

การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ของกลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อน หลายลิงก์สำหรับการสร้างการเคลื่อนที่ในแนวตั้งของหุ่นยนต์ขา Multi-Objective Optimization of a Multi-Link Slider-Crank Mechanism for Vertical Motion Generation in Legged Robots

กิตติพงษ์ บุญโล่ง¹, พุทธา จินครวั¹, นัฐพล ศรีรัตนศักดิ์¹, และ นันทวัฒน์ วีระยุทธ^{2*}

Kittipong Boonlong¹, Puttha Jeenkour¹, Natthapol Sriratanasak¹, Nantawatana Weerayuth^{2*}

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา 169 ถ.ลงหาดบางแสน ต.แสนสุข อ.เมือง
จ.ชลบุรี ประเทศไทย

²ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยอุบลราชธานี 85 หมู่ 4 ต.เมืองศรีโค อ.วารินชำราบ
จ.อุบลราชธานี ประเทศไทย

*ผู้นิพนธ์ประสานงาน : nantawatana.w@ubu.ac.th

วันที่รับบทความ: 28 เมษายน 2569 / วันที่แก้ไขบทความ: 4 มิถุนายน 2569 / วันที่ตอบรับการตีพิมพ์: 25 มิถุนายน 2569

บทคัดย่อ งานวิจัยนี้นำเสนอการออกแบบกลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนหลายลิงก์สำหรับการสร้างการเคลื่อนที่ในแนวตั้งในหุ่นยนต์ขา โดยกำหนดปัญหาเป็นการหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ (Multi-objective Optimization: MOO) ที่ประกอบด้วย 2 วัตถุประสงค์ ได้แก่ (1) การเพิ่มช่วงการเคลื่อนที่ในแนวตั้งให้ครอบคลุมช่วงเป้าหมาย และ (2) การลดการเบี่ยงเบนในแนวนอนของจุดศูนย์กลางมวล ทั้งนี้ได้พิจารณาผลรวมความยาวลิงก์เพื่อป้องกันการได้เปรียบของกลไกที่มีขนาดใหญ่ MOO ได้ใช้ขั้นตอนวิธี Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) เพื่อให้ได้กลุ่มคำตอบแบบพารето (Pareto Optimal Solutions) NSGA-II ให้ชุดคำตอบแบบพารетоที่เหมาะสมที่สุดจำนวน 508 คำตอบ โดยร้อยละ 40.35 ของคำตอบมีค่าการเบี่ยงเบนในแนวนอนต่ำกว่า 1 มม. เมื่อเปรียบเทียบกับ (Single-objective Optimization: SOO) พบว่าคำตอบหนึ่งที่ได้จากกลุ่มคำตอบโดย MOO สามารถลดขนาดความยาวรวมของลิงก์ในกลไกได้มากกว่าร้อยละ 30 ขณะที่ยังคงให้ประสิทธิภาพการเคลื่อนที่ในแนวตั้งที่ดีและมีการเบี่ยงเบนในแนวนอนต่ำ ดังนั้นคำตอบจาก MOO สามารถให้กลไกที่มีความกะทัดรัดมากกว่า SOO ผลลัพธ์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าการใช้ MOO ช่วยเพิ่มความยืดหยุ่นในการเลือกแบบและเหมาะสมต่อการใช้งานจริงในหุ่นยนต์เคลื่อนที่

คำสำคัญ : การหาค่าที่เหมาะสมที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์, กลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนหลายลิงก์, การออกแบบกลไก, ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม, หุ่นยนต์ขา

Abstract: This study presents the design of a multi-link slider-crank mechanism for generating vertical motion in legged robots. The design problem is formulated as a problem of multi-objective optimization (MOO) with two primary objectives: (1) maximizing the vertical motion range to cover a specified target interval, and (2) minimizing horizontal deviation of the center of mass during motion. To prevent bias toward oversized mechanisms, the total link length is incorporated into the formulation. The MOO employs the Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) to obtain Pareto optimal solutions. NSGA-II yields 508 Pareto-optimal solutions, notably, 40.35% of the solutions achieve horizontal deviation below 1 mm. Compared to single-objective optimization (SOO), a specific solution obtained from the MOO solution set achieved a reduction in total link length of over 30% while maintaining high vertical motion efficiency and low horizontal deviation. Consequently, the solutions obtained from MOO offer more compact mechanisms than those from SOO. These findings highlight the effectiveness of the MOO framework in providing design flexibility and practical suitability for implementation in mobile robotic systems.

Keywords: Multi-Objective Optimization, Multi-link slider-crank Mechanism, Mechanism Design, Genetic Algorithm, Legged Robot

1. บทนำ

หุ่นยนต์ชนิดขาใช้งานได้หลากหลายในชีวิตจริง เนื่องจากมีความสามารถในการเคลื่อนที่บนพื้นที่ซับซ้อนหรือไม่เรียบได้ดีกว่าหุ่นยนต์ล้อทั่วไป เช่น การเดินขึ้นลงบันได การเคลื่อนที่ในพื้นที่ขรุขระ หรือการเข้าถึงพื้นที่แคบและพื้นที่อันตราย จึงเหมาะสำหรับงานด้านการสำรวจ งานกู้ภัย งานอุตสาหกรรม งานทางการแพทย์ ตลอดจนงานบริการและการช่วยเหลือผู้สูงอายุหรือผู้พิการ การออกแบบกลไกที่สามารถสร้างการเคลื่อนที่ในแนวตั้งได้อย่างมีประสิทธิภาพและควบคุมได้ขณะเดียวกันยังคงความเสถียรของระบบ ถือเป็นความท้าทายสำคัญในงานหุ่นยนต์เคลื่อนที่ ความสามารถในการปรับตำแหน่งของจุดศูนย์กลางถ่วง (Center of Gravity: CG) ในแนวตั้งมีบทบาทสำคัญต่อการฟื้นตัวจากการเสียสมดุล โดยหากตำแหน่ง C.G. อยู่สูงเหนือแกนล้อยมาก จะทำให้เกิดโมเมนต์จากแรงโน้มถ่วงสูงเมื่อเกิดการเอียง ในทางกลับกัน หากตำแหน่ง C.G. อยู่ต่ำใกล้แกนล้อยมาก จะช่วยลดโมเมนต์การล้ม ทำให้ระบบมีเสถียรภาพเชิงสถิตินามาก

ขึ้น ใช้แรงบิดในการรักษาสมดุลน้อยลง และสามารถฟื้นตัวจากการรบกวนได้ง่ายกว่า

ในส่วนของ การปรับตัวต่อสภาพพื้นผิว และประสิทธิภาพด้านพลังงาน วิธีการแบบดั้งเดิมมักอาศัยข้อต่อเชิงเส้นหรือระบบขับเคลื่อนที่ซับซ้อน [1,2] ซึ่งทำให้ระบบมีน้ำหนักเพิ่มขึ้น ต้นทุนสูงขึ้น และควบคุมได้ยาก ดังนั้นจึงมีความสนใจเพิ่มขึ้นในการใช้กลไกเชิงระนาบ เช่น กลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อน เพื่อสร้างการเคลื่อนที่ในแนวตั้งจากอินพุตแบบหมุน [3]

กลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนเป็นกลไกพื้นฐานที่สามารถแปลงการเคลื่อนที่แบบหมุนให้เป็นเชิงเส้น และถูกนำไปใช้ในหลากหลายงาน ตั้งแต่เครื่องยนต์ไปจนถึงตัวกระตุ้นในหุ่นยนต์ [4] ตัวอย่างการประยุกต์ในหุ่นยนต์สมัยใหม่คือหุ่นยนต์สองล้อ Ascento [5] ซึ่งใช้กลไกดังกล่าวในการสร้างการเคลื่อนที่ในแนวตั้งและการกระโดด ส่งผลให้สามารถเคลื่อนที่ได้อย่างพลวัตในขณะที่ยังคงโครงสร้างที่เรียบง่าย อย่างไรก็ตาม ข้อจำกัดสำคัญของกลไกนี้คือการเคลื่อนที่ในแนวอนของตัวเลื่อน ซึ่งทำให้เกิดการเคลื่อนที่ด้านข้างของ CG ที่ไม่พึง

ประสงค์ เพื่อแก้ไขข้อจำกัดนี้ นักวิจัยได้พัฒนากลไก คัดแปลง เช่น การเพิ่มจำนวนลิงก์หรือการใช้ข้อจำกัด เชิงคิเนแมติก เพื่อให้ได้การเคลื่อนที่ใกล้เคียงเส้นตรงมากขึ้น กลไกอย่าง Peaucellier–Lipkin linkage [6] และ Watt's linkage [7] แสดงให้เห็นว่าสามารถสร้างเส้นทาง เกือบเป็นเส้นตรงได้โดยไม่ต้องใช้ข้อต่อเชิงเส้น แนวคิด ดังกล่าวถูกนำไปใช้ในการออกแบบหุ่นยนต์ที่ต้องการ ความกะทัดรัดและประสิทธิภาพ

ความท้าทายล่าสุดในหุ่นยนต์แบบมีขาเน้นถึง ความสำคัญของเส้นทางเคลื่อนที่ของจุดศูนย์กลาง มวลต่อเสถียรภาพและประสิทธิภาพ งานของ Raibert [8] แสดงให้เห็นว่าการสั่นในแนวดิ่งมีบทบาทต่อการ แลกเปลี่ยนพลังงานและการควบคุมสมดุล ซึ่งยังคงถูก ศึกษาในงานวิจัยสมัยใหม่ [9,10] สำหรับหุ่นยนต์สองล้อ แบบทรงตัวเอง การปรับ CG ในแนวดิ่งช่วยเพิ่ม ความสามารถในการต้านทานการรบกวน และเพิ่มความ แข็งแรงของระบบควบคุม โดยเฉพาะเมื่อใช้ร่วมกับตัว ควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) หรือ Model Predictive Control (MPC) [11,12] ดังนั้น การ ออกแบบกลไกที่ให้การเคลื่อนที่ในแนวดิ่งสูงและลดการ เคลื่อนที่ในแนวนอนจึงเป็นเป้าหมายสำคัญ

อย่างไรก็ตาม การออกแบบกลไกดังกล่าวยังคงมี ความซับซ้อน เนื่องจากข้อจำกัดทางคิเนแมติกที่ไม่เชิง เส้นและความสัมพันธ์กัน เมื่อพัฒนาเป็น โครงสร้าง หลายลิงก์ จะเกิดตัวแปรการออกแบบเพิ่มขึ้น เช่น ความ ยาวลิงก์ ตำแหน่งจุดหมุน และรัศมีข้อเหวี่ยง ซึ่งล้วน ส่งผลต่อเส้นทางของ CG ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีแนวทาง เชิงระบบในการค้นหาที่เหมาะสม

