

การพัฒนากระบวนการหาจุดเริ่มวิบัติในการวิเคราะห์รอยแตกในมวลหินด้วย
วิธีเอลิเมนต์ฟรีกาลอร์กิน

Development of Crack Initiation Algorithm in Crack Analysis of Rock Mass by
Element Free-Galerkin Method

เอกราช ศิลาบำเพ็ญ¹, พรเกษม จงประดิษฐ์^{2*}, อภิวิชญ์ ทองรักษา³ และ จักราวุธ ต้นสกุล⁴
E. Silabampen¹, P. Jongpradist^{2*}, A. Thongraksa³ and J. Tunsakul⁴

^{1,2,3}ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

⁴สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี วิทยาเขตวังไกลกังวล

^{1,2,3}Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, King Mongkut's University of Technology Thonburi

⁴Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Rajamangala University of Technology Rattanakosin Wang Klai Kangwon Campus

* Corresponding author E-mail: pornkasem.jon@kmutt.ac.th

(Received: March 10, 2018 ,Revised: September 7, 2018 ,Accepted: September 24, 2018)

บทคัดย่อ

วิธีเอลิเมนต์ฟรีกาลอร์กินได้รับการพัฒนาอย่างต่อเนื่องเพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมการแพร่ขยายของรอยแตก แต่ทว่างานวิจัยที่ผ่านมามุ่งเน้นเปรียบเทียบความถูกต้องของการทำนายทิศทางรอยแตกกับผลการทดสอบในระดับห้องปฏิบัติการที่ทดสอบภายใต้การกำหนดจุดเริ่มวิบัติเป็นหลัก ทำให้ความสนใจต่อการทำนายจุดเริ่มวิบัติได้ถูกละเลย ด้วยเหตุนี้จึงกลายเป็นข้อบกพร่องของวิธีเอลิเมนต์ฟรีกาลอร์กินเมื่อนำมาประยุกต์ใช้กับปัญหาขนาดจริง โดยเฉพาะปัญหาทางวิศวกรรมเทคนิคธรณีที่ไม่ทราบจุดเริ่มวิบัติล่วงหน้าได้ งานวิจัยนี้มุ่งเน้นพัฒนาขั้นตอนวิธีสำหรับการประเมินหาการเกิดจุดเริ่มวิบัติเพื่อร่วมใช้กับวิธีการเอลิเมนต์ฟรีกาลอร์กิน การพัฒนาในครั้งนี้ได้วิเคราะห์และถูกตรวจสอบความถูกต้องด้วยเงื่อนไขการวิบัติแบบแรงดึงภายใต้ปัญหาแบบระนาบความเครียด (Plane strain) ของถังเก็บแก๊สรูปโคม่วงกลมภายใต้แรงดันสูงที่มีทั้งผลเฉลยเชิงวิเคราะห์และผลการทดสอบแบบจำลองย่อส่วน โดยได้มีการแปรเปลี่ยนอัตราส่วนสภาพความเค้นในที่เท่ากับ 0.5, 1 และ 3 ที่ทำให้เกิดจุดวิบัติเริ่มต้นที่แตกต่างกัน จากผลการวิเคราะห์พบว่าจุดเริ่มวิบัติที่ทำนายสอดคล้องกับทั้งผลเฉลยเชิงวิเคราะห์และผลการทดสอบเป็นอย่างดี ขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนาสามารถสะท้อนอิทธิพลของค่าอัตราส่วนสภาพความเค้นในที่ได้ ผลการวิเคราะห์หัตถ์แปรยังแสดงให้เห็นว่าขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนาสามารถสะท้อนอิทธิพลของความลึกและกำลังรับแรงดึงของมวลหินด้วย ขั้นตอนวิธีที่ถูกพัฒนาขึ้นจึงมีความน่าเชื่อถือ

คำสำคัญ : วิธีเอลิเมนต์ฟรีกาลอร์กิน, จุดเริ่มวิบัติ, รอยแตกในหิน

Abstract

The element free-Galerkin (EFG) method has been continuously developed for crack propagation analysis. Previous researches focus on comparing the accuracy of the propagation direction with the results of the experiment in laboratory of which the crack initiation can be well specified. Thus, the attention on crack initiation prediction has been ignored. This becomes the drawback of implementation of EFG in full-scale engineering problem, particularly in the field of geotechnical engineering which the crack initiation point generally cannot be

predetermined. This research aims to develop the algorithms for assessing the initial point of failure to be equipped with the EFG method. The development is based on tensile failure criterion under plane strain condition. The developed algorithm is verified and validated by the failure behavior of rock mass surrounding a gas storage circular tunnel under high internal pressure problem. The in-situ stress ratio of 0.5, 1 and 3 are considered in the study. The analysis results can thus be compared with the existing results of analytical solutions and physical model tests. The comparisons show that the crack initiation points from the prediction using the developed algorithm have good agreement with the close form solutions and the experiments. Moreover, with a series of parametric study, not only the effect of in-situ stress condition, but also those of the depth and rock tensile strength can be simulated by the method developed in this study. The algorithm developed is therefore acceptable.

Keywords : Element free-Galerkin method, Initial crack, Rock fracture

1. บทนำ

พฤติกรรมการแพร่ขยายรอยแตก (Crack propagation) ในหลากหลายการประยุกต์ใช้งานได้ถูกศึกษาอย่างต่อเนื่อง [1,2] เพื่อประโยชน์การประเมินเสถียรภาพและคาดการณ์พฤติกรรมการวิบัติ การสร้างแบบจำลองเชิงตัวเลข (Numerical modeling) เพื่อวิเคราะห์พฤติกรรมการแพร่ขยายของรอยแตกจึงมีความสำคัญ วิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ (Finite Element method, FEM) เป็นวิธีหนึ่งที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย และได้รับความเชื่อมั่นว่าเป็นวิธีการเชิงตัวเลขที่มีประสิทธิภาพในการศึกษาพฤติกรรมแบบจำลองที่มีความต่อเนื่อง แต่อย่างไรก็ตามแบบจำลองที่ใช้ศึกษาการแพร่ขยายของรอยแตกเป็นแบบจำลองที่มีความไม่ต่อเนื่อง หากนำวิธี FEM แบบดั้งเดิมมาใช้จำเป็นต้องมีการใช้เทคนิคการขึ้นโครงตาข่ายใหม่ (Remeshing) [15] เพื่อรองรับการขยายตัวของรอยแตก ซึ่งเกี่ยวข้องอย่างมากกับการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของโครงตาข่าย (Mesh) เพื่อหลีกเลี่ยงความยุ่งยากในการวิเคราะห์ วิธีไร้โครงตาข่าย (Meshless method) จึงได้ถูกพัฒนาขึ้น

วิธีไร้โครงตาข่ายจะสามารถหาการเคลื่อนตัวของรอยแตกจากจุดโหนด (Node) ที่กระจายตัวในโดเมน (Domain) โดยความน่าสนใจของวิธีไร้โครงตาข่ายคือความสามารถในการจัดการกับขอบเขตการเคลื่อนตัวและความไม่ต่อเนื่องของรอยแตก เนื่องจากการไม่มีโครงตาข่ายทำให้เส้นทางรอยแตกสามารถวางตัวอยู่ในโดเมนได้อย่างอิสระ [3] วิธีเอลิเมนต์ฟรีกาเลอร์กิน (Element free-Galerkin (EFG) method) เป็นหนึ่ง

