่ปนเปื้อนแคดเมียมอย่างเดียว ในขณะที่เมื่อมีน้ำเลี้ยงเซลล์ 2 ml/ถ้วย

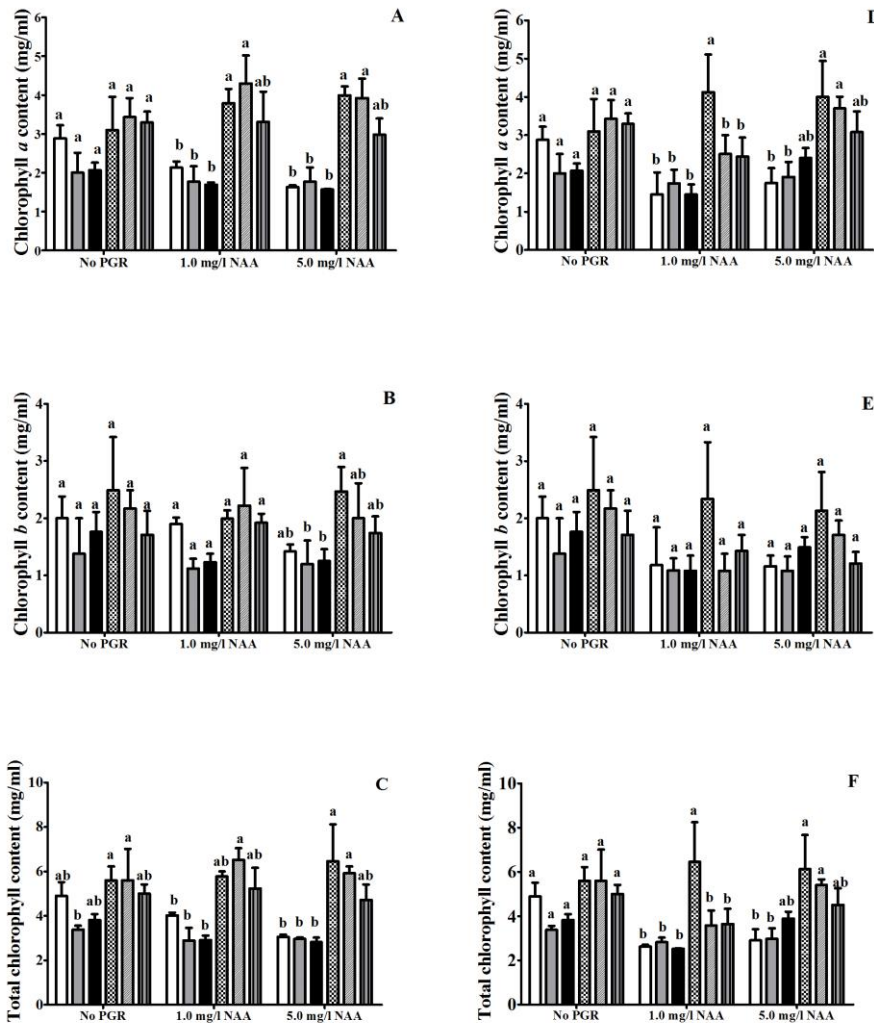


Figure 2. Chlorophyll content of *Spirodela polyrhiza* expose to Triton X-100 and 0.05 mg/l Cd^{2+} co-contaminated water containing vary concentration of NAA (A-C) or culture filtrate of *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ (D-F). Symbol: $\square$ No surfactant, $\blacksquare$ 0.5 CMC Triton X-100, $\blacksquare$ 1.0 CMC Triton X-100, $\boxtimes$ No surfactant + Cd, $\boxplus$ 0.5 CMC Triton X-100 + Cd, $\boxminus$ 1.0 CMC Triton X-100 + Cd, Values with different lowercase letter are statistically different between same PGR concentration ($P < 0.05$).

(มี IAA ประมาณ 17.0 mg/l) เฉพาะการปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมกับไทรทอน เอ็กซ์-100 1.0 CMC ทำให้น้ำหนักสดของแหวนเปิดใหญ่น้อยกว่าทริทเมนต์ที่ปนเปื้อนแต่ไทรทอนเอ็กซ์-100 1.0 CMC อย่างเดียว นอกจากนั้น ในสถานะที่เติมน้ำเลี้ยงเซลล์ การปนเปื้อนแคดเมียมไม่ว่าจะโดยลำพังหรือร่วมกับไทรทอนเอ็กซ์-100 ทำให้คลอโรฟิลล์เอและคลอโรฟิลล์ทั้งหมดสูงกว่าทริทเมนต์ที่ไม่ปนเปื้อนแคดเมียม (Figure 2D-E)

แหวนเปิดใหญ่เป็นพืชที่มีรายงานว่าสามารถสะสมแคดเมียมได้ แต่ความเป็นพิษของแคดเมียมต่อแหวนเปิดใหญ่คือทำให้ระดับคลอโรฟิลล์ลดลง โดยเฉพาะคลอโรฟิลล์เอ ซึ่งลดลงอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับความเข้มข้น 2.5 ไมโครโมลาร์หรือ 0.28 mg/l ในขณะที่คลอโรฟิลล์บิลลดลงอย่างมีนัยสำคัญที่ความเข้มข้น 5.0 ไมโครโมลาร์หรือ 0.56 mg/l (Su et al., 2017) นอกจากนั้น แคดเมียมที่ความเข้มข้น 0.05 – 20 mg/l ส่งผลต่อโปรตีนที่ละลายน้ำได้ รงควัสดุ และกิจกรรมของเอนไซม์ต้านอนุมูลอิสระใน *Lemna minor* (Hou et al., 2007) แต่ในการทดลองนี้ ไม่พบความเป็นพิษของแคดเมียม 0.05 mg/l ต่อการเจริญของแหวนเปิดใหญ่อย่างชัดเจน โดยเฉพาะต่อปริมาณคลอโรฟิลล์ ซึ่งเป็นไปได้ว่าความเข้มข้นของแคดเมียมที่ใช้ในการทดลองนี้อยู่ในระดับที่แหวนเปิดใหญ่ยังทนทานได้ ในขณะที่ไทรทอนเอ็กซ์-100 ซึ่งเป็นสารลดแรงตึงผิวสังเคราะห์ แสดงความเป็นพิษที่ชัดเจนต่อน้ำหนักสดของแหวนเปิดใหญ่เท่านั้น ซึ่งมีแนวโน้มเช่นเดียวกับความเป็นพิษร่วมกันของไทรทอนเอ็กซ์ 100 กับโซเดียมอิตีที่เอต่อแหวนเปิดใหญ่ ซึ่งไทรทอนเอ็กซ์ 100 ไม่มีผลต่อระดับคลอโรฟิลล์แต่มีผลต่อน้ำหนักของแหวนเปิดใหญ่เท่านั้น (Somtrakoon & Chouychai, 2018)

การใช้สารควบคุมการเจริญเติบโตในกลุ่มออกซินนั้นมีรายงานว่าการเติม NAA 0.05 ไมโครโมลาร์แก่ *Arabidopsis thaliana* ที่เจริญในสารละลายธาตุอาหารที่มีแคดเมียมสามารถลดความเป็นพิษของแคดเมียมต่อพืชได้ โดยเพิ่มการยึดเกาะระหว่างไอออนของแคดเมียมกับผนังเซลล์ (Zhu et al., 2013) ในขณะที่การให้ IAA 100 ไมโครโมลาร์ช่วยลดความเป็นพิษของทองแดงต่อการเจริญเติบโตของทานตะวันได้ (Ouzounidou & Ilias, 2005) แต่ในการทดลองนี้ การใช้ออกซินทั้งในรูปของ NAA ซึ่งเป็นออกซินสังเคราะห์ และ IAA ที่สังเคราะห์โดยแบคทีเรีย ไม่สามารถส่งเสริมการเจริญเติบโตของแหวนเปิดใหญ่ในน้ำที่มีการปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมกับไทรทอนเอ็กซ์-100 ได้ ซึ่งอาจเป็นเพราะความเข้มข้นของ NAA ไม่เหมาะสม รวมทั้งการใช้ในรูปน้ำเลี้ยงเซลล์ไม่เหมาะสมกับการส่งเสริมการเจริญเติบโตของแหวนเปิดใหญ่ เนื่องจากหากใช้ในปริมาณที่มากกว่า 2 ml/pot จะทำให้เกิด

การเน่าเสีย ซึ่งการเน่าเสียของน้ำนี้ไม่พบเมื่อเติม *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ในรูปของหัวเชื้อที่เจือจางด้วยสารละลายโซเดียมคลอไรด์ 0.85% และยังสามารถส่งเสริมการเจริญเติบโตของจอกหูหนูในน้ำที่ปนเปื้อนโซเดียมคลอไรด์ได้ (Chouychai et al., 2020) ซึ่งความแตกต่างนี้คาดว่า เป็นผลมาจากอาหารสูตร Nutrient Broth ที่ใช้ในการเลี้ยง *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ และน้ำเลี้ยงเซลล์ที่ได้มาใช้ในการทดลองต่อทันที ดังนั้น การเติมหัวเชื้อจุลินทรีย์ที่สร้างออกซินได้และทนทานต่อแคดเมียมจึงอาจเป็นตัวเลือกที่น่าสนใจกว่า

สรุปผลการวิจัย

การใช้สารควบคุมการเจริญเติบโตกลุ่มออกซินในรูปของน้ำเลี้ยงเชื้อของ *Paenibacillus* sp. BSR₁₋₁ ซึ่งผลิต IAA ได้ หรือการใช้ออกซินสังเคราะห์ในรูป NAA ไม่สามารถส่งเสริมการเจริญเติบโตของแห่นเป็ดใหญ่ในน้ำที่ปนเปื้อนร่วมกันระหว่างแคดเมียมกับไทรทอนเอ็กซ์ -100 ได้ จึงควรทดสอบผลของออกซินสังเคราะห์ชนิดอื่น หรือการใช้หัวเชื้อจุลินทรีย์ที่ทนต่อแคดเมียมและสร้างออกซินได้ต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคามสำหรับงบประมาณสนับสนุนการทำวิจัย

เอกสารอ้างอิง

- Ahmad, F., Ahmad, I., & Khan, M. S. (2008). Screening of free-living rhizospheric bacteria for their multiple plant growth promoting activities. *Microbiological Research*, 163, 178-181.
- Bunluesin, S., Kruatrachue, M., Pokethitiyook, P., Lanza, G. R., Upatham, E. S., & Soonthornsarathool, V. (2004). Plant screening and comparison of *Ceratophyllum demersum* and *Hydrilla verticillata* for cadmium accumulation. *Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology*, 73, 591-598

- Chaudhuri, D., Majumder, A., Misra, A.K., & Bandyopadhyay, K. (2014). Cadmium removal by *Lemna minor* and *Spirodela polyrhiza*. *International Journal of Phytoremediation*, 16(7-12), 1119-11132.
- Chen, L., Luo, S., Xiao, X., Guo, H., Chen, J., Wan, Y., Li, B., Xua, T., Xi, Q., Rao, C., Liu, C., & Zeng, G. 2010. Application of plant growth-promoting endophytes (PGPE) isolated from *Solanum nigrum* L. for phytoextraction of Cd-polluted soils. *Applied Soil Ecology*, 46, 383-389.
- Chouychai, W., Saengdee, A., & Somtrakoon, K. (2020). Effect of plant growth promoting bacteria on growth of *Salvinia calcollata* and *Spirodela polyrhiza* in sodium chloride-contaminated water *Phranakhon Rajabhat Research Journal (Science and Technology)*, 15(1), 56 – 68.
- Clemens, S. (2006.) Toxic metal accumulation, responses to exposure and mechanisms of tolerance in plants. *Biochimie*, 88, 1707-1719.
- Hou, W., Chen, X., Song, G., Wang, Q., & Chang, C. C. (2007). Effects of copper and cadmium on heavy metal polluted waterbody restoration by duckweed (*Lemna minor*). *Plant Physiology and Biochemistry*, 45, 62-69.
- Huang, X. D., El-Alawi, Y., Penrose, D. M., Glick, B. R., & Greenberg, B. M. (2004). Responses of three grass species to creosote during phytoremediation. *Environmental Pollution*, 130, 453-463.
- Huang J., Peng, L., Zeng, G., Li, X., Zhao, Y., Liu, L., Li, F., & Chai, Q. (2014). Evaluation of micellar enhanced ultrafiltration for removing methylene blue and cadmium ion simultaneously with mixed surfactants. *Separation and Purification Technology*, 125, 83-89.
- Khan, A., Khan, S. Khan, M. A., Qamar, Z., & Waqas, M. (2015). The uptake and bioaccumulation of heavy metals by food plants, their effects on plants nutrients, and associated health risk: a review. *Environmental Science and Pollution Research*, 22(18), 13772-13799.

- Khan, M. A., Khan, S., Khan, A., & Alam, M. (2017). Soil contamination with cadmium, consequences and remediation using organic amendments. *Science of the Total Environment*, 601-602, 1591-1605.
- Kosolsaksakul, P., Farmer, J. G., Oliver, I. W., & Graham, M. C. (2014). Geochemical associations and availability of cadmium (Cd) in a paddy field system, northwestern Thailand. *Environmental Pollution*, 187, 153-161.
- Ouzounidou, G., & Ilias, I. (2005). Hormone-induced protection of sunflower photosynthetic apparatus against copper toxicity. *Biologia Plantarum*, 49(2), 223-228.
- Perera, P. A. C. T., Sundarabarathy, T. V., Sivananthawerl, T., Kodithuwakku, S. P., & Edirisinghe, U. (2016). Arsenic and cadmium contamination in water, sediments and fish is a consequence of paddy cultivation: Evidence of river pollution in Sri Lanka. *Achieve Life Science*, 10, 144-160.
- Salazar, M. J., Rodriguez, J. H., Cid, C. V., & Pignata, M. L. (2016). Auxin effects on Pb phytoextraction from polluted soils by *Tegetes minuta* L. and *Bidens pilosa* L.: Extractive power of their root exudates. *Journal of Hazardous Materials*, 311, 63-69.
- Seth, C. S., Chaturvedi, P. K. & Misra, V. (2007). Toxic effect of arsenate and cadmium alone and in combination on giant duckweed (*Spirodela polyrrhiza* L.) in response to its accumulation. *Environmental Toxicology*, 22(6), 539- 549.
- Simmons, R. W., Pongsakul, P., Saiyasitpanich, D., & Klinhoklap, S. (2005). Elevated levels of cadmium and zinc in paddy soils and elevated levels of cadmium in rice downstream of a zinc mineralized area in Thailand: implication for public health. *Environmental Geochemistry and Health*, 27, 501-511.
- Somtrakoon, K. & Chouychai, W. (2018). Co-phytotoxicity of ethylenediaminetetraacetic acid and synthetic surfactants on *Spirodela polyrrhiza* and *Lemna perpusilla*. *RMUTP Research Journal*, 12(2), 10-24.

- Su, C., Jiang, Y., Li, F., Yang, Y., Lu, Q., Zhang, T., Hu, D., & Xu, Q. (2017). Investigation of subcellular distribution, physiological, and biochemical changes in *Spirodela polyrhiza* as a function of cadmium exposure. *Environmental and Experimental Botany*, 142, 24-33.
- Zhu, X. F., Wang, Z. W., Dong, F., Lei, G. J., Shi, Y. Z., Li, G. X. & Zheng, S. J. (2013). Exogenous auxin alleviates cadmium toxicity in *Arabidopsis thaliana* by stimulating synthesis of hemicellulose 1 and increasing the cadmium fixation capacity of root cell walls. *Journal of Hazardous Materials*, 263, 398-403.

คณิตศาสตร์กับการทำแห กรณีสึกษา : อ่าวบ้านดอน
MATHEMATICS AND CAST NET MAKING CASE STUDY : BANDON BAY

สุรินทร์ สมณะ *

Surin Sahmana *

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี
Mathematics, Faculty of Science and Technology, Suratthani Rajabhat University

Received: 31 July 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาวิธีการทำแหของประชาชนในบริเวณอ่าวบ้านดอน และเพื่อศึกษาคณิตศาสตร์กับการทำแห กลุ่มเป้าหมายประกอบด้วยประชาชนที่มีความเชี่ยวชาญใน การทำแหที่อาศัยอยู่ในตำบลบางใบไม้ ตำบลบางไทร ตำบลบางโพธิ์ ตำบลคลองฉลาก และตำบลลิเล็ด จังหวัดสุราษฎร์ธานี ตำบลละ 4 คน รวมทั้งหมด 20 คน ผลการวิจัยพบว่า ประชาชนนิยมทำแหโดยการเย็บด้วยมือบางส่วน ขั้นตอนการทำแหเริ่มจากการทำจอมแหหรือแหช่วงที่ 1 ตัดเนื้อแหที่ผลิตจากโรงงาน ขนาด 70×7 ตา รวบตาแหข้างหนึ่งเป็นจอมแห ช่วงที่ 2 ตัดเนื้อแหขนาด 140×7 ตา เย็บตาแหติดกับขอบช่วงที่ 1 ช่วงที่ 3 ตัดเนื้อแหขนาด 210×7 ตา เย็บตาแหติดกับขอบช่วงที่ 2 ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนได้ขนาดตามต้องการแล้วเย็บเนื้อแหยาวประมาณ 50 ตา ร้อยเชือกที่ตาแหด้านล่างของเนื้อลากให้ติดกับลูกแหและทำเพลแหที่มีลักษณะคล้ายถุงสำหรับให้ปลาเข้าอยู่ในเพลแห การทำแหจะเกิดความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนช่วงของแห (n) กับจำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ n (a_n) และจำนวนตาแหที่ใช้ทำแหทั้งหมด (b_n) คือ $a_n = 70n$ และ $b_n = 245n^2 + 3,745n$

คำสำคัญ: คณิตศาสตร์กับการทำแห, อ่าวบ้านดอน

* ผู้ประสานงาน: สุรินทร์ สมณะ

อีเมล: surin@sru.ac.th

Abstract

The objective of this study was to investigate cast net making methods of people in Ban Don Bay area; and to study the relations between Mathematics and cast net making. The target group consisted of people with expertise in making cast nets who lived in Bang Bai Mai Sub-district, Bang Sai Sub-district, Bang Pho Sub-district, Klong Chalak Sub-district and Leelet Sub-district in Surat Thani province; four people from each sub-district in total of 20 people. The result reveal that participants preferred crafting cast nets by hand sewing some parts. The first component was to craft a yoke by cutting a net which produced from a factory to 70 x 7 meshes and fasten one edge of the net (like a cone) which called a yoke. The second component was 140 x 7 meshes of net and attach to the edge of the first component by hand sewing. The third component was 210 x 7 meshes of net which was sewed to the edge of the second component and kept doing until getting the needed size and sewed the net for 50 meshes long. The next step was to string the net at the bottom and drag it to metal balls, and made a bag-like shaft for the fish to enter the net. There were the relations between the components (n) and the cast net meshes at the upper edge of component n (a_n) and the total meshes of the cast (b_n) which were $a_n = 70n$ and $b_n = 245n^2 + 3,745n$

Keywords: Mathematics and Cast Net Making, Ban Don Bay

บทนำ

แหเป็นเครื่องมือทำประมงชนิดหนึ่งซึ่งถักเป็นตาข่ายใช้ทอดแผ่ลงไปในน้ำแล้วค่อยๆ ดึงขึ้นมา (ราชบัณฑิตยสถาน, 2556) ใช้ในการจับสัตว์น้ำ เช่น กุ้ง ปลา เป็นต้น เพื่อนำมาบริโภคในชีวิตประจำวันและใช้ประกอบอาชีพ (ศิริ กอนันต์กุล, 2547) แหเป็นเครื่องมือประมงที่ใช้กันอย่างแพร่หลายในแถบทุกภาคของประเทศไทยทั้งในน่านน้ำเค็มและน้ำจืด แหทุกชนิดมีลักษณะเหมือนกันคือเมื่อแผ่ออกจะเป็นรูปวงกลม ขอบดินแหจะมีโซ่ทำด้วยลูก

เหล็ก (ลูกแห) เพื่อใช้ถ่วงแหให้จมตัวได้เร็ว แหที่ใช้มักจะชำรุดและต้องซ่อมเสมอ เพื่อเพิ่มความเหนียวของแหชาวบ้านจึงนำเปลือกของต้นประดู่ไปต้มและสกัดเอาน้ำไปใช้แช่แหซึ่งมีผลให้เชือกที่ทำแหเหนียวทนทานขึ้น บางท้องถิ่นย้อมด้วยเปลือกและลูกตะโกโดยนำมาทุบแล้วแช่น้ำจนมีสีดำใช้เวลาประมาณหนึ่งเดือนจึงนำแหลงไปย้อม (PooLom, 2556) ในอดีตแหทำจากเชือกป่านหรือปอเทืองซึ่งเชือกป่านและปอเทืองทำได้โดยการตัดต้นป่านหรือปอเทืองแช่น้ำไว้ 10 - 15 วัน แล้วนำมาทุบให้เนื้อไม้แตกเป็นเส้น ๆ แล้วนำแผ่นเหล็กมาชุบให้เป็นเส้น ๆ แล้วนำไปตากแห้งและปั่นเป็นเชือกใช้สานแห ซึ่งการทำเชือกดังกล่าวจะทำได้ยากมากในปัจจุบันไม่มีให้เห็นแล้ว ปัจจุบันนิยมทำแหจากด้ายในลอนหรือด้ายชนิดอื่นแทน นี่คือการเปลี่ยนแปลงที่มีผลต่อวัฒนธรรมในเรื่องดังกล่าวที่ชัดเจน (ปกรณ์ คุณารักษ์, 2556) การทำแหมีหลักการหลายวิธีด้วยกัน เช่น การเย็บด้วยมือทั้งหลัง (ปาก) การเย็บด้วยมือบางส่วนหรือการทำจากเครื่องจักรทั้งหลัง การทำแหมีขั้นตอนการทำที่ซับซ้อน น่าสนใจ มีการนำคณิตศาสตร์มาใช้อย่างหลากหลายไม่ว่าจะเป็นความรู้เกี่ยวกับสามเหลี่ยมสี่เหลี่ยมและวงกลม ตลอดจนความสัมพันธ์ของจำนวนตาแหที่เพิ่มขึ้นกับจำนวนช่วงหรือความสัมพันธ์ของจำนวนตาแหทั้งปากกับจำนวนช่วง

อ่าวบ้านดอนคือบริเวณของทะเลที่มีมาตั้งแต่โบราณดังปรากฏชื่อในหนังสือภูมิศาสตร์ของปโตเลมี (Ptolemy's Geography) ลักษณะเป็นเว้าขนาดใหญ่เว้าเข้ามาในแผ่นดินคล้ายรูปตัวยูทางชายฝั่งทะเลตะวันออกหรือชายฝั่งอ่าวไทย ความลาดชันต่ำและสภาพน้ำทะเลอยู่ในระดับไม่ลึกมากประมาณ 1- 5 เมตร มีหาดโคลนเลน กว้างใหญ่ยื่นออกจากชายฝั่งประมาณ 1 - 2 กิโลเมตร บริเวณอ่าวด้านในมีสันฐานแบบสันดอนจะงอย ชายฝั่งเป็นแนวหยักตรงขึ้นไปทางเหนือแล้วเปลี่ยนแนวไปทางด้านตะวันออก จนเกิดดินดอนสามเหลี่ยมปากแม่น้ำรูปตีนนกบริเวณดังกล่าวเป็นจุดบรรจบระหว่างน้ำจืดกับน้ำทะเล แม่น้ำตาปี แม่น้ำพุมดวงและลำคลองต่าง ๆ เช่น คลองกระแดะ คลองพุนพิน คลองไชยา และคลองท่าเคย เป็นต้น ไหลรวมลงสู่อ่าวพร้อมพัดพาตะกอนแร่ธาตุต่าง ๆ ลงสู่ท้องทะเล ส่งผลให้บริเวณอ่าวบ้านดอนมีความอุดมสมบูรณ์สูง (ทวีศักดิ์ สุจริตน์, 2551) เป็นแหล่งรวมความหลากหลายของระบบนิเวศทางทะเลกลายเป็นแหล่งอาหารที่สำคัญของสัตว์น้ำและเป็นที่อนุบาลสัตว์น้ำวัยอ่อนนานาชนิด อ่าวบ้านดอนจึงเป็นแหล่งประกอบอาชีพเลี้ยงปากท้องของชาวประมงชายฝั่งในจังหวัดสุราษฎร์ธานีและพื้นที่ใกล้เคียงมาช้านาน (สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย, 2557) จากที่กล่าวมาข้างต้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาการทำแหของ

ประชาชนบริเวณอ่าวบ้านดอนว่ามีวิธีการอย่างไรและมีการใช้คณิตศาสตร์อย่างไรบ้าง สำหรับผลการวิจัยจะมีประโยชน์ต่อการทำแท้งของประชาชนบริเวณอ่าวบ้านดอนและจะเป็นองค์ความรู้ให้นักคณิตศาสตร์หรือผู้เกี่ยวข้องได้ศึกษาต่อไป

วัตถุประสงค์การวิจัย

1. เพื่อศึกษาวิธีการทำแท้งของประชาชนในบริเวณอ่าวบ้านดอน
2. เพื่อศึกษาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการทำแท้งของประชาชนในบริเวณอ่าวบ้านดอน

วิธีดำเนินการวิจัย

กลุ่มเป้าหมายประกอบด้วยชาวบ้านที่มีความเชี่ยวชาญในการทำแท้งซึ่งอาศัยอยู่ในตำบลบางใบไม้ ตำบลบางไทร ตำบลบางโพธิ์ ตำบลคลองฉลากและตำบลลิเล็ด จังหวัดสุราษฎร์ธานี ตำบลละ 4 คน รวมทั้งหมด 20 คน โดยเน้นการเก็บข้อมูลโดยการสัมภาษณ์เชิงลึกเพื่อนำข้อมูลมาสังเคราะห์เชิงคุณภาพ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบสัมภาษณ์การทำแท้ง ซึ่งมีการตรวจสอบคุณภาพของแบบสัมภาษณ์โดยผู้เชี่ยวชาญที่มีความรู้ความสามารถและความชำนาญด้านคณิตศาสตร์ จำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความถูกต้องของข้อความและความตรงเชิงเนื้อหาโดยใช้ดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ซึ่งปรากฏว่าข้อคำถามทุกข้อมีค่า IOC มากกว่า 0.5 นำแบบสัมภาษณ์ไปทดลองสัมภาษณ์ชาวบ้านที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างจำนวน 3 คน เพื่อตรวจสอบความชัดเจนและความครอบคลุมของคำถามในแบบสัมภาษณ์และพิจารณาว่ามีความเข้าใจต่อข้อคำถามตรงกันหรือไม่ ซึ่งผลการดำเนินการพบว่าชาวบ้านเข้าใจต่อข้อคำถามตรงกันในทุกข้อ และแก้ไขและปรับปรุงเป็นแบบสัมภาษณ์ฉบับสมบูรณ์แล้วจึงนำไปเก็บรวบรวมข้อมูลจริง หลังจากนั้นได้เก็บรวบรวมข้อมูลโดยการสัมภาษณ์ความรู้เรื่องแท้งและวิธีการทำแท้ง จากกลุ่มเป้าหมายแล้วสรุปความรู้เรื่องแท้งและวิธีการทำแท้งเป็นเอกสารและเชื่อมโยงสู่การใช้คณิตศาสตร์ สำหรับการวิเคราะห์ข้อมูลจะนำผลการสัมภาษณ์เชิงลึกจากกลุ่มเป้าหมายแล้วนำข้อมูลที่ได้มาสังเคราะห์เป็นองค์ความรู้เรื่องแท้งและวิธีการทำแท้ง และวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนช่วงของแท้งกับจำนวนตาแท้งโดยการหาข้อสรุปโดยใช้กระบวนการอุปนัย จากกรณีย่อยสู่กรณีทั่วไป

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ผลการวิจัย

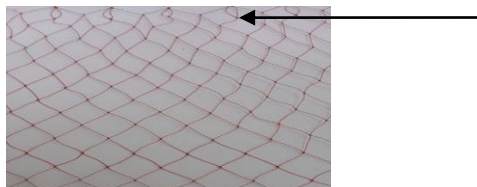
1. วิธีการทำแหของประชาชนในบริเวณอ่าวบ้านดอน ประชาชนในบริเวณอ่าวบ้านดอนจะนิยมทำแหโดยการสานด้วยมือบางส่วน โดยซื้อเนื้อแหสำเร็จรูปมาจากโรงงานหรือร้านขายอวนแล้วนำเนื้อแหมาตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแล้วเย็บต่อเป็นแหด้วยมือ การทำแหของประชาชนในชุมชนต่าง ๆ จะใช้หลักการเดียวกัน จะแตกต่างกันบ้างเพียงเล็กน้อยเท่านั้น ผู้วิจัยจึงนำเสนอวิธีการทำแหของชาวบ้านที่ทำกันในภาพรวมดังนี้

การทำจอมแหหรือช่วงที่ 1 เริ่มจากการตัดแหกว้าง 70 ตา (บางชุมชนอาจตัด 50 ตา หรือแตกต่างจากนี้แล้วแต่ท้องถิ่น) และยาวหรือลึก 7 ตา แล้วร้อยตาแหด้านบนด้วยเชือกเป็นจอมแห ดังภาพที่ 1



รูปที่ 1 การทำจอมแห

ช่วงที่ 2 ตัดแซแหทุกตาที่ขอบล่างของจอมแหหรือช่วงที่ 1 (ตัดแซแห หมายถึง การเย็บเนื้อแห 2 ชั้น ให้ติดกันโดยเย็บขอบล่างของเนื้อแหชั้นบน จำนวน 1 ตา เย็บติดกับเนื้อแหขอบบนของเนื้อแหชั้นล่าง จำนวน 2 ตา เพื่อให้จำนวนตาแหของช่วงที่ 2 เพิ่มมากขึ้น) และเย็บติดกับเนื้อแหขอบบนช่วงที่ 2 ดังรูปที่ 2 ขอบบนของช่วงที่ 2 ใช้เนื้อแหกว้าง 140 ตา และยาวหรือลึก 7 ตา



รูปที่ 2 การทำแหช่วงที่ 2

ช่วงที่ 3 จะติดแหว่งตาวันที่ขอบบนของช่วงที่ 3 และเย็บติดกับเนื้อแหขอบล่างช่วงที่ 2 ดังรูปที่ 3 จึงได้ขอบบนของช่วงที่ 3 ซึ่งใช้เนื้อแหกว้าง 210 ตา และยาว 7 ตา



รูปที่ 3 การทำแหช่วงที่ 3

ช่วงที่ 4 จะติดแหว่งตาวันที่ 2 ตา และเย็บติดกับเนื้อแหขอบล่างช่วงที่ 3 ดังรูปที่ 4 จึงได้ขอบบนของช่วงที่ 4 ซึ่งใช้เนื้อแหกว้าง 280 ตา และยาว 7 ตา



รูปที่ 4 การทำแหช่วงที่ 4

ช่วงที่ 5 จะติดแหว่งตาวันที่ 3 ตา และเย็บติดกับเนื้อแหขอบล่างช่วงที่ 4 ดังรูปที่ 5 จึงได้ขอบบนของช่วงที่ 5 ใช้เนื้อแหกว้าง 350 ตา และยาว 7 ตา



รูปที่ 5 การทำแหช่วงที่ 5

ถ้าต้องการทำให้มีขนาดใหญ่กว่านี้ สามารถทำไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ขนาดตามต้องการ โดยทั่วไปชาวบ้านจะนิยมทำแหขนาด 6 - 11 ช่วง เมื่อได้ขนาดที่ต้องการแล้วก็จะถึงขั้นตอนการทำเนื่อลากเพื่อทำดินแห เนื่อลากจะใช้เนื้อแหเย็บต่อจากเนื้อแหขบล่างของช่วงสุดท้ายที่ต้องการโดยไม่ต้องทำแซแห โดยใช้ความยาวประมาณ 50 ตา หรือความยาวประมาณ 0.7 - 0.9 เมตร หลังจากนั้นก็เย็บรอยต่อของทุกช่วง เมื่อเย็บรอยต่อแล้วก็ใช้ด้ายขนาดใหญ่กว่าเนื้อแหเล็กน้อยเย็บต่อเนื้อแหที่ขบล่างของเนื่อลากให้รอบเพื่อผูกลูกแห ใช้ชุนร้อยลูกแหติดกับเนื้อแหจนรอบ ดังรูปที่ 6

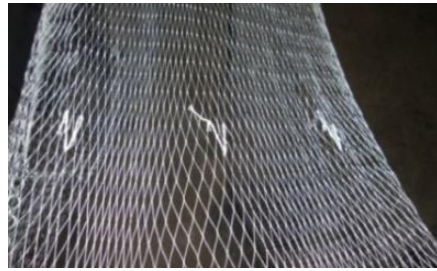


รูปที่ 6 การใส่ลูกแห

ขั้นต่อไปเป็นขั้นการทำเพลาแห โดยการนำเชือกสั้น ๆ ความยาวประมาณ 15 - 20 เซนติเมตร ผูกไว้กับลูกแห ดังรูปที่ 7 (ก) แล้วดึงไปผูกติดกับคิ้วแห คิ้วแหเป็นที่หมายสำหรับการผูกเพลาแหจะต้องใช้เชือกหรือด้ายที่มีขนาดใหญ่เป็นสองเท่าของด้ายเนื้อแหเย็บติดกับเนื้อแหเป็นรูปตัววี (V) ดังรูปที่ 7 (ข) โดยคิ้วแหจะต้องห่างจากลูกแห ประมาณ 70 - 90 เซนติเมตร และคิ้วแหจะมีระยะห่างกันประมาณ 15 - 16 ตาแห และเมื่อผูกเชือกที่ติดกับเนื้อแหกับคิ้วแห ดังรูปที่ 7 (ค) แล้วจะเกิดเนื้อแหที่มีลักษณะคล้ายถุงที่อยู่ใต้คิ้วแห เรียกว่าเพลาแห ดังรูปที่ 7 (ง)



(ก) เชือกผูกเพลลา



(ข) คิ้วแห



(ค) การผูกเพลลาแห

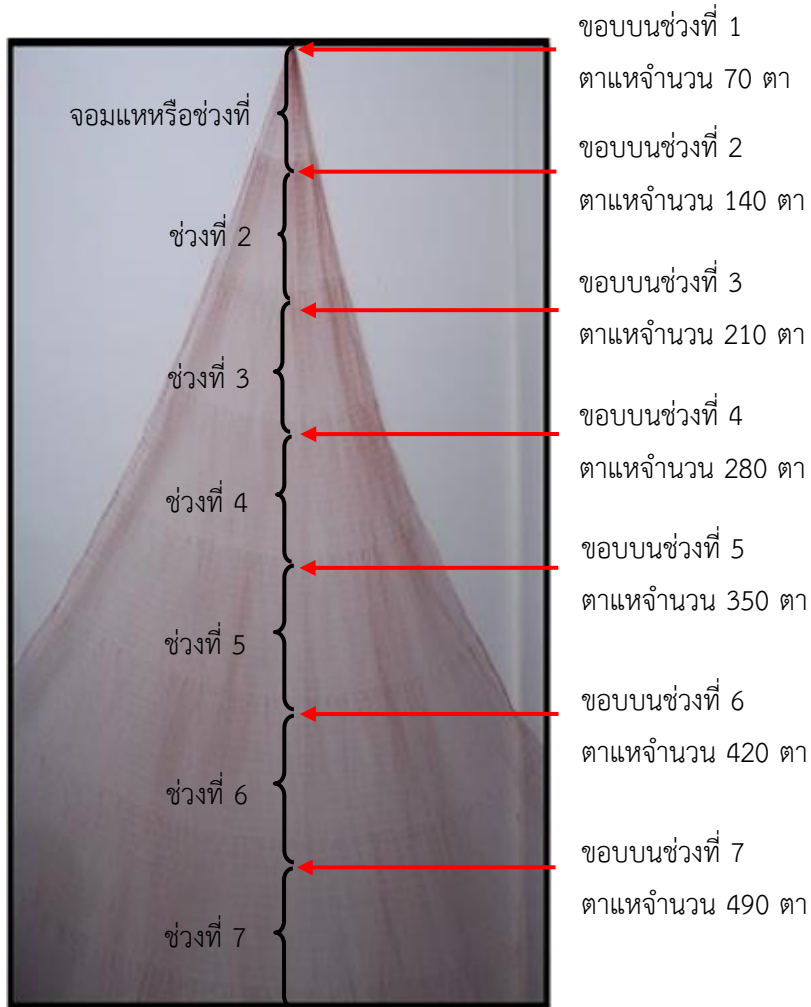


(ง) เพลลาแห

รูปที่ 7 เพลลาแห

2. คณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการทำแห ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการทำแห ซึ่งจะศึกษาความสัมพันธ์เชิงลำดับและอนุกรม ดังต่อไปนี้

2.1 จำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วงการเพิ่มจำนวนตาของแหที่ขอบบนของช่วงต่างๆ พิจารณารูปที่ 8



รูปที่ 8 จำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วงต่างๆ

จากการพิจารณาจำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วงแต่ละช่วงพบว่าจำนวนตาแหจะเพิ่มขึ้นดังนี้

ขอบบนของจอมแหมีจำนวนตาแห 70 ตา = 1×70 ตา

ขอบบนของช่วงที่ 1 มีจำนวนตาแห 140 ตา = 2×70 ตา

ขอบบนของช่วงที่ 2 มีจำนวนตาแห 210 ตา = 3×70 ตา

ขอบบนของช่วงที่ 3 มีจำนวนตาแห 280 ตา = 4×70 ตา

ขอบบนของช่วงที่ 4 มีจำนวนตาแห 350 ตา $= 5 \times 70$ ตา

ขอบบนของช่วงที่ 5 มีจำนวนตาแห 420 ตา $= 6 \times 70$ ตา

⋮

เมื่อดำเนินการในลักษณะเดียวกันจนถึงช่วงที่ n จะได้ขอบบนของช่วงที่ n มีจำนวนตาแห $n \times 70 = 70n$ ตา สามารถเขียนเป็นลำดับ $a_n = 70n$ โดยที่ n แทน ช่วงของแห และ a_n แทน จำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ n

2.2 จำนวนตาแหทั้งหมด

การหาจำนวนตาแหทั้งหมดของแหทั้งปากจะมีประโยชน์ในแง่ของการซื้อเนื้อแหมาทำแหที่เหมาะสม โดยเริ่มจากการพิจารณาในแต่ละช่วงเมื่อใช้เนื้อแหยาวลงมา 7 ตา และเนื้อลากยาวลงมา 50 ตา พบว่า

จอมแหหรือช่วงที่ 1 มีตาแหที่ขอบบนของจอมแห จำนวน 70 ตา และต่อเนื้อแหลงอีก 7 ตา ดังนั้นจะมีตาแหทั้งหมด $70 \times 7 = 490 = 1 \times 490$ ตา

ช่วงที่ 2 มีตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ 2 จำนวน 140 ตา และต่อเนื้อแหลงอีก 7 ตา ดังนั้นจะมีตาแหทั้งหมด $140 \times 7 = 980 = 2 \times 490$ ตา

ช่วงที่ 3 มีตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ 3 จำนวน 210 ตา และต่อเนื้อแหลงอีก 7 ตา ดังนั้นจะมีตาแหทั้งหมด $210 \times 7 = 1,470 = 3 \times 490$ ตา

ช่วงที่ 4 มีตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ 4 จำนวน 280 ตา และต่อเนื้อแหลงอีก 7 ตา ดังนั้นจะมีตาแหทั้งหมด $280 \times 7 = 1,960 = 4 \times 490$ ตา

ช่วงที่ 5 มีตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ 5 จำนวน 350 ตา และต่อเนื้อแหลงอีก 7 ตา ดังนั้นจะมีตาแหทั้งหมด $350 \times 7 = 2,450 = 5 \times 490$ ตา

เมื่อดำเนินการในลักษณะเดียวกันจนถึงช่วงที่ n จะได้ว่า

ช่วงที่ n มีตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ $n = n \times 490 = 490n$ ตา โดยที่ n แทน ช่วงของแห

เมื่อพิจารณาจำนวนตาแหทั้งปาก โดยไม่รวมเนื้อลาก จะได้ว่า แหขนาด n ช่วง จะมีตาแหทั้งหมด

$$= (1 \times 490) + (2 \times 490) + (3 \times 490) + (4 \times 490) + (5 \times 490) + (1 \times 490) + \dots + (n \times 490)$$

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + n) \times 490$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n(n+1)}{2} \times 490 \\ &= 245n(n+1) \\ &= 245n^2 + 245n \text{ ตา} \end{aligned}$$

เมื่อพิจารณาจำนวนตาแหทั้งหมดของเนื้อลากโดยที่เนื้อลากยาว 50 ตา พบว่า

แหขนาด 1 ช่วง จำนวนตาแหของเนื้อลาก เท่ากับ $1 \times 70 \times 50 = 1 \times 3,500$ ตา

แหขนาด 2 ช่วง จำนวนตาแหของเนื้อลาก เท่ากับ $2 \times 70 \times 50 = 2 \times 3,500$ ตา

แหขนาด 3 ช่วง จำนวนตาแหของเนื้อลาก เท่ากับ $3 \times 70 \times 50 = 3 \times 3,500$ ตา

แหขนาด 4 ช่วง จำนวนตาแหของเนื้อลาก เท่ากับ $4 \times 70 \times 50 = 4 \times 3,500$ ตา

แหขนาด 5 ช่วง จำนวนตาแหของเนื้อลาก เท่ากับ $5 \times 70 \times 50 = 5 \times 3,500$ ตา

และเมื่อดำเนินการในลักษณะเดียวกันจนหมดขนาด n ช่วง จะได้ว่า

แหขนาด n ช่วง จำนวนตาของเนื้อลาก เท่ากับ $n \times 3,500 = 3,500n$ ตา ดังนั้น

จำนวนตาแหทั้งปาก = จำนวนตาแหทุกช่วง + จำนวนตาแหของเนื้อลาก

หรือ

$$\begin{aligned} \text{จำนวนตาแหทั้งหมดของแหขนาด } n \text{ ช่วง} &= \text{จำนวนตาแหทั้งหมดของแหขนาด } n \text{ ช่วง ที่ไม่} \\ &\quad \text{รวมเนื้อลาก} + \text{จำนวนตาแหของเนื้อลากของ} \\ &\quad \text{แหขนาด } n \text{ ช่วง} \\ &= 245n^2 + 245n + 3,500n = 245n^2 + 3,745n \text{ ตา} \end{aligned}$$

และสามารถเขียนเป็นลำดับได้ $b_n = 245n^2 + 3,745n$ โดยที่ n แทนจำนวนของช่วง และ b_n แทนจำนวนตาแหทั้งหมดของแหขนาด n ช่วง

อภิปราย

จากผลการวิจัยพบว่าประชาชนในบริเวณอำเภอบ้านดอนได้ทำแหมาตั้งแต่โบราณ โดยเริ่มจากการสานด้วยมือทั้งหลัง ต่อมาประชาชนส่วนใหญ่จะนิยมทำแหด้วยมือบางส่วน เนื่องจากสามารถทำได้เร็วกว่าการทำแหแบบเดิม ซึ่งการทำแหของประชาชนดังกล่าวนี้ จะเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์โดยการเพิ่มของตาแหและจำนวนตาแหทั้งหลังจะสัมพันธ์กับ

จำนวนช่วงของแห แสดงให้เห็นว่าประชาชนได้มีการใช้คณิตศาสตร์มาตั้งแต่โบราณโดยเฉพาะได้ใช้ความรู้เรื่องลำดับและอนุกรมในการทำแห แสดงให้เห็นถึงภูมิปัญญาทางคณิตศาสตร์ของชาวบ้านที่ไม่ได้เรียนรู้มาจากชั้นเรียนแต่เกิดจากการปฏิบัติที่ซ้ำ ๆ หรือการลองผิดลองถูกจากการทำแหของคนรุ่นเก่ามาสู่คนรุ่นใหม่ (อานนท์ ภาคมาลี, 2556) เกิดองค์ความรู้ในการทำแหที่ทำให้ได้แหที่ดีที่สุดตามที่ต้องการคือแหที่ทอดแล้วเป็นวงกลมที่มีรัศมียาวที่สุดหรือที่ชาวบ้านเรียกว่าแหบานมากที่สุดนั่นเอง อีกทั้งความรู้ดังกล่าวจะช่วยให้ชาวบ้านนำไปประยุกต์ในการซื้อเนื้อแหสำเร็จรูปในท้องตลาดให้ประหยัดได้มากที่สุด โดยประชาชนผู้สนใจทำแห สามารถการคำนวณปริมาณเนื้อแหที่จะซื้อไปทำแหในความยาวที่เหมาะสมกับขนาดของแห เช่น เนื้อแหสำเร็จรูปในท้องตลาดขนาดตาแห 4 เซนติเมตร ยาว 1 เมตร เป็นแหขนาดกว้าง 602 ตา และยาว 24 ตา นับตาแหได้ประมาณ 14,448 ตา ดังนั้นถ้าต้องการทำแหขนาด 8 ช่วง จะต้องใช้เนื้อแหที่มีจำนวนตาแหทั้งหมด $245(8)^2 + 3745(8) = 45640$ ตา ซึ่งจะต้องซื้อเนื้อแหสำเร็จรูปยาวประมาณ $\frac{45,640}{14,448} = 3.15$ เมตร

สรุปผลการวิจัย

ประชาชนบริเวณอ่าวบ้านดอนนิยมทำแหด้วยการสานด้วยมือบางส่วน การทำแหของประชาชนในชุมชนต่าง ๆ จะใช้หลักการเดียวกัน จะแตกต่างกันบ้างเพียงเล็กน้อยเท่านั้น การทำจอมแหหรือช่วงที่ 1 เริ่มจากการตัดเนื้อหาที่ซื้อมาจากท้องตลาด โดยตัดเนื้อแหกว้าง 70 ตา และยาว 7 ตา ช่วงที่ 2 ติดแซ่ทุกตาที่ขอบล่างของช่วงที่ 1 และเย็บติดกับเนื้อแหขอบบนช่วงที่ 2 ขอบบนของช่วงที่ 2 ใช้เนื้อแหกว้าง 140 ตา และยาว 7 ตา ช่วงที่ 3 ติดแซ่แหตาเว้นตาที่ขอบล่างของช่วงที่ 2 และเย็บติดกับขอบบนช่วงที่ 3 ขอบบนของช่วงที่ 3 จึงใช้เนื้อแหกว้าง 210 ตา และยาว 7 ตา ช่วงที่ 4 จะติดแซ่แหตาเว้น 2 ตา ที่ขอบล่างของช่วงที่ 3 และเย็บติดกับเนื้อแหขอบบนช่วงที่ 4 ขอบบนช่วงที่ 4 จึงใช้เนื้อแหกว้าง 280 ตา และยาว 7 ตา ช่วงที่ 5 จะติดแซ่แหที่ขอบล่างช่วงที่ 4 ตาเว้น 3 ตา และเย็บติดกับเนื้อแหขอบบนช่วงที่ 5 จึงใช้เนื้อแหกว้าง 350 ตา และยาว 7 ตา ถ้าต้องการทำแหให้มีขนาดใหญ่กว่านี้สามารถทำแหแหได้เรื่อย ๆ จนกว่าจะได้ขนาดตามต้องการ เมื่อได้ขนาดที่ต้องการแล้วก็จะทำเนื้อลากเพื่อทำดินแห เนื้อลากจะใช้เนื้อแหเย็บต่อจากเนื้อแหขอบล่างของช่วงสุดท้ายที่ต้องการโดยไม่ต้องทำแซ่แหโดยใช้ความยาวประมาณ 50 ตา หรือความยาวประมาณ 1

