วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดสำหรับปัญหาการขนส่งฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู

OPTIMIZATION METHOD FOR TRAPEZOIDAL INTUITIONISTIC FUZZY TRANSPORTATION PROBLEMS

ดรุณี หันวิสัย*

Darunee Hunwisai

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ในพระบรมราชูปถัมภ์

Department of Applied Mathematics, Faculty of Science and Technology, Valaya Alongkorn Rajabhat University under the Royal Patronage

Received: 20 May 2024 Revised: 29 August 2024 Accepted: 29 August 2024

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal intuitionistic fuzzy transportation) เมื่อค่าใช้จ่ายในการขนส่งมีความไม่แน่นอนหรือมีความคลุมเครือ ผู้วิจัยได้เสนอแนวทางการแก้ปัญหา โดยใช้วิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ (North-west corner method) ในการหาผลลัพธ์เบื้องต้น และทำการตรวจสอบ ปรับปรุงค่าใช้จ่ายในการขนส่งด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง (Modified distribution method) เพื่อให้ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุด ผลการศึกษาพบว่าวิธีที่นำเสนอภายใต้เงื่อนไขความไม่แน่นอน สามารถหาคำตอบที่ถูกต้องและเหมาะสมได้

คำสำคัญ: ปัญหาการขนส่ง, ปัญหาการขนส่งฟัซซี่, ตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณ

* Corresponding author: ดรุณี หันวิสัย
E-mail: darunee.hun@vru.ac.th

Abstract

The objective of this research is to find a method for solving the trapezoidal intuitionistic fuzzy transportation problem, in which transportation costs are ambiguous or uncertain. The researcher has proposed a solution to the problem using the north-west corner method to find a basic feasible solution. Furthermore, the distribution method was used to check and improve transportation costs to a minimum. From the study results, it was found that the approach can produce appropriate and accurate solutions.

Keywords: Transportation problem, fuzzy transportation problem, Intuitionistic fuzzy number

บทนำ

ในปัจจุบันเราพบว่าระบบการขนส่งสินค้าและโลจิสติกส์มีบทบาทสำคัญต่อธุรกิจการค้ามากขึ้นอย่างต่อเนื่อง สำหรับบริษัทหรือหน่วยงานที่ทำธุรกิจการขนส่งสินค้ามุ่งมั่นที่จะขนส่งสินค้าให้มีปริมาณมากที่สุด เพื่อรับมือกับความต้องการของตลาด พร้อมทั้งหาแนวทางในการลดค่าใช้จ่ายหรือต้นทุนในการขนส่งให้น้อยที่สุดเช่นกัน ซึ่งจำเป็นต้องมีข้อมูลค่าใช้จ่ายที่ชัดเจนในการขนส่งสินค้าแต่ละครั้ง แต่ในปัจจุบันเราพบว่าต้นทุนในการขนส่งมีความไม่แน่นอนหรือมีความผันผวน ซึ่งปัจจัยต่าง ๆ ที่ส่งผลกระทบต่อค่าขนส่งที่สูงขึ้นได้แก่ ระยะทางการขนส่ง ความผันผวนของราคาน้ำมันเชื้อเพลิง ฤดูกาลที่ส่งผลต่อการเดินทาง เป็นต้น ทำให้ผู้มีอำนาจในการตัดสินใจต้องเผชิญกับความไม่แน่นอน ซึ่งส่งผลกระทบต่อค่าใช้จ่ายในการขนส่ง การแก้ไขปัญหาค่าใช้จ่ายในการขนส่งที่ผ่านมา จะต้องทราบต้นทุนในการขนส่ง ความสามารถในการผลิต และความต้องการสินค้าที่มีความชัดเจน ซึ่งตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการคำนวณ แสดงดังสมการที่ (1)

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i \ , \ i \in \{1,2,3,...,m\} \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_j \ , \ j \in \{1,2,3,...,n\}$$

$$x_{ij} \ge 0 \ , \ \forall i,j$$

กำหนดให้ c_{ij} แทนต้นทุนค่าขนส่งต่อหน่วยในการขนส่งทรัพยากรจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j

x_{ij} แทนปริมาณของทรัพยากรที่ขนส่งจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j

a_i แทนปริมาณของทรัพยากรของแหล่งต้นทางที่ i

b_j แทนปริมาณความต้องการทรัพยากรของจุดหมายปลายทางที่ j

การใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในสมการที่ (1) มีข้อจำกัดคือต้องทราบค่าใช้จ่ายในการขนส่งต่อหน่วยที่แน่นอน แต่เนื่องจากในสถานการณ์ปัจจุบันค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นมีความไม่แน่นอน ดังนั้นการพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้กับสถานการณ์ที่มีค่าใช้จ่ายที่ไม่แน่นอนเป็นสิ่งจำเป็น ภายใต้สถานการณ์ที่ไม่แน่นอนและมีความคลุมเครือนี้สามารถแก้ปัญหาได้โดยนำแนวคิดของ Bellman and Zadeh (1970) ที่เรียกว่าฟัซซี่ เป็นการตัดสินใจในสภาพแวดล้อมที่คลุมเครือมาช่วยแก้ปัญหา ซึ่งต่อมาแนวคิดดังกล่าวได้ถูกนำมาขยายต่อโดย Atanassov (1986) ได้นำเสนอแนวคิดแบบเซตฟัซซี่สหัชญาณซึ่งเป็นลักษณะทั่วไปหรือเป็นส่วนขยายของฟัซซี่เซต ซึ่งในเซตฟัซซี่สหัชญาณได้มีการกำหนดระดับของการเป็นสมาชิกและระดับของการไม่เป็นสมาชิกพร้อมกัน แนวคิดในการแก้ปัญหาการขนส่งโดยใช้การโปรแกรมเชิงเส้นถูกพัฒนาครั้งแรกโดย Hitchcock (1941) และหลักการดังกล่าวได้รับการพัฒนาและวิจัยอย่างต่อเนื่องในฐานะวิธีการที่มีประสิทธิภาพที่สุดในการขนส่ง จากหลักการดังกล่าวนี้นักวิจัยหลายคนได้นำไปพัฒนาการแก้ปัญหาการขนส่งที่ข้อมูลเป็นแบบ ฟัซซี่ Hussain and Kumar (2012) ได้เสนอวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งที่มีข้อมูลอุปสงค์และอุปทานเป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสามเหลี่ยม โดยใช้วิธีจุดศูนย์แบบฟัซซี่สหัชญาณในการหาวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสม

ที่สุด Pramila and Uthra (2014) ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมที่สุดของปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่สหัชญาณ ซึ่งค่าขนส่ง อุปสงค์ และอุปทานที่ศึกษาเป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสามเหลี่ยม ได้ทำการปรับตัวฟัซซี่สหัชญาณสามเหลี่ยม ให้เป็นค่าที่เป็นตัวแทนของตัวเลขฟัซซี่ ก่อนใช้แบบจำลองในการแก้ปัญหา Antony et al. (2014) ได้นำเสนอการแก้ปัญหาการขนส่ง เมื่อข้อมูลเป็นแบบฟัซซี่สหัชญาณสามเหลี่ยม และใช้วิธีโดยประมาณของโวเกลในการหาค่าที่เหมาะสมที่สุด นอกจากนี้ Hunwisai and Kumam (2017) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่ โดยข้อมูลค่าขนส่งแทนด้วยตัวเลขฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมู ใช้เทคนิคการจัดอันดับที่แข็งแกร่งและเทคนิค Allocation table method หรือ ATM เพื่อหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด และ Kaur and Kumar (2012) นำเสนอวิธีการใหม่ในการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่โดยใช้ตัวเลขฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมูทั่วไปแทนข้อมูลต้นทุน อุปสงค์และอุปทาน และใช้อัลกอริทึมที่สร้างขึ้นในการหาค่าเหมาะสมที่สุด ซึ่งเครื่องมือที่สร้างขึ้นสามารถหาค่าที่เหมาะสมได้

