

การศึกษาหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของกล้วยไข่

The study of mathematical equilibrium moisture content models (EMC) for *Pisang Mas* banana

ธวัชรณัญช์ มุสิกไชย¹, ยุทธนา ฐิระวนิชย์กุล², สุภาวรรณ ฐิระวนิชย์กุล^{3*}

Thawan-oranan Musikachai¹, Yutthana Tirawanichakul², Supawan Tirawanichakul^{3*}

^{1,3} ภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

² หน่วยงานปฏิบัติการวิจัยพลาสมาและเทคโนโลยีพลังงาน ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์

E-mail: nwm_nb-th_z@hotmail.com¹, yutthana.t@psu.ac.th²

*Corresponding e-mail: supawan.t@psu.ac.th

บทคัดย่อ

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้เพื่อหาค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ด้วยวิธีการทางสถิติ ที่อุณหภูมิแวดล้อมในช่วงระหว่าง 45 ถึง 65°C ซึ่งสัมพันธ์กับความชื้นสัมพัทธ์แวดล้อมในช่วง 0.11-0.86 และนำผลการทดลองที่ได้มาวิเคราะห์และสร้างแบบจำลองสมการความชื้นสมดุลของกล้วยไข่โดยเลือกใช้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 9 สมการ (Oswin, GAB, Chung-Pfost, Cauric, Kuhn, Smith, White and Eiring, Modified Smith และ Modified Oswin) จากผลการวิเคราะห์ สรุปได้ว่า ที่อุณหภูมิสถานะแวดล้อมหนึ่ง ๆ ค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่จะมีความสัมพันธ์แบบไม่เชิงเส้นกับค่าความชื้นสัมพัทธ์ของสภาวะอากาศแวดล้อม และค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่จะเป็นสัดส่วนผกผันกับค่าอุณหภูมิของสภาวะแวดล้อม จากผลการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเปลี่ยนแปลงความชื้นสมดุลกับสภาวะแวดล้อมนั้น จะพิจารณาสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมที่สุดจากค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจที่สูงสุด (R^2) และค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) ค่าผลรวมของความผิดพลาดกำลังสอง (SSE) และค่าไคสแควร์ (χ^2). ที่ต่ำที่สุด และผลการวิเคราะห์สรุปได้ว่า สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของ GAB สามารถทำนายค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ได้เหมาะสมที่สุด และสมการนี้สามารถนำไปใช้ในการประยุกต์ใช้สำหรับการหาค่าความชื้นของกล้วยไข่เมื่ออยู่ในสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ ในช่วงค่าอุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมในเขตร้อนชื้นเพื่อเก็บรักษากล้วยไข่คุณภาพได้เป็นอย่างดี

คำสำคัญ : กล้วยไข่, การหาความชื้นสมดุล, แบบจำลองทางคณิตศาสตร์, วิธีการทางสถิติ

Abstract

The main objective of this research was to evaluate the equilibrium moisture content (EMC) of *Pisang Mas* banana by static method among surrounding temperature between 45 and 65°C correlated to relative humidity (RH) of 0.11-0.86. And the experimental data were analyzed and simulated by 9 mathematical EMC models (Oswin, GAB, Chung-Pfost, Cauric, Kuhn, Smith, White and Eiring, Modified Smith and Modified Oswin). From the experimental results, they showed that at fixed surrounding temperature the EMC value of the bananas was non-linearly related to the surrounding relative humidity. Moreover at constant RH value the EMC value of the banana was inversely proportional to the surrounding temperature. Due to mathematical EMC model simulation, the criteria decision for getting the most suitable EMC model was determined by the highest coefficient of determination value (R^2), the lowest value of root mean square error (RMSE), sum of squared error (SSE) and Chi square (χ^2). The simulation results stated that the predicted EMC data of GAB model was the best fitting to the experimental EMC data. And finally this simulated GAB model can apply to determine the EMC of *Pisang Mas* banana in tropical surrounding temperature and relative humidity for maintain quality of shelf life

Keywords : *Pisang Mas* banana, Evaluation of Equilibrium Moisture Content, Mathematical models, Static method

1. บทนำ

กล้วยไข่ (Pisang Mas) (AA group) เป็นพืชที่มีการเพาะปลูกกระจายอยู่หลายพื้นที่ในประเทศไทย จัดเป็นพืชไม้เขตร้อน (Tropical fruit) กล้วยไข่เป็นพืชเศรษฐกิจที่สำคัญ เพราะเป็นสินค้าที่บริโภคในประเทศและสินค้าส่งออกไปยังประเทศญี่ปุ่น สิงคโปร์ และฮ่องกง สร้างรายได้เข้าสู่ประเทศไทยเป็นอย่างดี เนื่องจากมีรสชาติดี อร่อย หอม ลักษณะเฉพาะของกล้วยไข่ จะมีเป็นผลที่ค่อนข้างเล็ก เปลือกบาง ผลสุกสีเหลืองใส อาจมีจุดดำประปราย เนื้อสีครีมเหลืองอมส้ม [1, 2] นอกจากนี้ประโยชน์และสรรพคุณทางยาของกล้วยไข่ยังเป็นที่น่าสนใจ พบว่ากล้วยไข่ 1 ผล (ประมาณ 40 มิลลิกรัม) มีสารบีตาแคโรทีน 108 ไมโครกรัม วิตามินอีและวิตามินซี 0.19 มิลลิกรัม และ 4 มิลลิกรัม ตามลำดับ โดยสามารถให้พลังงานได้ถึง 44 กิโลแคลอรี โดยปกติจึงมักบริโภคในรูปกล้วยสด [3, 4] อย่างไรก็ตาม ในปริมาณผลผลิตที่ออกมาในช่วงฤดูกาลมาก ๆ อาจทำให้การเก็บกล้วยไข่สดไว้ไม่ได้นาน ดังนั้นหากนำมาแปรรูปเป็นผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ จะเป็นการเพิ่มมูลค่าทางการตลาด และสามารถยืดอายุการเก็บรักษาไว้บริโภคในฤดูกาลที่ผลผลิตมีปริมาณน้อยได้ และกระบวนการที่ง่ายและนิยมใช้ในการแปรรูปขึ้นต้นคือ การทำแห้งกล้วยไข่ ซึ่งมีความจำเป็นต้องรู้ค่าความชื้นของกล้วยไข่ที่เข้าสู่สมดุลกับอากาศแวดล้อมที่ใช้ในการทำแห้งหรือใช้ในการเก็บรักษากล้วยไข่เพื่อคงคุณภาพทางอาหารให้เสื่อมสภาพต่ำที่สุด

