

ประวัติของจำนวนและตัวเลข

รัตนพร บ่อคำ

จำนวนและตัวเลข (Number and Numeral)

ในชีวิตประจำวันมีการใช้คำว่าจำนวนและตัวเลขอยู่เสมอแต่บางครั้งอาจใช้ไม่ถูกต้อง ดังเช่นคำกล่าวที่ว่า “เลขที่บวกเลขที่เป็นเลขคู่” “เลขสองจำนวนรวมกันได้ 20” “นักเรียนคนนี้คิดเลขเร็ว”

จากข้อความดังกล่าวนี้ ได้กล่าวถึงการคำนวณ ในความเป็นจริงแล้วเราไม่สามารถนำตัวเลขมาดำเนินการกันได้ ดังนั้นจึงข้อความข้างต้นจึงหมายถึงนำจำนวนมาดำเนินการกัน คำว่าจำนวนแสดงปริมาณมากน้อยของปริมาณใดปริมาณหนึ่ง เช่นกล่าวว่า มีนักเรียนมาโรงเรียนสายยี่สิบคน คำว่ายี่สิบคนแสดงปริมาณของนักเรียน จำนวนยี่สิบคน จำนวนเป็นคำอธิบาย ไม่สามารถให้คำจำกัดความได้แต่สามารถรู้ความหมายได้ เมื่อกล่าวถึงจำนวน จะใช้ “สัญลักษณ์” แทนจำนวน เรียกสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวนว่า “ตัวเลข” โดยตัวเลขที่ใช้จะแตกต่างกันขึ้นกับลักษณะ ระบบ และวิธีการเขียนของแต่ละภาษา

ความเป็นมาของตัวเลข

แนวคิดเกี่ยวกับจำนวนและการนับมีมาแต่โบราณ มนุษย์สามารถนับจำนวนสิ่งต่างๆ โดยมีความคิดว่า เมื่อเพิ่มสิ่งใดสิ่งใด ก็จะได้สิ่งนั้น “มากขึ้น” และถ้าเอาสิ่งนั้นออกไปจะทำให้สิ่งนั้น “ลดลง” ต่อมาเมื่อสังคมเจริญขึ้นก็ใช้วิธีการจับคู่สิ่งนั้น เช่น อาจใช้นิ้วมือแทนสิ่งเหล่านั้น เช่น หนึ่งนิ้วแทน สัตว์หนึ่งตัว และอาจใช้ก้อนหินบันทึกจำนวนสิ่งนั้น หรืออาจใช้การขีดเขียนบนพื้นดิน หรือสลักบนต้นไม้ ต่อมาจึงใช้สัญลักษณ์ แทนจำนวนขึ้น และจะพบว่า การนับและการเขียนในสมัยโบราณนั้นจะไม่มี “ศูนย์”

ระบบการเขียนตัวเลขแทนจำนวน

ระบบการเขียนตัวเลขแทนจำนวนอาจจำแนกได้ เป็น 4 ลักษณะดังนี้

1. ระบบการรวมพวกรายง่าย (Simple Grouping System)

ต่อไปนี้จะยกตัวอย่างตัวเลขในระบบรวมพวกรายง่าย 4 แบบดังนี้

ก. ตัวเลขอียิปต์โบราณ (Egyptian Hieroglyphics)

ตัวเลขนี้ใช้ในราว 3400 ปีก่อนคริสตกาล โดยมีฐานสิบ และไม่มีค่าประจำตำแหน่ง และไม่มีศูนย์ สัญลักษณ์ที่ใช้เป็นดังนี้

จำนวน	สัญลักษณ์	รูปภาพ
1		ขีดตั้ง
10	∩	กระดุกสั้นเต้า
10^2	๑	ม้วนกระดาษ
10^3	๙	ดอกบัว
10^4	∟	นิ้วชี้
10^5	๕	ปลา
10^6	๙	คนตกใจ

ชาวอียิปต์จะเขียนจำนวนอื่น ๆ โดยนำสัญลักษณ์ในตารางมารวมกันโดยมักเขียนสัญลักษณ์ที่แทนจำนวนน้อยไว้ทางซ้าย เช่น