จากแนวคิดในการแก้ปัญหาการขนส่งที่กล่าวมาแล้วนี้ ในบทความนี้ผู้วิจัยขอเสนอวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู (Trapezoidal intuitionistic fuzzy transportation) เมื่อค่าใช้จ่ายในการขนส่งมีความไม่แน่นอน ผู้วิจัยได้เสนอแนวทางการหาผลลัพธ์เบื้องต้นโดยใช้วิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ นอกจากนี้ได้ใช้วิธีการกระจายแบบดัดแปลงสำหรับทำการตรวจสอบและปรับปรุงค่าใช้จ่ายในการขนส่งให้น้อยที่สุด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู โดยใช้วิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือในการหาผลลัพธ์เบื้องต้นและปรับปรุงผลลัพธ์ที่ได้ด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัย มีขั้นตอนดังนี้ 1) ศึกษาทฤษฎีงานวิจัยและเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาการขนส่ง และการแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่ 2) ศึกษาวิธีการหาผลลัพธ์เบื้องต้นที่เหมาะสมกับตัวเลขฟัซซี่ และศึกษาวิธีการปรับปรุงผลลัพธ์ที่ได้ด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง 3) ศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่ 4) ทดสอบการหาคำตอบด้วยวิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ ตรวจสอบผลลัพธ์

และปรับปรุงต้นทุนค่าใช้จ่ายในการขนส่ง 5) นำเสนอวิธีการหาผลลัพธ์และการปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้น 6) สรุปผลการดำเนินงาน

1. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

Zadeh (1965) ได้คิดค้นและแนะนำแนวคิดของฟัซซี่เซต ฟัซซี่เซตเป็นเซตที่มีขอบเขตแบบคลุมเครือ มีความไม่แน่นอน ในฟัซซี่เซตมีการกำหนดค่าระดับความเป็นสมาชิกในเซต (Degree of membership) อยู่ระหว่าง 0 และ 1 การกำหนดค่าระดับความเป็นสมาชิกจำเป็นต้องใช้ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกสำหรับฟัซซี่เซต สำหรับฟัซซี่เซต ฟังก์ชัน $\mu_{\tilde{A}}$ เรียกว่าฟังก์ชันความเป็นสมาชิก (Membership function) ของฟัซซี่เซต $\tilde{A}$ นิยามดังต่อไปนี้

บทนิยาม 1 กำหนดให้ X เป็นเซต และ $X \neq \phi$ ฟัซซี่เซต $\tilde{A}$ ใน X คือคู่อันดับ $(x, \mu_{\tilde{A}})$ และ $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ เรียก $\mu_{\tilde{A}}(X)$ ว่าระดับความเป็นสมาชิกของ X ในฟัซซี่เซต $\tilde{A}$ ดังนั้นค่า [0,1] คือ ระดับความเป็นสมาชิกของ X ในฟัซซี่เซต $\tilde{A}$ (Zadeh, 1965)

บทนิยาม 2 กำหนดให้ X เป็นเซต และ $X \neq \phi$ ที่ เซตฟัซซี่สหัชญาน (Intuitionistic fuzzy set) A ในเซต X เขียนแทนด้วย $\tilde{A} = \{\langle x;, \mu_{\tilde{A}} x), \nu_{\tilde{A}}(x)\rangle \mid x \in X\}$ โดยที่ $\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ และ $\nu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0,1]$ เรียก $\mu_{\tilde{A}}(x)$ ว่าระดับความเป็นสมาชิก (Membership degree) และเรียก $\nu_{\tilde{A}}(x)$ ระดับความไม่เป็นสมาชิก (Non-membership degree) ของ x ที่ $\tilde{A} \subseteq X$ และสำหรับทุกจำนวน $x \in X$ จะได้ว่า $\mu_{\tilde{A}}(x) + \nu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ (Atanassov, 1986)

บทนิยาม 3 ฟัซซี่เซต $\tilde{A}$ จะเรียกว่าเป็นตัวเลขฟัซซี่ ถ้ามีสมบัติสอดคล้องดังต่อไปนี้

1) เป็นเซตย่อยของจำนวนจริง
2) เป็นเซตนูน (Convex) นั่นคือ สำหรับทุกจำนวนจริง x_1 และ x_2 และ $\lambda \in [0,1]$ $\mu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1), \mu_{\tilde{A}}(x_2))$
3) เป็นเซตเว้า (Convex) นั่นคือ สำหรับทุกจำนวนจริง x_1 และ x_2 และ $\lambda \in [0,1]$ $\nu_{\tilde{A}}(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leq \max(\nu_{\tilde{A}}(x_1), \nu_{\tilde{A}}(x_2))$
4) เป็นเซตปกติ (Normal) นั่นคือ มีจำนวนจริง x_0 ซึ่งทำให้ $\mu_{\tilde{A}}(x_0) = 1$ และ $\nu_{\tilde{A}}(x_0) = 0$ (Dubois & Prade, 1978)

บทนิยาม 4 ตัวเลขฟัซซี่ $\tilde{A}=([l',c,d,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ จะเรียกว่าเป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญานสี่เหลี่ยมคางหมู ถ้ามีฟังก์ชันการเป็นสมาชิกและการไม่เป็นสมาชิกดังนี้

$$\mu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} t_{\tilde{A}}\left(\dfrac{x-l'}{c-l'}\right) & ; l'\le x<c \\ t_{\tilde{A}} & ; c\le x\le d \\ t_{\tilde{A}}\left(\dfrac{r'-x}{r'-d}\right) & ; d<x\le r \\ 0 & ; x<l' \text{ และ } x>r' \end{cases} \qquad (2)$$

และ

$$\nu_{\tilde{A}}(x)=\begin{cases} \dfrac{c-x+w_{\tilde{A}}(x-l')}{c-l'} & ; l'\le x<c \\ w_{\tilde{A}} & ; c\le x\le d \\ \dfrac{x-d+w_{\tilde{A}}(r'-x)}{r'-d} & ; d<x\le r \\ 1 & ; x<l' \text{ และ } x>r' \end{cases} \qquad (3)$$

เมื่อ $l'\le c\le d\le r'$ ตามลำดับ $t_{\tilde{A}}$ และ $w_{\tilde{A}}$ คือ ระดับความเป็นสมาชิกสูงสุดและระดับการไม่เป็นสมาชิกน้อยสุดของ $\tilde{A}$ ตามลำดับ กำหนดให้

$$\pi_{\tilde{A}}(x)=1-\mu_{\tilde{A}}(x)-\nu_{\tilde{A}}(x) \qquad (4)$$

$\pi_{\tilde{A}}(x)$ เรียกว่า ระดับความไม่แน่นอนของการเป็นสมาชิกของ $x\in\tilde{A}$ (Wu & Cao, 2013)