ค่าความชื้นสมดุลขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุ อุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศแวดล้อม พบว่าวัสดุและอากาศแวดล้อมที่มีปริมาณความชื้นหรือไอน้ำไม่เท่ากัน จะเกิดการถ่ายเทมวล (ปริมาณน้ำหรือค่าความชื้น) ระหว่างกันและกัน จนในที่สุดวัสดุและอากาศแวดล้อมจะค่าความชื้นคงที่หนึ่ง ๆ ที่เรียก ค่าความชื้นสมดุลไอโซเทอม [5] การหาค่าความชื้นสมดุลของผลิตภัณฑ์อาหาร และเมล็ดพืชหลายชนิดจึงมีความน่าสนใจทั้งในแง่ของสภาวะแวดล้อมที่อุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศแวดล้อมหนึ่ง ๆ ในช่วงระหว่างการเก็บเกี่ยว และหลังการเก็บเกี่ยว ซึ่งรวมไปถึงการเก็บรักษาวัสดุนั้น ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งประเทศไทยอยู่ในเขตร้อนชื้นที่อากาศแวดล้อมมีอุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์เฉลี่ยสูงกว่าโซนอื่น ๆ ของโลก กล่าวคือ ความชื้นสมดุลจะบอกถึงปริมาณความชื้นของวัสดุที่ต่ำที่สุดเท่าที่สามารถทำให้น้ำระเหยออกจากวัสดุได้ ที่สภาวะแวดล้อมหนึ่ง ๆ โดยจะขึ้นอยู่กับอุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์ต่างๆ ของสภาวะแวดล้อม พบว่ามีการวิจัยจำนวนมากที่สนใจศึกษาหาค่าความชื้นสมดุลนี้ เช่น ในประเทศไทยได้มีกลุ่มนักวิจัยศึกษาหาค่าความชื้นสมดุลของพืช อาทิเช่น ใบมะกรูด เห็ดขอนขาว ขาผักขาว ข้าวเปลือก พริกไทยดำ และใบหม่อน [6-7] เป็นต้น โดยปกติวิธีการหาค่าความชื้นสมดุลที่มักนิยมใช้กันคือ วิธีการทางสถิติ [8-9] อนึ่ง ประเทศไทยมีผลผลิตทางการเกษตร

มากมาย และมีหลายชนิดที่ยังไม่มีการศึกษาหาค่าความชื้นสมดุล สำหรับในต่างประเทศ มีงานวิจัยเกี่ยวกับความชื้นสมดุลกับผลิตภัณฑ์ทางการเกษตรและเมล็ดพืชที่อธิบายถึงการเกิดสมดุลทางความชื้นกับอากาศแวดล้อม พัฒนาและสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลมาอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างค่าความชื้นสมดุลของวัสดุกับสภาวะแวดล้อมในรูปสมการต่าง ๆ อาทิเช่น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับค่าความชื้นสมดุลของ Oswin [10-12], Chung and Pfof [15], GAB [16], Modified Oswin [17], Modified Smith [11], Cauric [18], Kuhn [12], Smith [10], White and Eiring [19] และยังมีงานวิจัยอย่างต่อเนื่องเสมอมา

ดังนั้นวัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้คือ หาค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมต่าง ๆ กันโดยใช้วิธีการทางสถิติ และเพื่อนำผลการทดลองไปวิเคราะห์ตามรูปแบบจำลองสมการทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุล 9 สมการ ได้แก่ สมการของ Oswin, GAB, Chung-Pfof, Cauric, Kuhn, Smith, White and Eiring, Modified Smith และ Modified Oswin และเลือกรูปแบบสมการความชื้นสมดุลที่เหมาะสมที่สุดเพื่อใช้ทำนายค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่

2. ระเบียบวิธีวิจัย

ขั้นตอนในการเตรียมตัวอย่างเพื่อหาค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ในการทดลองนี้ ดำเนินการโดยการนำกล้วยไข่สุกที่ซื้อมาจากตลาดสดในอำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา มาปอกเปลือกออก แล้วหั่นเป็นแว่นชิ้นบาง ๆ ขนาดความหนาประมาณ 0.3 เซนติเมตร เพื่อให้เกิดการเข้าสู่สมดุลกับสภาวะอากาศแวดล้อมได้ง่ายและสม่ำเสมอ [5, 7, 11] การหาความชื้นสมดุลนี้จะใช้วิธีสถิต (Static method) จะนำกล้วยไข่สุกที่หั่นเป็นชิ้นแว่นบาง ๆ มาใส่ในภาชนะปิดผนึกโกลแก้ว [7, 11] ซึ่งทำหน้าที่เป็นระบบควบคุมความชื้นสัมพัทธ์และอุณหภูมิของอากาศแวดล้อมให้คงที่ที่ค่าหนึ่ง ๆ โดยปกติสามารถใช้สารละลายอิ่มตัวหลายชนิด [5] แต่สำหรับงานวิจัยนี้เลือกใช้สารละลายเกลืออิ่มตัว เป็นตัวควบคุมความชื้นสัมพัทธ์และอุณหภูมิของอากาศแวดล้อมของกล้วยไข่ตัวอย่าง ทั้งนี้เพราะสารละลายเกลืออิ่มตัวมีไอระเหยที่เป็นพิษน้อยกว่าสารละลายกรด ค่าความชื้นสัมพัทธ์แวดล้อมค่าต่าง ๆ ที่ได้ในขวดสารละลายเกลืออิ่มตัวต่าง ๆ กับกล้วยไข่ตัวอย่าง จะกำหนดให้มีค่าอยู่ในความชื้นสัมพัทธ์ 0.11-0.86 ที่อุณหภูมิของตู้ควบคุมอุณหภูมิในช่วงระหว่าง 45-65°C [5-8]