6 เขียนแทนด้วย |||||

50 เขียนแทนด้วย ∩ ∩ ∩ ∩ ∩

107 เขียนแทนด้วย ||||| ๑

234 เขียนแทนด้วย ||| ∩ ∩ ∩ ๑ ๑

12345 เขียนแทนด้วย |||| ∩ ∩ ∩ ∩ ๑ ๑ ๑ ๙ ๙ ∟

ข. ตัวเลขของซูเมอร์และบาบิโลน (Sumer and Babylon)

เป็นวิธีการเขียนที่ใช้ฐาน 60 ไม่มีศูนย์ แต่ถ้าต้องการเขียนจำนวนที่น้อยกว่า 60 จะใช้วิธีการรวมพวกอย่างง่ายที่มีฐาน 10 และใช้สัญลักษณ์แทน “หักออก” ด้วย ดังนี้

ใช้ | หรือ ∇ แทน 1 ใช้ ∟ แทน “หักออก”

ใช้ < แทน 10 และใช้บอกว่ามี 60 หรือ 60^2 อยู่เป็นจำนวนเท่าใด ก็ได้

ใช้ < แทน ตำแหน่งว่างเปล่า

นอกจากนี้ สัญลักษณ์ ∇ อาจแทน 60 หรือ 60^2 หรือ $\frac{1}{60}$ ก็ได้ โดยใช้สัญลักษณ์ที่เล็กแทนจำนวนน้อยและใช้สัญลักษณ์ใหญ่กว่าแทนจำนวนที่มาก และเมื่อต้องการเขียนจำนวนมากๆ ยังใช้เครื่องหมายวรรคตอน คือ “,” เพื่อแสดงว่าตอนใด เป็น $60, 60^2, \dots$ ด้วย ดังนี้

32 แทนด้วย $<<<<\nabla\nabla$ 48 แทนด้วย $<<<<\nabla\nabla\nabla\nabla$ หรือ $<<<<\nabla\nabla$

63 แทนด้วย $\nabla\nabla\nabla$ หรือ อาจใช้แทน $60^2 + 3(60)$ หรือ $1 + 3(\frac{1}{60})$ ก็ได้

$180 = 3(60)$ แทนด้วย $<<<<\nabla$ (หรืออาจหมายถึง 31 ก็ได้)

$3601 = 60^2 + 0(60) + 1 = \nabla<<<<\nabla$

$$2,504,631 = 11 \times 60^3 + 35 \times 60^2 + 43 \times 60 + 51$$

$$= <\nabla, <<<<\nabla\nabla\nabla, <<<<\nabla\nabla, <<<<\nabla$$

ก. ตัวเลข กรีกโบราณ (Herodianic Greek)

เป็นตัวเลขที่เขียนแบบรวมพวกอย่างง่าย ใช้ฐาน 10 มีสัญลักษณ์ดังนี้

จำนวน	สัญลักษณ์
1	I
10	Δ
10^2	H
10^3	X
10^4	M
5	Π หรือ Γ

ตัวอย่าง $3,454 = \text{XXX HHHH } \text{I}^5 \text{ III}$

$1,873 = \text{X } \text{I}^5 \text{ HHH } \text{I}^5 \Delta\Delta\text{III}$

$73,425 = \text{I}^5 \text{ MM XXX HHHH } \Delta\Delta\Gamma$

ง. ตัวเลขโรมัน (Roman)

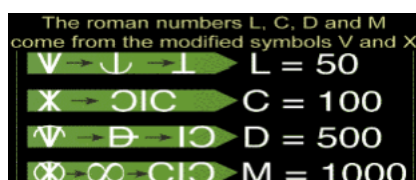
ระบบตัวเลขโรมัน เป็นการเขียนตัวเลขที่มีฐานเป็น 10 ตอนเริ่มต้นได้มีการเขียนโดยใช้สัญลักษณ์เรียงบวกกันไปแต่ต่อมาใช้การหักลบกันด้วย เช่น 4 เกิดจาก 5 หักออก 1 โดยการเขียน 1 นำหน้า 5 หรือ 9 เกิดจาก 10 หักออก 1 จะเขียน 1 นำหน้า 10 เป็นต้น สัญลักษณ์ที่มีที่ใช้มี 7 ตัวดังนี้