ในวิธีไร้โครงตาข่ายที่ถูกใช้กันอย่างกว้างขวางซึ่งถูกเสนอโดย Belytschko et al. [4] ณ ปัจจุบันวิธี EFG ได้รับการพัฒนาและปรับปรุงใช้กับงานในสาขาต่างๆ [5,6] อย่างไรก็ตามในงานวิจัยที่ผ่านมาเป็นการศึกษาเพื่อเปรียบเทียบความถูกต้องของการจำลองปัญหาด้วยวิธี EFG กับการทดสอบเป็นหลัก Tunsakul et al.[7] ได้เริ่มนำวิธีดังกล่าวมาประยุกต์ใช้กับงานทางด้านวิศวกรรมเทคนิคธรณีกับปัญหาการแตกร้าวในมวลหินรอบถังเก็บแก๊สใต้ดินแรงดันสูง วิธีดังกล่าวได้แสดงศักยภาพในการใช้งานทางวิศวกรรมเทคนิคธรณีสำหรับปัญหาจริง แต่อย่างไรก็ตามงานวิจัยดังกล่าวมุ่งเน้นพัฒนาวิธี EFG เพียงการทำนายทิศทางแพร่ขยายรอยแตก การทำนายจุดเริ่มวิบัติได้ถูกละเลย ซึ่งภายใต้สภาพความเค้นในที่ที่ต่างกัน พฤติกรรมการแตกร้าวของมวลหินในปัญหาหนึ่งๆจะแตกต่างกันไปด้วย โดยเฉพาะจุดเริ่มวิบัติ ทำให้ตำแหน่งเริ่มต้นของการวิบัติกลายเป็นที่ไม่ทราบ ดังนั้นเพื่อให้วิธี EFG สามารถประยุกต์ใช้กับปัญหาทางด้านวิศวกรรมเทคนิคธรณีอย่างมีประสิทธิภาพ กระบวนการหาจุดเริ่มวิบัติจึงมีความจำเป็นที่จะต้องถูกพัฒนาขึ้น

2. วิธีเอลิเมนต์ฟรีกาเลอร์กิน

วิธี EFG มีกระบวนการวิเคราะห์ที่คล้ายกับวิธี FEM แต่ในการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ (Differential equations) ด้วยวิธี EFG จะอาศัยเพียงข้อมูลที่โหนดโดยปราศจากเอลิเมนต์ที่จัดเรียงในรูปแบบโครงตาข่ายเหมือนในวิธี

FEM ซึ่งเป็นปัญหาในการวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่ต่อเนื่อง การศึกษานี้ฟังก์ชันรูปร่าง (Shape function) ในวิธี EFG จะถูกสร้างขึ้นโดยใช้วิธี Moving Least Square [8] ด้วยวิธีดังกล่าว การประมาณค่า Field increment ที่จุดใดๆในโดเมนได้แสดงในสมการที่ 1

$$\Delta\phi(x) = \sum_{j=1}^m p_j(x) a_j(x) = p^T(x) a(x) \quad (1)$$

เมื่อ $\Delta\phi(x)$ คือค่า Field increment, $p(x)$ คือพจน์ของตัวแปรสมการพหุนามกำลัง m , $a(x)$ คือสัมประสิทธิ์ของสมการพหุนามที่ไม่ทราบค่า ซึ่งการศึกษานี้ใช้ฟังก์ชันเชิงเส้นสองมิติ ดังนั้นพจน์ของ $p(x)$ และ $a(x)$ จะเป็นดังสมการที่ 2 และ 3 ตามลำดับ

$$\begin{aligned} p^T(x) &= [p_1(x) \quad p_2(x) \quad p_3(x)] \\ &= [1 \quad x \quad y] \end{aligned} \quad (2)$$

$$a^T(x) = [a_1(x) \quad a_2(x) \quad a_3(x)] \quad (3)$$

ต่อมาค่า Field increment ที่จุดไหนในโดเมนจะถูกใช้เพื่อสร้าง Weighted squared error [4] ในสมการที่ 4

$$J = \sum_{I=1}^n w(x-x_I) [p^T(x_I) a(x) - \Delta\phi_I]^2 \quad (4)$$

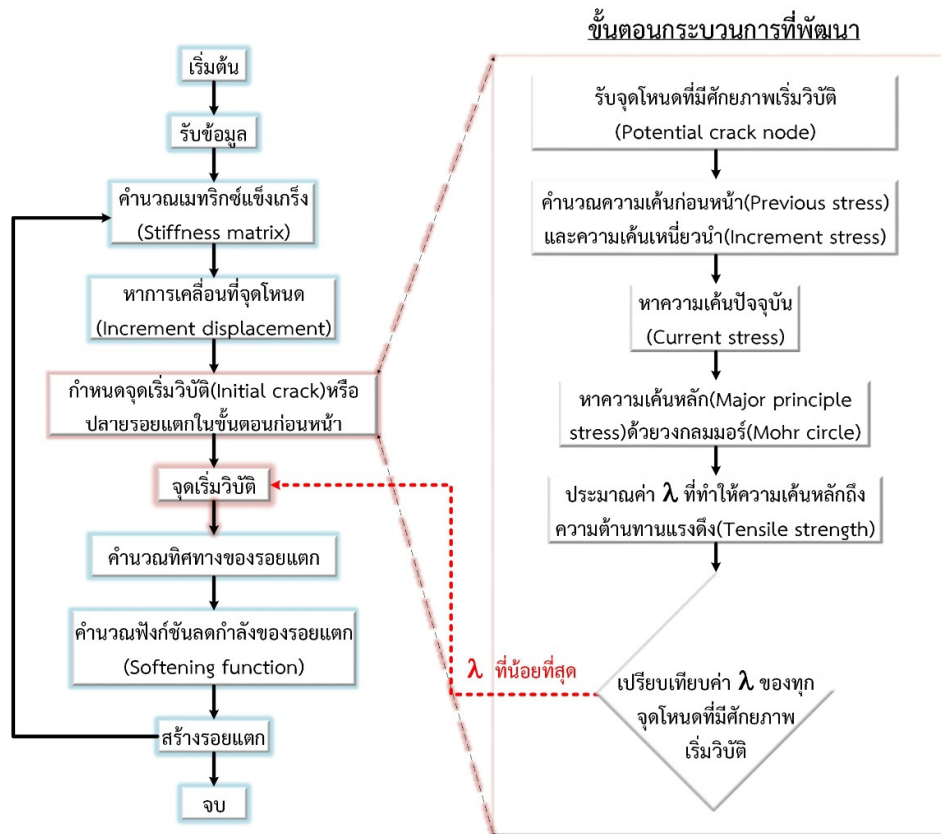
เมื่อ $\Delta\phi_I$ คือค่า Field increment ที่จุดไหน I , x_I คือตำแหน่งของจุดไหน I , $w(x-x_I)$ คือ Weight function ที่ตำแหน่ง x_I โดยถูกกำหนดให้เป็นฟังก์ชันที่มีค่าลดลงไปตามระยะทาง $d_I = |x-x_I|$ ซึ่งในการศึกษานี้ Gaussian weight function [9] ได้ถูกนำมาใช้ในการสร้าง Weight function ซึ่งแสดงดังสมการที่ 5

$$w(d_I) = \begin{cases} \frac{e^{-(d_I/c)^2} - e^{-(d_{ml}/c)^2}}{1 - e^{-(d_{ml}/c)^2}} & d_I \leq d_{ml} \\ 0 & d_I > d_{ml} \end{cases} \quad (5)$$