2.1 วัสดุวิจัย

1) กล้วยไข่สุกที่ใช้ในงานวิจัยนี้ จะซื้อเป็นหวีพร้อม ๆ กันหลายหวีจากเครือเดียวกัน เพื่อให้มีความสม่ำเสมอในการสุกของกล้วยที่ใช้ในการทดลองใกล้เคียงกัน โดยซื้อจากตลาดสดใน

พื้นที่อำเภอหาดใหญ่ จังหวัดสงขลา จากนั้นนำมาปอกเปลือก และหั่นเป็นชิ้น ๆ ตามแนวรัศมี โดยมีความหนาไม่เกิน 0.3 เซนติเมตร เพื่อให้ชิ้นกล้วยไข่เข้าสู่สมดุลความร้อนและความชื้นกับสารละลายเกลืออิมิตัวได้ดีและสม่ำเสมอ [5, 7-8, 16] จากนั้นนำชิ้นกล้วยไข่ตัวอย่างที่เตรียมไว้ มาวางผึ่งในภาควัสดุประมาณครึ่งชั่วโมงในอากาศแวดล้อมคงที่และไม่มีลมไหลของกระแสอากาศแวดล้อม เพื่อทำให้กล้วยไข่มีการกระจายความชื้นได้อย่างสม่ำเสมอก่อนทำการหาค่าความชื้นสมดุลด้วยวิธีการสถิติต่อไป

2) นำสารละลายเกลืออิมิตัว 6 ชนิด มาใช้ในการสร้างสภาวะแวดล้อมที่มีความชื้นสัมพัทธ์ในช่วง 0.11-0.86 ซึ่งเกิดขึ้นขณะที่สารละลายเกลืออิมิตัวเหล่านี้อยู่ในสภาวะอากาศแวดล้อมที่อุณหภูมิในช่วง 45-65°C ดังรายละเอียดแสดงดังตารางที่ 1 สารละลายเกลืออิมิตัวที่ใช้ได้แก่ ลิเทียมคลอไรด์ (LiCl), โพแทสเซียมอะซีเตต (C₂H₃KO₂), แมกนีเซียมคลอไรด์เฮกซะไฮเดรต (MgCl₂·6(H₂O)), แมกนีเซียมไนเตรตเฮกซะไฮเดรต (Mg(NO₃)₂·6(H₂O)), โซเดียมคลอไรด์ (NaCl) และโพแทสเซียมไนเตรต (KNO₃) [11-13, 20] ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าความชื้นสัมพัทธ์ของสารละลายเกลืออิมิตัวที่

อุณหภูมิต่างๆ [21]

Saturated salt solution	Relative Humidity (RH), decimal				
	45°C	50°C	55°C	60°C	65°C
LiCl	0.116	0.115	0.114	0.113	0.112
C ₂ H ₃ KO ₂	0.231	0.229	0.227	0.225	0.223
MgCl ₂ ·6H ₂ O	0.318	0.315	0.312	0.309	0.306
Mg(NO ₃) ₂ ·6H ₂ O	0.484	0.470	0.457	0.444	0.431
NaCl	0.751	0.748	0.744	0.739	0.734
KNO ₃	0.864	0.849	0.830	0.811	0.792

จากตารางที่ 1 เป็นข้อมูลที่รวบรวมมาจากงานวิจัยก่อนหน้านี้ [21] ซึ่งจะเห็นได้ว่าการเลือกสารละลายเกลืออิมิตัวทั้ง 6 ชนิดนี้ครอบคลุมค่าความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมในช่วงความชื้นสัมพัทธ์ต่ำ ๆ ระดับ 0.11 ไปจนถึงค่าความชื้นสัมพัทธ์สูงถึง 0.86 ซึ่งเป็นสภาวะแวดล้อมที่เกิดขึ้นจริงในเขตโซนร้อนที่เป็นที่ตั้งของประเทศไทย

2.2 อุปกรณ์วิจัย

ในการดำเนินการวิจัยนี้ คณะผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือและอุปกรณ์หลัก ๆ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- 1) ตู้ควบคุมอุณหภูมิ ยี่ห้อ Memmert รุ่น UFE 700
- 2) เครื่องชั่งไฟฟ้า ยี่ห้อ A&D รุ่น GF-3000 อ่านค่ามวลได้ทศนิยม 2 ตำแหน่ง มีค่าความผิดพลาด 0.01 กรัม
- 3) ขวดโหลแก้วแบบมีฝาปิดชนิดมียางกันรั่ว ความจุ 1 ลิตร
- 4) โถดูดความชื้น (Desiccator) ขนาดความจุ 30 ลิตร

2.3 วิธีการทดลอง

1) เตรียมการทำค่าความชื้นสัมพัทธ์สภาวะแวดล้อมสำหรับตัวอย่างกล้วยไข่ด้วยการนำสารละลายเกลืออิมิตัว LiCl ปริมาณ 200-400 มิลลิเมตร บรรจุในขวดโหลแบบมีฝาปิดผนึกสองขวดเพื่อเป็นการทดลองซ้ำสามครั้ง