จำนวน	สัญลักษณ์
1	I
5	V
10	X
50	L
10^2 หรือ 100	C
500	D
10^3 หรือ	M

ตัวเลข 5 นั้น เดิมใช้สัญลักษณ์  (มือ) ต่อมาดัดแปลงใหม่ให้เขียนง่ายขึ้น จะเห็นได้ว่าภาพตัวเลขโรมัน แทนจำนวน 1 - 5 มาจากนิ้วมือดังภาพต่อไปนี้



และ จำนวน 50, 100 ,500 ได้มาจากรูปภาพที่พัฒนาการมาจาก ตัว V และ X นั้นเอง ดังภาพข้างล่างนี้



การเขียนจำนวน ต่างๆ ชาวโรมันใช้ ระบบการบวก เช่น

$$V + I + I = VII \quad \text{แทน } 7$$

$$C + X + X + I \quad \text{แทน } 121$$

นอกจากนี้ยังใช้ระบบการลบ เช่น

$$IX \quad (\text{I อยู่หน้า X}) \quad \text{แทน } 9$$

$$XCIV \quad (\text{X อยู่หน้า C แทน 90 และ I อยู่หน้า V แทน 4}) \quad \text{แทน } 90 + 4 = 94.$$

$$\text{ตัวอย่าง } 8 = VIII$$

$$17 = XVII$$

$$51 = LI$$

$$1266 = MCCLXVI$$

$$104 = CIV$$

$$4449 = MMMCDXLIX$$

$$695 = DCXCV$$

$$6794 = MMMMMMDCCXCIV$$

2 ระบบการรวมพวงโดยการคูณ (Multiplicative Grouping System)

เป็นระบบที่เขียนโดยเลือกฐานขึ้นมาก่อนแล้ว เช่นฐาน a จะได้เลขโดดเป็น $1, 2, 3, \dots, a-1$ จากนั้นจะมีสัญลักษณ์ที่แทน $a, a^2, a^3, \dots$ แล้วเขียนสัญลักษณ์เหล่านี้ผสมกันแบบคูณกัน ตัวอย่างของการเขียนตัวเลขนี้ได้แก่ ตัวเลขจีน และญี่ปุ่น ซึ่งมี 10 เป็นฐาน สัญลักษณ์ที่ใช้มี 12 ตัว ดังนี้

จำนวน	สัญลักษณ์	จำนวน	สัญลักษณ์	จำนวน	สัญลักษณ์
1	一	5	五	9	九
2	二	6	六	10	十
3	三	7	七	10^2	百
4	四	8	八	10^3	千

ตัวอย่างเช่น 6,345 เขียนดังนี้

ตัวเลขจีน	ความหมาย	วิธีเขียน
六	หก	$6 \times 1000 = 6000$
千	พัน	
三	สาม	$3 \times 100 = 300$
百	ร้อย	
四	สี่	$4 \times 10 = 40$
十	สิบ	
五	ห้า	$5 \times 1 = 5$
แทนจำนวน		<u>6,345</u>

3. ระบบไซเฟอร์ (Cyphered Numeral System)

เป็นระบบที่ใช้สัญลักษณ์เป็นจำนวนมากโดยเลือกฐานขึ้นมาก่อน เช่นฐาน b สมมุติได้ตัวเลข $1, 2, \dots, b-1$ จากนั้นคิดสัญลักษณ์แทน $b, 2b, 3b, 4b, \dots, (b-1)b, b^2, 2b^2, 3b^2, 4b^2, \dots, (b-1)b^2$ ตัวอย่างเช่นตัวเลขแบบพราหมณ์ฮินดู แบบยิว ไอโอนิกกรีก (Ionic Greek) ต่อไปนี้จะเป็นสัญลักษณ์ของระบบนี้เรียกว่าตัวเลขแบบไอโอนิกกรีก