เมื่อ d_{ml} คือโดเมนที่มีอิทธิพลต่อจุดไหน I , c คือพารามิเตอร์ที่ใช้ควบคุมการขยายของ Weight function ซึ่งเป็นสิ่งสำคัญอย่างมากที่ต้องเลือกใช้ d_{ml} และ c ที่เหมาะสมเพื่อให้ได้ฟังก์ชันรูปร่างที่ดีขึ้น ด้วยเหตุนี้ d_{ml} และ c ถูกกำหนดให้เป็นฟังก์ชันระยะห่างระหว่างจุดไหนที่ถูกสร้างจากพารามิเตอร์อีกตัวที่ถูกเรียกว่าพฤติกรรมระยะห่างของจุดไหน c_I [9] จากนั้น d_{ml} และ c จะถูกเขียนให้อยู่ในเทอมของ c_I ดังสมการที่ 6 และ 7 ตามลำดับ

$$d_I = d_{\max} c_I \quad (6)$$

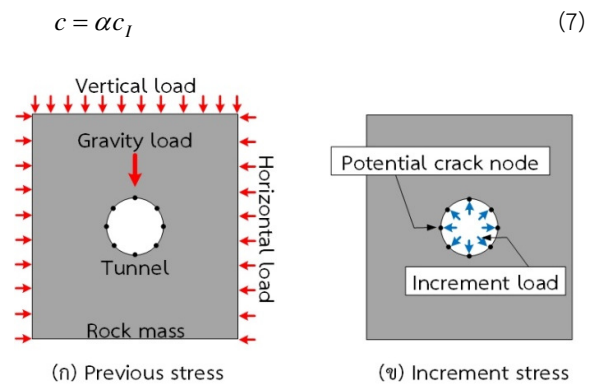
เมื่อ α และ $d_{\max}$ คือค่าคงที่ ซึ่งถูกแนะนำให้มีอัตราส่วนของ $d_{\max}/\alpha$ ไม่เกิน 4.0 เพื่อหลีกเลี่ยงการทำงานของฟังก์ชันรูปร่างที่ผิดพลาด [9] โดยในการศึกษานี้ $\alpha = 0.625$ และ $d_{\max} = 2.5$ ได้ถูกนำมาใช้งาน



รูปที่ 1 วิธีเอลิเมนต์ฟรีกาเลอร์กินและขั้นตอนกระบวนการประเมินจุดเริ่มร้าวที่พัฒนาในการศึกษานี้

3. ขั้นตอนวิธีการหาจุดเริ่มร้าว

ขั้นตอนกระบวนการของวิธี EFG ถูกแสดงไว้ในรูปที่ 1 โดยที่ขั้นตอนจะเริ่มจากการกำหนดชุดของพารามิเตอร์ที่สำคัญอาทิ ข้อมูลจุดโหนด, คุณสมบัติวัสดุ, สภาพขอบเขตและลักษณะแรงที่กระทำจะถูกนำเข้ากระบวนการ จากนั้นพารามิเตอร์เหล่านี้จะถูกใช้เพื่อสร้างเมทริกซ์แข็งเกร็ง (Stiffness matrix) ที่ซึ่งนำไปแก่สมการสำหรับคำนวณหาการเคลื่อนที่ของจุดโหนด (Increment displacement) โดยสภาพความเค้นที่เกิดขึ้นจะได้มาจากการเคลื่อนที่ของจุดโหนดถูกคำนวณร่วมกับเมทริกซ์ Constitutive และฟังก์ชันรูปร่าง ต่อจากนั้นกระบวนการจะเข้าสู่ขั้นตอนกระบวนการประเมินจุดเริ่มร้าว (Initial crack assessment) ซึ่งเป็นวิธีการที่ถูกพัฒนาขึ้นมาในงานวิจัยนี้ จุดเริ่มร้าวที่ถูกต้องเป็นผลลัพธ์ที่ได้จากขั้นตอนวิธีการดังนี้



รูปที่ 2 หลักการ Superposition สำหรับวิเคราะห์ความเค้น

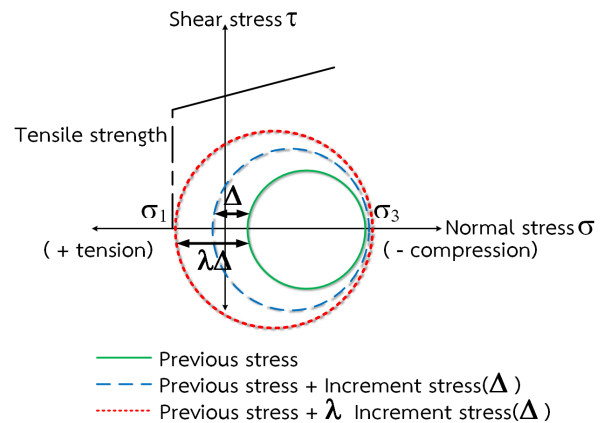
ขั้นตอนกระบวนการประเมินจุดเริ่มร้าวจะเริ่มต้นจากการรับจุดโหนดที่มีศักยภาพ (Potential crack nodes) ที่จะเป็นจุดเริ่มร้าว ซึ่งในปัญหาลักษณะนี้การรวมกันของจุดโหนดที่วางตัวอยู่บนขอบรอบอุโมงค์จะถูกจัดเป็นจุดโหนดที่มีศักยภาพที่จะเป็นจุดเริ่มร้าว จากนั้นกระบวนการจะพิจารณาแรงที่

กระทำกับปัญหาโดยใช้หลักการ Superposition ที่แบ่งแยกแรงกระทำออกเป็นสองประเภท แรงประเภทแรกจะเป็นแรงที่ถูกใช้ในการจำลองสภาวะแวดล้อมของปัญหาที่ทำให้สภาพความเค้นที่เกิดขึ้นในแบบจำลองเหมือนกับสภาพแวดล้อมเริ่มต้น ซึ่งประกอบไปด้วย แรงในแนวดิ่ง (Vertical load) แรงในแนวราบ (Horizontal load) และแรงเนื่องจากน้ำหนักของตัววัสดุเอง (Gravity load) โดยความเค้นที่ได้จากแรงเหล่านี้จะถูกเรียกว่าความเค้นก่อนหน้า (Previous stress) แสดงดังรูปที่ 2 (ก) ต่อมาแรงประเภทที่สองเป็นแรงดันที่ให้เพิ่มขึ้นเรื่อยๆ (Increment load) ในอุโมงค์ในแบบจำลองเพื่อมุ่งหวังให้จุดเริ่มวิบัติเกิดขึ้นโดยความเค้นที่ได้จากแรงนี้จะถูกเรียกว่าความเค้นที่เพิ่มขึ้น (Increment stress) แสดงดังรูปที่ 2 (ข) หากนำความเค้นที่ได้จากแรงทั้งสองประเภทรวมเข้าด้วยกันจะถูกเรียกว่าความเค้นปัจจุบัน (Current stress) ซึ่งเป็นสภาพความเค้นจริงที่กระทำกับแบบจำลอง ดังในสมการที่ 8

$$\sigma_{current} = \sigma_{previous} + \sigma_{increment} \quad (8)$$

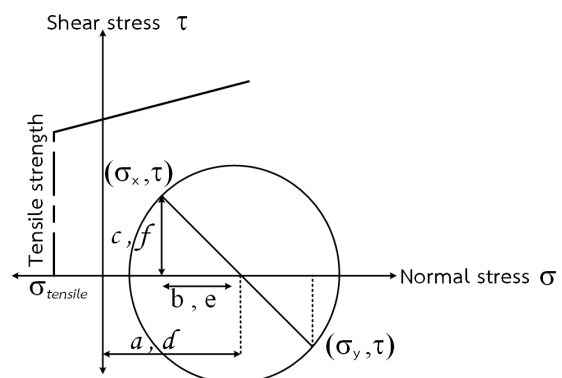
แต่โดยปกติแล้วความเค้นที่เพิ่มขึ้นที่มีจะทำให้จุดเริ่มวิบัติเกิดขึ้นในแบบจำลองจะไม่สามารถทราบค่าได้ตั้งแต่แรกเนื่องจากภายใต้สภาวะแวดล้อมที่ต่างกันทำให้ความเค้นที่เพิ่มขึ้นในแต่ละปัญหาแตกต่างกัน ด้วยสาเหตุนี้ความเค้นที่เพิ่มขึ้นจะถูกสมมติให้สร้างจากแรงดันที่มีขนาด 1 หน่วย ความเค้นปัจจุบันที่เกิดจากการรวมกันของความเค้นก่อนหน้ากับความเค้นที่เพิ่มขึ้นที่ได้จากแรงดันขนาด 1 หน่วยจะถูกคำนวณหาความเค้นหลัก (Major principle stress) ด้วยทฤษฎีวงกลมมอร์ (Mohr circle) ความเค้นหลักที่ได้จะถูกนำไปประเมินว่าเท่ากับกับความต้านทานแรงดึง (Tensile strength) หรือไม่ แต่ทว่าบ่อยครั้งที่ความเค้นหลักที่ได้ข้างต้นยังคงมีค่าไม่ถึงความต้านทานแรงดึง พารามิเตอร์ λ (lamda) จึงสร้างขึ้นเพื่อคูณกับความเค้นที่เพิ่มขึ้นซึ่งทำให้ความเค้นหลักเพิ่มขึ้นจนในที่สุดมีค่าเท่ากับกับความต้านทานแรงดึงดังสมการที่ 9 ซึ่งสามารถอธิบายด้วยทฤษฎีวงกลมมอร์ที่แสดงในรูปที่ 3

$$\sigma_{tensile} = \sigma_{current}^{major} = \sigma_{previous} + \lambda \sigma_{increment} \quad (9)$$



