

ผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง
เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

THE RESULTS OF LEARNING MANAGEMENT THROUGH
GUIDED DISCOVERY METHOD ON APPLICATION OF
TRIGONOMETRY TO ENHANCE MATHEMATICAL THINKING
FOR STUDENTS IN MATTAYOM 4

ศุภาไชย ทักษิธา¹ วรินทร์ สุภาพ^{1*} และจักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม²
Katachai Tuksitha¹, Wanintorn Supap^{1*}, and Chakkrid Klin-eam²

¹Faculty of Education, and ²Faculty of Science, Naresuan University

*corresponding author email: wsupap@gmail.com

บทคัดย่อ

การคิดเชิงคณิตศาสตร์เป็นทักษะสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนสามารถศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ได้ด้วยตนเอง และฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล ดังนั้นการวิจัยครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนโรงเรียนจุฬารัตนวิทยาลัย พิษณุโลก ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 จำนวน 24 คน ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง ใบกิจกรรม และแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ แล้ววิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหาและตรวจสอบข้อมูลแบบสามเส้า ผลการวิจัยพบว่า หลังจากการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง นักเรียนมีพัฒนาการการคิดเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 3 ด้าน ได้แก่ 1) การแก้ปัญหา นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหา แสดงวิธีการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง 2) การให้เหตุผลนักเรียนสามารถระบุความรู้ที่ใช้เพื่อกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา และแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ชัดเจน 3) การนำเสนอตัวแทนความคิด นักเรียนสามารถนำข้อความ สัญลักษณ์หรือตัวแปร และรูปภาพมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบของปัญหาได้

คำสำคัญ: การเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง การคิดเชิงคณิตศาสตร์ การประยุกต์ตรีโกณมิติ

Abstract

Mathematical thinking is one of the important skills that support students in Mathematics self-study, and improve problem solving skills for reasonableness. This research aimed to study the results of learning management through guided discovery

method for Mattayom 4 students' mathematical thinking in application of trigonometry. The research participants were 24 students in Princess Chulabhorn Science High School Phitsanulok. The instruments used in this classroom action research consisted of guided discovery lesson plans, worksheets, and mathematical thinking test. The data were analyzed using content analysis and triangulation. The results of this research showed students' mathematical thinking developed after using guided discovery learning which consisted of three skills as follows: 1) Problem solving skill helped students to evaluate problems, make decisions, determine conditions of problem, identify the problem solving method, and correctly provide the answers 2) Reasonable skill, students can recognize knowledge to identify the problems and clearly provide reasonable answers 3) Mental representation skill, students can use texts, symbols or variables, and figures to understand problems, resolve problems, analyze and conclude answers.

Keywords: guided discovery learning, mathematical thinking, application of trigonometry

บทนำ

แนวทางการดำเนินงานโรงเรียนมาตรฐานสากล (world-class standard school) มุ่งเน้นให้ผู้เรียนมีศักยภาพเป็นพลโลก (world citizen) โดยมีคุณลักษณะ “เป็นเลิศวิชาการ สื่อสาร 2 ภาษา ล้ำหน้าทางความคิด ผลิตงานอย่างสร้างสรรค์ ร่วมกันรับผิดชอบต่อสังคมโลก” (Ministry of Education, 2010a) และแผนพัฒนาการศึกษาของกระทรวงศึกษาธิการ ฉบับที่ 11 พ.ศ. 2555-2559 ที่ได้กำหนดกลยุทธ์และแนวทางการดำเนินงานเพื่อเร่งรัดพัฒนาคุณภาพและมาตรฐานนักเรียน โดยมุ่งพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้ และจัดกิจกรรมเสริมทักษะและพัฒนานักเรียนในรูปแบบที่หลากหลายเพื่อให้ผู้เรียนมีกระบวนการคิดวิเคราะห์อย่างเป็นระบบ (Ministry of Education, 2011) จักเห็นได้ว่า “การคิด” เป็นเรื่องสำคัญในการจัดการศึกษา (Kammanee, 1991) แต่ในการสร้างหรือฝึกฝนให้นักเรียนคนใดคนหนึ่งมีความสามารถในการคิดเชิงระบบ การคิดวิจารณ์ การคิดเชิงวิเคราะห์ การคิดเชิงเหตุผล การคิดในการแก้ปัญหาและการตัดสินใจ ล้วนมีพื้นฐานสำคัญมาจากการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (Nabumrung, 2007) ประกอบกับคำกล่าวที่ว่า มีเพียงคณิตศาสตร์เพียงศาสตร์เดียวเท่านั้นที่ช่วยเสริมสร้างทั้งความมีเหตุผล การคิดอย่างเป็นระบบ และทักษะในการแก้ปัญหาให้แก่ผู้ศึกษา ซึ่งความคิดที่มีเหตุผล มีแบบแผนและเป็นระบบ จะช่วยทำให้มนุษย์มีความสามารถในการวิเคราะห์ การวางแผน การตัดสินใจ และการคาดการณ์สถานการณ์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตได้อย่างละเอียดรอบคอบ (Ministry of Education, 2010b) ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญที่ใช้พัฒนาการคิดของคนในชาติ อีกทั้งยังเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาคณิตศาสตร์ขั้นสูง วิทยาศาสตร์แขนงต่าง ๆ และวิศวกรรมศาสตร์

แต่กระนั้นผลการประเมินกลับไม่ได้สอดคล้องต่อความต้องการข้างต้น ซึ่งเห็นได้จากโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ PISA (Programme for International Student Assessment) ขององค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ OECD (Organisation for Co-operation and

Development) ที่ถูกนำมาใช้เป็นเกณฑ์หนึ่งในการจัดลำดับความสามารถในการแข่งขันทางเศรษฐกิจ และความน่าลงทุนของประเทศ พบว่า ผลการประเมินในปี ค.ศ. 2012 ด้านการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (mathematical literacy) ของนักเรียนประเทศไทยมีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าค่าเฉลี่ย OECD อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ อีกทั้งยังไม่มีสัญญาณการเปลี่ยนแปลงของผลคะแนนเมื่อเทียบกับการประเมินครั้งก่อน ๆ และเมื่อพิจารณาคะแนนในหมวดของกระบวนการที่การประเมิน PISA นำมาทดสอบจะพบว่า กระบวนการที่เป็นจุดอ่อนที่สุดของประเทศ คือ การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (mathematising) (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2014) โดยการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ คือ การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายเพื่อความสะดวกต่อการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ (The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology, 2015) และจากผลทดสอบทางการศึกษาระดับชาตินัยพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2558 ยังชี้ให้เห็นว่า สารที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นสารที่มีคะแนนต่ำที่สุดจาก 6 สารของกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (National Institute of Educational Testing Service, 2016)

สาเหตุหนึ่งที่ทำให้นักเรียนขาดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ตามผลการประเมินข้างต้น อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนการสอนของครูที่ไม่สามารถหาแนวทางในการกระตุ้นให้ผู้เรียนฝึกทักษะการคิด กล่าวคือ การเรียนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่จะมีครูเป็นผู้บอก อธิบาย ยกตัวอย่าง และแสดงวิธีการดำเนินการให้นักเรียนดู ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมที่นักเรียนขาดโอกาสในการคิด และมีส่วนร่วมในการเรียนน้อย ประกอบกับบริบทของหลักสูตรสถานศึกษาที่มีความไม่สอดคล้องกันระหว่างจำนวนเนื้อหาและจำนวนคาบเรียนของรายวิชาพื้นฐานและเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ เนื่องจากระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีเวลาเรียนปรากฏในโครงสร้างหลักสูตรเพียง 5 ภาคเรียน ซึ่งแตกต่างจากโรงเรียนทั่วไปที่มี 6 ภาคเรียน ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนจึงจำเป็นต้องมุ่งเน้นการสอนให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาจำสูตร บทนิยาม และวิธีการหาคำตอบที่ถูกต้องเพียงเท่านั้น ซึ่งส่งผลให้กิจกรรมในห้องเรียนมีลักษณะเป็นการฝึกใช้สูตรและการฝึกทำตามขั้นตอนที่ครูสอนไว้มากกว่าฝึกกระบวนการคิดและการแก้ปัญหาด้วยตัวนักเรียนเอง และเมื่อผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ เรื่อง บทประยุกต์ของฟังก์ชันกำลังสอง ซึ่งเป็นเนื้อหาในภาคเรียนที่ 1 ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ขณะทำใบกิจกรรม ผู้วิจัยพบว่า ปัญหาแรกหรือสิ่งที่นักเรียนขาดเป็นสิ่งแรกในการทำใบกิจกรรม คือ การแปลงสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถสร้างตัวแทนความคิดเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical representations) เพื่อนำข้อความ สถานการณ์ บริบท หรือเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดนั้นมาสร้างเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นนักเรียนจึงไม่สามารถแก้ปัญหาในใบกิจกรรมได้ แต่ถึงกระนั้น เมื่อผู้วิจัยได้นำปัญหาที่มีเพียงสมการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนก็ยังไม่สามารถทำการแก้ปัญหาได้ เนื่องจากปัญหาดังกล่าวจำเป็นต้องใช้การประยุกต์ความรู้ของนักเรียน กล่าวคือ นักเรียนไม่สามารถนำทฤษฎีหรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหานี้ได้โดยตรง หากแต่ต้องอาศัยการวิเคราะห์เงื่อนไขของปัญหา เพื่อระบุข้อจำกัดและขอบเขตของปัญหาอันเป็นเหตุให้เกิดการปรับแนวทางการแก้ปัญหา หรือเงื่อนไขดังกล่าวก่อนที่จะนำทฤษฎีหรือสูตรมาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนยังขาดการให้เหตุผลอันเป็นส่วนสำคัญในการนำสูตร ทฤษฎีบท หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล และด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงมุ่งพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์

(mathematical thinking) อันเป็นกระบวนการนำข้อมูลทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการคิด เพื่อทำ 1) การแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผลตามหลักการทางคณิตศาสตร์ในทุกขั้นตอน 2) การให้เหตุผลรองรับการตัดสินใจในการเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหา และ 3) การนำเสนอตัวแทนความคิดในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อสื่อสารความหมายทางคณิตศาสตร์ให้บุคคลอื่นเข้าใจ

ข้อสรุปของ Yuliani & Saragih (2015) กล่าวว่าการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง (guided discovery) สามารถพัฒนานวัตกรรมและการคิดอย่างมีวิจารณญาณทางคณิตศาสตร์ (critical thinking mathematically) ของนักเรียนเกรด 8 ในโรงเรียนรัฐบาลในเมือง Medan ซึ่งสอดคล้องกับ Boontham (2006) ที่ทำการศึกษาเพื่อพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาในนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 พบว่าการเรียนรู้แบบค้นพบ (discovery) ทำให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาสูงขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ด้วยเหตุนี้ จึงกล่าวได้ว่าการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ประกอบกับ Krulik & Weise (1975) ที่เสนอให้ครูจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางอันเป็นการจัดการเรียนรู้ประเภทหนึ่งของการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบมุ่งเน้นให้นักเรียนต้องค้นพบและเรียนรู้ด้วยตนเองเท่านั้น ดังนั้น หากนักเรียนขาดการแนะนำก็อาจเป็นสาเหตุที่ทำให้การเรียนรู้ไม่บรรลุผลตามเป้าหมาย นอกจากนี้ การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางยังเป็นการฝึกให้นักเรียนค้นพบและสร้างข้อสรุปหรือความรู้ได้ด้วยตนเอง คิดอย่างมีเหตุผล เรียนรู้วิธีการสร้างความรู้ของตนเอง และสามารถเข้าถึงความรู้ใหม่ด้วยความมั่นใจ กล่าวคือ การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางเป็นการจัดการเรียนรู้ที่ให้นักเรียนเป็นผู้ค้นพบความรู้หรือแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งอาจไม่ใช่สิ่งใหม่ หากแต่เป็นสิ่งที่นักเรียนได้ค้นพบด้วยตัวนักเรียนเป็นครั้งแรก ผ่านการสังเกต การเปรียบเทียบ และการพิจารณาข้อสรุปของตน โดยครูมีหน้าที่ในการจัดเตรียมสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งคอยชี้แนะและตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและเชื่อมโยงความรู้เก่าที่เกี่ยวข้องหากนักเรียนไม่สามารถหาข้อสรุปได้ด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้ 1) ขั้นการเลือกปัญหา 2) ขั้นการเสนอวิธีการแก้ปัญหา 3) ขั้นการรวบรวมข้อมูล 4) ขั้นการวิเคราะห์และตีความข้อมูล 5) ขั้นสรุป และ 6) ขั้นทดสอบข้อสรุป

เมื่อพิจารณาบริบทด้านเนื้อหา ผู้วิจัยพบว่าในปัจจุบันมีการใช้ตรีโกณมิติกว้างขวางมากขึ้น ไม่เพียงแต่การหาระยะทางหรือความสูงโดยอาศัยเพียงรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก อาทิเช่น การศึกษาเกี่ยวกับแสง เสียง การคำนวณไฟฟ้ากระแสสลับ หรือการศึกษาการเคลื่อนที่ของคลื่นในรายวิชาฟิสิกส์ก็ล้วนแต่อาศัยตรีโกณมิติทั้งสิ้น นอกจากนี้ในวิชาแคลคูลัส การอินทิเกรตฟังก์ชันบางชนิดก็จำเป็นต้องใช้ตรีโกณมิติเข้ามาช่วย ดังนั้น ตรีโกณมิติจึงเป็นหนึ่งในเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ที่สมควรมองข้าม เนื่องจากสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน และมีความสัมพันธ์กับรายวิชาอื่น อีกทั้งเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาในระดับที่สูงขึ้น

ด้วยเหตุนี้ ผู้วิจัยจึงมีความมุ่งมั่นที่จะทำการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

วิธีดำเนินการวิจัย

ขอบเขตการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ เนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ค30104 ความรู้พื้นฐานสำหรับแคลคูลัส 3 (Pre-Calculus 3) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติตามหลักสูตรสถานศึกษา ซึ่งแบ่งออกเป็นเนื้อหาย่อย 3 หัวข้อ ดังนี้ 1) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของมุมหรือจำนวนจริง 2) เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ และ 3) กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ โดยใช้เวลาจัดกิจกรรมการเรียนรู้ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง ต่อเนื่องกัน 3 สัปดาห์ รวมทั้งหมด 9 ชั่วโมง และดำเนินการทำวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559

ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนจุฬาภรณราชวิทยาลัย พิชณุโลก จังหวัดพิษณุโลก จำนวน 24 คน โดยประกอบด้วยนักเรียนชายจำนวน 8 คน และนักเรียนหญิงจำนวน 16 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1) แผนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ จำนวน 3 แผน โดยผู้วิจัยได้ทำการออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้ และเสนอต่อที่ปรึกษาวิจัยและผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 คน ได้แก่ ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา และครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ ความสอดคล้องระหว่างจุดประสงค์และขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ หลังจากนั้นจึงนำข้อเสนอแนะมาปรับปรุงแก้ไขและนำมาใช้กับผู้เข้าร่วมวิจัย โดยใช้เวลาทั้งหมด 9 ชั่วโมง ประกอบด้วย 1) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติของผลบวกและผลต่างของมุมหรือจำนวนจริง จำนวน 3 ชั่วโมง 2) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง เอกลักษณ์และสมการตรีโกณมิติ จำนวน 2 ชั่วโมง 3) แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ จำนวน 3 ชั่วโมง และ 4) สอบเก็บคะแนนประจำหน่วยการเรียนรู้ จำนวน 1 ชั่วโมง

2) ใบกิจกรรม มีจุดประสงค์เพื่อใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยทั้ง 3 แผน โดยมีใบกิจกรรมทั้งหมด 3 ชุดเพื่อใช้ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผน

3) แบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ มีจุดประสงค์เพื่อใช้วัดการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังจากผ่านการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยทั้ง 3 แผน และยังใช้เป็นการสอบเก็บคะแนนประจำหน่วยการเรียนรู้ โดยแบบทดสอบมีลักษณะเป็นข้อสอบอัตนัยจำนวน 3 ข้อตามเนื้อหาย่อยทั้ง 3 หัวข้อที่ใช้ในการจัดการเรียนรู้

โดยผู้วิจัยออกแบบปัญหาในใบกิจกรรมและแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นสถานการณ์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน พร้อมทั้งสร้างคำถามย่อยตามขั้นตอนของการแก้ปัญหาซึ่งประกอบด้วย 1) การทำความเข้าใจปัญหา 2) การดำเนินการแก้ปัญหา และ 3) การสรุปคำตอบ โดยผู้วิจัยจะประเมินแต่ละองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์จากพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออกตามขั้นตอนการแก้ปัญหาดังกล่าว สำหรับการตรวจคุณภาพใบกิจกรรมและแบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญเสนอให้มีการปรับปรุงสถานการณ์ปัญหาในแต่ละใบกิจกรรมเท่านั้น โดย

ให้สถานการณ์ปัญหามีลักษณะร่วมกันทางด้านเนื้อหาทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากความแตกต่างด้านเนื้อหาส่งผลต่อการตัดสินใจของนักเรียนในขั้นการเลือกปัญหาของขั้นตอนการจัดการเรียนรู้