2) นำกล้วยไข่สดชิ้นแฉกบางๆ ความหนา 0.3 เซนติเมตร แล้วแบ่งออกเป็นกลุ่มๆ ละ 25-30 กรัม

3) นำตัวอย่างกล้วยไข่ที่แบ่งแล้วมาใส่ในฟอยล์คลุมนิยมนำไปวางบนตะแกรงที่แขวนไว้ในขวดโหล โดยไม่ให้ตะแกรงสัมผัสกับสารละลายเกลืออิมิตัวโดยตรงที่อยู่ด้านล่างของขวดโหล และปิดผนึกฝาขวดโหลให้สนิท ซึ่งเลือกใช้สารละลายเกลืออิมิตัว 6 ชนิดคือ LiCl, C₂H₃KO₂, MgCl₂·6(H₂O), Mg(NO₃)₂·6(H₂O), NaCl และ KNO₃ มาทำการทดลองเหล่านี้โดยให้ความชื้นสัมพัทธ์ของสภาวะแวดล้อมที่แตกต่างกันเมื่ออุณหภูมิที่ตั้งไว้ของตู้ควบคุมอุณหภูมิต่างกัน ดังแสดงในตารางที่ 1

4) นำขวดโหลที่ควบคุมอุณหภูมิไว้ในตู้อบที่ 45°C

5) ทำเช่นเดียวกับข้อที่ 1-3 โดยเลือกใช้สารละลายเกลืออิมิตัวจนครบ 6 ชนิด (ทำการทดลองซ้ำ 3 ครั้ง) เมื่อเวลาผ่านไปอยู่ในช่วงประมาณ 3 วันเพื่อให้กล้วยไข่ตัวอย่างเริ่มปรับสภาพเข้าสู่สมดุลความชื้นกับสารละลายเกลืออิมิตัว [5, 7] หลังจากนั้นก็นำกล้วยไข่ตัวอย่างในแต่ละขวดโหล มาชั่งหาค่ามวลทุกวัน ดำเนินการอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ และสังเกตว่าน้ำหนักมวลของตัวอย่างกล้วยไข่ไม่เปลี่ยนแปลง โดยมีค่ามวลก่อนและหลังการชั่งในวันทีทดลองต่างกันในช่วง ±0.01 กรัม [7] จึงถือว่า ค่าความชื้นของกล้วยไข่ตัวอย่างเข้าสู่สมดุลแล้ว จึงหยุดการทดลอง และนำชิ้นกล้วยไข่มาหาค่าความชื้นตามมาตรฐาน AOAC (2000) [14]

6) นำข้อมูลค่าความชื้นสมดุลที่ได้กับความชื้นสัมพัทธ์ที่อุณหภูมิแวดล้อมต่างๆ มาวิเคราะห์และสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อหาค่าคงที่ต่างๆ ในแบบจำลองทั้ง 9 แบบ [สมการที่ (1)-(9)] ดังตารางที่ 2 ซึ่งรูปแบบสมการที่อธิบายค่าความชื้นสมดุล (EMC) ของกล้วยไข่ได้ทีในช่วงอุณหภูมิ 45-65°C ในช่วงค่าความชื้นสัมพัทธ์ 0.11-0.86

7) ทำการทดลองกล้วยไข่ตามขั้นตอนข้างต้น โดยเปลี่ยนอุณหภูมิเป็น 50 55 60 และ 65°C

8) หาสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของกล้วยไข่โดยโปรแกรม SPSS[®] เป็นการหารูปแบบสมการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมสำหรับวิเคราะห์กระบวนการอบแห้ง ด้วยการเปรียบเทียบกับค่าความชื้นสมดุลที่ได้จากการทดลอง โดยวิธีการทางสถิติ โดยพิจารณาความเหมาะสมของสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (R²) ค่าผลรวมของความผิดพลาดกำลังสอง (SSE) ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) และค่าไคสแควร์ (Chi-square, χ^2) ของแบบจำลองแต่ละแบบมาเปรียบเทียบกับกันดังสมการที่ (10)-

(13) ตามลำดับ และโดยในทางสถิตินี้การเลือกสมการที่เหมาะสมที่สุดจะดูจากค่า R^2 มากที่สุด และค่า SSE, RMSE และค่า χ^2 ที่มีค่าน้อยที่สุด [6-8]

ตารางที่ 2 แบบจำลองคณิตศาสตร์ของความชื้นสมดุล

Model	Model equation	
Oswin [9]	$M_{eq} = A \left(\frac{RH}{(1 - (RH))} \right)^B$	(1)
GAB [16]	$M_{eq} = \frac{ABC(RH)}{(1 - C(RH))(1 - C(RH) + BC(RH))}$	(2)
Chug-Pfost [14]	$M_{eq} = A + B \ln(-\ln(RH))$	(3)
Cauric [20]	$M_{eq} = \exp(\ln(A) - B(RH))$	(4)
Kuhn [11]	$M_{eq} = \left(\frac{A}{\ln(RH)} \right) + B$	(5)
Smith [21]	$M_{eq} = A + (B \ln(1 - (RH)))$	(6)
White & Eiring [20]	$M_{eq} = \left(\frac{1}{AB(RH)} \right)$	(7)
Modified Oswin [9]	$M_{eq} = (A + BT) \left(\frac{RH}{(1 - (RH))} \right)^{\frac{1}{C}}$	(8)
Modified Smith [25]	$M_{eq} = (A + BT) - (C + DT) \ln(1 - RH)$	(9)

