

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการแข็งตัวของเกลือไฮเดรตที่ติด ครีบทตามแนวยาวซึ่งมีโปรไฟล์สี่เหลี่ยม

Mathematical Model of Solidification of Hydrated Salts with a Longitudinal Fin of Rectangular Profile

พีรวัชร มินตา¹และ วรเชษฐ ภิรมย์ภักดี^{1*}

Pheerawat Minta and Worachest Pirompugd

¹ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา

169 ถนนลงหาดบางแสน ตำบลแสนสุข อำเภอเมืองชลบุรี จังหวัดชลบุรี 20131

*ผู้นิพนธ์ประสานงาน : worapiro@eng.buu.ac.th

วันที่รับบทความ: 14 กันยายน 2566 / วันที่แก้ไขบทความ: 21 ตุลาคม 2566 / วันที่ตอบรับการตีพิมพ์: 25 ตุลาคม 2566

บทคัดย่อ เกลือไฮเดรต (Salt hydrate) เป็นวัสดุเปลี่ยนสถานะซึ่งเป็นสารอนินทรีย์ที่สามารถดูดซับและปล่อยพลังงานความร้อนในระหว่างกระบวนการเปลี่ยนเฟส เกลือไฮเดรตมีคุณสมบัติที่ดีในการใช้งาน อาทิเช่น มีความร้อนแฝงสูง ไม่ติดไฟ มีความสามารถในการกักเก็บพลังงานที่ดี และราคาไม่แพง ซึ่งเกลือไฮเดรตถูกนำมาใช้ในการกักเก็บงานอย่างแพร่หลาย เช่น การกักพลังงานความร้อนในโรงเรือน ที่จัดเก็บพีซีเอ็ม ในบทความนี้ จะเป็นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้ สำหรับการแข็งตัวของวัสดุเปลี่ยนสถานะ ซึ่งก็คือเกลือไฮเดรต เมื่อกำหนด อุณหภูมิผนัง 25 องศาเซลเซียส ความยาวของครีบท 0.05 เมตร ครีบทกว้าง 0.01 เมตร สำหรับความสูงของพีซีเอ็มจะมี 7 ขนาด คือ 0.01 – 0.07 เมตร ซึ่งเพิ่มขนาดละ 0.01 เมตร จากผลลัพธ์ที่ได้ พบว่า เมื่อความสูงเท่ากับ 0.01 เมตร เวลาในการแข็งตัวของพีซีเอ็มทั้งหมด จะมีค่าน้อยที่สุด ในขณะที่ เมื่อความสูงเท่ากับ 0.05 – 0.07 เมตร จะใช้เวลาในการแข็งตัวทั้งหมดเท่ากันและใช้เวลานานที่สุด และจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จะพบว่า เวลา อุณหภูมิที่ผนัง และขนาดของครีบท จะส่งผลกระทบต่อระยะการแข็งตัวของพีซีเอ็ม

คำสำคัญ : วัสดุเปลี่ยนสถานะ(พีซีเอ็ม), การแข็งตัว, ที่จัดเก็บพลังงาน, การถ่ายโอนความร้อน, ครีบทตามแนวยาว

Abstract Salt hydrates are inorganic phase change materials (PCMs) that can absorb and release heat energy during the phase change process. There are good properties for many applications, such as high latent heat, non-flammable, good energy storage capacity and expensive. Salt Hydrates are used for storage applications such as greenhouses and PCMs energy storage. In this paper, a mathematical model of solidification of a PCMs called hydrated salt is developed and analyzed. The conditions are that the wall temperature is 25 °C, fin length is 0.05 m., fin width is 0.01 m. PCMs storage heights are 7 sizes, 0.01 – 0.07 m. in increments of 1 cm. For a height of 0.01 m, the total time of solidification of PCMs is minimum. For at a height of 0.05 – 0.07 meters, it takes the same time for solidification and takes the most time. From the mathematical model it is found that the time, wall temperature, and fin size affect the distance of PCMs solidification.

Keywords: Phase Change Materials (PCMs), Solidification, Energy storage, Heat transfer, Longitudinal fins

1. บทนำ

วัสดุเปลี่ยนสถานะ (Phase Change Materials, PCMs) หรือพีซีเอ็ม เป็นวัสดุที่สามารถดูดซับและปล่อยพลังงานในระหว่างกระบวนการเปลี่ยนสถานะ นั่นคือจากการแข็งตัวจากสถานะที่เป็นของเหลวกลายเป็นของแข็งจะมีการปล่อยพลังงาน และจากการหลอมเหลวจากสถานะที่เป็นของแข็งกลายเป็นของเหลวจะมีการดูดซับพลังงาน แต่การเปลี่ยนสถานะจากของเหลวไปเป็นก๊าซนั้นไม่เหมาะสมที่จะใช้ในการจัดเก็บพลังงานความร้อน เนื่องจากต้องใช้ปริมาณมากหรือแรงดันสูงเพื่อให้วัสดุอยู่ในสถานะของก๊าซ ในการดูดซับและปล่อยพลังงานความร้อนจะเกิดจากความร้อนแฝง (Latent heat) ของพีซีเอ็มที่ทำงานกันเป็นวงจร ทำให้สามารถนำพีซีเอ็มมาใช้ในงานได้อย่างหลากหลายในงานที่ต้องการที่จะควบคุมอุณหภูมิ และยังสามารถช่วยประหยัดพลังงานและเป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อมอีกด้วย ตัวอย่างเช่น การก่อสร้างอาคาร การจัดเก็บพลังงานความร้อน โซลาร์เซลล์ เป็นต้น พลังงานความร้อนที่ส่งผลต่อการเปลี่ยนสถานะของพีซีเอ็มแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ ความร้อนสัมผัส (Sensible heat) คือ พลังงานความร้อนที่อุณหภูมิของสารที่เปลี่ยนแปลงไป โดยไม่มีการเปลี่ยนเฟส และความร้อนแฝง (Latent heat) คือ พลังงานความร้อนที่ทำให้สารเปลี่ยนเฟส พีซีเอ็มแบ่งออกเป็น 3 ชนิดหลัก คือ พีซีเอ็มอินทรีย์ พีซีเอ็มอนินทรีย์ และพีซีเอ็มยูเทคติก พีซีเอ็มอินทรีย์คือจำพวกพาราฟินและที่ไม่เป็นพาราฟิน พาราฟินบริสุทธิ์จำเป็นที่ต้องใช้ต้นทุนเป็นจำนวนมากทำให้ในอุตสาหกรรมได้นำการผสมกับสารอื่นทำให้ความจุในการกักเก็บพลังงานของพาราฟินเพิ่มขึ้น ทำให้สามารถเลือกใช้งานในอุณหภูมิที่กว้างขึ้น และพาราฟินมีคุณสมบัติที่ดีคือ มีความปลอดภัยในการใช้งาน ไม่เกิด

สนิม และในการเปลี่ยนสถานะมีเสถียรภาพที่ดี พีซีเอ็มที่ไม่เป็นพาราฟินเป็นสารประกอบอินทรีย์อื่นๆ รวมไปถึงจำพวกเอสเทอร์และไขมันไม่อิ่มตัว (กรดไขมัน) ซึ่งมันสามารถติดไฟได้ ดังนั้นจึงไม่ควรใช้งานในอุณหภูมิที่สูงเกินไป หรือใช้ร่วมกับสารออกไซด์ที่อาจก่อให้เกิดเปลวไฟได้ พีซีเอ็มอนินทรีย์ เช่นเกลือไฮเดรต โลหะและโลหะผสม ซึ่งพีซีเอ็มที่เป็นอนินทรีย์นี้มีคุณสมบัติที่ไม่ติดไฟ มีความร้อนแฝงที่สูง มีสามารถในการกักเก็บพลังงานที่ดี และราคาไม่แพงเมื่อเทียบกับพีซีเอ็มชนิดอื่นๆ แต่ข้อเสียก็คือสามารถที่จะรั่วไหลได้ในขณะเปลี่ยนแปลงเฟส พีซีเอ็มยูเทคติกเป็นส่วนผสมของพีซีเอ็มอนินทรีย์และพีซีเอ็มอินทรีย์ ละลายที่อุณหภูมิต่ำกว่าอุณหภูมิของสารอื่นๆ มีคุณสมบัติหลักคือความสามารถในการละลายหรือแข็งตัวโดยไม่ต้องมีการแยกกันระหว่างเฟส [1-3]

