

การหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริงโดยการตั้งหาร

รัตนพร บ่อคำ**

การหารากที่ 2 ของจำนวนจริง

จากการที่นักเรียนและนักศึกษาส่วนมากมีข้อข้องใจวิธีการหารากที่สองของจำนวนจริง โดยเฉพาะจำนวนที่มีค่าตั้งแต่สามหลักขึ้นไปโดยการตั้งหาร และพยายามหาค่านั้น โดยทำตามกระบวนการต่าง ๆ ตามลำดับจนได้คำตอบ แต่ไม่ทราบว่าเหตุใดจึงต้องทำเช่นนั้น ผู้เขียนจึงเขียนบทความนี้ขึ้นเพื่อตอบปัญหาให้กับผู้สนใจที่ไม่เคยทราบที่มาของกระบวนการดังกล่าวเหล่านั้น

การหารากที่สองโดยการตั้งหาร

ขั้นที่ 1 แบ่งตัวเลขที่จะหารากที่สองออกเป็นคาบๆ ละ 2 ตัว โดยที่

ถ้าเป็นจำนวนเต็มให้แบ่งจากตำแหน่งขวามือสุดไปทางซ้ายมือคาบละ 2 ตัว

ถ้าเป็นตำแหน่งหลังจุดทศนิยมให้นำนับจากซ้ายมือไปทางขวามือคาบละ 2 ตัว

ขั้นที่ 2 หาจำนวนที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าใกล้เคียงกับจำนวนในคาบซ้ายสุด (อาจมีตัวเลข

1 หรือ 2 ตัว ก็ได้) จำนวนนี้จะเป็นจำนวนที่อยู่ในหลักซ้ายสุดของรากที่สองแล้ว

นำ จำนวนนี้ไปใส่ลงที่ผลลัพธ์ แล้วนำกำลังสองของจำนวนนี้ ลบออกจากจำนวนในคาบแรก เสร็จแล้วชักตัวเลขในคาบต่อไปลงมาเป็นตัวตั้งต่อไป

ขั้นที่ 3 นำ 2 คูณผลลัพธ์ ที่ได้จากขั้นที่ 2

ขั้นที่ 4 หาจำนวนที่มีหลักเดียวเติมหลังผลคูณที่ได้จากขั้นที่ 3 และที่ผลลัพธ์แล้วนำจำนวนนี้

มาคูณ กับ ตัวตั้งของขั้นที่ 2 แล้วลบออกจากตัวตั้งของขั้นที่ 2 (ถ้าเป็นจำนวนที่

มี 3 หลัก และผลคูณเท่ากับ ตัวตั้งของขั้นที่ 2 ก็จะได้รากที่สองของจำนวนที่

ต้องการหา) ถ้าผลคูณน้อยกว่าจะเหลือเศษ ให้ ชัก ตัวเลขในคาบถัดไปลงมาเป็นตัวตั้งต่อไป แล้วเริ่มทำตามขั้นที่ 3 ต่อไป

จากวิธีการดังกล่าว ปัญหาจึงเกิดขึ้นว่าทำไมจึงต้องมีขั้นตอน การนำ 2 คูณผลลัพธ์ แล้วหาจำนวนมาเติมและนำจำนวนนั้นมาคูณ โดยที่จำนวนที่นำมาคูณนี้จำเป็นต้องเติมที่ผลลัพธ์คือเป็นคำตอบในหลักต่อไป

ก่อนอื่นขอทบทวนเกี่ยวกับความหมายของ รากที่สองของจำนวนจริงเสียก่อน
จาก

$$\begin{aligned} 2^2 &= 4 \quad \text{ดังนั้น } 2 \text{ เป็นรากที่สองของ } 2^2 \text{ หรือรากที่สองของ } 4 \\ (x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \quad \text{จะกล่าวได้ว่า } (x+y) \text{ เป็นรากที่สองของ } (x+y)^2 \\ 13^2 &= 169 \quad \text{ดังนั้น } 13 \text{ เป็นรากที่สองของ } 13^2 \text{ หรือรากที่สองของ } 169 \end{aligned}$$

เนื่องจาก $13 = 10+3$

$$\text{ดังนั้น } 13^2 = (10+3)^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 3 + 3^2 = 169$$