รูปที่ 3 ตัวอย่างของสภาพความเค้นที่ก่อให้เกิดจุดเริ่มวิบัติโดยอ้างอิงกับวงกลมมอร์

ดังนั้นพารามิเตอร์ λ จึงถือเป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการศึกษาครั้งนี้เนื่องจากพารามิเตอร์ดังกล่าวสามารถบ่งชี้ได้ว่าจุดไหนที่มีศักยภาพแต่ละจุดจะเริ่มวิบัติเมื่อใดโดยมีค่า λ ที่แตกต่างกันออกไป ซึ่งจุดไหนที่มีค่า λ ต่ำที่สุดจะถูกกำหนดว่าเป็นจุดเริ่มวิบัติ อย่างไรก็ตามจุดเริ่มวิบัติมีโอกาสที่จะเกิดขึ้นระหว่างจุดไหนที่มีศักยภาพ ด้วยเหตุนี้กระบวนการที่พัฒนาได้มีการป้องกันความผิดพลาดดังกล่าวโดยการสร้างจุดไหนดสมมติ (Dummy node) ขึ้นมาระหว่างจุดไหนดศักยภาพ แล้วคำนวณซ้ำจนกว่าจะได้คำตอบจะเข้าสู่ตำแหน่งใดตำแหน่งหนึ่ง [14] นอกจากนี้การหาค่า λ ที่ทำให้จุดเริ่มวิบัติเกิดขึ้น ทฤษฎีวงกลมมอร์ได้ถูกนำมาใช้เพื่อสร้างสมการ(องค์ประกอบแสดงในรูปที่ 4) และสามารถเขียนอธิบายได้ดังต่อไปนี้



รูปที่ 4 รายละเอียดขององค์ประกอบวงกลมมอร์

องค์ประกอบของวงกลมมอร์ที่สถานะเนื่องจากความเค้นก่อนหน้าและความเค้นที่เพิ่มขึ้นสามารถเขียนอธิบายได้ดังสมการที่ 10-12 และ 13-15 ตามลำดับ

$$a = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (10)$$

$$b = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad (11)$$

$$c = \tau \quad (12)$$

$$d = \frac{d\sigma_x + d\sigma_y}{2} \quad (13)$$

$$e = \frac{d\sigma_x - d\sigma_y}{2} \quad (14)$$

$$f = d\tau \quad (15)$$

เมื่อ $\sigma_x, d\sigma_x$ คือความเค้นตั้งฉากที่มีทิศทางตามแนวแกน x ของความเค้นก่อนหน้าและความเค้นเหนี่ยวนำตามลำดับ, $\sigma_y, d\sigma_y$ คือความเค้นตั้งฉากที่มีทิศทางตามแนวแกน y ของความเค้นก่อนหน้าและความเค้นเหนี่ยวนำตามลำดับ, $\tau, d\tau$ คือความเค้นเฉือนของความเค้นก่อนหน้าและความเค้นเหนี่ยวนำตามลำดับ โดยแทนสมการที่ 10-15 ในสมการที่ 9 ซึ่งสามารถเขียนดังนี้

$$\sigma_{tensile} = \frac{(\sigma_x + \lambda d\sigma_x) + (\sigma_y + \lambda d\sigma_y)}{2} + \sqrt{\left(\frac{(\sigma_x + \lambda d\sigma_x) - (\sigma_y + \lambda d\sigma_y)}{2}\right)^2 + (\tau + \lambda d\tau)^2} \quad (16)$$

เมื่อ $\sigma_{tensile}$ คือความต้านทานแรงดึง หากทำการจัดสมการที่ 16 ใหม่ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายจะสามารถเขียนอยู่ในเทอมของสมการพหุนามกำลังสอง (Second degree polynomial) ดังในสมการที่ 17 โดยผลลัพธ์ที่ได้จากสมการข้างต้นจะมีสองคำตอบซึ่งจากการวิเคราะห์พบว่าคำตอบทั้งสองจะมี

เครื่องหมายต่างกันเสมอ ดังนั้นคำตอบที่ λ เป็นค่าบวกจะถูกนำมาใช้งาน เนื่องจากสอดคล้องกับพฤติกรรมของความเค้นที่เพิ่มขึ้นจากการได้รับแรงดันในอุโมงค์สูงขึ้น

$$A\lambda^2 + B\lambda + C = 0 \quad (17)$$

เมื่อ

$$A = d^2 - e^2 - f^2 \quad (18)$$

$$B = 2d(a - \sigma_{tensile}) - 2be - 2cf \quad (19)$$

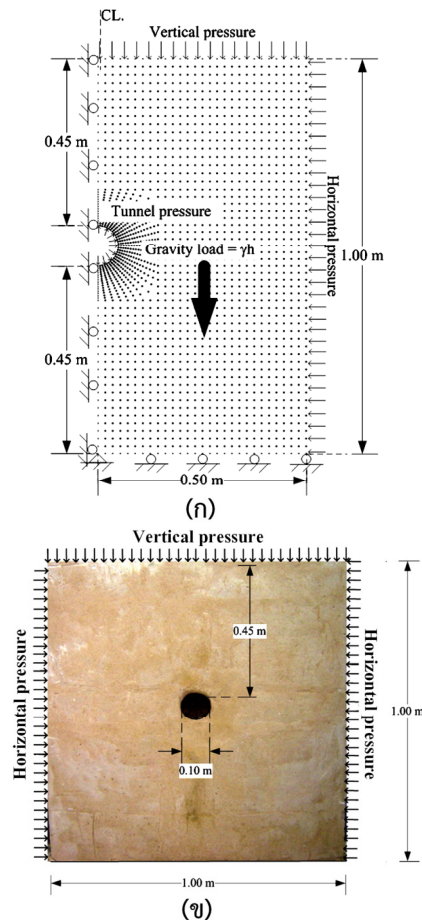
$$C = (\sigma_{tensile} - a)^2 - b^2 - c^2 \quad (20)$$

4. แบบจำลองและผลการวิเคราะห์

4.1 กรณีตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการที่พัฒนา

ขั้นตอนกระบวนการประเมินหาจุดเริ่มวิบัติที่พัฒนาขึ้นจะถูกตรวจสอบความถูกต้องด้วยปัญหาถึงเก็บแก๊สรูปอุโมงค์วงกลมภายใต้แรงดันสูง [7] เพื่อให้สามารถเปรียบเทียบกับการศึกษาก่อนหน้านี้ได้ ดังนั้นแบบจำลองที่ใช้ในการตรวจสอบจะถูกสร้างให้เหมือนกับแบบจำลองย่อยส่วน (Physical model) ทุกประการดังรูปที่ 5(ข) โดยมีอุโมงค์รูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 10 เซนติเมตรและอยู่ลึกจากผิวดินด้านบนเท่ากับ 45 เซนติเมตร ซึ่งในการตรวจสอบครั้งจะสร้างแบบจำลองแบบครึ่งเดียวและวิเคราะห์ปัญหาแบบระนาบความเครียด (Plane strain) และคุณสมบัติเท่ากันทุกทิศทาง (Isotropic) โดยมีลักษณะรูปแบบของปัญหาดังรูปที่ 5(ก) ขอบเขต (Boundary condition) ของแบบจำลองขยายออกไปทางข้างจากแกนสมมาตรเป็นระยะ 50 เซนติเมตร เช่นเดียวกันขอบเขตแนวตั้งขยายออกเป็นระยะ 100 เซนติเมตร นอกจากนี้ลักษณะรูปแบบการให้แรงกระทำสำหรับการวิเคราะห์ที่ได้แสดงในรูปที่ 5 (ก) เช่นเดียวกัน สำหรับคุณสมบัติของวัสดุในการวิเคราะห์ครั้งนี้จะใช้คุณสมบัติเดียวกันกับการศึกษาก่อนหน้านี้ของ Tunsakul et al. [7] โดยแสดงในตารางที่ 1 กรณีวิเคราะห์เป็นแรงดันในแนวตั้งเท่ากับ 12.5 kPa และเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความเค้นในที่ (In-situ stress ratio, k) เป็นสามค่า

คือ 0.5, 1 และ 3 ตามลำดับ เพื่อให้ครอบคลุมอัตราส่วนความ
เค้นในที่ ที่เป็นไปได้ตามธรรมชาติ [16] ดังแสดงในตารางที่ 2



รูปที่ 5 ขนาดและการให้แรงของปัญหา (ก)แบบจำลองในEFG
(ข)แบบจำลองย่อส่วนของการศึกษาก่อนหน้า[7]

ตารางที่ 1 คุณสมบัติวัสดุที่ใช้เปรียบเทียบกับการศึกษา ก่อนหน้า [7]

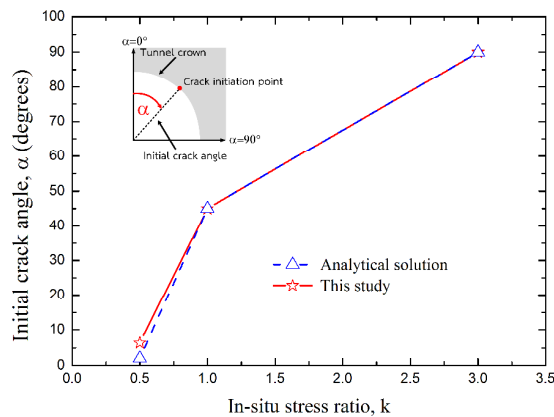
ปริมาณ	ขนาด	หน่วย
หน่วยน้ำหนัก	20	kN / m^3
ค่ากำลังรับแรงอัดแบบไม่ถูกจำกัด	0.18	MPa
ค่ากำลังต้านทานแรงดึง	0.013	MPa
มอดูลัสของยัง	25	MPa
อัตราส่วนปัวซอง	0.2	-
Fracture energy	0.5	N / m

ตารางที่ 2 กรณีที่ใช้เปรียบเทียบการวิเคราะห์

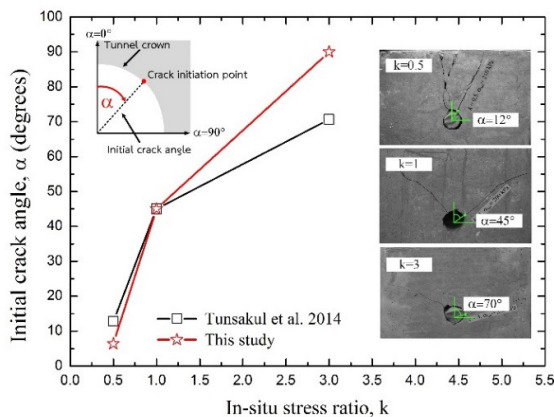
อัตราส่วนความ เค้นในที่	แรงดันที่กระทำ(kPa)	
	ทิศทางแนวตั้ง	ทิศทางแนวนอน
0.5	12.5	6.25
1	12.5	12.5
3	12.5	37.5

ผลการวิเคราะห์การประเมินหาจุดเริ่มวิบัติของปัญหา
อุโมงค์รูปวงกลม แสดงด้วยตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติที่ถูกนิยามด้วย
มุมที่วัดจากหลังคาด้านบนอุโมงค์ไปถึงตำแหน่งการเริ่มวิบัติ α
(Initial crack angle) จากผลการวิเคราะห์พบว่าในแต่ละกรณี
ของการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วนความเค้นในที่ ตำแหน่งจุดเริ่ม
วิบัติมีลักษณะแตกต่างกันออกไปตามรูปที่ 6 และ 7 ซึ่งจะเห็น
ว่ากรณีที่อัตราส่วนความเค้นในที่เท่ากับ 0.5 ตำแหน่งการเริ่ม
วิบัติจะเกิดขึ้นที่ด้านบนของอุโมงค์ทำมุมเท่ากับ 6 องศา กรณี
ต่อมาอัตราส่วนความเค้นในที่เท่ากับ 1 จะพบว่าจุดเริ่มวิบัติจะ
ปรากฏขึ้นที่ 45 องศา และกรณีสุดท้ายอัตราส่วนความเค้นในที่
เท่ากับ 3 ตำแหน่งการเกิดจุดเริ่มวิบัติจะเกิดขึ้นที่ 90 องศา ผล
การวิเคราะห์ที่ได้จากกระบวนการที่พัฒนาจะถูกตรวจสอบ
ความถูกต้อง (Verification) โดยเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิง
วิเคราะห์ที่มีอยู่ (Analytical solution) ซึ่งได้จากค่าความเค้น
แรงดึงสูงสุดตามแนวเส้นรอบวง (อุโมงค์) ที่พิจารณาจาก
การศึกษาความเค้นตามแนวเส้นรอบวงจากอิทธิพลของแรงดัน
ภายในอุโมงค์ (Internal pressure) [12] ร่วมกับการศึกษา
ความเค้นตามแนวเส้นรอบวงจากอิทธิพลของแรงดันที่กระทำ
บนขอบเขต (Boundary) [13] ผลเฉลยดังกล่าวสามารถยืนยัน
ได้ว่าตำแหน่งของความเค้นแรงดึงสูงสุดแตกต่างกันไปตาม
สภาวะอัตราส่วนความเค้นในที่ จากผลเปรียบเทียบแสดงให้เห็น
ถึงความสอดคล้องอันดีระหว่างวิธีทั้งสอง (รูปที่ 6) อย่างไร
ก็ตามสำหรับกรณีอัตราส่วนความเค้นในที่เท่ากับ 0.5
ผลเปรียบเทียบมีความแตกต่างเล็กน้อย ซึ่งเกิดจากความ
ผิดพลาดในการคำนวณความเค้นที่อยู่ใกล้ขอบเขตของวิธี EFG
ข้อด้อยดังกล่าวสามารถหลีกเลี่ยงได้โดยการขึ้นแบบจำลอง
ขนาดเต็ม (Full model) หลังจากนั้นผลการวิเคราะห์ถูก
เปรียบเทียบกับแบบจำลองย่อส่วนของ Tunsakul et al. [7]
(รูปที่ 7) เพื่อทดสอบการใช้งาน (Validation) พบว่าผลลัพธ์ทั้ง
สองไปในทางเดียวกัน กล่าวคือการเปลี่ยนแปลงอัตราส่วน

สภาพความเค้นในที่ทำให้เกิดจุดวิบัติเริ่มต้นที่ต่างกันโดยที่อัตราส่วนสภาพความเค้นในที่มีค่าต่ำ จุดเริ่มวิบัติจะเกิดขึ้นที่หลังค่อโมงค์และจะเคลื่อนที่ไปด้านข้างค่อโมงค์เมื่ออัตราส่วนสภาพความเค้นในที่มีค่าเพิ่มขึ้น โดยความแตกต่างของตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติระหว่างวิธีที่พัฒนามากับผลการทดสอบทางห้องปฏิบัติการอาจเกิดจากสภาพการให้แรงดันในการทดสอบที่ใช้ระบบถูกลมแบบไปกับขอบของตัวอย่างทดสอบด้วยความคาดหวังว่าจะคงที่สม่ำเสมอตลอดขอบด้านข้างของตัวอย่างตลอดการทดสอบ อย่างไรก็ตามเมื่อตัวอย่างเกิดการเสียรูปขณะทดสอบ มีความเป็นไปได้ที่ความเค้นจะไม่สม่ำเสมอในบางจุด ในขณะที่การวิเคราะห์ด้วยวิธีที่พัฒนาขึ้น สภาพแรงดันที่ให้คงที่ตลอดการวิเคราะห์



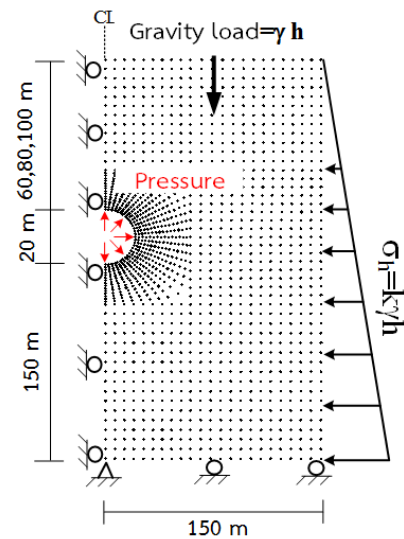
รูปที่ 6 ตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติของขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนาเปรียบเทียบกับ Analytical solution



รูปที่ 7 ตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติของขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนาเปรียบเทียบกับแบบจำลองย่อส่วน

4.2 กรณีศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลกับจุดเริ่มวิบัติ

ต่อมากระบวนการประเมินหาจุดเริ่มวิบัติที่ได้รับการตรวจสอบความถูกต้องแล้ว (ในหัวข้อที่ 4.1) ได้ถูกนำมาใช้วิเคราะห์ปัญหาแบบขนาดจริง (Full-scale problem) โดยแบบจำลองที่ใช้ในการศึกษานี้มีลักษณะปัญหาเหมือนกับกรณีตรวจสอบก่อนหน้านี้คือถึงเก็บแก๊สรูปอุโมงค์วงกลมภายใต้แรงดันสูงที่ขึ้นแบบจำลองแบบครึ่งเดียวและวิเคราะห์ปัญหาแบบระนาบความเครียด แต่ที่ขนาดแบบจำลองจะมีขนาดใหญ่กว่าโดยสร้างขึ้นให้เท่ากับขนาดจริงและคุณสมบัติหินจริงที่เป็นหินแข็ง อุโมงค์รูปวงกลมขนาดจริงจะมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากับ 20 เมตรและอยู่ลึกจากผิวดินลงไปเท่ากับ 60, 80 และ 100 เมตร ขอบเขตแบบจำลองในแนวตั้งส่วนล่างและแนวราบจะเท่ากับ 150 เมตร โดยวัดจากท้องอุโมงค์และแกนสมมาตรตามลำดับ ลักษณะการให้แรงทางด้านข้างมีรูปแบบแสดงในรูปที่ 8 ซึ่งขนาดแรงแปรเปลี่ยนไปตามความลึก สำหรับการศึกษาในหัวข้อนี้ได้ทำการศึกษาเชิงตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติซึ่งได้แก่ อัตราส่วนความเค้นใน, ค่าความต้านทานแรงดึง[10] และความลึกของอุโมงค์ดังแสดงในตารางที่ 3

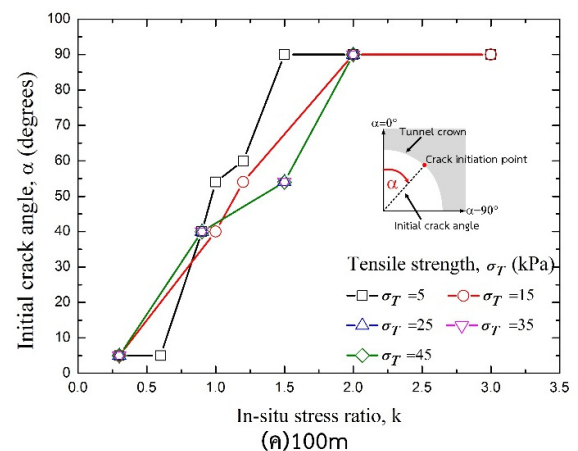
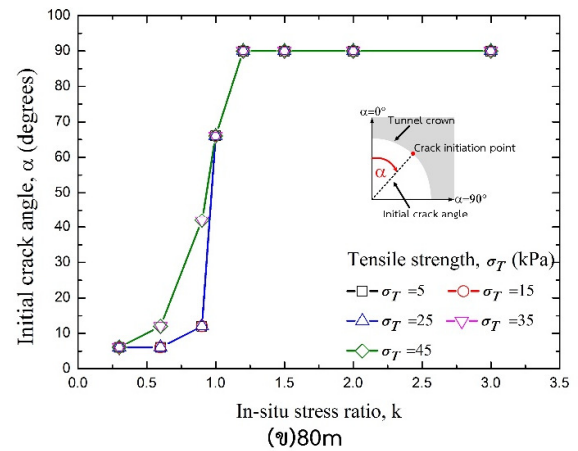
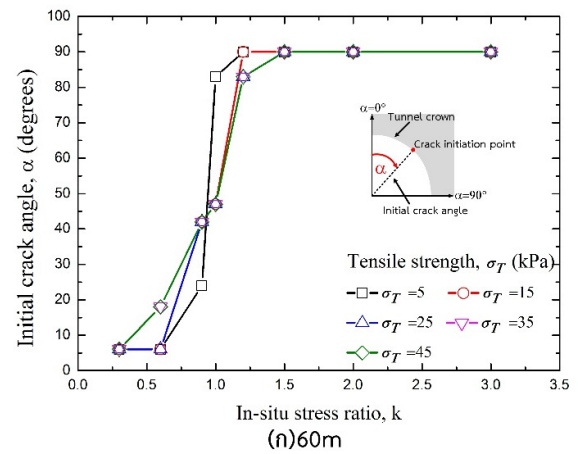


รูปที่ 8 ลักษณะขนาดและการให้แรงในการวิเคราะห์ปัญหขนาดจริง

ตารางที่ 3 คุณสมบัติวัสดุและตัวแปรที่มีอิทธิพลกับจุดเริ่มวิบัติ

ปริมาณ	ขนาด	หน่วย
หน่วยน้ำหนัก [6]	26	kN / m^3
ความลึก	60,80,100	m
ค่ากำลังต้านทานแรงดึง	5,15,25,35,45	kPa
มอดูลัสของยัง	36	GPa
อัตราส่วนปัวซอง	0.2	-
อัตราส่วนความเค้นในที่	0.3,0.6,0.9,1,1.2, 1.5,2,3	-
Fracture energy	100	N / m