เมตร หลังจากนั้นก็เย็บรอยต่อของทุกช่วง เมื่อเย็บรอยต่อแล้วก็ใช้ด้ายขนาดใหญ่กว่าเนื้อแห เล็กน้อยเย็บต่อเนื้อแหที่ขอบล่างของเนื้อลากให้รอบเพื่อผูกลูกแห ใช้ขุนร้อยลูกแหติดกับเนื้อ แหจนรอบ การทำเพลแหเป็นการนำเชือกสั้น ๆ ความยาวประมาณ 15 - 20 เซนติเมตร ผูกไว้กับลูกแหแล้วดึงไปผูกติดกับคิ้วแหซึ่งเป็นที่หมายสำหรับการผูกเพลแหจะต้องใช้เชือก หรือด้ายที่มีขนาดใหญ่เป็นสองเท่าของด้ายเนื้อแหเย็บติดกับเนื้อแหเป็นรูปตัววี (V) โดยคิ้ว แหจะต้องห่างจากลูกแหประมาณ 70 - 90 เซนติเมตร หรือประมาณ 25 ตาแห และคิ้วแห จะมีระยะห่างกันประมาณ 15 - 16 ตาแห และ เมื่อผูกเชือกที่ติดกับเนื้อแหกับคิ้วแหแล้วจะ เกิดเนื้อแหที่มีลักษณะคล้ายถุงที่อยู่ใต้คิ้วแห เรียกว่า เพลแห จากวิธีการทำแหทำให้ค้นพบ ความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์กับการทำแห กล่าวคือการเพิ่มจำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วง แต่ละช่วงจะเพิ่มขึ้นเป็นลำดับเลขคณิต $a_n = 70n$ โดยที่ n แทนจำนวนช่วงของแห และ a_n แทน จำนวนตาแหที่ขอบบนของช่วงที่ n จำนวนตาแหทั้งหมดของแหขนาด n ช่วง เขียน เป็นลำดับได้ $b_n = 245n^2 + 3,745n$ โดยที่ n แทน จำนวนของช่วงแห และ b_n แทน จำนวนตาแหทั้งหมดของแหขนาด n ช่วง

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบคุณมหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานีที่ให้การสนับสนุนเงินทุนอุดหนุน การวิจัย ขอขอบคุณรองศาสตราจารย์ประสิทธิ์ ทองแจ่ม ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุรพล เนาวรัตน์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ชัยสงคราม เครือหงส์ ที่ช่วยให้คำปรึกษาดูแลจนตรวจสอบคุณภาพ ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย อย่างเสียสละยิ่ง ตลอดจนคณะอาจารย์และนักศึกษาสาขาวิชา คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี ที่ให้ความ ร่วมมือและสนับสนุนการทำวิจัย ขอขอบคุณประชาชนในตำบลบางใบไม้ ตำบลบางไทร ตำบล คลองฉาก ตำบลบางโพธิ์ และตำบลลิเล็ด จังหวัดสุราษฎร์ธานีที่ให้ข้อมูลในการทำแห และ ขอขอบคุณทุกท่านที่ยังไม่ได้กล่าวชื่อที่ให้การสนับสนุนและช่วยเหลือให้การวิจัยสำเร็จลุล่วง

เอกสารอ้างอิง

- ศิริ กอนันต์กุล. (2547). *เครื่องมือประมงในกลุ่มน้ำสงคราม*. กรุงเทพฯ : สำนักวิจัยและพัฒนาประมงน้ำจืดกรมประมง.
- ทวีศักดิ์ สุจริตน์. (2551). *การสังเคราะห์ภาพรวมอ่าวบ้านดอน*. กรุงเทพฯ : สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย.
- ปกรณ์ คุณารักษ์. (2556). แห. สืบค้นเมื่อวันที่ 1 มีนาคม 2558, จาก <https://www.fisheries.go.th/sfsisaket/web2/images/stories/view/hac.pdf>.
- ราชบัณฑิตยสถาน. (2556). *พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน. พ.ศ. 2554*. กรุงเทพฯ : นานมีบุ๊คส์พับลิเคชันส์.
- สำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย. (2557). *งานวิจัยชาวบ้านกับการแก้ปัญหาวิกฤติอ่าวบ้านดอน*. สืบค้นเมื่อวันที่ 3 มีนาคม 2558, จาก http://vijai.trf.or.th/Activity_detail.asp?topicid=820.
- อานนท์ ภาคมาลี. (2556). *หมอนามัย แห เครื่องมือจับปลา*. สืบค้นเมื่อวันที่ 9 มีนาคม 2558, จาก <https://www.gotoknow.org/posts/500298>.
- PooLom (นามแฝง). (2556). *ภูมิปัญญาชาวบ้านเรื่องการสานแห*. สืบค้นเมื่อวันที่ 1 พฤศจิกายน 2557, จาก <http://fishnetswisdom.blogspot.com/2012/01/blog-post.html>.

การแก้ปัญหามสมการการเคลื่อนที่ของไฮเซนเบิร์กของอนุภาคที่ถูกบังคับด้วยแรง
ฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์ที่ขึ้นอยู่กับเวลาโดยใช้ตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะ
SOLVING THE HEISENBERG EQUATION OF MOTION OF THE TIME-
DEPENDENT FORCED HARMONIC OSCILLATOR USING TIME-DEPENDENT
ANNIHILATION AND CREATION OPERATORS

ปิยรัตน์ มุลศรี¹, มั่นทนา ดีนา² และ อาทิตย์ หุ้เต็ม^{2,*}
Piyarat Moonsri¹, Mantana Deena² and Artit Hutem^{2,*}

1สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

2สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์

¹Chemistry Division, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University

²Physics Division, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University

Received: 29 August 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เราต้องการคำนวณหามสมการการเคลื่อนที่สำหรับตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะของระบบภายใต้แรงที่มีการสั่นอย่างง่ายฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์โดยใช้วิธีสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับที่ 1 แบบไม่เอกพันธ์โดยการแก้ปัญหามสมการการเคลื่อนที่ของไฮเซนเบิร์กจะได้ตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะของระบบที่เป็นฟังก์ชันเวลา ซึ่งตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะของอนุภาคที่ถูกบังคับให้เคลื่อนที่ภายในบ่อศักย์แบบฮาร์มอนิกออสซิลเลเตอร์มีลักษณะเป็นกลุ่มคลื่น แต่ถ้าจำนวนค่าของพารามิเตอร์ α เพิ่มขึ้นจะส่งผลทำลายการเป็นกลุ่มคลื่นของตัวดำเนินการสร้างและทำลายสถานะของอนุภาค

คำสำคัญ: ตัวดำเนินการสร้างที่เป็นฟังก์ชันของเวลา, ตัวดำเนินการทำลายที่เป็นฟังก์ชันของเวลา, แรงที่มีการสั่นแบบฮาร์มอนิก

* ผู้ประสานงาน: อาทิตย์ หุ้เต็ม

อีเมล: artithutem@pcru.ac.th

Abstract

For this study, the researchers purposed to evaluate the Heisenberg equation of motion for the creation and annihilation operator under the force vibration simple harmonic oscillation. Instead of using the first-order ordinary differential equation to solve the Heisenberg equation of motion, the researchers got the time-dependent creation and annihilation operator under the time-dependent force vibration simple harmonic oscillation. The behavior of wave group in the creation and annihilation operator for image part is destroyed by increasing of the parameter value of α .

Keywords: time-dependent creation operator, time-dependent annihilation operator, force vibration harmonic oscillator

Introduction

The quantum mechanics of the time-dependent forced harmonic oscillator is fundamental to several branches of physics: for example, quantum gases, quantum field theory, quantum electrodynamics. In this paper, we can be shown creation of the quantum mechanics model for a time-dependent force vibration harmonic oscillator in particle bound harmonic oscillator potential. Gilbey & Goodman (1996) show the analysis method of the operator and the time-dependent force mechanics for the simple harmonic oscillator quantum theory. Glauber & Man'ko (1984) represent evaluation of the damping and equilibrium state due to random fluctuations for the time-dependent external force in quantum mechanics system. Balcou et al. (1996) present the quantum mechanics theoretical study of high-order harmonic oscillator generation via a slowly driven “Duffing” anharmonic vibration. Rigo et al. (1997) use quantum-state diffusion theory to describe of the time-dependent damped anharmonic oscillator system. Chung-In & Kyu-Hwang (2002) show that the path integral

method of evaluation the propagator for the damped harmonic oscillator via the Caldirola-Kanai Hamiltonian.

Currently, Antia et al. (2010), show that evaluation of the Caldirola-Kanai Hamiltonian model about the damped harmonic oscillator system in the under-damped regime. Segovia-Chaves (2018) represent the solution of the Hamilton-Jacobi equation in damped harmonic oscillator problem. The scheme of the paper is as follows. In section materials and method, we write the method of Calculation of the Heisenberg equation of motion for the time-dependent annihilation operator ($\hat{b}(t)$) and the time-dependent creation operator ($\hat{b}^\dagger(t)$) in forced vibration (Castanos & Zuniga-Segundo, 2019). Next, we show the result of plot graph for the annihilation operator and the creation operator in the section of result. Finally, we can be representation of the summary.

Materials and Methods

Calculation of the Heisenberg equation of motion for the time-dependent annihilation operator ($\hat{b}(t)$) and the time-dependent creation operator ($\hat{b}^\dagger(t)$) in forced vibration

We are now in a position and linear momentum to apply the Heisenberg equation of motion to a particle of mass (μ) bound in the force simple harmonic oscillator. The time-dependent Hamiltonian of the force simple harmonic oscillator system is

$$\hat{H}(t) = \frac{\hat{p}^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2\hat{x}^2 - (\hat{x}F(t) + \hat{p}R(t)), \quad (1)$$

where $\omega = \sqrt{k/\mu}$ is the angular frequency of the classical mechanics oscillator related to the spring constant k in Hooke's law, $F(t)$ is the time-dependent external force cosine function, $R(t)$ is the time-dependent external

force sine function. We have chosen a sinusoidal form for the time-dependent driving force $(F(t), R(t))$ because it is the type of forcing usually considered in quantum opto-mechanics, cavity quantum electrodynamics, and quantum optics. The linear momentum operator and position operator are, of course, Hermitian operators (Kim et al., 2003). It is convenient to define two non-Hermitian operators,

$$\begin{aligned}\hat{b}(t) &= \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + i \frac{\hat{p}}{\mu\omega} \right), \\ \hat{b}^\dagger(t) &= \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} - i \frac{\hat{p}}{\mu\omega} \right).\end{aligned}\quad (2)$$

We know as the annihilation operator and the creation operator, respectively, for reasons that will become evident shortly. $\hat{x}$ is the position operator, $\hat{p}$ is the linear momentum operator. $F(t)$ and $R(t)$ is the time-dependent external force simple harmonic oscillation. Substitution Equation (2) into Equation (1) to yield

$$\hat{H}(t) = \frac{\hbar\omega}{2} (\hat{b}^\dagger \hat{b} + \hat{b} \hat{b}^\dagger) - f(t) \hat{b}^\dagger \hbar - f^*(t) \hat{b} \hbar, \quad (3)$$

where we have defined

$$\begin{aligned}f(t) &= \sqrt{\frac{1}{2\mu\hbar\omega}} F(t) + i \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\hbar}} R(t) \\ f^*(t) &= \sqrt{\frac{1}{2\mu\hbar\omega}} F(t) - i \sqrt{\frac{\mu\omega}{2\hbar}} R(t)\end{aligned}\quad (4)$$

To demonstrate this Heisenberg equation of motion (Li, 2008) approach we consider once more the time-dependent external force vibration simple harmonic oscillator in Equation (4) (Lopez & Suslov, 2009). In the Heisenberg equation of motion the case of the time-dependent annihilation operator are

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{b}(t)}{dt} &= \frac{[\hat{b}, \hat{H}(t)]}{i\hbar} \\ &= \frac{1}{i\hbar} \left[\hat{b}, \left(\frac{\hbar\omega}{2} (\hat{b}^\dagger \hat{b} + \hat{b} \hat{b}^\dagger) - f(t) \hat{b}^\dagger \hbar - f^*(t) \hat{b} \hbar \right) \right] \\ &= \frac{1}{i\hbar} \left(\frac{\hbar\omega}{2} ([\hat{b}, \hat{b}^\dagger \hat{b}] + [\hat{b}, \hat{b} \hat{b}^\dagger]) - f(t) [\hat{b}, \hat{b}^\dagger] \hbar \right) \\ \frac{d\hat{b}(t)}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} \left(\frac{\hbar\omega}{2} (2\hat{b}) - f(t) \hbar \right) = \left(\frac{\omega}{i} \cdot \frac{i}{i} \right) \hat{b} - \frac{f(t)}{i} \cdot \frac{i}{i}\end{aligned}$$

or

$$\frac{d\hat{b}(t)}{dt} + i\omega\hat{b}(t) = i f(t) \quad (5)$$

These are the famous the first-order linear non-homogeneous differential equation. In the Heisenberg equation of motion the case of the time-dependent creation operator are

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{b}^\dagger(t)}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} [\hat{b}^\dagger, \hat{H}(t)] \\ &= \frac{1}{i\hbar} \left[\hat{b}^\dagger, \left(\frac{\hbar\omega}{2} (\hat{b}^\dagger \hat{b} + \hat{b} \hat{b}^\dagger) - f(t) \hat{b}^\dagger \hbar - f^*(t) \hat{b} \hbar \right) \right], \\ &= \frac{1}{i\hbar} \left(\frac{\hbar\omega}{2} ([\hat{b}^\dagger, \hat{b}^\dagger \hat{b}] + [\hat{b}^\dagger, \hat{b} \hat{b}^\dagger]) - f^*(t) [\hat{b}^\dagger, \hat{b}] \hbar \right) \\ \frac{d\hat{b}^\dagger(t)}{dt} &= \frac{1}{i\hbar} \left(\frac{\hbar\omega}{2} (-2\hat{b}^\dagger) + f^*(t) \hbar \right) = -\frac{\omega}{i} \cdot \frac{i}{i} \hat{b}^\dagger + \frac{f^*(t)}{i} \cdot \frac{i}{i}\end{aligned}$$

or

$$\frac{d\hat{b}^\dagger(t)}{dt} - i\omega\hat{b}^\dagger(t) = -i f^*(t) \quad (6)$$

We want to solve Equation (5), with, written as an equation, is

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{b}(t)}{dt} + i\omega\hat{b}(t) &= i f(t) \\ \frac{d\hat{b}(t)}{dt} + i\omega\hat{b}(t) &= i \sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega}} F(t) + i \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} R(t)\end{aligned}$$

$$\frac{d\hat{b}(t)}{dt} + i\omega\hat{b}(t) = i\sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega}} F_0 \cos(\alpha t) - \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} F_0 \sin(\alpha t), \quad (7)$$

where $F_0 > 0$ has units of force (F_0 is initial force), $\alpha > 0$ is an angular frequency for the time-dependent external force, ω is an angular frequency for particle bound under harmonic oscillator potential, we can use the condition ($\alpha \neq \omega$) evaluation the time-dependent annihilation operator for image part and real part in section result. Using technique of integration by part of this Equation with respect to time, we have

$$\begin{aligned} \hat{b}(t) = & i\sqrt{\frac{F_0^2}{2m\hbar\omega}} \left(\frac{(i\omega \cos(\alpha t) + \alpha \sin(\alpha t))}{(\alpha^2 - \omega^2)} \right) + \sqrt{\frac{F_0^2}{2m\hbar\omega}} \frac{\omega e^{-i\omega t}}{(\alpha^2 - \omega^2)} - \sqrt{\frac{m\omega F_0^2}{2\hbar}} \frac{\alpha e^{-i\omega t}}{(\alpha^2 - \omega^2)} \\ & - \sqrt{\frac{m\omega F_0^2}{2\hbar}} \left(\frac{(i\omega \sin(\alpha t) - \alpha \cos(\alpha t))}{(\alpha^2 - \omega^2)} \right) + \hat{b} e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (8)$$

The time-dependent annihilation operator is illustrated in section result. Next, solving Equation (6) for $\hat{b}^\dagger(t)$, we obtain

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{b}^\dagger(t)}{dt} - i\omega\hat{b}^\dagger(t) &= -i f^*(t) \\ \frac{d\hat{b}^\dagger(t)}{dt} - i\omega\hat{b}^\dagger(t) &= -i \left(\sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega}} F_0 \cos(\alpha t) - i\sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} F_0 \sin(\alpha t) \right) \\ \hat{b}^\dagger(t) &= e^{i\omega t} \left(\int_0^t e^{-i\omega t} \left(-i\sqrt{\frac{F_0^2}{2m\hbar\omega}} \cos(\alpha t) - \sqrt{\frac{m\omega F_0^2}{2\hbar}} \sin(\alpha t) \right) dt \right) + \hat{b}^\dagger e^{i\omega t} \\ \hat{b}^\dagger(t) &= \sqrt{\frac{m\omega F_0^2}{2\hbar}} \left(\frac{(\alpha \cos(\alpha t) + i\omega \sin(\alpha t))}{(\alpha^2 - \omega^2)} \right) - \sqrt{\frac{m\omega F_0^2}{2\hbar}} \frac{\alpha e^{-i\omega t}}{(\alpha^2 - \omega^2)} + \sqrt{\frac{F_0^2}{2\hbar m\omega}} \frac{\omega e^{-i\omega t}}{(\alpha^2 - \omega^2)} \\ &= \sqrt{\frac{F_0^2}{2\hbar m\omega}} \left(\frac{(\omega \cos(\alpha t) + i\alpha \sin(\alpha t))}{(\alpha^2 - \omega^2)} \right) + \hat{b}^\dagger e^{i\omega t}, \end{aligned} \quad (9)$$

where $F_0 > 0$ has units of force, $\alpha > 0$ is an angular frequency for the time-dependent external force, ω is an angular frequency for particle bound under harmonic oscillator potential, we can use the condition ($\alpha \neq \omega$) evaluation the time-dependent creation operator for image part and real part in section result. This is known as the time-dependent creation operator. These creation operator function of time in Equation (9) are plotted in section result. Putting this Equation (8) and Equation (9) into program mathematica for plot graph (Philbin, 2012).

Results

These time-dependent annihilation operator and creation operator are illustrated in Figure 1 to Figure 4. From Equation (8) and Equation (9) are illustrated behavior of oscillation imagine part and real part for annihilation operator and creation operator respectively. Next, we can be plot graph relation between of creation operator and time in the Figure 1, where we can vary the parameter f_{qc} (frequency). The time-dependent creation operator for image part and real part are plotted in Figure 1.

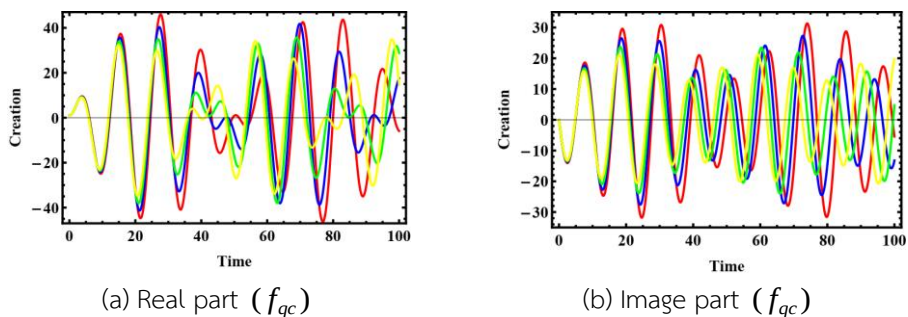


Figure1 Sketch of the time-dependent creation operator in real part (a) and image part (b) versus frequency f_{qc} .

We can be shown diagrammatic sketch of time-dependent creation operator for image part and real part, where we must be vary the parameter α (angular frequency for the time-dependent external force) in the Figure 2.

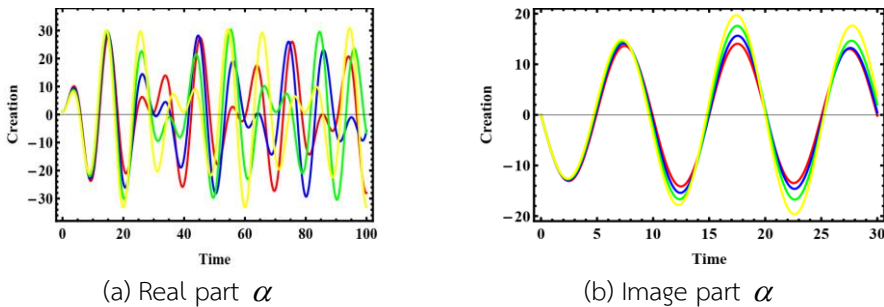


Figure 2 The time-dependent creation operator in real part (a) and image part (b) of a simple parameter α value plotted as a function of time.

We can be representation plot graph of the time-dependent annihilation operator, where we must be vary the parameter f_{qc} (frequency) in the Figure 3.

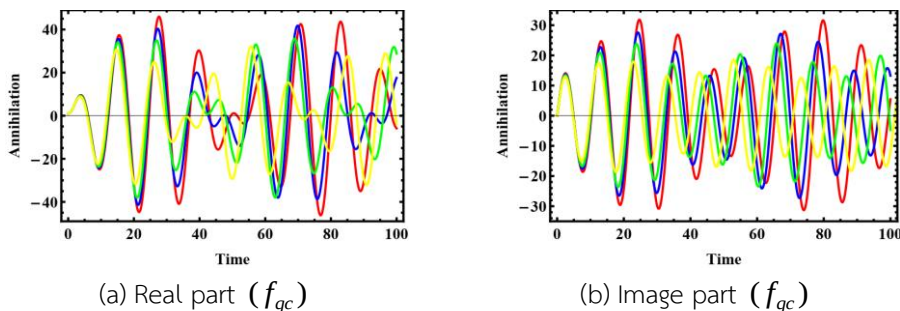


Figure 3 Calculated the time-dependent annihilation operator in real part (a) and image part (b) of a simple parameter frequency plotted as a function of time.

Finally, we can be diagrammatic sketch of the annihilation operator in real part and image part, where we must be vary the parameter α (angular frequency for the time-dependent external force) in the Figure 4.

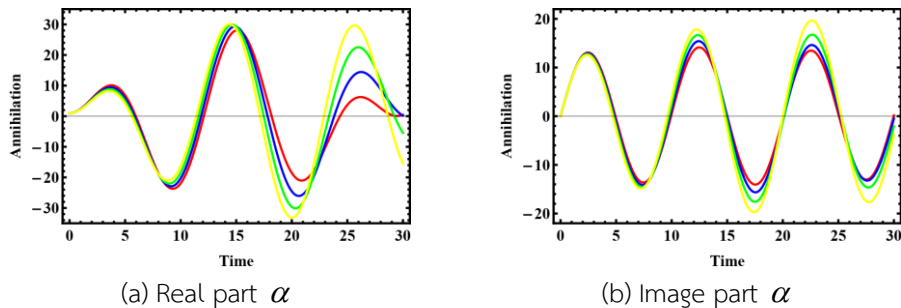


Figure 4 Evaluated the time-dependent annihilation operator in real part (a) and image part (b) of a parameter α value plotted as a function of time.