ทั้งนี้ปัญหาการออกแบบกลไกไม่จำเป็นต้องมี วัตถุประสงค์เดียวกับการพิจารณา เนื่องด้วยว่าต้องการ กลไกที่เพิ่มการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของ CG และลดการ เคลื่อนที่ในแนวนอน ซึ่งเป็น 2 วัตถุประสงค์ที่อาจมี บางส่วนขัดแย้งกัน เป้าหมายของงานวิจัยนี้จึงต้องการใช้ การหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ (MOO) โดย

การหาค่าเหมาะที่สุดแบบพารето (Pareto Optimization) รวมถึงได้เพิ่มความยาวรวมลิงก์ในกลไกมาพิจารณาใน การหาค่าเหมาะที่สุดดังกล่าว ด้วยการรวมสมการคิเน แมติกเข้ากับกระบวนการหาค่าเหมาะที่สุดเพื่อประเมิน ความสัมพันธ์ระหว่างการหมุนของข้อเหวี่ยงและเส้นทาง ของ CG แนวทางนี้ช่วยพัฒนากลไกที่มีความกะทัดรัด มีประสิทธิภาพ และเหมาะสมต่อการใช้งาน รวมถึงมีการ เปรียบเทียบกับผลลัพธ์จากการหาค่าเหมาะที่สุดแบบ วัตถุประสงค์เดียวด้วย

การที่หุ่นยนต์มีขนาดเล็กลงจะช่วยเพิ่มความ สะดวกในสำหรับผู้ใช้งานในการใช้และเคลื่อนย้าย โดย สามารถใช้งานภายในอาคารหรือพื้นที่จำกัดได้ง่ายขึ้น อีกทั้งยังช่วยเพิ่มความปลอดภัยในการทำงานร่วมกับมนุษย์ เนื่องจากหุ่นยนต์ที่มีน้ำหนักและขนาดลดลงจะสร้างแรง กระแทกน้อยกว่าเมื่อเกิดการชนหรือความผิดพลาด ระหว่างการทำงาน นอกจากนี้ หุ่นยนต์ขนาดเล็กยังใช้ พลังงานน้อยลง ทำให้สามารถทำงานได้ต่อเนื่องยาวนาน ขึ้นและลดภาระในการชาร์จพลังงาน การลดขนาดของ กลไกส่งผลโดยตรงผู้ผลิต ทำให้ต้นทุนในการผลิตลดลง เนื่องจากใช้วัสดุและชิ้นส่วนทางกลน้อยลง รวมถึง สามารถเลือกใช้อุปกรณ์ที่มีขนาดเล็กและราคาต่ำลง เช่น มอเตอร์ แบตเตอรี่ และระบบส่งกำลัง นอกจากนี้ หุ่นยนต์ ที่มีขนาดกะทัดรัดยังมีโอกาสในการต่อขยายพหุหน้าที่ ได้มากขึ้น เนื่องจากผู้ใช้งานสามารถเข้าถึงได้ง่าย ราคามี แนวโน้มลดลง และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้ หลากหลายสภาพแวดล้อม ส่งผลให้เทคโนโลยีหุ่นยนต์ ชนิดขามีศักยภาพในการใช้งานจริงและแพร่หลายมากขึ้น ในอนาคต

2. การหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์

ในหัวข้อนี้จะเริ่มต้นด้วยนิยามของปัญหาการหา ค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ ต่อด้วยวิธีการใน การหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ จากนั้นก็จะ

อธิบายขั้นตอนวิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ที่ใช้

2.1 ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์

ปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ (Multi-objective Optimization Problem, MOOP) จะมีวัตถุประสงค์จำนวนหนึ่งที่ต้องการให้หาค่าน้อยที่สุดหรือมากที่สุด โดย MOOP อธิบายอยู่ในรูปแบบทั่วไปได้ดังสมการดังต่อไปนี้

$$\text{Minimize/Maximize } f_m(\mathbf{x}), m = 1, 2, \dots, M \quad (1)$$

$$\text{Subject to } g_j(\mathbf{x}) = 0, j = 1, 2, \dots, J$$

$$\text{and } h_k(\mathbf{x}) \geq 0 \text{ or } \leq 0, k = 1, 2, \dots, K$$

คำตอบ $\mathbf{x}$ เป็นเวกเตอร์ซึ่งประกอบด้วยจำนวนตัวแปรตัดสินใจ n ตัว จะได้ว่า $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ โดยมี M วัตถุประสงค์แทนด้วยเวกเตอร์ $\mathbf{f} = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})\}$ แต่ละวัตถุประสงค์ต้องการให้เป็นค่าน้อยที่สุดหรือมากที่สุด สำหรับกลุ่มของเงื่อนไขบังคับแบบเท่ากัน J เงื่อนไข และเงื่อนไขบังคับ K เงื่อนไข โดย $g_j(\mathbf{x})$ และ $h_k(\mathbf{x})$ เป็นฟังก์ชันเงื่อนไขแบบเท่ากับและไม่เท่ากับ

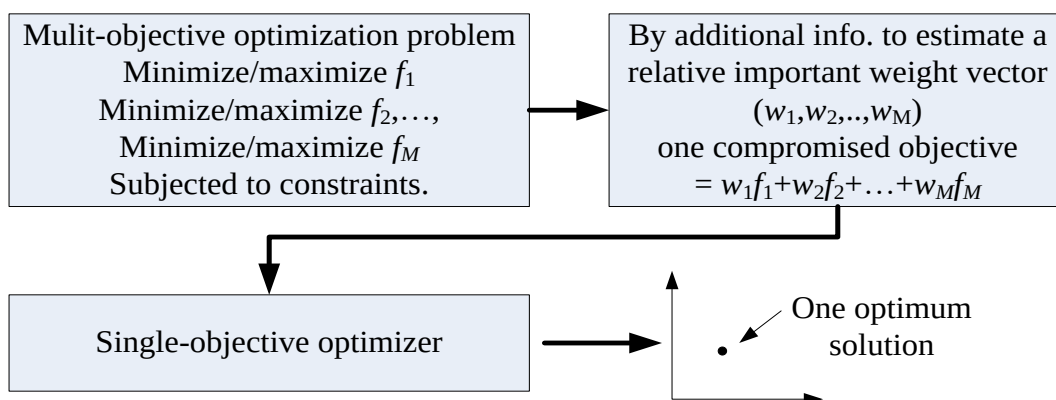
ตามลำดับ ขอบเขตของตัวแปรแต่ละตัวแปรตัดสินใจ x_i มีค่าอยู่ระหว่าง ขอบล่าง x_{li} และขอบบน x_{ui} ตามลำดับ

2.2 วิธีการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลาย

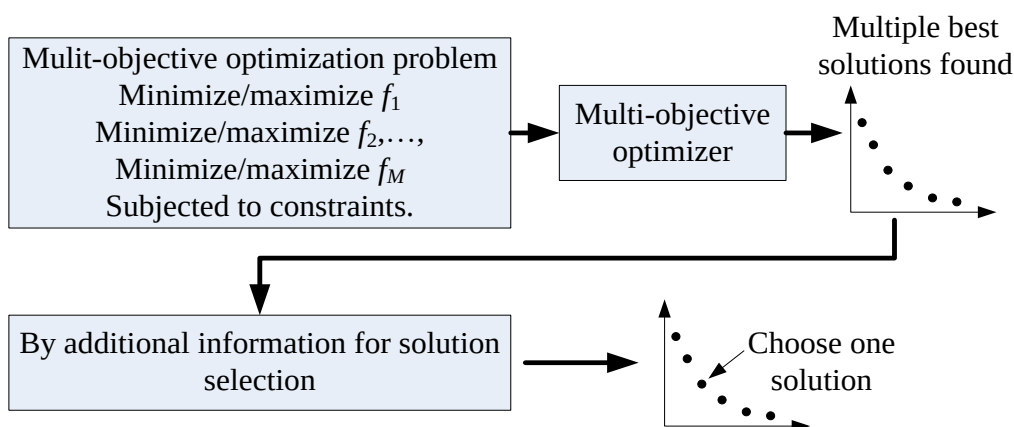
วัตถุประสงค์

สำหรับการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ 2 วิธีหลักที่ใช้ คือ วิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก (Weighted-sum Approach) และวิธีพื้นฐานพาเรโต (Pareto-based Approach) สำหรับวิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก (

รูปที่ 1) ซึ่งเป็นวิธีหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์แบบดั้งเดิม ทุกวัตถุประสงค์มารวมกันโดยถ่วงน้ำหนักจนเหลือเพียงวัตถุประสงค์เดียว หลังจากนั้นก็ใช้ตัวหาค่าเหมาะที่สุดวัตถุประสงค์เดียวในการหาคำตอบ ซึ่งโดยส่วนใหญ่ก็จะได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดเพียงคำตอบเดียว แต่ก็จะเป็นคำตอบที่ขึ้นอยู่กับความคิดเห็นของผู้ใช้เนื่องจากการกำหนดค่าถ่วงน้ำหนัก แม้ว่าจะมีคำตอบแบบประนีประนอม (Compromised Solution) ดีที่สุดเพียงคำตอบเดียว เทคนิคนี้ก็ค่อนข้างเป็นที่นิยมเนื่องจากง่ายในการใช้ แต่คำตอบจะขึ้นกับค่าถ่วงน้ำหนักที่เลือก และไม่เหมาะกับปัญหาบางประเภทเช่นปัญหาที่มี Non-convex True Pareto Front [13] เป็นต้น



รูปที่ 1 วิธีผลรวมถ่วงน้ำหนัก



รูปที่ 2 วิธีพื้นฐานพารето

เนื่องจากเป็นไปไม่ได้จะมีเพียงคำตอบเดียวที่ให้วัตถุประสงคดียุติสุดพร้อมกันทุกวัตถุประสงคดียุติสำหรับปัญหาหลายวัตถุประสงคดียุติ กลุ่มคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของปัญหานี้คือคำตอบที่ไม่ถูกครอบงำ (Non-dominated Solutions) เมื่อเปรียบเทียบคำตอบทั้งหมดในปริภูมิค้นหาหรือผลเฉลยพารетоที่เหมาะสมที่สุดที่แท้จริง (True Pareto Optimal Solutions) ซึ่งคำตอบนี้สามารถหาได้โดยวิธีแบบพารетоซึ่งเป็นวิธีแบบที่ 2 (รูปที่ 2) ซึ่งใช้หลักการของการครอบงำแบบพารето (Pareto Domination) ซึ่งเป็นดังนี้ตามข้อที่ 1