ดังนั้น ถ้าต้องการหารากที่สองของจำนวนใด ๆ ที่มีสามหลักซึ่งรากที่สองของจำนวนที่มีสามหลักนั้นจะมีส่วนที่เป็นจำนวนเต็มสองหลักเสมอคือเป็นหลักหน่วยและหลักสิบดังนั้นเมื่อได้คำตอบในหลักสิบแล้วจึงต้องนำ 2 คูณผลลัพธ์ในหลักสิบจากนั้นนำผลลัพธ์ในหลักหน่วยมาคูณ ผลคูณที่ได้ ต่อจากนั้นจึงบวกด้วยหลักหน่วยยกกำลังสอง

ลองมาดูตัวอย่างการหารากที่สองของ 625 ต่อไปนี้

$$\begin{array}{r} 25 \\ 2 \overline{)6,25} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \rightarrow 20 \times 20 \quad (4 \text{ หมายถึง } 20 \times 20) \\ 2 \ 25 \end{array}$$

$$2 \times 20 = 40 \rightarrow 40 + 5 = 45 \quad \underline{2 \ 25} \rightarrow (40 + 5) \cdot 5$$

นั่นก็แสดงว่า รากที่สองของ 625 คือ $25 = (20+5)$

$$\text{โดยที่ } (20+5)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 5 + 5^2$$

พิจารณากรณีที่เป็นการหารากที่สองของจำนวนที่มีมากกว่าสามหลัก เช่น

ต้องการหารากที่สองของ 17956 จะพบว่า จำนวนที่ยกกำลังแล้วใกล้เคียงกับ 17956 จะต้องเป็นเลขสามหลัก ค่าประจำหลักที่มาก ที่สุดคือหลักอยู่ทางซ้ายคือสุดหลักร้อย ปัญหาที่ต้องหาค่าที่ใกล้เคียงกับ 17956 ที่สุดซึ่งคือ

$$130^2 = 16,900 \text{ และจะพบว่า}$$

$$130^2 = (100+30)^2 = 100^2 + 2 \cdot 100 \cdot 30 + 30^2 = 16900$$

หลังจากทราบว่าผลลัพธ์ตัวแรกคือ 100 ก็หาผลลัพธ์ในหลักสิบต่อไป ซึ่งเท่ากับ 30 แต่ในทางปฏิบัติไม่ได้เขียน 0 ไว้ที่ผลคูณ ซึ่งเป็นการหาผลลัพธ์ของการหารโดยวิธีลัด

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \\ 1 \overline{)1,79,56} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 79 \end{array}$$

$$2 \times 100 = 200 \rightarrow 200 + 30 = 230 \quad \underline{6900} \rightarrow (200 + 30) \cdot 30 \quad *** \\ 1056$$

*** ในขั้นนี้ในทางปฏิบัติ 6900 จะเขียน 69 และ 230 จะเขียน 23 เท่านั้น แต่เป็นที่เข้าใจว่า 69 นั้นหมายถึง 6900 และ ผลลัพธ์ตัวแรกก็คือ 100 ไม่ใช่ 1 ดังนั้น 2×1 หมายถึง 2×100 นั่นเอง

ขั้นต่อไปเมื่อได้ตัวตั้ง คือ 1056 แล้วก็ต้องหาผลลัพธ์ในหลักหน่วย

$$\begin{array}{r} 1 \ 3 \ 4 \\ 1 \overline{)1,79,56} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 79 \end{array}$$

$$2 \times 100 = 200 \rightarrow 200 + 30 = 230 \quad \underline{6900} \rightarrow (200 + 30) \cdot 30 \\ 1056$$

$$2 \times 130 = 260 \rightarrow 260 + 4 = 264 \quad \underline{1056} \rightarrow (260 + 4) \cdot 4 \quad ***$$

ดังนั้นรากที่สองของ 17956 ก็คือ 134 ซึ่งจะพบว่าหลักหน่วยคือ 4 ได้มาจาก ความสัมพันธ์ของผลบวกยกกำลังสอง นั่นคือ

$$134^2 = (130+4)^2 = 130^2 + 2 \cdot 130 \cdot 4 + 4^2 = 17956 = 16900 + 1056 \quad ***$$

จากตัวอย่างที่ยกมานี้จะพบว่าที่มาของการหารากที่สองของจำนวนใดๆ ก็มาจากการใช้ความสัมพันธ์ในรูปผลบวกยกกำลังดังต่อไปนี้

ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้วจะได้ว่า

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 \quad \dots\dots***$$

จากความสัมพันธ์นี้จะได้ว่า $(x+y)$ เป็นรากที่สองของ $(x+y)^2$ ดังนั้นในการคำนวณหารากที่สองของจำนวนจริงใดจึงต้องการหาจำนวนสองจำนวนบวกกัน แล้วใช้ความสัมพันธ์ในรูปผลบวกยกกำลังสอง นั้นเอง

การหารากที่ 3 ของจำนวนจริง

จาก

$$2^3 = 8$$

ดังนั้น 2 เป็นรากที่สามของ 2^3 หรือเป็นรากที่สามของ 8

$$\text{เขียนสัญลักษณ์ } \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = 2$$

$$\sqrt[3]{-8} = \sqrt[3]{(-2) \times (-2) \times (-2)} = -2$$

ทำนองเดียวกันถ้า x และ y เป็นจำนวนจริง จะกล่าวได้ว่า $x+y$ เป็นรากที่สามของ $(x+y)^3$

สูตรของผลบวกยกกำลังสาม

เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง จะได้ว่า

$$(x+y)^3 = (x+y)(x+y)(x+y) = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

การหารากที่สามของจำนวนจริงโดยการตั้งหาร

เช่นเดียวกับการคำนวณหารากที่สองของจำนวนจริง จะพบว่า จำนวนที่มี สองหลักใดๆ ยกกำลังสามจะต้องมีค่าน้อยที่สุดคือ 1000 ซึ่งได้จาก $10^3 = 1,000$ นั่นก็คือ รากที่สามของจำนวนที่มากกว่า 3 หลักจะต้องมี 2 หลักขึ้นไป แต่จำนวนที่ไม่เกิน 3 หลัก จะมีรากที่สามเป็นจำนวนที่มีจำนวนเต็มเพียงหลักเดียวเท่านั้น ดังนั้นการหารากที่สามของจำนวนที่มากกว่า 3 หลักจึงต้องแบ่งตัวเลขที่เขียนแทนจำนวนเหล่านั้นเป็นคาบ ๆ ละ 3 ตัว โดยหน้าจุดทศนิยมให้แบ่งจากขวามือไปทางซ้าย และหลังจุดทศนิยมแบ่งจากซ้ายไปทางขวา

ตัวอย่าง จงหารากที่สามของ 9.663597

$$(\sqrt[3]{9.663597})$$

วิธีทำ

1) แบ่งจำนวนเป็นคาบละ 3 ตัว

$$9.663597 \rightarrow 9.663,597$$

2) หาจำนวนมาหาร คาบแรกและจำนวนนั้นคูณกับตัวเอง 3 ตัวไม่เกิน คาบแรก

$$\begin{array}{r} 2. \\ 2 \overline{)9.663,597} \\ \underline{8} \\ 1663 \end{array}$$

3) นำ 3 คูณผลลัพธ์ตัวแรกคือ 2 และหาผลลัพธ์ตัวต่อไปคือ 0.1 โดยใช้ความสัมพันธ์ของผลบวกยกกำลังสาม ซึ่งจะได้ว่า

$$3(2^2 \times 0.1 + 2 \times 0.1^2) + 0.1^3 = 1.261$$

$$\begin{array}{r} 2.1 \\ 2 \overline{)9.663,597} \\ \underline{8} \\ 1663 \\ \underline{1261} \\ 402597 \end{array}$$

4) นำ 3 คูณผลลัพธ์ที่ได้คือ 2.1 แล้วหาผลลัพธ์ตัวต่อไป โดยใช้ความสัมพันธ์ของผลบวกยกกำลังสาม จะได้ผลลัพธ์ตัวต่อไปคือ 0.3

$$\begin{array}{r} 2.13 \\ 2 \overline{)9.663,597} \\ \underline{8} \\ 1663 \\ \underline{1261} \\ 402597 \end{array}$$

$$\underline{402597} \rightarrow 3(2.1^2 \times 0.03 + 2.1 \times (0.03)^2) + (0.03)^3 = .402597$$

ดังนั้นรากที่สามของ 9.663597 คือ 2.13

ดังนั้นการหารากที่สามของจำนวนจริงโดยการตั้งหารจึงสามารถทำได้โดยใช้ความสัมพันธ์ของผลบวกยกกำลังสามนั่นเอง

****รองศาสตราจารย์รัตนพร บ่อคำ**

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม