

การออกแบบหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

เดือนแรม แพ่งเกี้ยว¹, สมลักษณ์ วรรณกุล² และสมพร เรืองสินชัยวานิช³

¹ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์, E-mail: duanram_01@hotmail.com

²ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหกรรม, E-mail: somlakw@yahoo.com

³ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้าและคอมพิวเตอร์, E-mail: sompornru@yahoo.co.uk

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร ตำบลท่าโพธิ์ อำเภอเมือง จังหวัดพิษณุโลก 65000

บทคัดย่อ – งานวิจัยนี้นำเสนอแนวทางการจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้าโดยใช้วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ แบบ 3 มิติ โดยใช้หม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส แบบเซลล์ ขนาด 165 VA, 220/12 V และหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส ขนาด 1 KVA, 6,000V/380 V โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลจากการทดสอบจริงในห้องปฏิบัติการและผลการจำลองการทำงานด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ ซึ่งจะพิจารณาเกี่ยวกับค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กไฟฟ้า ความร้อนที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟฟ้า รวมถึงประสิทธิภาพของหม้อแปลงไฟฟ้า โดยจากผลการศึกษาพบว่าแบบจำลองหม้อแปลงไฟฟ้าที่สร้างขึ้นสามารถจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้าได้ ซึ่งค่าของแบบจำลองหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส ที่ได้จากรูปไฟไนต์เอลิเมนต์ มีค่าใกล้เคียงกับค่าที่วัดจริงจากห้องปฏิบัติการ มีค่าความคลาดเคลื่อนประมาณ 2.89% และแบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส มีค่าความคลาดเคลื่อนประมาณ 2.13% ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้จำลองการทดสอบหม้อแปลงในห้องปฏิบัติการได้

คำสำคัญ - หม้อแปลงไฟฟ้า, วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์, การจำลองการทำงาน, ความหนาแน่นเส้นแรงแม่เหล็กไฟฟ้า, ประสิทธิภาพ

Abstract - This research study proposes a model design of transformer by using finite element method (FEM). The transformer used in this experiment is the single-phase transformer rated 165 VA, 220/12 V and the three-phase transformer rated 1 KVA, 6,000V/380 V. The objective of the study is to compare the results of actual measurement and finite element analysis by focusing on the magnetic flux density, heat

transfer, and transformer efficiency. The results show that the studied model can be used to simulate the transformer. The parameters of the transformer model created by finite element method are similar to those collected by the actual measurement. The single-phase transformer model has error about 2.89% and the three-phase of transformer model has error about 2.13%. It can be concluded that the design of transformer by using finite element method can simulate the operation of transformer in the actual operating efficiently.

Keyword – Transformer, finite element method, simulations, magnetic flux density, efficiency.

1. บทนำ

ในปัจจุบันหม้อแปลงไฟฟ้า (Transformer) ถือได้ว่าเป็นอุปกรณ์ไฟฟ้าประเภทหนึ่ง โดยทำหน้าที่แปลงแรงดันไฟฟ้าตามที่กำหนด โดยค่าประสิทธิภาพการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้าจะมีค่ามากหรือน้อยนั้นขึ้นอยู่กับค่าความสูญเสียภายในหม้อแปลงไฟฟ้าว่ามีค่ามากน้อยเพียงไร โดยหม้อแปลงไฟฟ้าจะมีค่าความสูญเสียสองค่า คือ ค่าความสูญเสียในแกนเหล็ก (Core Loss) และค่าความสูญเสียในขดลวด (Copper Loss) ดังนั้นในการออกแบบจนถึงขั้นตอนการผลิตหม้อแปลงไฟฟ้าให้ได้มาตรฐานจำเป็นต้องมีการทดสอบก่อนนำไปใช้งานจริง แต่เนื่องจากการทดสอบเพื่อให้ได้ค่าที่ถูกต้องแม่นยำแต่ละครั้งนั้นถือได้ว่าเป็นเรื่องที่ย่างยากซับซ้อน อันเนื่องมาจากปัจจัยทางด้านตัวแปรหลายๆ ด้านที่มีอิทธิพลต่อการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้า ไม่ว่าจะเป็นตัวแกนเหล็กเอง หรือแม้กระทั่ง