ในปี ค.ศ. 2003, Lamberg และ Sirén [4] ได้ศึกษา ระบบจัดเก็บความร้อนแฝงโดยใช้กรีปเป็นตัวเสริมประสิทธิภาพในการนำความร้อนของพีซีเอ็ม วิเคราะห์โดยการสร้างแบบจำลองในการหาตำแหน่งของส่วนผสมระหว่างของแข็ง-ของเหลว และการกระจายอุณหภูมิของกรีปในกระบวนการแข็งตัวที่อุณหภูมิที่ผกผันที่ ในปี ค.ศ.2010, Vitorino และคณะ [5] ได้นำเสนอการวิเคราะห์การแข็งตัวที่ถูกควบคุมโดยชั้นของแข็งเพียงอย่างเดียว โดยใช้วิธีการเชิงตัวเลขวิเคราะห์การนำความร้อนผ่านชั้นของแข็ง การพาความร้อนในของเหลวเย็นและขอบเขตที่เปลี่ยนแปลงไป ซึ่งความถูกต้องของสมการจะวิเคราะห์จากการเปรียบเทียบกันระหว่างการแก้ปัญหาเชิงตัวเลขกับการแก้ปัญหาการควบคุมโดยการนำความร้อนในชั้นของแข็ง ในปี ค.ศ. 2011, Sanusi และคณะ [6] ได้ทำการปรับปรุงการนำความร้อนของพีซีเอ็ม โดยการผสมเส้นใยนาโนกราไฟท์เข้ากับพาราฟิน โดยที่เส้นใยนาโนกราไฟท์จะช่วย

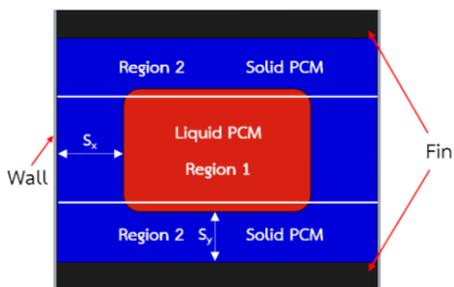
ในการกระจายความร้อนและทำให้ประสิทธิภาพของการระบายความร้อนเพิ่มขึ้น จากการทดลองพบว่าสามารถลดอุณหภูมิสูงสุดในหน่วยกักเก็บความร้อน ได้ 48% และช่วยลดเวลาในการแข็งตัวได้มากถึง 61% ในปี 2015, Li และคณะ [7] ได้ศึกษาเกี่ยวกับการแข็งตัวและหลอมเหลวของวัสดุเปลี่ยนสถานะในทรงกลม โดยการนำพีซีเอ็มที่เป็นอินทรีย์ใส่ในทรงกลมและเติมผงอลูมิเนียม จากนั้นเปรียบเทียบผลการทดสอบระหว่างพีซีเอ็มที่ผสมผงอลูมิเนียมกับไม่ผสมผงอลูมิเนียม ผลที่ได้คือพีซีเอ็มส่วนบนของทรงกลมจะหลอมเหลวเร็วกว่าในส่วนล่างและพีซีเอ็มที่ใกล้กับผนังด้านในจะแข็งตัวเร็วกว่าพีซีเอ็มที่อยู่ตรงกลางของทรงกลม เนื่องจากผงอลูมิเนียมเข้าไปเพิ่มการเร่งการถ่ายโอนความร้อนของทรงกลมทั้งหมดในกระบวนการหลอมเหลว ในปี ค.ศ. 2016, Babapoor และคณะ [8] ได้มีการทดลองเกี่ยวกับการเพิ่มอนุภาคนาโนเข้าร่วมกับพีซีเอ็มเพื่อเพิ่มการนำความร้อนของพีซีเอ็ม แต่อาจทำให้ความร้อนจำเพาะมีค่าลดลง ในปี ค.ศ. 2017, Pan และคณะ [9] ได้ทำการศึกษากระบวนการจัดเก็บพลังงานโดยใช้คริสปเป็นตัวช่วยพีซีเอ็มในการถ่ายโอนความร้อน โดยใช้แบบจำลองความต้านทานความร้อนแบบเลขฮอร์ในการวิเคราะห์ ซึ่งเป็นแบบจำลองใหม่ที่ได้เสนอเป็นครั้งแรก แบบจำลองนี้สามารถใช้ร่วมกับคริสปหลายมิติได้ ผลลัพธ์ที่ได้คือ มีความแม่นยำสูงในการหาค่าเวลาในการแข็งตัวของพีซีเอ็ม และยังแสดงถึงกระบวนการแข็งตัวแบบไม่เชิงเส้นในโครงสร้างระบบจัดเก็บพลังงานแฝงที่มีคริสป ในปี ค.ศ. 2018, Narasimhan และคณะ [10] ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับการแข็งตัวของพีซีเอ็มที่ผสมกับอนุภาคนาโนในทรงกลม ผลลัพธ์คือ การผสมอนุภาคนาโนเพิ่มเข้าไปทำให้อัตราการถ่ายโอนความร้อนของพีซีเอ็มเพิ่มขึ้น ในปี ค.ศ. 2018, Abdulateef และคณะ [11] ได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับพารามิเตอร์ของคริสปที่เหมาะสมที่จะใช้สำหรับเพิ่มการหลอมเหลวและการแข็งตัวของอนุภาคนาโนอลูมินา (Al_2O_3) และพาราฟิน (RT82) ใน

เครื่องแลกเปลี่ยนความร้อน โดยคริสปที่ใช้จะเป็นคริสปสามเหลี่ยมภายนอก ซึ่งผลที่ได้คือคริสปความยาว 141 มม. ถือว่ามีประสิทธิภาพมากที่สุด โดยจะลดระยะเวลาในการหลอมเหลวและแข็งตัวได้มากที่สุด ในปี ค.ศ. 2021 Choo และ Wei [1] ได้ทำการศึกษาเกลือไฮเดรตที่เป็นพีซีเอ็มอนินทรีย์มาใช้แทนพีซีเอ็มที่เป็นอินทรีย์ ซึ่งมีคุณสมบัติที่ดีกว่า เช่น ในด้านความปลอดภัยและเป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม และในปี ค.ศ. 2023, Zhang และคณะ [12] ได้ทำการศึกษาการปรับปรุงประสิทธิภาพการแข็งตัวของพีซีเอ็มสำหรับการจัดเก็บพลังงานความร้อนแฝงโดยใช้คริสปและอนุภาคนาโนที่มีโครงสร้างใหม่ โดยจะเป็นการใช้พีซีเอ็มร่วมกับอนุภาคนาโนและคริสปเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการถ่ายโอนความร้อนของพีซีเอ็ม วิเคราะห์จากการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 2 มิติ ผลลัพธ์ที่ได้คือระยะเวลาในการแข็งตัวและหลอมเหลวมีค่าลดลง