จากผลการวิเคราะห์จุดเริ่มต้นวิบัติของมวลหินรอบอุโมงค์ด้วยอัตราส่วนความเค้นในที่ที่แตกต่างกัน ต่อความลึกอุโมงค์ที่ 60, 80 และ 100 เมตร ดังแสดงในรูปที่ 9 (ก), (ข) และ (ค) ตามลำดับ ผลลัพธ์ของทุกความลึกบ่งชี้ว่าอัตราส่วนความเค้นในที่ที่มีอิทธิพลอย่างมากต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติ โดยพิสัยอัตราส่วนความเค้นในที่ที่ศึกษา พบว่าที่อัตราส่วนความเค้นในที่ 0.3 และ 0.6 จุดวิบัติจะเกิดขึ้นที่บริเวณหลังคาอุโมงค์ (α ประมาณ 6 – 20 องศา) จากนั้นตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติจะเปลี่ยนแปลงอย่างกะทันหันโดยมีทิศทางการเคลื่อนที่ไปทางผนังด้านข้างของอุโมงค์มากขึ้น (α เปลี่ยนไปประมาณ 10 – 90 องศา) ซึ่งเกิดขึ้นในช่วงอัตราส่วนความเค้นในที่เท่ากับ 0.9 ถึง 1.5



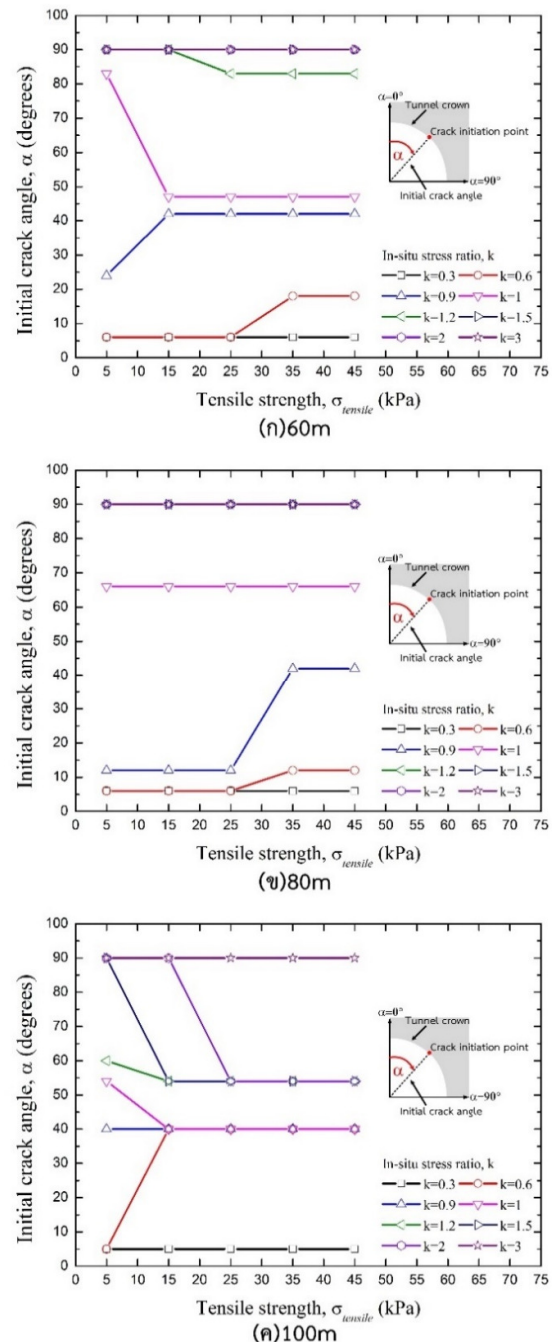
รูปที่ 9 อิทธิพลของความเค้นในที่ที่ส่งผลกระทบต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติสำหรับความลึกอุโมงค์ที่ 60, 80 และ 100 เมตร

ในขณะที่อัตราส่วนความเค้นในที่เท่ากับ 2 และ 3 จุดวิบัติจะเกิดขึ้นที่ผนังด้านข้างอุโมงค์ (α เท่ากับ 90 องศา) ซึ่งสาเหตุเนื่องมาจากในสภาพรับแรงดันสูงภายในอุโมงค์ ความเค้นหลักที่เป็นแรงอัดที่มากกว่าจะอยู่ตามแนวรัศมี กรณีที่อัตราส่วนความเค้นในที่มีค่าที่ต่ำ ส่งผลให้ความเค้นที่กระทำในแนวตั้งมีค่าที่มากกว่าความเค้นทางด้านข้าง บริเวณหลังคาอุโมงค์ที่ความเค้นหลักที่ค่ามากกว่าอยู่ในแนวรัศมีจึงเกิดการวิบัติได้ง่ายที่สุด ด้วยเหตุผลเดียวกันกรณีที่อัตราส่วนความเค้นในที่มีค่าที่สูง ค่าความเค้นแนวราบมีค่ามากกว่าซึ่งกระทำบริเวณด้านข้างอุโมงค์ โดยหลังจากเพิ่มแรงดันภายในแล้วทำให้ความเค้นหลักบริเวณผนังด้านข้างอุโมงค์ก็มีโอกาสเกิดการวิบัติมากกว่าบริเวณอื่น

รูปที่ 10 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติต่อความต้านทานแรงดึงของมวลหินสำหรับความลึกของอุโมงค์ 60, 80 และ 100 เมตร (รูปที่ 10 (ก), (ข) และ (ค) ตามลำดับ) จากการสังเกตพบว่าในกรณีของอัตราส่วนความเค้นในที่น้อยกว่า 1 จะพบตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติอาจเกิดขึ้นบริเวณรอบๆ หลังคาอุโมงค์ (α ประมาณ 6 – 40 องศา) และเมื่อความต้านทานแรงดึงเพิ่มขึ้นตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติจะมีโอกาสที่จะเคลื่อนที่จากหลังคาไปยังด้านข้างอุโมงค์มากขึ้น ตัวอย่างเช่นที่อัตราส่วนความเค้นในที่ 0.6 และ 0.9 ของความลึก 60 และ 80 เมตร สำหรับกรณีของอัตราส่วนความเค้นในที่มีมากกว่า 1 ผลการวิเคราะห์พบว่าตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติจะเริ่มต้นเกิดขึ้นที่ผนังด้านข้าง (α ประมาณ 55 – 90 องศา) และเมื่อความต้านทานแรงดึงเพิ่มขึ้นตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติจะเคลื่อนที่จากด้านข้างไปยังหลังคาอุโมงค์มากขึ้น เนื่องจากมวลหินรอบอุโมงค์ที่มีค่าความต้านทานแรงดึงต่ำ แรงดันที่อัดให้อุโมงค์เกิดจุดเริ่มต้นวิบัติจะมีค่าน้อยกว่ามวลหินที่มีความต้านทานแรงดึงที่สูงกว่า สภาพความเค้นในที่เริ่มต้นจึงยังคงส่งผลมาก หากการวิบัติเกิดที่ระดับแรงดันสูง แรงดันจะส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงรูปแบบของสภาพความเค้นหลักเป็นสาเหตุให้จุดเริ่มวิบัติเปลี่ยนแปลงในสภาพที่อัตราส่วนความเค้นในที่เดียวกัน[11]

อิทธิพลของความลึกอุโมงค์ต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติที่ค่าอัตราส่วนความเค้นในที่แตกต่างกันแสดงในรูปที่ 11 จากการสังเกตแนวโน้มสามารถแบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม โดยกลุ่มแรกที่มีอัตราส่วนความเค้นในที่มีค่าที่ต่ำๆ อาทิ 0.3 และอัตราส่วนความเค้นในที่มีค่าที่สูง อาทิ 3 ความลึกอุโมงค์จะไม่แสดงผลกระทบ