อุณหภูมิก็ถือว่ามีอิทธิพลต่อประสิทธิภาพการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยกันทั้งสิ้น นอกจากนั้นแล้วในการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าแต่ละครั้งจำเป็นต้องใช้อุปกรณ์เครื่องมือวัดต่างๆ รวมไปถึงการใช้งบประมาณในการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าทำให้เสียเวลาและงบประมาณในการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้า [1] - [5]

ด้วยเหตุนี้จึงมีนักวิจัยหลายๆ ท่านได้เล็งเห็นและให้ความสำคัญในเรื่องดังกล่าวดังจะเห็นได้จากงานวิจัยหลายๆ ชิ้นที่ได้ทำการศึกษาในเรื่องนี้โดยใช้วิธีไฟไนต์ดิฟเฟอเรนซ์ (Finite Difference Method; FDM) หรือวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element Method; FEM) มาวิเคราะห์หาคำตอบ แทนการทดสอบจริง ซึ่งในปัจจุบันวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เริ่มเข้ามามีบทบาทในการนำมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นทางด้านงานวิศวกรรม หรือแม้แต่ในทางวงการแพทย์ก็ตาม ซึ่งวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์นี้เป็นการนำเอาองค์ความรู้ในด้านต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นความรู้ทางคณิตศาสตร์ ความรู้ในวิธีเชิงตัวเลข รวมทั้งความรู้ทางด้านซอฟต์แวร์และฮาร์ดแวร์ มาประกอบเข้าด้วยกัน ทำให้สามารถช่วยทำนายปรากฏการณ์ต่างๆ ได้โดยสะดวก หลีกเลี่ยงการลองผิดลองถูกของการออกแบบที่เคยใช้กันมาในอดีต [4], [5], [6]

โดยงานวิจัยนี้ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์โดยสร้างแบบจำลองหม้อแปลงไฟฟ้าเสมือนจริงของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส แบบเชลล์ (Shell Type) ขนาด 165 VA, 220/12V, 50Hz และหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส ขนาด 1 KVA, 6000V/380V, 50Hz พร้อมทั้งจำลองการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าแบบเปิดวงจรและลัดวงจรเพื่อหาค่าความสูญเสียในหม้อแปลงไฟฟ้า ค่าความร้อนที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟฟ้าและค่าประสิทธิภาพของหม้อแปลงไฟฟ้าเพื่อนำไปเปรียบเทียบกับผลการทดลองจริง ถ้าผลลัพธ์จากการทดสอบทั้งสองวิธีมีค่าใกล้เคียงกัน ก็จะเป็นผลดีในการวิเคราะห์และศึกษาหม้อแปลงชนิดอื่นๆ ซึ่งวิธีการดังกล่าวช่วยลดค่าใช้จ่ายในการทดลองจริง และประหยัดเวลาไปได้เป็นอย่างมาก

2. วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (FINITE ELEMENT METHOD; FEM)

สมการการนำความร้อนแบบ 3 มิติ ซึ่งสามารถอธิบายการกระจายอุณหภูมิภายใต้สถานะไม่คงตัวหรือสถานะชั่วคราว สมการเชิงอนุพันธ์ที่เกี่ยวข้องกับการนำความร้อนภายใต้สถานะไม่คงตัวทั่วไป [7], [8], [9] คือ

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + q_o = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

เมื่อ q_x, q_y และ q_z แทนอัตราการถ่ายเทความร้อน (Heat Flow Rate) ในแกน x, y และ z ตามลำดับ q_o คือ อัตราปริมาณความร้อนที่ผลิตขึ้นได้เอง (Internal Heat Generation), ρ คือ ความหนาแน่นมวล (Mass Density; kg/m^3), c คือ ความร้อนจำเพาะ (Specific Heat) ของวัตถุนั้น, และ T คือ อุณหภูมิ (Temperature; $^{\circ}C$) ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา

สมการในการหาค่าพลังงานสะสม (Energy Stored) สามารถหาค่าได้จาก [10]

$$W = \frac{1}{2} \left(\frac{B^2}{\mu} \right) Vol \quad (2)$$

เมื่อ B คือ ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็ก (T)