หมายเหตุ : M_{eq} คือ ค่าความชื้นสมดุล (เศษส่วน), T คือ อุณหภูมิ ($^{\circ}\text{C}$), RH คือ ความชื้นสัมพัทธ์ (เศษส่วน), ค่า A, B, C และ D คือ ค่าคงที่ของสมการ

$$R^2 = \left(\frac{\sum_{i=1}^N (M_{eq(\text{exp},i)} \times M_{eq(\text{pre},i)})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (M_{eq(\text{exp},i)} \times M_{eq(\text{pre},i)})^2}} \right)^2 \quad (10)$$

$$SSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (M_{eq(\text{exp},i)} - M_{eq(\text{pre},i)})^2}{df}} \quad (11)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (M_{eq(\text{exp},i)} - M_{eq(\text{pre},i)})^2} \quad (12)$$

$$\chi^2 = \frac{1}{N - n_i} \sum_{i=1}^N (M_{eq(\text{exp},i)} - M_{eq(\text{pre},i)})^2 \quad (13)$$

เมื่อ N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด (N=6)

n_i คือ จำนวนพารามิเตอร์ในสมการ (A B C และ D)

$M_{eq(\text{exp},i)}$ และ $M_{eq(\text{pre},i)}$ คือ ค่าความชื้นสมดุล

จากผลการทดลอง และค่าทำนายจากแบบจำลอง (% มาตรฐานแห้ง) ที่ค่า i ใดๆ ตามลำดับ

df คือ ระดับค่าความเป็นอิสระ (degree of freedom of regression) (df=3 [สมการที่ 1, 2, 9], df=4 [สมการที่ 3-8])

2.4 การวิเคราะห์สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นสมดุล

ตารางที่ 2 แสดงสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของความชื้นสมดุลของวัสดุอาหารและเมล็ดพืช และนำมาใช้ในการทำนายผลการทดลองการเปลี่ยนแปลงความชื้นในกล้วยไข่ที่เวลาต่าง ๆ

3. ผลการทดลองและวิเคราะห์

จากผลการทดลองเปรียบเทียบหาความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิในช่วง 45 ถึง 65 $^{\circ}\text{C}$ จะให้ค่าความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมอยู่ในช่วง 0.11 ถึง 0.86 พบว่า ที่อุณหภูมิคงที่หนึ่ง ๆ ค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่จะแปรผันตามค่าความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศแวดล้อม ทั้งนี้เพราะที่ค่าความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมสูง หมายถึงปริมาณความชื้นในอากาศมีมาก จึงทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความชื้นกับวัสดุจนเข้าสู่สมดุลที่ค่าความชื้นสูง และในทางตรงกันข้าม ที่ค่าความชื้นสัมพัทธ์อากาศคงที่หนึ่ง ๆ ค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่แปรผันกับอุณหภูมิอากาศแวดล้อม กล่าวคือ ที่อุณหภูมิสูง ๆ การกระตุ้นโมเลกุลของน้ำภายในวัสดุจะสูงกว่าที่อุณหภูมิกอากาศแวดล้อมต่ำ ๆ ส่งผลให้ความชื้นในวัสดุที่อุณหภูมิอากาศแวดล้อมสูงเกิดการถ่ายเทความชื้นได้มากกว่าที่อุณหภูมิต่ำ ทำให้ค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่มีค่าต่ำตามไปด้วยนั่นเอง เมื่อนำผลจากการทดลองในตอนต้น ได้แก่ ค่าความชื้นสมดุล ค่าอุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมมาวิเคราะห์ด้วยเทคนิคสมการถดถอยไม่เชิงเส้นโดยเลือกใช้รูปแบบสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้ง 9 สมการดังตารางที่ 2 โดยเปรียบเทียบค่าทำนายที่ได้จากสมการคณิตศาสตร์ทุกแบบจำลองกับค่าจริงที่ได้จากผลการทดลอง โดยพิจารณาเลือกสมการที่เหมาะสมที่สุดจาก ค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (R^2) ที่มีค่าสูงสุด และค่าผลรวมของความผิดพลาดกำลังสอง (SSE) ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) และค่าไคสแควร์ (Chi-square, χ^2) ที่มีค่าน้อยสุด ผลการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SPSS[®] แสดงค่าคงที่ต่าง ๆ ของแบบจำลองความชื้นสมดุลทั้ง 9 สมการดังตารางที่ 3 สรุปว่าแบบจำลองความชื้นสมดุลของ GAB เหมาะสมที่สุด มีค่าสัมประสิทธิ์ของการตัดสินใจ (R^2) ที่มีค่าสูงที่สุด และค่าผลรวมของความผิดพลาดกำลังสอง (SSE) ค่ารากที่สองของค่าเฉลี่ยของความคลาดเคลื่อนกำลังสอง (RMSE) และค่าไคสแควร์ (Chi-square, χ^2) มีค่าต่ำที่สุด ซึ่งหมายความว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ GAB จะทำนายผลการทดลองของกล้วยไข่ได้ใกล้เคียงกับค่าจริง ๆ ที่วัดได้มากที่สุด เมื่อเทียบกับแบบจำลองที่เหลืออีก 8 แบบจำลอง ขณะที่สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ให้ผลการทำนายใกล้เคียงรองลงมา ได้แก่ แบบจำลองของ Oswin และ Modified Oswin ตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 1-5

นอกจากนี้ พบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความขึ้นสมมูลของ GAB สามารถใช้ทำนายผลการทดลองได้ดีที่สุดในขณะที่สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Oswin และ Modified Oswin มีผลการคำนวณใกล้เคียงผลการทดลองตามลำดับ ซึ่งเมื่อนำผลการทำนายของแบบจำลองสมการความขึ้นสมมูลสามารถทำนายค่าความขึ้นสมมูลได้ใกล้เคียงกับผลการทดลองมากที่สุด และเมื่อนำผลมาเขียนกราฟ

ระหว่างค่าจริงที่วัดกับทุกช่วงอุณหภูมิ 45-65°C กับผลทำนายจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ GAB พบว่า เส้นโค้งแสดงผลการทำนายสามารถอธิบายผลการทดลองได้เป็นอย่างดี ($R^2 = 0.913-0.987$; $SSE = 0.5770-2.012$; $RMSE = 0.0394-1.422$ และ $\chi^2 = 0.052-0.674$)

ตารางที่ 3 พารามิเตอร์ของแบบจำลองความขึ้นสมมูลของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิต่าง ๆ

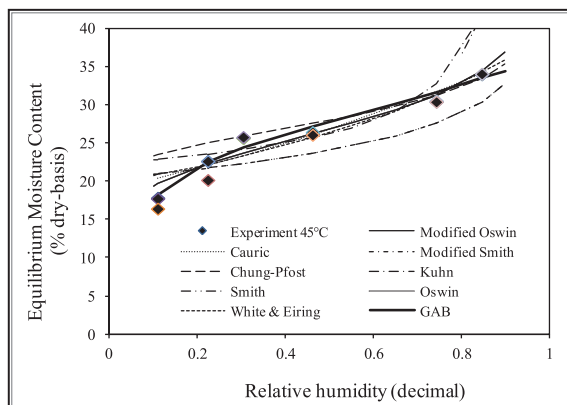
Model Name	Arbitrary constants and statistic parameter	Temperature				
		T = 45°C	T = 50°C	T = 55°C	T = 60°C	T = 65°C
Modified Oswin	A	-6,881.626	-5,115.705	-1,915.213	-2,967.569	-7,211.802
	B	153.520	102.792	35.232	49.815	111.231
	C	0.147	0.129	0.118	0.113	0.166
	R^2	0.951	0.899	0.925	0.849	0.727
	RMSE	1.175	1.365	0.999	1.356	2.522
	SSE	1.661	1.930	1.413	1.918	3.567
	χ^2	0.460	0.621	0.333	0.613	2.121
Modified Smith	A	1,120.225	613.593	-46.900	-494.373	-113.837
	B	-24.443	-11.895	1.183	8.530	1.957
	C	312.424	951.646	1,442.844	-1,416.493	-1673.057
	D	-6.823	-18.949	-26.168	23.661	25.802
	R^2	0.883	0.808	0.827	0.710	0.602
	RMSE	1.815	1.884	1.515	1.878	3.044
Chung-Pfost	SSE	2.566	2.665	2.143	2.655	4.304
	χ^2	1.098	1.1833	0.7654	1.175	3.088
	A	26.525	23.681	22.307	21.113	18.032
	B	-3.894	-3.060	-2.627	-2.380	-3.080
	R^2	0.936	0.876	0.899	0.808	0.706
	RMSE	1.335	1.519	1.162	1.527	2.617
GAB	SSE	1.635	1.860	-	1.87	3.205
	χ^2	0.446	0.577	0.338	0.583	1.712
	A	25.055	24.898	22.995	26.301	28.149
	B	62.219	75.160	90.611	277.196	419.840
	C	0.331	0.216	0.212	0.040	0.012
	R^2	0.968	0.944	0.974	0.987	0.913
Oswin	RMSE	0.942	1.017	0.589	0.394	1.422
	SSE	1.332	1.438	0.833	0.557	2.012
	χ^2	0.296	0.345	0.116	0.052	0.674
	A	26.758	23.913	22.532	21.331	18.187
	B	0.147	0.129	0.118	0.113	0.166
	R^2	0.951	0.899	0.925	0.849	0.727
Cauric	RMSE	1.174	1.365	0.999	1.356	2.522
	SSE	1.438	1.672	1.223	1.661	3.089
	χ^2	0.345	0.466	0.249	0.460	1.591
	A	7.660	7.304	7.132	6.927	5.676
	B	-0.698	-0.610	-0.560	-0.535	-0.790
	R^2	0.916	0.850	0.882	0.802	0.696
Cauric	RMSE	1.531	1.665	1.253	1.552	2.662
	SSE	1.875	2.039	1.535	1.901	3.260
	χ^2	0.586	0.693	0.393	0.602	1.771

หมายเหตุ : M_{eq} คือ ค่าความขึ้นสมมูล (เศษส่วน), T คือ อุณหภูมิ (°C), RH คือ ความชื้นสัมพัทธ์ (เศษส่วน), ค่า A, B, C และ D คือ ค่าคงที่ของสมการ

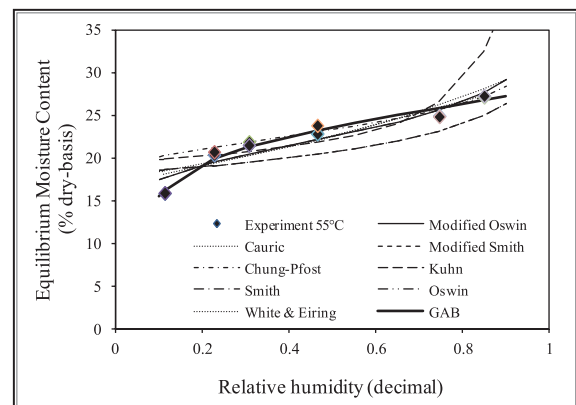
ตารางที่ 3 พารามิเตอร์ของแบบจำลองความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิต่าง ๆ (ต่อ)