นิยามที่ 1 Pareto Domination

คำตอบ x ใด ๆ ครอบงำ (Dominate) หรือดีกว่าคำตอบ y ถ้าเงื่อนไขทั้งสองข้อต่อไปนี้เป็นความจริง

- ไม่มีวัตถุประสงคดียุติที่คำตอบ x แย่กว่าคำตอบ y
- มีอย่างน้อย 1 วัตถุประสงคดียุติที่คำตอบ x ดีกว่าคำตอบ y

ในกลุ่มคำตอบจำนวนหนึ่ง หลังจากทำการเปรียบเทียบด้วย Pareto Domination คำตอบที่ดีที่สุดของกลุ่มคำตอบนี้จะมีจำนวนหนึ่ง ก็คือคำตอบที่ไม่ถูกครอบงำโดยคำตอบอื่น หรือคำตอบที่ไม่มีคำตอบใดที่ดีกว่าตัวเอง ซึ่งกลุ่มคำตอบนี้จะเรียกว่า Non-dominated Solutions ซึ่ง Output ที่ได้ของวิธีพื้นฐานพารетоจะเป็น

กลุ่มคำตอบที่เป็น Non-dominated Solutions จำนวนหนึ่ง ทั้งนี้ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีพื้นฐานพารетоสำหรับการหาคำตอบโดยขั้นตอนวิธีที่เหมาะสมที่สุด (Optimization Algorithm) ที่ใช้คือ Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) ซึ่งจะอธิบายในหัวข้อถัดไป

2.3 Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II

Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA-II) โดย Deb [14] ซึ่งเป็น Multi-objective Optimizer ที่งานวิจัยนิยมใช้กันดังเช่น [15-17] ขั้นตอนการทำงานของ NSGA-II เป็นดังต่อไปนี้

- 1) สร้างประชากร (กลุ่มคำตอบ) P_0 ที่มีขนาด N ดังที่กำหนดไว้ โดยการสุ่ม เริ่มต้น $t = 0$
- 2) กำหนดลำดับชั้น (Rank) ของคำตอบแต่ละตัวใน P_t
- 3) คำนวณระยะห่างแออัด (Crowding Distance) ของคำตอบในแต่ละ Rank โดยที่ Crowding Distance บ่งชี้ความหลากหลายของคำตอบนั้น
- 4) เลือกประชากรรุ่นพ่อแม่ (A_t) จากประชากรปัจจุบัน P_t ด้วยการเลือกแบบไบนารี (Binary Selection) ซึ่งจะตัดสินด้วยอันดับและ Crowding Distance ในแต่ละครั้งของ Binary Selection คำตอบจะถูกสุ่มเลือกสองคำตอบ หากอันดับของคำตอบไม่เท่ากัน คำตอบที่มีอันดับสูงกว่า

จะถูกเลือก หากอันดับของคำตอบจะเท่ากัน เพื่อความหลากหลาย คำตอบที่มี Crowding Distance มากกว่าจะถูกเลือก

5) ใช้ตัวดำเนินการทาง GA ซึ่งก็คือการสลับสายพันธุ์และการกลายพันธุ์ (Mutation) กับ A_i เพื่อให้ได้กลุ่มคำตอบหรือประชากรรุ่นลูก (Offspring Population) Q_i ที่มีขนาดเท่ากับ N

การสลับสายพันธุ์ (Crossover) หลังจากที่ผ่านมาขั้นตอนการคัดเลือกมาแล้วจะทำการส่งผ่านสมาชิกของประชากรกลุ่มใหม่มาซึ่งตัวดำเนินการอีกตัวที่เรียกว่า การสลับสายพันธุ์ ซึ่งวิธีของการสลับสายพันธุ์สามารถอธิบายได้ดังต่อไปนี้ โดยเริ่มต้นจากการสุ่มเลือกสมาชิกของประชากรที่ผ่านการคัดเลือกมาแล้วจำนวน 2 ตัว และกำหนดให้เป็นสมาชิกพ่อแม่ (Parent Individual) จากนั้นทำการแลกเปลี่ยนยีนระหว่างสมาชิกพ่อแม่กับสมาชิกแม่ ทำให้เกิดเป็นสมาชิกรุ่นลูก (Offspring Individuals) ขึ้นมาสองตัว ซึ่งสมาชิกรุ่นนี้จะถูกนำไปเป็นสมาชิกของประชากรรุ่นถัดไป โดยทั่วไปแล้วการสลับสายพันธุ์ไม่จำเป็นที่จะเกิดขึ้นกับสมาชิกของประชากรทั้งหมด เพราะโอกาสในการสุ่มเลือกสมาชิกพ่อแม่มาทำการสลับสายพันธุ์จะถูกกำหนดโดยความน่าจะเป็นในการสลับสายพันธุ์ (Crossover Probability)

การกลายพันธุ์ (Mutation) การกลายพันธุ์เป็นอีกตัวดำเนินการหนึ่งในการสร้างสมาชิกรุ่นลูก ซึ่งจะทำให้หน้าที่ในการแลกเปลี่ยนยีนภายในสมาชิกแต่ละตัวเท่านั้นเช่นเดียวกับการสลับสายพันธุ์ โดยปกติแล้วการกลายพันธุ์จะไม่เกิดขึ้นกับสมาชิกทั้งหมด โอกาสที่จะทำการสุ่มเลือกสมาชิกพ่อแม่เพื่อนำเข้าสู่การกลายพันธุ์จะขึ้นอยู่กับความน่าจะเป็นในการกลายพันธุ์ (Mutation Probability)

6) รวมประชากรหรือกลุ่มคำตอบปัจจุบัน P_i กับประชากรรุ่นลูก Q_i เพื่อได้เป็นประชากรรวม (Merged Population) R_i ที่มีขนาด $2N$

7) กำหนด Rank และ Crowding Distance ให้แต่ละคำตอบใน R_i

8) หากกลุ่มคำตอบหรือประชากรใหม่ P_{i+1} ขนาด N จาก R_i ที่มีขนาด $2N$ ด้วยการตัดทอนแบบ NSGA-II (NSGA-II truncation)

9) ตรวจสอบเงื่อนไขการสิ้นสุด หากตรงตามเงื่อนไขขั้นตอนวิธีจะหยุด คำตอบที่ไม่ได้ถูกรอรับของประชากรสุดท้าย P_{i+1} คือเอาต์พุตของขั้นตอนวิธี หากยังไม่ตรงตามเงื่อนไขหยุด ให้เพิ่ม i เป็น $i+1$ และกลับไปขั้นตอนที่ 2)

NSGA-II มี 3 กระบวนการเฉพาะที่สำคัญ ได้แก่ Rank Assignment, Crowding Distance, และ Truncation โดยจะอธิบายในหัวข้อตามลำดับต่อไปนี้

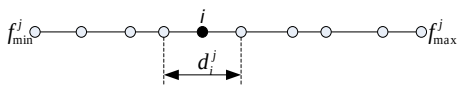
1) Rank Assignment

ตามที่ระบุไว้ก่อนหน้านี้ Rank Assignment ของ NSGA-II เหมือนกับของขั้นตอนวิธีเดิม NSGA [18] จากกลุ่มคำตอบ ที่มีขนาด P, N Non-dominated Solution จะมีลำดับชั้น (Rank) สูงสุด (Rank = 1) จากนั้นลบ Non-dominated Solution ดังกล่าวออกจากชุดคำตอบ ต่อจากนั้น Non-dominated Solution ของชุดที่เหลือจะได้รับอันดับถัดไปหรืออันดับ 2 และถูกลบออกจากชุดคำตอบขณะนั้นอีกครั้ง กระบวนการจัดอันดับจะทำซ้ำอีกครั้งจนกว่าหมดคำตอบ

2) Crowding Distance

NSGA-II นำเสนอ Crowding Distance เพื่อเป็นตัวบ่งชี้ความหลากหลายของคำตอบในประชากร Sharing ที่ใช้ใน NSGA [18] ถูกแทนด้วยระเบียบวิธีเปรียบเทียบความแน่น (Crowd Comparison Method) ซึ่งเรียงคำตอบตาม Crowding Distance ของ Objective Value ในการคำนวณ Crowding Distance คำตอบในแต่ละ Objective j ต้องถูกเรียงกันจากน้อยไปมากดังรูปที่ 3 โดยที่ cd_i^j คือ Crowding Distance ของ i ต่อ Objective j ซึ่งสามารถคำนวณได้จากดังสมการที่ (2) โดยหาก i เป็นค่า minimum และ maximum, cd_i^j จะถูกกำหนดให้เป็น

Infinity โดย Crowding Distance ของคำตอบ i เท่ากับผลรวมของ cd_i^j ดังสมการที่ (3)



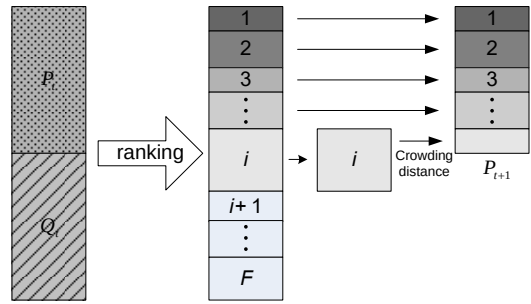
รูปที่ 3 Crowding distance สำหรับ objective j .

