

แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่มภายใต้การแจกแจง
เพาเวอร์ลินเดย์และการประยุกต์กับข้อมูลช่วงชีวิต

Group Acceptance Sampling Plan Based on Power Lindley Distribution and Application for Lifetime Data

กนิษฐา ยัมนาค^{1*} กรรณิการ์ ยัมนาค² และศุภณัฐ แก้วอำไพ³

Kanittha Yimnak^{1*} Kannika Yimnak² and Supanut Kaewumpai³

Received: May 25, 2022; Revised: July 11, 2022; Accepted: July 12, 2022

บทคัดย่อ

ในบทความวิจัยนี้นำเสนอแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่ม (GASP) สำหรับข้อมูลอายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานมีการแจกแจงเพาเวอร์ลินเดย์ (PLD) โดยจะนำเสนอจำนวนกลุ่มที่น้อยที่สุด ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะดำเนินการ ค่าอัตราส่วน μ/μ_0 ที่มีค่าน้อยที่สุดเมื่อกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต $\alpha = 0.05$ ภายใต้เงื่อนไขต่าง ๆ สำหรับแผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้น การประยุกต์กับข้อมูลจริง ผลการศึกษาพบว่า แผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้นมานั้นมีประสิทธิภาพในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธล็อตสินค้า นอกจากนี้แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่มที่นำเสนอนี้ให้จำนวนกลุ่มสำหรับการทดสอบค่อนข้างน้อยกว่า เมื่อค่าคงที่ a มีค่ามากขึ้น

คำสำคัญ : แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่ม; การแจกแจงเพาเวอร์ลินเดย์; ความเสี่ยงของผู้ผลิต

¹ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

² สาขาวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช

³ คณะบริหารธุรกิจและเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยอัสสัมชัญ

¹ Faculty of Science and Technology, Rajamangala University of Technology Thanyaburi

² School of Science and Technology, Sukhothai Thammathirat Open University

³ Matin de Tours School of Management and Economics, Assumption University

* Corresponding Author, Tel. 0 2549 4137-8, E - mail: kanittha_y@rmutt.ac.th

Abstract

A group acceptance sampling plan (GASP) for product lifetime data based on power Lindley distribution (PLD) was proposed along with the minimum group sizes, operating characteristic function values, the minimum ratios μ/μ_0 for the producer's risk $\alpha = 0.05$ under different conditions. In addition, the proposed GASP was applied to an actual data. The results showed that the proposed GASP could efficiently determine whether to accept or reject the product. In addition, the presented group acceptance sampling plan provided a minimum sample size for testing the product quality with a higher specified number or the greater a.

Keywords: Group Acceptance Sampling Plan; Power Lindley Distribution; Producer's Risk

บทนำ

กระบวนการตรวจสอบคุณภาพของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ เป็นสิ่งที่ทางผู้ผลิตและผู้บริโภคให้ความสำคัญที่จะตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธสินค้า แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ (Acceptance Sampling Plan) เป็นวิธีการกำหนดขนาดตัวอย่างขั้นต่ำสำหรับการทดสอบสินค้า หลาย ๆ โรงงานผลิตมักนิยมใช้แผนการสุ่มตัวอย่างเชิงเดียว (Single Acceptance Sampling Plan) เนื่องจากเป็นวิธีที่ง่ายต่อการปฏิบัติโดยแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบเชิงเดียว เป็นการตรวจสอบคุณภาพของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์รายการเดียว ในขณะที่ในแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่ม (Group Acceptance Sampling Plan: GASP) เป็นการตรวจสอบรายการสินค้า หลายรายการตามจำนวนที่ผู้ทดสอบสามารถทดสอบได้ สิ่งนี้สะท้อนให้เห็นว่า GASP มีข้อได้เปรียบแผนการสุ่มตัวอย่างทั่วไป เนื่องจากสามารถลดเวลาและค่าใช้จ่ายในการทดสอบได้อย่างมาก สิ่งสำคัญที่ทำให้แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับ มีประสิทธิภาพมากขึ้นคือ การกำหนดการแจกแจงข้อมูลอายุการใช้งานของสินค้าให้สอดคล้องกับข้อมูลจริง ซึ่งได้เคยมีนักวิจัยหลาย ๆ ท่านได้นำเสนอการพัฒนาแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับดังกล่าวภายใต้การแจกแจงแบบต่าง ๆ เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพให้กับแผนการสุ่มตัวอย่าง เช่น Srinivasa, R. G. [1] นำเสนอแผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยใช้การแจกแจงเลขชี้กำลังนัยทั่วไป (Generalized Exponential Distribution) และ Aslam, M., Ahmad, M., and Mughal, A. R. [2] นำเสนอแผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยใช้การแจกแจงเพโลโดนีทั่วไป (Generalized Pareto Distribution) เป็นต้น ซึ่งการแจกแจงดังกล่าวช่วยเพิ่มประสิทธิภาพให้กับแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับหรือปฏิเสธสินค้า

สำหรับการแจกแจงลินเลย์ซึ่งนำเสนอโดย Lindley, D. V. [3] เป็นการแจกแจงที่นิยมนำมาอธิบายการแจกแจงของอายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์เนื่องจากตัวแบบไม่ซับซ้อนและเป็นที่นิยมในการอธิบายข้อมูลช่วงชีวิต (Lifetime Data) ซึ่งต่อมา Shanker, R. and Mishra, A. [4] - [5] ได้พัฒนาการแจกแจงลินเลย์สองพารามิเตอร์ และการแจกแจงเสมือนลินเลย์สองพารามิเตอร์ (Two-Parameter Quasi Lindley Distribution) โดยมีการเพิ่มพารามิเตอร์บ่งขนาด θ (Scale Parameter) และพารามิเตอร์บ่งรูปร่าง α (Shape Parameter) ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability Density Function: PDF) และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function: CDF) ของการแจกแจงลินเลย์สองพารามิเตอร์ ดังสมการที่ (1) และ (2)

$$f(x; \alpha, \theta) = \frac{\theta^2}{\theta + \alpha} (1 + \alpha x) e^{-\theta x} \quad (1)$$

$$F(x; \alpha, \theta) = 1 - \frac{\theta + \alpha + \alpha \theta x}{\theta + \alpha} e^{-\theta x} \quad (2)$$

ถัดมา Ghitany, M. E., Al-Mutairi, D. K., Balakrishnan, N., and Al-Enezi, L. J. [6] ได้นำเสนอการแปลงการแจกแจงลินลีย์ในรูปแบบเลขยกกำลัง $X = T^{\frac{1}{\beta}}$ โดยใช้ชื่อใหม่ว่าการแจกแจงเพาว์เวอร์ลินลีย์ (Power Lindley Distribution: PLD) การแปลงในรูปดังกล่าวทำให้การแจกแจงที่พัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องและใกล้เคียงกับข้อมูลอายุการใช้งานที่เป็นข้อมูลจริงมากยิ่งขึ้น อีกทั้ง PLD เมื่อมีการปรับค่าพารามิเตอร์เป็นค่าต่าง ๆ จะทำให้การแจกแจงดังกล่าวสามารถมีรูปร่างได้หลายแบบ PDF และ CDF ของการแจกแจงดังกล่าว ดังสมการที่ (3) และ (4)

ในงานวิจัยครั้งนี้จึงนำเสนอแผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่ม เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์มีการแจกแจงเพาว์เวอร์ลินลีย์และทำการศึกษากายใต้การทดสอบอายุการใช้งานที่มีการตัดปลาย (Truncated Life Test) โดยจะทำการศึกษากลุ่มน้อยที่สุด ค่าฟังก์ชันลักษณะเฉพาะดำเนินการ (Operating Characteristic Function) ค่า μ/μ_0 น้อยที่สุดสำหรับการยอมรับผลสินค้า การประยุกต์กับข้อมูลจริงที่เป็นรถเข็นไฟฟ้าที่ใช้สำหรับการขนส่งสินค้าในโรงงาน พร้อมการอภิปรายผลที่ได้

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

1. การแจกแจงเพาว์เวอร์ลินลีย์ (Power Lindley Distribution: PLD) และคุณสมบัติทางสถิติบางประการ

ฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็น (Probability Density Function: PDF) และฟังก์ชันการแจกแจงสะสม (Cumulative Distribution Function: CDF) ของการแจกแจงเพาว์เวอร์ลินลีย์ ดังสมการที่ (3) และ (4) [6] - [8]

$$f(x; \theta, \beta) = \frac{\theta^2 \beta (1 + x^\beta)}{\theta + 1} x^{\beta-1} e^{-\theta x^\beta} \quad ; x > 0, \theta, \beta > 0 \quad (3)$$

$$F(x; \theta, \beta) = 1 - \left(1 + \frac{\theta x^\beta}{\theta + 1} \right) e^{-\theta x^\beta} \quad ; x > 0, \theta, \beta > 0 \quad (4)$$

เมื่อ

θ คือ พารามิเตอร์บ่งขนาด (Scale Parameter)

β คือ พารามิเตอร์บ่งรูปร่าง (Shape Parameter)

ฟังก์ชันพิบัติ (Hazard Function: $H(x)$) ของ PLD คือฟังก์ชันที่แสดงค่าอัตราส่วนระหว่าง PDF และฟังก์ชันการรอดชีพ (Survival Function: $S(x)$) หรือ $\frac{f(x)}{S(x)}$ โดยที่ $S(x) = 1 - F(x)$ ดังสมการที่ (5)

$$H(x; \theta, \beta) = \frac{\theta^2 \beta (1 + x^\beta)}{(\theta x^\beta + \theta + 1)} x^{\beta-1} \quad ; x > 0, \theta, \beta > 0 \quad (5)$$

โมเมนต์รอบที่ r ของการแจกแจงดังกล่าวเขียนแสดงดังสมการที่ (6)

$$M_r(x) = E(x^r) = \int_0^\infty x^r \left(\frac{\theta^2 \beta (1+x^\beta)}{\theta+1} x^{\beta-1} e^{-\theta x^\beta} \right) dx \quad (6)$$