Model Name	Parameter	Temperature				
		T = 45°C	T = 50°C	T = 55°C	T = 60°C	T = 65°C
Smith	A	20.313	18.849	18.163	17.442	13.348
	B	-5.377	-4.181	-3.586	-3.173	-4.046
	R ²	0.883	0.808	0.827	0.710	0.602
	RMSE	1.815	1.884	1.515	1.878	3.044
	SSE	2.222	2.308	1.860	2.299	3.728
	χ^2	0.823	0.888	0.574	0.881	2.316
White and Eiring	A	0.051	0.055	0.057	0.060	0.076
	B	-0.026	-0.0250	-0.024	-0.024	-0.040
	R ²	0.902	0.833	0.864	0.774	0.650
	RMSE	1.661	1.761	1.346	1.658	2.854
	SSE	2.034	2.157	1.648	2.031	3.495
	χ^2	0.070	0.775	0.453	0.688	2.036
Kuhn	A	-3.411	-2.656	-2.250	-1.925	-2.368
	B	21.259	19.579	18.829	18.128	14.350
	R ²	0.807	0.807	0.741	0.740	0.468
	RMSE	2.328	2.328	2.191	1.860	3.518
	SSE	2.852	2.852	2.684	2.278	4.308
	χ^2	1.355	1.200	0.865	1.235	3.093

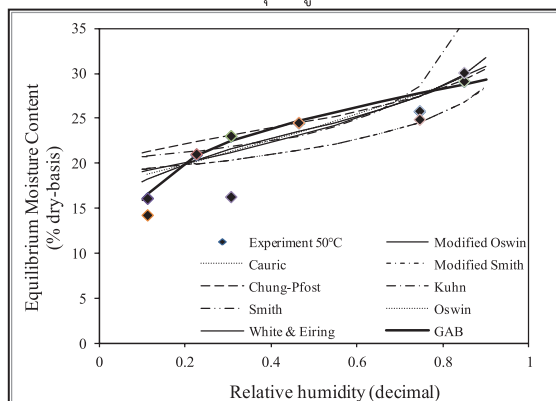
หมายเหตุ : M_{eq} คือ ค่าความชื้นสมดุล (เศษส่วน), T คือ อุณหภูมิ (°C), RH คือ ความชื้นสัมพัทธ์ (เศษส่วน), ค่า A, B, C และ D คือ ค่าคงที่ของสมการ



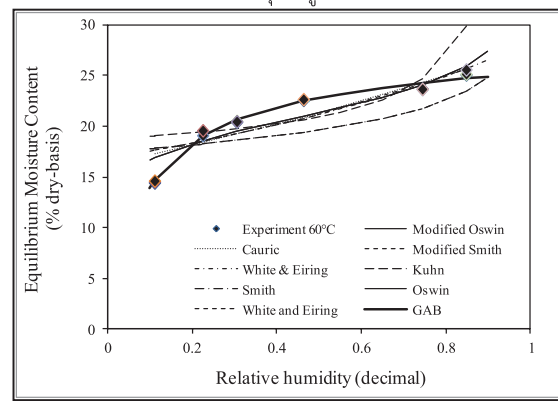
รูปที่ 1 ผลจากแบบจำลองความชื้นสมดุลกับผลการทดลองของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิแวดล้อม 45°C



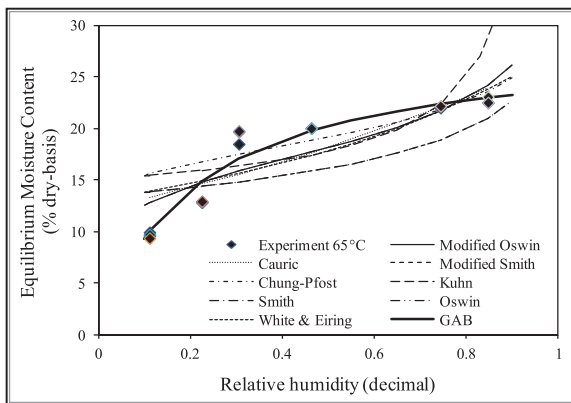
รูปที่ 3 ผลจากแบบจำลองความชื้นสมดุลกับผลการทดลองของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิแวดล้อม 55°C



รูปที่ 2 ผลจากแบบจำลองความชื้นสมดุลกับผลการทดลองของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิแวดล้อม 50°C



รูปที่ 4 ผลจากแบบจำลองความชื้นสมดุลกับผลการทดลองของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิแวดล้อม 60°C



รูปที่ 5 ผลจากแบบจำลองความชื้นสมดุลกับผลการทดลองของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิแวดล้อม 65°C

จากการวิเคราะห์ดังกล่าวนี้จึงอธิบายได้ว่า สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของ GAB สามารถนำมาทำนายค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ในทุกช่วงอุณหภูมิได้เป็นอย่างดี และมีรูปแบบสมการที่ไม่ซับซ้อนง่ายต่อการนำไปใช้ งานเพื่อทำนายค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ที่อุณหภูมิและความชื้นสัมพัทธ์ต่างๆ ของสภาวะสิ่งแวดล้อม ซึ่งได้ผลการเปรียบเทียบระหว่างสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของ GAB กับผลที่ได้จากการทดลองในแต่ละอุณหภูมิ

