ผลของรูปร่างและพื้นที่ต้านอากาศของวัสดุต่อการสั่นแบบหน่วงของระบบมวลสปริง
Effects of Material Shape and Air Resistance Area on Damped Oscillation of Spring Mass System

วิไลพร ลักษมีวาณิชย์[*1], เพ็ญศรี ประมุขกุล[1], จุฑาลักษณ์ เขื่อนเมือง[2], สุภัสสรา มิ่งชนวรากุล[2] นรีกานต์ ปันอิน[2] และ ศุภาภรณ์ อาสา[2]

Vilaiporn Luksameevanish[*1], Pensri Pramookul[1], Jutalak keaunmuang[2], Supastsara Mingchonwarakul[2], Nareekan Pan-in[2] & Suphaporn Arsa[2]

[1]ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[2]สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[1]Department of Physics and General Science, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University
[2]General Science Program, Faculty of Education, Chiang Mai Rajabhat University

Submitted 16/08/2024 ; Revised 25/10/2024 ; Accepted 13/12/2024

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาอิทธิพลของรูปร่างและขนาดของพื้นที่ต้านอากาศที่มีต่อคาบการสั่นและค่าคงตัวของความหน่วงเนื่องจากอากาศของระบบมวลสปริง ด้วยการบันทึกภาพการสั่นด้วยกล้องจากโทรศัพท์เคลื่อนที่และวิเคราะห์ผลด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์ พื้นที่ต้านอากาศที่ทำจากฟิวเจอร์บอร์ดมี 3 รูปแบบ ได้แก่ แบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม ผลการวิจัยพบว่า คาบการสั่นระบบมวลสปริงตามแนวดิ่งที่มีมวลถ่วงรวมคงตัวที่ 180 กรัม ไม่ขึ้นกับรูปร่างของพื้นที่ต้านอากาศ แต่มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามขนาดพื้นที่ดังสมการ $T(s)=1.2525+5.3254\times10^{-5}A$ เมื่อ A คือ พื้นที่ต้านอากาศที่มีขนาดระหว่าง 25–707 ตารางเซนติเมตร ค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามพื้นที่ในรูปแบบสมการโพลิโนเมียลกำลังสองและขึ้นกับรูปร่างของพื้นที่ต้านอากาศซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 1–17 มิลลินิวตัน·วินาทีต่อเมตร โดยค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศกรณีพื้นที่ต้านอากาศแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีค่ามากกว่ากรณีของพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าและพื้นที่แบบวงกลมเล็กน้อย ตามลำดับ

คำสำคัญ: การสั่นแบบหน่วง ค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศ รูปร่างพื้นที่ต้านอากาศ

[*]**ผู้ประสานงานหลัก (Corresponding Author)**
E-mail: vilaiporn_luk@cmru.ac.th

Abstract

This research aims to study the influence of the shape and size of air resistance areas on the period of oscillation and the air damping constant in a spring-mass system using video recordings from a mobile phone camera and analysis with the Tracker program. The air resistance areas are made from future board and consist of three shapes: equilateral triangle, square, and circle. The results show that the vertical oscillation period of the spring-mass system, with a constant total mass of 180 grams, is independent of the shape of the air resistance area but tends to increase with area size, following the equation $T(s)=1.2525+5.3254x10^{-5}A$, where A represents the air resistance area ranging from 25– 707 square centimeters. The air damping constant increases with area, following a second-order polynomial equation, and depends on the shape of the air resistance area, with values ranging between 1 and 17 mN·s/m. The air damping constant for square-shaped areas is slightly higher than that of equilateral triangle areas and circular areas, respectively.

Keywords: damping vibration, air damping constant, shape of air resistance area

บทนำ

การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกส์ (simple harmonics motion) เป็นตัวอย่างการเคลื่อนที่แบบสั่น (oscillation) อย่างง่าย ซึ่งเป็นการเคลื่อนที่ของวัตถุแบบสั่นรอบจุดสมดุลเดิมโดยไม่มีแรงลัพธ์ภายนอกมากระทำ ลักษณะทั่วไปของการเคลื่อนที่แบบนี้ได้แก่ (1) การกระจัดของการเคลื่อนที่เป็นรูปแบบไซน์ (sinusoidal curve) (2) แอมพลิจูด (amplitude) หรือการกระจัดสูงสุดจากแนวสมดุลคงตัว (3) คาบ (period, T) หรือเวลาในการเคลื่อนที่ครบ 1 รอบมีค่าคงที่ โดยที่คาบการเคลื่อนที่เป็นส่วนกลับของความถี่ (frequency, f) ของการสั่น และ (4) อัตราเร็วเชิงมุม (angular velocity, ω) ของการสั่นมีค่าเท่ากับ $2\pi f$ มีค่าคงตัว การเคลื่อนที่แบบซิมเปิลฮาร์มอนิกส์เป็นรูปแบบการเคลื่อนที่พื้นฐานที่สำคัญทางฟิสิกส์ที่สามารถพบได้ในธรรมชาติ อาทิ การสั่นของโมเลกุลในของแข็ง และการสั่นของอากาศเมื่อมีคลื่นเสียงเคลื่อนที่ผ่าน เป็นต้น การทดลองสั่นของวัตถุแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกส์มีคาบค่อนข้างสั้น หรือใช้เวลาในการสั่นครบรอบค่อนข้างเร็ว ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนในการวัดคาบค่อนข้างสูงและสังเกตการเคลื่อนที่ได้ยาก ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ด้วยการทดลองเรื่องซิมเปิลฮาร์มอนิกส์สำหรับระดับมัธยมศึกษาและระดับอุดมศึกษา จึงมีความจำเป็นต้องใช้เทคโนโลยีเข้ามาช่วยในการสังเกตการเคลื่อนที่ดังกล่าวเพื่อช่วยให้ผู้เรียนสังเกตการเคลื่อนที่เกิดขึ้นจริงได้อย่างชัดเจนและมีความแม่นยำสูง สามารถกระตุ้นการเรียนรู้ของผู้เรียนผ่านกระบวนการสะเต็มและการสืบเสาะเชื่อมโยงปรากฏการณ์ทางธรรมชาติได้เป็นอย่างดี