จากนิยาม 4 จะเห็นได้ว่า $\mu_{\tilde{A}}(x)+\nu_{\tilde{A}}(x)=1$ สำหรับทุกจำนวนจริง x ถ้า $t_{\tilde{A}}=1$ และ $w_{\tilde{A}}=0$ ดังนั้นตัวเลขฟัซซี่สหัชญานสี่เหลี่ยมคางหมูทั่วไป $\tilde{A}=([l',c,d,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ เขียนได้เป็น $\tilde{A}=([l',c,d,r'];1,0)$ ซึ่งก็คือตัวเลขฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมู (Dubois, 1980) ดังนั้นแนวคิดของตัวเลขฟัซซี่สหัชญานสี่เหลี่ยมคางหมู จึงเป็นลักษณะทั่วไปของตัวเลข ฟัซซี่สี่เหลี่ยมคางหมู และจาก $\tilde{A}=([l',c,d,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ ถ้า c = d = p แล้ว จะได้ว่า $\tilde{A}=([l',p,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ เป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสามเหลี่ยม ซึ่งเป็นกรณีเฉพาะของตัวเลขฟัซซี่สหัชญานสี่เหลี่ยม

คางหมู ลำดับต่อไปจะกล่าวถึงการดำเนินการเกี่ยวกับพีชคณิตของตัวเลขฟัซซี่สหัชญานสี่เหลี่ยมคางหมู

บทนิยาม 5 กำหนดให้ $\tilde{A}=([l_1',c_1,d_1,r_1'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ และ $\tilde{B}=([l_2',c_2,d_2,r_2'];t_{\tilde{B}},w_{\tilde{B}})$ เป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู และ $\xi\neq 0$ เป็นจำนวนจริงใดๆ การดำเนินการระหว่างตัวเลขฟัซซี่และการคูณเชิงสเกลาร์บนตัวเลขฟัซซี่ เป็นดังนี้

1. $\tilde{A}\oplus\tilde{B}=([l_1'+l_1',c_1+c_2,d_1+d_2,r_1'+r_2'];t_{\tilde{A}}\wedge t_{\tilde{B}},w_{\tilde{A}}\vee w_{\tilde{B}})$
2. $\tilde{A}\ominus\tilde{B}=([l_1'-r_2',c_1-d_2,d_1-c_2,r_1'-l_2'];t_{\tilde{A}}\wedge t_{\tilde{B}},w_{\tilde{A}}\vee w_{\tilde{B}})$
3. $\xi\,\tilde{A}=\begin{cases}([\xi l_1',\xi c_1,\xi d_1,\xi r_1'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}});t_{\tilde{A}}\wedge t_{\tilde{B}},w_{\tilde{A}}\vee w_{\tilde{B}}), & \xi>0\\ ([\xi r_1',\xi d_1,\xi c_1,\xi l_1'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}});t_{\tilde{A}}\wedge t_{\tilde{B}},w_{\tilde{A}}\vee w_{\tilde{B}}), & \xi<0\end{cases}$

โดยที่สัญลักษณ์ “$\oplus$” คือตัวดำเนินการบวกของตัวเลขฟัซซี่ และ “$\ominus$” คือตัวดำเนินการลบของตัวเลขฟัซซี่

“$\wedge$” คือตัวดำเนินการน้อยสุด และ “$\vee$” คือตัวดำเนินการสูงสุด (Li, 2014)

บทนิยาม 6 กำหนดให้ (α,λ) - เซตตัด (Cut set) ของตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู $\tilde{A}=([l',c,d,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ เป็นเซตย่อยชัดแจ้ง (Crisp subset) บนจำนวนจริง ซึ่งนิยามโดย

$$\tilde{A}_{\alpha}^{\lambda}=\{x\in X\mid \mu_{\tilde{A}}(x)\geq\alpha,\nu_{\tilde{A}}(x)\leq\lambda,x\in R\}$$

โดยที่ $\alpha\in[0,t_{\tilde{A}}]$, $\lambda\in[w_{\tilde{A}},1]$ และ $\alpha+\lambda\in[0,1]$ (Li, 2014)

บทนิยาม 7 กำหนดให้ α - เซตตัด (α - Cut set) และ λ - เซตตัด (λ - Cut set) ของ $\tilde{A}=([l',c,d,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ เป็นเซตย่อยชัดแจ้ง (Crisp subset) บนจำนวนจริง ซึ่งนิยามโดย

$\tilde{A}_{\alpha}=\{x\in X\mid \mu_{\tilde{A}}(x)\geq\alpha,x\in R\}$ และ $\tilde{A}^{\lambda}=\{x\in X\mid \nu_{\tilde{A}}(x)\leq\lambda,x\in R\}$ ตามลำดับ (Li, 2014)

จาก $\tilde{A}=([l',c,d,r'];t_{\tilde{A}},w_{\tilde{A}})$ และนิยาม 7 โดยที่ $\tilde{A}_{\alpha}=\{x\in X\mid \mu_{\tilde{A}}(x)\geq\alpha,x\in R\}$ และ $\tilde{A}^{\lambda}=\{x\in X\mid \nu_{\tilde{A}}(x)\leq\lambda,x\in R\}$ เป็นช่วงปิดและคำนวณได้ดังนี้:

$$\tilde{A}_{\alpha} = [L_{\tilde{A}}(\alpha), R_{\tilde{A}}(\alpha)] = \left[\frac{(t_{\tilde{A}} - \alpha)l' + \alpha c}{t_{\tilde{A}}}, \frac{(t_{\tilde{A}} - \alpha)r' + \alpha d}{t_{\tilde{A}}} \right] \quad (5)$$

และ

$$\tilde{A}^{\lambda} = [L'_{\tilde{A}}(\alpha), R'_{\tilde{A}}(\alpha)] = \left[\frac{(1-\lambda)c + (\lambda - w_{\tilde{A}})l'}{1 - w_{\tilde{A}}}, \frac{(1-\lambda)d + (\lambda - w_{\tilde{A}})r'}{1 - w_{\tilde{A}}} \right] \quad (6)$$

2. การจัดลำดับของฟัซซี่สหัชญาณ

ในหัวข้อนี้จะนำเสนอ ฟังก์ชันคะแนน (Score function) ฟังก์ชันความแม่นยำ (Accuracy function) และฟังก์ชันความคลุมเครือ (Ambiguities function) ของตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู

บทนิยาม 8 กำหนดให้ $\tilde{A}$ เป็นฟัซซี่สหัชญาณ ฟังก์ชันคะแนนของ $\tilde{A}$ สำหรับฟังก์ชันการเป็นสมาชิกและการไม่เป็นสมาชิกแสดงเขียนแทนด้วย $M(\mu_{\tilde{A}})$ และ $M(\nu_{\tilde{A}})$ ตามลำดับ $M(\mu_{\tilde{A}})$ และ $M(\nu_{\tilde{A}})$ นิยามดังนี้

$$M(\mu_{\tilde{A}}) = \int_{0}^{t_{\tilde{A}}} [L_{\tilde{A}}(\alpha) + R_{\tilde{A}}(\alpha)] h(\alpha) d(\alpha) \quad (7)$$