$$cd_i^j = \frac{d_i^j}{(f_{max}^j - f_{min}^j)} \quad (2)$$

$$cd_i = \sum_{j=1}^M cd_i^j \quad (3)$$

3) Truncation

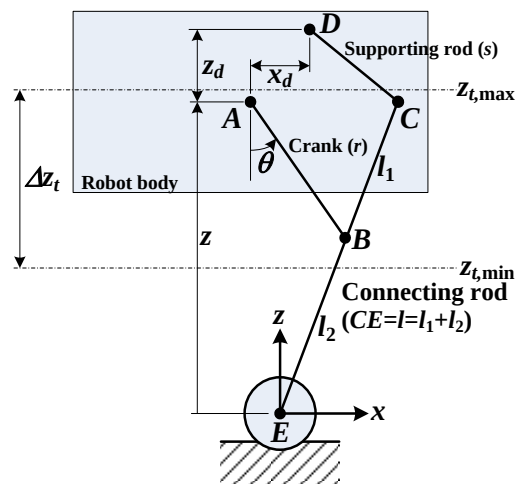
หลังจากการรวมประชากรปัจจุบัน P_t และประชากรรุ่นลูก Q_t ประชากรใหม่ P_{t+1} ขนาด N จะถูกเลือกออกจากประชากรรวม R_t ขนาด $2N$ โดย NSGA-II Truncation ตอนเริ่มต้น คำตอบใน R_t จะถูกจัดเรียงตามลำดับชั้น (Rank) ของพวกเขาจากอันดับบนสุด (Rank = 1) ไปจนถึงอันดับต่ำสุด หลังจากนั้น P_{t+1} จะถูกสร้างขึ้น หากจำนวนสมาชิกในอันดับ 1 น้อยกว่า N สมาชิกทั้งหมดในอันดับจะถูกจัดอยู่ใน P_{t+1} จากนั้นสมาชิกในอันดับถัดไปคืออันดับ 2 จะถือว่าได้รับเลือกใน P_{t+1} การพิจารณาจะคล้ายกับอันดับ 1 หากจำนวนสมาชิกของอันดับ 1 และอันดับ 2 รวมกันน้อยกว่า N สมาชิกทั้งหมดในทั้ง 2 อันดับจะถูกเลือก จากนั้นจะพิจารณาสมาชิกในอันดับถัดไป กระบวนการนี้ทำซ้ำจนกระทั่งในอันดับ i จนจำนวนสมาชิกสะสมของอันดับ 1 ถึงอันดับ i มากกว่าหรือเท่ากับ N ถ้าจำนวนเท่ากับ N ถือว่าเสร็จสิ้นกระบวนการ แต่ถ้าจำนวนมากกว่า N สมาชิกกลุ่มแรกจำนวน N -จำนวนสมาชิกสะสม ที่มี Crowding Distance มากที่สุดจะได้เลือกไปเป็นสมาชิกของ P_{t+1} และสิ้นสุดกระบวนการ ขั้นตอนการตัดทอน NSGA-II ยังอธิบายไว้ในรูปที่ 4



รูปที่ 4 NSGA-II truncation

3. กลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนหลายลิงก์สำหรับการสร้างการเคลื่อนที่แนวตั้งในหุ่นยนต์ขา

กลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนหลายลิงก์สำหรับการสร้างการเคลื่อนที่แนวตั้งในหุ่นยนต์ขาเคลื่อนที่ในแนวระนาบ x - z ดังรูปที่ 5 จุด A ซึ่งเป็นจุดศูนย์กลางมวลของหุ่นยนต์และจุด D เป็นจุดที่อยู่บนตัวหุ่น โดยจุด D มีระยะห่างจากจุด A ในแนวแกน x และ z เท่ากับ x_D, z_D ตามลำดับ จุด E เป็นตำแหน่งของล้อที่อยู่หนึ่งข้อเหวี่ยง (Crank, $\overline{AB}$) ยาว r หมุนทำให้ Support Rod ($\overline{CD}$) ยาว s และ Connecting Rod ($\overline{CE}$) ยาว l หมุนตาม โดยที่ $l = l_1 + l_2$ และทำให้จุด A เคลื่อนที่ขึ้นลง โดยที่ z คือตำแหน่งของจุด A เทียบจุดหมุนที่อยู่หนึ่ง E ในทิศทางแกน z



รูปที่ 5 กลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนหลายลิงก์สำหรับการสร้างการเคลื่อนที่แนวตั้งในหุ่นยนต์ขา

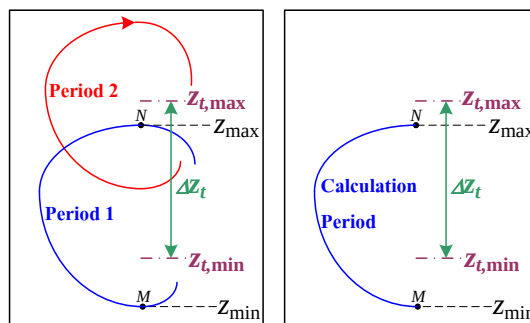
ตัวแปรออกแบบ (Design Variable) ได้แก่ $r, s, l_1, l_2, x_D,$ และ z_D เพื่อทำการหาค่าเหมาะที่สุด ขณะที่เป้าหมายของการออกแบบคือการออกกลไกนี้ก็คือเพื่อให้จุด A เคลื่อนที่ขึ้นลงระหว่างช่วงเป้าหมาย (Target) ของ $z_{\min}$ ($z_{t,\min}$) ไปสู่เป้าหมายของ $z_{\max}$ ($z_{t,\max}$) ด้วยแนวการเคลื่อนที่เป็นเส้นแนวตั้ง โดยในบทความนี้กำหนดให้ $z_{t,\min}$ และ $z_{t,\max}$ คือ 130 และ 330 มม. ตามลำดับ ซึ่งจะทำให้ระยะชัก (Stroke) ของช่วงเป้าหมาย $\Delta z_t = 200$ มม. ขณะที่ค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของตัวแปรแสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของตัวแปรออกแบบ

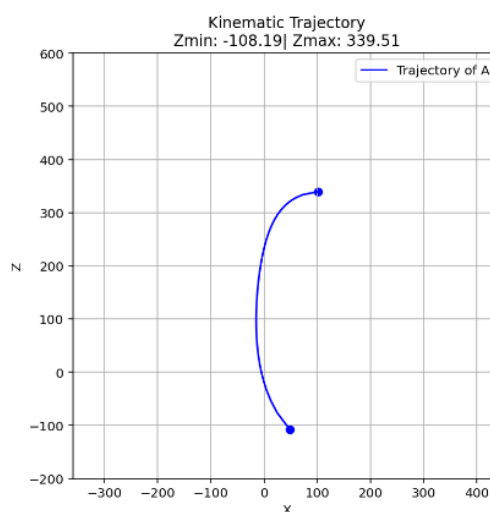
ตัวแปร	ค่าต่ำสุด (มม.)	ค่าสูงสุด (มม.)
r	50	300
s	20	100
l_1	100	400
l_2	100	400
x_D	0	200
z_D	0	200

ทั้งนี้กลไกดังกล่าวอาจไม่สามารถเคลื่อนที่ตลอดทุกมุม Crank แต่เนื่องจากลักษณะการใช้งานกลไกไม่จำเป็นต้องเคลื่อนที่ต่อเนื่องตลอด ดังตัวอย่างหากช่วงการเคลื่อนที่ต่อเนื่องของจุด A ของกลไกแสดงดังรูปที่ 6 ซ้าย ซึ่งมี 2 ช่วงต่อเนื่องของกลไกแสดงโดยเส้นสีน้ำเงินและสีแดง ตามลำดับ ในการตัดสินใจเลือกช่วงใดมาใช้ก็จะเลือกช่วงที่ได้การเคลื่อนที่ที่ใกล้เคียงช่วงเป้าหมาย $z_{t,\min}$ และ $z_{t,\max}$ มากที่สุด เมื่อพิจารณาเปรียบเทียบระหว่างช่วงที่ (Period) 1 และ 2 ก็พบว่าช่วง $z_{\min}$ และ $z_{\max}$ ของช่วงที่ 1 มีความใกล้เคียงกับเป้าหมายมากกว่า จึงพิจารณาเลือกช่วงที่ 1 โดยจะใช้เฉพาะข้อมูลตำแหน่งที่จุด A เคลื่อนที่จากจุดต่ำสุด M ของพิกัด $z_{\min}$ เคลื่อนที่ไปยังจุดสูงสุด N ของช่วงที่ 1 ซึ่งในที่นี่จะให้ $z_{\max}$ ดังแสดงในรูป ทั้งนี้แม้ว่าในความเป็นจริงแล้วจะมีตำแหน่งสูงสุดของกลไกในช่วงที่ 2 แต่กลไกไม่สามารถเคลื่อนที่ไปมาระหว่างช่วงทั้ง

สองได้เพราะข้อจำกัดทางด้านขนาดและรูปร่าง ดังนั้นช่วงคำนวณ (Calculation Period) ก็คือช่วงข้อมูลพิกัดจากจุด M ไป N ดังรูปที่ 6 ขวา รูปที่ 7 แสดงช่วงตำแหน่งของจุด A ที่ใช้ในการคำนวณที่มี $z_{\min} = -108.91$ มม. และ $z_{\max} = 339.51$ มม. สำหรับกลไกตัวอย่างมีค่า $r = 185$ มม., $l_1 = 50$ มม., $l_2 = 190$ มม., $s = 200$ มม., $x_D = 100$ มม., และ $z_D = 100$ มม. ทั้งนี้ในการหาตำแหน่งของจุด A ได้ทำโดยปรับเปลี่ยนมุมของข้อเหวี่ยง (θ) ดังแสดงในรูปที่ 5 ด้วยการใช้ค่ามุม 360 ค่า ซึ่งจะได้ว่า $\theta = 0^\circ, 1^\circ, \dots, 358^\circ, 359^\circ$ โดยจะใช้ค่ามุมข้อเหวี่ยงเช่นนี้ตลอดทุกการคำนวณในบทความนี้

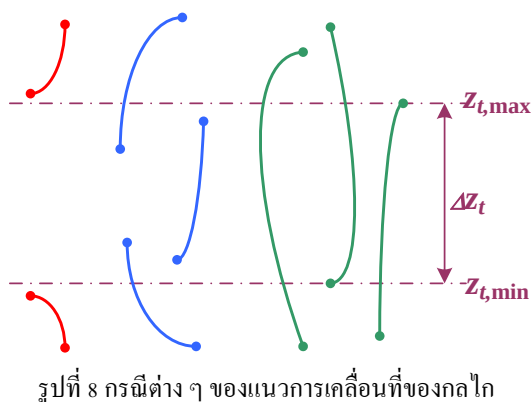


รูปที่ 6 ช่วงการเคลื่อนที่ต่อเนื่องที่แตกต่างกันของจุด A และช่วงที่ใช้ในการคำนวณ



รูปที่ 7 ช่วงที่ใช้ในการคำนวณสำหรับกลไกตัวอย่าง

เมื่อได้ช่วงที่ใช้ในการคำนวณของแต่ละกลไกแล้ว ก็สามารถแบ่งการเคลื่อนที่ของกลไกช่วงที่ใช้ในการคำนวณได้ 3 กรณีดังแสดงด้วยเส้นแนวการเคลื่อนที่ของจุด A ด้วยสีที่แตกต่างกันดังรูปที่ 8 โดยกรณีแรก จุด A ไม่ผ่านช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ เลยซึ่งแสดงด้วยเส้นสีแดงซึ่งแนวการเคลื่อนที่อาจจะเป็นเส้นแฉงบนซึ่ง $z_i > z_{t,max}$ หรือเป็นแบบเส้นล่าง $z_i < z_{t,min}$ ขณะที่กรณีที่ 2 กรณีที่จุด A ผ่านบางส่วนของ $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ แสดงด้วยเส้นสีน้ำเงิน ซึ่งแนวการเคลื่อนที่อาจจะเป็นเส้นน้ำเงินบนซึ่งแนวการเคลื่อนที่ผ่าน $z_{t,max}$ แต่ไม่ผ่าน $z_{t,min}$ หรือเป็นแบบเส้นน้ำเงินล่าง ไม่ผ่าน $z_{t,max}$ แต่ผ่าน $z_{t,min}$ หรือเป็นแบบเส้นน้ำเงินกลางอยู่ภายในระหว่าง $z_{t,min}$ และ $z_{t,max}$ ส่วนกรณีที่ 3 กลไกมีจุด A ผ่านทั้งหมดของช่วงเป้าหมายแสดงด้วยเส้นแนวการเคลื่อนที่สีเขียว เช่นเดียวกับกลไกตัวอย่างในรูปที่ 7