ปัจจุบันการนำเทคนิคการถ่ายภาพวิดีโอความเร็วสูงร่วมกับการใช้โปรแกรมแทรคเกอร์ (tracker program) เข้ามาช่วยในการทดลองทางฟิสิกส์ได้รับการยอมรับอย่างแพร่หลายดังแสดงในตัวอย่างการทดลองทางฟิสิกส์ที่ใช้เทคนิคดังกล่าว ได้แก่ การศึกษาเรื่องการชน การตกอิสระแบบมีแรงต้านของวัสดุ การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์ การสะท้อนของลูกบอล และการขยายตัวทางความร้อนของวัสดุและแก๊ส [1–8] นอกจากนี้การทดลองการสั่นแบบซิมเปิลฮาร์มอนิกส์ที่เกิดขึ้นจริงในห้องเรียนมีปัจจัยภายนอกที่มีผลกระทบต่อคาบของการเคลื่อนที่ ได้แก่ แรงต้านของอากาศ ซึ่งเป็นแรงภายนอกที่มีผลกระทบต่อการเคลื่อนที่ที่ไม่สามารถควบคุมได้ ส่งผลให้วัตถุเกิดการสั่นแบบหน่วง (damped oscillation) ทำให้การกระจัดและคาบของการสั่นเปลี่ยนไป การใช้เทคนิควิดีโอความเร็วสูงช่วยในการศึกษาการสั่นแบบหน่วงเป็นเทคนิควิธีที่สามารถช่วยในการวัดค่าอัตราเร็วเชิงมุม และอัตราการสูญเสียพลังงานของการสั่นแบบหน่วง (energy dissipation) ได้อย่างละเอียดและมีความแม่นยำสูง [2] ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงต้องการศึกษาอิทธิพลแรงต้านของอากาศต่อคาบการสั่นและค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศต่อการสั่นของระบบมวลสปริงด้วยเทคนิควิดีโอความเร็วสูง โดยการใช้กล้องถ่ายภาพบนโทรศัพท์เคลื่อนที่ช่วยในการบันทึกภาพการสั่นแบบหน่วงของระบบมวลสปริงภายใต้แรงต้านของอากาศที่เกิดจากวัตถุที่มีขนาดพื้นที่และรูปร่างที่แตกต่างกัน งานวิจัยนี้เลือกศึกษาอิทธิพลของรูปร่างพื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม เพื่อเปรียบเทียบกับงานวิจัยที่ผ่านมาซึ่งใช้พื้นที่ต้านอากาศแบบวงกลม [9, 10] และคาดหวังว่าผลการวิจัยที่ได้จะมีค่าแตกต่างกันอันเนื่องมาจากพลศาสตร์อากาศที่ต้านการเคลื่อนที่แตกต่างกัน

วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาอิทธิพลของรูปร่างและขนาดของพื้นที่ต้านอากาศที่มีต่อคาบการสั่น และค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศของระบบมวลติดสปริง ด้วยการบันทึกภาพการสั่นด้วยกล้องบนโทรศัพท์เคลื่อนที่และวิเคราะห์ผลด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์

วิธีดำเนินการวิจัย

วิธีการทดลอง

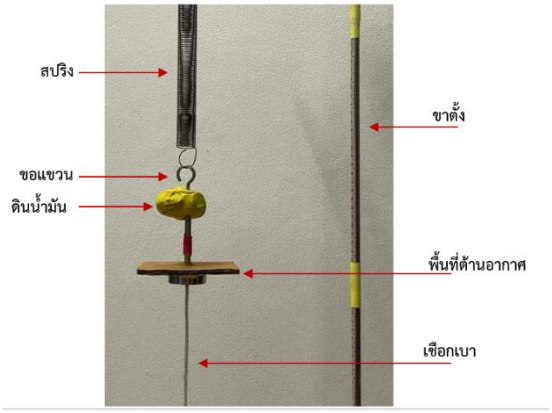
วิธีการทดลองประกอบด้วยการเตรียมพื้นที่ต้านอากาศ การจัดระบบมวลสปริงสำหรับการสั่นและการบันทึกภาพวิดีโอด้วยโทรศัพท์เคลื่อนที่ พื้นที่ต้านอากาศที่ใช้ทำจากฟิวเจอร์บอร์ดหนา 5 มิลลิเมตร มีความหนาแน่นเชิงพื้นที่เท่ากับ 0.08 กรัมต่อตารางเซนติเมตร[ก] ฟิวเจอร์บอร์ดถูกตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมจัตุรัส และวงกลม แต่ละรูปแบบมีขนาดต่างกัน 7 ค่า รูปแบบสามเหลี่ยมด้านเท่ามีความยาวด้านเท่ากับ 8, 13, 18, 24, 29, 35 และ 40 เซนติเมตร รูปแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีความยาวด้านเท่ากับ 5, 8, 12, 15, 19, 23 และ 26 เซนติเมตร ส่วนรูปแบบวงกลมมีรัศมีเท่ากับ 3, 5, 7, 9, 11, 13 และ 15 เซนติเมตร ดังนั้นพื้นที่ต้านอากาศที่ศึกษาจึงมีความแตกต่างระหว่าง 25 ถึง 707 ตารางเซนติเมตร จัดเป็นการศึกษาอิทธิพลของพื้นที่ขนาดเล็กที่สุดไปจนถึงขนาดใหญ่ที่สุดที่มีความแตกต่างกันสูงถึงประมาณ 28 เท่า

การจัดระบบมวลสปริงเริ่มจากการนำสปริงที่มีค่าคงตัว 5.0 นิวตันต่อเมตร[ข] แขวนไว้กับขาตั้ง (stand) ในแนวดิ่ง ปลายล่างสุดของสปริงมีขอแขวนมวลพร้อมถาดรองขนาด 50 กรัม ที่ร้อยติดกับพื้นที่ต้านอากาศผ่านร่องกึ่งกลางของแผ่นฟิวเจอร์บอร์ด จากนั้นจึงควบคุมมวลรวมที่กระทำกับสปริงให้เป็น 180 กรัม ด้วยดินน้ำมัน ผลรวมของแรงจากมวลขอแขวน พื้นที่ต้านอากาศและดินน้ำมันทำให้สปริงยืดออกตามแนวดิ่งจนถึงตำแหน่งสมดุลตามแนวแกน y ดังแสดงในภาพที่ 1 กำหนดให้ตำแหน่งนี้เป็นตำแหน่งอ้างอิงที่การกระจัดของการสั่นเท่ากับศูนย์