นอกจากนี้ จะพบว่า แม้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 2 มิติจะให้ผลลัพธ์ที่ดีกว่าแบบจำลอง 1 มิติ แต่มีความยุ่งยากในการใช้งาน และในบางสภาวะแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 1 มิติ ก็ให้ผลลัพธ์ที่แตกต่างไปจากแบบจำลอง 2 มิติไม่มากนัก อีกทั้ง ยังไม่ปรากฏงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับอัตราสัดส่วน (Aspect ratio) ที่มีต่อการแข็งตัวของเกลือไฮเดรต (Salt hydrate) อีกด้วย ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จะนำเสนอการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการถ่ายโอนความร้อน 1 มิติสำหรับการกลายเป็นของแข็งของเกลือไฮเดรตที่ติดคริสปตามแนวยาวที่มีโปรไฟล์สี่เหลี่ยม และยังมีนำเสนอผลกระทบของอัตราสัดส่วน (Aspect ratio) ของวัสดุเปลี่ยนสถานะที่มีต่อระยะเวลาแข็งตัวอีกด้วย

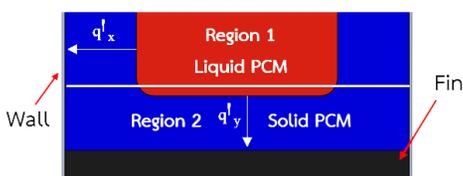
2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในการวิเคราะห์การถ่ายโอนพลังงานความร้อนของพีซีเอ็มในที่จัดเก็บซึ่งมีการติดครีบนั้น มีความซับซ้อนอย่างมากซึ่งอาจไม่เหมาะสมต่อการพิจารณาในสถานการณ์ที่ต้องการความรวดเร็ว ดังนั้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการถ่ายโอนความร้อน 1 มิติ จึงเป็นทางเลือกที่อาจพิจารณาใช้ได้เบื้องต้น เนื่องจากมีความง่ายขึ้นและรวดเร็ว อีกทั้งสามารถป้อนเข้าสู่เครื่องคำนวณ และนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ



รูปที่ 1 พีซีเอ็มในที่จัดเก็บแบบจำกัดพร้อมครีบบนภายใน

จากรูปที่ 1 แสดงพีซีเอ็มในที่จัดเก็บแบบจำกัดพร้อมครีบบนตามแนวยาวที่มีโปรไฟล์สี่เหลี่ยม ทั้งนี้เพื่อความง่าย ในรูปที่ 1 จึงเป็นเพียงพีซีเอ็มเซลล์เดียวที่ใช้ในการวิเคราะห์ จากนั้น ในรูปที่ 2 จะแสดงครึ่งเซลล์ของพีซีเอ็มซึ่งอยู่ในระนาบของการสมมาตรอยู่ตรงกลางของครีบบนและตรงกลางระหว่างครีบบนทั้งสองที่อยู่ติดกัน ทั้งนี้ เพื่อความง่ายในการคำนวณ



รูปที่ 2 ครึ่งเซลล์สมมาตรของที่จัดเก็บพีซีเอ็มพร้อมครีบบนภายใน

เนื่องจาก ปัญหา นี้ เป็นปัญหาที่ซับซ้อน และอยู่ในสภาวะชั่วคราวหรือสภาวะไม่คงตัว จึงทำการแบ่งวัสดุเปลี่ยนสถานะออกเป็น 2 ส่วน และมีการตั้งสมมติฐานหลายข้อเพื่อลดความซับซ้อนของปัญหาการถ่ายโอนความร้อนแบบสองมิติ ดังนี้

1. เริ่มแรก พีซีเอ็มซึ่งอยู่ในสถานะของเหลวและครีบบน มีอุณหภูมิเริ่มต้น เท่ากับ อุณหภูมิเยือกแข็งซึ่งพร้อมที่จะเปลี่ยนสถานะตลอดเวลา หรือ $T_l = T_f = T_m$ ดังนั้น การนำความร้อนและการพาความร้อนตามธรรมชาติในพีซีเอ็มที่เป็นของเหลวจึงถือว่ามีความน้อยมาก การถ่ายโอนความร้อนเพียงอย่างเดียวคือการนำความร้อนในพีซีเอ็มที่เป็นของแข็ง

2. อุณหภูมิการแข็งตัว (T_m) มีค่าคงที่ (แต่ในความเป็นจริงวัสดุเปลี่ยนเฟสในช่วงการแข็งตัว, ΔT_m แต่มีค่าน้อยมาก)

3. การกระจายอุณหภูมิของครีบบนจะเป็นมิติเดียว คือ ในทิศทางแนวแกน x เนื่องจากครีบบนมีความบางและค่าการนำความร้อนของวัสดุครีบบนมีค่าสูง

4. ในส่วนที่ 1 การถ่ายโอนความร้อนจะเกิดขึ้นมิติเดียว คือ ในทิศทางแนวแกน x โดยครีบบนไม่มีผลต่อการถ่ายโอนความร้อนในส่วนนี้

5. ในส่วนที่ 2 บริเวณส่วนต่อระหว่างของแข็งกับของเหลวการถ่ายโอนความร้อนจะเกิดขึ้นเพียงมิติเดียว คือ ในทิศทางแนวแกน y เนื่องจากความร้อนส่วนใหญ่ถูกถ่ายเทผ่านครีบบนไปยังสิ่งแวดล้อม

6. ในส่วนที่ 2 ความร้อนที่รับได้ของพีซีเอ็มที่เป็นของแข็งจะถือว่าน้อยมาก ความร้อนแฝงของการเยือกแข็งจะเป็นความร้อนทั้งหมดของการจัดเก็บพลังงาน

7. คุณสมบัติทางกายภาพ เช่น ค่าการนำความร้อน ความจุความร้อน และความหนาแน่นของวัสดุเปลี่ยนสถานะและครีบบน มีค่าคงที่

2.1 การถ่ายโอนความร้อนผ่านวัสดุเปลี่ยนสถานะ (พีซีเอ็ม) บริเวณที่ 1

การถ่ายโอนความร้อนของพีซีเอ็มในที่จัดเก็บ ในบริเวณที่ 1 จะเป็นการถ่ายโอนความร้อนตามแนวแกน x โดยพีซีเอ็มจะแข็งตัวตามแนวแกน x เท่านั้น ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 การถ่ายโอนความร้อนผ่านวัสดุเปลี่ยนสถานะ บริเวณที่ 1 (Region 1)

โดยสมการการถ่ายโอนความร้อนจะเป็นไปตามสมการที่ (2.1) และ (2.2) ดังนี้

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial T_s}{\partial t}, \quad 0 < x < l_f, \quad t > 0 \quad \dots (2.1)$$

$$(\rho L)_s \frac{\partial S_x(t)}{\partial t} = -k_s \frac{\partial T_s(S_x, t)}{\partial x}, \quad T > 0 \quad \dots (2.2)$$

สำหรับเงื่อนไขขอบเขต จะเป็นไปตามสมการที่ (2.3) และ (2.4) ดังนี้

$$S_x(0) = 0 \quad \dots (2.3)$$

$$T_s(S_x, t) = T_m \quad \dots (2.4)$$

โดยเงื่อนไขเริ่มต้น จะเป็นไปตามสมการที่ 2.5 ดังนี้

$$T_s(0, t) = T_s(l_f, t) = T_w \quad \dots (2.5)$$

ให้ $\theta_s = \frac{T_s - T_m}{T_w - T_m}$ ดังนั้นสมการที่ 2.1 จะได้

$$\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial t} \quad \text{หรือ} \quad \theta_{s,t} = \partial_s \theta_{s,xx} \quad \dots (2.6)$$

กำหนดให้ $\gamma = \frac{x}{\sqrt{t}}$ จะได้

$$\theta_s(x, t) = F_s(\gamma(x, t))$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{dF_s}{d\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{x}{2t\sqrt{t}} \frac{dF_s}{d\gamma}$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial x} = \frac{dF_s}{d\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{dF_s}{d\gamma}$$

$$\alpha_s \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial x^2} = \alpha_s \frac{1}{\sqrt{t}} \frac{d}{d\gamma} \left[\frac{dF_s}{d\gamma} \right] \frac{d\gamma}{dx} = \alpha_s \frac{1}{t} \frac{d^2 F}{d\gamma^2}$$

แทนค่าในสมการที่ 2.6 จะได้

$$-\frac{x}{2t\sqrt{t}} \frac{dF_s}{d\gamma} = \alpha_s \frac{1}{t} \frac{d^2 F}{d\gamma^2}$$

$$\frac{d^2 F}{d\gamma^2} + \frac{\gamma}{2\alpha_s} \frac{dF_s}{d\gamma} = 0$$

คูณ $e^{4\alpha_s \frac{\gamma^2}{2}}$ ตลอดสมการ จะได้

$$e^{4\alpha_s \frac{\gamma^2}{2}} \frac{d^2 F}{d\gamma^2} + \frac{\gamma}{2\alpha_s} e^{4\alpha_s \frac{\gamma^2}{2}} \frac{dF}{d\gamma} = \frac{d}{d\gamma} \left[e^{4\alpha_s \frac{\gamma^2}{2}} \frac{dF}{d\gamma} \right] = 0$$

$$e^{4\alpha_s \frac{\gamma^2}{2}} \frac{dF}{d\gamma} = C_1$$

$$F = C_1 \int e^{-\frac{\gamma^2}{4\alpha_s}} d\gamma + C_2$$

$$F = C_1 \int_0^{\frac{\gamma^2}{2}} e^{-t^2} dt + C_2$$

จาก Error function, $\text{erf } z = \frac{2}{\pi} \int_0^z e^{-t^2} dt$ จะได้

$$F = C_3 \text{erf} \left(\frac{\gamma}{2\sqrt{\alpha_s}} \right) + C_2$$

$$\theta_s(x, t) = F\left(\frac{x}{\sqrt{t}}\right) = A \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right) + D$$

จากสมการ 2.5 เมื่อ $x = 0$ จะได้ $U_s = 1$ ดังนั้น $D = 1$
และจากสมการ 2.4 เมื่อ $x = S_x$ จะได้ $U_s = 0$ ดังนั้น

$$0 = A \operatorname{erf}\left(\frac{S_x}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right) + 1$$

$$A = -\frac{1}{\operatorname{erf}\left(\frac{S_x}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right)}$$

ให้ $\lambda = \frac{S_x}{2\sqrt{\alpha_s t}}$ หรือ $S_x = 2\lambda\sqrt{\alpha_s t}$ จะได้

$$A = -\frac{1}{\operatorname{erf}(\lambda)}$$

$$\theta_s(x, t) = 1 - \frac{1}{\operatorname{erf}(\lambda)} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right) \quad \dots(2.7)$$

จากสมการที่ 2.2 จะได้

$$(\rho L)_s \frac{\partial S_x(t)}{\partial t} = -k_s \frac{\partial T_s(S_x, t)}{\partial x}$$

และ

$$\frac{dS_x(t)}{dt} = \lambda \sqrt{\frac{\alpha_s}{t}}$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{(T_w - T_m)}{\operatorname{erf}(\lambda)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dx} \int_0^{x/2\sqrt{\alpha_s t}} e^{-t^2} dt$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = \frac{(T_w - T_m)}{\operatorname{erf}(\lambda)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{e^{-\frac{x^2}{4\alpha_s t}}}{\sqrt{\alpha_s t}}$$

เมื่อ $x = S_x$ จะได้

$$\frac{\partial T_s}{\partial x} = -\frac{(T_w - T_m)}{\operatorname{erf}(\lambda)} \frac{e^{-\lambda^2}}{\sqrt{\pi\alpha_s t}}$$

ดังนั้น

$$(\rho L)_s \lambda \sqrt{\frac{\alpha_s}{t}} = -k_s \frac{(T_w - T_m)}{\operatorname{erf}(\lambda)} \frac{e^{-\lambda^2}}{\sqrt{\pi\alpha_s t}}$$

$$\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) = -k_s \frac{T_w - T_m}{\sqrt{\pi\alpha_s t}} \sqrt{\frac{t}{\alpha_s}} \frac{1}{(\rho L)_s}$$

$$\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) = -k_s \frac{T_w - T_m}{\sqrt{\pi\alpha_s \rho_s L_s}}$$

$$\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) = -k_s \frac{\rho_s C_{p,s} (T_w - T_m)}{\sqrt{\pi k_s \rho_s L_s}}$$

เมื่อ $St = \frac{C_{p,s} \Delta T}{L_s}$ จะได้

$$\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) = \frac{St_s}{\sqrt{\pi}} = \frac{C_{p,s} (T_w - T_m)}{-L_s \sqrt{\pi}} \quad \dots(2.8)$$

แทน $\lambda = \frac{S_x}{2\sqrt{\alpha_s t}}$ สมการที่ 2.8 จะได้

$$\frac{S_x}{2\sqrt{\alpha_s t}} e^{\frac{S_x^2}{4\alpha_s t}} \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right) = \frac{C_{p,s} (T_w - T_m)}{-L_s \sqrt{\pi}} \quad \dots(2.9)$$

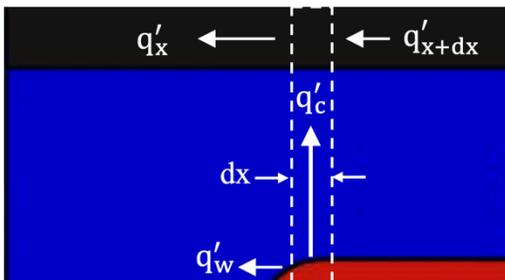
2.2 การถ่ายโอนความร้อนผ่านวัสดุเปลี่ยนสถานะ (พีซีเอ็ม) บริเวณที่ 2

การถ่ายโอนความร้อนของพีซีเอ็มในบริเวณที่ 2 จะเป็นการถ่ายโอนความร้อนโดยที่พีซีเอ็มซึ่งมีสถานะเป็นของเหลวถ่ายโอนความร้อนมาสู่พีซีเอ็มที่เป็นของแข็ง และพีซีเอ็มที่เป็นของแข็งก็จะถ่ายโอนความร้อนสู่ครีบบระบายความร้อนต่อไป ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 การถ่ายโอนความร้อนผ่านวัสดุเปลี่ยนสถานะ บริเวณที่ 2 (Region 2)

ในการพิจารณาการถ่ายโอนความร้อนของ พืชเอ็มในบริเวณที่ 2 จะมองเป็นสองส่วนคือ พืชเอ็มที่เป็นของเหลวและพืชเอ็มที่เป็นของแข็ง สามารถแก้ไข ปัญหาโดยการใส่กฎสมมูลพลังงาน



รูปที่ 5 การถ่ายโอนพลังงานความร้อน ของพืชเอ็มและครีป

สมมูลพลังงานของพืชเอ็มคือ

$$E'_p = q'_w + q'_c \quad \dots (2.10)$$

ความร้อนที่ปล่อยออกมาเนื่องจากการแข็งตัวของ พืชเอ็ม

$$E'_p = -(\rho L)_s l_f \frac{\partial S_y}{\partial t} dx \quad \dots (2.11)$$

การถ่ายโอนความร้อนจากส่วนต่อประสานของพืชเอ็ม ระหว่างของแข็งกับของเหลวไปยังครีป

$$q'_c = k_s \frac{l_f}{S_y} (T_f - T_m) dx \quad \dots (2.12)$$

อัตราการถ่ายโอนความร้อนต่อหน่วยความยาวจากส่วน ต่อประสานของพืชเอ็มระหว่างของแข็งกับของเหลวไป ยังผนัง (q'_w) ที่อุณหภูมิคงที่ ขึ้นอยู่กับค่าการนำความร้อนผ่านของแข็ง

$$q_w^\square = k_s \frac{l_f}{x} (T_w - T_m) \frac{\partial S_y}{\partial x} dx \quad \dots (2.13)$$