ทั้งนี้หากจะพิจารณาการออกแบบนี้เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดวัตถุประสงค์เดียว (Single-objective Optimization Problem) โดยให้ตัวชี้วัดที่แสดงแนวการเคลื่อนที่เป็นเส้นแนวคังเป็น Objective มีเงื่อนไขบังคับ (Constraint) คือการเคลื่อนที่ขึ้นผ่านช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ ซึ่งหากกำหนดปัญหาเป็นแบบนี้กลไกที่เกิดจากตัวแปรออกแบบที่มีค่าสูงจะได้เปรียบกว่ากลไกที่เกิดจากตัวแปรออกแบบค่าต่ำๆ เพราะมีโอกาสเคลื่อนที่ขึ้นผ่านช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ มากกว่ารวมถึงมีโอกาสเคลื่อนที่เป็นเส้นแนวคัง

ในช่วงดังกล่าวมากกว่า หลังจากการหาค่าเหมาะที่สุด (Optimization) ก็จะทำได้กลไกที่มีลักษณะใหญ่อาจจะไม่ตรงกับความต้องการของงานที่ต้องการกลไกที่มีความกะทัดรัดและเคลื่อนที่ได้ดังที่ต้องการ

ทั้งนี้จึงควรกำหนดการออกแบบเป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ที่มีจำนวนวัตถุประสงค์ (M) เท่ากับ 2 โดยวัตถุประสงค์ (Objective) คือ J_1 และ J_2 โดย วัตถุประสงค์แรก J_1 แสดงความกว้างของการเคลื่อนที่ในแนวคังผ่านช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ ขณะที่วัตถุประสงค์ที่สอง J_2 แสดงระยะที่เบี่ยงเบนในแนวนอนของการเคลื่อนที่ช่วงที่พิจารณา ทั้งนี้จะต้องมีการกำหนด Objective เพื่อป้องกันการได้เปรียบของคำตอบที่มีค่าตัวแปรออกแบบสูงๆ ซึ่งทำให้ได้กลไกที่มีขนาดใหญ่ทำให้มีการเคลื่อนที่ในขอบเขตที่กว้างกว่ากลไกที่กะทัดรัดกว่า

สำหรับวัตถุประสงค์แรก J_1 ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์ที่ต้องการหาค่าสูงสุด (Maximized Objective) ที่แสดงความกว้างของการเคลื่อนที่ในแนวคังผ่านช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ จะลบด้วยค่าตัวแปรหนึ่งเพื่อป้องกันการได้เปรียบดังกล่าวโดยการคำนวณ J_1 จะแบ่งเป็น 2 กรณีดังนี้

- กรณีที่ 1 หากจุด A ไม่ผ่านช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ J_1 ก็จะถูกกำหนดให้เท่ากับค่าลบของระยะไกลที่สุดของพิกัด z_{min} , z_{max} กับ $z_{t,min}$, $z_{t,max}$ ซึ่งสามารถอธิบายด้วยสมการที่ (4)

$$J_1 = -\min(|z_{max} - z_{t,min}|, |z_{min} - z_{t,max}|) \quad (4)$$

ตัวอย่างเช่นหากกลไกแรกมี z_{min} และ z_{max} เท่ากับ 400 และ 600 ตามลำดับ พิกัดที่ใกล้เคียงคือ $z_{min} = 400$ และ $z_{t,max} = 330$ ดังนั้น $J_1 = -70$ ขณะที่กลไกที่สอง มี z_{min} และ z_{max} เท่ากับ -400 และ 100 จะได้ว่า $J_1 = -30$ ซึ่งแม้ว่าทั้ง 2 กลไกไม่เคลื่อนที่ผ่านช่วงเป้าหมายแต่กลไกที่สองเคลื่อนที่ได้ใกล้เคียงเป้าหมายกว่าจึงทำให้มีค่า J_1 ที่ดีกว่า

- กรณีที่ 2 หากจุด A ผ่านบางส่วนหรือทั้งหมดของช่วง $z_{t,min}$ ถึง $z_{t,max}$ เบื้องต้นจะกำหนดค่าเบื้องต้น J_{10} โดยสมการที่ (5)

$$J_{10} = \min(z_{max}, z_{t,max}) - \max(z_{min}, z_{t,min}) \quad (5)$$

ซึ่งจากสมการที่ (5) J_{10} แสดงระยะในแนวแกน z ที่จุด A ผ่านช่วงเป้าหมาย แต่หากให้ J_1 เท่ากันกับ J_{10} ก็จะทำให้กลไกที่มีลักษณะใหญ่ได้เปรียบเพื่อข้อได้เปรียบนี้จึงจะกำหนดวัตถุประสงค์รอง (Minor Objective) สำหรับ Objective หลัก J_1 ก็คือต้องการออกแบบกลไกให้ผลรวมความยาวลิงค์ $\sum L_i = r+s+l_1+l_2$ น้อย โดยผลรวมความยาวถูกเติมเข้าไปโดยจะเป็นค่าที่ลบออกจาก J_{10} ดังแสดงในสมการที่ (6)

$$J_1 = J_{10} - c_1 \frac{(r+s+l_1+l_2)}{r_u+s_u+l_{1u}+l_{2u}} \quad (6)$$

โดยที่ $c_1 \rightarrow 0$ ทั้งนี้ขึ้นกับการกำหนดขึ้นกับหน่วยที่ใช้ด้วย โดยในบทความนี้ใช้ $c_1 = 0.2$ ขณะที่ r_u, s_u, l_{1u}, l_{2u} ขอบเขตบนของ r, s, l_1, l_2 ตามลำดับ จากตารางที่ 1 จะได้ว่า $r_u+s_u+l_{1u}+l_{2u} = 1200$ มม. โดยหลักแล้วส่วนที่เติมเข้าไปจะมีผลกับกรณีที่เกิดกลไกที่จุด A ผ่านทั้งหมดของช่วงเป้าหมาย ซึ่งแบบนี้ $J_{10} = \Delta z_r = 200$ มม. ซึ่งเป็นค่าสูงสุดของ J_{10} ส่วนที่เติมเข้ามาจะไปทำให้ J_1 ลดลงจาก J_{10} เล็กน้อย โดยหากกลไกที่มีความยาวลิงค์รวมมากกว่าจะทำให้ได้ J_1 ที่ต่ำกว่ากลไกที่มีความยาวลิงค์รวมน้อยกว่า ส่วนเหตุผลที่กำหนด c_1 ให้มีค่าน้อยเพราะเพื่อไม่ทำคุณลักษณะของ Objective คลาดเคลื่อนมากเกินไป จากสมการก็จะสังเกตได้ว่าหาก J_1 น้อยกว่า J_{10} สูงสุดเพียงแค่ c_1 มม. เท่านั้นซึ่งเป็นกรณีที่ r, s, l_1, l_2 เท่ากับขอบเขตบน r_u, s_u, l_{1u}, l_{2u} ตามลำดับ

สำหรับวัตถุประสงค์ที่สอง J_2 ซึ่งเป็นวัตถุประสงค์ที่ต้องการหาค่าต่ำสุด (Minimized Objective) ซึ่งแสดงระยะที่เบี่ยงเบนในแนวอนของการเคลื่อนที่ช่วงที่พิจารณา ซึ่งอธิบายได้ดัง 2 สมการต่อไปนี้

$$J_{20} = \sqrt{\frac{\sum_i^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}, \text{ where } \bar{x} = \frac{\sum_i^N x_i}{N} \quad (7)$$

$$J_2 = J_{20} + c_2 \quad (8)$$

จากสมการดังกล่าว ทั้งนี้ช่วงที่พิจารณาซึ่งก็คือช่วงของข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณก็จะแยกคิดเป็นกรณีที่แตกต่าง

กันเช่นเดียวกับค่า c_2 โดยค่า c_2 ที่เพิ่มเข้ามาเพื่อให้เกิดความแตกต่างของ J_2 แต่ละกรณี ในส่วนของการคิดช่วงที่พิจารณาจะไม่ได้พิจารณาเฉพาะข้อมูลช่วงที่เกิดจุด A ผ่านช่วงเป้าหมายเท่านั้นเพราะหากพิจารณาแบบนี้อาจจะทำให้บางกลไกอาจจะมีข้อมูลช่วงนั้นน้อย เมื่อนำไปคำนวณ J_2 ก็อาจจะไม่ได้บ่งบอกถึงลักษณะการเคลื่อนที่มีต่อ J_2 นัก เพื่อให้จำนวนผลของข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณใกล้เคียงกัน จะใช้พิกัด z เป็นเกณฑ์ในการหาช่วงที่พิจารณาโดยจะกำหนดให้ช่วงที่พิจารณามีระยะ Stroke เท่ากับระยะ Stroke ของเป้าหมาย Δz_r

สำหรับกรณีจุด A ไม่ผ่านช่วง $z_{i,\min}$ ถึง $z_{i,\max}$ ซึ่งจะมี 2 กรณีย่อย โดยกรณีย่อยแรก $z_{\max} < z_{i,\min}$ ซึ่งจะได้ตำแหน่ง $z_{\max}$ คือพิกัดที่ใกล้กับพิกัดเป้าหมายช่วง $z_{i,\min}$ ถึง $z_{i,\max}$ โดยช่วงข้อมูลที่ใช้ในการพิจารณาคำนวณ J_2 คือช่วงข้อมูลที่พิกัด $z \in [z_{\max} - \Delta z_r, z_{\max}]$ ส่วนกรณีย่อยที่ 2 $z_{\min} > z_{i,\max}$ ในทำนองคล้ายกันช่วงข้อมูลในการคำนวณคือช่วงข้อมูลที่พิกัด $z \in [z_{\min} - z_{\min} + \Delta z_r]$ ส่วนกรณีที่จุด A ผ่านบางส่วนของ $z_{i,\min}$ ถึง $z_{i,\max}$ ทำนองเดียวกันก็จะมี 2 กรณีย่อย โดยกรณีย่อยแรก $z_{\max} \in [z_{i,\min}, z_{i,\max}]$ ช่วงข้อมูลที่ใช้คือช่วงที่พิกัด $z \in [z_{\max} - \Delta z_r, z_{\max}]$ ขณะที่อีกกรณีคือ $z_{\min} \in [z_{i,\min}, z_{i,\max}]$ ช่วงข้อมูลที่ใช้คือช่วงที่ $z \in [z_{\min} - z_{\min} + \Delta z_r]$ สุดท้ายสำหรับกรณีที่จุด A ผ่านตลอดช่วงเป้าหมาย ข้อมูลที่ใช้คือช่วงที่ $z \in [z_{i,\min}, z_{i,\max}]$

ในส่วนการกำหนดค่า c_2 จะพิจารณาโดยหากกรณีกลไกที่จุด A ผ่านตลอดช่วงเป้าหมาย ก็กำหนดให้ c_2 เท่ากับ 0 ขณะที่กลไกที่จุด A ผ่านบางส่วนของ $z_{i,\min}$ ถึง $z_{i,\max}$ ก็กำหนดให้ c_2 เป็นค่าบวกค่าหนึ่งซึ่งในบทความนี้ให้เท่ากับ 100 มม. สำหรับกรณีจุด A ไม่ผ่านช่วง $z_{i,\min}$ ถึง $z_{i,\max}$ เลย ก็จะกำหนดให้ c_2 มีค่ามากกว่ากรณีผ่านบางส่วนของ โดยกำหนดให้เท่ากับ 200 มม. ทั้งนี้การกำหนด c_2 ก็จะขึ้นกับหน่วยที่ใช้ด้วย โดยตัวเลขที่กำหนด ควรให้แน่ชัดว่า J_2 ของกรณีกลไกที่จุด A ผ่านตลอดช่วงเป้าหมายต้องน้อยกว่ากรณีกลไกที่จุด A ผ่านบางส่วนของหรือไม่ผ่านช่วงเป้าหมายดังกล่าว รวมทั้ง J_2 ของกรณีกลไกที่จุด A ผ่าน

บางส่วนของช่วงเป้าหมายก็จะน้อยกว่ากลไกกรณีจุด A ไม่ผ่านช่วงเป้าหมายเลย โดยหากกลไกมีจุด A เคลื่อนที่ผ่านช่วงเป้าหมาย และช่วงที่ผ่านดังกล่าว ข้อมูลจำนวน N เคลื่อนที่ในแนวตั้งแบบสมมาตรซึ่งก็คือฟังก์ชัน x_i คงที่ตลอด J_2 ก็จะเท่ากับ 0 ซึ่งเป็นค่าต่ำสุดที่เป็นไปได้ของ J_2

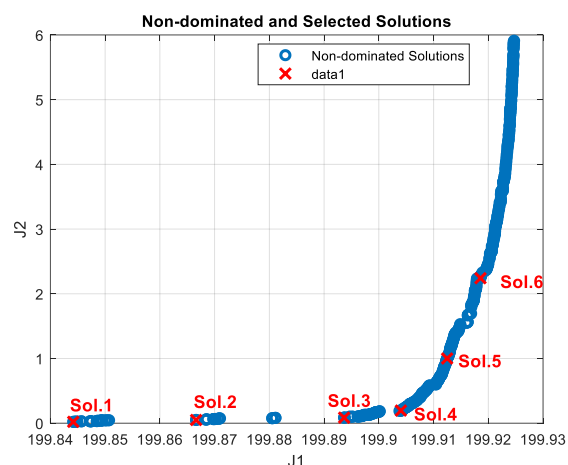
4. ผลการทดสอบและอภิปรายผล

จากที่กล่าวมาในหัวข้อที่แล้ว การออกแบบนี้สามารถกำหนดให้เป็น Multi-objective Optimization Problem, MOOP ที่มี 2 Objective f_1 และ f_2 ในการทำ Optimization ดังแสดงในสมการที่ (9)

$$\text{Maximize } f_1 = J_1 \text{ และ Minimize } f_2 = J_2 \quad (9)$$

โดยมี 6 ตัวแปรออกแบบ (Design Variable) ซึ่งแสดงก่อนหน้านี้นี้ดังตารางที่ 1 ทั้งนี้ได้ใช้โปรแกรม Python สำหรับคำนวณและหาคำตอบ NSGA-II จะถูกใช้ผ่าน Library ที่ชื่อ “pymoo” โดยคำสั่งย่อย “NSGA2” ด้วยการใช้ Population ขนาด 500, จำนวน Generation = 2000, คำตอบถูกเข้ารหัสเป็นเลขจำนวนจริง กระบวนการภายใน NSGA-II จะใช้ Simulated Binary Crossover (SBX) ด้วยความน่าจะเป็น 1.0 และ $\eta_c = 15$ โดยคำสั่งย่อย “SBX” ใน pymoo, Polynomial Mutation (PM) ด้วยความน่าจะเป็น 1/จำนวนตัวแปรออกแบบ (=1/6) และ $\eta_m = 20$ โดยคำสั่งย่อย “PM” ของ pymoo, โดยมีการค้นหาคำตอบซ้ำ 5 ครั้ง ด้วยคอมพิวเตอร์ CPU คือ Intel(R) Core(TM) i9-10900, Ram ขนาด 32.0 GB, และ Hardisc ขนาด 2.73 TB เวลาเฉลี่ยต่อครั้งเท่ากับ 1114.38 วินาที หลังจากนั้นนำกลุ่มคำตอบลัพธ์ในแต่ละครั้งมารวมกันและเปรียบเทียบกันเพื่อหากลุ่มคำตอบที่เป็น Non-dominated Solutions ซึ่งจะเป็นผลลัพธ์ของการค้นหาคำตอบนี้ โดยผลลัพธ์ดังกล่าวและ 6 คำตอบที่จะเลือกมาเป็นตัวอย่างแสดงในรูปที่ 9 โดยพิจารณาเลือกคำตอบที่กระจายทั่วแนวคำตอบแต่ไม่พิจารณาเลือกคำตอบที่มี J_2

มากกว่า 2.5 ซึ่งเป็นค่าเบี่ยงเบนที่ค่อนข้างสูงเมื่อเทียบกับคำตอบอื่น รวมถึงช่วงที่ J_2 มากกว่า 2.5 มีอัตราการเพิ่มขึ้น (แอ่ง) ของ J_2 ต่อการเพิ่มขึ้น (ดีขึ้น) ของ J_1 ที่ชันมากเมื่อเทียบกับช่วงอื่น ซึ่งลักษณะที่ชันมากแบบนี้ หากวิเคราะห์โดยมุมมองที่นอกเหนือจาก MOO อาจกล่าวได้ว่าคำตอบแอ่งหากเทียบกับช่วงอื่น ทั้งนี้ Non-dominated Solutions มีทั้งหมด 508 คำตอบ โดยพบว่ามีคำตอบที่ให้ J_2 น้อยกว่า 1.00 มม. จำนวน 205 คำตอบ ซึ่งคิดเป็น 40.35%



รูปที่ 9 Non-dominated Solutions และคำตอบตัวอย่าง

ทั้งนี้ผลของผลรวมความยาวลิงค์ (Sum of Link Length) คือ Objective J_1 และ J_2 ของ Non-dominated Solutions ที่ได้แสดงดัง

รูปที่ 10 และ

รูปที่ 11 โดย ผลรวมความยาวลิงค์ $= \sum L_i = r+s+l_1+l_2$ ซึ่งจาก

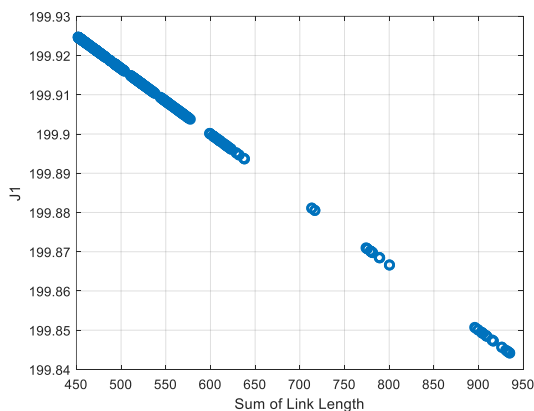
รูปที่ 10 และ

รูปที่ 11 พบว่าผลรวมความยาวลิงค์ที่เพิ่มมีแนวโน้มจะทำให้ค่า Maximized Objective J_1 แอ่ง (ลดลง) อย่างเป็นเชิงเส้น และ Objective J_1 มีค่าน้อยกว่า $\Delta z_r = 200$ มม. เล็กน้อย จึงทำให้ทราบว่า กลไกที่เกิดจาก Non-dominated Solutions ทุกตัวมีจุด A ผ่านช่วงเป้าหมาย

ทั้งหมด เนื่องจากว่าส่วนที่ลบออกจาก J_{10} ในสมการที่ (5) มีค่าแปรผันโดยตรงกับ $\sum L_i$ ค่า J_1 มีแนวโน้มลดลงอย่างเป็นเชิงเส้นเมื่อผลรวมความยาวลิงก์มากขึ้นดัง

รูปที่ 10 ขณะที่ผลรวมความยาวลิงก์ที่เพิ่มขึ้นทำให้ Minimized Objective J_2 ดีขึ้น (ลดลง) โดยผลรวมความยาวลิงก์จะมีผลต่อ J_2 มากกว่า เพราะ J_2 ลดลง (ดีขึ้น) อย่างมากเมื่อผลรวมความยาวลิงก์มากขึ้นดัง

รูปที่ 11 ซึ่งจะเป็นลักษณะตรงข้ามกับ J_1 หากพิจารณาเฉพาะ J_2 ในการเลือกคำตอบ ก็จะได้กลไกที่มีขนาดใหญ่ซึ่งตรงข้ามกับการใช้งานจริงที่ควรเลือกกลไกที่มีความกะทัดรัด