และ

$$M(\nu_{\tilde{A}}) = \int_{w_{\tilde{A}}}^{1} [L'_{\tilde{A}}(\lambda) + R'_{\tilde{A}}(\lambda)] g(\lambda) d(\lambda) \quad (8)$$

โดยที่ $h(\alpha)$ และ $g(\lambda)$ สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

1) $h(\alpha)$ และ $g(\lambda)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มขึ้นอย่างสม่ำเสมอ สำหรับ $\alpha \in [0, t_{\tilde{A}}]$ และเป็นฟังก์ชันลดอย่างสม่ำเสมอสำหรับ $\lambda \in [w_{\tilde{A}}, 1]$
2) $h(\alpha) \in [0,1]$ และ $g(\lambda) \in [0,1]$
3) $h(0) = 0$ และ $g(1) = 0$ (De & Das, 2012)

บทนิยาม 9 กำหนดให้ $\tilde{A}$ เป็นฟัซซี่สหัชญาณ ฟังก์ชันความคลุมเครือของ $\tilde{A}$ สำหรับฟังก์ชันการเป็นสมาชิกและการไม่เป็นสมาชิกแสดงเขียนแทนด้วย $V(\mu_{\tilde{A}})$ และ $V(\nu_{\tilde{A}})$ ตามลำดับ $V(\mu_{\tilde{A}})$ และ $V(\nu_{\tilde{A}})$ นิยามดังนี้

$$V(\mu_{\tilde{A}}) = \int_0^{t_{\tilde{A}}} [L_{\tilde{A}}(\alpha) + R_{\tilde{A}}(\alpha)]h(\alpha)d(\alpha) \qquad (9)$$

และ

$$V(\nu_{\tilde{A}}) = \int_{w_{\tilde{A}}}^{1} [L'_{\tilde{A}}(\lambda) + R'_{\tilde{A}}(\lambda)]g(\lambda)d(\lambda) \qquad (10)$$

(De & Das, 2012)

ต่อไปจะแสดงการหาฟังก์ชันคะแนน ฟังก์ชันความคลุมเครือและฟังก์ชันความแม่นยำของตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู

จาก $\tilde{A} = ([l', c, d, r']; t_{\tilde{A}}, w_{\tilde{A}})$ สมการที่ (5), (7) และ $h(\alpha) = \alpha$ นำมาเขียนเป็นฟังก์ชันคะแนนได้ดังนี้

$$M(\mu_{\tilde{A}}) = (\frac{l' + 2c + 2d + r'}{6}) t_{\tilde{A}}^2 \qquad (11)$$

และในทำนองเดียวกัน จากสมการที่ (6), (8) และ $h(\lambda) = \lambda$ จะได้

$$M(\nu_{\tilde{A}}) = (\frac{l' + 2c + 2d + r'}{6})(1 - z_{\tilde{A}})^2 \qquad (12)$$

จากสมการที่ (11) และ (12) จะได้ฟังก์ชันความแม่นยำของตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู นิยามดังนี้

$$\Delta(\tilde{A}) = \frac{M(\mu_{\tilde{A}}) + M(\nu_{\tilde{A}})}{2}$$

$$= \frac{(l' + 2c + 2d + r')t_{\tilde{A}}^2 + (l' + 2c + 2d + r')(1 - w_{\tilde{A}})^2}{12} \qquad (13)$$

จากสมการที่ (5), (10) และ $h(\alpha) = \alpha$ จะได้ว่า

$$V(\mu_{\tilde{A}}) = (\frac{r' - l' + 2d - 2c}{6}) t_{\tilde{A}}^2 \qquad (14)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการที่ (6), (10) และ $h(\lambda) = \lambda$ จะได้

$$V(\nu_{\tilde{A}}) = (\frac{r' - l' + 2d - 2c}{6})(1 - w_{\tilde{A}}^2) \qquad (15)$$

จากสมการที่ (14) และ (15) จะได้ฟังก์ชันความคลุมเครือของตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู นิยามดังนี้

$$\nabla(\tilde{A}) = \frac{V(\mu_{\tilde{A}}) + V(\nu_{\tilde{A}})}{2}$$
$$= \frac{(r'-l'+2d-2c)t_{\tilde{A}}^{\ 2} + (r'-l'+2d-2c)(1-w_{\tilde{A}})^2}{12} \qquad (16)$$

บทนิยาม 10 กำหนดให้ $\tilde{A} = ([l_1', c_1, d_1, r_1']; t_{\tilde{A}}, w_{\tilde{A}})$ และ $\tilde{B} = ([l_2', c_2, d_2, r_2']; t_{\tilde{B}}, w_{\tilde{B}})$ เป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู การจัดลำดับของ $\tilde{A}$ และ $\tilde{B}$ เป็นไปตามข้อกำหนดดังนี้

1. ถ้า $\Delta\tilde{A} > \Delta\tilde{B}$ แล้ว $\tilde{A} > \tilde{B}$
2. ถ้า $\Delta\tilde{A} < \Delta\tilde{B}$ แล้ว $\tilde{A} < \tilde{B}$
3. ถ้า $\Delta\tilde{A} = \Delta\tilde{B}$ แล้ว
   3.1. ถ้า $\nabla\tilde{A} = \nabla\tilde{B}$ แล้ว $\tilde{A} = \tilde{B}$
   3.2. ถ้า $\nabla\tilde{A} > \nabla\tilde{B}$ แล้ว $\tilde{A} < \tilde{B}$
   ถ้า $\nabla\tilde{A} < \nabla\tilde{B}$ แล้ว $\tilde{A} > \tilde{B}$ (De & Das, 2012)

3. การแก้ปัญหาเส้นทางขนส่ง

ปัญหาการขนส่ง เป็นปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการจัดสรรทรัพยากร สินค้าหรือวัตถุดิบจากแหล่งผลิตที่เป็นแหล่งต้นทาง (Sources) ไปยังจุดหมายปลายทาง (Destinations) โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อลดค่าใช้จ่ายในการขนส่งให้มากที่สุด ภายใต้ความต้องการสินค้าและข้อจำกัดในการผลิตสินค้า การใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการคำนวณ ค่าใช้จ่ายในการขนส่ง จำเป็นที่จะต้องทราบต้นทุนในการขนส่ง ความสามารถในการผลิต และความต้องการสินค้าที่มีความชัดเจน ซึ่งสามารถคำนวณต้นทุนค่าขนส่งทั้งหมดได้จากสมการที่ (1) เนื่องจากสมการนี้มีข้อจำกัดที่ค่าขนส่งต่อหน่วยต้องเป็นตัวเลขที่แน่นอน แต่เนื่องจากสถานการณ์ในปัจจุบัน ค่าใช้จ่ายมีความไม่แน่นอนหรือเป็นแบบฟัซซี่ จึงต้องมีการพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเพื่อคำนวณค่าใช้จ่ายในการขนส่งให้น้อยที่สุด ดังนี้

$$\text{Minimize} \quad \tilde{\Psi} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij}x_{ij}$$

$$\text{Subject to } \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq \alpha_i \ , \ i \in \{1,2,3,...,m\}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \geq \beta_j \ , \ j \in \{1,2,3,...,n\}$$

$$x_{ij} \geq 0 \ , \ \forall i,j$$

กำหนดให้ $\tilde{c}_{ij}$ แทนต้นทุนค่าขนส่งต่อหน่วยในการขนส่งสินค้าจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j

x_{ij} แทนปริมาณของสินค้าที่ขนส่งจากแหล่งต้นทางที่ i ไปยังจุดหมายปลายทางที่ j

α_i แทนปริมาณของสินค้าของแหล่งต้นทางที่ i

β_j แทนปริมาณความต้องการสินค้าของจุดหมายปลายทางที่ j

ถ้า $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = \sum_{j=1}^{n} \beta_j$ แล้วกล่าวได้ว่าเป็นปัญหาการขนส่งฟัซซี่สมดุล และถ้า $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \neq \sum_{j=1}^{n} \beta_j$ แล้วกล่าวได้ว่าเป็นปัญหาการขนส่งฟัซซี่ไม่สมดุล