จากสมการที่ (6) ค่าเฉลี่ย (Mean) หรือ $E(x)$ ของ PLD ดังสมการที่ (7)

$$\mu = E(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) [\beta(\theta+1)+1]}{\beta^2(\theta+1)\theta^{\frac{1}{\beta}}} \quad (7)$$

2. แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับแบบกลุ่ม (Group Acceptance Sampling Plan: GASP) ภายใต้การทดสอบอายุการใช้งานตัดปลาย (Truncated Life Test) ของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์มีการแจกแจงเพาเวอร์ลินเลย์

กำหนดให้ μ คือ ค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานที่แท้จริงของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ และ μ_0 คือ ค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่คาดการณ์ไว้ ภายใต้ PLD GASP คือ แผนการสุ่มตัวอย่างเพื่อการยอมรับซึ่งจะพิจารณาทั้งค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต (Procedure's Risk) และค่าความเสี่ยงของผู้บริโภค (Consumer's Risk) ซึ่งจะแทนด้วยสัญลักษณ์ α และ λ โดยที่ $\lambda = 1 - P$ เมื่อ P คือ ค่าความเชื่อมั่นของผู้บริโภค ซึ่งการทดสอบสมมติฐานงานวิจัยจะดำเนินการภายใต้สมมติฐาน $H_0: \mu \geq \mu_0$ และ $H_1: \mu < \mu_0$ หาก H_0 เป็นจริง แสดงว่าลอตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์นั้นดีและพร้อมส่งต่อไปแก่ผู้บริโภคหรือส่งต่อไปยังแผนกอื่น แต่หาก H_1 เป็นจริง แสดงว่าลอตสินค้าหรือผลิตภัณฑ์นั้นอาจไม่ได้คุณภาพไม่พร้อมส่งต่อ ซึ่ง GASP ดำเนินการทดสอบภายใต้การทดสอบอายุการใช้งานตัดปลาย (Truncated Life Test) ซึ่งการยอมรับลอตสินค้า จะยอมรับลอตสินค้าเมื่อสินค้านั้นเป็นสินค้าที่ดี กล่าวคือ มีจำนวนสินค้าที่ชำรุดหรือเสื่อมสภาพก่อนเวลาที่กำหนดไม่เกินเกณฑ์ที่กำหนดไว้ สิ่งที่ต้องพิจารณาในการวิเคราะห์ GASP คือ ความเสี่ยงของผู้ผลิตหรือโอกาสที่ลอตสินค้าที่จะถูกปฏิเสธ (Type I error หรือ α) และความเสี่ยงของผู้บริโภคหรือโอกาสที่จะยอมรับลอตสินค้าทั้ง ๆ ที่ลอตสินค้านั้นมีสินค้าไม่ได้มาตรฐานปะปนอยู่ (Type II error หรือ λ) ซึ่ง GASP สรุปเป็นขั้นตอนได้ดังนี้ [2]

- ขั้นที่ 1 กำหนดจำนวนกลุ่มสินค้า g
- ขั้นที่ 2 สุ่มสินค้าจำนวน gr รายการจากลอตสินค้า เมื่อ r คือ ขนาดกลุ่มสินค้า สำหรับการทดสอบอายุการใช้งาน ดังนั้น ขนาดตัวอย่าง (n) ของสินค้าที่จะนำมาทดสอบคือ $n = gr$ (ถ้า $r = 1$ แผนการสุ่มตัวอย่างดังกล่าวจะกลายเป็นแผนการสุ่มตัวอย่างเชิงเดียว)
- ขั้นที่ 3 กำหนดให้ c คือ จำนวนสินค้าชำรุดหรือเสื่อมสภาพก่อนเวลาที่กำหนดที่ยอมรับได้สำหรับทุกกลุ่มภายใต้ขอบเขตระยะเวลาที่กำหนดไว้ (t_0)
- ขั้นที่ 4 ดำเนินการทดสอบอายุการใช้งานของสินค้าแต่ละกลุ่ม หากจำนวนสินค้าที่ชำรุดหรือเสื่อมสภาพก่อนกำหนดมีจำนวนน้อยกว่าหรือเท่ากับ c ในทุก ๆ กลุ่มภายใต้ขอบเขตของระยะเวลาที่กำหนดไว้ (t_0) ก็ยอมรับลอตสินค้า