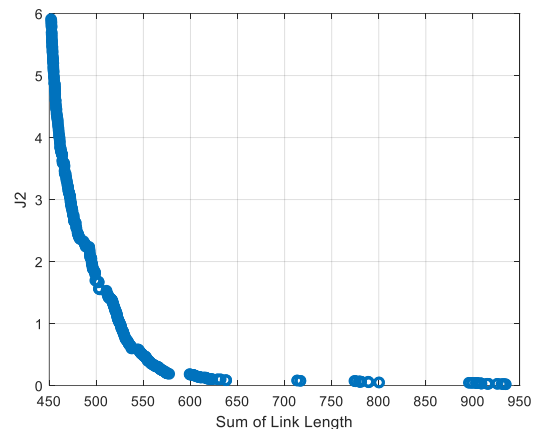


รูปที่ 10 ผลรวมความยาวลิงก์ต่อ Objective J_1 ของ

ผลลัพธ์ Non-dominated Solutions

ตารางที่ 2 รายละเอียดของคำตอบตัวอย่างเลือกจาก Non-dominated Solutions

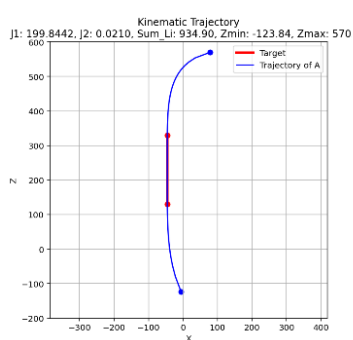
Sol.	$\{r, s, l_1, l_2, x_D, z_D\}$	$\{J_1, J_2\}$	$\sum L_i$	$\{z_{\min}, z_{\max}\}$	$\{\theta_{z,\min}, \theta_{z,\max}\}$
1	{288.55, 95.48, 326.99, 223.88, 189.96, 65.95}	{199.8442, 0.0210}	934.90	{-123.84, 570.19}	{24, 86}
2	{243.31, 63.23, 241.14, 252.63, 99.20, 91.72}	{199.8666, 0.0494}	800.30	{-62.54, 464.49}	{30, 86}
3	{117.27, 20.97, 371.72, 128.03, 25.78, 24.94}	{199.8937, 0.0856}	637.99	{-153.57, 447.35}	{23, 81}
4	{111.46, 20.00, 315.77, 128.61, 23.29, 30.86}	{199.9040, 0.1951}	575.83	{-141.39, 386.27}	{346, 69}
5	{99.87, 20.06, 285.35, 119.88, 21.50, 34.05}	{199.9125, 0.9997}	525.15	{-121.50, 336.36}	{342, 67}
6	{118.01, 24.87, 238.36, 107.35, 28.19, 18.79}	{199.9186, 2.2408}	488.59	{129.99, 349.52}	{335, 69}



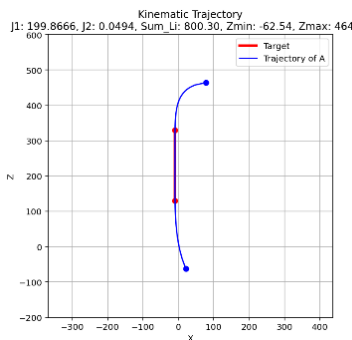
รูปที่ 11 ผลรวมความยาวลิงก์ต่อ Objective J_2 ของ

ผลลัพธ์ Non-dominated Solutions

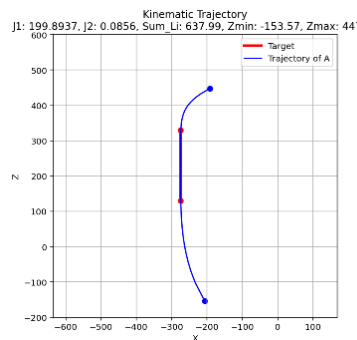
รายละเอียดของคำตอบตัวอย่างทั้ง 6 คำตอบที่เลือกจาก Non-dominated Solutions ดังแสดงในรูปที่ 9 ได้แสดงตารางที่ 2 ประกอบด้วยค่าตัวแปรออกแบบ Objective $\{J_1, J_2\}$ ผลรวมความยาวลิงก์, $\{z_{\min}, z_{\max}\}$ และมุมข้อเหวี่ยง $(\theta_{z,\min}, \theta_{z,\max})$ ของตำแหน่ง $\{z_{\min}, z_{\max}\}$ ขณะเส้นทางการเคลื่อนที่ของจุด A ของกลไกที่เกิดจากคำตอบตัวอย่างแสดงในรูปที่ 12 โดยหน่วยที่แสดงในตารางและรูปดังกล่าวเป็น มม. ทั้งหมด



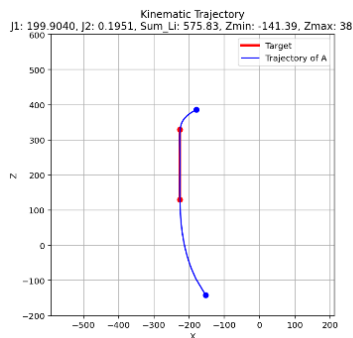
(ก) คำตอบถูกเลือกที่ 1



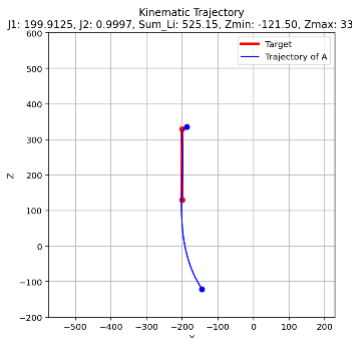
(ข) คำตอบถูกเลือกที่ 2



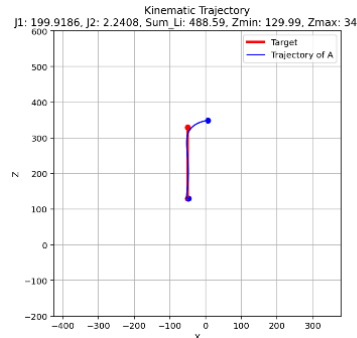
(ค) คำตอบถูกเลือกที่ 3



(ง) คำตอบถูกเลือกที่ 4



(จ) คำตอบถูกเลือกที่ 5

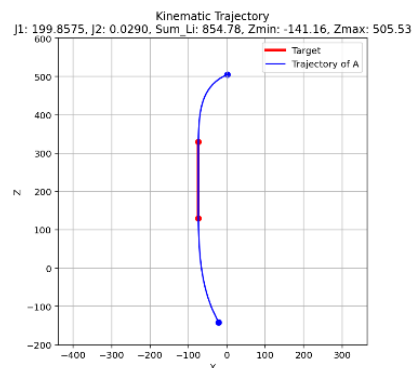


(ฉ) คำตอบถูกเลือกที่ 6

รูปที่ 12 เส้นทางเคลื่อนที่ของจุด A ของกลไกที่เกิดจากคำตอบตัวอย่าง

เพื่อเปรียบเทียบผลที่ได้มา บทความนี้ได้ทำการจำลองการออกแบบกลไกให้เป็น Single-objective Optimization Problem (SOOP) โดยให้ J_2 เป็น Optimized Objective ขณะที่เงื่อนไขข้อบังคับ (Constraint) กำหนดให้กลไกมีจุด A ผ่านทั้งหมดของช่วง $z_{i,\min}$ ถึง $z_{i,\max}$ จากนั้นใช้ Optimization Algorithm สำหรับ SOOP ซึ่งได้ใช้ Particle Swarm Optimization (PSO) ด้วยการใส่ Population ขนาด 500, จำนวน Generation = 2000, โดยใช้ Library “pyswarm” ด้วยคำสั่ง “pso” และค้นหาคำตอบซ้ำ 5 ครั้งด้วยคอมพิวเตอร์เดิม เวลาเฉลี่ยต่อครั้งเท่ากับ 943.94 วินาที จากนั้นนำคำตอบแต่ละครั้งมาเปรียบเทียบกันแล้วเลือกคำตอบที่ดีที่สุดซึ่งได้คือ $\{r, s, l_1, l_2, x_D, z_D\} = \{238.17, 87.14, 303.63, 225.84, 144.89, 89.98\}$ โดย $J_2 = 0.0290$, $\sum L_i = 854.78$, $z_{\min} = -141.16$, $z_{\max} = 505.53$

เส้นทางเคลื่อนที่ของจุด A ของกลไกที่ได้คำตอบนี้แสดงดังรูปที่ 12



รูปที่ 13 เส้นทางเคลื่อนที่ของจุด A ของกลไกที่ได้จาก Single-objective Optimization โดย PSO

เมื่อเปรียบเทียบคำตอบตัวอย่างที่ 1 โดย NSGA-II ซึ่งเป็นคำตอบที่มี J_2 ดีที่สุดเทียบกับคำตอบเดี่ยวที่ได้

จาก SOO โดย PSO ซึ่งใช้ J_2 เป็น Optimized Objective ก็พบว่าคำตอบตัวอย่างที่ 1 จาก MOO โดย NSGA-II ให้ค่า J_2 ต่ำกว่าเล็กน้อย (0.0210 กับ 0.0290 มม.) แต่คำตอบตัวอย่างที่ 1 จาก MOO ก็อาจจะไม่ค่อยเหมาะสมเพราะ $\sum L_i$ ก่อนข้างสูงซึ่งเท่ากับ 934.90 มม. นอกจากนี้เมื่อนำคำตอบโดย SOO ที่มีผลรวมความยาวลิงค์เท่ากับ 854.78 มม. เปรียบเทียบคำตอบตัวอย่างที่ 2-4 โดย MOO ที่มีผลรวมความยาวลิงค์เท่ากับ 800.30, 637.99, 575.83 มม. ซึ่งน้อยกว่าคำตอบโดย PSO แม้ว่าคำตอบโดย MOO ทั้ง 3 นี้จะมี J_2 ที่ต่ำกว่าคำตอบโดย SOO แต่เนื่องด้วย J_2 ซึ่งแสดงการเบี่ยงเบนในแนวแกน x ที่มีค่าน้อยกว่า 1 มม. ซึ่งในทางปฏิบัติถือว่าน้อยมากเมื่อเทียบกับช่วงเป้าหมายการเคลื่อนที่ $\Delta z_i = 200$ มม. ในแนวแกน z โดยหากเทียบแล้วสามารถลดผลรวมความยาวลิงค์ได้ 6.37%, 25.36%, 32.63% ตามลำดับ ซึ่งจะทำได้กลไกที่กะทัดรัดขึ้นกว่าคำตอบจาก SOO ขณะที่คำตอบที่ 4 มีความยาว r, s, l_2, x_D , และ z_D , ลดลง 53.2%, 77.0%, 43.1%, 83.9% และ 65.7% ขณะที่ความยาว l_1 เพิ่มขึ้นเล็กน้อย 4.0% เมื่อเทียบคำตอบจาก SOO ผลลัพธ์ดังกล่าวแสดงให้เห็นว่ากระบวนการ Optimization สามารถช่วยลดขนาดของชิ้นส่วนกลไกได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะ r, s, l_2, x_D , และ z_D ซึ่งมีอัตราการลดลงสูงมากกว่า 40% ส่งผลให้โครงสร้างโดยรวมมีขนาดกะทัดรัดมากขึ้น แม้ว่า x_D , และ z_D ไม่มีผลต่อผลรวมความยาวลิงค์ การลดลงของตัวแปรทั้ง 5 ทำให้มวลและโมเมนต์ความเฉื่อยของระบบลดลง รวมถึงทำให้ตำแหน่ง C.G. อยู่ต่ำใกล้แกนส้อมมากขึ้น ซึ่งจะช่วยลดโมเมนต์การล้ม ซึ่งอาจส่งผลดีต่อการตอบสนองเชิงพลศาสตร์ และประสิทธิภาพในการควบคุมของกลไกในภาพรวม คำตอบตัวอย่างที่ 4 จึงเป็นคำตอบที่น่าสนใจในการพิจารณาเลือกใช้