การเตรียมบันทึกภาพการเคลื่อนที่ของระบบมวลสปริงด้วยกล้องบันทึกภาพบนโทรศัพท์เคลื่อนที่ที่สามารถบันทึกภาพได้ในอัตราไม่ต่ำกว่า 25 เฟรมต่อวินาที (เทียบกับคุณสมบัติการบันทึกภาพของกล้อง iPhone 11) จัดวางกล้องบนขาตั้งกล้องห่างจากระบบมวลสปริงเป็นระยะประมาณ 1 เมตร หรือจนกว่าจะเห็นภาพระบบที่อยู่นิ่งตลอดความสูงของขาตั้งอุปกรณ์ แล้วปรับระยะภาพให้คมชัด จากนั้นจึงเริ่มบันทึกภาพวิดีโอเมื่อเริ่มดึงระบบมวลสปริงด้วยเชือกเบาที่ผูกติดกับระบบด้านล่างสุดลงตามแนวดิ่งอย่างช้า ๆ เป็นระยะประมาณ 5 เซนติเมตร จัดระบบให้นิ่งเพื่อให้การสั่นหลังจากปล่อยเชือกอยู่ในแนวแกน y ไม่ส่ายไปในระนาบตั้งฉาก บันทึกภาพการสั่นเป็นเวลาประมาณ 120 วินาที และทำการทดลองซ้ำเป็นจำนวน 3 ครั้ง

[ก] มวลของพื้นต้านอากาศแปรตามขนาด เช่น พื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 5x5 ตารางเซนติเมตร มีมวลเท่ากับ 2.00 กรัม และขนาด 26x26 ตารางเซนติเมตร มีมวลเท่ากับ 54.08 กรัม เป็นต้น

[ข] เป็นค่าคงตัวขณะที่สปริงยืดช่วง 10–150% เทียบกับความยาวเดิมของสปริง 23.5 เซนติเมตร



ภาพที่ 1 ระบบมวลติดสปริง ณ ตำแหน่งสมดุล

วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

ภาพวิดีโอที่ได้ถูกนำไปติดตามการสั่นหรือหาตำแหน่ง y ที่เปลี่ยนไปของเครื่องหมาย (marker) ด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์ เวอร์ชัน 6.1 จากนั้นจึงนำข้อมูลเชิงตัวเลขของตำแหน่งที่เปลี่ยนไปในช่วง 60 วินาทีแรกของการสั่น ไปวิเคราะห์หาคาบการสั่นจากเวลาที่แตกต่างกัน ณ ตำแหน่งการกระจัดสูงสุดหรือแอมพลิจูดด้านบวก 2 ตำแหน่งติดกัน และตำแหน่งการกระจัดต่ำสุดหรือแอมพลิจูดด้านลบ 2 ตำแหน่งติดกัน คาบที่ได้จากสองกรณีนี้เรียกว่าคาบด้านบวกและคาบด้านลบตามลำดับ คำนวณหาค่าคาบเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานจากคาบด้านบวกและคาบด้านลบจำนวนรวม 84 ค่า นอกจากนั้นค่าแอมพลิจูดด้านบวกและค่าแอมพลิจูดด้านลบที่เปลี่ยนกับเวลาการสั่นของแต่ละชุดการทดลองก็ถูกนำไปหาค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศ (air damping constant, b) ตามหลักการเชิงทฤษฎีการสั่นแบบหน่วง [11] ดังนี้

พิจารณาการสั่นของระบบตามแนวแกน y ด้วยสมการ ordinary differential กำลังสอง ดังสมการ (1) สมการนี้มีสมการเฉลยทางคณิตศาสตร์ ดังสมการ (2)

$$m\frac{d^2y}{dt^2}+b\frac{dy}{dt}+ky=0 \qquad (1)$$

$$y(t)=Y_0e^{-\frac{bt}{2m}}\cos(\omega t+\phi) \qquad (2)$$

เมื่อ $y(t)$ คือการกระจัดที่เวลา t ใด ๆ (หน่วย เมตร)

Y_0 คือ แอมพลิจูดการสั่นที่เวลา $t=0$ วินาที (หน่วย เมตร)

m คือ มวลถ่วงรวมของระบบ (หน่วย กิโลกรัม)

b คือ ค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศ (หน่วย นิวตัน-วินาทีต่อเมตร)

k คือ ค่าคงตัวของสปริง (spring constant) (หน่วย นิวตันต่อเมตร)

ω คือ อัตราเร็วเชิงมุม (หน่วย เรเดียนต่อวินาที)

ϕ คือ เฟสเริ่มต้นของการสั่น (หน่วย เรเดียน)

สมการ (2) สามารถแยกพิจารณาได้เป็น 2 เทอม ได้แก่ $Y_0 e^{-\frac{bt}{2m}}$ และ $\cos(\omega t + \phi)$ เทอมแรก คือ แอมพลิจูดของการสั่นที่เปลี่ยนแปลงกับเวลาแบบเอกซ์โพเนนเชียล (exponential function) เทอมที่สอง คือ การเปลี่ยนแปลงของ y ตามฟังก์ชันโคไซน์ (cosine function) กำหนดให้ Y_m เป็นแอมพลิจูดของการสั่นที่เวลา t ใด ๆ เป็นดังสมการ (3)

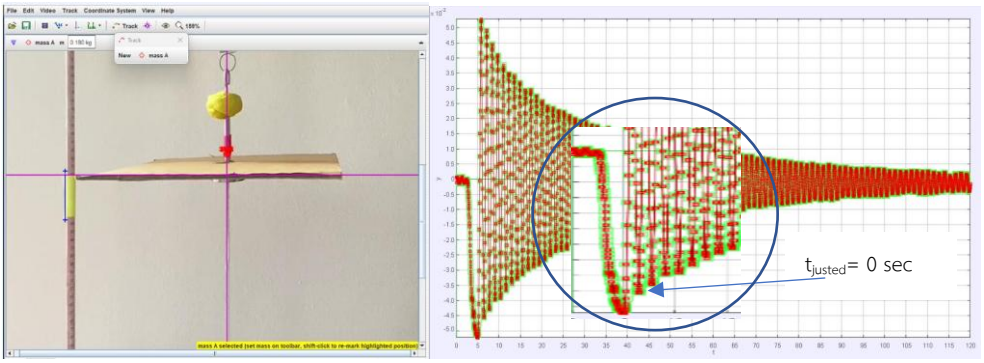
$$Y_m(t) = Y_0 e^{-\frac{bt}{2m}} \quad \text{หรือ} \quad Y_m(t) = Y_0 e^{-Bt} \tag{3}$$