กำหนดให้ p แทนความน่าจะเป็นความล้มเหลวหรือการชำรุด/การเสื่อมสภาพของสินค้า และให้ I แทนตัวแปรสุ่มของจำนวนสินค้าที่ชำรุด/เสื่อมสภาพ ค่าความน่าจะเป็นในการยอมรับลอตสินค้า ($L(p)$) ดังสมการที่ (8)

$$L(p) = P(I \leq c) = \sum_{i=0}^c P(I = i) \quad (8)$$

ความน่าจะเป็นในการยอมรับลอตสินค้าสำหรับ GASP แสดงดังสมการที่ (9)

$$L(p) = \left[\sum_{i=0}^c \binom{r}{i} p^i (1-p)^{r-i} \right]^g \quad (9)$$

เมื่อ $p = F(t)$ ซึ่งแสดงดังสมการที่ (10) เมื่อกำหนดให้รายการสินค้าในแต่ละกลุ่มที่ชำรุดหรือเสื่อมสภาพก่อนเวลาที่กำหนด (t_0) คือ $t_0 = a\mu_0$ เมื่อ a คือ ค่าคงที่สัดส่วนของเวลา ดังนั้น $F(t)$ สามารถเขียนได้ดังสมการที่ (10)

$$p = F(t) = 1 - \left(1 + \frac{\theta U^\beta}{\theta + 1} \right) e^{-\theta U^\beta} \quad (10)$$

$$\text{เมื่อ } U = \left(\frac{a}{\frac{\mu}{\mu_0}} \right) \left(\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\beta}\right) [\beta(\theta + 1) + 1]}{\beta^2(\theta + 1)\theta^{\frac{1}{\beta}}} \right)$$

สำหรับการวิเคราะห์ GASP ใช้วิธีการลดขนาด (Minimize) ค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตและผู้บริโภค (α, λ)

โดยกำหนดให้ p_1 คือ ความน่าจะเป็นของความล้มเหลว (Failure Probability) ที่สอดคล้องกับความเสียหายของผู้ผลิต $p_1 = F_T\left(\frac{t_0}{\mu_0}, k_1 = \frac{\mu}{\mu_0}\right)$

p_2 คือ ความน่าจะเป็นของความล้มเหลว (Failure Probability) ที่สอดคล้องกับความเสียหายของผู้บริโภค $p_2 = F_T\left(\frac{t_0}{\mu_0}, k_2 = 1\right)$

การคำนวณ GASP ดำเนินการภายใต้สมการที่ (11) และ (12)

$$L(p_1) = \left[\sum_{i=0}^c \binom{r}{i} p_1^i (1-p_1)^{r-i} \right]^g \geq 1 - \alpha \quad (11)$$

$$L(p_2) = \left[\sum_{i=0}^c \binom{r}{i} p_2^i (1-p_2)^{r-i} \right]^g \leq \lambda \quad (12)$$

โดยขนาดกลุ่มน้อยที่สุดสำหรับ GASP คำนวณได้จากสมการที่ (12) ค่าอัตราส่วน μ/μ_0 น้อยที่สุด คำนวณได้จากสมการที่ (11) และค่าความน่าจะเป็นในการยอมรับลอตสินค้าหรือที่เรียกว่า ฟังก์ชันลักษณะเฉพาะดำเนินการ (OCF) คำนวณได้จากสมการที่ (13)

$$OC(p_2) = P(\text{Accepting a lot} | \mu < \mu_0) = \left[\sum_{i=0}^c \binom{r}{i} p_2^i (1-p_2)^{r-i} \right]^g \quad (13)$$

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

สำหรับผลการวิจัยจะนำเสนอ จำนวนกลุ่มน้อยที่สุด (g) ค่า OCF และค่าอัตราส่วน μ/μ_0 ที่น้อยที่สุด เมื่อกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิตเป็น (α) มีค่าเท่ากับ 0.05 และกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่มีการแจกแจงเพอร์เวอร์ลินเลย์ที่มีพารามิเตอร์ $\theta=3$ และ $\beta=1$ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลดังตารางที่ 1-3 สำหรับตารางที่ 1 นำเสนอ GASP โดยกำหนดให้ค่าคงที่สัดส่วนของเวลาเป็นจำนวนจริงบวก $a = 0.7 \ 0.8 \ 1.0 \ 1.2 \ 1.5$ และ 2.0 [2] กำหนดให้ความเสี่ยงของผู้ซื้อหรือผู้บริโภคเป็น $\lambda = 1-P$ โดยกำหนดค่าของ λ อ้างอิงตาม [1] และ [2] ดังนี้ $\lambda = 0.25 \ 0.10 \ 0.05$ และ 0.01 จากตารางที่ 1 อธิบายได้ว่าจำนวนของกลุ่มน้อยที่สุด (g) สำหรับแผนการลุ่มตัวอย่างที่นำเสนอจะลดลงเมื่อ ค่าคงที่ a เพิ่มขึ้น แต่หากมีการเพิ่มขนาดกลุ่มสินค้าสำหรับการทดสอบ (r) และจำนวนสินค้าชำรุดหรือเสื่อมสภาพก่อนเวลาที่กำหนดที่ยอมรับได้ (c) สำหรับทุกกลุ่มภายใต้ระยะเวลาที่กำหนด (t_0) ก็จะต้องมีการใช้จำนวนกลุ่มน้อยที่สุด (g) เพิ่มขึ้น