คำตอบตัวอย่างที่ 5 และ 6 โดย MOO เป็นคำตอบที่มีผลรวมความยาวลิงค์น้อย จากข้อมูล $o_{z_{min}}, o_{z_{max}}$ ในตารางที่ 2 พบว่าช่วงการเคลื่อนที่ไปมาต่อเนื่องของกลไกสำหรับคำตอบที่ 5 ระหว่างมุมข้อเหวี่ยง -18° (342°) กับ 67°

ขณะที่กลไกของคำตอบที่ 6 เคลื่อนที่ไปมาระหว่างมุมข้อเหวี่ยง -25° (342°) กับ 67° ดังที่กล่าวก่อนหน้านี้กลไกอาจไม่สามารถเคลื่อนที่ตลอดทุกมุม Crank โดย z_{max} ของคำตอบที่ 5 ใกล้กับตำแหน่งเป้าหมาย $z_{t_{max}}$ มาก ขณะที่ z_{min} ของคำตอบที่ 6 ก็เกือบจะเท่ากับ $z_{t_{min}}$ ทั้งนี้ตำแหน่งที่ใกล้เคียง $z_{t_{min}}$ และ $z_{t_{max}}$ ดังกล่าว อาจจะทำให้กลไกจากคำตอบนี้เคลื่อนที่ยากในทางปฏิบัติ รวมถึงเกิดแรงสูงตรงจุดต่อระหว่างลิงค์ที่ต่อกันได้เนื่องจากเป็นตำแหน่งใกล้กับขอบเขตเคลื่อนที่ไม่ได้ ซึ่งคำตอบทั้งสองนี้อาจจะไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ รวมถึงเมื่อทำชิ้นงานจริง ความคลาดเคลื่อนเพียงเล็กน้อยของความยาวลิงค์ในกลไกเนื่องจากกระบวนการผลิตอาจจะทำให้ z_{min}, z_{max} เปลี่ยนแปลงไปแม้เพียงเล็กน้อย แต่อาจจะทำให้กลไกไม่สามารถเคลื่อนที่ตามเป้าหมายได้ นอกจากนั้นการเลือกคำตอบจาก MOO ก็ขึ้นอยู่กับลักษณะการใช้งาน รวมถึงปัจจัยอื่นจากกระบวนการเพิ่มเติมต่อจาก Optimization นี้ เป็นต้น

5. สรุป

งานวิจัยนี้ได้ทำการออกแบบกลไกข้อเหวี่ยงตัวเลื่อนหลายลิงค์สำหรับการสร้างการเคลื่อนที่แนวตั้งในหุ่นยนต์ขา ต้องการออกแบบกลไกที่ให้การเคลื่อนที่ในแนวตั้งผ่านตำแหน่งเป้าหมาย และลดการเคลื่อนที่ในแนวนอน ด้วยกำหนดให้การออกแบบให้เป็นปัญหาการหาค่าเหมาะที่สุดแบบหลายวัตถุประสงค์ (MOOP) ที่มี 2 วัตถุประสงค์ J_1 และ J_2 โดยใช้ MOO ในการค้นหาคำตอบ รวมถึงมีการเพิ่มผลของความยาวรวมของลิงค์เข้ามาพิจารณาในวัตถุประสงค์ J_1 เพื่อให้ได้กลไกที่มีความยาวรวมของลิงค์น้อยได้มี J_1 ที่ดี โดยผลลัพธ์ของ MOO คือกลุ่มคำตอบที่ดีที่สุดจำนวนหนึ่งเรียกว่า Non-dominated Solutions ซึ่งได้คำตอบที่มีระยะการเคลื่อนที่ในแนวช่วงตำแหน่งเป้าหมายน้อยกว่า 1.00 มม. จำนวน 205 คำตอบ ซึ่งคิดเป็น 40.35% จากคำตอบลัพธ์โดย MOO จากคำตอบที่ได้พบว่ามีจำนวนมากที่ทำให้ได้กลไกกะทัดรัดขึ้นกว่าคำตอบที่ได้จาก SOO ด้วยซึ่งการที่ MOO ให้คำตอบ

จำนวนหนึ่งก็จะเป็นสิ่งที่ดีสำหรับการเลือกใช้งานได้หลากหลาย ขณะที่ SOO ให้คำตอบเพียงหนึ่งเดียวเท่านั้น แม้ว่าผลการจำลองที่ได้จะแสดงให้เห็นว่าค่าพารามิเตอร์ที่ผ่านกระบวนการ Optimization สามารถช่วยลดขนาดของกลไกและทำให้กลไกเคลื่อนที่ตามต้องการ ก่อนนำไปใช้งานจริง ยังจำเป็นต้องมีกระบวนการเพิ่มเติมเพื่อยืนยันความถูกต้องและความเป็นไปได้ในการใช้งานจริง เช่นการออกแบบรูปร่างชิ้นส่วน การวิเคราะห์เชิงพลศาสตร์และความแข็งแรงของชิ้นส่วน รวมถึงการประเมินเสถียรภาพของระบบระหว่างการเคลื่อนที่จริง จากนั้นพัฒนาหุ่นยนต์ต้นแบบและทำการทดสอบร่วมกับระบบควบคุมจริง เช่น การทรงตัว การเดิน การตอบสนองต่อแรงรบกวน และการเคลื่อนที่บนพื้นผิวที่แตกต่างกัน เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

- [1] Y. Yoshimoto, J. Watanabe, K. Kitagawa and H. Muramatsu, “A prismatic joint mechanism for high payload capacity of hybrid mobile robots,” *Advanced Robotics*, vol. 39, no. 21, pp. 1346–1359, 2025.
- [2] S. Mohamed, H. Q. Le, Y. Kim and B. Shin, “Design and modeling of hexapod robot using telescopic legs connected to pivot joints at the hips,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, vol. 238, no. 8, pp. 3480–3497, 2024.
- [3] A. G. Erdman, G. N. Sandor and S. Kota, *Mechanism Design: Analysis and Synthesis*, Prentice Hall, 2001.
- [4] R. L. Norton, *Design of Machinery: An Introduction to the Synthesis and Analysis of Mechanisms*, 6th ed., 2020.
- [5] V. Klemm et al., “Ascento: A two-wheeled jumping robot,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation (ICRA)*, 2019.
- [6] P. Rajesh, R. Rajendra and P. G. Rao, “Development and evaluation of a versatile control system in an adaptable multi- legged robot using a modified Peaucellier- Lipkin mechanism,” *Journal of Mechanics of Continua and Mathematical Sciences*, vol. 19, no. 11, 2024.
- [7] J. Zhou, H. Yu, M. He, Y. Zhang, X. Luan and Y. Liu, “ Application- oriented classification and performance analysis of precision linear feed mechanisms for machine tools,” *Science Progress*, vol. 109, no. 1, 2026.
- [8] M. H. Raibert, *Legged Robots That Balance*, MIT Press, 1986.
- [9] C. Li, Y. Ding and H. W. Park, “Centroidal-momentum-based trajectory generation for legged locomotion,” *Mechatronics*, vol. 68, p. 102364, 2020.
- [10] Z. Xie, Y. Wang, X. Luo, P. Arpent, F. Ruggiero and B. Siciliano, “Three-dimensional variable center of mass height biped walking using a new model and nonlinear model predictive control,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 197, p. 105651, 2024.
- [11] X. Feng, S. Liu, Q. Yuan, J. Xiao and D. Zhao, “Research on wheel-legged robot based on LQR and ADRC,” *Scientific Reports*, vol. 13, no. 1, 15122, 2023.
- [12] H. Zhang and N. Mohamad Nor, “Control strategies for two- wheeled self- balancing robotic systems: A comprehensive review,” *Robotics*, vol. 14, no. 8, p. 101, 2025.

- [13] K. Deb, Multi- Objective Optimization using Evolutionary Algorithms, John Wiley and sons, 2001.
- [14] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA- II," IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, April 2002.
- [15] A. Xu, Z. Wan, X. Wang, X. Zhang, and C. Yang, "Helicopter power and vibration reduction by segment control of active twist rotor," Aerospace Science and Technology, vol. 168, Part F, 111207, 2026.
- [16] F. Weng, M. Su, P. Hajek, M. Z. Abedin, "A multi-objective framework for predicting public opinion trends on infectious diseases using NSGA- II and interval predictions," Expert Systems with Applications, vol. 298, Part B, 129583, 2026.
- [17] V. H. Truong, T. C. Cao, S. Tangaramvong, "A robust machine learning- based framework for handling time- consuming constraints for bi-objective optimization of nonlinear steel structures," Structures, vol 62, 106226, 2024.
- [18] N. Srinivas and K. Deb, "Multiobjective function optimization using nondominated sorting genetic algorithms," Evolutionary Computation, vol. 2, no. 3, pp. 221–248, 1995.

ประวัติผู้ประพันธ์



รศ.ดร.กิตติพงษ์ บุญโถ่ง
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ
วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
งานวิจัยที่สนใจ: การหาค่าเหมาะที่สุด
การสันสะเทือนเชิงกล, การเรียนรู้ของเครื่อง



ผศ.ดร.พuthา จินท้าว
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ
วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
งานวิจัยที่สนใจ: ไตรโบโลยี การ
สันสะเทือนเชิงกล, การออกแบบเครื่องจักรกล



ดร.นัฐพล ศรีรัตนศักดิ์
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ
วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา
งานวิจัยที่สนใจ: ระบบควบคุม

พลศาสตร์ หุ่นยนต์ และระบบอัตโนมัติ



ผศ.ดร.นันทวัฒน์ วีระยุทธ
ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะ
วิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัย
อุบลราชธานี

งานวิจัยที่สนใจ: การหาค่าเหมาะที่สุดสำหรับการ
ออกแบบเชิงสหวิทยาการ, การวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธี
ไฟไนต์เอลิเมนต์, วิทยาการหุ่นยนต์และเมคคาทรอนิกส์