เมื่อ $$B = \frac{b}{2m} \quad \text{หรือ} \quad b = 2mB \tag{4}$$

งานวิจัยนี้ใช้กระดาษคำนวณเอ็กซ์เซล (excel work sheet) และวิธีการเชิงตัวเลข (numerical method) วิเคราะห์หาสมการที่ดีสุด (best fit equation) ของค่าแอมพลิจูดการสั่นที่เปลี่ยนแปลงกับเวลาสั่น ในช่วง 60 วินาทีแรก ตามสมการ (3) สมการที่ได้จะสอดคล้องกับผลการทดลองเชิงตัวเลขได้ดีที่สุด เมื่อค่าสหสัมพันธ์ (correlation coefficient, r) ของข้อมูลกับสมการที่ดีที่สุดมีค่าเข้าใกล้ 1 หรือมีค่าความแตกต่างที่แต่ละจุดทดลองรวม (sum of residual different) มีค่าเข้าใกล้ศูนย์ ค่า b ของการสั่นหาได้จากค่า B ของสมการที่ดีที่สุด ดังสมการ (4) ดังนั้นค่า b เฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า b จาก 6 ชุดข้อมูลของแอมพลิจูดด้านบวกและแอมพลิจูดด้านลบของการทดลอง 3 ครั้ง จึงเป็นตัวแทนของการสั่นแต่ละกรณี

ผลการวิจัย

การบันทึกภาพการสั่นของมวลติดสปริงเริ่มขึ้นหลังจากปล่อยให้ระบบที่ถูกดึงลงตามแนวดิ่งด้วยระยะเท่ากับแอมพลิจูดเริ่มต้นของการสั่นเป็นเวลาประมาณ 120 วินาที จากนั้นจึงนำภาพวิดีโอดังกล่าวไปวิเคราะห์หาตำแหน่งเครื่องหมายบนระบบที่เปลี่ยนแปลงตามแนวแกน y ด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์ ดังแสดงตัวอย่างในภาพที่ 2 ผลการติดตามพบว่าเครื่องหมายหรือระบบมีรูปแบบการสั่นในรูปแบบไซน์รอบแนวสมดุล ข้อมูลการกระจัดถูกนำมาปรับเวลาการสั่น ให้เริ่มสั่นที่ตำแหน่งการกระจัดต่ำสุดรอบที่ 2 (ดูภาพขยาย)

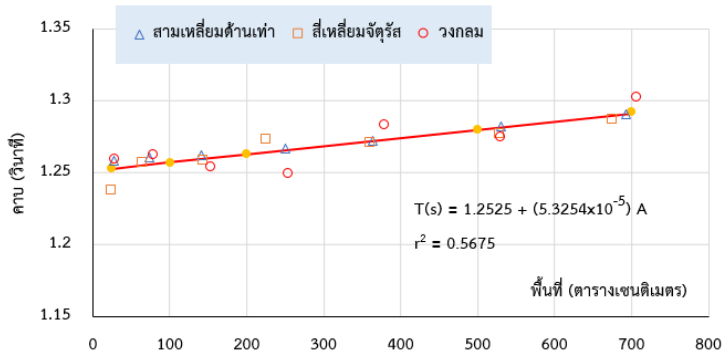


ภาพที่ 2 ภาพวิดีโอที่นำเข้าโปรแกรมเทรคเกอร์ และตำแหน่งเครื่องหมายที่ติดตามตามแนวแกน y

คาบการสั่นเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของพื้นที่ต้านอากาศแต่ละรูปร่างที่เปลี่ยนแปลงกับขนาดพื้นที่ที่แสดงในตารางที่ 1 และภาพที่ 3 แสดงให้เห็นคาบการสั่นมีค่าค่อนข้างคงตัวระหว่าง 1.25–1.30 วินาที และมีสมการถดถอยของค่าคาบการสั่นที่ขึ้นกับขนาดพื้นที่แบบเชิงเส้นเป็น $T(s)=1.2525+5.3254x10^{-5}$ A เมื่อ A คือขนาดของพื้นที่ที่มีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร สมการนี้มีค่าสหสัมพันธ์, r เท่ากับ +0.7533 หรือ ค่า r^2 เท่ากับ 0.5675 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์เชิงบวกของคาบ (T) กับพื้นที่ (A) อยู่ในระดับปานกลาง ค่อยไปทางสูงเล็กน้อย ตามเกณฑ์การแปลผลการวิเคราะห์ค่า r ด้วยสถิติแบบไม่ใช้พาราเมทริก (none parametric)[ค] และเมื่อวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง (two way ANOVA) ของชุดข้อมูลดังกล่าวพบว่าที่ระดับนัยสำคัญ .05 คาบการสั่นเฉลี่ยไม่ขึ้นกับรูปแบบพื้นที่ แต่พบความแตกต่างของคาบการสั่นที่ขึ้นกับขนาดพื้นที่ ที่ระดับนัยสำคัญ .075[ง]

ตารางที่ 1 คาบการสั่นเฉลี่ยและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน กรณีพื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม ที่มีขนาดพื้นที่ระหว่าง 25 ถึง 707 ตารางเซนติเมตร

พื้นที่แบบสามเหลี่ยมด้านเท่า		พื้นที่แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส		พื้นที่แบบวงกลม	
$A(cm^2)$	T(s) ± SD	$A(cm^2)$	T(s) ± SD	$A(cm^2)$	T(s) ± SD
28	1.2584±0.0187	25	1.2380±0.0163	28	1.2593 ± 0.0184
73	1.2604±0.0205	64	1.2563±0.0206	79	1.2626 ±0.0174
140	1.2621±0.0222	144	1.2585±0.0245	154	1.2537 ±0.0196
249	1.2673±0.0212	225	1.2729±0.0230	255	1.2489 ±0.0202
364	1.2727±0.0263	361	1.2708±0.0242	380	1.2828 ±0.0226
530	1.2814±0.0308	529	1.2771±0.0319	531	1.2739 ±0.0301
693	1.2780±0.0732	676	1.2869±0.0260	707	1.3021 ±0.0344