4. วิธีการแก้ปัญหาการขนส่ง

ลำดับถัดไปจะแสดงการหาผลลัพธ์เบื้องต้น จากนั้นทำการตรวจสอบและปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้น ดังนี้

4.1 การหาผลลัพธ์เบื้องต้น

เนื่องจากการในที่นี้ข้อมูลค่าขนส่งเป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู จึงเลือกใช้วิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายต่อการหาผลลัพธ์เบื้องต้น ขั้นตอนการหาผลลัพธ์เบื้องต้นแสดงดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: สร้างตารางการขนส่งจากปัญหาการขนส่งฟัซซี่ที่กำหนด นำตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมูที่ได้ใส่ลงในตารางให้ครบทุกช่อง

ขั้นตอนที่ 2: ตรวจสอบตารางในขั้นตอนที่ 1 ว่าเป็นปัญหาการขนส่งแบบสมดุลหรือไม่สมดุล หากพบว่าเป็นปัญหาการขนส่งแบบไม่สมดุล ต้องทำให้สมดุลก่อน จากนั้นไปต่อในขั้นตอนที่ 3

ขั้นตอนที่ 3: เริ่มต้นพิจารณาจัดสรร (Allocate) ช่องมุมบนด้านซ้าย คือช่อง (cell) ที่ (1,1) (แถวที่ 1 คอลัมน์ที่ 1) กำหนดค่า $x_{11} = \min(\alpha_i, \beta_j)$ เลือกค่าน้อยสุดลงในช่อง (1,1) ตัดค่า x_{11} ที่ถูกจัดสรรออกจาก α_1 และ β_1

ขั้นตอนที่ 4: ลำดับถัดไป พิจารณาค่า α_i และ β_j หลังจากถูกจัดสรรแล้ว

- ถ้าค่า α_i เหลือจากการจัดสรรให้เลื่อนไปจัดสรรช่องว่างด้านขวามือ
- ถ้าค่า β_j เหลือจากการจัดสรรให้เลื่อนไปจัดสรรช่องว่างแถวด้านล่าง

ทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนจัดสรรครบทั้งทางด้านอุปสงค์และอุปทาน จะสังเกตได้ว่าช่องที่ถูกจัดสรรแล้วนั้นจะลดหลั่นเลื่อนต่อลงมาทางด้านขวาของตารางจนถึงตำแหน่งมุมล่างสุดของตารางทางด้านขวา

ขั้นตอนที่ 5: คำนวณค่าใช้จ่ายในการขนส่งในทุกเส้นทาง หลังจากการจัดสรรตารางเสร็จเรียบร้อยแล้ว

4.2 การตรวจสอบผลลัพธ์เบื้องต้นและการปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้น

ทำการตรวจสอบผลลัพธ์เบื้องต้นที่คำนวณได้และทำการปรับปรุงผลลัพธ์ โดยใช้วิธีการกระจายแบบดัดแปลง มีขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1: จากตารางแสดงผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ พิจารณาช่องที่ถูกจัดสรร (Basic cell) และไม่ถูกจัดสรร (Non basic cell) ทั้งหมด

ขั้นตอนที่ 2: คำนวณค่า $\tilde{c}_{ij} = u_i \oplus v_j$ เมื่อ $\tilde{c}_{ij}$ คือ ต้นทุนค่าใช้จ่ายของช่องที่ ij, u_i คือสัมประสิทธิ์ของแถวแนวนอนที่ i, u_j คือสัมประสิทธิ์ของแถวตั้งที่ j และ กำหนดให้ $v_1 = ([-1,0,0,1];1,0)$

ขั้นตอนที่ 3: กำหนดให้ e_{ij} คือช่องที่ไม่ถูกจัดสรร (Non basic cell) คำนวณค่า e_{ij} ทุกช่อง ได้จาก $e_{ij} = \tilde{c}_{ij} \ominus (u_i \oplus v_j)$

ขั้นตอนที่ 4: พิจารณาค่าของ Δe_{ij} ถ้า $\Delta e_{ij} \geq 0$ ทุกค่า แสดงว่าผลลัพธ์ที่ได้เบื้องต้นเป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุด หากค่า Δe_{ij} ที่คำนวณได้มีค่า $\Delta e_{ij} < 0$ (บางช่องหรือทุกช่อง) แสดงว่ามีช่องที่สามารถจัดสรรและลดต้นทุนค่าขนส่งให้น้อยลงกว่าเดิมได้อีก

ขั้นตอนที่ 5: ในกรณีที่มีค่า $\Delta e_{ij} < 0$ จะทำการเลือกช่องที่ให้ ค่า Δe_{ij} เป็นลบมากที่สุดในขั้นตอนที่ 4

ขั้นตอนที่ 6: สร้างวงปิด (Closed loop) เพื่อจัดสรรค่าในตารางใหม่ โดยในตอนแรกเริ่มต้นวงปิดด้วยการเลือกช่องว่างและเคลื่อนที่ในแนวตั้งและแนวนอนด้วยช่องมุมที่ถูกเลือกและกลับมาที่ช่องว่างในตอนเริ่มต้นเพื่อทำวงปิดให้สมบูรณ์ ใช้เครื่องหมาย “+” และ “-” ที่มุมของวงปิดในช่องว่างแรกที่เลือกไว้จะกำหนดให้ใช้เครื่องหมาย “+”

ขั้นตอนที่ 7: หาค่าการจัดสรรต่ำสุดจากช่องที่มีเครื่องหมาย “ -” หลังจากนั้นนำค่าที่ถูกเลือกไปจัดสรรในช่องที่เลือกไว้ โดยนำค่านี้ไปบวกเข้ากับช่องที่มีเครื่องหมาย “+” และนำค่านี้ไปลบออก จากช่องที่มีเครื่องหมาย “-” จะส่งผลให้ได้ผลลัพธ์ที่จะต้องทำการปรับปรุง

ขั้นตอนที่ 8: เมื่อทำการจัดสรรในขั้นตอนที่ 7 เรียบร้อยแล้ว ต้องทำการตรวจสอบค่าที่ได้จากตารางอีกครั้ง ตั้งแต่ขั้นตอนแรกถึงขั้นตอนสุดท้าย จนได้ค่า $\Delta e_{ij} \geq 0$ ทุกค่า หากพบว่ายังมีค่าลบเหลืออยู่จะต้องทำการปรับปรุงผลลัพธ์และตรวจสอบผลลัพธ์จนกระทั่งได้ผลลัพธ์ที่ดีที่สุด นั่นคือต้องได้ $\Delta e_{ij} \geq 0$ ทุกค่า