เทคนิคและวิธีการศึกษาวิจัย

ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ (action research) ตามแนวคิดของ Kemmis & McTaggart (2000) โดยมีขั้นตอนดำเนินการวิจัย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (plan) ขั้นปฏิบัติการ (action) ขั้นสังเกตการณ์ (observation) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (reflect) ซึ่งในแต่ละขั้นตอนจะเกิดขึ้นในลักษณะเป็นวงจรที่ต่อเนื่องกัน โดยในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยใช้วงปฏิบัติการทั้งหมด 3 วงจรตามจำนวนแผนการจัดการเรียนรู้ เพื่อปรับปรุงใบกิจกรรมและแผนการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะนำแนวทางให้สามารถส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

วิธีการรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยเก็บรวบรวมข้อมูลการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากใบกิจกรรม แบบทดสอบการคิดเชิงคณิตศาสตร์ การแสดงความคิดเห็นระหว่างคาบเรียน และการตอบคำถามในคาบเรียนของนักเรียน โดยช่วงเวลาเก็บและเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังตารางที่ 1 (Table 1)

Table 1 Relationships between time periods and research instruments to collect data

Time periods	Research instruments
During 1 st lesson plans	Activity sheet on sum and difference formulas
During 2 nd lesson plans	Activity sheet on using fundamental identities and solving trigonometric equations
During 3 rd lesson plans	Activity sheet on law of sines and law of cosines
After 3 rd lesson plans	Mathematical thinking test on applications of trigonometry

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมมาตรวจและจัดกลุ่มคำตอบตามเกณฑ์รูปรีด 4 ระดับคุณภาพ คือ ดีมาก ดี ปานกลาง พอใช้ เพื่อวิเคราะห์ผลการพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน หลังจากทีนักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะนำแนวทางโดยอาศัยการวิเคราะห์เนื้อหา (content analysis) ซึ่งมีความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้านวิธีรวบรวมข้อมูล (method triangulation) สำหรับการเก็บข้อมูลชนิดเดียวกัน แต่รวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่า 1 ชนิด

ผลการวิจัย

ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิจัย ตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล และด้านการเสนอตัวแทนความคิด โดยในแต่ละด้านมีรายละเอียดดังนี้

ด้านการแก้ปัญหา

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหา สามารถแบ่งประเด็นการประเมินตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ การทำความเข้าใจปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหา ซึ่งมีผลการวิจัย ดังนี้

1. การทำความเข้าใจปัญหา

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 6 คน คิดเป็นร้อยละ 25 มีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง ขณะที่นักเรียน 18 คนคิดเป็นร้อยละ 75 มีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน หรือ ระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบถ้วน กล่าวคือ นักเรียนกลุ่มนี้ใช้การลอกข้อความที่ปรากฏอยู่ในปัญหามาตอบคำถามของใบกิจกรรม ด้วยเหตุนี้จึงทำให้มีทั้งคำตอบที่ยาวเกินไป เนื่องจากการเขียนคำตอบด้วยข้อความทั้งประโยค ซึ่งประกอบด้วยข้อความที่เป็นคำตอบและข้อความที่เป็นบริบทของสถานการณ์ และคำตอบที่สั้นจนใจความไม่สมบูรณ์ เนื่องจากการนำข้อความที่เป็นคำตอบมาเขียนไม่ครบ โดยนักเรียนระบุเพียงสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ แต่ไม่ได้ระบุสมการหรือค่าของตัวแปรต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการดำเนินการแก้ปัญหา

หลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 4 คนคิดเป็นร้อยละ 16.67 มีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี ขณะที่นักเรียน 20 คนคิดเป็นร้อยละ 83.33 มีความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้องและครบถ้วน โดยนักเรียนระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาด้วยการเรียบเรียงข้อความของปัญหาขึ้นมาใหม่จากความเข้าใจของตนเอง

2. การดำเนินการแก้ปัญหา

ทั้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้ แม้ว่าจะมีนักเรียนบางส่วนที่มีความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี แต่นักเรียนส่วนใหญ่ (20 คน) ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 83.33 มีความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีมาก ทั้งนี้ เนื่องจากนักเรียนสามารถใช้สูตร ทฤษฎีบท หรือหลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และครบทุกขั้นตอน โดยการใช้เอกลักษณ์สูตรผลบวก และสูตรผลต่างตรีโกณมิติ เพื่อเปลี่ยนฟังก์ชันตรีโกณมิติต่างๆ ที่ปรากฏในสมการให้เป็นฟังก์ชันชนิดเดียวกัน เพื่อให้สามารถแยกตัวประกอบและหาคำตอบของสมการได้ พร้อมทั้งนำคำตอบมาแทนลงในสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