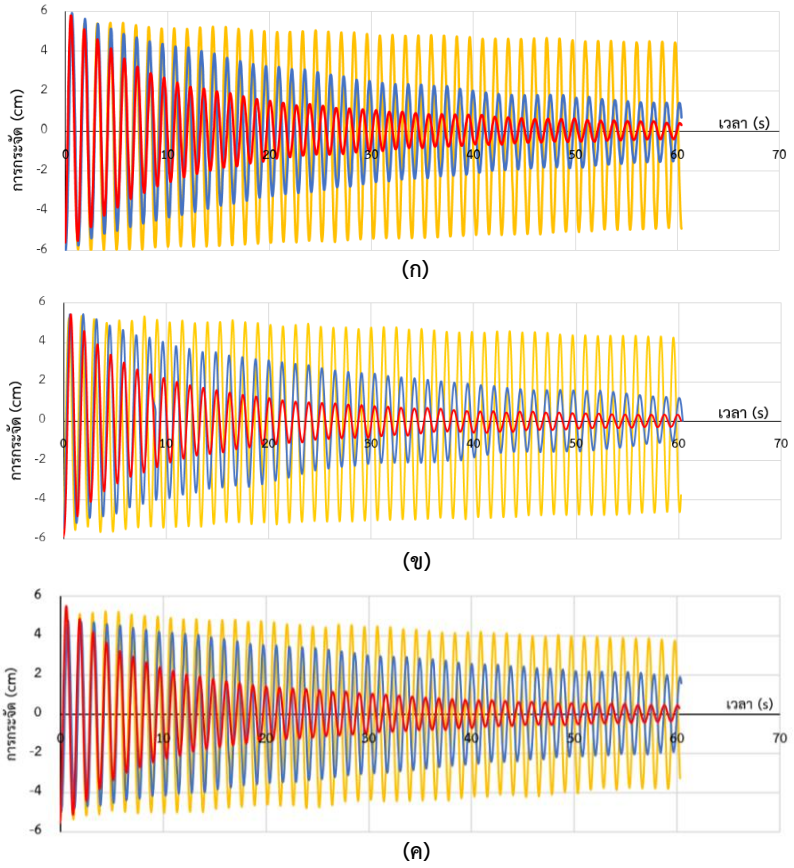


ภาพที่ 3 คาบการสั่นเฉลี่ยแปรตามขนาดพื้นที่ต้านอากาศ และรูปแบบของพื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม

[ค] เกณฑ์การแปลผลของ Hinkle และคณะ [12] ที่ระบุว่าช่วงระดับความสัมพันธ์ของ r ไว้ 5 ช่วง ค่า r ระหว่าง 0.70–0.89 เป็นความสัมพันธ์ระดับสูง ค่า r ระหว่า 0.50–0.69 เป็นความสัมพันธ์ระดับปานกลาง

[ง] ที่ระดับนัยสำคัญ .05 ค่า F ของคาบการสั่นที่ขึ้นกับรูปแบบพื้นที่มีค่าเท่ากับ 0.0008 น้อยกว่าค่าวิกฤติ (6.60) และค่า F ของคาบการสั่นที่ขึ้นกับขนาดพื้นที่มีค่าเท่ากับ 4.06 น้อยกว่าวิกฤติ (5.05) โดยมีค่า P-value เท่ากับ .075

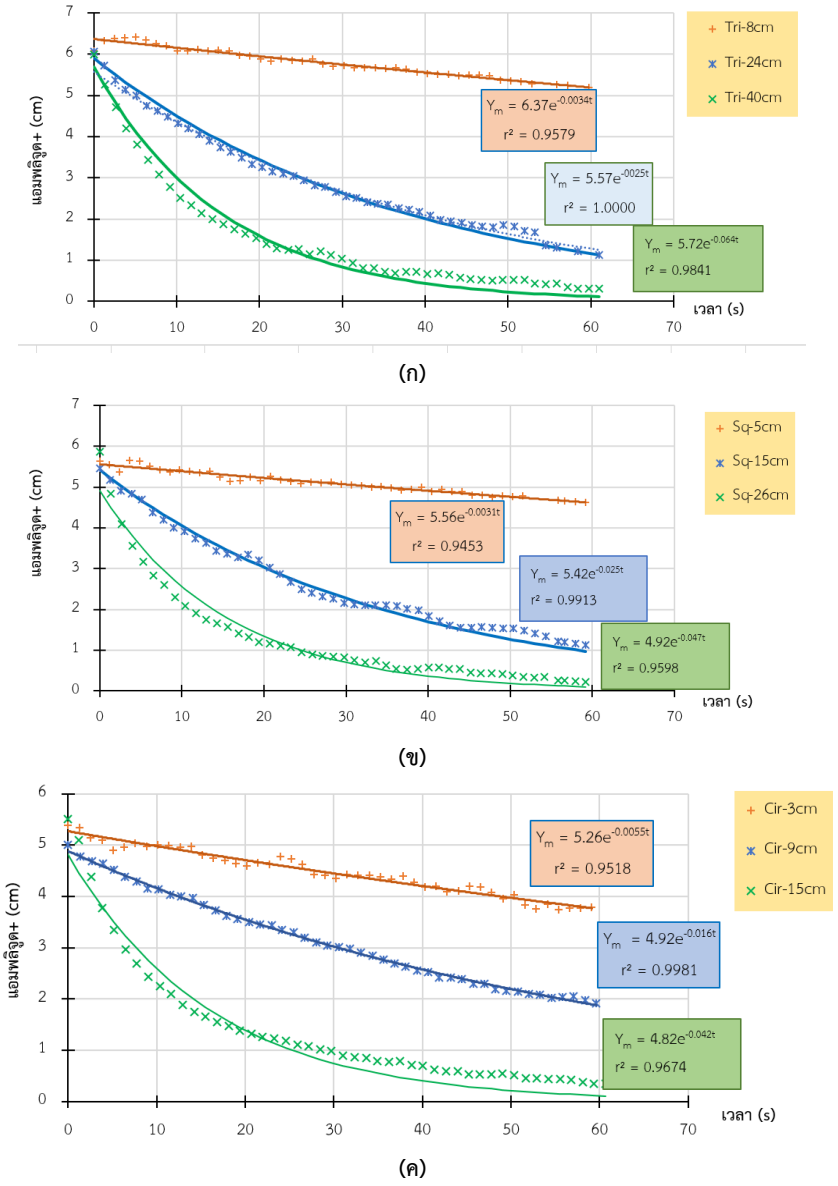
ลักษณะการสั่นของระบบมวลสปริงแสดงด้วยการกระจัดของระบบตามแนวแกน y มีลักษณะดังแสดงในภาพที่ 4 ซึ่งเป็นตัวอย่างการสั่นของระบบมวลสปริงที่มีพื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม ที่มีพื้นที่ต้านอากาศระหว่าง 25–707 ตารางเซนติเมตร หลังจากที่ระบบถูกดึงให้ต่ำกว่าแนวสมดุลเป็นระยะประมาณ 5 เซนติเมตร พบว่าการกระจัดตามแนวแกน y ดังกล่าวเป็นฟังก์ชันโคไซน์ แอมพลิจูดการสั่นของระบบที่มีพื้นที่ต้านอากาศขนาดใหญ่สุดทั้งสามแบบลดลงตามเวลาการสั่นเพิ่มมากขึ้นอย่างชัดเจน เมื่อระบบสั่นไปเป็นเวลา 60 วินาที พบว่าแอมพลิจูดการสั่นของระบบที่มีพื้นที่ต้านอากาศขนาด 700 ตารางเซนติเมตร ลดลงประมาณร้อยละ 90 ในขณะที่กรณีของพื้นที่ต้านอากาศขนาด 25 ตารางเซนติเมตร มีแอมพลิจูลการสั่นลดลงประมาณร้อยละ 30



ภาพที่ 4 การกระจัดกับเวลาของการเคลื่อนที่ฮาร์มอนิกส์แบบหน่วงของมวลติดสปริง (ก) พื้นต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่าสีเหลือง สีน้ำเงิน และสีแดง แทนพื้นที่ 28, 249 และ 693 ตารางเซนติเมตร ตามลำดับ (ข) พื้นต้านอากาศแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส สีเหลือง สีน้ำเงิน และสีแดง แทนพื้นที่ 25, 225 และ 676 ตารางเซนติเมตร ตามลำดับ และ (ค) พื้นต้านอากาศแบบวงกลม สีเหลือง สีน้ำเงิน และสีแดง แทนพื้นที่ 28, 254 และ 707 ตารางเซนติเมตร ตามลำดับ

แอมพลิจูดที่เปลี่ยนไปกับเวลาการสั่นของแต่ละชุดการทดลอง ถูกนำไปวิเคราะห์หาความสัมพันธ์แบบเอ็กซ์โพเนนเชียลบนกระดาษคำนวณเอ็กซ์เซล เพื่อให้ได้สมการทั่วไปของแอมพลิจูดเป็น $Y_m = Y_0 \exp^{-Bt}$ ดังแสดงด้วยตัวอย่างในภาพที่ 5 ซึ่งเป็นตัวอย่างการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดด้านบวก (ด้านที่มีการกระจัดสูงกว่าแนวสมดุล, y=0) จากข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จะเห็นว่าค่า Y_0 หรือแอมพลิจูดการสั่นที่เวลาเริ่มต้นของแต่ละชุดการทดลองมีค่าต่างกันเล็กน้อยเนื่องจากการดึงระบบให้ยืดออกก่อนปล่อยให้สั่นของแต่ละชุดการทดลองไม่เท่ากัน ค่า B (หน่วยเป็นต่อวินาที) หรือค่าคงตัวของสมการเอ็กซ์โพเนนเชียล กรณีพื้นที่ต้านอากาศขนาดเล็กสุดมีค่าระหว่าง 0.003–0.005 ต่อวินาที ส่วนกรณีพื้นที่ต้านอากาศขนาดกลางและใหญ่สุดมีค่าระหว่าง 0.02–0.05 ต่อวินาที ตามลำดับ ค่า B ที่เพิ่มมากขึ้นแสดงให้เห็นถึงการลดลงอย่างรวดเร็วของค่าแอมพลิจูดเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น สมการที่ดีที่สุดสำหรับการทำนายพฤติกรรมการลดลงของแอมพลิจูดต้องมีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์กำลังสองมากกว่า 0.9 ชุดข้อมูลจากการสั่น 1 การทดลอง สามารถวิเคราะห์หาสมการที่ดีที่สุดของแอมพลิจูดที่เปลี่ยนไปกับเวลาได้ 2 สมการ จากค่าการเปลี่ยนแปลงของแอมพลิจูดด้านบวกและค่าบวกของแอมพลิจูดด้านลบ

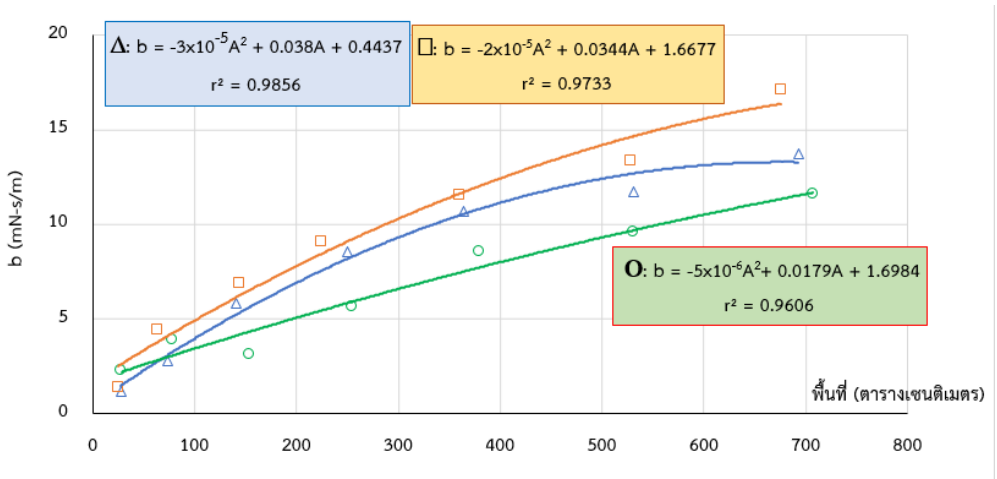
ค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของค่า B ที่ได้จากการสั่น 3 ครั้ง (6 สมการ) ถูกนำไปหาค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศ (b) ตามสมการ (4) ดังนั้น b จึงมีหน่วยเป็น kg/s หรือ N·s/m แต่เนื่องจากค่า b ของอากาศมีค่าน้อยมาก ข้อมูลที่นำเสนอจึงแสดงหน่วยของ b เป็น mN·s/m ดังแสดงในตารางที่ 2 ค่า b เฉลี่ย กรณีพื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลมมีค่าระหว่าง 1.18–13.77, 1.38–17.13 และ 2.24–11.59 mN·s/m ตามลำดับ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นกรณีพื้นที่ต้านอากาศมีขนาดใหญ่ขึ้น ซึ่งอาจเป็นผลจากความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการส่ายของระบบในแนวแกน x มากขึ้น ค่า b เฉลี่ยกรณีพื้นที่ต้านอากาศทั้งสามรูปแบบมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นในรูปแบบสมการโพลิโนเมียลกำลังสองกับขนาดของพื้นที่ ที่สามารถเขียนเป็นสมการทั่วไปได้เป็น $b = a_2 A^2 + a_1 A + a_0$ เมื่อ a_0 คือ ค่าคงตัวเมื่อ A มีค่าเท่ากับศูนย์ ส่วน a_1 และ a_2 เป็นค่าคงตัวที่คูณตัวแปร A และ A^2 ตามลำดับ สมการที่ดีที่สุดของค่า b แสดงในภาพที่ 6 แยกเป็น 3 กรณีตามลักษณะพื้นที่ต้านอากาศ ดังนี้ (1) กรณีพื้นแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า: $b = -3\times10^{-5} A^2 + 0.0437A + 0.2725$ (2) กรณีพื้นแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส: $b = -2\times10^{-5} A^2 + 0.0399A + 1.2117$ และ (3) กรณีพื้นแบบวงกลม: $b = 4\times10^{-6} A^2 + 0.0186A + 1.3359$ สมการทั้งสามมีค่าคงตัว a_2 น้อยมากในระดับ 10^{-5} หรือ 10^{-6} ส่วนค่า a_0 ซึ่งหมายถึงค่าความหน่วงของอากาศในกรณีที่ไม่มีพื้นที่ต้านอากาศ มีค่าอยู่ระหว่าง 0.3–1.4 mN·s/m ซึ่งจัดว่ามีค่าน้อยมาก