จำนวน	สัญลักษณ์	อ่าน	จำนวน	สัญลักษณ์	อ่าน
1	A α	Alpha	60	Ξ ξ	Xi
2	B β	Beta	70	O o	Omicron
3	Γ γ	Gammma	80	Π π	Pi
4	Δ δ	Delta	90	ς	Obsolete Koppa
5	E ε	Epsilon	100	P ρ	Rho
6	ζ	Obsolete digamma	200	Σ σ	Siggma
7	Z ζ	Zeta	300	T τ	Tau
8	H η	Eta	400	Υ υ	Upsilon
9	θ ϑ	Theta	500	Φ ϕ φ	Phi
10	I ι	Iota	600	X χ	Chi
20	K κ	Kappa	700	Ψ ψ	Psi
30	Λ λ	Lambda	800	Ω ω	Omega
40	M μ	Mu	900	Υ	Obsolete Sampi
50	N ν	Nu			

ตัวอย่าง 14 = $\gamma\delta$, 41 = $\delta\gamma$, 458 = $\Upsilon\nu\eta$

689 = $\chi\pi\theta$, 568 = $\phi\xi\varepsilon$, 237 = $\sigma\lambda\zeta$

4. ระบบตำแหน่ง (Positional Numeral System)

เป็นระบบที่ใช้กันอยู่ในปัจจุบัน คือระบบฮินดูอาระบิก (Hindu Arabic System) เป็นระบบที่ตัวเลขในระบบตำแหน่ง แต่ละตัวมีค่าได้หลายค่าขึ้นกับตำแหน่งที่อยู่นั้น เริ่มแรกไม่มีเลขศูนย์ โดยทั่วไปจะเลือกฐานก่อน เช่นฐาน b จะมีตัวเลขอยู่ b ตัว จากนั้นก็มีสัญลักษณ์แทนตัวเลข $0,1,2,\dots,b-1$ ส่วนจำนวนอื่น ๆ จะใช้สัญลักษณ์ b ตัวนี้ โดยเขียนในรูปผลบวกของกำลังของ b

เช่น ถ้า $N = a_n b_n + a_{n-1} b_{n-1} + \dots + a_1 b_1 + a_0$ $0 \leq a_i < b_i$, $i=0,1,2,\dots,n$

แล้วจะแทน N ด้วย $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$

ตัวอย่างของตัวเลข ระบบนี้ได้แก่ ระบบการเขียนดังต่อไปนี้

ก. แบบ sumer และ babylon (Sumer and Babylon) ซึ่งได้กล่าวมาแล้ว

ข. แบบมายัน (Mayan Numeral System) เป็นระบบที่มีฐานเป็น 20 การเขียนตัวเลขแทนจำนวนใหญ่ๆ จะใช้วิธีเดียวกันกับของจีน คือเขียนในแนวตั้งเรียงจากมากไปหาน้อย ดังนั้นหลักหน่วยจะอยู่ตำแหน่งล่างสุด หลักที่สองจะอยู่เหนือหลักหน่วย และมีค่าประจำตำแหน่งเป็น 20 เท่าของจำนวนในหลักนี้ หลักที่สามมีค่าประจำตำแหน่งเป็น 18×20 เท่าของจำนวนในหลักนี้ ค่าประจำตำแหน่งของหลักที่สี่ ห้า หก ... จะเป็น $18 \times 20^2, 18 \times 20^3, 18 \times 20^4, \dots$ เท่าของจำนวนในแต่ละหลัก

สัญลักษณ์ 20 ตัวเป็นดังนี้

.	..	...		—	—	—	—	—	—
หนึ่ง	สอง	สาม	สี่	ห้า	หก	เจ็ด	แปด	เก้า	สิบ
สิบเอ็ด	สิบสอง	สิบสาม	สิบสี่	สิบห้า	สิบหก	สิบเจ็ด	สิบแปด	สิบเก้า	ศูนย์

ตัวอย่าง $54367 = 7 \times 18 \times 20^2 + 10 \times 18 \times 20 + 18 \times 20 + 7$

ดังนั้นจะเขียนเรียงจากมากไปหาน้อยจากบนลงล่างได้ดังนี้

$365 = 1 \times 18 \times 20 + 0 \times 20 + 5$ เขียนได้ดังนี้



ก. ระบบฮินดูอาระบิก (Hindu Arabic System)

