



การพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำนายอุณหภูมิดินเพื่อเพาะกล้าไม้เบญจมาศ

Development of a Mathematical Model to Predict Soil Temperature for the Growth of Chrysanthemum Sprouts

จักรวาล บุญหวาน^{1*} มานพ แยมแพง¹ ศิริชัย เทพา¹ ธนาพล สุขชนะ¹ พิมพ์พรรณ ปรีองาม¹ รัตนชัย ไพรินทร์² และ มนพร คุปตาสา³

Chakkawan Boonwan^{1*}, Manop Yamfang¹, Sirichai Thepa¹, Thanaphol Sukchana¹, Pimpan Pruengam¹, Rattanachai Pairintra² and Manaporn Kuptasa³

¹สาขาสายวิชาเทคโนโลยีพลังงาน คณะพลังงานสิ่งแวดล้อมและวัสดุ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพฯ 10140

²สาขาสายวิชาเทคโนโลยีชีวเคมี คณะทรัพยากรชีวภาพและเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพฯ 10140

³สาขาวิชาวิศวกรรมระบบการผลิต คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี กรุงเทพฯ 10140

¹Division of Energy Technology, School of Energy, Environment and Materials, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Tung khru, Bangkok 10140, THAILAND

²Division of Biochemical Technology, School of Bioresources and Technology, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Tung khru, Bangkok 10140, THAILAND

³Division of Manufacturing Systems Engineering, School of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi, Tung khru, Bangkok 10140, THAILAND

*Corresponding author e-mail: Manop_yf@hotmail.com

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Article history:

Received: 17 April, 2020

Revised: 26 May, 2020

Accepted: 9 June, 2020

Available online: 12 June, 2020

DOI: 10.14456/rj-rmutt.2020.7

This research is the development of a mathematical model to predict soil temperature for the growth of chrysanthemum sprouts compared with experimental results because the soil temperature affects the growth of chrysanthemum sprouts. The solar radiation panel is 55x220 cm. The soil container is 1 m² which contains 10 cm tall sprout soil. The temperature measurement of the first soil layer is attached to the heating plate below. The second soil layer is higher than the first soil layer 5cm and the third soil layer is higher than the heating unit 10 cm. The comparison of water

Keywords: mathematical model, solar water heating system, solar radiation panel, soil temperature, chrysanthemum temperature from the solar radiation panel and the water temperature in the heat accumulator tank between experiment results and mathematical models is found that the average errors are 0.1 °C and 0.17 %, respectively. In case soil temperature fluctuates with time for the second and third soil layer and the initial water temperature used each time is 40 °C and 60 °C without temperature control, which will allow the temperature to decrease naturally in order to study the increase and decrease of night-time soil temperature between the results of the experiment and mathematical models, it is discovered that the errors are 0.7 °C and 1.4 °C, respectively. When the soil properties are changed by the heat capacity, considering only the terms of Clay and Water Content and comparing the experiments with mathematical models of soils 2 and 3, it is found that the temperature have the average errors of 3.5 °C and 3.5 °C, respectively. For the case of keeping the water temperature in the heat accumulator tank constant, not changing with time, and determining the change in soil temperature in 2D form by specifying that the soil temperature in the first layer is constant at 48 °C and the air temperature is at 28 °C, all of which are as input in mathematical models. It is found that soil temperatures are obtained from the mathematical model are higher than the measured values of 0.82 °C and 2 °C of soil layer 2 and 3, respectively.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำนายอุณหภูมิดินเพาะกล้าไม้เบญจมาศเปรียบเทียบกับผลการทดลอง เนื่องจากอุณหภูมิดินมีผลต่อการเจริญเติบโตของกล้าไม้เบญจมาศ โดยแผงรับรังสีอาทิตย์เพื่อทำน้ำร้อนขนาด 55 X 220 cm ภาชนะบรรจุดินมีขนาด 1 m² บรรจุดินเพาะกล้าไม้สูง 10 cm การวัดอุณหภูมิดินชั้นที่หนึ่งซึ่งติดกับแผ่นให้ความร้อนด้านล่างดินชั้นที่สองจะสูงกว่าดินชั้นที่หนึ่ง 5 cm และดินชั้นที่สามสูงกว่าชุดให้ความร้อน 10 cm เปรียบเทียบอุณหภูมิ น้ำที่ออกจากแผงรับรังสีอาทิตย์และอุณหภูมิในถังสะสมความร้อนระหว่างผลการทดลองและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่

0.1 °C และ 0.17 % ตามลำดับ กรณีอุณหภูมิแปรผันตามเวลาของดินชั้นที่สองและดินชั้นที่สาม โดยอุณหภูมินี้เริ่มต้นที่ใช้แต่ละครั้งคือ 40 และ 60 °C โดยไม่มีการควบคุมอุณหภูมิซึ่งจะปล่อยให้อุณหภูมิลดลงตามธรรมชาติเพื่อศึกษาการเพิ่มขึ้นและลดลงของอุณหภูมิดินในเวลากลางคืนระหว่างผลการทดลองและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่า มีความคลาดเคลื่อน 0.7 °C และ 1.4 °C ตามลำดับ เมื่อคุณสมบัติของดินเปลี่ยนแปลงโดยค่าความจุความร้อนพิจารณาเฉพาะเทอมของ Clay และ Water Content จากการเปรียบเทียบการทดลองกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดินชั้นที่ 2 และ 3 พบว่าอุณหภูมิดินมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ย 3.5 °C และ 3.5 °C ตามลำดับ สำหรับกรณีรักษาอุณหภูมิในถังสะสมความร้อนที่ไม่แปรผันตามเวลา กำหนดให้การเปลี่ยนแปลง

อุณหภูมิในดินพิจารณาแบบ 2 มิติ โดยกำหนดอุณหภูมิดินในชั้นที่ 1 คงที่ อุณหภูมิ 48 °C และอุณหภูมิอากาศที่ 28 °C เป็นอินพุต ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่าอุณหภูมิดินที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สูงกว่าค่าที่วัดได้ 0.82 °C และ 2 °C ของดินชั้นที่ 2 และ 3 ตามลำดับ

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ระบบทำน้ำร้อน รังสีอาทิตย์ แผงรับรังสีอาทิตย์ อุณหภูมิดิน เบญจมาศ

บทนำ

เบญจมาศเป็นไม้ตัดดอกที่ได้รับความนิยมแพร่หลายทั่วโลกมีปริมาณการผลิตและมูลค่าการจำหน่ายสูง โดยเฉพาะประเทศเนเธอร์แลนด์ซึ่งเป็นทั้งผู้ผลิตและผู้ส่งออกรายใหญ่ของโลก รวมทั้งประเทศในแถบยุโรป อเมริกา ญี่ปุ่น ฯลฯ ประเทศผู้ผลิตเหล่านี้จะมีปัญหาเรื่องสภาพภูมิอากาศที่หนาวเย็น การปลูกไม้ดอกที่มีคุณภาพจำเป็นต้องปลูกในโรงเรือน ดังนั้นทำให้มีต้นทุนการผลิตสูงมาก หากประเทศไทยนำข้อได้เปรียบทางสภาพภูมิประเทศที่สามารถปลูกเบญจมาศได้ดี ในสภาพธรรมชาติที่เหมาะสม เช่น ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ จะสามารถผลิตเบญจมาศแข่งขันกับตลาดไม้ดอกของโลกได้ โดยภูมิประเทศที่เหมาะสมที่จะส่งเสริมให้มีการเพาะปลูกเพื่อการพาณิชย์ได้แก่ จังหวัดเชียงใหม่และเชียงราย เบญจมาศเป็นพืชวันสั้น ดอกจะพัฒนาหากช่วงเวลากลางวันสั้นกว่า 13.5 ชั่วโมง โดยสภาพอากาศที่เหมาะสม คือ อุณหภูมิอากาศในช่วงเวลากลางคืนอยู่ระหว่าง 17 – 20 °C การขยายพันธุ์เบญจมาศนั้น อุณหภูมิดินมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง เพราะกล้าไม้เบญจมาศต้องการอุณหภูมิดินที่ประมาณ 20 °C เพื่อการออกรากพันกิ่งชำ นอกจากนี้อุณหภูมิดินยังมีความสำคัญต่อการเจริญเติบโตของพืชอีกหลายชนิด ซึ่งอุณหภูมิที่เหมาะสมของพืชจะอยู่ระหว่าง 15 – 35 °C

ถ้าอุณหภูมิมากกว่า 35 °C จะทำให้อัตราการหายใจของรากพืชหายใจเร็วขึ้น (1) ถ้าอุณหภูมิต่ำกว่า 4 °C จะทำให้อัตราการเจริญเติบโตของรากช้าลง (2) มีการศึกษาอิทธิพลของความหนาแน่น และความชื้นว่ามีผลต่อความจุความร้อน และค่าการนำความร้อน พบว่าเมื่อความหนาแน่นและความชื้นเพิ่มขึ้น เป็นผลให้ค่าความจุความร้อนและค่าการนำความร้อนของดินมากขึ้น (3) การใช้ความสัมพันธ์หรือความคล้ายคลึงของวงจรทางความร้อนและไฟฟ้าสร้างแบบจำลองทางไฟฟ้า ทำการคำนวณเพื่อทำนายอุณหภูมิของดินที่ระดับความลึกต่าง ๆ เมื่อได้รับความร้อนจากรังสีอาทิตย์ เปรียบเทียบผลการคำนวณจากแบบจำลองกับค่าที่วัดได้ ในการทดลองใช้ดินทรายใส่ลงไปในห้องพลาสติกกรีตมี 1 m ลึก 90 cm ทำการวัดอุณหภูมิที่ระดับความลึก 5 20 35 และ 50 cm ตามลำดับ การใช้แบบจำลองทำนายโดยใช้ค่ารังสีอาทิตย์เป็นสัญญาณอินพุต จากการเปรียบเทียบค่าที่วัดได้กับค่าที่ได้จากแบบจำลอง พบว่า เมื่อความลึกเพิ่มขึ้นความคลาดเคลื่อนมีค่ามากขึ้น ทั้งนี้เป็นผลมาจากความชื้นในดินซึ่งแปรผันตามความลึก ค่าที่ได้จากแบบจำลองมีความคลาดเคลื่อนไม่เกิน 2 °C (4) การใช้ความแตกต่างของอุณหภูมิดิน เพื่อประมาณการระเหยของน้ำรายวัน ด้วยวิธีการใช้อุณหภูมิผิวแทนค่า Sensible Heat Flux และใช้สัมประสิทธิ์ Empirical คำนวณหา Flux ของพลังงานตลอดวันเป็นรายชั่วโมงจากอุณหภูมิเฉลี่ยและความร้อนที่คืนได้รับนำมาหาค่าสัมประสิทธิ์การระเหยตัว ในการทดลองใช้ดินผสมทราย 96 % ความพรุน 0.4 ความหนาแน่นรวม 1,430 kg/m³ บรรจุในห้องพลาสติกขนาด 30 cm พื้นที่หน้าตัด 706 cm² ลึก 110 cm ผึงอยู่ในดินด้านบนเปิดออกสู่บรรยากาศติดตั้งห่างกัน 5 m ผลต่างอุณหภูมิจากการเปรียบเทียบค่าที่ได้จาก สัมประสิทธิ์การถ่ายเทการระเหยน้ำของดินที่ได้มีค่าเท่ากับ 0 ที่ดินเปียกและเท่ากับ 1 ที่ดินแห้ง สำหรับค่าที่วัดได้จาก Lysimeter

เป็น 0.2 ในดินเปียก และ 0.8 ในดินแห้ง ซึ่งค่าที่ได้ก็ให้ค่าที่แม่นยำเพียงพอต่อการนำไปใช้ (5) การสร้างแบบจำลองใน 2 มิติ เพื่อทำนายอุณหภูมิและความชื้นในดินที่ถูกให้ความร้อนด้วยอากาศร้อนที่ปล่อยออกมาจากท่อ โดยใช้หลักการของการแพร่ความร้อนและความร้อนมาใช้สร้างแบบจำลองในแบบ 2 มิติ พบว่าที่ผิวดินจะแม่นยำมากที่สุด โดยมีความแม่นยำถึง 97 % ส่วนการถ่ายเทมวล 92 % (6)

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะศึกษาและพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ทำนายอุณหภูมิดินเพาะกล้าไม้เบญจมาศ โดยใช้พลังงานรังสีอาทิตย์ทำน้ำร้อนเพื่อนำไปทดสอบการให้ความร้อนดินเพาะกล้าไม้เบญจมาศจากด้านล่างขึ้นไปด้านบน

วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการควบคุมอุณหภูมิดินให้เหมาะสมต่อการเจริญเติบโตของกล้าไม้เบญจมาศ โดยใช้พลังงานรังสีอาทิตย์ ซึ่งมีวิธีการวิจัยดังรายละเอียดต่อไปนี้

การวิเคราะห์สมบัติของดิน

ดินที่ใช้ในการทดลองเป็นดินผสมเพื่อการปลูกไม้ดอก เป็นดินที่บรรจุถุงขายขนาดถุงละ 10 kg ในชื่อทางการค้า “ดินลำดวน” ดินตัวอย่างจะถูกบรรจุลงในภาชนะที่มีมิติชัดเจนและถูกส่งไปวิเคราะห์ที่ภาควิชาปฐพีวิทยา คณะเกษตร มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ซึ่งถ้าชนิดของดินเพาะกล้าไม้มีการเปลี่ยนแปลงก็จะทำให้ค่าที่ได้จากแบบจำลองมีการเปลี่ยนแปลงตามสมบัติของดิน โดยผลการวิเคราะห์ดินตัวอย่างมีองค์ประกอบดังนี้

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบองค์ประกอบของดิน

ส่วนผสม	ดินที่ใช้	ดิน
	ทดลอง	ทั่วไป*
Sand (% by vol.)	40	24
Silt (% by vol.)	26	19
Clay (% by vol.)	34	57
Water Content (% by mass)	63.5	4
Organic Matter (% by mass)	17.3	-

* ดินทั่วไป เป็นดินที่เก็บตัวอย่างดินจากบริเวณคณะพลังงานและวัสดุ

ตารางที่ 2 สมบัติทางฟิสิกส์ของดิน

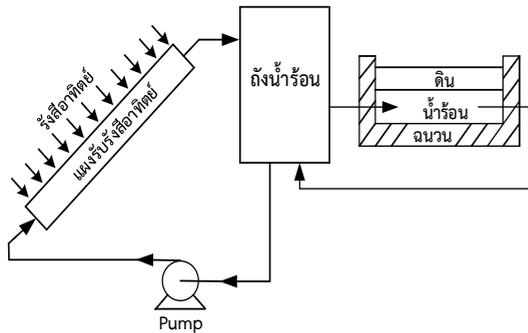
ส่วนผสม	ดินที่ใช้	ดิน
	ทดลอง	ทั่วไป*
Bulk density (kg/m ³)	618	1,187
Water Content (%)	63.5	4
Porosity (%)	76.67	55.2
Thermal Conductivity (W/m°C)	0.662	0.817
Heat Capacity (MJ/m ³ °C)	2.02	1.579
Thermal diffusivity (m ² /s)	3.297 × 10 ⁻⁷	5.174 × 10 ⁻⁷

* ดินทั่วไป เป็นดินที่เก็บตัวอย่างดินจากบริเวณคณะพลังงานและวัสดุ

การทดลองการให้ความร้อนดินด้วยแผ่นความร้อน

ในการทดลองให้ความร้อนแก่ดินโดยจ่ายน้ำเข้าสู่แผงรับรังสีอาทิตย์ด้วยอัตราการไหลคงที่ เข้าสู่แผงรับรังสีอาทิตย์ที่ 750 cm³/min วัดอุณหภูมิน้ำเข้า - ออกจากแผงรับรังสีอาทิตย์ วัดอุณหภูมิในถังสะสมความร้อนและวัดค่ารังสีที่ตกกระทบบนแผงรับรังสีอาทิตย์ โดย

แผงรับรังสีอาทิตย์ที่ใช้มีขนาด 55×220 cm วางหันหน้าไปทางทิศใต้ทำมุม 14° กับแนวระดับเพื่อทำน้ำร้อนไปให้ความร้อนแก่ดินเพาะกล้าไม้จากด้านล่างขึ้นไปด้านบนในชุดให้ความร้อนดิน ดังรูปที่ 1 ซึ่งการนำน้ำร้อนที่ได้จากพลังงานรังสีอาทิตย์ไปใช้ในการให้ความร้อนแก่ดินเพาะกล้าไม้เบญจมาศเป็นการนำพลังงานรังสีอาทิตย์ซึ่งเป็นพลังงานสะอาดมาใช้ให้เกิดประโยชน์



รูปที่ 1 ระบบให้ความร้อนดิน

เครื่องมือวัดที่ใช้ในการทดลอง

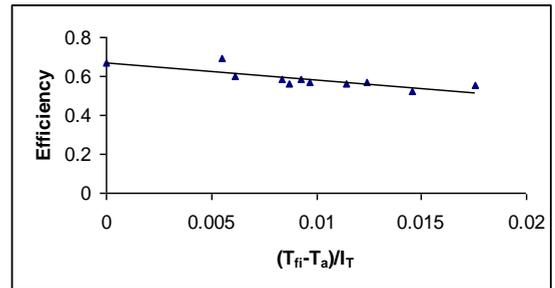
1. เครื่องมือวัดอุณหภูมิโดยใช้ Data Logger ยี่ห้อ Graphtec รุ่น GL840 เมื่อนำไปใช้กับสาย Thermocouple Type K มีค่าความคลาดเคลื่อน ± 0.8 °C
2. สาย Thermocouple Type K
3. เครื่องมือวัดค่ารังสีอาทิตย์ Pyranometer ยี่ห้อ EKO รุ่น ML-01 มีค่าความคลาดเคลื่อน < 3 %

ผลการศึกษาและอภิปรายผล

การหาสมรรถนะของแผงรับรังสีอาทิตย์

ทำการวัดอุณหภูมิเข้า - ออกจากแผงรับรังสีเพื่อคำนวณความร้อนใช้ประโยชน์ (Q_U) วัดค่ารังสีที่ตกกระทบพื้นเอียง (I_T) และวัดอุณหภูมิแวดล้อมนำข้อมูลที่ได้มาหาค่าสัมประสิทธิ์การเปลี่ยนรูปจากรังสีอาทิตย์ไปเป็นความร้อน F_R(τ α) และสัมประสิทธิ์การสูญเสียความร้อน (F_RU_L) จากรูปที่2 ได้ F_RU_L = 8.597 W/m²°C และ

F_R(τ α) = 0.6693 ในขณะที่ทำการทดสอบอัตราการไหลของน้ำเข้าแผงด้วยอัตรา 0.75 l/min อุณหภูมิน้ำเข้า - ออกแผงมีความแตกต่างเฉลี่ยที่ 12 °C ความร้อนใช้ประโยชน์ 626.03 W ด้วยรังสีที่ตกกระทบพื้นเอียงอัตรา 907.35 W/m² และแผงรับรังสีมีประสิทธิภาพเฉลี่ยรายวันที่ 58.03 %



รูปที่ 2 สมรรถนะของแผงรับรังสีอาทิตย์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบทำน้ำร้อนจากพลังงานรังสีอาทิตย์