μ คือ ค่าความซึมซาบแม่เหล็ก

Vol คือ ปริมาตรของแกนเหล็ก

ประสิทธิภาพของหม้อแปลงไฟฟ้า (η) หมายถึง อัตราส่วนระหว่างกำลังไฟฟ้าขาออก (Output Power; P_o) ต่อ กำลังไฟฟ้าขาเข้า (Input Power; P_{in}) ดังนั้นสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\eta = \frac{P_o}{P_{in}} = \frac{P_{in} - P_{loss}}{P_{in}} = 1 - \frac{P_{loss}}{P_{in}} \quad (3)$$

โดยที่

P_o คือ กำลังไฟฟ้าขาเข้าลบกำลังไฟฟ้าสูญเสียทั้งหมด

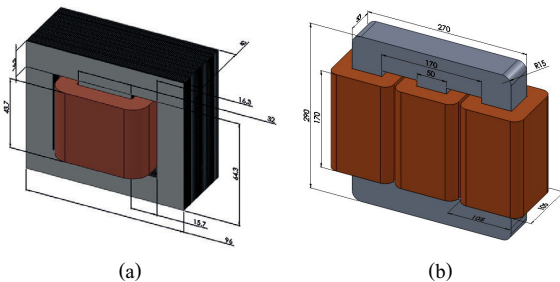
P_{loss} คือ ความสูญเสียรวมของความสูญเสียขดลวดและความสูญเสียในแกนเหล็ก (W)

3. การสร้างแบบจำลองหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

การสร้างแบบจำลองหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จำเป็นที่จะต้องทำการทดสอบหม้อแปลงต้นแบบก่อน เพื่อนำค่าที่ได้จากการทดสอบไปสร้างแบบจำลองหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จากนั้นจึงทำการเปรียบเทียบผลที่ได้

3.1 การทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าในห้องปฏิบัติการ

หม้อแปลงที่ใช้ในการทดสอบมีอยู่ 2 ชนิด ได้แก่ หม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส แบบเชลล์ (Shell Type) ขนาด 165 VA, 220/12 V, 50Hz และหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส ขนาด 1 KVA, 6000V/380V, 50 Hz แสดงดังรูปที่ 1(a) และรูปที่ 1(b) ตามลำดับ

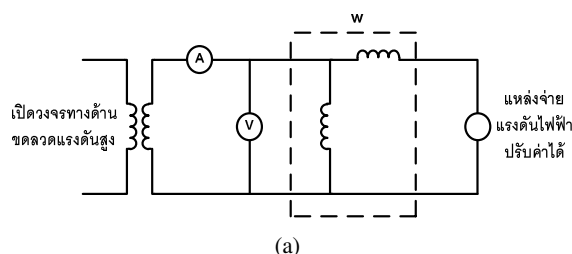


รูปที่ 1 หม้อแปลงที่ใช้ในการทดสอบ

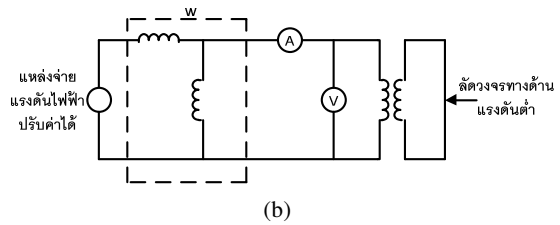
(a) หม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส

(b) หม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส

การทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าในห้องปฏิบัติการทำการทดสอบ 2 วิธี คือทดสอบโดยการเปิดวงจร (Open Circuit Test) เพื่อหาค่าความสูญเสียที่เกิดขึ้นในแกนเหล็ก (P_c) และทดสอบแบบลัดวงจร (Short Circuit Test) เพื่อหาค่าความสูญเสียที่เกิดขึ้นในขดลวดตัวนำ (P_{cu}) ซึ่งการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าแสดงดังรูปที่ 2 ซึ่งการทดสอบแบบเปิดวงจรแสดงดังรูปที่ 2(a)และการทดสอบแบบลัดวงจรแสดงดังรูปที่ 2(b) ตามลำดับ



(a)



(b)

รูปที่ 2 การทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้า

(a) ทดสอบแบบเปิดวงจร (Open Circuit Test)

(b) ทดสอบแบบลัดวงจร (Short Circuit Test)

จากการทดสอบหม้อแปลงในห้องปฏิบัติการทำให้ได้ค่าต่างๆ ดังแสดงในตารางที่ 1 และตารางที่ 2