ภาพที่ 5 ตัวอย่างแอมพลิจูดด้านบวกที่ลดลงกับเวลา (ก) พื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า ความยาวด้าน 8, 24 และ 40 เซนติเมตร (ข) พื้นที่ต้านอากาศแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส ความยาวด้าน 5, 15 และ 26 เซนติเมตร และ (ค) พื้นที่ต้านอากาศแบบวงกลม รัศมี 3, 9 และ 15 เซนติเมตร (Y_m คือ แอมพลิจูดที่เวลา t วินาที ใด ๆ มีหน่วยเป็นเซนติเมตร สมการ เช่น $Y_m = 4.82e^{-0.062t}$ แสดงว่า Y_0 หรือ แอมพลิจูดที่ $t = 0$ วินาที มีค่าเท่ากับ 4.82 เซนติเมตร และค่าคงตัว B ของสมการ คือ 0.062 ต่อวินาที)

ตารางที่ 2 ค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศเฉลี่ยและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานที่ขึ้นกับขนาดและลักษณะพื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม

พื้นที่แบบสามเหลี่ยมด้านเท่า		พื้นที่แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส		พื้นที่แบบวงกลม	
A(cm^2)	b(mN·s/m)	A(cm^2)	b(mN·s/m)	A(cm^2)	b(mN·s/m)
28	1.18±0.10	25	1.38±0.21	28	2.24±0.38
73	2.75±0.18	64	4.39±0.38	79	3.89±0.86
140	5.84±0.43	144	6.84±0.83	154	3.09±0.43
249	8.55±0.34	225	9.07±0.48	254	5.64±0.40
364	10.67±0.37	361	11.56±1.12	380	8.58±0.94
530	11.71±0.47	529	13.32±1.42	531	9.57±0.60
693	13.77±1.60	676	17.13±0.9.	707	11.59±1.43



ภาพที่ 6 ค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศแปรตามขนาดและรูปร่างของพื้นที่ต้านอากาศ

อภิปรายผลการวิจัย

คาบการสั่นของมวลติดสปริงที่แสดงในภาพที่ 3 มีค่าเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นกับขนาดของพื้นที่ต้านอากาศ ด้วยค่าสหสัมพันธ์กำลังสองอยู่ในระดับต่ำ นั่นหมายถึง T ค่อนข้างจะเป็นอิสระกับขนาดของ A ที่เปลี่ยนไปช่วง 25–707 ตารางเซนติเมตร ข้อมูลที่ได้สอดคล้องกับผลการศึกษาของ สิริญญา นินนันท์ และจิตรา เกตุแก้ว [9] และ พัฒนพงษ์ โพสพเจริญกุล และอธิก สันกลกิจ [10] โดยงานวิจัยทั้งสองใช้พื้นที่ต้านอากาศแบบวงกลมรัศมีระหว่าง 3–15 เซนติเมตร หรือมีพื้นที่ต้านอากาศขนาด 28–707 ตารางเซนติเมตร สอดคล้องกับงานวิจัยนี้ สิริญญา นินนันท์ และจิตรา เกตุแก้ว [8] ใช้สปริงที่มีค่าคงตัว 9.8 นิวตันต่อเมตร และมีมวลถ่วงรวม 100 กรัม พบว่าคาบการสั่นของระบบเพิ่มในช่วง 0.88–0.915 วินาที ความสัมพันธ์ระหว่างคาบกับรัศมีใกล้เคียงกับเส้นโค้งพาราโบลา หรือความสัมพันธ์ระหว่างคาบ

กับพื้นที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นเนื่องจากพื้นที่กับรัศมีมีความสัมพันธ์กันดังสมการ πR^2 ส่วนงานวิจัยของ พัฒนพงษ์ โพสพเจริญกุล และอธิก สันกลกิจ [10] ใช้สปริงที่ใช้มีค่าคงตัว 5.2 นิวตันต่อเมตร มีมวลถ่วงรวมคงตัวที่ 130 กรัม ตลอดจนติดตามการสั่นของระบบมวลติดสปริงด้วยการถ่ายภาพวิดีโอจากโทรศัพท์เคลื่อนที่ และวิเคราะห์หาตำแหน่งที่เปลี่ยนไปด้วยโปรแกรมแทรคเกอร์เวอร์ชัน 6.1 พบการเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นของคาบการสั่นระหว่าง 1.06–1.13 วินาที ผลการวิเคราะห์หาค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศที่แสดงในภาพที่ 6 พบว่าค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศที่ได้จากงานวิจัยนี้ ซึ่งมีค่าระหว่าง 1–17 mN·s/m สอดคล้องกับผลการวิจัยของ สิริญญา นินนันท์ และจิตรา เกตุแก้ว [9] และ พัฒนพงษ์ โพสพเจริญกุล และอธิก สันกลกิจ [10] ที่วิเคราะห์หาค่า b ได้ระหว่าง 2–16 mN·s/m และ 8–12 mN·s/m ตามลำดับ