Discussion

The time-dependent creation operator for real part and imagine part are plotted in Figure 1. From Figure 1(a), the red solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.091 \text{ Hz}$. The blue solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.093 \text{ Hz}$. The green solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.095 \text{ Hz}$. The yellow solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.097 \text{ Hz}$. From Figure 1(a), if higher the parameter frequency (f_{qc}) impinge upon decreasing value amplitude and wavelength of the time-dependent creation operator real part. We can be used the condition $\alpha < \omega$ calculation the time-dependent creation operator in Figure 1 and Figure 3. The behavior of the time-dependent creation operator for real part is wave group. From Figure 1(b), the red solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.091 \text{ Hz}$. The blue solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.093 \text{ Hz}$. The green solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.095 \text{ Hz}$. The yellow solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.097 \text{ Hz}$. From Figure 1(b), if higher the parameter frequency (f_{qc}) have an effect decreasing value amplitude and wavelength of the time-dependent creation operator for imagine part. The behavior of the time-dependent creation operator for imagine part is wave group.

Next, we show the characteristics of the time-dependent creation operator for real part and imagine part by vary the parameter α in the Figure 2(a) and Figure 2(b). From Figure 2(a), the red solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.41 \text{ rad} / \text{s}$. The blue solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.43 \text{ rad} / \text{s}$. The green solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.45 \text{ rad} / \text{s}$. The yellow solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.47 \text{ rad} / \text{s}$. From Figure 2(a), if higher the parameter (α) affect increasing value amplitude of the time-dependent creation operator for real part. The behavior of the time-dependent creation operator for real part is wave group. From Figure 2(b), the red solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.41 \text{ rad} / \text{s}$. The blue solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.43 \text{ rad} / \text{s}$. The green solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.45 \text{ rad} / \text{s}$. The yellow solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.47 \text{ rad} / \text{s}$. From Figure 2(b), if higher the parameter (α) affect increasing value amplitude of the time-dependent creation operator for imagine part. The behavior of the time-dependent creation operator for imagine part is not wave group (Rekhviashvili et al., 2019).

Next, we can be representation unique of the time-dependent annihilation operator for real part and imagine part via the parameter frequency in the Figure 3(a) and Figure 3(b). From Figure 3(a), the red solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.091 \text{ Hz}$. The blue solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.093 \text{ Hz}$. The green solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.095 \text{ Hz}$. The yellow solid line oscillation for real part is $f_{qc} = 0.097 \text{ Hz}$. From Figure 3(a), if higher the parameter frequency (f_{qc}) impinge upon decreasing value amplitude and wavelength of the time-dependent annihilation operator real part. The behavior of the time-dependent annihilation operator for real part is wave group. From Figure 3(b), the red solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.091 \text{ Hz}$. The blue solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.093 \text{ Hz}$. The green solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.095 \text{ Hz}$. The yellow

solid line oscillation for imagine part is $f_{qc} = 0.097 \text{ Hz}$. From Figure 3(b), if higher the parameter frequency (f_{qc}) have an effect decreasing value amplitude and wavelength of the time-dependent annihilation operator for imagine part. The behavior of the time-dependent annihilation operator for imagine part is wave group.

Finally, we must be explain the characteristics of the time-dependent annihilation operator for real part and imagine part under vary the parameter α in the Figure 4(a) and Figure 4(b). From Figure 4(a), the red solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.41 \text{ rad/s}$. The blue solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.43 \text{ rad/s}$. The green solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.45 \text{ rad/s}$. The yellow solid line oscillation for real part is $\alpha = 0.47 \text{ rad/s}$. From Figure 4(a), if higher the parameter (α) affect increasing value amplitude of the time-dependent annihilation operator for real part. The behavior of the time-dependent annihilation operator for real part is wave group. From Figure 4(b), the red solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.41 \text{ rad/s}$. The blue solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.43 \text{ rad/s}$. The green solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.45 \text{ rad/s}$. The yellow solid line oscillation for imagine part is $\alpha = 0.47 \text{ rad/s}$. From Figure 4(b), if higher the parameter (α) affect increasing value amplitude of the time-dependent annihilation operator for imagine part. The behavior of the time-dependent annihilation operator for imagine part is not wave group.

Conclusions

As a representation of the evaluations of the time-dependent creation operator and annihilation operator under the time-dependent force vibration simple harmonic oscillation as a function of time, Figure 1 to Figure 4. From Figure 2(b) and Figure 4(b), if higher the parameter α value affect increasing value amplitude of the time-dependent creation operator and annihilation

operator for imagine part. The behavior of the creation operator and annihilation operator for imagine part is not wave group. We can be used the time-dependent annihilation operator and creation operator calculation of the time-dependent position operator and the time-dependent linear momentum operator of particle bound under harmonic oscillator potential. The time-dependent annihilation operator and creation operator is important for find the eigenvalue of the Hamiltonian of a one-dimensional harmonic oscillator potential. We can utilize the annihilation operator and creation operator result to the individual case of a particle of mass moving in the Gaussian potential and other potential.

Acknowledgment

We would like to thank the Phetchabun Rajabhat University, Physics Division and Chemistry Division. And also Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University for partial support.

References

- Antia, A. D., Ituen, E. E., Ikot, A. N., Akpabio, L. E., & Ibanga, E. J. (2010). Quantum theory of damped harmonic oscillator. *Global Journal of Pure and Applied Sciences*, 16(4), 461- 467.
- Balcou, P., L'Huillier, A., & Escande, D. (1996). High-order harmonic generation processes in classical and quantum anharmonic oscillators. *Physical Review A*, 53(5), 3456-3472.
- Castanos, L. O., & Zuniga-Segundo, A. (2019). The forced harmonic oscillator: Coherent states and the RWA. *Am. J. Phys*, 87(10), 815-823.
- Chung-In, U., & Kyu-Hwang, Y. (2002). Quantum theory of the harmonic oscillator in nonconservative system. *Journal of the Korean physical society*, 41(5), 594-616.

- Gilbey, D. M., & Goodman, F. O. (1966). Quantum theory of the forced harmonic oscillator. *American Journal of Physics*, 34(143), 143-152.
- Glauber, R., & Man'ko, V. I. (1984). Damping and fluctuation in coupled quantum oscillator system. *Sov. Phys. JETP*, 60(3), 450-458.
- Kim, S. P., Santana, A. E., & Khanna, F.C. (2003). Decoherence of quantum damped oscillators. *Journal of the Korean physical society*, 43(4), 452-460.
- Li, T. J. (2008). A concise quantum mechanical treatment of the forced damped harmonic oscillator. *Central European Journal of Physics*, 6(4), 891-894.
- Lopez, R. M., & Suslov, S. K. (2009). The cauchy problem for a forced harmonic oscillator. *Revista Mexicana de fisica*, 55(2), 196-215.
- Philbin, T. G. (2012). Quantum dynamics of the damped harmonic oscillator. *New Journal of Physics*, 14, 1-24.
- Rekhviashvili, S., Pskhu, A., Agarwal, P., & Jain, S. (2019). Application of the fractional oscillator model to describe damped vibrations. *Turkish Journal of Physics*, 43, 236 – 242.
- Rigo, M., Alber, G., Mota-Furtado, F., & O'Mahony, P. F. (1997). Quantum-state diffusion model and the driven damped nonlinear oscillator. *Physical Review A*, 55(3), 1665-1673.
- Segovia-Chaves, F. (2018). The one-dimensional harmonic oscillator damped with Caldirola-Kanai Hamiltonian. *Revista Mexicana de Física E*, 64, 47-51.

ข้อสังเกตหนึ่งของสมการเชิงฟังก์ชันที่เกี่ยวกับการกรองดิจิทัล

A NOTE ON A FUNCTIONAL EQUATION RELATED TO DIGITAL FILTERING

ขนิษฐา แน่นอุดร*

Khanithar Naenudorn

สาขาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏธนบุรี

Department of Mathematics, Faculty of Education, Dhonburi Rajabat University

Received: 20 September 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

วิจัยนี้เป็นการวิจัยเพื่อหาสมการเชิงฟังก์ชันที่สมนัยกับสมการเชิงฟังก์ชันต่อไปนี้

$$f(x+s, y+t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) = f(x-s, y-t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) \quad (M)$$

สำหรับทุก $x, y, t, s \in G$ และ $f : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ โดยที่ G เป็น 2-divisible abelian group และ $\mathbb{C}$ เป็นเซตของจำนวนเชิงซ้อน ผลการวิจัย พบว่า สามารถหาสมการเชิงฟังก์ชันที่สมนัยได้ 2 สมการต่อไปนี้

$$\begin{aligned} &f(x+2s, y+2t) + f(x-2s, y-t) + f(x-s, y-2t) + f(x, y+t) + f(x+s, y) \\ &= f(x-2s, y-2t) + f(x+2s, y+t) + f(x+s, y+2t) + f(x, y-t) + f(x-s, y) \end{aligned} \quad (M1)$$

และ

$$\begin{aligned} &f(x+2s, y) + f(x, y+2t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) + f(x-2s, y+t) + f(x+s, y-2t) \\ &= f(x-2s, y) + f(x, y-2t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) + f(x+2s, y-t) + f(x-s, y+2t). \end{aligned} \quad (M2)$$

คำสำคัญ: สมการเชิงฟังก์ชัน, ตัวดำเนินการการแปลง shift, สมการเชิงฟังก์ชันที่เกี่ยวกับการกรองดิจิทัล, สมการคลื่น

* ผู้ประสานงาน: ขนิษฐา แน่นอุดร

อีเมล: Khanithar.n@dru.ac.th

Abstract

This research was a study to determine the functional equation corresponding to the following functional equation:

$$f(x+s, y+t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) = f(x-s, y-t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) \quad (M)$$

for all $x, y, t, s \in G$, and $f : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$, where a 2-divisible abelian group and $\mathbb{C}$ were a set of complex numbers. The research results revealed that there were two corresponding functional equations could be obtained as the followings:

$$\begin{aligned} &f(x+2s, y+2t) + f(x-2s, y-t) + f(x-s, y-2t) + f(x, y+t) + f(x+s, y) \\ &= f(x-2s, y-2t) + f(x+2s, y+t) + f(x+s, y+2t) + f(x, y-t) + f(x-s, y) \end{aligned} \quad (M1)$$

and

$$\begin{aligned} &f(x+2s, y) + f(x, y+2t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) + f(x-2s, y+t) + f(x+s, y-2t) \\ &= f(x-2s, y) + f(x, y-2t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) + f(x+2s, y-t) + f(x-s, y+2t). \end{aligned} \quad (M2)$$

Keywords: functional equation, translation (shift) operators, functional equation related to digital filtering, wave equation

Introduction

A functional equation is an equation where the unknowns are functions such as the following functional equation

$$f(x+y) = f(x) + f(y), \quad (1.1)$$

is a well-known Cauchy functional equation, whose additive form, referred to as the additive Cauchy functional equation. In this paper, we study the geometric functional equation which is one of the most important functional equation and has also useful applications in many fields.

Firstly, Aczél et al. (1968) studied the general solution of the functional equation

$$f(x+t, y+t) + f(x+t, y-t) + f(x-t, y+t) + f(x-t, y-t) = 4f(x, y), \quad (1.2)$$

where $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ and x, y, t are real variables. The general solution of (1.2) is given in terms of arbitrary symmetric multi-additive functions of four variables. The few years later, Haruki (1970) (see also Kannappan, 2009), considered the wave equation,

$$f(x+t, y) + f(x-t, y) = f(x, y+t) + f(x, y-t), \quad (1.3)$$

where $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ and the general solution of (1.3) is given by

$$f(x, y) = \alpha(x+y) + \beta(x-y) + B(x, y)$$

where $\alpha, \beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ are arbitrary functions and $B: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ is biadditive and skew-symmetric.

Sahoo & Székelyhidi (2001) determined the general complex-valued solution of the functional equation related to digital filtering,

$$f(x+t, y+t) + f(x-t, y) + f(x, y-t) = f(x-t, y-t) + f(x, y+t) + f(x+t, y), \quad (W1)$$

for all $x, y, t \in G$ and $f: G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ where G is a 2-divisible abelian group and $\mathbb{C}$ is the set of complex numbers. The general solution is given by

$$f(x, y) = B(x, y) + \phi(x) + \psi(y) + \chi(x-y),$$

for all $x, y \in G$, where $B: G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ is biadditive and $\phi, \psi, \chi: G \rightarrow \mathbb{C}$ are arbitrary functions. Next, Haruki & Nakagiri (2007) considered the pexider type generalization of the wave equation (1.3), that is the following equation,

$$f_1(x+t, y) + f_2(x-t, y) = f_3(x, y+t) + f_4(x, y-t), \quad (1.4)$$

for all $x, y, t \in G$ and $f_1, f_2, f_3, f_4: G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ where G is a 2-divisible abelian group and $\mathbb{C}$ the set of complex numbers. Their result is:

Theorem 1.1 (Haruki & Nakagiri, 2007) If $f_1, f_2, f_3, f_4 : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ satisfy (1.3) for all $x, y, t \in G$, then there exist

- (i) a skew-symmetric biadditive function $A : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$
- (ii) biadditive functions $B_1, B_2 : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ and
- (iii) arbitrary functions $\alpha, \beta, \phi_1, \phi_2, \psi_1, \psi_2, \chi_1, \chi_2 : G \rightarrow \mathbb{C}$ such that

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y) &= A(x, y) + B_1(x + y, x - y) + \alpha(x + y) + \beta(x - y) \\ &\quad + \phi_1(x + y) + \psi_1(x - y) + \chi_1(2y), \\ f_2(x, y) &= A(x, y) - B_1(x + y, x - y) + \alpha(x + y) + \beta(x - y) \\ &\quad - \phi_1(x + y) - \psi_1(x - y) - \chi_1(2y), \\ f_3(x, y) &= A(x, y) + B_2(x + y, 2x) + \alpha(x + y) + \beta(x - y) \\ &\quad + \phi_2(x + y) + \psi_2(2x) + \chi_2(-x + y), \\ f_4(x, y) &= A(x, y) - B_2(x + y, 2x) + \alpha(x + y) + \beta(x - y) \\ &\quad - \phi_2(x + y) - \psi_2(2x) - \chi_2(-x + y). \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

However, for their work, they considered (1.3) under the assumption that $f : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$ and they proved that the equation (1.3) is equivalent to each one of the following two equations:

$$\begin{aligned} f(x+t, y+t) + f(x+t, y-t) + f(x-t, y+t) + f(x-t, y-t) \\ = f(x, y+2t) + f(x, y-2t) + 2f(x, y), \end{aligned} \quad (1.6)$$

and

$$\begin{aligned} f(x+t, y+t) + f(x+t, y-t) + f(x-t, y+t) + f(x-t, y-t) \\ = f(x+2t, y) + f(x-2t, y) + 2f(x, y). \end{aligned} \quad (1.7)$$

Then, Naenudorn & Hengkrawit (2013) showed that the functional equation (W1) is equivalent to each one of the following two equations:

$$\begin{aligned} f(x+2t, y+t) + f(x, y+t) + f(x-2t, y) + f(x+t, y-t) + f(x-t, y-t) \\ = f(x-2t, y-t) + f(x, y-t) + f(x+2t, y) + f(x-t, y+t) + f(x+t, y+t), \end{aligned} \quad (W2)$$

and

$$f(x+t, y+2t) + f(x-t, y+t) + f(x-t, y-t) + f(x+t, y) + f(x, y-2t)$$

$$= f(x-t, y-2t) + f(x+t, y-t) + f(x+t, y+t) + f(x-t, y) + f(x, y+2t) \quad (W3)$$

for all $x, y, t \in G$ are equivalent to each other under the assumption $f : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$.

Lastly, Hengkrawit et al. (2016) considered the pexiderized digital filtering functional equation

$$f_1(x+t, y+t) + f_2(x-t, y) + f_3(x, y-t) = f_4(x-t, y-t) + f_5(x, y+t) + f_6(x+t, y).$$

They determined three kinds of solutions, namely, biadditive, symmetric and skew-symmetric solution function, subject to different sets of conditions on the functions involved.

The aim of this paper, by using the same technique of Haruki & Nakagiri (2007), is to show that the functional equation:

$$f(x+s, y+t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) = f(x-s, y-t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) \quad (M)$$

is equivalent to each one of the following two equations:

$$\begin{aligned} & f(x+2s, y+2t) + f(x-2s, y-t) + f(x-s, y-2t) + f(x, y+t) + f(x+s, y) \\ & = f(x-2s, y-2t) + f(x+2s, y+t) + f(x+s, y+2t) + f(x, y-t) + f(x-s, y) \end{aligned} \quad (M1)$$

and

$$\begin{aligned} & f(x+2s, y) + f(x, y+2t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) + f(x-2s, y+t) + f(x+s, y-2t) \\ & = f(x-2s, y) + f(x, y-2t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) + f(x+2s, y-t) + f(x-s, y+2t). \end{aligned} \quad (M2)$$

Equivalence of equations (M), (M1) and (M2)

Throughout this paper $(G, +)$ and $\mathbb{C}$ denote a 2-divisible abelian group and the field of all complex numbers, respectively. It is convenient to introduce translation (shift) operators X^t and Y^t for $t \in G$ defined by $X^t f(x, y) = f(x+t, y)$

and $Y^t f(x, y) = f(x, y+t)$ for all $x, y \in G$. In particular $1 = X^0 = Y^0$ denote the identity operators. Our main result is:

Theorem 2.1 The functional equations (M), (M1) and (M2) for all $x, y, t, s \in G$ are equivalent to each other under the assumption $f : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$

Proof We will show that Equation (M) is equivalent to (M1) and Equation (M) is equivalent to (M2). Firstly, we can write (M) in the following operator form

$$\left[X^s Y^t + X^{-s} + Y^{-t} \right] f = \left[X^{-s} Y^{-t} + X^s + Y^t \right] f. \quad (2.1)$$

Multiplying (2.1) by $X^s Y^t$, we obtain that

$$\left[X^{2s} Y^{2t} + Y^t + X^s \right] f = \left[1 + X^{2s} Y^t + X^s Y^{2t} \right] f. \quad (2.2)$$

Again, multiplying (2.1) by $X^{-s} Y^{-t}$, we get

$$\left[1 + X^{-2s} Y^{-t} + X^{-s} Y^{-2t} \right] f = \left[X^{-2s} Y^{-2t} + Y^{-t} + X^{-s} \right] f. \quad (2.3)$$

Then, adding (2.2) and (2.3), we get

$$\left[X^{2s} Y^{2t} + X^{-2s} Y^{-t} + X^{-s} Y^{-2t} + Y^t + X^s \right] f = \left[X^{-2s} Y^{-2t} + X^{2s} Y^t + X^s Y^{2t} + Y^{-t} + X^{-s} \right] f. \quad (2.4)$$

which is the operator form of (M1). Thus, (M) implies (M1). Conversely, squaring both sides of (2.4), we have

$$\begin{aligned} & \left[X^{4s} Y^{4t} + 2Y^t + 2X^s + 2X^{2s} Y^{3t} + 2X^{3s} Y^{2t} + X^{-4s} Y^{-2t} + 2X^{-3s} Y^{-3t} + X^{-2s} Y^{-4t} \right. \\ & \left. + X^{-2s} + 2X^{-s} Y^{-t} + Y^{-2t} \right] f \\ &= \left[X^{-4s} Y^{-4t} + 2Y^{-t} + 2X^{-s} + 2X^{-2s} Y^{-3t} + 2X^{-3s} Y^{-2t} + X^{4s} Y^{2t} + 2X^{3s} Y^{3t} + X^{2s} Y^{4t} \right. \\ & \left. + X^{2s} + 2X^s Y^t + Y^{2t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Replacing t by $2t$ and s by $2s$ in (2.4), we obtain that

$$\left[X^{4s} Y^{4t} + X^{-4s} Y^{-2t} + X^{-2s} Y^{-4t} + Y^{2t} + X^{2s} \right] f$$

$$= \left[X^{-4s} Y^{-4t} + X^{4s} Y^{2t} + X^{2s} Y^{4t} + Y^{-2t} + X^{-2s} \right] f. \quad (2.6)$$

If we subtract (2.6) from (2.5), then

$$\begin{aligned} & \left[2Y^t + 2X^s + 2X^{2s} Y^{3t} + 2X^{3s} Y^{2t} + 2X^{-3s} Y^{-3t} + 2X^{-s} Y^{-t} + 2X^{-2s} + 2Y^{-2t} \right] f \\ &= \left[2Y^{-t} + 2X^{-s} + 2X^{-2s} Y^{-3t} + 2X^{-3s} Y^{-2t} + 2X^{3s} Y^{3t} + 2X^s Y^t + 2X^{2s} + 2Y^{2t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Multiplying (2.4) by $X^s Y^t$, we obtain that

$$\left[X^{3s} Y^{3t} + X^{-s} + Y^{-t} + X^s Y^{2t} + X^{2s} Y^t \right] f = \left[X^{-s} Y^{-t} + X^{3s} Y^{2t} + X^{2s} Y^{3t} + X^s + Y^t \right] f. \quad (2.8)$$

Multiplying (2.4) by $X^{-s} Y^{-t}$, we obtain that

$$\begin{aligned} & \left[X^s Y^t + X^{-3s} Y^{-2t} + X^{-2s} Y^{-3t} + X^{-s} + Y^{-t} \right] f \\ &= \left[X^{-3s} Y^{-3t} + X^s + Y^t + X^{-s} Y^{-2t} + X^{-2s} Y^{-t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Then, adding (2.8) and (2.9), we get

$$\begin{aligned} & \left[X^{3s} Y^{3t} + X^s Y^{2t} + X^{2s} Y^t + X^s Y^t + X^{-3s} Y^{-2t} + X^{-2s} Y^{-3t} + 2X^{-s} + 2Y^{-t} \right] f \\ &= \left[X^{-3s} Y^{-3t} + X^{-s} Y^{-2t} + X^{-2s} Y^{-t} + X^{-s} Y^{-t} + X^{3s} Y^{2t} + X^{2s} Y^{3t} + 2X^s + 2Y^t \right] f. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Multiplying (2.10) by 2, we obtain that

$$\begin{aligned} & \left[2X^{3s} Y^{3t} + 2X^s Y^{2t} + 2X^{2s} Y^t + 2X^s Y^t + 2X^{-3s} Y^{-2t} + 2X^{-2s} Y^{-3t} + 4X^{-s} + 4Y^{-t} \right] f \\ &= \left[2X^{-3s} Y^{-3t} + 2X^{-s} Y^{-2t} + 2X^{-2s} Y^{-t} + 2X^{-s} Y^{-t} + 2X^{3s} Y^{2t} + 2X^{2s} Y^{3t} + 4X^s + 4Y^t \right] f. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Then, adding (2.7) and (2.11), we get

$$\begin{aligned} & \left[2X^s Y^{2t} + 2X^{2s} Y^t + 2X^{-2s} + 2Y^{-2t} + 2X^{-s} + 2Y^{-t} \right] f \\ &= \left[2X^{-s} Y^{-2t} + 2X^{-2s} Y^{-t} + 2X^{2s} + 2Y^{2t} + 2X^s + 2Y^t \right] f. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Multiplying (2.4) by 2, we obtain that

$$\begin{aligned} & \left[2X^{2s}Y^{2t} + 2X^{-2s}Y^{-t} + 2X^{-s}Y^{-2t} + 2Y^t + 2X^s \right] f \\ &= \left[2X^{-2s}Y^{-2t} + 2X^{2s}Y^t + 2X^sY^{2t} + 2Y^{-t} + 2X^{-s} \right] f. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Then, adding (2.12) and (2.13), we get

$$\begin{aligned} & \left[2X^sY^{2t} + 2X^{2s}Y^t + 2X^{-2s} + 2Y^{-2t} + 2X^{2s}Y^{2t} + 2X^{-2s}Y^{-t} + 2X^{-s}Y^{-2t} \right] f \\ &= \left[2X^{-s}Y^{-2t} + 2X^{-2s}Y^{-t} + 2X^{2s} + 2Y^{2t} + 2X^{-2s}Y^{-2t} + 2X^{2s}Y^t + 2X^sY^{2t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Multiplying (2.14) by X^sY^t , we obtain that

$$\left[2X^{-s}Y^t + 2X^sY^{-t} + 2X^{3s}Y^{3t} \right] f = \left[2X^{3s}Y^t + 2X^sY^{3t} + 2X^{-s}Y^{-t} \right] f. \quad (2.15)$$