โดยความร้อนจากสมการที่ (2.13) จะมีค่าน้อยกว่าความร้อนจากสมการที่ (2.12) อยู่มากพอสมควร ดังนั้น จึงสามารถสมมติให้เป็นการถ่ายโอนความร้อน 1 มิติได้ ซึ่งจะสมมติให้สมการที่ (2.13) มีค่าเท่ากับ 0 และนำสมการที่ (2.11) และ (2.12) แทนลงในสมการ (2.10) จะได้

$$-(\rho L)_s l_f \frac{\partial S_y}{\partial t} = k_s \frac{l_f}{S_y} (T_f - T_m)$$

นำ $\frac{C_{p,f} l_f \rho_f}{L_s l_s k_f \rho_s}$ คูณทั้งสมการ

$$(\rho L)_s l_f \frac{C_{p,f} l_f \rho_f}{L_s l_s k_f \rho_s} \frac{\partial S_y}{\partial t} = -k_s \frac{l_f}{S_y} \frac{C_{p,f} l_f \rho_f}{L_s l_s k_f \rho_s} (T_f - T_m)$$

จะได้

$$\frac{\partial \frac{S_y}{l_c}}{\partial \frac{k_f t}{\rho_f C_{p,f} l_f^2}} = -k_s \frac{l_f}{S_y} \frac{C_{p,f} l_f \rho_f}{L_s l_s k_f \rho_s} (T_f - T_m) \frac{(T_w - T_m)}{(T_w - T_m)} \quad \dots (2.14)$$

จากสมการที่ (2.14) กำหนดค่าให้มีเงื่อนไขเริ่มต้นคือ

$$S_y = (x, 0) \quad \dots (2.15)$$

จากสมการที่ (2.14) จัดให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยทำให้เป็นตัวแปรไร้มิติ

$$\theta = \frac{T - T_m}{T_w - T_m}$$

$$\tau = \frac{k_f t}{(\rho C_p)_f l_f^2}$$

$$\gamma = \frac{S_y}{l_c}$$

$$\eta = \frac{x}{l_f}$$

$$\lambda = \frac{l_f}{l_c}$$

$$\psi = \frac{D}{l_c}$$

$$\kappa = \frac{k_s}{k_f}$$

$$\xi = \frac{(\rho c_p)_f (T_w - T_m)}{-L\rho_s}$$

จะได้

$$\frac{\partial \gamma}{\partial \tau} = \xi \kappa \lambda^2 \frac{\theta}{\gamma} \quad \dots (2.16)$$

จากสมการที่ (2.16) กำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นคือ

$$\gamma(\eta, 0) = 0 \quad \dots (2.17)$$

จากสมการที่ (2.16) จะสามารถหาคำตอบได้ดังนี้

$$\gamma = \sqrt{2\xi\kappa\lambda^2\theta\tau} \quad \dots (2.18)$$

ในสภาวะที่พีซีเอ็มแข็งตัวจะใช้พลังงานของความร้อนแฝงของการหลอมเหลวเพื่อถ่ายโอนความร้อน เนื่องจากการหลอมเหลวและการแข็งตัวของพีซีเอ็มจะใช้พลังงานเท่ากัน

การกระจายอุณหภูมิของครีบริบและระยะห่างของส่วนต่อประสานระหว่างพีซีเอ็มที่เป็นของเหลวและของแข็งกับครีบริบในทิศทาง y คือ

$$T = \theta(T_w + T_m) \quad \dots (2.19)$$

และ

$$S_y = l_c \gamma \quad \dots (2.20)$$

2.3 การถ่ายโอนความร้อนผ่านครีบริบตามแนวยาว

พีซีเอ็มมีสถานะเป็นของเหลวเนื่องจากได้รับพลังงานความร้อน โดยการถ่ายโอนความร้อนจากแหล่ง

ความร้อนและเพื่อจะให้พีซีเอ็มระบายความร้อนออกนั้น จะต้องอาศัยครีบริบระบายความร้อนเพื่อถ่ายโอนความร้อนจากพีซีเอ็มไปสู่สิ่งแวดล้อม

การถ่ายโอนความร้อนของครีบริบจะเท่ากับ อัตราการนำความร้อนผ่านครีบริบรวมกันกับอัตราการพาความร้อนออกจากครีบริบ โดยใช้หลักการสมดุลพลังงานของครีบริบจะได้สมการหลักสองสมการ คือ

$$E_f'' = q_x'' - q_{x+dx}'' - q_c'' \quad \dots (2.21)$$

$$(\rho c_p)_f D \frac{\partial T_f}{\partial t} = k_f D \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} - \frac{k_s}{S_y} (T_f - T_m), t > 0 \quad \dots (2.22)$$

ในการแก้ปัญหา กำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้น คือ

$$T_f(x, 0) = T_m \quad \dots (2.23)$$

มีเงื่อนไขขอบเขต คือ

$$T_f(0, t) = T_w \quad \dots (2.24)$$

$$T_f(l_f, t) = T_w \quad \dots (2.25)$$

จากสมการที่ (2.22) จัดให้อยู่ในรูปอย่างง่าย โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบเขต จากนั้นทำให้เป็นตัวแปรไร้มิติ จะได้

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} - \frac{\lambda^2 \kappa \theta}{\psi \gamma}, t > 0 \quad \dots (2.26)$$

จากสมการที่ (2.26) กำหนดให้เงื่อนไขเริ่มต้น คือ

$$\theta(\eta, 0) = 0 \quad \dots (2.27)$$

และมีเงื่อนไขขอบเขต คือ

$$\theta(0, \tau) = 1 \quad \dots (2.28)$$

$$\theta(1, \tau) = 1 \quad \dots (2.29)$$

จากสมการที่ (2.26) จะได้

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} \quad \dots (2.30)$$

จากสมการที่ (2.30) ใช้เงื่อนไขเริ่มต้นจากสมการที่ (2.27) และเงื่อนไขขอบเขตจากสมการที่ (2.28), (2.29) จะได้

$$\theta = \frac{\cosh((\eta - 0.5)\sqrt{v})}{\cosh(0.5\sqrt{v})} - \frac{4}{\pi e^{v\tau}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n e^{-(2n+1)^2 \pi^2 \tau}}{(2n+1)[1 + \{v/((2n+1)^2 \pi^2)\}]} \cos((2n+1)\pi(\eta - 0.5)) \quad \dots (2.31)$$

โดยที่

$$v = \frac{(\lambda^2 \kappa)}{\Psi \gamma}$$

2.4 คุณสมบัติของเกลือไฮเดรต^[13] และครีบอลูมิเนียม^[14]

ในการศึกษาสมรรถนะเชิงความร้อนสำหรับการแห้งตัวของพืชีเอ็มที่ติดครีบอลูมิเนียมที่มีโพรไฟลีสี่เหลี่ยมนี้ จะใช้พืชีเอ็ม คือ เกลือไฮเดรต ซึ่งมีคุณสมบัติ ดังต่อไปนี้