งานวิจัยนี้พบการเปลี่ยนแปลงของค่า b มีแนวโน้มเพิ่มขึ้นตามขนาดของของพื้นที่ต้านอากาศ โดยกรณีพื้นที่ต้านอากาศน้อย ค่า b มีค่าใกล้เคียงกัน นอกจากนั้นค่า b ยังขึ้นกับรูปร่างของพื้นต้านอากาศ โดยค่า b กรณีพื้นที่ต้านอากาศแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีค่าสูงสุด ทั้งนี้อาจเกี่ยวข้องกับลักษณะพลศาสตร์อากาศที่ไหลผ่านพื้นที่สี่เหลี่ยมยากกว่ากรณีพื้นที่สามเหลี่ยมด้านเท่าหรือพื้นที่แบบวงกลม ความยากง่ายของการไหลพลศาสตร์อากาศที่ไหลผ่านสิ่งกีดขวางขึ้นกับรูปทรงของวัตถุ นิยามจากค่าสัมประสิทธิ์ของแรงต้าน (drag coefficient) ที่เป็นค่าคงตัวสำหรับอธิบายแรงต้าน (drag force) ขณะวัตถุที่กำลังเคลื่อนที่แทรกเข้าไปในของไหลใด ๆ [13]

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยนี้ศึกษาอิทธิพลของรูปร่างพื้นที่ต้านอากาศที่แตกต่างกันสามรูปแบบ ได้แก่ พื้นที่ต้านอากาศแบบสามเหลี่ยมด้านเท่า แบบสี่เหลี่ยมจัตุรัส และแบบวงกลม ที่มีต่อการสั่นแบบหน่วงของมวลติดสปริงแบบยืดที่มีค่าคงตัวของสปริงขนาด 5 นิวตันต่อเมตร ซึ่งจัดให้มีการสั่นตามแนวดิ่งในอากาศขณะที่มีมวลถ่วงรวมคงตัวที่ 180 กรัม ผลการวิจัยพบว่าเมื่อเพิ่มขนาดพื้นที่ต้านอากาศระหว่าง 25–707 ตารางเซนติเมตร คาบการสั่นของระบบเพิ่มขึ้นเล็กน้อย โดยคาบการสั่นมีความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นกับพื้นที่ ดังสมการ $T=1.2525+5.3254\times10^{-5}A$ ส่วนค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศมีค่าระหว่าง 1–17 mN·s/m โดยมีค่าเพิ่มขึ้นตามขนาดของพื้นที่ต้านอากาศ และยังขึ้นอยู่กับรูปทรงของพื้นที่ต้านอากาศด้วย ค่าคงตัวของการหน่วงเนื่องจากอากาศของพื้นที่ต้านอากาศแบบสี่เหลี่ยมจัตุรัสมากกว่ากรณีของพื้นสามเหลี่ยมด้านเท่าและพื้นที่แบบวงกลมเล็กน้อย อันอาจเป็นผลจากค่าสัมประสิทธิ์ของแรงต้านอากาศที่แตกต่างกันตามรูปร่างพื้นที่ต้านอากาศ

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ สำหรับการสนับสนุนด้านอุปกรณ์และสิ่งอำนวยความสะดวกในงานวิจัย

เอกสารอ้างอิง

[1] Brown, D., & Cox, A. J. (2009). Innovative uses of video analysis. The Physics Teacher, 47(3), 145–150.

[2] Kaewsutthi, C., & Wattanakasiwich, P. (2011). Student learning experiences from drag experiments using high speed video analysis. In Proceedings of the Australian Conference on Science and Mathematics Education, 181–186.

[3] Wee, L. K., Tan, K. K., Leong, T. K., & Tan, C. (2015). Using tracker to understand 'toss up' and free fall motion: A case study. Physics Education, 50(4), 436–442.

[4] Poonyawatpornkul, J., & Wattanakasiwich, P. (2015). High-speed video analysis of a rolling disc in three dimensions. European Journal of Physics, 36(6), 1–13.

[5] Poonyawatpornkul, J., & Luksameevanish, V. (2018). High speed video technique analysis of an object moving on an inclined plane. Naresuan university International Journal of Science, 15(2), 16–24.

[6] Chiriacescu, B., Chiriacescu, F. S., Miron, C., Berlic, C., & Bama, V. (2020). Arduino and tracker video-didactic tools for study of the kater pendulum physical experiment. Romanian Reports in Physics, 72, 901.

[7] Poonyawatpornkul, J., Mangmee, K., & Methakeson, O. (2022). Oscillation of full and partial ring pendulum: Physics laboratory experiment. Science & Technology Asia, 27(3), 85–94.

[8] Poonyawatpornkul, J., Snguanrat, B., & Chaiworn, P. (2024). A low-cost method for quantifying bouncing ball dynamics with smartphone video. Physics Education, 59(6), 065020.

[9] สิริญญา นินนันท์, และจิตรา เกตุแก้ว. (2562). ผลของแรงต้านอากาศต่อการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์ของระบบมวล-สปริง. ใน การประชุมวิชาการและนำเสนอผลงานวิจัยระดับชาติและนานาชาติ ครั้งที่ 10, 1130–1139.

[10] พัฒนพงษ์ โพสพเจริญกุล, และอธิก สันกลกิจ. (2565). ศึกษาอิทธิพลของแรงต้านอากาศต่อการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์ของมวลติดสปริงโดยใช้กล้องวิดีโอความเร็วสูงจากกล้องโทรศัพท์เคลื่อนที่ และโปรแกรม tracker. รายงานการวิจัย. มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่.

[11] Fowles, G. R., & Cassiday, G. L. (2005). Analytical mechanics (7th edition). Thomson Brooks/Cole.

[12] Hinkle, D. E, William, W., & Stephen, G. J. (1998). Applied statistics for the behavior sciences (4th edition). Houghton Mifflin.

[13] Aziz, E. S., Sven, E., & Chassapis, C. (2008). Online wind tunnel laboratory. In Proceedings of the 2008 ASEE Annual Conference and Exposition, 13-949.