1. พิจารณาแผงรับรังสีอาทิตย์



รูปที่ 3 สมดุลความร้อนที่แผงรับรังสีอาทิตย์

จากรูปที่ 3 สมการสมดุลความร้อน

$$A_c [F_R (\tau\alpha) I_T] + \dot{m}_w c_p T_{f,i} = \left[A_c [F_R U_L (T_{f,i} - T_a)] + \dot{m}_w c_p T_{f,o} \right] \quad (1)$$

ดังนั้น

$$T_{f,o} = T_{f,i} + \frac{A_c [F_R (\tau\alpha) I_T - F_R U_L (T_{f,i} - T_a)]}{\dot{m}_w c_p} \quad (2)$$

โดยที่

A_C = พื้นที่รับแสงอาทิตย์ของตัวเก็บรังสี (m²)

C_p = ค่าความจุความร้อนจำเพาะของน้ำ (J/kgK)

F_R = ค่าแฟกเตอร์การตั้งความร้อน (Dimensionless)

\dot{m}_w = อัตราการไหลเชิงมวลของน้ำ (kg/s)

I_T = รังสีจากแสงอาทิตย์ที่ตกลงบนตัวเก็บรังสี (W/m^2)

T_a = อุณหภูมิสิ่งแวดล้อม ($^{\circ}C$)

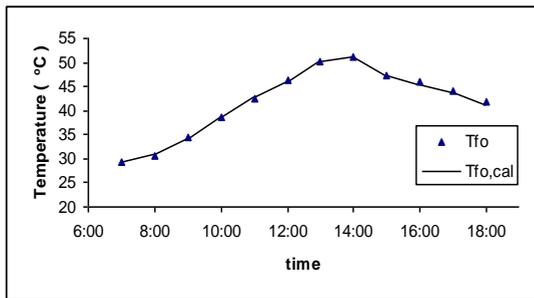
$T_{f,i}$ = อุณหภูมิของน้ำที่ไหลเข้าตัวเก็บรังสี ($^{\circ}C$)

$T_{f,o}$ = อุณหภูมิของน้ำที่ไหลออกตัวเก็บรังสี ($^{\circ}C$)

U_L = สัมประสิทธิ์การสูญเสียความร้อนรวมของตัวเก็บรังสี ($W/m^2^{\circ}C$)

τ = ค่าสภาพส่งผ่าน (Transmissivity) ของกระจกมีค่าประมาณ 0.85 (Dimensionless)

α = ค่าสภาพดูดกลืน (Absorptivity) ของผิวสีดำด้านมีค่าประมาณ 0.96 (Dimensionless)



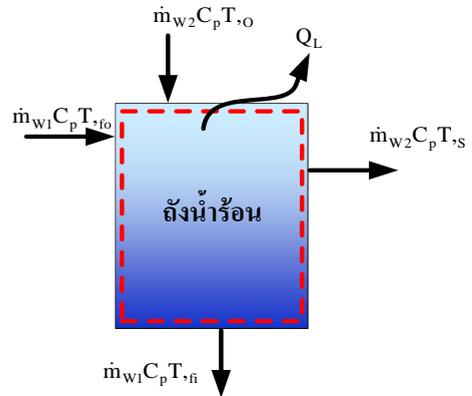
รูปที่ 4 เปรียบเทียบอุณหภูมิน้ำที่ออกจากแผงรับรังสีอาทิตย์กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การทดลองจ่ายน้ำเข้าสู่แผงรับรังสีด้วยอัตรา 9 l/min มีปริมาณรังสีที่ตกกระทบบนพื้นเอียงเฉลี่ยที่ $628.31 W/m^2$ ความร้อนที่ใช้ประโยชน์โดยเฉลี่ยอยู่ที่ $393.86 W$ เมื่อเปรียบเทียบอุณหภูมิน้ำที่ออกจากแผงรับรังสีจากค่าที่วัดได้จากการทดลองและแบบจำลองพบว่ามีความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยที่ $0.1^{\circ}C$ ดังรูปที่ 4

2. พิจารณาดังสมดุลความร้อน

จากรูปที่ 6 อุณหภูมิในถังสะสมความร้อนซึ่งได้จากการวัดและแบบจำลองพบว่ามีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ 0.17% สำหรับการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิน้ำในถังสะสมความร้อน พบว่าในรอบวันอุณหภูมิเพิ่มขึ้นจาก $29^{\circ}C$ เป็น $40^{\circ}C$ จากเวลาเริ่มต้น 8.00 น. ถึง 18.00 น. โดยมีอัตราการเพิ่มขึ้นสูงสุดที่ $47.73^{\circ}C$ ในเวลา 14.00 น.

จากนั้นจะลดลงอย่างต่อเนื่องจนมีอุณหภูมิสุดท้ายที่ $40.7^{\circ}C$ ที่เวลา 18.00 น.



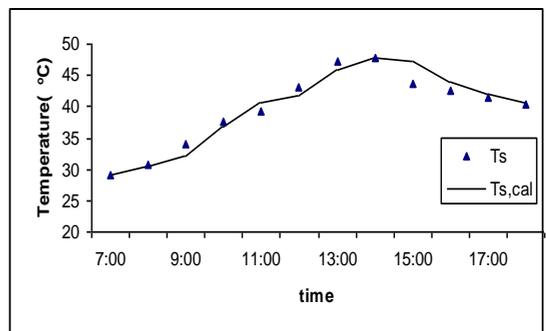
รูปที่ 5 สมดุลความร้อนที่ถังสะสมความร้อน

จากรูปที่ 5 สมการสมดุลความร้อน

$$mC_p \frac{dT}{dt} = \left[\begin{matrix} \dot{m}_1 C_p (T_{f,o} - T_{f,i}) - \dot{m}_2 (T_S - T_O) \\ -UA_S (T_S - T_a) \end{matrix} \right] \quad (3)$$

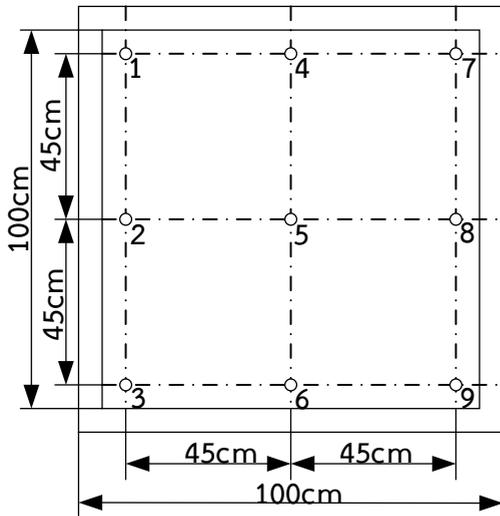
ดังนั้น

$$T_{S1+} = T_{S1} + \frac{\Delta t}{\dot{m}_w C_p} \left[\begin{matrix} \dot{m}_1 C_p (T_{f,o} - T_{f,i}) \\ -\dot{m}_2 C_p (T_S - T_O) \\ -UA_S (T_S - T_a) \end{matrix} \right] \quad (4)$$



รูปที่ 6 เปรียบเทียบอุณหภูมิน้ำในถังสะสมความร้อนกับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การศึกษาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในดินเมื่อได้รับความร้อนจากแผ่นความร้อน



(ก) ด้านบน



(ข) ด้านหน้า

รูปที่ 7 ตำแหน่งการวัดอุณหภูมิในแต่ละชั้น

การทดลองจะบรรจุดินลงในชุดให้ความร้อนดิน ซึ่งมีขนาดพื้นที่ 1 m^2 ดินมีความสูง 10 cm ซึ่งในการเลือกระดับความลึกที่ 10 cm เนื่องจากรากของกล้าไม้เบญจมาศจะมีความยาวอยู่ในช่วงไม่เกิน 10 cm และการให้ความร้อนชั้นที่ติดกับแผ่นความร้อนจะมีอุณหภูมิสูงอาจเป็นอันตรายต่อกล้าไม้ได้โดยดินจะรับความร้อนจากด้านล่างขึ้นด้านบน ดังรูปที่ 7 (ข) ในการติดตั้งจุดวัดอุณหภูมิดินจะติดตั้งจุดวัดอุณหภูมิโดยแบ่งดินออกเป็น 3 ชั้น คือชั้นที่ 1 เป็นชั้นที่สัมผัสกับแผ่นความร้อน ชั้นที่ 2 คือชั้นดินที่มีความหนา 5 cm ชั้นที่ 3 คือที่ผิวดิน และในแต่ละชั้นจะทำการวัดอุณหภูมิ 9 ตำแหน่ง ขณะที่ทำการบรรจุดินลงในชุดให้ความร้อนจะทำการชั่งน้ำหนักดินเพื่อ

นำไปคำนวณหาค่าความหนาแน่นรวมของดิน ตำแหน่งที่ติดตั้งจุดวัดอุณหภูมิแสดงในรูปที่ 7 (ก)

ผลการทดลองการถ่ายเทความร้อนในดินด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำนายอุณหภูมิดินในชั้นต่างๆ เพื่อที่จะหาแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับที่จะใช้ในการประเมินสภาวะการทำงานที่เหมาะสม สำหรับการควบคุมอุณหภูมิดิน ซึ่งแบบจำลองที่สร้างขึ้นจะพิจารณาทั้งที่สภาวะคงตัวและไม่คงตัวแบ่งออกเป็น 2 กรณีดังนี้

1. กรณีอุณหภูมิดินแปรผันตามเวลาหรือที่สภาวะไม่คงตัว

การทดลองโดยจ่ายน้ำที่อุณหภูมิน้ำเริ่มต้นที่ 40 และ $60 \text{ }^{\circ}\text{C}$ โดยจะปล่อยให้ไปถึงสภาวะความร้อนลดลงตามธรรมชาติ ซึ่งจะศึกษาถึงอัตราการเพิ่มขึ้นและลดลงของอุณหภูมิดินในเวลากลางคืน ในการสร้างแบบจำลองพิจารณาการแพร่ของความร้อนจากชั้นดินจากด้านล่างสู่ด้านบน โดยจัดสมการในรูปของ Finite Difference ดังสมการที่ (5) และ (6) เป็นการนำความร้อนแบบ 1 มิติ ซึ่งการนำความร้อนจะเกิดขึ้นในแกน z เท่านั้น

$$T(z, t + \Delta t) - T(z, t) = \alpha \frac{d^2 T}{dz^2} \cdot \Delta t \quad (5)$$

$$T(z, t + \Delta t) = T(z, t) + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta z^2} \left[\begin{array}{l} T(z + \Delta z, t) \\ -2T(z, t) + \\ T(z - \Delta z, t) \end{array} \right] \quad (6)$$

โดยค่า สัมประสิทธิ์การแพร่ (Thermal Diffusivity Constant) หาได้จากสมการที่ (7)

$$\alpha = \frac{k}{\rho C_p} \quad (7)$$

โดยที่ α = สัมประสิทธิ์การแพร่ (m^2/s)

k = ค่าการนำความร้อน (W/m°C)

ρ = ความหนาแน่น (kg/m³)

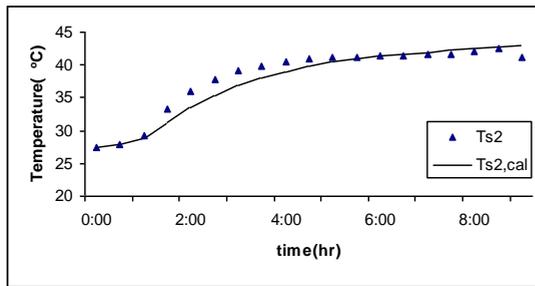
โดยค่าที่นำมาใช้ในการคำนวณนำมาจากตารางที่ 2

โดยมีเงื่อนไขขอบเขตที่ $z = 0$

$$T_1 = \begin{bmatrix} (7 \times 10^{-6} T_w^2 - 0.0009 T_w + 0.0243) t^2 \\ + (-6 \times 10^{-5} T_w^2 + 0.01 T_w - 0.1967) t \\ + (-0.0095 T_w^2 + 0.9716 T_w + 2.3899) \end{bmatrix} \quad (8)$$

ที่ $z = 15$ cm, $T = T_a = 28.7$ °C เมื่อ t = เวลา (min)

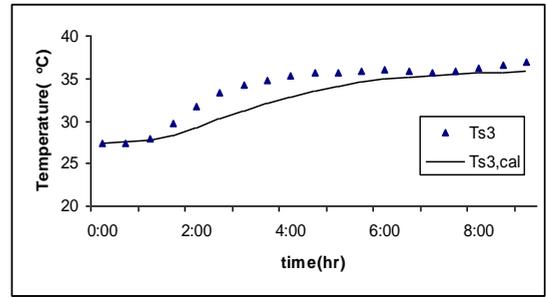
และ Δt = time step ที่ 600 sec



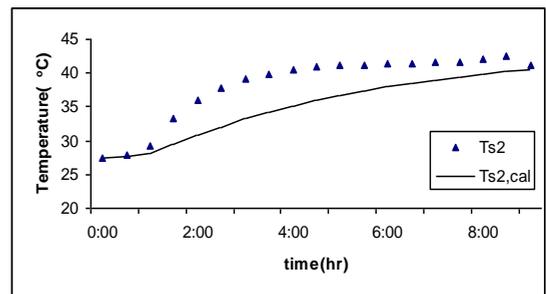
รูปที่ 8 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิดินชั้นที่ 2 ระหว่างอุณหภูมิที่วัดได้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เวลาต่าง ๆ

จากรูปที่ 8 เปรียบเทียบอุณหภูมิดินในชั้นที่ 2 โดยเปรียบเทียบค่าที่วัดได้กับแบบจำลองที่ได้จากวิธี Parabolic Finite Difference โดย time step ทุก 10 นาที พบว่า ค่าที่ได้จากแบบจำลองใกล้เคียงกับค่าที่วัดได้ โดยมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ 0.7 °C เป็นเพราะสมบัติของดินมีความถูกต้องแม่นยำ การคำนวณหาค่าสมบัติทางความร้อนของดินคำนวณจากองค์ประกอบทุกค่าของดินทั้ง Sand Silt Clay และ Water Content นอกจากนี้ยังพบว่าความชื้นในดินไม่ส่งผลต่อการวิเคราะห์ในลักษณะของการนำความร้อน ความร้อนแฝงไม่ส่งผลต่อการถ่ายเทความร้อนเมื่อให้ความร้อนจากด้านล่างของดิน จากรูปที่ 9 เปรียบเทียบอุณหภูมิดินใน

ชั้นที่ 3 เปรียบเทียบระหว่างค่าที่วัดได้กับแบบจำลอง พบว่ามีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ 1.4 °C โดยความคลาดเคลื่อนที่มากจะอยู่ในช่วงชั่วโมงที่ 2 ถึงชั่วโมงที่ 4 ซึ่งอัตราการเพิ่มขึ้นของอุณหภูมิซึ่งในแบบจำลองจะเป็น Polynomial Degree 2 ซึ่งจะทำให้ความชันมีค่าต่ำ อีกทั้งในชั้นที่ 3 ยังเป็นชั้นผิวดินซึ่งจะมีผลกระทบจากการพาความร้อนจากอากาศแวดล้อม การระเหยและการแผ่รังสี ซึ่งในแบบจำลองจะไม่นำมาคิด แต่จะพิจารณาความร้อนที่ผิวดินด้วยกระบวนการนำความร้อนแทน



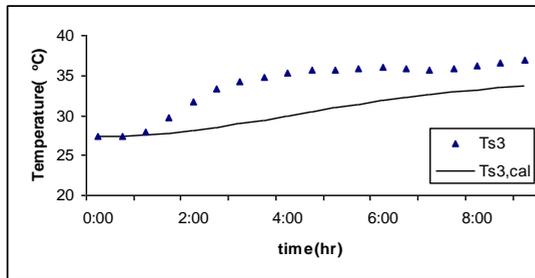
รูปที่ 9 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิดินชั้นที่ 3 ระหว่างอุณหภูมิที่วัดได้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เวลาต่าง ๆ



รูปที่ 10 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิดินชั้นที่ 2 ระหว่างอุณหภูมิที่วัดได้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เมื่อคุณสมบัติของดินเปลี่ยนไป

จากรูปที่ 10 กรณีที่เปลี่ยนวิธีคำนวณสมบัติของดินโดยค่าความจุความร้อนพิจารณาเฉพาะเทอมของ Clay และ Water Content และในค่าการนำความร้อนก็เช่นเดียวกัน พบว่าในช่วงชั่วโมงที่ 2 ถึง

ชั่วโมงที่ 8 จะมีความคลาดเคลื่อนอย่างมาก โดยมีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ 3.5°C เมื่อเข้าสู่สภาวะคงตัว ความคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มลดลงซึ่งที่สภาวะคงตัว ความคลาดเคลื่อนเหลือเป็น 0.5°C สาเหตุความคลาดเคลื่อนเพราะสมบัติของดินที่ใช้ในการทดลองมีปริมาณ Clay ไม่มากนักคือมีเพียง 34 % และถ้าดินมีความชื้นต่ำก็จะให้ค่าคลาดเคลื่อนมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นเพราะว่าดินที่ใช้ในการทดลองตัว Clay ไม่ใช่นัยสำคัญของดินแต่เป็นความชื้นซึ่งมีค่ามากกว่าถึง 63.5 %

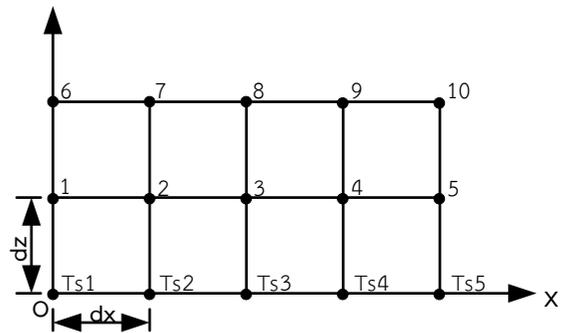


รูปที่ 11 เปรียบเทียบการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิดินชั้นที่ 3 ระหว่างอุณหภูมิที่วัดได้กับแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เมื่อคุณสมบัติของดินเปลี่ยนไป

จากรูปที่ 11 เปรียบเทียบอุณหภูมิดินในชั้นที่ 3 ระหว่างค่าที่วัดได้กับค่าที่ได้จากแบบจำลองพบว่ามีความคลาดเคลื่อนสูงขึ้นเมื่อเทียบกับชั้นที่ 2 โดยคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ 3.5°C โดยคลาดเคลื่อนมากที่สุดที่ชั่วโมงที่ 2 ถึงชั่วโมงที่ 6 ซึ่ง คลาดเคลื่อนอยู่ $5 - 6^{\circ}\text{C}$ ซึ่งเป็นผลมาจากการที่ดินไม่ได้มี Clay เป็นองค์ประกอบที่มีนัยสำคัญ และดินชั้นที่ 3 มีการถ่ายเทความร้อนอย่างอื่นร่วมด้วย เช่น การพาความร้อนจากอากาศแวดล้อม การระเหยและการแผ่รังสี จึงทำให้มีความคลาดเคลื่อนมาก และในช่วงสภาวะคงตัวมีความคลาดเคลื่อนที่ 3°C