3. การสรุปคำตอบของปัญหา

ทั้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้ แม้ว่านักเรียน 4 คนคิดเป็นร้อยละ 16.67 จะมีความสามารถในการสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี แต่นักเรียนส่วนใหญ่ (20 คน) ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 83.33 มีความสามารถในการสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบถ้วนตามประเด็นที่ปัญหาต้องการทราบ

ด้านการให้เหตุผล

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผล สามารถแบ่งประเด็นการประเมินตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ การอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา และการอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหา ซึ่งมีผลการวิจัย ดังนี้

1. การอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 22 คนคิดเป็นร้อยละ 91.67 มีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้เพื่อทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจาก

นักเรียนระบุความสอดคล้องระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบกับเงื่อนไขของปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องผิด หรือ ไม่ระบุความสอดคล้อง โดยนักเรียนไม่สามารถระบุชื่อของความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเฉพาะเจาะจง กล่าวคือ นักเรียนระบุได้เพียงชื่อบทหรือคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ตามที่ตนเองจำได้ แม้ว่าจะไม่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาในครั้งนี้ อีกทั้งไม่สามารถอธิบายเหตุผลของการนำความรู้ที่ใช้เพื่อกำหนดแนวทางการแก้ปัญหา ขณะที่นักเรียนบางคนมีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี

หลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 10 คนคิดเป็นร้อยละ 41.67 มีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง และนักเรียน 14 คนคิดเป็นร้อยละ 58.33 มีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการนำความรู้หรือข้อมูลมาใช้ในการทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี กล่าวคือ นักเรียนส่วนใหญ่ระบุความสอดคล้องระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบกับเงื่อนไขของปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องได้ถูกต้องเพียงบางส่วน โดยนักเรียนสามารถระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาข้อนี้ได้ แต่ยังบอกเหตุผลของการเลือกใช้ความรู้ดังกล่าวได้ไม่สมบูรณ์

2. การอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหา

ทั้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 17 คนคิดเป็นร้อยละ 70.83 มีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถอธิบายการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล โดยการระบุสูตรที่ใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหาไว้ในแต่ละบรรทัด ซึ่งแสดงถึงความสมเหตุสมผลของการจัดรูปสมการว่านักเรียนกำลังใช้สูตรใดในระหว่างขั้นตอนใดของการดำเนินการ ในขณะที่นักเรียนอีก 7 คนคิดเป็น ร้อยละ 29.17 มีความสามารถในการอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนอธิบายเหตุผลของการดำเนินการแก้ปัญหาไม่ชัดเจน แต่ดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

3. การอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหา

ระหว่างการจัดการเรียนรู้ แม้ว่าจะมีนักเรียน 8 คนคิดเป็นร้อยละ 33.33 มีความสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี แต่นักเรียนส่วนใหญ่ (16 คน) ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 66.67 มีความสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนนำคำตอบที่ได้ไปตรวจสอบกับเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้อง โดยนักเรียนได้แสดงความสมเหตุสมผลด้วยการนำคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหามาแทนค่าในสมการที่เป็นเงื่อนไขของปัญหา เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

หลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 20 คนคิดเป็นร้อยละ 83.33 มีความสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถระบุความสอดคล้องระหว่างคำตอบและเงื่อนไขของปัญหาได้ถูกต้อง โดยนักเรียนได้อธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยการกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหากับเงื่อนไขของปัญหา ขณะที่นักเรียนส่วนที่เหลือมีความสามารถอธิบายความสมเหตุสมผลของคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี

ด้านการเสนอตัวแทนความคิด

การคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการเสนอตัวแทนความคิด สามารถแบ่งประเด็นการประเมินตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา ได้แก่ การใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา การใช้ตัวแทน

ความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา และการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา ซึ่งมีผลการวิจัย ดังนี้

1. การใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ทั้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 91.67 มีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนเขียนแผนภาพเน้นข้อความ หรือกำหนดสัญลักษณ์จากปัญหาเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน โดยนักเรียนส่วนใหญ่ใช้การขีดเส้นใต้ข้อความที่อยู่ในปัญหาและใช้การคัดลอกข้อความจากปัญหาเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหา ในขณะที่นักเรียนคนอื่นมีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับปานกลาง เนื่องจากนักเรียนไม่ได้แสดงร่องรอยหรือหลักฐานของการใช้ตัวแทนทางความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา แต่ก็สามารถระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้

2. การใช้ตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา

ทั้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้ นักเรียนทุกคนมีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถนำสัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความมาแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน โดยนักเรียนได้ใช้สัญลักษณ์และตัวแปรเพื่อแสดงการดำเนินการแก้ปัญหา พร้อมทั้งใช้รูปภาพเพื่อแสดงที่มาของสมการตั้งต้น

3. การใช้ตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา

ทั้งระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้ ขณะที่นักเรียน 3 คน คิดเป็นร้อยละ 12.50 มีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี แต่นักเรียนส่วนใหญ่ (21 คน) ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 87.50 มีความสามารถในการใช้ตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดีมาก เนื่องจากนักเรียนสามารถนำสัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความมาใช้สรุปคำตอบได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน กล่าวคือ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการแสดงขั้นตอนของการแทนค่าเพื่อตรวจคำตอบได้อย่างเหมาะสมและสื่อความหมายได้ชัดเจน และสามารถใช้ข้อความเพื่ออธิบายความสัมพันธ์ระหว่างคำตอบที่ได้จากการคำนวณกับเงื่อนไขของปัญหา

สรุปและอภิปรายผล

ผู้วิจัยสรุปผลการวิจัยตามองค์ประกอบของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งมี 3 ด้าน ได้แก่ ด้านการแก้ปัญหา ด้านการให้เหตุผล และด้านการเสนอตัวแทนความคิด โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ด้านการแก้ปัญหา

หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง พบว่านักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการแก้ปัญหามากขึ้น โดยนักเรียนสามารถทำความเข้าใจปัญหาเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้ สามารถดำเนินการแก้โดยการนำสูตร ทฤษฎี หรือหลักการทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการจัดการกับสมการที่ปัญหากำหนด พร้อมทั้งยังนำคำตอบที่ได้จากการดำเนินการแก้ปัญหามาสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ซึ่งสอดคล้องกับ Shieh & Yu (2016) ที่กล่าวว่า

การเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทางสามารถปลูกฝังนักเรียนให้มีความสามารถในการค้นพบ การแก้ปัญหา และการมีความคิดอิสระ (independent thinking) เนื่องด้วยนักเรียนจะได้เป็นผู้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ด้วยการลงมือปฏิบัติ รวบรวม และสร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง

ด้านการให้เหตุผล

ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง นักเรียนมีระดับคุณภาพของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการให้เหตุผลอยู่ที่ระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียน ไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งอาจเป็นเพราะนักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ให้ผู้เรียนระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหาโดยต้องพิจารณาจากความสัมพันธ์ ระหว่างสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหา จากนั้นจึงนำความรู้ที่ระบุนั้นมากำหนด แนวทางในการแก้ปัญหา ซึ่งแตกต่างกับวิธีการแก้ปัญหาแบบเดิมที่นักเรียนเริ่มต้นทำด้วยการลองผิด ลองถูก จนกว่าจะพบว่า มีสูตรใดเหมาะสมกับพจน์หรือรูปแบบของสมการ อีกทั้งนักเรียนยังไม่ทราบว่า เนื้อหาย่อยหรือสูตรที่ปรากฏในบทเรียนนั้นมีชื่อเรียกว่าอะไรจึงทำให้นักเรียนไม่สามารถระบุชื่อของ ความรู้ที่ใช้ได้อย่างเฉพาะเจาะจง เห็นได้จากการตอบคำถามของนักเรียนที่ตอบคำถามว่า “ความรู้ที่ใช้ คือ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ เพราะในสมการมีฟังก์ชันไซน์ และฟังก์ชันโคไซน์” (7 กุมภาพันธ์ 2560) แต่หลัง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 แผน พบว่า นักเรียนมีระดับคุณภาพของการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการ ให้เหตุผลอยู่ที่ระดับดีและดีมาก ซึ่งแสดงถึงความสามารถในการระบุความรู้ที่ใช้เพื่อกำหนดแนวทางใน การแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างสมเหตุสมผล ซึ่ง สอดคล้องกับ Baroody et al. (2015) ที่ใช้การตั้งคำถามเกี่ยวกับที่มาและเหตุผลของการดำเนินการ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อให้ นักเรียนระบุเหตุผลรองรับวิธีการแก้ปัญหาของตน อีกทั้งคำถาม ดังกล่าวยังช่วยให้นักเรียนได้มีโอกาสตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการแก้ปัญหาของตน