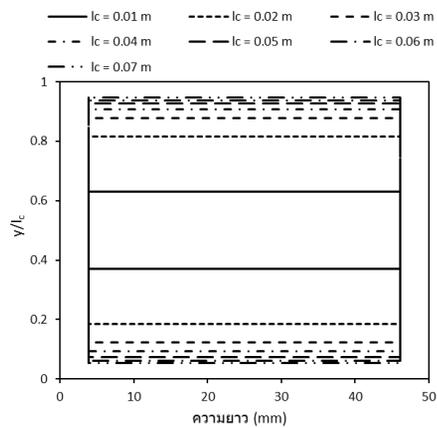
อุณหภูมิหลอมเหลว	29	°C
ความหนาแน่น	1,706	kg/m ³
ค่าการนำความร้อน	1.09	W/m/K
ค่าความร้อนจำเพาะ	2,060	J/kg/K
ค่าความร้อนแฝง	170,000	J/kg

โดยครีบอลูมิเนียมจะมีคุณสมบัติ ดังต่อไปนี้

ความหนาแน่น	2,713	kg/m ³
ค่าการนำความร้อน	180	W/m/K
ค่าความร้อนจำเพาะ	960	J/kg/K

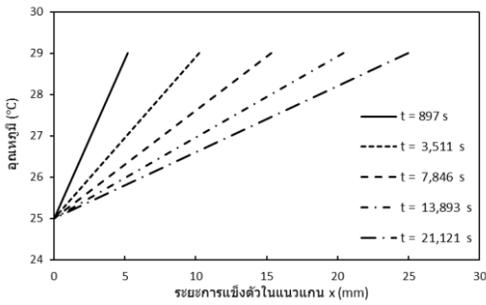
3. ผลลัพธ์และการวิเคราะห์

จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เมื่ออุณหภูมิของผนัง หรือ T_w มีค่าเท่ากับ 25 °C, l_c = 0.05 เมตร, D = 0.005 เมตร และ l_c = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07 เมตร จะได้ผลลัพธ์ดังต่อไปนี้



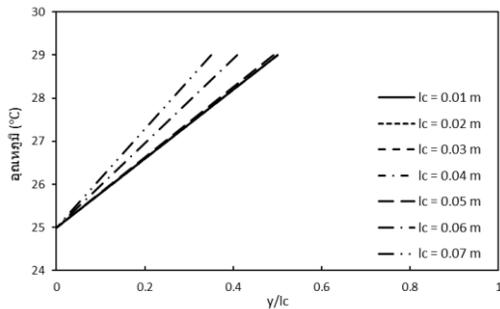
รูปที่ 7 การแห้งตัวของพืชีเอ็มที่เวลา 500 วินาที

จากรูปที่ 7 แสดงสัดส่วนของระยะการแห้งตัวต่อความสูงของเกลือไฮเดรตที่เวลา 500 วินาที สำหรับพืชีเอ็มที่มีขนาดความสูงต่างๆ จากผลลัพธ์ที่ได้ จะพบว่าระยะแห้งตัวตามแนวแกน x หรือ S_x จะมีค่าเท่ากับ 3.85 มิลลิเมตร เท่ากันทุกพืชีเอ็ม ในขณะที่ S_y/l_c สำหรับ l_c = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06, 0.07 เมตร จะมีค่าเท่ากับ 0.37, 0.185, 0.123333, 0.0925, 0.074, 0.061667, 0.052857 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่า พืชีเอ็มที่มีขนาด l_c ต่ำกว่า จะมีสัดส่วนการแห้งตัวที่เร็วกว่า ดังนั้น หากต้องการการระบายความร้อนที่รวดเร็ว จึงควรใช้พืชีเอ็มที่มี l_c ต่ำ ในขณะที่ l_c สูง จะเหมาะสำหรับการระบายความร้อนอย่างช้าๆ และใช้เวลานานกว่า



รูปที่ 8 การกระจายอุณหภูมิของพีซีเอมที่แข็งตัวทั้งหมด ที่เวลาต่างๆ

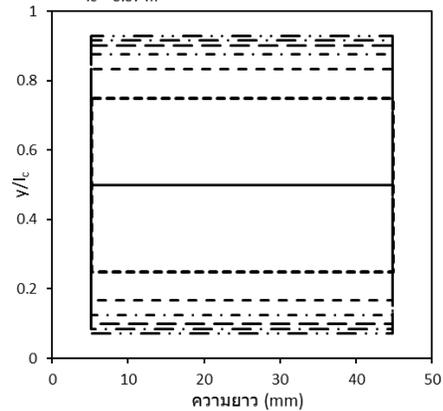
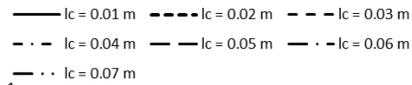
จากรูปที่ 8 แสดงการกระจายอุณหภูมิของพีซีเอมที่เวลาต่างๆ โดยจะพบว่า ที่เวลา 897 วินาที S_x จะมีค่า 5.18 มม. เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นเป็น 3,511 วินาที S_x จะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 10.19 มม. เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นเป็น 7,846 วินาที S_x จะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 15.24 มม. เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นเป็น 13,893 วินาที S_x จะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 20.28 มม. เมื่อเวลาเพิ่มขึ้นเป็น 21,121 วินาที S_x จะมีค่าเพิ่มขึ้นเป็น 25 มม. จากรูปจะพบว่า เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ความชันของกราฟซึ่งแสดงถึง dT/dx จะมีค่าลดลง ซึ่งมีผลโดยตรงต่ออัตราการระบายความร้อน



รูปที่ 9 การกระจายอุณหภูมิของพีซีเอมที่แข็งตัวของแต่ละความสูง

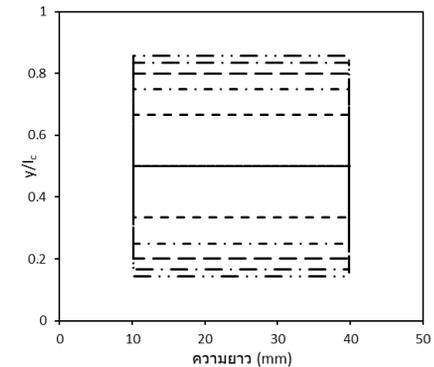
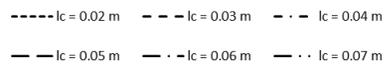
จากรูปที่ 9 จะเห็นได้ว่ากราฟที่ค่า l_c เท่ากับ 0.01, 0.02, 0.03 และ 0.04 เมตร S_y/l_c จะมีค่าเท่ากัน คือ 0.5 ทั้งนี้ เนื่องจาก l_c มีค่ามากกว่า l_c ทำให้เกิดการแข็งตัว

ในแนวแกน y จนเต็มทั้งวัสดุพีซีเอมก่อนการแข็งตัวในแนวแกน x แต่สำหรับ l_c เท่ากับ 0.05, 0.06, 0.07 เมตร นั้น จะเกิดการแข็งตัวจนเต็มวัสดุพีซีเอมในแนวแกน x ก่อนแกน y นั่นคือ $S_x = 25$ มม. และจะพบว่า เมื่อ l_c มีค่าเพิ่มขึ้น S_y/l_c จะมีค่าลดลง



รูปที่ 10 การแข็งตัวของพีซีเอมที่เวลา 897 วินาที

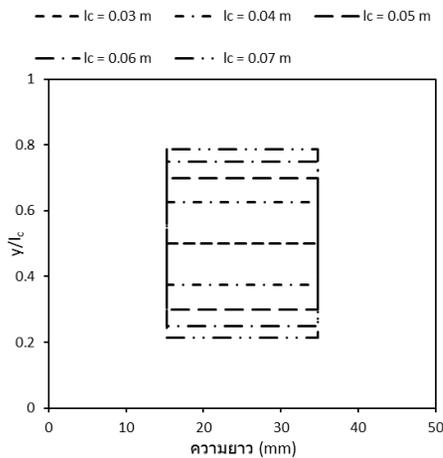
จากรูปที่ 10 ที่เวลา 897 วินาที S_x จะมีค่าเท่ากับ 5.16 มม. และเมื่อ l_c เท่ากับ 0.01 เมตร พีซีเอมจะแข็งตัวหมดทั้งก้อน โดยเป็นการแข็งตัวตามแนวแกน y ในขณะที่ l_c เท่ากับ 0.02 – 0.07 เมตร จะพบว่า S_y/l_c เท่ากับ 0.815, 0.12333, 0.0925, 0.074, 0.061667 และ 0.052857 ตามลำดับ