2. กรณีรักษาอุณหภูมิน้ำในถังสะสมความร้อนคงที่อุณหภูมิดินไม่แปรผันตามเวลา

ในการทดลองโดยการจ่ายน้ำเข้าสู่ชุดให้ความร้อนดินที่อัตราการไหล 1 U/min โดยใช้ น้ำร้อนที่อุณหภูมิ 70 60 50 และ 40°C จ่ายเข้าสู่ชุดให้ความร้อนโดยจะรักษาอุณหภูมิ น้ำร้อนให้คงที่ เมื่อดินได้รับความร้อนจนกระทั่งอุณหภูมิเข้าใกล้แผ่นความร้อนแล้ว กระบวนการแพร่ความร้อนในดินจะสิ้นสุดลงเข้าสู่สภาวะคงตัว อุณหภูมิดินจะไม่เปลี่ยนแปลงอีกแบบจำลองที่สร้างขึ้นนี้จะศึกษาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในดิน แบบ 3 มิติ โดยแกน z คือ ความสูงของชั้นดินส่วนแกน x และแกน y จะเป็นระนาบของดินซึ่งมีขนาดเท่ากัน ดังรูปที่ 12



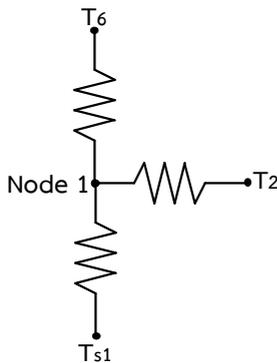
รูปที่ 12 ตำแหน่งของดินที่พิจารณา

โดยที่ $\Delta x = \Delta y = 10\text{ cm}$ และ $\Delta z = 5\text{ cm}$

สมมติฐาน

1. เป็นการนำความร้อน 3 มิติ ภายใต้สภาวะคงตัว
2. ไม่มีแหล่งผลิตความร้อนภายในดิน
3. สมบัติทางฟิสิกส์ของดินทั้งความหนาแน่น ค่าการนำความร้อนและความชื้นมีค่าคงที่
4. พิจารณาเนื้อดินเป็นเนื้อเดียวกัน

พิจารณาที่ Node 1



รูปที่ 13 ตำแหน่งของดินพิจารณา Node ที่ 1

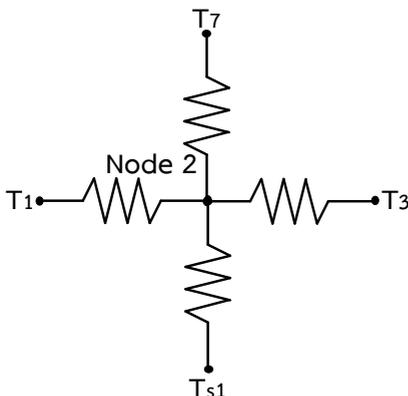
สมการสมดุลความร้อน ดังรูปที่ 13

$$\left[\frac{T_6 - T_1}{\Delta z / k [\Delta y \times (\Delta x / 2)]} \right] + \left[\frac{T_2 - T_1}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_{s1} - T_1}{\Delta z / k [(\Delta x / 2) \times \Delta y]} \right] = 0 \quad (9)$$

ในการทำงานเดียวกันเมื่อพิจารณาสมดุลความร้อนที่จุดที่ 5 จะได้

$$\left[\frac{T_4 - T_5}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_{10} - T_5}{\Delta z / k [\Delta y \times (\Delta x / 2)]} \right] + \left[\frac{T_{s5} - T_5}{\Delta z / k [(\Delta x / 2) \times \Delta y]} \right] = 0 \quad (10)$$

พิจารณาที่ Node 2 ดังรูปที่ 14



รูปที่ 14 ตำแหน่งของดินพิจารณา Node ที่ 2

สมการสมดุลความร้อน

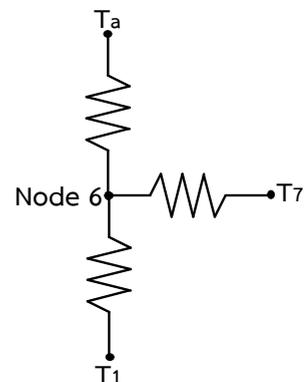
$$\left[\frac{T_1 - T_2}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_7 - T_2}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_3 - T_2}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_{s2} - T_2}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] = 0 \quad (11)$$

ในการทำงานเดียวกันเมื่อพิจารณาสมดุลความร้อนที่จุดที่ 3 และ 4 จะได้

$$\left[\frac{T_2 - T_3}{\Delta x / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_8 - T_3}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_4 - T_3}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_{s3} - T_3}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] = 0 \quad (12)$$

$$\left[\frac{T_3 - T_4}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_9 - T_5}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_5 - T_4}{\Delta x / k (\Delta z \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_{s4} - T_4}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] = 0 \quad (13)$$

พิจารณาจุดที่ 6 ดังรูปที่ 15



รูปที่ 15 ตำแหน่งของดินพิจารณา Node ที่ 6

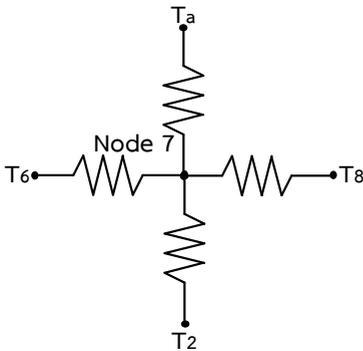
สมการสมดุลความร้อน

$$\left[\frac{T_1 - T_6}{\Delta z / k [(\Delta x / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_7 - T_6}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_9 - T_6}{1/h [(\Delta x / 2) \times \Delta y]} \right] = 0 \quad (14)$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาสมดุลความร้อนที่จุดที่ 10 จะได้

$$\left[\frac{T_9 - T_{10}}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_5 - T_{10}}{\Delta z / k [(\Delta x / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_9 - T_{10}}{1/h [(\Delta x / 2) \times \Delta y]} \right] = 0 \quad (15)$$

พิจารณาจุดที่ 7 ดังรูปที่ 16



รูปที่ 16 ตำแหน่งของดินพิจารณา Node ที่ 7 สมการสมดุลความร้อน

$$\left[\frac{T_6 - T_7}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_8 - T_7}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_2 - T_7}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] = 0 \quad (16)$$

ในทำนองเดียวกันเมื่อพิจารณาสมดุลความร้อนที่จุดที่ 8 และ 9 จะได้

$$\left[\frac{T_7 - T_8}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_9 - T_8}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_3 - T_8}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_9 - T_8}{1/h (\Delta x \times \Delta y)} \right] = 0 \quad (17)$$