Multiplying (2.14) by $X^{-s}Y^{-t}$, we obtain that

$$\left[2X^{-3s}Y^{-t} + 2X^{-s}Y^{-3t} + 2X^sY^t \right] f = \left[2X^sY^{-t} + 2X^{-s}Y^t + 2X^{-3s}Y^{-3t} \right] f. \quad (2.16)$$

Then, adding (2.15) and (2.16), we get

$$\begin{aligned} & \left[2X^{3s}Y^{3t} + 2X^{-3s}Y^{-t} + 2X^{-s}Y^{-3t} + 2X^sY^t \right] f \\ &= \left[2X^{-3s}Y^{-3t} + 2X^{3s}Y^t + 2X^sY^{3t} + 2X^{-s}Y^{-t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Multiplying (2.17) by X^sY^t , we obtain that

$$\left[2X^{4s}Y^{4t} + 2X^{-2s} + 2Y^{-2t} + 2X^{2s}Y^{2t} \right] f = \left[2X^{-2s}Y^{-2t} + 2X^{4s}Y^{2t} + 2X^{2s}Y^{4t} + 2 \right] f. \quad (2.18)$$

Multiplying (2.17) by $X^{-s}Y^{-t}$, we obtain that

$$\left[2X^{2s}Y^{2t} + 2X^{-4s}Y^{-2t} + 2X^{-2s}Y^{-4t} + 2 \right] f = \left[2X^{-4s}Y^{-4t} + 2X^{2s} + 2Y^{2t} + 2X^{-2s}Y^{-2t} \right] f. \quad (2.19)$$

Then, adding (2.18) and (2.19), we get

$$\begin{aligned} & \left[2X^{4s}Y^{4t} + 2X^{-2s} + 2Y^{-2t} + 4X^{2s}Y^{2t} + 2X^{-4s}Y^{-2t} + 2X^{-2s}Y^{-4t} \right] f \\ &= \left[2X^{-4s}Y^{-4t} + 2X^{2s} + 2Y^{2t} + 4X^{-2s}Y^{-2t} + 2X^{4s}Y^{2t} + 2X^{2s}Y^{4t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Multiplying (2.6) by 2, we obtain that

$$\begin{aligned} & \left[2X^{4s}Y^{4t} + 2X^{-4s}Y^{-2t} + 2X^{-2s}Y^{-4t} + 2Y^{2t} + 2X^{2s} \right] f \\ &= \left[2X^{-4s}Y^{-4t} + 2X^{4s}Y^{2t} + 2X^{2s}Y^{4t} + 2Y^{-2t} + 2X^{-2s} \right] f. \end{aligned} \quad (2.21)$$

If we subtract (2.21) from (2.20), then

$$\left[4X^{2s}Y^{2t} + 4X^{-2s} + 4Y^{-2t} \right] f = \left[4X^{-2s}Y^{-2t} + 4X^{2s} + 4Y^{2t} \right] f. \quad (2.22)$$

Multiplying (2.22) by $\frac{1}{4}$, we obtain that

$$\left[X^{2s}Y^{2t} + X^{-2s} + Y^{-2t} \right] f = \left[X^{-2s}Y^{-2t} + X^{2s} + Y^{2t} \right] f. \quad (2.23)$$

Replacing $2t$ by t and $2s$ by s in (2.23), we obtain that

$$\left[X^sY^t + X^{-s} + Y^{-t} \right] f = \left[X^{-s}Y^{-t} + X^s + Y^t \right] f, \quad (2.24)$$

which is **(M)**. Hence, **(M)** is equivalent to **(M1)**.

Next, we will show that **(M)** is equivalent to **(M2)**. Multiplying (2.1) by $X^{-s}Y^t$, we obtain that

$$\left[Y^{2t} + X^{-2s}Y^t + X^{-s} \right] f = \left[X^{-2s} + Y^t + X^{-s}Y^{2t} \right] f. \quad (2.25)$$

Multiplying (2.1) by X^sY^{-t} , we obtain that

$$\left[X^{2s} + Y^{-t} + X^sY^{-2t} \right] f = \left[Y^{-2t} + X^{2s}Y^{-t} + X^s \right] f. \quad (2.26)$$

Then, adding (2.25) and (2.26), we get

$$\begin{aligned} & \left[X^{2s} + Y^{2t} + X^{-s} + Y^{-t} + X^{-2s}Y^t + X^sY^{-2t} \right] f \\ &= \left[X^{-2s} + Y^{-2t} + X^s + Y^t + X^{2s}Y^{-t} + X^{-s}Y^{2t} \right] f, \end{aligned} \quad (2.27)$$

which is the operator form of **(M2)**. Thus, **(M)** implies **(M2)**.

On the other hand, squaring both sides of (2.27), we have

$$\begin{aligned}
& \left[X^{4s} + 2X^{2s}Y^{2t} + 4X^s + 2X^{2s}Y^{-t} + 4Y^t + 2X^{3s}Y^{-2t} + Y^{4t} + 2X^{-s}Y^{2t} + 2X^{-2s}Y^{3t} \right. \\
& \left. + 3X^{-2s} + 4X^{-s}Y^{-t} + 2X^{-3s}Y^t + 2X^sY^{-3t} + 3Y^{-2t} + X^{-4s}Y^{2t} + X^{2s}Y^{-4t} \right] f \\
& = \left[X^{-4s} + 2X^{-2s}Y^{-2t} + 4X^{-s} + 2X^{-2s}Y^t + 4Y^{-t} + 2X^{-3s}Y^{2t} + Y^{-4t} + 2X^sY^{-2t} \right. \\
& \left. + 2X^{2s}Y^{-3t} + 3X^{2s} + 4X^sY^t + 2X^{3s}Y^{-t} + 2X^{-s}Y^{3t} + 3Y^{2t} + X^{4s}Y^{-2t} + X^{-2s}Y^{4t} \right] f.
\end{aligned} \tag{2.28}$$

Replacing t by $2t$ and s by $2s$ in (2.27), we obtain that

$$\begin{aligned}
& \left[X^{4s} + Y^{4t} + X^{-2s} + Y^{-2t} + X^{-4s}Y^{2t} + X^{2s}Y^{-4t} \right] f \\
& = \left[X^{-4s} + Y^{-4t} + X^{2s} + Y^{2t} + X^{4s}Y^{-2t} + X^{-2s}Y^{4t} \right] f.
\end{aligned} \tag{2.29}$$

Adding (2.28) and (2.29), we get

$$\begin{aligned}
& \left[2X^{2s}Y^{2t} + 2X^{2s}Y^{-t} + 2X^{3s}Y^{-2t} + 2X^{-s}Y^{2t} + 2X^{-2s}Y^{3t} + 2X^{-3s}Y^t \right. \\
& \left. + 2X^sY^{-3t} + 2X^{-2s} + 2Y^{-2t} + 4X^s + 4Y^t + 4X^{-s}Y^{-t} \right] f \\
& = \left[2X^{-2s}Y^{-2t} + 2X^{-2s}Y^t + 2X^{-3s}Y^{2t} + 2X^sY^{-2t} + 2X^{2s}Y^{-3t} + 2X^{3s}Y^{-t} \right. \\
& \left. + 2X^{-s}Y^{3t} + 2X^{2s} + 2Y^{2t} + 4X^{-s} + 4Y^{-t} + 4X^sY^t \right] f.
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Multiplying (2.30) by $\frac{1}{2}$, we obtain that

$$\begin{aligned}
& \left[X^{2s}Y^{2t} + X^{2s}Y^{-t} + X^{3s}Y^{-2t} + X^{-s}Y^{2t} + X^{-2s}Y^{3t} + X^{-3s}Y^t \right. \\
& \left. + X^sY^{-3t} + X^{-2s} + Y^{-2t} + 2X^s + 2Y^t + 2X^{-s}Y^{-t} \right] f \\
& = \left[X^{-2s}Y^{-2t} + X^{-2s}Y^t + X^{-3s}Y^{2t} + X^sY^{-2t} + X^{2s}Y^{-3t} + X^{3s}Y^{-t} \right. \\
& \left. + X^{-s}Y^{3t} + X^{2s} + Y^{2t} + 2X^{-s} + 2Y^{-t} + 2X^sY^t \right] f.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Adding (2.31) and (2.27), we get

$$\begin{aligned}
& \left[X^{2s}Y^{2t} + X^{3s}Y^{-2t} + X^{-2s}Y^{3t} + X^{-3s}Y^t + X^sY^{-3t} + X^s + Y^t + 2X^{-s}Y^{-t} \right] f \\
& = \left[X^{-2s}Y^{-2t} + X^{-3s}Y^{2t} + X^{2s}Y^{-3t} + X^{3s}Y^{-t} + X^{-s}Y^{3t} + X^{-s} + Y^{-t} + 2X^sY^t \right] f.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Multiplying (2.27) by $X^{-s}Y^t$, we obtain that

$$\begin{aligned}
& \left[X^sY^t + X^{-s}Y^{3t} + X^{-2s}Y^t + X^{-s} + X^{-3s}Y^{2t} + Y^{-t} \right] f \\
& = \left[X^{-3s}Y^t + X^{-s}Y^{-t} + Y^t + X^{-s}Y^{2t} + X^s + X^{-2s}Y^{3t} \right] f.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Multiplying (2.27) by $X^s Y^{-t}$, we obtain that

$$\begin{aligned} & \left[X^{3s} Y^{-t} + X^s Y^t + Y^{-t} + X^s Y^{-2t} + X^{-s} + X^{2s} Y^{-3t} \right] f \\ &= \left[X^{-s} Y^{-t} + X^s Y^{-3t} + X^{2s} Y^{-t} + X^s + X^{3s} Y^{-2t} + Y^t \right] f. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Adding (2.33) and (2.34), we get

$$\begin{aligned} & \left[2X^s Y^t + 2Y^{-t} + 2X^{-s} + X^{-s} Y^{3t} + X^{-2s} Y^t + X^{-3s} Y^{2t} + X^{3s} Y^{-t} + X^s Y^{-2t} + X^{2s} Y^{-3t} \right] f \\ &= \left[2X^{-s} Y^{-t} + 2Y^t + 2X^s + X^s Y^{-3t} + X^{2s} Y^{-t} + X^{3s} Y^{-2t} + X^{-3s} Y^t + X^{-s} Y^{2t} + X^{-2s} Y^{3t} \right] f. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Adding (2.32) and (2.35), we get

$$\left[X^{2s} Y^{2t} + X^{-2s} Y^t + X^s Y^{-2t} + X^{-s} + Y^{-t} \right] f = \left[X^{-2s} Y^{-2t} + X^{2s} Y^{-t} + X^{-s} Y^{2t} + X^s + Y^t \right] f. \quad (2.36)$$

Adding (2.27) and (2.36), we get

$$\left[X^{2s} Y^{2t} + X^{-2s} + Y^{-2t} \right] f = \left[X^{-2s} Y^{-2t} + X^{2s} + Y^{2t} \right] f. \quad (2.37)$$

Replacing $2t$ by t and $2s$ by s in (2.37), we obtain that

$$\left[X^s Y^t + X^{-s} + Y^{-t} \right] f = \left[X^{-s} Y^{-t} + X^s + Y^t \right] f,$$

which is (M). Hence, (M) is equivalent to (M2). This completes the proof. $\square$

Conclusion

Using the technique of Haruki and Nakagiri (2007), the equivalence of three functional equations (M), (M1) and (M2) are investigated as follows:
The functional equation

$$f(x+s, y+t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) = f(x-s, y-t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) \quad (\text{M})$$

is equivalent to each one of the following two functional equations:

$$\begin{aligned} & f(x+2s, y+2t) + f(x-2s, y-t) + f(x-s, y-2t) + f(x, y+t) + f(x+s, y) \\ & = f(x-2s, y-2t) + f(x+2s, y+t) + f(x+s, y+2t) + f(x, y-t) + f(x-s, y) \end{aligned} \quad (M1)$$

and

$$\begin{aligned} & f(x+2s, y) + f(x, y+2t) + f(x-s, y) + f(x, y-t) + f(x-2s, y+t) + f(x+s, y-2t) \\ & = f(x-2s, y) + f(x, y-2t) + f(x+s, y) + f(x, y+t) + f(x+2s, y-t) + f(x-s, y+2t) \end{aligned} \quad (M2)$$

for all $x, y, t, s \in G$ under the assumption $f : G \times G \rightarrow \mathbb{C}$.

Discussions

In this paper, we study the functional equation related to the digital filtering (W1) (Sahoo & Székelyhidi, 2001). By using the same technique of Haruki & Nakagiri (2007), we obtained two equations corresponding to the functional equation (M) which is consistent with Haruki & Nakagiri (2007) and Naenudorn & Hengkrawit (2013). Our solutions of the functional equation (M) will be useful for the work related to the digital filtering.

Acknowledgement

This research was funded by a research institute, Dhonburi Rajabhat University in 2018.

References

- Aczél, J., Haruki, H., McKiernan, M. A., & Sakovič, G. N. (1968). General and regular solutions of function equations characterizing harmonic polynomials, *Aequationes mathematicae*, 1(1-2), 37-53.
- Haruki, S. (1970). On the functional equation $f(x+t, y) + f(x-t, y) = f(x, y+t) + f(x, y-t)$, *Aequationes mathematicae*, 5, 118-119.

- Haruki, S., & Nakagiri, S. (2007). A pexiderized wavelike partial difference functional equation, *Aequationes mathematicae*, 74(1-2), 1-6.
- Hengkrawit, C., Laohakosol, V., & Naenudorn, K. (2016). Solutions of some particular pexiderized digital filtering functional, *Annales Mathematicae et Informaticae*, 46, 77-96.
- Naenudorn, K., & Hengkrawit, C. (2013). A Remark on a Functional Equation Related to Digital Filtering, *Thai Journal of Science and Technology*, 2(3), 226-230.
- Kannappan, P. (2009). *Functional Equations and Inequalities with Applications*. New York: Springer.
- Sahoo, P.K., & Székelyhidi, L. (2001). On a functional equation related to digitalfiltering, *Aequationes mathematicae*, 62(3), 280-285.

ความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนในเขตวัดป่าวังเกาะแก่ง จังหวัดมหาสารคาม
SPECIES DIVERSITY OF MOTHS AT WAT PA WANG KOH KERNG,
MAHASARAKHAM PROVINCE

ณภาพัช ไชยน้ำอ้อม*, นิสากกร รังมาตย์, สมัชญา เนตรวงศ์ และ พินธุชา ก้อนศรี
Napapach Chainamoom*, Nisakhon Rugmat, Samashaya Netwong
and Pinthacha Konsri

สาขาวิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม
Department of Biology, Faculty of Science and Technology, Rajabhat Maha Sarakham University

Received: 14 April 2020

Accepted: 20 January 2021

บทคัดย่อ

การศึกษาในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสำรวจความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนในพื้นที่วัดป่าวังเกาะแก่ง จังหวัดมหาสารคาม ตั้งแต่เดือนตุลาคม ถึง เดือนธันวาคม 2562 โดยใช้กับดักแสงไฟและฉาผ้าขาว ตั้งแต่เวลา 18.30 - 21.30 น. ผลการศึกษาพบผีเสื้อกลางคืนทั้งหมด 111 ตัวอย่าง โดยสามารถจำแนกออกเป็น 8 วงศ์ 26 สกุล 34 ชนิด วงศ์ที่มีความหลากหลายสูงสุดจากตัวอย่างผีเสื้อกลางคืนที่เก็บได้คือ วงศ์ Crambidae (12 สกุล 14 ชนิด) วงศ์ Geometridae (3 สกุล 6 ชนิด) วงศ์ Erebidae (4 สกุล 5 ชนิด) วงศ์ Noctuidae (2 สกุล 4 ชนิด) วงศ์ Pyralidae (2 สกุล 2 ชนิด) วงศ์ Notodontidae วงศ์ Cossidae และวงศ์ Nolidae (1 สกุล 1 ชนิด) ดัชนีค่าความหลากหลาย เท่ากับ 3.115 ค่าดัชนีความสม่ำเสมอเท่ากับ 0.883 พบชนิดผีเสื้อกลางคืนที่มีความถี่ของการปรากฏสูงที่สุดซึ่งคิดเป็น 100 เปอร์เซ็นต์ คือ *Cretonotos gangis*, *Scopula inductata*, และ *Ramesa tosta*

คำสำคัญ: ผีเสื้อกลางคืน, ความหลากหลาย, วัดป่าวังเกาะแก่ง

* ผู้ประสานงาน: ณภาพัช ไชยน้ำอ้อม

อีเมล: Cnapapach@gmail.com

Abstract

The aim of this research was to explore the diversity of moths in the area of Wat Pa Wang Koh Kerng in Mahasarakham Province from October to December 2019, by using light traps and white cloth screens from 6:30 p.m. - 9:30 p.m. The results reveal a total of 111 specimens of moths, which can be classified into 8 families, 26 genera, 34 species. The most diverse family from the collected moth samples was the Crambidae (12 genera, 14 species), Geometridae (3 genera, 6 species), Erebidae (4 genera, 5 species), Noctuidae (2 genera, 4 species), Pyralidae (2 genera, 2 species), Notodontidae Cossidae and Nolidae (1 genera, 1 species). The variety index equivalent was at 3.115 and the consistency index was at 0.883. It was found that the highest appearance frequency of the moth species at 100 percent were: *Cretonotos gangis*, *Scopula inductata*, and *Ramesa tosta*.

Keywords: Moths, Species Diversity, Wat Pa Wang Koh Kerng

บทนำ

ผีเสื้อกลางคืน (Moth) จัดอยู่ในอันดับเลพิโดปเทอรา (Order Lepidoptera) ไฟลัมอาร์โทรพอดา (Phylum Arthropoda) เป็นแมลงที่ออกหากินตอนพลบค่ำ มีลักษณะเด่นคือ หนวดมีลักษณะคล้ายซี่หวี ปีกถูกปกคลุมด้วยขน และเกล็ดสีเล็ก ๆ เรียงซ้อนกันอยู่บนแผ่นปีก (ฉันทนันท์ แดงรอด และ พิสิษฐ์ พูลประเสริฐ, 2559) ผีเสื้อกลางคืนเป็นแมลงที่มีความหลากหลายของชนิดพันธุ์มาก พบมากถึง 200,000 ชนิด พบในประเทศไทยประมาณ 20,000 ชนิด (ศูนย์วิจัยความหลากหลายทางชีวภาพเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา บรมราชินีนาถ, 2553) และแบ่งออกเป็นวงศ์ต่าง ๆ มากกว่า 40 วงศ์ (นุอำมหิตตายุติน บาสะศิริ และคณะ, 2553) ผีเสื้อกลางคืนมีความสำคัญในระบบนิเวศ เช่น ช่วยในการผสมเกสร ช่วยในการย่อยสลาย และหมุนเวียนแร่ธาตุสารอาหารในสายใยอาหารของระบบนิเวศ และสามารถใช้เป็นดัชนี (Bioindicator) ในการประเมินความหลากหลาย (Rapid Biodiversity Assessment) นอกจากนี้ยังสามารถใช้ในการตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของสภาพภูมิอากาศ โดยเฉพาะ

ภาคตะวันออกเฉียงเหนือที่มีแนวโน้มได้รับผลกระทบจากการเปลี่ยนแปลงสภาพภูมิอากาศสูง (ICEM, 2013)

วัดป่าวังเกาะแก้ง ตั้งอยู่ในพื้นที่ตำบลแก้ง อำเภอมะนังมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม มีลักษณะเป็นเกาะ มีแม่น้ำชีล้อมรอบ (สำนักงานท่องเที่ยวและกีฬาจังหวัดมหาสารคาม, 2560) เป็นสถานที่ทางศาสนาที่ได้รับการดูแลภายใต้สำนักงานพุทธศาสนาแห่งชาติ อย่างไรก็ตามการดูแลและคุ้มครองพื้นที่เพื่อป้องกันการบุกรุกทำลายป่า การล่าสัตว์สัตว์นั้นเป็นการดูแลโดยอาศัยพลังศรัทธาและความเชื่อในพุทธศาสนาของประชาชนและของชุมชนซึ่งเป็นการดูแลในระดับท้องถิ่นที่มีประสิทธิภาพ วัดป่าเกาะแก้งมีพื้นที่ 170.38 ไร่ ภายในมีสภาพป่าสมบูรณ์ รกทึบ และมีหมู่ป่าเป็นจำนวนมากเนื่องมาจากการอนุรักษ์พื้นที่ไว้เป็นอย่างดี ไม่มีการลักลอบล่าสัตว์ป่า ประกอบกับสภาพที่ตั้งที่เป็นเกาะที่มีสภาพป่าสมบูรณ์ เป็นแหล่งที่อยู่อาศัยของแมลงชนิดต่าง ๆ จำนวนมาก ดังนั้นการศึกษาในครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อเก็บรวบรวมชนิดและจัดทำรายชื่อผีเสื้อกลางคืน เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานในการจัดทำฐานข้อมูลความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืน ประโยชน์ในการศึกษาด้านความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนต่อไป

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การเก็บตัวอย่างผีเสื้อกลางคืน

สำรวจตัวอย่างผีเสื้อกลางคืนโดยใช้กับดักแสงไฟ (Light trap) ในวัดป่าวังเกาะแก้ง จังหวัดมหาสารคาม ตั้งแต่เดือนตุลาคม ถึงเดือนธันวาคม 2562 เก็บตัวอย่างเดือนละ 2 ครั้ง ตั้งแต่เวลา 18.30-21.30 น. โดยเก็บตัวอย่างทุก ๆ 30 นาที ตัวอย่างผีเสื้อที่ได้จะเก็บใส่ซองสามเหลี่ยม

2. การจัดรูปร่างและระบุชนิดผีเสื้อกลางคืน

นำตัวอย่างของผีเสื้อกลางคืนที่รวบรวมได้ทำการจัดรูปร่าง จากนั้นนำผีเสื้อเข้าตู้อบที่อุณหภูมิ 40 องศาเซลเซียส เป็นเวลา 24 ชั่วโมง ทำการระบุชนิด โดยใช้เอกสารประกอบการวิเคราะห์ชนิดของ เกรียงไกร สุวรรณภักดี (2555) พร้อมจัดทำบัญชีรายชื่อและเก็บรวบรวมไว้ที่สาขาวิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม

3. การวิเคราะห์ข้อมูล

วิเคราะห์ดัชนีความหลากหลายชนิด (Diversity index) ตามสูตรของ Shannon-Weiner's index ตามวิธีการของ Ludwig & Reynolds (1988) การวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสม่ำเสมอ (Evenness index : J) การวิเคราะห์หาค่าสูงสุด โดยใช้สูตรของ Shannon's Index จากสมการของ Pielou's evenness index (Mulder et. al., 2004) และวิเคราะห์หาค่าร้อยละการปรากฏเทียบกับจำนวนครั้งทำการสำรวจ (Frequency of occurrence) (นิชนันท์แดงรอด และ พิสิษฐ์ พูลประเสริฐ, 2559)



รูปที่ 1 พื้นที่ศึกษาบริเวณวัดป่าวังเกาะแก่ง

(ที่มา: <https://www.google.com/maps/search/วัดป่าวังเกาะแก่ง>)

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากการสำรวจความหลากหลายชนิดของผีเสื้อกลางคืนบริเวณวัดป่าวังเกาะแก่ง ตำบลแก้ง อำเภอมือ จังหวัดมหาสารคาม ผลการศึกษาพบผีเสื้อกลางคืนที่มีความหลากหลายชนิดสูงสุดจากคือ วงศ์ Crambidae จำนวน 12 สกุล 14 ชนิด คิดเป็นร้อยละ 41.17 วงศ์ Geometridae จำนวน 3 สกุล 6 ชนิด คิดเป็นร้อยละ 17.64 วงศ์ Erebidae จำนวน 4 สกุล 5 คิดเป็นร้อยละ 14.70 วงศ์ Noctuidae จำนวน 2 สกุล 4 ชนิด คิดเป็นร้อยละ 11.76 วงศ์ Pyralidae จำนวน 2 สกุล 2 ชนิด คิดเป็นร้อยละ 5.88 วงศ์ Notodontidae, Cossidae, Nolidae จำนวนวงศ์ละ 1 สกุล 1 ชนิด คิดเป็นร้อยละ 2.94 โดยพบผีเสื้อที่มีความถี่ที่ปรากฏสูงที่สุด

(ร้อยละ 100) คือ *Cretonotos gangis*, *Scopula inductata*, และ *Ramesa tosta* สำหรับการเปลี่ยนแปลงจำนวนผีเสื้อกลางคืนในแต่ละเดือนพบว่า เดือนพฤศจิกายน พบผีเสื้อกลางคืนมากที่สุดคือ 23 ชนิด 41 ตัว ดังแสดงในตารางที่ 1 ทั้งนี้เนื่องจากวัดป่าวังเกาะแก่งมีลักษณะเป็นป่าเต็งรัง และบริเวณโดยรอบเป็นพื้นที่ ทำการเกษตร ที่มีพืชอาหารที่จำเป็นต่อตัวอ่อนผีเสื้อกลางคืนทั้ง 3 ชนิด นอกจากนี้ยังพบว่าสภาพภูมิอากาศ อุณหภูมิ ปริมาณน้ำฝน และฤดูกาลยังส่งผลต่อการพบผีเสื้ออีกด้วย (กิตติ ดันเมืองปัก และคณะ, 2560)

ตารางที่ 1 ชนิดของผีเสื้อกลางคืนที่สำรวจพบในพื้นที่วัดป่าวังเกาะแก่ง ตำบลแก้ง อำเภอมือง จังหวัดมหาสารคาม ตั้งแต่เดือนตุลาคม ถึงเดือนกันยายน 2562

ชนิดของผีเสื้อกลางคืน	จำนวนผีเสื้อกลางคืน			รวม (ตัว)	สถานภาพ
	ในแต่ละเดือน (ตัว)				
	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.		
1.Family Crambidae					
<i>Agrioglypta zelimalis</i>	1	3	0	4	C
<i>Autocharis hedyphaes</i>	1	0	0	1	U
<i>Botyodes</i> sp.	1	0	0	1	U
<i>Conogethes punctiferalis</i>	0	1	0	1	U
<i>Cnaphalocrocis medinalis</i>	0	4	0	4	U
<i>Glyphodes bicolor</i>	0	2	0	2	U
<i>Glyphodes onychinalis</i>	1	0	0	1	U
<i>Glyphodes</i> sp.	0	1	0	1	U
<i>Haritalodes derogata</i>	1	0	0	1	U
<i>Maruca vitrata</i>	1	0	1	2	C
<i>Nacoleia tampiusalis</i>	0	0	1	1	U
<i>Paropoxynx fluctuosalis</i>	2	1	0	3	C
<i>Pycnarmon cribrata</i>	1	0	0	1	U
<i>Sameodes cancellalis</i>	6	4	0	10	C
รวม	15	16	2	33	-

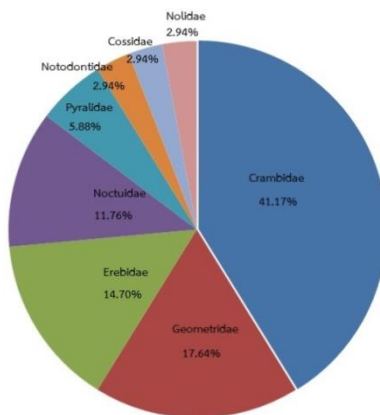
ตารางที่ 1 ชนิดของผีเสื้อกลางคืนที่สำรวจพบในพื้นที่วัดป่าวังเกาะแก่ง ตำบลแก้ง อำเภอมือง จังหวัดมหาสารคาม ตั้งแต่เดือนตุลาคม ถึงเดือนกันยายน 2562 (ต่อ)

ชนิดของผีเสื้อกลางคืน	จำนวนผีเสื้อกลางคืน			รวม (ตัว)	สถานภาพ
	ในแต่ละเดือน (ตัว)				
	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.		
2. Family Geometridae					
<i>Comostola laeasaris</i>	0	2	0	2	U
<i>Comostola</i> sp.	0	1	0	1	U
<i>Idaea craspedota</i>	0	1	1	2	C
<i>Scopula inductata</i>	1	2	3	6	V
<i>Scopula parodites</i>	0	1	0	1	U
<i>Scopula</i> sp.	0	1	0	1	U
รวม	1	8	4	13	-
3. Family Erebiidae					
<i>Anerila astreus</i>	1	1	0	2	C
<i>Cretonotos gangis</i>	1	3	2	6	V
<i>Cretonotos transiens</i>	1	0	0	1	U
<i>Eublemma anachoresis</i>	0	1	0	1	U
<i>Simplicia cornicalis</i>	2	0	0	2	U
รวม	5	5	2	12	-
4. Family Noctuidae					
<i>Leucania linda</i>	1	3	0	4	C
<i>Leucania</i> sp.	0	1	0	1	U
<i>Spodoptera litura</i>	0	1	0	1	U
<i>Spodoptera mauritia</i>	0	0	1	1	U
รวม	1	5	1	7	-
5. Family Pyralidae					
<i>Arthroschista hilaralis</i>	1	2	0	3	C
<i>Hypsopygia</i> sp.	0	1	0	1	U
รวม	1	3	0	4	-

ตารางที่ 1 ชนิดของผีเสื้อกลางคืนที่สำรวจพบในพื้นที่วัดป่าวังเกาะแก้ง ตำบลแก้ง อำเภอมือง จังหวัดมหาสารคาม ตั้งแต่เดือนตุลาคม ถึงเดือนกันยายน 2562 (ต่อ)

ชนิดของผีเสื้อกลางคืน	จำนวนผีเสื้อกลางคืน			รวม (ตัว)	สถานภาพ
	ในแต่ละเดือน (ตัว)				
	ต.ค.	พ.ย.	ธ.ค.		
6. Family Notodontidae					
<i>Ramesa tosta</i>	2	3	1	6	V
รวม	2	3	2	6	-
7. Family Cossidae					
<i>Zeuzera coffeae</i>	0	0	1	1	U
รวม	0	0	1	1	-
8. Family Nolidae					
<i>Nola</i> sp.	0	1	0	1	U
รวม	0	1	0	1	-

หมายเหตุ: สถานภาพกำหนดจากค่าร้อยละการปรากฏ (Frequency of occurrence); พบบ่อยมาก (Very common; V) พบร้อยละ 76-100, พบบ่อย (Common; C) พบร้อยละ 51-75, พบไม่บ่อย (Uncommon; U) พบร้อยละ 26-50, พบน้อย (Rare common; R) พบร้อยละ 0-25



รูปที่ 2 ร้อยละของผีเสื้อกลางคืนในแต่ละวงศ์ที่พบในเขตวัดป่าวังเกาะแก้ง จังหวัดมหาสารคาม

ตารางที่ 2 ค่าดัชนีของผีเสื้อกลางคืนในเขตวัดป่าวังเกาะแก่ง จังหวัดมหาสารคาม

เดือน	Hmax	H'	J'
ตุลาคม	2.833	2.510	0.885
พฤศจิกายน	3.135	2.953	0.941
ธันวาคม	2.079	1.959	0.942

หมายเหตุ: ค่าดัชนีความหลากหลายสูงสุด (Hmax) ค่าดัชนีความหลากหลายชนิด (H') และค่าดัชนีความสม่ำเสมอ (J') ของผีเสื้อกลางคืน

จากการสำรวจจำนวนชนิด และปริมาณของผีเสื้อกลางคืน เมื่อนำมาคำนวณหา ดัชนีความหลากหลายชนิด พบว่าในเดือนตุลาคม มีค่าความหลากหลายสูงสุด (Hmax) เท่ากับ 2.833 ค่าความหลากหลายชนิด (H') เท่ากับ 2.510 และค่าความสม่ำเสมอเท่ากับ 0.885 ใน เดือนพฤศจิกายน พบว่าค่าความหลากหลายสูงสุด (Hmax) เท่ากับ 3.135 ค่าความหลากหลายชนิด (H') เท่ากับ 2.953 และค่าความสม่ำเสมอเท่ากับ 0.941 ในเดือนธันวาคม พบว่าค่า ความหลากหลายสูงสุด (Hmax) เท่ากับ 2.079 ค่าความหลากหลายชนิด (H') เท่ากับ 1.959 และ ค่าความสม่ำเสมอเท่ากับ 0.942

ค่าความหลากหลายสูงสุด (Hmax) โดยรวมเท่ากับ 3.526 ค่าความหลากหลายชนิด (H') โดยรวมมีค่าเท่ากับ 3.115 และค่าความสม่ำเสมอเท่ากับ 0.883 ซึ่งอยู่ในระดับสูงและพบว่า ในวัดป่าวังเกาะแก่งมีค่าดัชนีความหลากหลายชนิดค่อนข้างสูงนั้น อาจเป็นเพราะสภาพทางภูมิศาสตร์ ของพื้นที่เก็บตัวอย่างที่มีพืชยืนต้นหนาแน่น (กิตติ ดันเมืองปัก และคณะ, 2560) และจาก การศึกษาในครั้งนี้ทำการสำรวจเพียง 3 เดือน ทำให้ได้ข้อมูลที่ไม่เพียงพอหากทำการสำรวจ ให้ครบรอบปีอาจทำให้พบความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนที่มากขึ้น

สรุปผลการวิจัย

ผลการศึกษาความหลากหลายชนิดของผีเสื้อกลางคืน ในเขตวัดป่าวังเกาะแก่ง จังหวัด มหาสารคาม พบผีเสื้อกลางคืนทั้งหมด 34 ชนิด มีค่าดัชนีความหลากหลายชนิดเท่ากับ 3.115 ค่า ความสม่ำเสมอ เท่ากับ 0.883 พบว่าผีเสื้อกลางคืนชนิด *C. gangis*, *S. inductata*, และ *R. tosta* มีค่าความถี่ที่ปรากฏสูงที่สุดเท่ากับ 100 %

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ ดร.สุรชิต แวงโสธร ผู้อำนวยการสถานีวิจัยสิ่งแวดล้อมสะแกกราชที่ได้ให้คำปรึกษาและชี้แนะในการตรวจสอบชนิดของผีเสื้อกลางคืน ขอขอบคุณสาขาวิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม ที่ให้การสนับสนุนงานวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- กิตติ ต้นเมืองปัก, ชูลิพร ชันทวิ, อติพร สหสมบุญณ์, พรชนก บุญลับ และ ประยูร ชุ่มมาก. (2060). ความหลากหลายชนิดของผีเสื้อกลางคืน ในเขตนวนอุทยานผางาม จังหวัดเลย. ในงานประชุมวิชาการระดับชาติ ครั้งที่ 4. วันที่ 22 ธันวาคม 2560. มหาวิทยาลัยกำแพงเพชร, กำแพงเพชร. 312-320.
- เกรียงไกร สุวรรณภักดี. (2555). *คู่มือรูปภาพผีเสื้อกลางคืนในประเทศไทย*. บีเอ็นอีซี. 64 หน้า
- ณิชาพันธ์ แดงรอด และ พิสิษฐ์ พูลประเสริฐ. (2559). ความหลากหลายชนิดของผีเสื้อกลางคืนบริเวณพื้นที่มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม จังหวัดพิษณุโลก. ในงานประชุมวิชาการงานเกษตรนเรศวร ครั้งที่ 12. วันที่ 21-22 กรกฎาคม 2559. มหาวิทยาลัยนเรศวร, พิษณุโลก. 104-108.
- มูฮำหมัดตายุติน บาสะคีรี, ฉันทนา รุ่งพิทักษ์ไชย, ประยูร ดำรงรักษ์, พาตีเมาะ อาแยกาจิ และ อาหะมะ บูละ. (2553). รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์ เรื่อง ความหลากหลายของผีเสื้อกลางคืนในหุบเขาลำพญา จังหวัดยะลา. มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา.
- ศูนย์วิจัยความหลากหลายทางชีวภาพเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา บรมราชินีนาถ. (2553). *ผีเสื้อกลางคืนในหุบเขาลำพญา*. สงขลา : มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา.
- สำนักงานท่องเที่ยวและกีฬาจังหวัดมหาสารคาม. (2560). *สารคามออนทัวร์ : วารสารเพื่อการท่องเที่ยวจังหวัดมหาสารคาม*. ขอนแก่น: โรงพิมพ์พัฒนาการพิมพ์.
- ICEM. (2013). *USAID Mekong ARCC Climate Change Impact and Adaptation Study for the Lower Mekong Basin: Main Report*. Bangkok : Prepare for the United States Agency for International Development by ICEM-International Centre for Environmental Management.

Ludwig, J. A., & Reynolds, J. F. (1988). *Statistical ecology*. New York: John Wiley and Sons.

Mulder, C. P. H., Baxley-White, E., Eimtrakopoulos, P. G., Hector, A., Scherer-Lorenzen, M., & Schmid, B. (2004) Species evenness and productivity in experimental plant communities. *Oikos*, 107, 50-63.

ผลของถ่านไม้มะม่วงชีวภาพต่อการเจริญเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดข้าวเหนียว EFFECT OF MANGO WOOD BIOCHAR IN PLANTING MATERIAL ON GROWTH AND YIELDS OF WAXY CORN

เยาวพล ชุมพล* และ โฉมยง ไชยอุบล

Yaovapol Choompol and Chomyong Chaiubon

สาขาวิชาเทคโนโลยีการผลิตพืช คณะเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

Plant Production Technology, Faculty of Technology, Udon Thani Rajabhat University

Received: 24 November 2020

Accepted: 17 March 2021

บทคัดย่อ

ถ่านชีวภาพได้รับความสนใจในการนำมาใช้ในการปรับปรุงดิน เนื่องจากเป็นวัสดุที่มีความพรุนสูงสามารถดูดซับน้ำและธาตุอาหารได้ดี วัตถุประสงค์ของการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้ เพื่อศึกษาผลของอัตราส่วนของถ่านไม้มะม่วงชีวภาพต่อดินที่เหมาะสมให้เป็นวัสดุปลูกต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพดข้าวเหนียวลูกผสมสายพันธุ์เหนียวมณี แบ่งการศึกษออกเป็น 4 ทรีตเมนต์ ในแต่ละทรีตเมนต์ผสมถ่านชีวภาพในอัตราส่วนผสมร้อยละของถ่านชีวภาพต่อดิน 4 อัตราดังนี้ อัตรา 100:0 อัตรา 75:25 อัตรา 50:50 และอัตรา 25:75 ผลการศึกษพบว่าค่าความเป็นกรดเบสของดินลดลงตามอัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกที่ลดลง อัตราส่วนของถ่านชีวภาพต่อดินในวัสดุปลูกข้าวโพดมีอิทธิพลต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพด โดยอัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกมีแนวโน้มการตอบสนองต่อความสูงของลำต้นข้าวโพดแบบเส้นโค้งกำลังสอง ($P < 0.01$) ส่วนความกว้างของใบมีแนวโน้มการตอบสนองแบบเส้นตรง ($P < 0.01$) โดยพบว่าเมื่ออัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกลดลงมีผลทำให้ความกว้างของใบลดลง อัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกที่ลดลงมีแนวโน้มทำให้น้ำหนักฝัก ความกว้าง

* ผู้ประสานงาน: เยาวพล ชุมพล

อีเมล: yaovapol.ch@udru.ac.th

และความยาวของฝักข้าวโพด ลดลงแบบเส้นตรง ($P<0.05$) สรุปได้ว่าอัตราส่วนของถ่านไม้มะม่วงชีวภาพในวัสดุปลูกที่ลดลงมีแนวโน้มการตอบสนองต่อความสูงของลำต้น ความกว้างของใบ ผลผลิตน้ำหนักฝัก ความกว้างของฝัก และความยาวของฝักข้าวโพดที่ลดลง ในการศึกษาครั้งนี้ อัตราส่วนผสมร้อยละของถ่านชีวภาพต่อดินในวัสดุปลูก ที่ระดับ 75:25 มีผลต่อการเจริญเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดข้าวเหนียวสายพันธุ์ลูกผสมเหนียวมณีที่ดีที่สุด

คำสำคัญ: ถ่านไม้มะม่วงชีวภาพ, ข้าวโพดข้าวเหนียว

Abstract

Biochar has been interested in soil improvement due to its property in high porosity and ability in water and nutrient absorption. The objective of this research was to investigate the effects of the suitable ratio of mango wood biochar to the soil as planting material on the growth of the “Niaw manee” waxy corn. The study was divided into 4 different treatments. In each treatment, the biochar was mixed per soil mixtures at four different ratios: 100: 0, 75:25, 50:50 and 25:75. The results of the research show that the pH of the soil decreased according to the ratio portion of the biochar in the planting material. The ratio of biochar in the planting material influenced the growth of corn. The ratio of biochar in planting materials was likely to respond to the height of the corn stem in quadratics ($P<0.01$), while the width of the leaves tended to respond linearly ($P<0.01$). It was found that when the ratio of biochar in the planting material decreased, the width of the leaves decreased. Reducing the ratio of the biochar in planting material tended downward the weight of the corn pods, the width of the corn pods, and the length of corn pods (linear; $P<0.05$). It can be concluded that reduction of mango wood biochar portion in planting material tended to decrease the growth parameters i.e. height of stem, width of leaves, weight of the corn pods, width of the corn pods, and length of corn

Pods. In this research, the percentage ratio mixture of biochar and soil at 75:25 showed the best result, and the biochar influenced the growth and production of waxy corn.

Keywords: Mango Wood Biochar, Waxy Corn

บทนำ

ปัจจุบันนี้มีการนำถ่านชีวภาพ (Biochar) ที่ผลิตจากมวลชีวภาพ เศษใบไม้ หรือเศษวัสดุทางการเกษตร ที่ผ่านกระบวนการเผาไหม้ที่มีการควบคุมอุณหภูมิและอากาศมาใช้ประโยชน์หลายด้าน ดังนี้ ช่วยบรรเทาการเปลี่ยนแปลงภูมิอากาศลดคาร์บอนไดออกไซด์ในชั้นบรรยากาศระยะยาว ช่วยในกระบวนการจัดการของเสียประเภทอินทรีย์วัตถุ และใช้ในทางการเกษตร เนื่องจากถ่านชีวภาพมีความเหมาะสมหลายอย่าง มีค่า pH 7.76 มีโซเดียม โพแทสเซียม แมกนีเซียม และแคลเซียม มีปริมาณคาร์บอน ร้อยละ 52.77 ไนโตรเจน ร้อยละ 1.09 ซัลเฟอร์ ร้อยละ 0.049 และมีอัตราส่วนคาร์บอนต่อไนโตรเจน (C/N Ratio) 48.41 นอกจากนี้ ถ่านชีวภาพยังช่วยปรับปรุงดิน และเพิ่มผลผลิตทางการเกษตร เพราะลักษณะความเป็นรูพรุนทำให้กักเก็บน้ำ เป็นที่อยู่ให้กับจุลินทรีย์สำหรับทำกิจกรรมเพื่อสร้างอาหารให้ดิน (พินิจภณ ปิตุยะ และอนัญญา โพธิ์ประดิษฐ์, 2560) ได้มีการนำถ่านชีวภาพมาใช้กับพืชไร่ ได้แก่ ข้าวโพด ถั่วเหลือง และใช้กับพืชผักสวนครัว เป็นต้น ใช้เป็นวัสดุสำหรับเพาะต้นกล้าช่วยให้เติบโตได้ดี เช่น ส่วนผสมถ่านชีวภาพกับเปลือกกาแฟใช้เพาะต้นกล้วย ส่วนผสมถ่านชีวภาพกับกลบใช้เพาะผักและผักสลัด หรือใช้ดินปลูกผสมถ่านชีวภาพเพื่อช่วยร่นระยะเวลาผลผลิต เช่น การปลูกดอกแค และกระเจียบ นอกจากนี้ ยังมีการนำไปใช้เพื่อลดต้นทุนการทำเกษตร ใช้เพียงดินปลูกผสมถ่านชีวภาพตามสูตรแม่โจ้สามารถให้ผลผลิตพืชผลการเกษตร เช่น ผักสลัด ผักสวนครัว โดยที่ไม่ต้องใช้ปุ๋ยเพิ่มเติม ช่วยลดต้นทุนการผลิตให้แก่เกษตรกร (ธนศิษฐ์ วงศ์ศิริอำนวย, 2562) ถ่านชีวภาพจากกลบมีผลต่อสภาพการละลายของจุลธาตุอาหารพืชและการเจริญเติบโตของข้าวที่ปลูกในดินเหนียว ซึ่งถ่านชีวภาพช่วยส่งเสริมการเป็นประโยชน์ของจุลธาตุอาหารพืช และยังช่วยเพิ่มความสูง น้ำหนักแห้งฟาง และร้อยละเมล็ดข้าวได้ดี (ภราภรณ์ เหล็กสูงเนิน และคณะ, 2560) สำหรับการใช้ถ่านปรับปรุงดินเพื่อปลูกข้าวโพดข้าวเหนียวหวาน จะใช้ดินผสมถ่านเป็นวัสดุปลูกซึ่งให้