ขั้นตอนที่ 9: คำนวณค่าใช้จ่ายในการขนส่งในทุกเส้นทาง หลังจากการปรับปรุงผลลัพธ์เรียบร้อยแล้ว

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ต่อไปนี้จะนำเสนอตัวอย่างเพื่อแสดงผลลัพธ์เมื่อข้อมูลต้นทุนค่าขนส่งที่มีความไม่แน่นอนเป็นตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู

ตัวอย่างที่ 1 บริษัทผู้ผลิตสินค้ามีความต้องการขนส่งสินค้าที่ผลิตได้จากโรงงาน F1, F2 และ F3 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า Dc_1, Dc_1, และ Dc_1 เพื่อส่งต่อสินค้าให้กับตัวแทนจำหน่าย โดยให้มีต้นทุนค่าขนส่งในทุกเส้นทางรวมกันให้น้อยที่สุด ข้อมูลต้นทุนค่าขนส่งสินค้า และความต้องการสินค้า แสดงข้อมูลดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ข้อมูลการขนส่งแบบฟัซซี่

	Dc_1	Dc_2	Dc_3	กำลังการผลิต (α_i)
F_1	([3,5,7,1]; 0.6, 0.3)	([2,5,9,1]; 0.7,0.2)	([4,5,9,15]; 0.5,0.3)	40
F_2	([2,6,8,10]; 0.7, 0.2)	([3,6,9,1]; 0.5,0.4)	([4,7,10,15]; 0.6,0.3)	45
F_3	([3,5,8,13]; 0.8, 0.1)	([4,8,10,15]; 0.6,0.2)	([5,10,13,15]; 0.7,0.3)	55
ความต้องการ (β_j)	50	60	30	140

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่าค่าขนส่งสินค้าแสดงเป็นตัวเลขแบบฟัซซี่สหัชญานสี่เหลี่ยมคางหมู ซึ่ง $\sum_{i=1}^{3}\alpha_i = 140 = \sum_{j=1}^{3}\beta_j$ นั่นคือเป็นปัญหาการขนส่งฟัซซี่แบบสมดุล ขั้นตอนต่อไปจะทำการคำนวณผลลัพธ์เบื้องต้นโดยใช้วิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ ดังนี้

จากตารางที่ 1 เริ่มต้นจัดสรรในช่อง (1, 1) พบว่า $x_{11} = \min(40, 50) = 40$ ดังนั้นเลือกจัดสรรช่องนี้ 40 หน่วย นั่นคือจัดสรรให้ขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_1 ไปยัง Dc_1 จำนวน 40 หน่วย ซึ่งทำให้สินค้าจากโรงงาน F_1 ส่งสินค้าครบเต็มจำนวนแล้ว ไม่สามารถส่งให้กับศูนย์กระจายสินค้าอื่นได้อีก ในขณะที่ศูนย์กระจายสินค้า Dc_1 ยังรับสินค้าได้อีก10 หน่วย ลำดับถัดไปจะจัดสรรสินค้าที่เหลือในแถวด้านล่าง เนื่องจากศูนย์กระจายสินค้า Dc_1 ยังรับสินค้าได้อีก 10 หน่วยเท่านั้น จึงต้องนำไปพิจารณาในช่อง (2, 1) ด้วย จะได้ว่า $x_{21} = \min(10, 45, 50) = 10$ จัดสรรให้ขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_2 ไปยัง ศูนย์กระจายสินค้า Dc_1 จำนวน 10 หน่วย ซึ่งทำให้ศูนย์กระจายสินค้า Dc_1 รับสินค้าได้เต็มจำนวนแล้ว ลำดับถัดไปจะเลื่อนไปจัดสรรสินค้าที่เหลือในช่องว่างด้านขวามือ เนื่องจากมีการขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_2 ไปแล้ว 10 หน่วย ดังนั้นโรงงาน F_2 จะสามารถส่งสินค้าได้อีกเพียง 35 หน่วยเท่านั้น ดังนั้นนำไปพิจารณาร่วมกับการจัดส่งสินค้าในช่อง x_{22} จะได้ว่า $x_{22} = \min(35, 55, 60) = 35$ ดังนั้นจัดสรรให้ขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_2 ไปยัง ศูนย์กระจายสินค้า Dc_2 จำนวน 35 หน่วย ลำดับถัดไปจะจัดสรรสินค้าที่เหลือในแถวด้านล่าง เนื่องจากศูนย์กระจายสินค้า Dc_2 ยังรับสินค้าได้อีก 25 หน่วยเท่านั้น นำไปพิจารณาร่วมกันในช่อง (3, 2) ด้วย จะได้ว่า $x_{32} = \min(25, 55, 60) = 25$ ดังนั้นจัดสรรให้ขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_3 ไปยัง ศูนย์กระจายสินค้า Dc_2 จำนวน 25 หน่วย ลำดับถัดไปจะเลื่อนไปจัดสรรสินค้าที่เหลือในช่องว่างด้านขวามือ เนื่องจากมีการขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_3 ไปแล้ว 25 หน่วย ซึ่งจะสามารถส่งสินค้าได้อีก 30 หน่วยเท่านั้น นำไปพิจารณาร่วมกันในช่อง (3, 3) ด้วย จะได้ว่า $x_{33} = \min(30, 55, 30) = 30$ ดังนั้นจัดสรรให้ขนส่งสินค้าจากโรงงาน F_3 ไปยังศูนย์กระจายสินค้า Dc_3 จำนวน 30 หน่วย ทำให้โรงงาน F_3 ส่งสินค้าได้ครบตามจำนวน และ Dc_3 ได้รับสินค้าเต็มจำนวน แสดงผลการจัดสรรการขนส่งสินค้าในแต่ละเส้นทาง ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 การหาผลลัพธ์เบื้องต้นด้วยวิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือ

	Dc_1	Dc_2	Dc_3	กำลังการผลิต (α_i)
F_1	([3,5,7,1]; 0.6, 0.3)	([2,5,9,1]; 0.7,0.2)	([4,5,9,15]; 0.5,0.3)	40
	40			
F_2	([2,6,8,10]; 0.7, 0.2)	([3,6,9, 1]; 0.5,0.4)	([4,7,10,15]; 0.6,0.3)	45
	10	35		
F_3	([3,5,8,13]; 0.8, 0.1)	([4,8,10,15]; 0.6,0.2)	([5,10,13,15]; 0.7,0.3)	55
		25	30	
ความต้องการ (β_j)	50	60	30	140

จากตารางที่ 2 จะได้ว่าผลลัพธ์เบื้องต้นที่เป็นไปได้ คือ x_{11} = 40, x_{21} = 10, x_{22} = 35, x_{32} = 25 และ x_{33} = 30 และค่าขนส่งทั้งหมด คำนวณค่าขนส่งรวมทั้งหมดที่ได้จากวิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือดังนี้

$$\tilde{\psi}=\tilde{c}_{11}x_{11} \oplus \tilde{c}_{21}x_{21} \oplus \tilde{c}_{22}x_{22} \oplus \tilde{c}_{32}x_{32} \oplus \tilde{c}^*_{33}x_{33}$$

$$=([3,5,7,13];0.6,0.3)40 \oplus ([2,6,8,10];0.7,0.2)10 \oplus ([3,6,9,12];0.5,0.4)35$$

$$\oplus ([4,8,10,15];0.6,0.2)25 \oplus ([5,10;13,15];0.7,0.3)30$$

$$=([495,970;1315,1865];0.5,0.4)$$

ขั้นตอนต่อไปจะทำการตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้ว่าเป็นผลลัพธ์ที่ดีที่สุดหรือไม่ และทำการปรับปรุงผลลัพธ์ดังกล่าวด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง ดังนี้