ตารางที่ 1 ผลการทดสอบหม้อแปลง 1 เฟสในห้องปฏิบัติการ

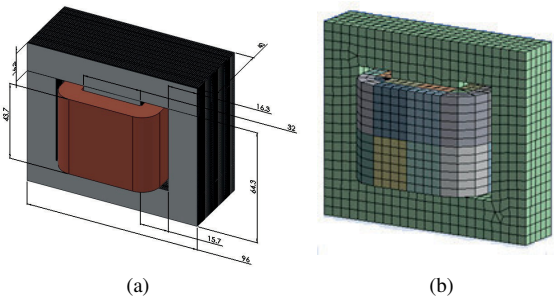
พารามิเตอร์	ผลการทดสอบ
P_c (W)	4.30
P_{cu} (W)	72.10
B_{max} (T)	0.9239
T_{max} ($^{\circ}$ C)	32.50

ตารางที่ 2 ผลการทดสอบหม้อแปลง 3 เฟสในห้องปฏิบัติการ

พารามิเตอร์	ผลการทดสอบ
P_c (W)	39.50
P_{cu} (W)	30.00
B_{max} (T)	0.5120
T_{max} ($^{\circ}$ C)	29.50

3.2 การทดสอบหม้อแปลงด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

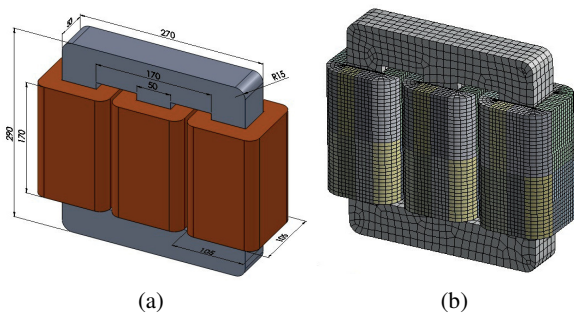
ในขั้นตอนของการออกแบบหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ จะใช้โปรแกรม ANSYS 13.0 ในการจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้าทั้ง 2 ชนิด ซึ่งรูปที่ 3 และรูปที่ 4 แสดงขนาดของหม้อแปลงไฟฟ้าและการกระจายเมฆของแบบจำลอง 1 เฟส และ 3 เฟส ในแบบ 3 มิติ ตามลำดับ และคุณลักษณะเฉพาะของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟส ในแบบ 3 มิติ ตามลำดับ



รูปที่ 3 หม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส

(a) ขนาดของหม้อแปลงไฟฟ้า

(b) การกระจายเมชของแบบจำลอง



รูปที่ 4 หม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส

(a) ขนาดของหม้อแปลงไฟฟ้า

(b) การกระจายเมชของแบบจำลอง

ตารางที่ 3 คุณสมบัติเฉพาะของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส และ 3 เฟส

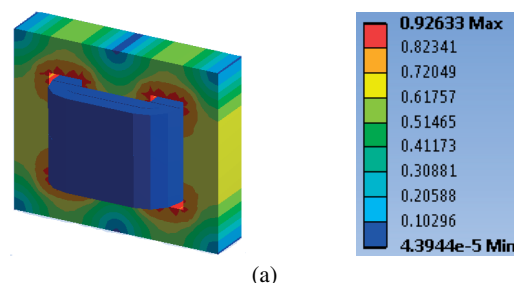
Item	Value	
	Single phase transformer	Three phase transformer
Rated voltage	220/12 V	6000/380 V
Rated current	1.25 A	1.52 A
Rated power	165 VA	1 KVA
Frequency	50 Hz	50 Hz
Core thickness	20 mm.	50 mm.
Primary turn number	950 turn	31 turn
Secondary turn number	80 turn	8259 turn
Primary conductor area	$4.56 \times 10^{-7} \text{ m}^2$	$1.102 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
Secondary conductor area	$1.102 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	$2.36 \times 10^{-7} \text{ m}^2$

ในการจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้า นอกจากการสร้างหม้อแปลงไฟฟ้าให้มีขนาดและลักษณะเช่นเดียวกับ