ค่าผลผลิตสูงสุดเมื่อเจริญเติบโตมีอายุ 60 วัน สูงกว่าดินผสมปุ๋ยไนโตรเจน (เสาวคนธ์ เหมวงษ์ และศศิธร เชื้อกฤษณะ, 2554) มีรายงานการใช้ประโยชน์ถ่านชีวภาพในการนำมาใช้ปลูกผักนั้น การใส่ถ่านชีวภาพร่วมกับปุ๋ยชีวภาพ พด. 12 ในแปลงปลูกคะน้าจะทำให้ผักคะน้ามีผลผลิตรวมสูงที่สุด 1,900 กิโลกรัมต่อไร่ ทำให้ดินมีการอุ้มน้ำด้วยน้ำ ปฏิกิริยาของดิน ปริมาณฟอสฟอรัส และแคลเซียมในดินสูงที่สุด 8.50 เซนติเมตรต่อชั่วโมง ทำให้ความชื้นในดิน และปริมาณอินทรีย์วัตถุสูงที่สุด ร้อยละ 18.60 (เกศศิริพันธ์ แสงมณี และคณะ, 2557) อัตราส่วนผสมของดินต่อถ่านชีวภาพจากเงาะ ร้อยละ 10:2 จะทำให้ต้นคะน้าอ่องกงมีความสูงมากที่สุด 20.42 เซนติเมตร และมีจำนวนใบมากที่สุด 6.17 รองลงมาคือ ดินต่อแกลบ 19.37 เซนติเมตร 5.85 ใบ เมื่อมีการใส่ปุ๋ยเพิ่มเข้าไปจะทำให้มีการเจริญเติบโตของคะน้าอ่องกงได้ดียิ่งขึ้น (Mai Vu Thi et., al, 2013) การใช้ถ่านชีวภาพเป็นวัสดุปรับปรุงดินในข้าวนาหว่านน้ำตม ซึ่งถ่านชีวภาพมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงคุณสมบัติของดิน การเจริญเติบโตของข้าวในระยะ แรกหรือระยะต้นกล้าที่อายุ 30 และ 45 วันหลังหว่านข้าว ทำให้ข้าวมีความสูงจำนวนหน่อต่อต้น พื้นที่ใบ น้ำหนักแห้งส่วนเหนือดินสูงกว่าไม่ใส่ถ่านชีวภาพแต่ไม่มีผลต่อการเจริญเติบโตในระยะต่อมา (จาวภา มะนาวนอก และคณะ, 2560)

ประเทศไทยมีพื้นที่ปลูกข้าวโพดจำนวนมาก การปลูกข้าวโพดส่วนใหญ่เป็นข้าวโพดไร่แบบอาศัยน้ำฝน ซึ่งสภาพพื้นที่ควรเป็นพื้นที่ตอนมีการระบายน้ำได้ดี โดยเจริญเติบโตได้ดีในลักษณะดินร่วนปนทราย มีความอุดมสมบูรณ์ของดินและปริมาณแร่ธาตุอาหารพืชสูงพอสมควร ดินมีค่า pH ประมาณ 5.5-8.0 ค่อนข้างเป็นด่างเล็กน้อยจะเหมาะสมที่สุด และข้าวโพดข้าวเหนียวเป็นชนิดหนึ่งที่เหมาะปลูกเพื่อการค้าและบริโภคในครัวเรือน เนื่องจากเจริญเติบโตได้ง่ายและมีอายุสั้นเพียงฤดูเดียว มีคุณค่าทางโภชนาการ ช่วยควบคุมคอเลสเตอรอล ลดความดันโลหิตสูง นอกจากนี้ ยังนิยมใช้เป็นอาหารเลี้ยงสัตว์ ใช้เป็นวัตถุดิบในอุตสาหกรรม (พัชรรัตน์ อมรชร, 2552) อย่างไรก็ตาม สภาพดินในพื้นที่ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีลักษณะเป็นดินร่วนทราย ซึ่งทำให้ไม่สามารถเก็บรักษาความชื้นในดินได้ นอกจากนั้น ยังมีการสะสมของแร่ธาตุสารอาหารสำหรับข้าวโพดที่น้อยไม่เพียงพอต่อการเจริญเติบโตและให้ผลผลิตที่ดี ดังนั้น จากคุณสมบัติของถ่านชีวภาพจากไม้มะม่วงมืองค์ประกอบของธาตุคาร์บอน ไฮโดรเจน ออกซิเจน ไนโตรเจน และมีความคงตัวสลายได้ช้ามีอายุการใช้งานได้ยาวนานพร้อมกับมีพื้นที่ผิวจำนวนมากช่วยในการดูดซับธาตุอาหารได้แต่ยังไม่ทราบอัตราส่วนที่เหมาะสมในการใช้ปลูกข้าวโพด ดังนั้น จากคุณสมบัติของถ่านชีวภาพที่กล่าวมาจึงจำเป็นต้อง ศึกษาอัตราส่วนของ

ถ่านชีวภาพที่เหมาะสมในวัสดุปลูกต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพดข้าวเหนียวลูกผสมสายพันธุ์เหนียวฉวี

วิธีการดำเนินการวิจัย

ดำเนินการทดลองนี้ทำในแปลงเพาะปลูก มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี ศูนย์การศึกษาสามพร้าว อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี ระหว่างวันที่ 1 กันยายน - 31 ตุลาคม 2563 ในสภาพแปลงปลูก พื้นที่มีลักษณะดินร่วนปนทราย (sandy loam) ซึ่งนำมาใช้เป็น ส่วนผสมกับถ่านชีวภาพเพื่อเป็นวัสดุปลูกข้าวโพดข้าวเหนียวลูกผสมสายพันธุ์เหนียวฉวี โดยวางแผนการทดลองแบบ Randomized Complete Block Design (RCBD) จำนวน 4 ซ้ำ ทำการขุดหลุมกว้าง ยาวและลึก ขนาด 30x30x30 เซนติเมตร มีระยะห่างระหว่างหลุม 40 เซนติเมตร และระยะระหว่างแถว 80 เซนติเมตร จำนวน 4 แถว ๆ ละ 4 หลุม ทั้งหมด 16 หลุม ในแต่ละหลุมเสริมวัสดุปลูก หลุมละ 12.5 กิโลกรัม เตรียมวัสดุปลูกหรือทรีตเมนต์โดยผสมถ่านชีวภาพและดินใน 4 อัตราส่วน (ตารางที่ 1) ดังนี้

- ทรีตเมนต์ที่ 1 (กลุ่มควบคุม) วัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดิน ในอัตราส่วน 100:0
ทรีตเมนต์ที่ 2 วัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดิน ในอัตราส่วน 75:25
ทรีตเมนต์ที่ 3 วัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดิน ในอัตราส่วน 50:50
ทรีตเมนต์ที่ 4 วัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดิน ในอัตราส่วน 25:75

ตารางที่ 1 ส่วนประกอบวัสดุปลูกในแต่ละทรีตเมนต์

ส่วนประกอบวัสดุปลูก	ทรีตเมนต์ ที่ 1	ทรีตเมนต์ ที่ 2	ทรีตเมนต์ ที่ 3	ทรีตเมนต์ ที่ 4
ถ่านชีวภาพ (กิโลกรัม)	50	37.5	25	12.5
ดิน (กิโลกรัม)	0	12.5	25	37.5
ปุ๋ยเคมีสูตรเสมอ 15 (กิโลกรัม)	0.07	0.07	0.07	0.07
ปุ๋ยคอก (กิโลกรัม)	0.62	0.62	0.62	0.62
รวม	50.69	50.69	50.69	50.69

1. การเตรียมถ่านชีวภาพ กระบวนการผลิตถ่านชีวภาพของการศึกษาครั้งนี้ ได้จากการเผาถ่านกิ่งมะม่วง มีกระบวนการผลิตที่เริ่มต้นด้วยการเตรียมกิ่งมะม่วงนำมาเผา มีกระบวนการเผาถ่านชีวภาพแบบเตา 200 ลิตร โดยดำเนินการ 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 การไล่ความชื้น ใช้เวลา 1.19 ชั่วโมง มีอุณหภูมิปากปล่อง 80 องศาเซลเซียส ขั้นตอนที่ 2 กระบวนการไม้เริ่มเป็นถ่าน โดยปล่อยให้ไฟที่หน้าเตาติดไฟต่อไปเรื่อย ๆ อุณหภูมิที่ปากปล่องสูงขึ้นระหว่าง 80-103 องศาเซลเซียส ใช้เวลาประมาณ 19.27 ชั่วโมง สังเกตจากการรวมตัวของควันกันหนาแน่นพุ่งขึ้นสีขาวขุ่น มีกลิ่นเหม็นฉุนอย่างรุนแรง ขั้นตอนที่ 3 การทำให้ถ่านบริสุทธิ์ ใช้เวลา 11.53 ชั่วโมง อุณหภูมิที่ปากปล่องสูงถึง 130 องศาเซลเซียส จากนั้นอุณหภูมิที่ปากปล่องลดลงเรื่อย ๆ ถึง 55 องศาเซลเซียส จึงปิดหน้าเตาและปากปล่องไฟให้สนิท ขั้นตอนที่ 4 การทำให้เตาเผาเย็น โดยทิ้งไว้ 3 วัน จึงได้นำถ่านชีวภาพออกจากเตาเผา ทำการบดถ่านให้มีขนาดเล็กละเอียดร่อนผ่านตะแกรง รุกกลมขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 5 มิลลิเมตรแล้วนำไปใช้ผสมกับวัสดุปลูกตามแผนการทดลอง

2. วิธีการปลูก นำเมล็ดข้าวโพดข้าวเหนียวลูกผสมสายพันธุ์เหนียวฉิมพลีลงในหลุมปลูก หลุมละ 2 เมล็ด โดยปลูกลึกลงในดินประมาณ 5 เซนติเมตร ทุกหลุม จำนวน 16 หลุม แล้วรดน้ำให้ชุ่มพอประมาณ คลุมหลุมปลูกด้วยฟางข้าวเพื่อป้องกันแสงแดดและช่วยกักเก็บความชื้นในดิน จากนั้นเก็บตัวอย่างดินก่อนและหลังปลูก ทริตเมนต์ละ 1 ตัวอย่าง ๆ ละ 10 กรัมต่อทริตเมนต์ นำไปวิเคราะห์ค่า pH ของดินก่อนและหลังปลูก ดูแลให้น้ำต้นข้าวโพดตามระยะเวลา ตรวจวัดการเจริญเติบโตของข้าวโพดพร้อมบันทึกผลการทดลองที่ได้ ดังนี้

2.1 การเจริญเติบโตของข้าวโพด วัดความกว้างและความสูงของลำต้น ใบ ดอก และฝัก โดยความสูงจะวัดจากโคนต้นจนถึงปลายยอดอ่อนของระยะการเจริญเติบโตในสัปดาห์แรก วัดความสูงหลังจากปลูกข้าวโพดออกดอกทุกสัปดาห์ จนถึงระยะดอกตัวผู้เริ่มออกดอกได้ ร้อยละ 50 ของข้าวโพดทั้งหมด (เซนติเมตร) วัดความสูงช่อดอกตัวผู้ที่ออกดอกจากโคนต้นจนถึงก้านชูดอกตัวผู้ (เซนติเมตร) วัดความสูงตำแหน่งที่มีการออกฝัก จากโคนต้นจนถึงข้อปล้องที่ออกฝักข้าวโพด (เซนติเมตร) และวัดความกว้างของใบข้าวโพด ซึ่งจะเลือกวัดใบที่สมบูรณ์ที่สุดของต้น (เซนติเมตร)

2.2 ผลผลิตของข้าวโพดหลังการเก็บเกี่ยว วัดความกว้างของฝักข้าวโพดก่อนปอกและหลังปอกเปลือก โดยเลือกวัดจุดที่สมบูรณ์ที่สุดของฝักข้าวโพด (เซนติเมตร) วัดความยาวของฝักข้าวโพดก่อนและหลังปอกเปลือกจากโคนฝักจนถึงปลายของฝัก (เซนติเมตร)

ชั่งน้ำหนักฝักข้าวโพดก่อนปอกและหลังปอกเปลือก (กรัม) และวัดค่าความหวานของผลผลิต เมล็ดข้าวโพดหลังการเก็บเกี่ยว ($^{\circ}\text{brix}$)

3. การวิเคราะห์ดิน ทำการวิเคราะห์เฉพาะค่า pH และปฏิกิริยาของดินหรือระดับความรุนแรงค่า pH ของดิน (soil reaction) (Peech, 1965) โดยใช้อัตราส่วนดิน: น้ำ (1:1) ทำการชั่งตัวอย่างดิน 10 กรัม ใส่ลงในปิกรอร์ขนาด 100 มิลลิลิตร เติมน้ำกลั่น 50 มิลลิลิตร แล้วใช้แท่งแก้วคนให้เข้ากันตั้งทิ้งไว้อย่างน้อย 30 นาที นำสารละลายดินที่ได้ไปวัดค่า pH ตัวอย่างสารละลายดินละ 5 ครั้ง

4. การวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติ มัลการเจริญเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดที่ปลูกในแต่ละทรีตเมนต์ นำมาคำนวณค่าเฉลี่ย และวิเคราะห์ความแปรปรวน (ANOVA) ทำการเปรียบเทียบความแตกต่างทางสถิติของค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้ของแต่ละทรีตเมนต์ด้วยวิธี Least Significant Difference (LSD) ด้วยโปรแกรม Statistix 10 โดยกำหนดระดับนัยสำคัญทางสถิติที่น้อยกว่า 0.05 ($P < 0.05$) และวิเคราะห์แนวโน้มการตอบสนองของอัตราส่วนถ่านชีวภาพในวัสดุปลูก ด้วยวิธี Orthogonal Polynomial Contrast

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

1. ผลการวิจัย

1.1 ค่าความเป็นกรดต่างของวัสดุปลูก (pH) ถ่านชีวภาพที่ได้จากไม้มะม่วงมีความเป็นด่าง ผลการวิเคราะห์ค่า pH ของวัสดุปลูกก่อนปลูก พบค่า pH ลดลงตามอัตราส่วนถ่านชีวภาพในวัสดุปลูก โดยทรีตเมนต์ที่ 1 (100:0) มีค่า pH ก่อนปลูกสูงสุด ในขณะที่ ทรีตเมนต์ที่ 4 (25:75) มีค่า pH ก่อนปลูก ต่ำสุด (8.22 และ 7.86 ตามลำดับ) ค่า pH ของวัสดุปลูกหลังการปลูกข้าวโพด พบว่ามีค่าลดลงเมื่อเปรียบเทียบกับค่า pH ของวัสดุปลูกก่อนการปลูกข้าวโพด โดยมีค่า pH ระหว่าง 7.13-7.19 (ตารางที่ 2)

ตารางที่ 2 ค่า pH ของวัสดุปลูกก่อนและหลังปลูกข้าวโพด

Treatment	ค่า pH	
	ก่อนปลูก	หลังปลูก
Biochar 100%: soil 0%	8.22	7.19
Biochar 75%: soil 25%	8.12	7.13
Biochar 50%: soil 50%	8.05	7.14
Biochar 25%: soil 75%	7.86	7.14

1.2 ด้านการเจริญเติบโต อัตราส่วนของถ่านชีวภาพที่ผสมในวัสดุปลูกมีผลต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพดในด้านความสูงของลำต้น ในทุกสัปดาห์ (ตารางที่3) ยกเว้นสัปดาห์ที่ 2 โดยข้าวโพดที่ปลูกในวัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดิน ในอัตราส่วน 50:50 (ทรีตเมนต์ที่ 3) มีค่าเฉลี่ยด้านความสูง สูงที่สุด ในขณะที่วัสดุปลูกที่มีอัตราส่วนผสมของถ่านชีวภาพต่อดิน 25:75 (ทรีตเมนต์ที่ 4) มีค่าเฉลี่ยความสูงต่ำสุด

ตารางที่ 3 ผลของถ่านชีวภาพต่อการเจริญเติบโตด้านความสูงของต้นข้าวโพด

Treatment	ความสูง (เซนติเมตร)					
	สัปดาห์ที่					
	1	2	3	4	5	6
Biochar 100%: soil 0%	9.0 ^a	12.3	19.5 ^b	36.0 ^{ab}	49.0 ^{ab}	87.7 ^b
Biochar 75%: soil 25%	6.3 ^b	11.0	19.2 ^b	36.5 ^{ab}	48.2 ^{ab}	85.5 ^b
Biochar 50%: soil 50%	7.5 ^{ab}	14.0	26.7 ^a	43.7 ^a	62.0 ^a	101.0 ^a
Biochar 25%: soil 75%	8.0 ^{ab}	12.0	21.5 ^{ab}	33.7 ^b	44.0 ^b	73.5 ^c
F-test	*	ns	*	*	*	**
C.V. (%)	19.42	23.84	16.93	13.84	17.98	8.47

หมายเหตุ: ns = ไม่มีความแตกต่างทางสถิติ

*, ** = แตกต่างกันทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% ตามลำดับ
ตัวอักษรภาษาอังกฤษที่ต่างกันเพียงตัวเดียวในคอลัมน์เดียวถือว่าไม่แตกต่างกันทางสถิติโดยวิธี LSD ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

อัตราส่วนถ่านชีวภาพในวัสดุปลูก มีผลต่อการเจริญเติบโตด้านความกว้างของใบ ข้าวโพด ความสูงตำแหน่งเกสรตัวผู้ ความสูงตำแหน่งเกิดฝักข้าวโพด(ตารางที่4) โดยข้าวโพด ที่ปลูกในวัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดินในพริตเมนต์ที่ 1, 2 และ 3 ไม่มีความแตกต่างกัน ทางสถิติ ($P>0.05$) ในขณะที่วัสดุปลูกในพริตเมนต์ที่ 4 (อัตราส่วนผสมของถ่านชีวภาพต่อดิน 25:75) มีค่าเฉลี่ยด้านความกว้างของใบข้าวโพด ความสูงตำแหน่งเกสรตัวผู้ ความสูงตำแหน่งเกิดฝักข้าวโพดต่ำสุด แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($P<0.05$) เมื่อเปรียบเทียบกับ พริตเมนต์ที่ 1, 2 และ 3

ตารางที่ 4 ผลของถ่านชีวภาพต่อการเจริญเติบโตด้านความกว้างของใบข้าวโพด ความสูง ตำแหน่งเกสรตัวผู้ ความสูงตำแหน่งเกิดฝักข้าวโพด

Treatment	ความกว้างใบ	ความสูงตำแหน่ง	ความสูงตำแหน่ง
	ข้าวโพด (ชม./ต้น)	เกสรตัวผู้ (ชม./ต้น)	เกิดฝัก (ชม./ต้น)
Biochar 100%: soil 0%	7.8 ^a	152.0 ^{ab}	72.7 ^{ab}
Biochar 75%: soil 25%	7.7 ^a	162.2 ^a	80.7 ^a
Biochar 50%: soil 50%	7.3 ^a	150.7 ^{ab}	69.2 ^{ab}
Biochar 25%: soil 75%	6.1 ^b	129.2 ^c	62.5 ^b
F-test	**	*	*
C.V. (%)	6.6	12.37	11.66

หมายเหตุ: *, ** = แตกต่างกันทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% ตามลำดับ ตัวอักษรภาษาอังกฤษที่ต่างกันเพียงตัวเดียวในคอลัมน์เดียวถือว่าไม่แตกต่างกันทางสถิติโดยวิธี LSD ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

1.3 ด้านผลผลิตข้าวโพด อัตราส่วนถ่านชีวภาพในวัสดุปลูก มีผลต่อผลผลิต น้ำหนักฝัก ความกว้างของฝัก และความยาวของฝักทั้งก่อนปอกเปลือกและหลังหลังปอกเปลือก ข้าวโพด(ตารางที่ 5) โดยข้าวโพดที่ปลูกในวัสดุปลูกผสมถ่านชีวภาพต่อดินในพริตเมนต์ที่ 1 และ 2 มีผลผลิตน้ำหนักฝัก ความกว้างของฝัก และความยาวของฝักทั้งก่อนปอกเปลือกและ หลังหลังปอกเปลือกข้าวโพดดีที่สุด ในขณะที่ข้าวโพดที่ปลูกในวัสดุปลูกในพริตเมนต์ที่ 4

มีค่าเฉลี่ยน้ำหนักฝัก ความกว้างของฝัก และความยาวของฝักทั้งก่อนปอกเปลือกและหลัง
หลังปอกเปลือก ข้าวโพดต่ำสุด แตกต่างอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ($P < 0.05$) เมื่อเปรียบเทียบกับ
กับทรีตเมนต์ที่ 1, 2 และ 3 อัตราที่ดีที่สุดคือถ่านอัตราส่วน 100:0 และ 75:25 เท่านั้นที่ทำให้
ให้ผลผลิตความกว้างฝัก และความยาวฝักดีที่สุด

ตารางที่ 5 ผลของถ่านชีวภาพต่อน้ำหนักฝักก่อนปอกเปลือกและหลังปอกเปลือก ความกว้าง
ของฝักก่อนปอก เปลือกและหลังปอกเปลือก ความยาวของฝักก่อนปอกเปลือก
และหลังปอกเปลือกข้าวโพด

Treatment	น้ำหนักฝัก (กรัม/ฝัก)		ความกว้างฝัก (ซม./ฝัก)		ความยาวฝัก (ซม./ฝัก)	
	ก่อน ปอกเปลือก	หลัง ปอกเปลือก	ก่อน ปอกเปลือก	หลัง ปอกเปลือก	ก่อน ปอกเปลือก	หลัง ปอกเปลือก
Biochar 100%: soil 0%	175.2 ^{ab}	167.3 ^{ab}	4.8 ^a	4.4 ^{ab}	29.3 ^a	18.2 ^{ab}
Biochar 75%: soil 25%	207.9 ^a	173.4 ^a	4.8 ^a	4.4 ^a	29 ^a	18.5 ^a
Biochar 50%: soil 50%	162.5 ^{ab}	131.1 ^{bc}	4.5 ^a	4.0 ^{bc}	25 ^b	16.0 ^b
Biochar 25%: soil 75%	120.8 ^b	102.0 ^c	4.0 ^b	3.0 ^c	24 ^b	15.0 ^c
F-test	*	**	**	**	**	**
C.V. (%)	26.38	16.09	5.81	6.42	4.08	6.23

หมายเหตุ: *, ** = แตกต่างกันทางสถิติที่ระดับความเชื่อมั่น 95% และ 99% ตามลำดับ
ตัวอักษรภาษาอังกฤษที่ต่างกันเพียงตัวเดียวในคอลัมน์เดียวถือว่าไม่แตกต่างกัน
ทางสถิติโดยวิธี LSD ที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

1.4 ค่าความหวานเมล็ดข้าวโพด อัตราส่วนถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกไม่มีผลต่อค่า
ความหวานของเมล็ดข้าวโพด โดยพบว่าในทุกทรีตเมนต์ เมล็ดข้าวโพดมีความหวานเท่ากันที่
15 brix

2. อภิปรายผล

ถ่านชีวภาพมีผลทำให้ค่า pH ของวัสดุปลูกเพิ่มขึ้นตามอัตราส่วนของถ่านชีวภาพใน
วัสดุปลูก โดยพบว่าค่า pH ของถ่านชีวภาพไม่เหมาะสมที่ใช้ในการศึกษาค้างนี้มีค่า เท่ากับ
8.22 ซึ่งมีคุณสมบัติเป็นด่างปานกลาง เมื่อผสมลงไปวัสดุปลูกที่มีผลทำให้ค่า pH ของวัสดุ

ปลูกเพิ่มขึ้น สอดคล้องกับการศึกษาของรัตชล อ่างมณี และคณะ (2560) ได้ศึกษาคุณสมบัติทางเคมีของถ่านชีวภาพมีค่า pH อยู่ในช่วง 7.76 และมีพื้นที่ผิวและรูพรุน 93.36 ตารางเมตร/กรัม ซึ่งมีคุณสมบัติสามารถดูดซับน้ำในดินเพื่อความชื้นในดินได้และยังมีศักยภาพเป็นวัสดุปรับปรุงดินเพื่อการเจริญเติบโตของพืชได้เป็นอย่างดี ค่า pH ของวัสดุปลูกหลังการปลูกข้าวโพด พบว่าสภาพวัสดุปลูกมีการดูดซึมแร่ธาตุต่าง ๆ ในวัสดุปลูกเพื่อไปใช้ในการเจริญเติบโต ดังนั้น หลังปลูกจึงพบว่าระดับค่า pH ของทุกทริตเมนต์มีค่าลดลงอยู่ในช่วง 7.13-7.19 จัดอยู่ในระดับเป็นกลาง เป็นสภาพที่เหมาะสมต่อการเจริญเติบโตของพืช (จาวภามะนาวนอก และคณะ, 2560)