จากตารางที่ 2 จะเห็นได้ว่ามีช่องที่ถูกจัดสรร (Basic cell) เรียบร้อยแล้ว นำมาคำนวณหาค่า u_i และ v_j ซึ่งคำนวณได้จาก $\tilde{c}_{ij} = u_i \oplus v_j$ โดยที่ $\tilde{c}_{ij}$ คือ ต้นทุนค่าใช้จ่ายของช่องที่ ij, u_i คือสัมประสิทธิ์ของแถวแนวนอนที่ i, v_j คือสัมประสิทธิ์ของแถวตั้งที่ j และกำหนดให้ $v_1 = ([-1,0,0,1];1,0)$

คำนวณ $\tilde{c}_{11}$ ได้จากสูตร $\tilde{c}_{11} = u_1 \oplus v_1$ จะได้ว่า

$$u_1 = \tilde{c}_{11} \ominus v_1 = ([3,5,7,13];0.6,0.3) \ominus [-1,0,0,1];1,0) = ([2,5,7,14];0.6,0.3$$

ในทำนองเดียวกันในช่องที่ถูกจัดสรรอื่น ๆ หาค่า u_i และ v_j ได้ดังนี้ u_2 =[1,6,8,11];0.7,0.2), v_2 =([-8,-2,3,11];0.5,0.4), u_3 =([-7,5,12,23];0.5,0.4), v_3 =([-18,-2,8,22];0.5,0.4)

ลำดับถัดไปคำนวณค่า e_{ij} ทุกช่อง จากสูตร $e_{ij} = \tilde{c}_{ij} \ominus (u_i \oplus v_j)$ พิจารณา e_{12} จะได้ว่า

$$e_{12} = \tilde{c}_{12} \ominus (u_1 \oplus v_2) = ([2,5,9,13];0.7,0.2) \ominus ([-6,3,10,25];0.5,0.4)$$
$$= ([-23,-5,6,19];0.5,0.4)$$

ในทำนองเดียวกันช่องที่ไม่ถูกจัดสรรอื่น ๆ จะสามารถหาค่า e_{ij} ได้ดังนี้

e_{13} = ([-32,-10,6.31];0.5,0.4), e_{23} = ([-29,-9,6,32];0.5,0.4),
e_{31} = ([-21,-7,3,21];0.5,0.4)

นำค่า e_{ij} ที่ได้ มาคำนวณค่า Δe_{ij} ซึ่งจะได้ว่า

$$\Delta e_{12} = \text{-0.102} \ , \ \Delta e_{13} = \text{-0.458} \ , \ \Delta e_{23} = \text{-0.153} \ \text{ และ } \ \Delta e_{31} = \text{-0.407}$$

จากการคำนวณค่า Δe_{ij} พบว่าค่า Δe_{ij} ติดลบทุกค่าและค่าที่ติดลบมากที่สุดคือ $\Delta e_{13} = \text{-0.458}$ ดังนั้นจะทำการปรับปรุงให้ได้ค่า $\Delta e_{ij} \geq 0$

ขั้นตอนต่อไปจะต้องจัดสรรค่าในตารางใหม่ โดยเริ่มต้นสร้างวงปิด ที่ช่อง (1, 3) ทำวงปิดที่ช่อง (1, 3) ไปยังช่อง (1, 1) ต่อไปยังช่อง (2, 1) ต่อไปยังช่อง (2, 2) ต่อไปยังช่อง (3, 2) ต่อไปยังช่อง (3, 3) และกลับมายังช่อง (1, 3) หลังจากนั้นใส่เครื่องหมาย “+” และ “-” สลับกันตามลำดับ ขั้นตอนต่อไปหาคำตอบที่น้อยที่สุดในวงปิดที่มีเครื่องหมาย “-” ปรากฏอยู่ ในที่นี้จะพบว่า ตัวเลข 30 เป็นตัวเลขที่น้อยที่สุดที่มีเครื่องหมาย “-” ลำดับต่อไปให้นำค่า 30 ไปบวกเข้ากับค่าในช่องที่มีเครื่องหมาย “+” และนำ 30 ไปลบออกจากช่องที่มีเครื่องหมาย “-” ทำเช่นนี้จนครบวงปิด แสดงดังตารางที่ 3 และ 4

ตารางที่ 3 การสร้างวงปิด

	Dc_1	Dc_2	Dc_3	กำลังการผลิต (α_i)
F_1	([3,5,7,13]; 0.6, 0.3)	([2,5,9,13]; 0.7,0.2)	([4,5,9,15]; 0.5,0.3)	40
	- 40		+	
F_2	([2,6,8,10]; 0.7, 0.2)	([3,6,9,12]; 0.5,0.4)	([4,7,10,15]; 0.6,0.3)	45
	+10	-35		
F_3	([3,5,8,13]; 0.8, 0.1)	([4,8,10,15]; 0.6,0.2)	([5,10,13,15]; 0.7,0.3)	55
		+25	-30	
ความต้องการ (β_j)	50	60	30	140

ตารางที่ 4 การปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้น

	Dc_1	Dc_2	Dc_3	กำลังการผลิต (α_i)
F_1	([3,5,7,1]; 0.6, 0.3)	([2,5,9,1]; 0.7,0.2)	([4,5,9,15]; 0.5,0.3)	40
	10		30	
F_2	([2,6,8,10]; 0.7, 0.2)	([3,6,9, 1]; 0.5,0.4)	([4,7,10,15]; 0.6,0.3)	45
	40	5		
F_3	([3,5,8,13]; 0.8, 0.1)	([4,8,10,15]; 0.6,0.2)	([5,10,13,15]; 0.7,0.3)	55
		55		
ความต้องการ (β_j)	50	60	30	140

จากตารางที่ 4 ทำการตรวจสอบค่า Δe_{ij} อีกครั้ง ซึ่งจะได้ว่า

$\Delta e_{12} = -0.102$, $\Delta e_{23} = 0.37$, $\Delta e_{31} = -0.407$, $\Delta e_{32} = 0$ นั่นคือมีบางค่า $\Delta e_{ij} < 0$ ดังนั้นจะต้องปรับปรุงผลลัพธ์และตรวจสอบผลลัพธ์ใหม่อีกครั้งจนกว่าจะได้ค่า $\Delta e_{ij} \geq 0$ ทุกค่า ซึ่งหลังจากที่ได้ค่า $\Delta e_{ij} \geq 0$ ทุกค่า จะได้ผลลัพธ์แสดงดังตารางที่ 5

ตารางที่ 5 การปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้นที่ให้ค่า $\Delta e_{ij} \geq 0$ ทุกค่า

	Dc_1	Dc_2	Dc_3	กำลังการผลิต (α_i)
F_1	([3,5,7,1]; 0.6, 0.3)	([2,5,9,1]; 0.7,0.2)	([4,5,9,15]; 0.5,0.3)	40
		10	30	
F_2	([2,6,8,10]; 0.7, 0.2)	([3,6,9, 1]; 0. 5,0.4)	([4,7,10,15]; 0.6,0.3)	45
		45		
F_3	([3,5,8,13]; 0.8, 0.1)	([4,8,10,15]; 0.6,0.2)	([5,10,13,15]; 0.7,0.3)	55
	50	5		
ความต้องการ (β_j)	50	60	30	140