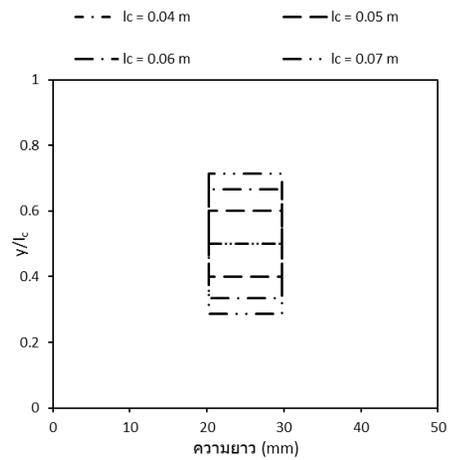
รูปที่ 11 การแข็งตัวของพีซีเอมที่เวลา 3,511 วินาที

จากรูปที่ 11 ที่เวลา 3,511 วินาที S_x จะมีค่าเท่ากับ 10.19 มม. และเมื่อ l_c เท่ากับ 0.02 เมตร จะเกิดการแข็งตัวจนเต็มทั้งหมดในแนวแกน y ทำให้ได้กราฟเป็นรูปเส้นตรงแนวนอนที่ตำแหน่งกึ่งกลางรูป ทับกับกราฟการแข็งตัวที่ $l_c = 0.01$ เมตร ที่แข็งตัวจนเต็มไปก่อนหน้านี้แล้ว นอกจากนี้ จะพบว่า เมื่อ l_c เท่ากับ 0.03 – 0.07 เมตร S_y/l_c เท่ากับ 0.12333, 0.0925, 0.074, 0.061667 และ 0.052857 ตามลำดับ

จากรูปที่ 12 ที่เวลา 7,846 วินาที S_x จะมีค่าเท่ากับ 15.24 มม. โดยสำหรับ l_c เท่ากับ 0.03 เมตร จะเกิดการแข็งตัวจนเต็มทั้งหมดในแนวแกน y ทำให้ได้กราฟเป็นรูปเส้นตรงที่ตำแหน่งกึ่งกลางรูป นอกจากนี้ สำหรับ l_c เท่ากับ 0.04 – 0.07 เมตร S_y/l_c จะมีค่าเท่ากับ 0.0925, 0.074, 0.061667 และ 0.052857 ตามลำดับ

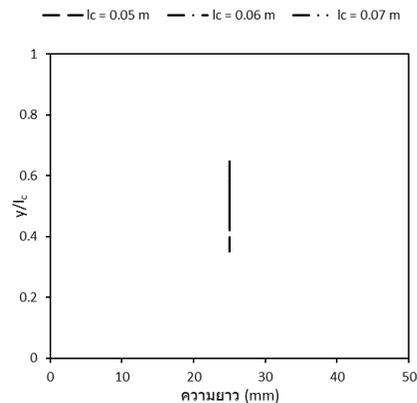


รูปที่ 12 การแข็งตัวของพีซีเอ็มที่เวลา 7,846 วินาที



รูปที่ 13 การแข็งตัวของพีซีเอ็มที่เวลา 13,893 วินาที

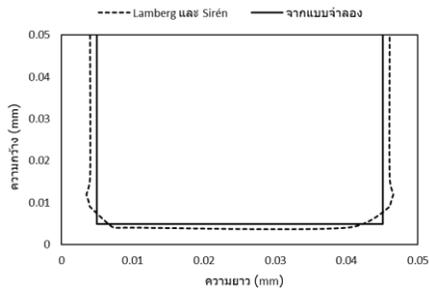
จากรูปที่ 13 ที่เวลา 13,893 วินาที S_x เท่ากับ 20.28 มม. และสำหรับ l_c เท่ากับ 0.04 เมตร จะเกิดการแข็งตัวจนเต็มทั้งหมดในแนวแกน y นอกจากนี้ สำหรับ l_c เท่ากับ 0.05 – 0.07 เมตร S_y/l_c จะมีค่าเท่ากับ 0.074, 0.061667 และ 0.052857 ตามลำดับ



รูปที่ 14 การแข็งตัวของพีซีเอ็มที่เวลา 21,121 วินาที

จากรูปที่ 14 ที่เวลา 21,121 วินาที สำหรับพีซีเอ็ม ซึ่ง l_c มีค่าเท่ากับ 0.05, 0.06 และ 0.07 เมตร จะเกิดการแข็งตัวเต็มทั้งหมดในแนวแกน x ทำให้ได้กราฟเป็นรูปเส้นตรงแต่เป็นเส้นแนวตั้ง ซึ่งจะต่างจากที่ l_c เท่ากับ 0.01 – 0.04 เมตร ที่กราฟจะเป็นเส้นแนวนอน

จากแบบจำลองที่ได้พัฒนาขึ้นมา จะนำไปตรวจสอบความถูกต้อง โดยเปรียบเทียบกับแบบจำลอง 2 มิติของ Lamberg และ Sirén [4] ดังแสดงในรูปที่ 15 โดยพบว่าค่า S_x และ S_y จะมีค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 17.86% และ 21% ตามลำดับ ซึ่งจะมีค่าความคลาดเคลื่อนในระดับหนึ่ง เนื่องจากแบบจำลองจะเป็นการวิเคราะห์ใน 1 มิติเลยมีค่าความคลาดเคลื่อนมากกว่าแบบจำลอง 2 มิติซึ่งมีความแม่นยำที่มากกว่า



รูปที่ 15 การแข็งตัวของพาราฟินที่ T_w เท่ากับ $13\text{ }^{\circ}\text{C}$
 $T_m = 28\text{ }^{\circ}\text{C}$ เมื่อเวลา 1,085 วินาที

4. สรุปผล

จากการพัฒนา ศึกษา และวิเคราะห์ผล สำหรับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการถ่ายโอนความร้อนสำหรับการแข็งตัวของเกลือไฮเดรตซึ่งคิดครีตามแนวยาว พบว่า พบว่า แบบจำลองดังกล่าวสามารถทำนายการแข็งตัวของวัสดุพีซีเอ็มได้ดีในระดับหนึ่ง โดยให้ความคลาดเคลื่อนประมาณ 10% และจะพบว่า พีซีเอ็มในบริเวณที่ 1 จะแข็งตัวได้เร็วกว่าพีซีเอ็มในบริเวณที่ 2 นอกจากนี้ สำหรับ พีซีเอ็มที่มีระยะ l_c เท่ากับ 0.01 – 0.04 เมตร จะมีการแข็งตัวจนเต็ม ตามแกน y ก่อนแกน x ในขณะที่ พีซีเอ็มที่มีระยะ l_c เท่ากับ 0.05-0.07 เมตร จะมีการแข็งตัวจนเต็ม ตามแนวแกน x ก่อนแกน y

5. กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนคนที่ 1 ขอกราบขอบพระคุณคุณแม่ที่ให้คำปรึกษาและให้กำลังใจตลอดจนบทความนี้สำเร็จ ผู้เขียนคนที่ 2 ขอขอบคุณกองทุนส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม โดยหน่วยบริหารและจัดการทุนด้านการพัฒนาากำลังคน และทุนด้านการพัฒนาสถาบันอุดมศึกษา การวิจัยและการสร้างนวัตกรรม ัญญาเลขที่ B40G660039