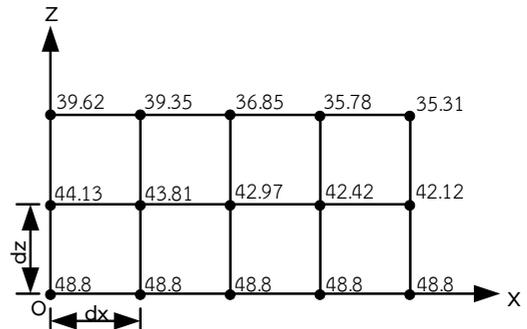
$$\left[\frac{T_8 - T_9}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_{10} - T_9}{\Delta x / k [(\Delta z / 2) \times \Delta y]} \right] + \left[\frac{T_4 - T_9}{\Delta z / k (\Delta x \times \Delta y)} \right] + \left[\frac{T_a - T_9}{1/h (\Delta x \times \Delta y)} \right] = 0 \quad (18)$$

ค่าสัมประสิทธิ์การพาความร้อนโดยสมหาได้จากสมการที่ (19)

$$h = 2.8 + 3V \quad (19)$$

โดยที่ \$V\$ = ความเร็วลม (m/s)

เมื่อได้สมการสมดุลความร้อนของทั้ง 10 จุด ทำการแก้สมการหาอุณหภูมิในแต่ละจุดจะได้อุณหภูมิ ดังรูปที่ 17



รูปที่ 17 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในดิน 2 มิติ

จากรูปที่ 17 การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในดินที่ถูกให้ความร้อนเมื่อพิจารณาแบบ 2 มิติ ซึ่งเป็นการพิจารณาภายใต้สภาวะคงตัว โดยกำหนดอุณหภูมิดินในชั้นที่ 1 คงที่ อุณหภูมิ 48 °C และอุณหภูมิอากาศที่ 28 °C

เป็นอินพุตในแบบจำลอง และ คำนวณสัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่ผิวดินคือ $7.3 \text{ W/m}^2\text{C}$ ด้วยความเร็วลมเฉลี่ยที่ 1.5 m/s (7) พบว่า อุณหภูมิดินในชั้นที่ 2 มีอุณหภูมิเฉลี่ยที่ $43.12 \text{ }^\circ\text{C}$ สูงจากค่าที่วัดได้ $0.82 \text{ }^\circ\text{C}$ ซึ่งค่าที่วัดได้คือ $42.3 \text{ }^\circ\text{C}$ ส่วนอุณหภูมิดินในชั้นที่ 3 มีอุณหภูมิเฉลี่ยที่ $37.32 \text{ }^\circ\text{C}$ สูงกว่าค่าที่วัดได้อยู่ $2 \text{ }^\circ\text{C}$ เหตุที่อุณหภูมิดินในชั้นที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนมาก เป็นเพราะในดินมีกลไกการถ่ายเทความร้อนอื่นร่วมด้วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งการพาความร้อนในชั้นดินที่มีความพรุนมาก ๆ จะทำให้การวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนในดินด้วยการนำความร้อนมีความคลาดเคลื่อนมากขึ้น

สรุปผล

การเปรียบเทียบอุณหภูมิน้ำที่ออกจากแผงรับรังสีอาทิตย์และถึงสะสมความร้อนระหว่างค่าที่วัดได้จากการทดลองและแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีความคลาดเคลื่อนโดยเฉลี่ยที่ $0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ และ 0.17% ตามลำดับ เมื่อใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบอุณหภูมิดินเพาะกล้าไม้กระถางอุณหภูมิดินแปรผันตามเวลาหรือที่สภาวะไม่คงตัวกับการทดลองของดินชั้นที่ 2 ซึ่งมีระยะสูงกว่าชุดให้ความร้อน 5 cm และดินชั้นที่ 3 มีระยะสูงกว่าดินชั้นที่ 2 อยู่ 5 cm หรือสูงกว่าชุดให้ความร้อน 10 cm โดยอุณหภูมิน้ำเริ่มต้นที่ $40 \text{ }^\circ\text{C}$ และ $60 \text{ }^\circ\text{C}$ พบว่า มีความคลาดเคลื่อน $0.7 \text{ }^\circ\text{C}$ และ $1.4 \text{ }^\circ\text{C}$ ตามลำดับ และเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงสมบัติของดินพบว่า อุณหภูมิดินชั้นที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ $3.5 \text{ }^\circ\text{C}$ เมื่อเข้าสู่สภาวะคงตัวความคลาดเคลื่อนลดลงเหลือ $0.5 \text{ }^\circ\text{C}$ สำหรับดินชั้นที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยที่ $3.5 \text{ }^\circ\text{C}$ เมื่อเข้าสู่สภาวะคงตัวความคลาดเคลื่อนลดลงเหลือ $3 \text{ }^\circ\text{C}$ สำหรับกรณีรักษาอุณหภูมิน้ำในถังสะสมความร้อนคงที่ อุณหภูมิดินไม่แปรผันตามเวลา อุณหภูมิดินที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของดินชั้นที่ 2 และ 3 สูงจากค่าที่วัดได้ $0.82 \text{ }^\circ\text{C}$ และ $2 \text{ }^\circ\text{C}$ ตามลำดับ

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากงบประมาณของมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ขอขอบคุณสายวิชาเทคโนโลยีพลังงาน คณะพลังงานสิ่งแวดล้อม และวัสดุ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี ที่สนับสนุนอุปกรณ์และสถานที่ในการทำวิจัย

เอกสารอ้างอิง

1. Krutkun T. Sustainable agriculture use of soil fertilizer. 1st ed. Bangkok: Green fence; 1997.
2. Feungchan S. Fruit tree physiology. 1st ed. Bangkok: Sirakan Offset; 1994.
3. Scott HD. Soil Physics: Agricultural and Environmental Applications. 1st ed. Library of Congress cut a logging Iowa State: Wiley-Blackwell; 2001.
4. Dardo O, Jorge L, Leonardo P. Predicting Temperature and Heat flow in a Sandy Soil by Electrical Modeling. Soil Sci Soc Am J. 2001;65(4):1074-80.
5. Gua YQ, Asher JB, Yano T, Momii K. Estimation of Soil Evaporation Using the Differential Temperature method. Soil Sci Soc Am J. 1999;63(6):1608-14.
6. Kurpaskaz S, Slipek L. Mathematical Model of Heat and Mass Exchange in a Garden Subsoil during Warm air heating. J Agr Eng Res. 1996;65(4):305-11.
7. Duffie JA, Beckman WA, Solar Engineering of Thermal Processes. 2nd ed. New York: John Wiley & Son; 1991.