ตารางที่ 2 แสดงค่า OCF ของ GASP เมื่อกำหนด $\theta=3$ และ $\beta=1$ และแสดงผลการคำนวณเฉพาะ กรณี $r=4$ และ $c=2$ โดยอ้างอิงผลจากตารางที่ 1 ซึ่งเห็นได้ว่าค่า OCF เพิ่มขึ้นและมีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่ออัตราส่วน μ/μ_0 เพิ่มขึ้น แต่จะมีค่าลดลงเมื่อ a เพิ่มขึ้น ตารางที่ 3 แสดงค่าอัตราส่วนต่ำที่สุดของค่าเฉลี่ยอายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่แท้จริงต่อค่าเฉลี่ยอายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่คาดการณ์ (μ/μ_0) จากตารางที่ 3 แสดงเห็นว่า μ/μ_0 มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อ a เพิ่มขึ้น และมีค่าลดลงเมื่อค่า r และ c เพิ่มขึ้น

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากตารางที่ 1-3 สอดคล้องกับงานวิจัยของ Srinivasa, R. G. [1] ที่นำเสนอแผนการลุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มบนพื้นฐานการแจกแจงเลขชี้กำลังทั่วไป และ Aslam, M., Ahmad, M., and Mughal, A. R. [2] ที่มีการนำเสนอแผนการลุ่มตัวอย่างแบบกลุ่มโดยใช้การแจกแจงเพอร์โรว์ในรูปทั่วไปซึ่งมีรูปแบบการนำเสนอ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลในรูปแบบใกล้เคียงกัน อย่างไรก็ตาม แผนการลุ่มตัวอย่าง GASP ภายใต้ PLD จะให้จำนวนกลุ่มสำหรับการทดสอบค่อนข้างน้อยกว่า [1] และ [2] เมื่อ a มากขึ้น

การประยุกต์กับข้อมูลจริง

GASP แผนการลุ่มตัวอย่างที่พัฒนานี้นำมาประยุกต์กับข้อมูลจริงซึ่งเป็นข้อมูลอายุการใช้งาน (หน่วย: เดือน) ของรถเข็นไฟฟ้าที่ใช้สำหรับการขนส่งสินค้าในโรงงานขนาดใหญ่ จำนวน 20 คัน รายละเอียดของข้อมูลดังนี้ 0.9 1.5 2.3 3.2 3.9 5 6.2 7.5 8.3 10.4 11.1 12.6 15 16.3 19.3 22.6 24.8 31.5 38.1 53 (ข้อมูลอ้างอิงมาจาก [9] - [11]) เมื่อกำหนดให้ข้อมูลอายุการใช้งานดังกล่าวมีการแจกแจง PLD ซึ่งการคำนวณค่าพารามิเตอร์ θ และ β และการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบดำเนินการดังนี้

1. การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (Maximum Likelihood Estimation) ฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Function) ของ PLD ดังสมการที่ (14)

$$L(t|\theta, \beta) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{\theta^2 \beta (1+t^\beta)}{\theta+1} t^{\beta-1} e^{-\theta t^\beta} \right], \quad (14)$$

เมื่อกำหนดให้ $x_1, x_2, \dots, x_n$ เป็นค่าสังเกตตัวอย่างลุ่มขนาด n จาก PLD ฟังก์ชันล็อกภาวะน่าจะเป็น (Log-Likelihood Function: Log(L) หรือ LL) แสดงดังสมการที่ (12)

$$LL(t|\theta, \beta) = n \log \left(\frac{\theta^2 \beta}{\theta+1} \right) + \sum_{i=1}^n \log (1+t_i^\beta) + (\beta-1) \sum_{i=1}^n \log (t_i) - \theta \sum_{i=1}^n t_i^\beta \quad (15)$$

ค่าประมาณพารามิเตอร์ θ และ β คำนวณได้จาก $\frac{\partial LL}{\partial \theta} = 0$ และ $\frac{\partial LL}{\partial \beta} = 0$ การหาคำตอบของสมการดังกล่าวโดยใช้ระเบียบวิธีนิวตัน-ราฟสัน (Newton-Raphson) [12]

2. การทดสอบความเหมาะสมของตัวแบบ

ในงานวิจัยในครั้งนี้ จะใช้เกณฑ์ข้อสนเทศของอาไคเคะ (Akaike Information Criterion: AIC) และการทดสอบโคลโมโกรอฟ-สไมร์นอฟ (Kolmogorov-Smirnov: KS) ในการทดสอบประสิทธิภาพการประมาณค่าพารามิเตอร์ของ PLD สูตรการคำนวณดังสมการที่ (16) และ (17)

$$AIC = -2\log(L) + 2p \quad (16)$$

$$KS = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| \quad (17)$$

เมื่อ

$F_n(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของตัวอย่าง

$F_0(x)$ คือ ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของประชากรที่คาดไว้

n คือ จำนวนตัวอย่าง

p คือ จำนวนพารามิเตอร์

ผลการประมาณค่าพารามิเตอร์ การตรวจสอบประสิทธิภาพของการแจกแจงดังตารางที่ 4 ซึ่งจากตารางที่ 4 พบว่าข้อมูลอายุการใช้งานของรถเข็นไฟฟ้าที่ใช้สำหรับการขนส่งสินค้ามีการแจกแจงสอดคล้องกับ PLD เนื่องจากมีค่าสถิติทดสอบ $KS = 0.0553$ และ $P\text{-value} > 0.05$