จากตารางที่ 5 จะได้ว่าผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุด คือ x_{12} = 10, x_{13} = 30, x_{22} = 45, x_{31} = 50 และ x_{32} = 5 ดังนั้นค่าขนส่งรวมที่ต่ำที่สุด คำนวณได้ดังนี้

$$\tilde{\psi} = [2,5,9,13];0.7,0.2)10 \oplus ([4,5,9,15];0.5,0.3)30 \oplus ([3,6,9,12];0.5,0.4)45$$
$$\oplus ([3,5,8,13];0.8,0.1)50 \oplus ([4,8,10,15];0.6,0.2)5$$
$$= ([445,760,1215,1845];0.5,0.4)$$

ค่าขนส่งรวมต่ำที่สุดที่คำนวณได้ คือ ([445,760,1215,1845]; 0.5, 0.4) จะเห็นได้ว่าจากการปรับปรุงผลลัพธ์เบื้องต้นทำให้มีการปรับปริมาณสินค้า และเส้นทางในการขนส่งใหม่ในบางเส้นทาง ซึ่งส่งผลให้มีค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดในการขนส่งลดลงจากเดิม ซึ่งในการคำนวณผลลัพธ์เบื้องต้นได้คำตอบเป็น ([495,970;1315,1865];0.5,0.4)

จากค่าขนส่งรวมที่ต่ำที่สุดที่คำนวณได้หลังจากมีการปรับปรุงผลลัพธ์ ([445, 760, 1215, 1845]; 0.5, 0.4) สามารถแปลความหมายได้ดังนี้ ต้นทุนค่าขนส่งฟัซซี่สัญชาตญาณขั้นต่ำสุดจะอยู่ในช่วง [445, 1845] เมื่อ $(\alpha,\lambda) = (0.5.0.4)$ นั่นคือระดับการยอมรับต้นทุนการขนส่งสำหรับการตัดสินใจจะเพิ่มขึ้น หากต้นทุนเพิ่มขึ้นจาก 445 เป็น 760 ระดับการยอมรับต้นทุนการขนส่งสำหรับการตัดสินใจนั้นคงที่เมื่อต้นทุนอยู่ในช่วง 760–1215 ในขณะที่ระดับการยอมรับต้นทุนการขนส่งสำหรับการตัดสินใจจะลดลงหากต้นทุนเพิ่มขึ้นจาก 1,215 เป็น 1,845 ต้นทุนการขนส่งเป็นที่ยอมรับโดยสิ้นเชิงหากต้นทุนการขนส่งอยู่ในช่วง [760, 1215] ระดับของการไม่ยอมรับค่าขนส่งเพื่อการตัดสินใจจะลดลงหากต้นทุนเพิ่มขึ้น

จาก 445 เป็น 760 ระดับของการไม่ยอมรับค่าขนส่งสำหรับการตัดสินใจจะคงที่เมื่อต้นทุนอยู่ในช่วง 760–1215 ในขณะที่ระดับของการไม่ยอมรับค่าขนส่งเพื่อการตัดสินใจจะเพิ่มขึ้นหากต้นทุนเพิ่มขึ้นจาก 1,215 เป็น 1,845

สรุปผลการวิจัย

จากวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อหาวิธีการแก้ปัญหาการขนส่งฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมู โดยใช้วิธีมุมตะวันตกเฉียงเหนือในการหาผลลัพธ์เบื้องต้นและปรับปรุงผลลัพธ์ที่ได้ด้วยวิธีการกระจายแบบดัดแปลง จากการศึกษาพบว่าเครื่องมือดังกล่าวสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาการขนส่งแบบฟัซซี่สหัชญาณสี่เหลี่ยมคางหมูได้ วิธีการที่นำเสนอนี้จะทำให้ผู้ประกอบการทางธุรกิจการขนส่งสินค้า หรือเจ้าของกิจการที่ต้องการลดค่าใช้จ่ายในการขนส่งมีเครื่องมือที่ช่วยในคำนวณ เป็นประโยชน์สำหรับการคาดการณ์ต้นทุนการขนส่งภายใต้สถานการณ์ที่ข้อมูลมีความไม่แน่นอนหรือมีความคลุมเครือ ข้อดีของวิธีนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ปัญหาที่เป็นตัวเลขฟัซซี่แบบอื่นได้ เช่น ตัวเลขฟัซซี่สามเหลี่ยมหรือตัวเลขฟัซซี่สหัชญาณสามเหลี่ยม ได้อีกทางหนึ่ง อย่างไรก็ตาม วิธีการนี้มีข้อจำกัดสำหรับปัญหาการขนส่งหลายวัตถุเชิงเส้น และรวมถึงรูปร่างอื่นๆ (ไม่เชิงเส้น) สำหรับฟังก์ชันสมาชิก เช่น ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกเอ็กซ์โปเนนเชียล ฟังก์ชันความเป็นสมาชิกไฮเปอร์โบลิก เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

Antony, R. J. P., Savarimuthu, S. J., & Pathinathan, T. (2014). Method for solving the transportation problem using triangular intuitionistic fuzzy number. *International Journal of Computing Algorithm*, *3*(1), 590-605.

Atanassov, K. T. (1986). Intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems, 20*(1), 87-96.

Bellman, R. E., & Zadeh, L. A. (1970). Decision-making in a fuzzy environment. *Management science*, *17*(4), 141-164.

De, P. K., & Das, D. (2012). Ranking of trapezoidal intuitionistic fuzzy numbers. In *2012 12th international conference on intelligent systems design and applications (ISDA)* (pp. 184-188). IEEE.

Dubois, D. J. (1980). *Fuzzy sets and systems: theory and applications* (Vol. 144). Academic press.

Dubois, D., & Prade, H. (1978). Operations on fuzzy numbers. *International Journal of systems science*, *9*(6), 613-626.

Hitchcock, F. L. (1941). The distribution of a product from several sources to numerous localities. *Journal of mathematics and physics*, *20*(1-4), 224-230.

Hunwisai, D., & Kumam, P. (2017). A method for solving a fuzzy transportation problem via Robust ranking technique and ATM. *COGENT mathematics*, *4*(1), 1283730.

Hussain, R. J., & Kumar, P. S. (2012). Algorithmic approach for solving intuitionistic fuzzy transportation problem. *Applied mathematical sciences*, *6*(80), 3981-3989.

Kaur, A., & Kumar, A. (2012). A new approach for solving fuzzy transportation problems using generalized trapezoidal fuzzy numbers. *Applied soft computing*, *12*(3), 1201-1213.

Li, D. F. (2014). *Decision and game theory in management with intuitionistic fuzzy sets* (Vol. 308, pp. 1-441). Berlin: springer.

Pramila, K., & Uthra, G. (2014). Optimal solution of an intuitionistic fuzzy transportation problem. *Annals of Pure and Applied Mathematics*, *8*(2), 67-73.

Wu, J., & Cao, Q. W. (2013). Same families of geometric aggregation operators with intuitionistic trapezoidal fuzzy numbers. *Applied Mathematical Modelling*, *37*(1-2), 318-327.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and control*, *8*(3), 338-353.