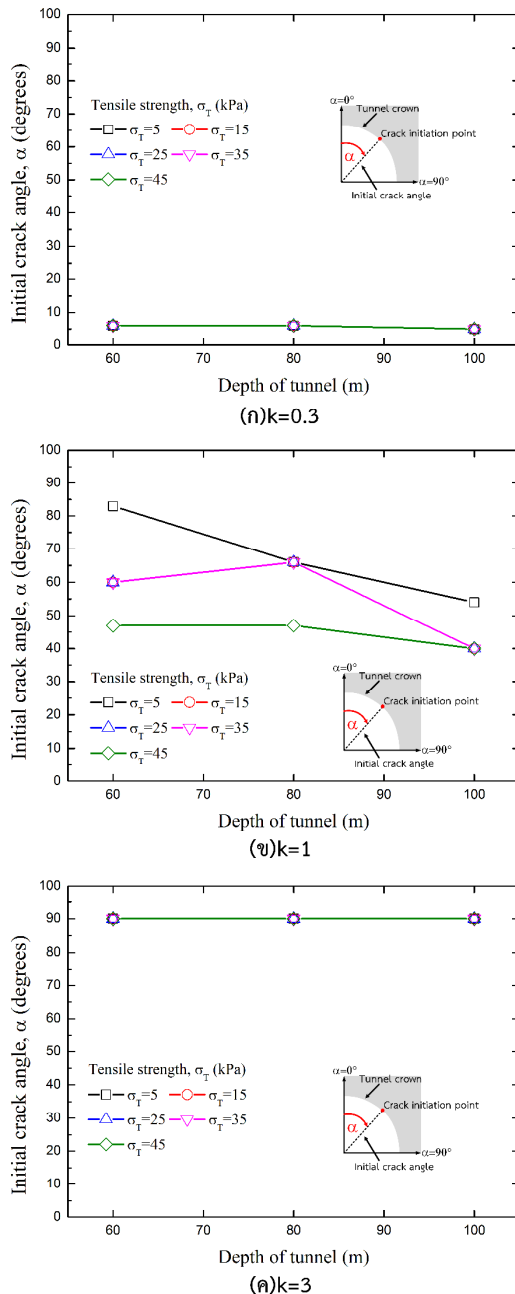
ต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติ ในขณะที่กลุ่มสองที่มีอัตราส่วนความเค้นในที่เท่ากับ 1 (รูปที่ 11 (ข)) ตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติมีแนวโน้มที่ลดลงตามความลึกที่เพิ่มขึ้น ความลึกอุโมงค์จะมีอิทธิพลต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติเพียงเล็กน้อยเมื่อเทียบกับอิทธิพลของสองตัวแปรที่กล่าวไปก่อนหน้านี้



รูปที่ 10 อิทธิพลของความต้านทานแรงดึงที่ส่งผลกระทบทับกับตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติสำหรับความลึกอุโมงค์ที่ 60 , 80 และ 100 เมตร

5. สรุปผล

บทความนี้ได้นำเสนอขั้นตอนกระบวนการประเมินหาจุดเริ่มวิบัติด้วยเกณฑ์ความต้านทานแรงดึงในวิธีเอลิเมนต์ฟริกาเลอร์กินเพื่อประเมินตำแหน่งเริ่มต้นวิบัติของมวลหินรอบอุโมงค์วงกลมอัดแรงดันแรงดันภายใต้สภาวะระนาบความเครียด ซึ่งได้ข้อสรุปดังนี้



รูปที่ 11 อิทธิพลของความความลึกอุโมงค์ที่ส่งผลกระทบกับตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติสำหรับความความเค้นใน 0.3, 1 และ 3

1) การตรวจสอบความถูกต้องของขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนาได้ถูกยืนยันผ่านการเปรียบเทียบกับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์และผลการทดสอบแบบจำลองย่อส่วนของการศึกษาก่อนหน้านี้ซึ่งพบว่าผลการวิเคราะห์กับผลเฉลยเชิงวิเคราะห์และผลการทดสอบ สอดคล้องกันเป็นอย่างดี

2) ขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนาได้ถูกนำไปใช้ในการศึกษาตัวแปรที่มีอิทธิพลต่อตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติได้แก่ อัตราส่วนความเค้นใน, ความต้านทานแรงดึงและความลึก ผลการวิเคราะห์พบว่าอัตราส่วนความเค้นใน, และความต้านทานแรงดึงมีอิทธิพลอย่างมากกับตำแหน่งจุดเริ่มวิบัติ ในขณะที่ความลึกมีอิทธิพลเพียงเล็กน้อย นอกจากนี้ยังทำให้เห็นว่าขั้นตอนกระบวนการที่พัฒนามีความสามารถในการสะท้อนอิทธิพลของค่าอัตราส่วนสภาพความเค้นใน, แล้วยังมีความสามารถสะท้อนอิทธิพลของค่าความต้านทานแรงดึงและความลึกได้อีกด้วย

6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรีที่มอบทุนเพชรโยธา และทุนวิจัยและวิชาการตามแผนกลยุทธ์ เลขที่ทุน CE-KMUTT-6211 สำหรับสนับสนุนงานวิจัยในครั้งนี้

7. เอกสารอ้างอิง

- [1] Yen, F., Feng, X., Pan, P. & Li, S. (2015). Rock initiation and propagation simulation under compression-shear loading using continuous- discontinuous cellular automaton method. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 28(4), 736-746.
- [2] Yang, Z.J. & Chen, J. (2005). Finite element modelling of multiple cohesive discrete crack propagation in reinforced concrete beams. *Engineering Fracture Mechanics*, 72(14), 2280-2297.
- [3] Chen, J.S., Hillman, M. & Chi, S.W. (2017). Meshfree Methods: Progress Made after 20 Years. *Journal of Engineering Mechanics*.
- [4] Belytschko, T., Lu, Y.Y. & Gu, L. (2009). Element Free-Galerkin Method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37, 229-256.

- [5] Soparat, P. & Nanakorn, P. (2008). Analysis of Cohesive Crack Growth by the Element-Free Galerkin Method. *Journal of Mechanics*, 24(1), 45-54.
- [6] Tunsakul, J., Jongpradist, P., Hyung-Mok, K. & Nanakorn, P. (2018). Evaluation of rock fracture patterns based on the element-free Galerkin method for stability assessment of a highly pressurized gas storage cavern. *Acta Geotechnica*. 13(4). 817-832.
- [7] Tunsakul, J., Jongpradist, P., Soparat, P., Kongkitkul, W. & Nanakorn, P. (2014). Analysis of fracture propagation in a rock mass surrounding a tunnel under high internal pressure by the element-free Galerkin method. *Computers and Geotechnics*, 55, 78-90.
- [8] Lancaster, P. & Salkauskas, K. (1981). Surface Generated by Moving Least Square Methods. *Mathematics of Computation*, 37(155), 141-158.
- [9] Belytschko, T. & Fleming, M. (1999). Smoothing, enrichment and contact in the element-free Galerkin method. *Computers & Structures*, 71(2), 173-196.
- [10] Farmer, L.W. (1983). *Engineering Behaviour of Rocks*, Second Edition. Chapman and Hall, London. 10-15.
- [11] Punya-In, Y. (2014). Parametric study on Fracture Behaviors of Rock masses around High Pressurized Gas Storage Cavern by Numerical Analysis, Master of engineering thesis, Civil Engineering, Faculty of Engineering. King Mongkut's University of Technology Thonburi.
- [12] Savin, G.N. (1961). *Stress concentration around holes*. Pergamon Press Publisher.
- [13] Bray J.W. (1987). Some applications of elastic theory. In *Analytical and computational methods in engineering rock mechanics*. Allen and Unwin Publisher. 32-94.
- [14] Silabampen, E. (2017). Development of Crack Initiation Algorithm in Crack Analysis of Rock Mass by Element Free-Galerkin Method. Master of engineering thesis. King Mongkut's University of Technology Thonburi. 41-60.
- [15] Trädegård, A., Nilsson, F. & Östlund, S. (1998). FEM-remeshing technique applied to crack growth problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 160. 115-131.
- [16] Hoek, E. & Brown, E.T. (1980). Empirical Strength Criterion for Rock Masses. *J. Geotech. Eng. Div., ASCE* 106(GT9). 1013-1035.