ตารางที่ 1 จำนวนกลุ่มน้อยที่สุด (g) สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD ด้วยค่า $\theta = 3$ และ $\beta = 1$ และกำหนดค่า λ r และ c ที่แตกต่างกัน

λ	r	c	a					
			0.7	0.8	1	1.2	1.5	2
0.25	2	0	2	2	1	1	1	1
	3	1	5	3	2	1	1	1
	4	2	9	5	2	1	1	1
	5	3	20	10	3	2	1	1
	6	4	45	18	5	2	1	1
	7	5	105	34	7	3	1	1
0.10	2	0	3	2	2	1	1	1
	3	1	7	4	3	2	1	1
	4	2	15	8	4	2	1	1
	5	3	33	15	5	3	1	1
	6	4	75	29	8	3	2	1
	7	5	174	56	11	4	2	1

ตารางที่ 1 จำนวนกลุ่มน้อยที่สุด (g) สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD ด้วยค่า $\theta=3$ และ $\beta=1$ และกำหนดค่า λ r และ c ที่แตกต่างกัน (ต่อ)

λ	r	c	a					
			0.7	0.8	1	1.2	1.5	2
0.05	2	0	4	3	2	2	1	1
	3	1	8	6	3	2	1	1
	4	2	19	11	5	3	2	1
	5	3	42	20	7	3	2	1
	6	4	97	38	10	4	2	1
	7	5	226	73	15	5	2	1
0.01	2	0	5	4	3	2	2	1
	3	1	13	8	5	3	2	1
	4	2	29	16	7	4	2	1
	5	3	65	30	10	5	2	1
	6	4	149	58	15	6	3	1
	7	5	347	112	22	8	3	1

ตารางที่ 2 ค่า OCF สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD ด้วยค่า $\theta=3$ และ $\beta=1$ ($r=4$, $c=2$) และกำหนดค่า λ g a และ μ/μ_0 ที่แตกต่างกัน

λ	g	a	μ/μ_0					
			2	4	6	8	10	12
0.25	9	0.7	0.9579	0.9992	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
	5	0.8	0.9515	0.9990	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
	2	1	0.9376	0.9986	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
	1	1.2	0.9232	0.9980	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000
	1	1.5	0.7995	0.9930	0.9993	0.9999	1.0000	1.0000
	1	2	0.4830	0.9683	0.9964	0.9993	0.9998	0.9999
0.10	15	0.7	0.9307	0.9987	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
	8	0.8	0.9236	0.9984	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
	4	1	0.8790	0.9972	0.9997	1.0000	1.0000	1.0000
	2	1.2	0.8523	0.9960	0.9996	0.9999	1.0000	1.0000
	1	1.5	0.7995	0.9930	0.9993	0.9999	1.0000	1.0000
	1	2	0.4830	0.9683	0.9964	0.9993	0.9998	0.9999
0.05	19	0.7	0.9131	0.9983	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000
	11	0.8	0.8964	0.9979	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000
	5	1	0.8511	0.9964	0.9997	0.9999	1.0000	1.0000
	3	1.2	0.7869	0.9940	0.9994	0.9999	1.0000	1.0000
	2	1.5	0.6392	0.9861	0.9986	0.9997	0.9999	1.0000
	1	2	0.4830	0.9683	0.9964	0.9993	0.9998	0.9999

ตารางที่ 2 ค่า OCF สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD ด้วยค่า $\theta=3$ และ $\beta=1$ ($r=4, c=2$) และกำหนดค่า λ g a และ μ/μ_0 ที่แตกต่างกัน (ต่อ)

λ	g	a	μ/μ_0					
			2	4	6	8	10	12
0.01	29	0.7	0.8704	0.9974	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000
	16	0.8	0.8530	0.9969	0.9997	0.9999	1.0000	1.0000
	7	1	0.7980	0.9950	0.9995	0.9999	1.0000	1.0000
	4	1.2	0.7264	0.9920	0.9992	0.9999	1.0000	1.0000
	2	1.5	0.6392	0.9861	0.9986	0.9997	0.9999	1.0000
	1	2	0.4830	0.9683	0.9964	0.9993	0.9998	0.9999

ตารางที่ 3 ค่า μ/μ_0 น้อยที่สุด สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD ด้วยค่า $\theta=3$ และ $\beta=1$ และกำหนดค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต $\alpha=0.05$