6. รายการสัญลักษณ์

c_p	คือ	ความจุความร้อน, J/kg/K
D	คือ	ความหนาครึ่งหนึ่งของกริบ, m
E	คือ	ความจุของที่เก็บพลังงาน, J
E^I	คือ	ความจุที่เก็บพลังงานต่อหน่วยความยาว, W/m
E^{II}	คือ	ความจุที่เก็บพลังงานต่อหน่วยพื้นที่, W/m^2
k	คือ	ค่าการนำความร้อน, W/m/K
l	คือ	ความยาว, m
L	คือ	ค่าความร้อนแฝงของการหลอมเหลว, J/kg
q	คือ	การถ่ายโอนความร้อน, W
q^I	คือ	การถ่ายโอนความร้อนต่อความยาว, W/m
q^{II}	คือ	การไหลของพลังงานความร้อน, W/m^2
S	คือ	ตำแหน่งของส่วนต่อประสานในการเปลี่ยนเฟส, m
St	คือ	Stefan number, $St = (c_p \Delta T)/L$
T	คือ	อุณหภูมิ (temperature), $^{\circ}\text{C}$
ΔT_m	คือ	ช่วงอุณหภูมิการแข็งตัว, $^{\circ}\text{C}$
x	คือ	ระยะในแนวแกน x, m
y	คือ	ระยะในแนวแกน y, m

α	คือ	ค่าการแพร่ความร้อน, m^2/s
ρ	คือ	ค่าความหนาแน่น, kg/m^3
ε	คือ	อัตราการแข็งตัวของพีซีเอ็ม
λ	คือ	รากที่สองของสมการ
$\theta = \frac{T - T_m}{T_w - T_m}$	คือ	การกระจายอุณหภูมิ
$\tau = \frac{k_{ft}}{(\rho c_p)_f l_f^2}$	คือ	เวลา
$\gamma = \frac{S_y}{l_c}$	คือ	อัตราการแข็งตัวของส่วนต่อประสานระหว่างของแข็งและของเหลว
$\eta = \frac{x}{l_f}$	คือ	ระยะจากแกน x
$\lambda = \frac{l_f}{l_c}$	คือ	อัตราส่วนระหว่างแกนแนวตั้งและแนวนอน
$\psi = \frac{D}{l_c}$	คือ	อัตราส่วนความหนาครึ่งหนึ่งของครีบกับความสูง
$\kappa = \frac{k_s}{k_f}$	คือ	อัตราส่วนของการนำความร้อน
$\xi = \frac{(\rho c_p)_f (T_w - T_m)}{-L \rho_s}$	คือ	modify Stefan number

ตัวห้อยและตัวยก

C	คือ	การนำความร้อน
f	คือ	ครีบก
l	คือ	ของเหลว
m	คือ	การแข็งตัว
p	คือ	วัสดุเปลี่ยน
s	คือ	ของแข็ง
w	คือ	ผนัง
x	คือ	ทิศทางแนวแกน x
y	คือ	ทิศทางแนวแกน y

7. เอกสารอ้างอิง

[1] Y. M. Choo, W. Wei, "Salt hydrates as phase change materials for photovoltaics thermal management," *Energy Science & Engineering*, 10(5), 1630-1642, 2021

[2] H. Zhang, Q. Dong, J. Lu, Y. Tang, W. Bi, Y. Gao, H. Yang, J. Wang, "Modified sodium acetate trihydrate/expanded perlite composite phase change material encapsulated by epoxy resin for radiant floor heating," *Journal of Energy Storage*, 65, 107374, 2023

[3] Mochane, "Polymer encapsulated paraffin wax to be used as phase change material for energy storage (Doctoral dissertation," University of the Free State (Qwaqwa Campus)). 2011

[4] Lamberg, Siren, "Approximate analytical model for solidification in a finite PCM storage with internal fins," *Applied Mathematical Modelling*, 27(7), 491-513, 2013

[5] N. Vitorino, J.C.C. Abrantes, J.R. Frade, "Numerical solutions for mixed controlled solidification of phase change materials," *International journal of heat and mass transfer*, 53(23-24), 5335-5342, 2010

[6] Omar Sanusi, Ronald Warzoha, Amy S. Fleischer, "Energy storage and solidification of paraffin phase change material embedded with graphite nanofibers," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 54(19-20), 4429-4436, 2011

[7] Wei Li, Yun-Hao Wang, Cheng-Cheng Kong, "Experimental study on melting/solidification and thermal conductivity enhancement of phase change material inside a sphere," *International*

- Communications in Heat and Mass Transfer*, 68, 276-282, 2015
- [8] Aziz Babapoor, Gholamreza Karimi, Samad Sabbaghi, “Thermal characteristic of nanocomposite phase change materials during solidification process,” *Journal of Energy Storage*, 7, 74-81, 2016
- [9] Chunjian Pan, Sean Hoenig, Chien-Hua Chen, Sudhakar Neti, Carlos Romero, Natasha Vermaak, “Efficient modeling of phase change material solidification with multidimensional fins,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 115, 897-909, 2017
- [10] N. Lakshmi Narasimhan, V. Veeraraghavan, G. Ramanathan, B. Sanjay Bharadwaj, M. Thamilmani, “Studies on the inward spherical solidification of a phase change material dispersed with macro particles,” *Journal of Energy Storage*, 15, 158-171, 2018
- [11] Ammar M. Abdulateef, Jasim Abdulateef, Kamaruzzaman Sopian, Sohif Mat, Adnan Ibrahim, “Optimal fin parameters used for enhancing the melting and solidification of phase change material in a heat exchanger unite,” *Case Studies in Thermal Engineering*, 14, 100487, 2019
- [12] Ji Zhang, Zhi Cao, Sheng Huang, Xiaohui Huang, Yu Han, Chuang Wen, Jens Honoré Walther, Yan Yang, “Solidification performance improvement of phase change materials for latent heat thermal energy storage using novel branch-structured fins and nanoparticles,” *Applied Energy*, 342, 121158, 2023
- [13] Chunjian Pan, Joshua Charles, Natasha Vermaak, Carlos Romero, Sudhakar Neti, Ying Zheng, Chien-Hua Chen, Richard Bonner, “Experimental, numerical and analytic study of unconstrained melting in a vertical cylinder with a focus on mushy region effects,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 124, 1015-1024, 2018
- [14] Lamberg P., Siren K., “Analytical model for melting in a semi-infinite PCM storage with an internal fin,” *Heat and mass transfer*, 39(2), 167-176, 2003

ประวัติผู้ประพันธ์ :



นายพิรวัชร มินตา

- จบการศึกษา : ปริญญาตรีจาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี
(วิศวกรรมเครื่องกล หลักสูตร
วิศวกรรมยานยนต์)

- กำลังศึกษาในระดับ : ปริญญาโท มหาวิทยาลัย
บูรพา (วศ.ม.วิศวกรรมเครื่องกล)



รศ.ดร.วรเชษฐ์ ภิรมย์ศักดิ์

- จบการศึกษา : ปริญญาเอก จาก
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอม
เกล้าธนบุรี (วศ.ด.
วิศวกรรมเครื่องกล)

- จบการศึกษา : ปริญญาโทจากสถาบันเทคโนโลยี
พระจอมเกล้าธนบุรี (วศ.ม.วิศวกรรมเครื่องกล)

- จบการศึกษา : ปริญญาตรีจากสถาบันเทคโนโลยี
พระจอมเกล้าธนบุรี (วศ.บ.วิศวกรรมเครื่องกล)