จากผลการวิเคราะห์แนวโน้มการตอบสนองของระดับถ่านชีวภาพในวัสดุปลูก ด้วยวิธี Orthogonal Polynomial Contrast พบว่า อัตราส่วนของถ่านชีวภาพต่อดินในวัสดุปลูก ข้าวโพดข้าวเหนียว มีอิทธิพลต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพด โดยในสัปดาห์ที่ 6 หลังการปลูก อัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกมีแนวโน้มการตอบสนองต่อความสูงของลำต้นข้าวโพดแบบ เส้นโค้งกำลังสอง (Quadratic; $P < 0.01$) โดยพบว่า ข้าวโพดที่ปลูกในวัสดุปลูกที่มีอัตราส่วนผสมของถ่านชีวภาพและดินในอัตราส่วน 50:50 มีการเจริญเติบโตด้านความสูงสูงสุด ส่วนความกว้างของใบมีแนวโน้มการตอบสนองแบบเส้นตรง (Linear; $P < 0.01$) โดยพบว่าเมื่ออัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกลดลงมีผลทำให้ความกว้างของใบลดลง สอดคล้องกับผลผลิตข้าวโพด โดยพบว่าอัตราส่วนของถ่านชีวภาพในวัสดุปลูกที่ลดลงมีแนวโน้มทำให้น้ำหนักฝัก ความกว้างและความยาวของฝักข้าวโพด ลดลงแบบเส้นตรง (Linear; $P < 0.05$) ทั้งนี้อาจเนื่องมาจาก คุณสมบัติทางเคมีของถ่านชีวภาพมีพื้นที่ผิวและรูพรุน สามารถดูดซับน้ำในดิน ทำให้ความชุ่มชื้นในดินเพิ่มขึ้น เป็นที่อยู่ให้กับจุลินทรีย์สำหรับทำกิจกรรมเพื่อสร้างอาหารให้ดิน และดินอุดมสมบูรณ์ขึ้น ปรับสภาพความเป็นกรดเบสของดินที่เหมาะสมต่อการเจริญเติบโตของข้าวโพด นอกจากนั้น ยังมีแร่ธาตุที่สำคัญในการเจริญเติบโตของข้าวโพดได้ดี มีศักยภาพเป็นวัสดุปรับปรุงดินเพื่อการเจริญเติบโตของพืชได้เป็นอย่างดี (รัตชล อ่างมณี และคณะ, 2560) สอดคล้องกับการศึกษาของศิริลักษณ์ ศิริสิงห์และอรสา สุกสว่าง (2556) ได้ทำการทดลองการประเมินผลการประยุกต์ใช้ถ่านชีวภาพเพื่อการปรับปรุงดินเพื่อทดแทนปุ๋ยคอกในบางส่วนซึ่งสามารถทดแทนได้เมื่อเปรียบเทียบกับอัตราส่วนปุ๋ยคอกต่อถ่านชีวภาพพบว่าอัตราส่วน 25:75 ทำให้ผลผลิตฝักค่อนมีน้ำหนักเฉลี่ยเพิ่มขึ้น

สรุปผลการวิจัย

อัตราส่วนของถ่านไม้มะม่วงชีวภาพในวัสดุปลูกที่ลดลงมีแนวโน้มการตอบสนองต่อความสูงของลำต้น ความกว้างของใบ ผลผลิตน้ำหนักฝัก ความกว้างของฝัก และความยาวของฝักข้าวโพดที่ลดลง โดยที่อัตราส่วนผสมของถ่านชีวภาพต่อดินในวัสดุปลูกที่อัตราส่วน 75:25 มีผลต่อการเจริญเติบโตและผลผลิตของข้าวโพดข้าวเหนียวสายพันธุ์ลูกผสมเหนียวมณีดีที่สุด อย่างไรก็ตาม ควรมีการศึกษาถึงผลกระทบของถ่านชีวภาพที่ใช้ในพื้นที่เพาะปลูกพืชในระยะยาว และผลตอบแทนทางเศรษฐศาสตร์ของการปลูกพืชแต่ละชนิดต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณสาขาวิชาเทคโนโลยีการผลิตพืช คณะเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี ที่สนับสนุนสถานที่ทดลอง

เอกสารอ้างอิง

- เกศศิรินทร์ แสงมณี, ชัยนาม ดิสถาพร และ สุรัชย์ สุวรรณชาติ. (2557). การจัดการดินด้วยเทคโนโลยีชีวภาพในการผลิตค่น้ำในดินทราย. *วารสารวิทยาศาสตร์เกษตร*, 45(พิเศษ2), 605-608.
- จาวภา มะนาวนอก, สันติไมตรี ก้อนคำดี, เกษสุตา เดชภิมล และ วรรณวิภา แก้วประดิษฐ์พลพินิจ. (2560). ถ่านชีวภาพ: ผลต่อคุณสมบัติของดินและการเจริญเติบโตของข้าวนาหว่านตม (การทดสอบในสภาพกระถาง). *แก่นเกษตร*, 45(2), 209-220.
- ธนศิษฐ์ วงศ์ศิริอำนวย. (2562). *การผลิตถ่านชีวภาพและแนวทางการใช้ประโยชน์*. สืบค้นเมื่อ วันที่ 29 มีนาคม 2563 จาก <https://www.erp.mju.ac.th/>.
- พัทธรัตน์ อมรชร. (2552). *การประเมินความหลากหลายทางพันธุกรรมของข้าวโพดหวานจำแนกโดยลักษณะสัณฐานวิทยาและการตอบสนองต่อโรคราน้ำค้าง*. มหาวิทยาลัยขอนแก่น, ขอนแก่น.
- พินิจภณ ปิตุยะ และ อนัญญา โพธิ์ประดิษฐ์. (2560). การพัฒนาและฟื้นฟูดินทรายในเขตเงาฝนด้วยถ่านชีวภาพ. *วารสารวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ในพระบรมราชูปถัมภ์*, 12(3), 27-38.

- ภราภรณ์ เหล็กสูงเนิน, วรชาติ วิศว์พัฒน์ และ ดาวจรัส เกตุโรจน์. (2560). ผลการใช้ถ่านชีวภาพจากแกลบต่อสภาพการละลายจุลธาตุอาหารพืชและการเจริญเติบโตของข้าวที่ปลูกในดินเหนียว. *วารสารพืชศาสตร์สงขลานครินทร์*, 4(3), 65-74.
- เสาวคนธ์ เหมวงษ์ และ ศศิธร เชื้อกฤษณะ. (2554). การใช้ถ่านปรับปรุงดินเพื่อปลูกข้าวโพดข้าวเหนียวหวาน. *วารสารเกษตร*, 27(3), 259-266.
- ศิริลักษณ์ ศิริสิงห์ และ อรสา สุกสว่าง. (2556). การประยุกต์ถ่านชีวภาพในการปรับปรุงดินเพื่อการเกษตร. *วารสารสังคมศาสตร์และมนุษยศาสตร์*, 39(2), 212-225.
- รัตถพล อ่างมณี, กัญจน์นรี ช่างฉ่ำ และ อรรณพ หอมจันทร์, 2560. สมบัติของไบโอชาร์ที่ผลิตจากเศษข้าวโพด และศักยภาพในการใช้เป็นวัสดุปรับปรุงดิน. *วารสารวิจัยและพัฒนา วไลยอลงกรณ์ ในพระบรมราชูปถัมภ์* 56, 12(1), 53-63.
- Thi, M. V., Chulaka, P., Kasem, S., & Kaewsorn, P. (2013). Effects of Bio-charcoal and Organic Fertilizer on the Growth of Mini Chinese Kale. *Agricultural Sci. J*, 44(Suppl.2), 648-656.
- Peech, M. 1965. *Hydrogen-Ion Activity*. In *Methods of soil Analysis Part 2*. C.A. Black (ed.) American society of Agronomy, Inc, Publisher. USA. pp. 914-926.

คำแนะนำสำหรับผู้เขียน

วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี (UDON THANI RAJABHAT UNIVERSITY JOURNAL OF SCIENCE AND TECHNOLOGY; ISSN 2287-0083) ชื่อย่อภาษาอังกฤษ “UDRU Sci. & Tech. J.” มีวัตถุประสงค์เพื่อเผยแพร่บทความวิจัยและบทความวิชาการของคณาจารย์ นักวิจัย นักวิชาการและนักศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี วารสารรับการตีพิมพ์เผยแพร่บทความในกลุ่มวิทยาศาสตร์ สาขาเคมี ฟิสิกส์ ชีววิทยา และคณิตศาสตร์ กลุ่มวิทยาศาสตร์ประยุกต์ สาขาวิทยาศาสตร์สุขภาพ วิทยาศาสตร์การกีฬา วิทยาศาสตร์สิ่งแวดล้อม วัสดุศาสตร์ และเทคโนโลยีชีวภาพ กลุ่มเกษตรศาสตร์ สาขาพืชศาสตร์ เศรษฐศาสตร์เกษตร ประมง และสัตวศาสตร์ และกลุ่มวิศวกรรมศาสตร์ สาขาเครื่องกล พลังงาน อิเล็กทรอนิกส์ ไฟฟ้า และคอมพิวเตอร์ โดยมีกำหนดจัดพิมพ์ออกเผยแพร่ ปีละ 2 ฉบับ ฉบับที่ 1 (มกราคม – มิถุนายน) ฉบับที่ 2 (กรกฎาคม – ธันวาคม) ของทุกปี

บทความที่ส่งมาเพื่อการพิจารณาต้องเป็นบทความที่ไม่เคยตีพิมพ์เผยแพร่มาก่อน ไม่อยู่ระหว่างการเสนอขอตีพิมพ์ในวารสารอื่น เนื้อหาของบทความได้จากการสังเคราะห์ความคิดขึ้นโดยผู้เขียนเอง ไม่ได้คัดลอก หรือดัดทอนมาจากผลงานของผู้อื่นโดยไม่ได้รับอนุญาต หรือปราศจากการอ้างอิงที่เหมาะสม หากบทความวิจัยที่เกี่ยวข้องกับมนุษย์หรือสัตว์ทดลอง ควรผ่านความเห็นชอบจากคณะกรรมการจริยธรรมการวิจัยในมนุษย์และคณะกรรมการจรรยาบรรณการใช้สัตว์เพื่อการวิจัยก่อน ทุกบทความที่ได้ตีพิมพ์ในวารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี ได้ผ่านการตรวจสอบจากผู้ทรงคุณวุฒิ (Peer Review) ในสาขาวิชาที่เกี่ยวข้องกับบทความโดยตรงจำนวน 2 ท่าน โดยที่กองบรรณาธิการฯ กำหนดระเบียบการส่งต้นฉบับให้ผู้เขียนยึดเป็นแนวทาง โดยผู้เขียนจะต้องจัดรูปแบบต้นฉบับตามหลักเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อให้วารสารมีคุณภาพตามมาตรฐานทางวิชาการที่นำไปใช้อ้างอิงได้

หลักเกณฑ์การเสนอบทความ

1. องค์ประกอบของบทความ

1.1 บทความวิชาการและบทความปริทัศน์ ประกอบด้วย ชื่อเรื่อง/ บทคัดย่อ (ถ้ามี)/ บทนำ/ เนื้อเรื่อง/ สรุป/ และเอกสารอ้างอิง

1.2 บทความวิจัย ประกอบด้วย ชื่อเรื่อง/ บทคัดย่อและ ABSTRACT/ คำสำคัญ และKEYWORDS/ บทนำ/ วิธีดำเนินการวิจัย/ ผลการวิจัยและอภิปรายผล/ สรุปผลการวิจัย/ กิตติกรรมประกาศ และเอกสารอ้างอิง

2. การเตรียมต้นฉบับ มีรายละเอียดดังนี้

2.1 ต้นฉบับ เป็นต้นฉบับภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ ความยาวไม่เกิน 15 หน้า พิมพ์หน้าคู่ โดยใช้ตัวอักษรแบบ TH Sarabun New จัดเป็น 1 คอลัมน์

2.1.1 ขนาดกระดาษ กำหนดเป็น B5 (ISO) ซึ่งมีขนาดความกว้าง 17.6 เซนติเมตร และความสูง 25 เซนติเมตร

2.1.2 การเว้นระยะขอบกระดาษ กำหนดดังนี้

ระยะขอบบน 3 เซนติเมตร ระยะขอบล่าง 2 เซนติเมตร

ระยะภายใน 3 เซนติเมตร ระยะภายนอก 2 เซนติเมตร

2.2 ชื่อเรื่อง ภาษาไทยและภาษาอังกฤษ ขนาด 16 พอยต์ ชนิดตัวหนา ตำแหน่งกึ่งกลางหน้ากระดาษ ความยาวไม่เกิน 3 บรรทัด โดยชื่อเรื่องภาษาอังกฤษใช้อักษรตัวพิมพ์ใหญ่ทั้งหมด

2.3 ชื่อผู้เขียนและผู้เขียนร่วม ภาษาไทยและภาษาอังกฤษ ขนาด 14 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา ตำแหน่งกึ่งกลางหน้ากระดาษได้ชื่อเรื่อง

2.4 หน่วยงานหรือสังกัด ของผู้เขียนและผู้เขียนร่วม ใช้เชิงอรรถในบรรทัดต่อมา ขนาด 12 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา ตำแหน่งกึ่งกลางหน้ากระดาษ

2.5 ชื่อผู้ประสานงาน ใช้เชิงอรรถส่วนท้ายของหน้ากระดาษ ขนาด 12 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา ตำแหน่งชิดขอบกระดาษด้านซ้าย โดยระบุชื่อและอีเมลของผู้ประสานงาน

2.6 บทคัดย่อ หัวข้อภาษาไทยใช้คำว่า “บทคัดย่อ” หัวข้อภาษาอังกฤษใช้คำว่า “Abstract” ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวหนา ชิดขอบกระดาษด้านซ้าย

2.7 คำสำคัญ หัวข้อภาษาไทยใช้คำว่า “คำสำคัญ” หัวข้อภาษาอังกฤษใช้คำว่า “Keywords” ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวหนา ตำแหน่งชิดซ้ายหน้ากระดาษ โดยมีคำสำคัญไม่เกิน 4 คำ คั่นแต่ละคำด้วยเครื่องหมายจุลภาค (,) ตัวอักษรขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา เรียงคำตามลำดับความสำคัญ

2.8 หัวข้อเรื่อง หัวข้อใหญ่ ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวหนา ตำแหน่งชิดขอบกระดาษ ด้านซ้าย หัวข้อย่อย ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา ระบุหมายเลขหน้าหัวข้อย่อย จัดการเยื้องย่อหน้าตามความเหมาะสม

2.9 เนื้อหา ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา จัดกั้นหน้ากั้นหลัง ตลอดทั้งบทความ

2.10 รูปประกอบ ต้องมีความชัดเจน โดยมีชื่อรูปแสดงที่ได้รูป เช่น รูปที่ 1 หรือ Fig. 1 หากมีการอ้างอิงให้ระบุ ที่มา:

2.11 ตาราง จัดพิมพ์แทรกในเนื้อเรื่อง เว้นระยะห่าง 1 บรรทัด โดยมีชื่อตารางที่เหนือตาราง เช่น ตารางที่ 1 หรือ Table 1

2.12 เอกสารอ้างอิง หัวข้อภาษาไทยใช้คำว่า “เอกสารอ้างอิง” หัวข้อภาษาอังกฤษใช้คำว่า “References” ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวหนา ตำแหน่งชิดขอบกระดาษด้านซ้าย ส่วนของรายการอ้างอิง ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา จัดกั้นหน้ากั้นหลัง

2.13 ตัวเลข ใช้เลขอารบิก ตลอดทั้งบทความ

2.14 หมายเลขหน้า ใช้เลขอารบิก แบบอักษร TH Sarabun New ขนาด 15 พอยต์ ชนิดตัวธรรมดา ตำแหน่งชิดขอบกระดาษด้านบนขวา

3. การอ้างอิง (แบบ APA 6th edition)

3.1 การอ้างอิงในเนื้อหา

(ชื่อผู้แต่ง,/ปีพิมพ์)

ตัวอย่าง

(บริบูรณ์ สมฤทธิ์, 2550)

(สุกัญญา จัดตุพรพงษ์ และ วราพันธ์ จินตณวิชัย, 2547)

(Claassen et al., 2004)

3.2 การอ้างอิงส่วนท้ายเล่ม

3.2.1 อ้างอิงจากวารสาร

ชื่อผู้เขียนบทความ./ (ปีพิมพ์)./ ชื่อบทความ./ ชื่อวารสาร./ ปีที่ฉบับที่./ เลขหน้า.

ตัวอย่าง

มาลี เป็นสุข. (2550). ความต้องการและปัจจัยที่มีความสัมพันธ์กับความต้องการของผู้ป่วยโรคเอดส์. *วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*, 9(2), 5-10.

Huang, L. C. (1988). A procedure for asexual multiplication of *Paphiopedilum* in vitro. *Amer. Orchid Soc. Bull.*, 57(3), 274-278.

3.2.2 อ้างอิงจากหนังสือ

ชื่อผู้แต่ง./ (ปีพิมพ์)./ ชื่อเรื่อง./ ครั้งที่พิมพ์ (พิมพ์ครั้งที่ 2 เป็นต้นไป)./ สถานที่พิมพ์./ สำนักพิมพ์.

ตัวอย่าง

ดุสิต เครื่องาม. (2542). *สิ่งประดิษฐ์ออปโตอิเล็กทรอนิกส์ ฟิสิกส์เทคโนโลยีและการใช้งาน*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

นิพนธ์ วิสารทนนท์ และ จักรพงษ์ เจริญศิริ. (2541). *โรคผลไม้*. กรุงเทพฯ: สำนักวิจัยและพัฒนาการเกษตร เขตที่ 6.

Raven, P. H., & Johnson, G. B. (1999). *Biology*. 5th ed. Boston: WCB/McGraw-Hill.

3.2.3 อ้างอิงจากสารสนเทศอิเล็กทรอนิกส์

ชื่อผู้แต่ง./ (ปีพิมพ์)./ ชื่อเรื่อง./ สืบค้นเมื่อ/วัน/เดือน/ปี./ จากแหล่งที่เข้าถึงได้

ตัวอย่าง

Roger, L. C., & Richard, L. H. (2010). Calcium-Permeable AMPA receptor dynamics mediate fear, memory erasure. *Science*, 330(6007), 1108-1112.
doi:10.1126/science.1195298

3.2.4 อ้างอิงจากวิทยานิพนธ์

ชื่อผู้เขียนวิทยานิพนธ์./ (ปีพิมพ์)./ *ชื่อวิทยานิพนธ์*./ (วิทยานิพนธ์ปริณญามหาบัณฑิตหรือ
วิทยานิพนธ์ปริญาดุขภักบัณฑิต./ ชื่อมหาวิทยาลัย/สถาบันการศึกษา).

ตัวอย่าง

พัชรภรณ์ บุราณรักษ์. (2551). *พฤกษศาสตร์พื้นบ้านของพืชสมุนไพรในภูหินลาดข้อฟ้าจังหวัดหนองบัวลำภู*. (วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี).
Kanjanaekaw W. (2001). The satisfaction of people towards public park management: A case study of Nongprachak park, Udonthani. Graduate School, Master of Arts (Environment), Mahidol University, Bangkok (Thailand).

3.2.5 อ้างอิงจากบทความในหนังสือ

ชื่อผู้เขียนบทความ./ (ปีพิมพ์)./ *ชื่อบทความ*./ ใน/ *ชื่อผู้แต่ง*./ (บรรณาธิการ)./ *ชื่อหนังสือ*
(ครั้งที่พิมพ์./ เลขหน้าที่ปรากฏบทความจากหน้าใดถึงหน้าใด)./ สถานที่
พิมพ์./ สำนักพิมพ์.

ตัวอย่าง

เรวัต เลิศฤทัยโยธิน. (2541). ข้าวฟ่าง. ใน วาสนา วงษ์ใหญ่, อุดม พูลเกษ และ วิทยา
แสงแก้วสุข (บรรณาธิการ), *พฤกษศาสตร์พืชเศรษฐกิจ* (หน้า 20-25). กรุงเทพฯ:
มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
Roy, A. (1995). Psychiatric emergencies. In H. I. Kaplan (Ed.), *Comprehensive textbook of psychiatry* (6th ed., pp. 1739-1749). Baltimore: William & Wilkins.

1) ขนาดกระดาษ: B5 (ISO) 17.6 x 25 ซม.

2) ระยะขอบ:

บน 3 ซม. ล่าง 2 ซม.

ภายใน 3 ซม. ภายนอก 2 ซม.

ชื่อเรื่อง

{TH Sarabun 16 pt, ตัวหนา, จัดกึ่งกลาง}

TITLE

{TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดกึ่งกลาง, อักษรตัวพิมพ์ใหญ่}

ผู้เขียนคนที่ 1^{1,*} ผู้เขียนคนที่ 2² และ ผู้เขียนคนที่ 3³

¹ สังกัด 1 {เช่น สาขาวิชา.... คณะ.... สถาบัน....}

² สังกัด 2 {เช่น สาขาวิชา.... คณะ.... สถาบัน....}

{TH Sarabun 12 pt, ตัวธรรมดา, จัดกึ่งกลาง}

บทคัดย่อ {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

งานวิจัยนี้... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....
.....

คำสำคัญ: คำที่ 1, คำที่ 2, คำที่ 3, ... {TH Sarabun 15 pt, ไม่เกิน 5 คำ}

Abstract {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

This study... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....
.....

Keywords: word 1, word 2, word 3, ... {TH Sarabun 15 pt, ไม่เกิน 5 คำ}

* ผู้ประสานงาน: ชื่อ-นามสกุล ผู้ประสานงาน {TH Sarabun 12 pt, ตัวธรรมดา, จัดชิดซ้าย}

อีเมล:@...com

บทนำ {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

เนื้อหา... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....

.....

วิธีดำเนินการวิจัย {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

เนื้อหา... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....

.....

ตารางที่ 1 ชื่อตาราง.....

รายการ	ความถี่	ร้อยละ
1.....	50	50.00
2.....	50	50.00
รวม	100	100.00

ที่มา: ชื่อ สกุล (ปีอ้างอิง: เลขหน้า) {TH Sarabun 15 pt, จัดชิดซ้าย}



รูปที่ 1

ที่มา: ชื่อ สกุล (ปีอ้างอิง: เลขหน้า)

{TH Sarabun 15 pt, จัดกึ่งกลาง}

ผลการวิจัยและอภิปรายผล {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

เนื้อหา... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....

.....

สรุปผลการวิจัย {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

เนื้อหา... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....

.....

กิตติกรรมประกาศ {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

เนื้อหา... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....

.....

เอกสารอ้างอิง {TH Sarabun 15 pt, ตัวหนา, จัดชิดซ้าย}

รายการอ้างอิง 1... {TH Sarabun 15 pt, ตัวธรรมดา, จัดกระจายแบบไทย}.....

.....

รายการอ้างอิง 2.....

.....

Udon Thani Rajabhat University
Journal of Science and Technology

Vol.9 Issue.1 (2021)

ISSN 2287-0083

มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

64 ถ.ทหาร ตำบลหมากแข้ง อำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี 41000

โทรศัพท์: 042-211040 ต่อ 1702 โทรสาร: 042-241586

เว็บไซต์: <http://rdi.udru.ac.th>

เว็บไซต์: <https://ph01.tci-thaijo.org/index.php/scudru>

อีเมล: udrujournal@udru.ac.th