λ	r	c	a					
			0.7	0.8	1	1.2	1.5	2
0.25	2	0	5.9874	6.8427	6.0503	7.2604	9.0755	12.1006
	3	1	2.7406	2.7390	3.0742	3.0586	3.8232	5.0976
	4	2	1.9377	1.9884	2.0908	2.1892	2.7366	3.6487
	5	3	1.6559	1.7156	1.7960	2.0249	2.2659	3.0212
	6	4	1.5005	1.5422	1.6501	1.7591	1.9992	2.6656
	7	5	1.4056	1.4381	1.5256	1.6661	1.8254	2.4339
0.10	2	0	7.3322	6.8427	8.5534	7.2604	9.0755	12.1006
	3	1	2.9914	2.9545	3.4238	3.6890	3.8232	5.0976
	4	2	2.1245	2.1676	2.3845	2.5089	2.7366	3.6487
	5	3	1.7750	1.8175	1.9389	2.1552	2.2659	3.0212
	6	4	1.5899	1.6305	1.7490	1.8554	2.1989	2.6656
	7	5	1.4752	1.5111	1.6010	1.7213	1.9867	2.4339
0.05	2	0	8.4659	8.3796	8.5534	10.2641	9.0755	12.1006
	3	1	3.0967	3.2845	3.4238	3.6890	3.8232	5.0976
	4	2	2.2160	2.2964	2.4855	2.7108	3.1361	3.6487
	5	3	1.8348	1.8924	2.0369	2.1552	2.5312	3.0212
	6	4	1.6363	1.6820	1.7971	1.9252	2.1989	2.6656
	7	5	1.5122	1.5508	1.6538	1.7646	1.9867	2.4339
0.01	2	0	9.4649	9.6754	10.4745	10.2641	12.8301	12.1006
	3	1	3.5096	3.5391	3.9152	4.1085	4.6113	5.0976
	4	2	2.3883	2.4562	2.6442	2.8613	3.1361	3.6487
	5	3	1.9472	2.0021	2.1445	2.3266	2.5312	3.0212
	6	4	1.7162	1.7651	1.8866	2.0257	2.3192	2.6656
	7	5	1.5744	1.6165	1.7203	1.8572	2.0827	2.4339

ตารางที่ 4 การประมาณค่าพารามิเตอร์ ค่า AIC และการทดสอบ KS ของข้อมูลจริง

พารามิเตอร์	ค่าประมาณพารามิเตอร์	KS (P-value)	AIC
θ	0.2083	0.0553	151.34
β	0.8288	(0.9999994)	

ตารางที่ 5 จำนวนกลุ่มน้อยที่สุด (g) และค่า μ/μ_0 เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD $\lambda = 0.25$ และค่า a r c ที่แตกต่างกัน

r	c	จำนวนกลุ่มน้อยที่สุด g						ค่า μ/μ_0 น้อยที่สุดเมื่อ $\alpha = 0.05$					
		a						a					
		0.7	0.8	1	1.2	1.5	2	0.7	0.8	1	1.2	1.5	2
2	0	2	2	1	1	1	1	0.7786	0.8899	0.8386	1.0063	1.2579	1.6772
3	1	5	3	2	1	1	1	0.8348	0.8308	0.9239	0.8917	1.1146	1.4861
4	2	13	6	2	1	1	1	0.8817	0.8660	0.8422	0.8361	1.0452	1.3935

ตารางที่ 6 ค่า OCF สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD $\lambda = 0.25$ (r = 4, c = 2) และค่า a g μ/μ_0 ที่แตกต่างกัน

a	g	μ/μ_0					
		2	4	6	8	10	12
0.7	13	0.9833	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.8	6	0.9811	0.9998	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1	2	0.9724	0.9997	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.2	1	0.9560	0.9995	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
1.5	1	0.8447	0.9979	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000
2	1	0.4850	0.9861	0.9991	0.9999	1.0000	1.0000

ตารางที่ 5 แสดงจำนวนกลุ่มน้อยที่สุด (g) ค่า μ/μ_0 น้อยที่สุดเมื่อกำหนด $\alpha = 0.05$ และกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD $\lambda = 0.25$ และค่า a r c ที่แตกต่างกัน ซึ่งจะเห็นได้ว่าจำนวนกลุ่มน้อยที่สุด แปรผันตามค่า r และ c แต่แปรผกผันกับค่า a ส่วนค่า μ/μ_0 น้อยที่สุด จะเพิ่มขึ้นเมื่อค่า a เพิ่มขึ้น แต่จะลดลงเมื่อค่า r และ c เพิ่มขึ้น ส่วนตารางที่ 6 แสดงค่า OCF สำหรับ GASP เมื่อกำหนดให้อายุการใช้งานของสินค้ามีการแจกแจงแบบ PLD $\lambda = 0.25$ ค่า a g และค่า μ/μ_0 แตกต่างกัน ซึ่งพบว่าค่า OCF มีค่าเข้าใกล้ 1 เมื่อค่า μ/μ_0 ที่น้อยที่สุดมีค่าเพิ่มขึ้น ตัวอย่างการตีความจากผลการวิเคราะห์ข้อมูลเมื่อพิจารณาจากตารางที่ 6 กล่าวคือเมื่อกำหนด $\mu/\mu_0 = 4$ $\lambda = 0.25$ a = 0.8 $\alpha = 0.05$ และ $(g, r, c) = (6, 4, 2)$ อธิบายได้ว่า หากค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานที่แท้จริงของสินค้า (μ) เท่ากับ 4,000 เดือน ค่าเฉลี่ยของอายุการใช้งานของสินค้าที่คาดการณ์ไว้ (μ_0) เท่ากับ 1,000 เดือนขอบเขตระยะเวลาที่กำหนด (t_0) เท่ากับ 800 เดือน จะต้องสัมนสินค้ามาจำนวน 4 ชิ้นจากแต่ละกลุ่มหรือแต่ละเครื่องจักรผลิตจำนวน 6 กลุ่ม ลอตสินค้านั้น ๆ จะถูกปฏิเสธเมื่อจำนวนสินค้าที่ชำรุดหรือเสื่อมสภาพก่อนระยะเวลาที่กำหนด (t_0) มีจำนวนเกินกว่า 2 ชิ้น ภายใต้ขอบเขตของระยะเวลาที่กำหนด $t_0 = [1,800]$ (หน่วย:เดือน)

สรุปผลการวิจัย

บทความวิจัยนี้เป็นการออกแบบแผนการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (GASP) โดยกำหนดให้การแจกแจงของอายุการใช้งานของสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่มีการแจกแจงเพาเวอร์ลินลีย์ (PLD) มีการนำเสนอจำนวนกลุ่มที่น้อยที่สุด (g) และค่าอัตราส่วน μ/μ_0 ที่มีค่าน้อยที่สุดสำหรับค่าความเสี่ยงของผู้ผลิต เมื่อขนาดกลุ่มสำหรับการทดสอบ (r) และจำนวนสินค้าที่ชำรุดหรือเสื่อมสภาพที่ยอมรับได้ (c) สำหรับทุกกลุ่มภายใต้ระยะเวลาที่กำหนด (t_0) ที่แตกต่างกัน โดยนำเสนอในรูปแบบตาราง นอกจากนี้ยังมีการนำเสนอค่า OCF เมื่อกำหนดค่า μ/μ_0 แตกต่างกัน ในกรณีที่ $r = 4$ และ $c = 2$ ตลอดจนมีการนำเสนอการประยุกต์ใช้กับข้อมูลจริง แผนการสุ่มตัวอย่างที่พัฒนาขึ้นมานั้นมีประสิทธิภาพในการตัดสินใจที่จะยอมรับหรือปฏิเสธล็อตสินค้า

References

- [1] Srinivasa, R. G. (2009). A Group Acceptance Sampling Plans for Lifetimes Following a Generalized Exponential Distribution. **Economic Quality Control**. Vol. 24, No. 1, pp. 75-85
- [2] Aslam, M., Ahmad, M., and Mughal, A. R. (2010). Group Acceptance Sampling Plan for Lifetime Data Using Generalized Pareto Distribution. **Pakistan Journal of Commerce and Social Sciences**. Vol. 4, No. 2, pp. 185-193
- [3] Lindley, D. V. (1958). Fiducial Distributions and Bayes' Theorem. **Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)**. Vol. 20, No. 1, pp. 102-107. DOI: 10.1111/j.2517-6161.1958.tb00278.x
- [4] Shanker, R. and Mishra, A. (2013a). A Two Parameter Lindley Distribution. **Statistics in Transition New Series**. Vol. 14, No. 1, pp. 45-56
- [5] Shanker, R. and Mishra, A. (2013b). A Quasi Lindley Distribution. **African Journal of Mathematics and Computer Science Research**. Vol. 6, No. 4, pp. 64-71. DOI: 10.5897/AJMCSR12.067
- [6] Ghitany, M. E., Al-Mutairi, D. K., Balakrishnan, N., and Al-Enezi, L. J. (2013). Power Lindley Distribution and Associated Inference. **Computational Statistics & Data Analysis**. Vol. 64, pp. 20-33. DOI: 10.1016/j.csda.2013.02.026
- [7] Khalleefah, M., Ostrovska, S., and Turan, M. (2019). Power Lindley Distribution and Software Metrics. **arXiv:1907.00668v1 [math.ST]**. DOI: 10.48550/arXiv.1907.00668
- [8] Rather, A. A. and Ozel, G. (2020). The Weighted Power Lindley Distribution with Applications on the Life Time Data. **Pakistan Journal of Statistics and Operation Research**. Vol. 16, No. 2, pp. 225-237. DOI: 10.18187/pjsor.v16i2.2931
- [9] Zimmer, W. J., Keats, J. B., and Wang, F. K. (1998). The Burr XII Distribution in Reliability Analysis. **Journal of Quality Technology**. Vol. 30, Issue 4, pp. 386-394. DOI: 10.1080/00224065.1998.11979874
- [10] Gui, W. and Aslam, M. (2017). Acceptance Sampling Plans Based on Truncated Life Tests for Weighted Exponential Distribution. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**. Vol. 46, Issue 3, pp. 2138-2151. DOI: 10.1080/03610918.2015.1037593

- [11] Lio, Y. L., Tsai, T. -R., and Wu, S. -J. (2010). Acceptance Sampling Plans from Truncated Life Tests Based on the Burr Type XII Percentiles. **Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers**. Vol. 27, Issue 4, pp. 270-280. DOI:10.1080/10170661003791029
- [12] Gupta, L. P., Gupta, R. C., and Lvin, S. J. (1998). Numerical Methods for the Maximum Likelihood Estimation of Weibull Parameters. **Journal of Statistical Computation and Simulation**. Vol. 62, Issue 1-2, pp. 1-7. DOI: 10.1080/00949659808811921