มีหลักฐานยืนยันเมื่อปีค.ศ. ที่ 9 ว่าตัวเลขอาระบิกเป็นชื่อที่เรียกตัวเลขที่ประดิษฐ์ขึ้น ในประเทศอินเดียยุคโบราณ โดยนักคณิตศาสตร์ชาวอินเดียประมาณ 500 ปีก่อนคริสตศักราช (AD) จากนั้นจึงไปถ่ายทอดไปยังประเทศในแถบยุโรปในยุคกลาง (Middle age) ทั้ง ๆ ที่เริ่มต้นที่ประเทศอินเดีย แต่เริ่มรู้จักในฝั่งตะวันตกในชื่อว่า ตัวเลข อาระบิก ทั้งนี้เนื่องจาก ในยุโรปได้ใช้ตำรา ของอาหรับ (Arabic Texts) เช่น “ The Calculation with Hindu Numerals” เป็นต้น ทำให้ชาวยุโรปพากันเรียกตัวเลขนี้ว่าตัวเลขอาระบิกและในปัจจุบัน จึงเรียก ตัวเลขนี้ว่าตัวเลขฮินดูอาระบิก ด้วย ตัวเลขอาระบิกนี้เรียกในภาษาอาระบิกว่า "Hindu numerals", أرقام هندية, (arqam hindiyyah). ต่อมาเรียกว่า Hindu-Arabic numerals หรือ Indian numerals อันเป็นสัญลักษณ์ที่ใช้แทนจำนวน (numbers) กันทั่วโลก

ตัวเลขที่ใช้อยู่ในปัจจุบันซึ่งเรียกว่าตัวเลขฮินดูอาระบิกนี้ใช้แทนด้วยตัวเลข 10 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, และ 0 ตัวเลขเหล่านี้ได้มีขึ้นในยุโรปในศตวรรษที่ 12 โดย Leonardo Pissano (aka Fibonacci) ซึ่งเป็นนักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลี เขาได้รับการศึกษาจากประเทศในแถบแอฟริกาเหนือ แล้วนำความรู้กลับมาใช้ในประเทศอิตาลี ระบบตัวเลขฮินดู เป็นระบบที่มีค่าประจำตำแหน่ง ค่าของตัวเลขขึ้นกับตำแหน่งของตัวเลขนั้น เช่น “2” ใน 205 มีค่าเป็น 10 เท่าของ “2” ใน 25 ดังนั้นจึงต้องมี “0” เพื่อบอกตำแหน่งหรือหลักสิบ ใน “205” ด้วย การค้นพบตัวเลข 0 เกิดขึ้นหลังจากมีสัญลักษณ์แทนจำนวนเต็ม 9 จำนวนแล้ว ตัวเลข 0 ใช้แทนตำแหน่งว่างเปล่า เรียกว่า “ตัวรั้งตำแหน่ง” (place holder)

ภาพข้างล่างนี้แสดงการใช้ตัวเลขอาระบิกในปัจจุบันตัวเลขที่เห็นเป็นป้ายทะเบียนรถของประชาชนในประเทศอียิปต์ที่ผู้เขียนได้มีโอกาสไปถ่ายภาพมาเมื่อเดือน พฤศจิกายนปี พ.ศ. 2550



ตารางข้างล่างนี้แสดงตัวเลขที่เป็นสัญลักษณ์ใช้แทนจำนวน ของชนชาติต่าง ๆ ในปัจจุบัน

Value	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Western Arabic										
Eastern Arabic	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Bengali	০	১	২	৩	৪	৫	৬	৭	৮	৯
Kannada	೦	೧	೨	೩	೪	೫	೬	೭	೮	೯
Malayalam	൦	൧	൨	൩	൪	൫	൬	൭	൮	൯
Tamil (Grantha)	௦	௧	௨	௩	௪	௫	௬	௭	௮	௯
Thai	๐	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙
Lao	໐	໑	໒	໓	໔	໕	໖	໗	໘	໙

เอกสารอ้างอิง

- ประชุม สุวดี. (2514). ระบบจำนวน. กรุงเทพฯ : สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย.
- St_Andrews University.(2008).Greek number systems . [Online].Available: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Greek_numbers.html . [2008,June 6].
- St_Andrews University.(2008). Egyptian numerals. [Online] .Available: [http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/HistTopics/Egyptian_numbers.html] [2008,June 6].
- Wikipedia.(2008). Arabic numerals.[Online]. Available. http://en.wikipedia.org/wiki/Hindu-Arabic_numeral_system. [2008,May 28]