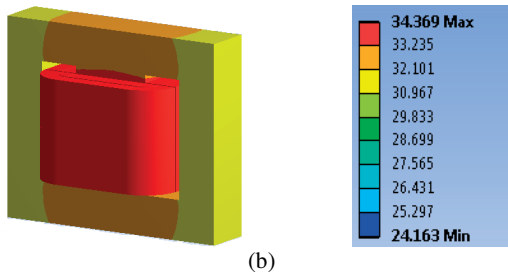
หม้อแปลงไฟฟ้าจริงแล้ว สิ่งที่เป็นอีกประการหนึ่งก็ต้องกำหนดคุณลักษณะเฉพาะให้กับหม้อแปลงไฟฟ้าเพื่อให้มีคุณลักษณะเช่นเดียวกับหม้อแปลงไฟฟ้าจริง ซึ่งในการกำหนดค่าคุณลักษณะของหม้อแปลงไฟฟ้าจะประกอบด้วยส่วนสำคัญ 2 ส่วนได้แก่ ส่วนที่เป็นแกนเหล็กและส่วนที่เป็นขดลวด อีกทั้งยังต้องกำหนดค่าสภาพอากาศให้กับแบบจำลองเช่นเดียวกับสภาพอากาศจริงที่ใช้ในการทดลองแสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 4 คุณสมบัติของหม้อแปลงไฟฟ้าที่ถูกสร้างด้วยโปรแกรมไฟไนต์เอลิเมนต์

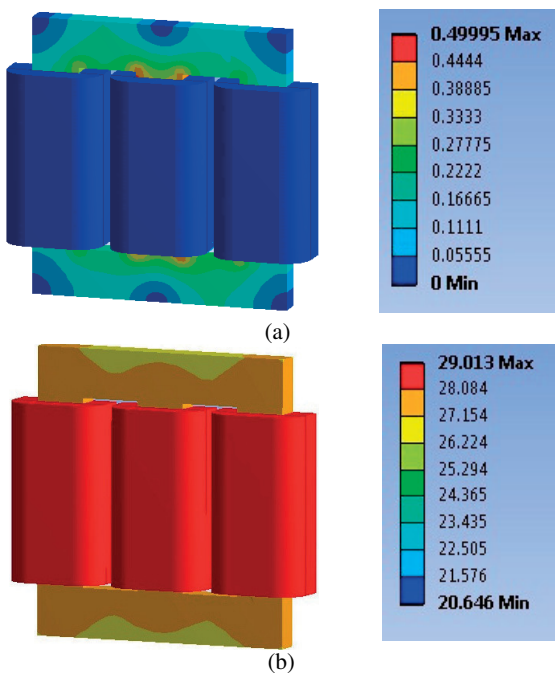
Core	Material : Steel
	Density : 7817 kg/m^3
	Thermal Conductivity : $20 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$
	Specific Heat : $446 \text{ J/kg.}^\circ\text{C}$
	Relative Permeability : 7000
Coil	Material : Copper
	Density : 8300 kg/m^3
	Thermal Conductivity : $386 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$
	Specific Heat : $385 \text{ J/kg.}^\circ\text{C}$
	Relative Permeability : 1
Air	Resistivity : $1.724\text{e-}008 \ \Omega$.
	Density : 1.205 kg/m^3
	Thermal Conductivity : $0.0257 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$
	Specific Heat : $1005 \text{ J/kg.}^\circ\text{C}$
	Relative Permeability : 1



(a)



รูปที่ 5 การทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส ด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
(a) ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กไฟฟ้า
(b) ค่าความร้อนที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟฟ้า



รูปที่ 6 การทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟสด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์
(a) ค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กไฟฟ้า
(b) ค่าความร้อนที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟฟ้า

จากรูปที่ 5 และรูปที่ 6 แสดงค่าความหนาแน่นของเส้นแรงแม่เหล็กไฟฟ้าและค่าความร้อนที่เกิดขึ้นในหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟสที่คำนวณด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์

4. การวิเคราะห์ผลการทดลอง

ผลการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าในห้องปฏิบัติการและการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ พบว่าแบบจำลองที่ได้จากวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ของหม้อแปลงไฟฟ้าทั้งแบบ 1 เฟสและ 3 เฟสมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ทดสอบในห้องปฏิบัติการ ดังแสดงในตารางที่ 5 และตารางที่ 6 ตามลำดับ

ตารางที่ 5 ผลการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าในห้องปฏิบัติการและ FEM ของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส

Parameter	Result		
	FEM with ANSYS	Experiment	Error
P_{loss} (W)	78.77	76.40	1.26
B_{max} (T)	0.9263	0.9239	0.26
T_{max} (°C)	34.369	32.501	5.74
η (%)	52.526	54.909	4.33

ตารางที่ 6 ผลการทดสอบหม้อแปลงไฟฟ้าในห้องปฏิบัติการ และ FEM ของหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส

Parameter	Result		
	FEM with ANSYS	Experiment	Error
P_{loss} (W)	68.140	69.500	1.95
B_{max} (T)	0.4999	0.5120	2.30
T_{max} (°C)	29.013	29.500	1.66
η (%)	88.203	85.967	2.60

จากตารางที่ 5 พบว่าค่าความสูญเสียรวมของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส ระหว่างการทดสอบในห้องปฏิบัติการและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความคลาดเคลื่อน 1.26%, ค่าความร้อนของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟสระหว่างการทดสอบในห้องปฏิบัติการและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความคลาดเคลื่อน 5.74% และค่าประสิทธิภาพของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟสระหว่างการทดสอบในห้องปฏิบัติการและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความคลาดเคลื่อน 4.33% จากตารางที่ 6 พบว่าค่าความสูญเสียรวมของหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟสระหว่างการทดสอบในห้องปฏิบัติการและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความคลาดเคลื่อน 1.95%, ค่าความความร้อนของหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟสระหว่างการทดสอบในห้องปฏิบัติการและวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ มีค่าความคลาดเคลื่อน 1.66% และค่าประสิทธิภาพของหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส ระหว่างการทดสอบในห้องปฏิบัติการ และวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์มีค่าความคลาดเคลื่อน 2.60%

5. สรุป

จากผลการจำลองหม้อแปลงไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์พบว่า สามารถสร้างแบบจำลองการทำงานของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟสและ 3 เฟส ได้ใกล้เคียงกับค่าที่วัดจริงจากห้องปฏิบัติการ โดยแบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้า 1 เฟส มีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยประมาณ 2.89% และแบบจำลองของหม้อแปลงไฟฟ้า 3 เฟส มีค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยประมาณ 2.13% จึงสามารถสรุปได้ว่าแบบจำลองที่สร้างขึ้นสามารถนำไปใช้จำลองการทดสอบหม้อแปลงในห้องปฏิบัติการได้

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] H. Akçay and D. G. Ece, "Modeling of hysteresis and power losses in transformer laminations," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 18, no. 2, pp. 487–492, Apr. 2003.
- [2] J. H. Harlow, *Electric Power Transformer Engineering*, Boca Raton, FL: CRC, 2004.
- [3] J. Pedra, L. Sainz, F. Córcoles, R. Lopez, and M. Salichs, "PSPICE computer model of a nonlinear three-phase three-legged transformer," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 19, no. 1, pp. 200–207, Jun. 2004.
- [4] R. Arseneau, E. So, and E. Hanique, "Measurements and correction of no-load losses of power transformers," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 54, no. 2, pp. 503–506, Apr. 2005.
- [5] A. J. Moses, "Comparison of transformer loss prediction from computed and measured flux density distribution," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 4, pp. 1186–1188, Jul. 1998.
- [6] M. Dolinar, D. Dolinar, G. Stumberger, B. Polajzer, and J. Ritonja, "A three-phase core-type transformer iron core model with included magnetic cross saturation," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 10, pp. 2849–2851, Oct. 2006.
- [7] ปราโมทย์เดชะอำไพ, *ไฟไนต์เอลิเมนต์ในงานวิศวกรรม*, (พิมพ์ครั้งที่ 4), กรุงเทพฯ: วี. พรินท์, 2550.
- [8] มนตรี พิรุณเกษตร, *การถ่ายเทความร้อน ฉบับเตรียมสอบและเสริมประสบการณ์*, (พิมพ์ครั้งที่ 4), กรุงเทพฯ: วิทยพัฒน์, 2548.
- [9] Diako Azizi, Ahmad Gholami, Dear Azizi and Amin Safari, "Electro-Thermal Analysis in a 3 Phase Transformer using FEM" *American Journal of Scientific Research* , Issue 43, pp. 25-33. 2012.
- [10] Mulukutla S. Sarma and Mukesh K. Pathak, *Electric Machines*, New Delhi: Cengage learning, 2010.