4. สรุปผลการทดลอง

ความชื้นสมดุลของกล้วยไข่มีค่าเปลี่ยนแปลงตามสภาวะแวดล้อมของอากาศรอบ ๆ ตัว โดยเฉพาะปริมาณความชื้นสัมพัทธ์และอุณหภูมิของอากาศ กล่าวคือ ถ้าอุณหภูมิของอากาศแวดล้อมมีค่าสูง ค่าความชื้นที่เข้าสู่สมดุลของกล้วยไข่จะมีค่าลดลง ขณะที่อุณหภูมิคงที่หนึ่ง ๆ ค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่แปรตามความชื้นสัมพัทธ์ของอากาศแวดล้อม และจากผลการเปรียบเทียบสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของกล้วยไข่กับผลที่ได้จากการทดลองในช่วงอุณหภูมิ 45-65°C ที่ช่วงค่าความชื้นสัมพัทธ์ 0.11-0.86 นั้น พบว่า สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ความชื้นสมดุลของ GAB สามารถทำนายค่าความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ได้ดีที่สุด และสมการความชื้นสมดุลนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการนำไปใช้ในการทำนายความชื้นสมดุลของกล้วยไข่ไม่ว่าจะเป็นสภาวะที่ต้องการลดความชื้นกล้วย เช่น การทำกล้วยอบแห้ง หรือการเก็บรักษากล้วยไข่สุกเพื่อให้คงคุณภาพและยืดอายุการเก็บรักษา และการลดหรือควบคุมความชื้นสัมพัทธ์อากาศแวดล้อมในการเก็บรักษา เป็นต้น สรุปโดยภาพรวมได้ว่า สมการทำนายความชื้นสมดุลที่สร้างขึ้นนี้มีรูปแบบสมการที่ง่ายไม่ซับซ้อนสะดวกต่อการนำไปใช้ในงานสำหรับผู้สนใจ

5. กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ และภาควิชาวิศวกรรมเคมี คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ที่สนับสนุนและเอื้อเฟื้อสถานที่อุปกรณ์ในการทำวิจัย และขอขอบคุณบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ ที่สนับสนุนทุนวิจัยในการทำวิทยานิพนธ์ในงบประมาณ 2558 ในครั้งนี้

6. รายการอ้างอิง

- [1] Department of Industrial Promotion. (2016). Benefit of banana. Available Retrieved from <http://www.thaitechno.net/tknowledge.php?uid=39487>. (in Thai)
- [2] KluiKhai. (2017). Banana Information. Retrieved from <http://www.bananahealthy.com> (in Thai)
- [3] Pornpun, R. (2016). Nutrition of Thai food (Table). Retrieved from http://www.booktime.co.th/new/article_detail.php?t_id=1403000022#.VGluYvmsXoE. (in Thai)
- [4] Sasiwimon, S., Jamon, S., Samutchai, C. (2016). Banana Thai. Retrieved from <http://www.sc.mahidol.ac.th/scpl/banana/LepMueNang.htm>. (in Thai)
- [5] Soponronnarit, S. (1997). Grain Drying and Some Food. 7th ed., Textbook, King Mongkut University of Technology Thonburi, 338 pages. (in Thai)
- [6] Marina, M., Onravee, K., Usavadee, T. (2015). Equilibrium Moisture Isotherm of Galanga, Thaksin Journal, 18(3), 216-221. (in Thai)
- [7] Sae-Khow, A., Tirawanichakul, S., Tirawanichakul, T. (2012). Isotherm Adsorption Behavior and Drying Kinetics of Black Pepper, The 2nd International Conference on Power and Energy Engineering (ICPEE 2012), 1-2 Sept., Phuket Island, Thailand, 5 pages.
- [8] Tawarat, T., Somyot, C. (2009). Equilibrium Moisture Content and Drying of Phlai (Zingiber cassumunar Roxb.), Thai society of Agricultural Engineering, 10. (in Thai)
- [9] Wasan, J., Thossaporn, C., Sutep C., Chalerm, S. (2012). Comparison of mathematical model equilibrium moisture content for sheet rubber. KKU Engineering Journal, 39(1), 11-21. (in Thai)
- [10] Oswin, C. R. (1946). The kinetics of package life. III. The isotherms. Journal of Chemical Industry, 65, 419-423.
- [11] Asma, K.B., Nourhène, B.M., Nabil, K. (2012). Moisture sorption isotherms: Experimental and mathematical investigations of orange (Citrus sinensis) peel and leaves. Journal of Food Chemistry, 132, 1728-1735.
- [12] Ali, Z., Zahra, K., Leila, M. (2011). Determination of EMC isotherms and appropriate mathematical models for canola. Journal of Food and Bioproducts Processing, 89, 407-413.

- [13] Gokhan, B., Bhagwati, P., Zhongli, P. (2012). Dynamic vapor sorption isotherms of medium grain rice varieties. *Journal of LWT-Food Science and Technology*, 48, 156-163.
- [14] AOAC. Official method of analysis, 16th ed., (2000). The Association of Official Analytical Chemists.Inc. Arlington, Verginia, USA.
- [15] Pfost, H.B., Mourer, S.G., Chung, D.S., Milliken, G.A. (1976). Summarizing and Reporting Equilibrium Moisture Data for Grains. ASEA Paper No. 76-3520. St. Joseph, MI.
- [16] Chen, C., Jayas, D.S. (1998). Evaluation of the GAB equation for the isotherms of agricultural products. *Trans. ASABE*, 41, 1755-1760.
- [17] Van der Berg, C., Bruin, S. (1981). Water activity and its estimation in food systems; theoretical aspects. In: Rockland, L.B., Stewart, G.F. (Eds.), *Water Activity: Influences on Food Quality* Academic Press Inc., New York, pp. 1, 61.
- [18] Asun, I., Paloma, V. (2007). Moisture desorption isotherms of rough rice at high temperatures. *Journal of Food Engineering*, 79, 794-802.
- [19] Castillo, M.D., Martinez, E.J., Gonzalez, H.H.L., Pacin, A.M., &Resnik, S.L. (2003). Study of mathematical models applied to sorption isotherms of Argentinean black bean varieties. *Journal of Food Engineering*. 60, 343-348.
- [20] Smith, S.E. (1947). Sorption of wheat vapour by high polymers. *Journal of the American Chemical Society*, 69, 646-651.
- [21] Mabel, V., Carlos A. M., Antonio D.M. (2004). Desorption isotherms for sweet and sour cherry. *Journal of Food Engineering*, 63, 15–19.