ด้านการเสนอตัวแทนความคิด

หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง พบว่า นักเรียนมีการคิดเชิงคณิตศาสตร์ด้านการเสนอตัวแทนความคิดสูงขึ้น กล่าวคือ นักเรียนสามารถนำ การขีดเส้นใต้ การคัดลอกข้อความ ตัวแปรหรือสัญลักษณ์ และรูปภาพอันเป็นตัวแทนความคิด คณิตศาสตร์มาใช้เพื่อทำความเข้าใจปัญหา แสดงการดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบของปัญหา แต่กระนั้นปัญหาก็ต้องเอื้อต่อการใช้ตัวแทนความคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังในแผนการจัดการ เรียนรู้ที่ 3 เรื่อง กฎของไซน์และกฎของโคไซน์ ซึ่งผู้วิจัยได้สร้างปัญหาที่จำเป็นต้องใช้รูปภาพในการ แสดงการดำเนินการแก้ปัญหา โดยสอดคล้องกับ Allen (2013) ที่กล่าวว่า ปัญหาเป็นส่วนสำคัญในการ ขับเคลื่อนความสามารถในการแก้ปัญหาและการเสนอตัวแทนความคิด ปัญหาที่หลากหลายจึงจะบีบคั้น ให้ผู้เรียนแสดงวิธีการที่หลากหลาย

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) ที่ให้ทุน สนับสนุนการทำวิทยานิพนธ์สำหรับนิสิตทุนโครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทาง วิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ (สควค.) มาในครั้งนี้ จนสามารถทำงานวิจัยสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

- Allen KC. Problems before procedures: systems of equations, *Mathematics Teacher*. 2013; 286-291.
- Baroody AJ, Purpura DJ, Eiland MD. et al. The impact of highly and minimally guided discovery instruction on promoting the learning of reasoning strategies for basic add-1 and doubles combinations, *Early Childhood Research Quarterly*. 2015; 93-105.
- Boontham C. *The Development of Learning Devices Based Discovery Model to Improve Math Problem Solving Skills on One-variable Linear Equations for Students in Grade 7*. Master of Education (Secondary Education), Faculty of Education, Srinakharinwirot University, 2006.
- Kammanee T. Development of thought processes, *Journal of Education Studies*. 1991; 19-23.
- Kemmis S, McTaggart R. *The SAGE Handbook of Qualitative Research*. California: Sage; 2000.
- Krulik S, Weise IB. *Teaching Secondary School Mathematics*. Philadelphia: W.B. Saunders Company; 1975.
- Ministry of Education. *Operational Guidelines for World-Class Standard School*. Thailand: The Agricultural Co-operative Federation of Thailand Printing; 2010a.
- Ministry of Education. *Mathematical Process Skills*. Thailand: 3-Q Media; 2010b.
- Ministry of Education. *Education Development Plan of the Ministry of Education B.E. 2555-2559 (A.D. 2012-2016)*, 2011.
- Nabumrung R. *Natural Ways of Mathematical Thinking on Multiplication and Division of Children Aged 7-10*. Master of Education (Mathematics Education), Faculty of Education, Srinakharinwirot University, 2007.
- National Institute of Educational Testing Service. *Ordinary National Educational Test Report: Grade 12 students' Academic Year 2015*. 2016.
http://www.onetresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETM3_2558.pdf.
- Shieh CJ, Yu L. A study on information technology integrated guided discovery instruction towards students' learning achievement and learning retention. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. 2016; 833-842.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. *PISA 2012 Full Report*. Bangkok: Arun Printing; 2014.
- The Institute for the Promotion of Teaching Science and Technology. *Let's know PISA*. 2015. Available at: <http://pisathailand.ipst.ac.th/>. Accessed September 14, 2016.
- Yuliani K, Saragih S. The Development of learning devices based guided discovery model to improve understanding concept and critical thinking mathematically ability of students at Islamic Junior High School of Medan, *Journal of Education and Practice*. 2015; 116-128.