

# การออกแบบและควบคุมแขนกลอนุกรม 2 แขนที่ประดิษฐ์จากแผ่นเพียโซอิเล็กทริก

## Design and Control of Two-Serial-Link Piezoelectric Manipulator

กฤษฎี ใหมเอี่ยม, และ นัยสันต์ อภิวัฒนลังการ\*

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล, คณะวิศวกรรมศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ลาดยาว จตุจักร กรุงเทพมหานคร 10900

Krit Maieam, and Nyesunthi Apiwattanalunggam\*

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Kasetsart University, Lat Yao, Chatuchak, Bangkok, 10900, Thailand

\*Corresponding Author E-mail: fengpra@ku.ac.th

Received: Dec 27, 2023; Revised: Mar 18, 2024; Accepted: May 13, 2024

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้อธิบายถึงการศึกษาการจำลอง, การหาเอกลักษณ์, และ การออกแบบตัวควบคุมให้กับแขนกล 2 แขนที่ประดิษฐ์จากแผ่นเพียโซอิเล็กทริกชนิดที่มีแผ่นวัสดุเซรามิก 2 แผ่นประกบเข้าหากัน โดยมีแผ่นทองเหลืองอยู่ตรงกลาง และแขนกลทั้ง 2 แขนเชื่อมต่อกันแบบอนุกรมในลักษณะตั้งฉากซึ่งกันและกัน โดยใช้วิธีขึ้นประกอบจำกัดในการอธิบายถึงแบบจำลองของแขนกล ในขณะที่แบบจำลองคณิตศาสตร์ลดจำนวนมิติของแขนกลนั้นได้มาจากการวิเคราะห์แต่ละการเคลื่อนที่พื้นฐานของแขนกลเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมโดยอาศัยการทำให้เป็นระบบเชิงเส้นโดยการหักล้างด้วยการป้อนกลับ ในงานวิจัยนี้จะออกแบบตัวควบคุมเพื่อให้ตำแหน่งกึ่งกลางของปลายแขนกลที่ 2 เคลื่อนที่ใน 2 กรณี คือ (1) การเปลี่ยนเซตพอยท์ และ (2) การเคลื่อนที่ติดตามสัญญาณอ้างอิง โดยจากผลการดำเนินงาน แขนกลนั้นสามารถให้ผลการควบคุมที่ต้องการได้

**คำสำคัญ:** แขนกล, วัสดุเพียโซอิเล็กทริก, วิธีขึ้นประกอบจำกัด, การควบคุมป้อนกลับ, การเปลี่ยนเซตพอยท์และการติดตามสัญญาณอ้างอิง

### Abstract

This paper describes a methodology for modeling, system identification, and designing a controller of a two degrees-of-freedom manipulator made from piezoelectric material. A piezoelectric bimorph is composed of two piezoelectric ceramic plates bonded to a brass plate which is sandwiched between the piezoelectric plates. One piezoelectric bimorph is attached perpendicularly to the other bimorph to form the manipulator. The manipulator is modeled using the finite element method. A reduced order model of the manipulator is obtained through modal analysis. The reduced order model is used to design closed-loop feedback controllers based on the exact feedback linearization (1) to regulate a tip of the manipulator to a set point or (2) to make the tip to track a desired signal. The closed-loop control manipulator can accomplish the tasks with satisfied results.

**Keywords:** Manipulator, Piezoelectric material, Finite Element Method, Feedback control, Regulation and tracking control

## 1. บทนำ

การวิจัยทางวิศวกรรมในปัจจุบัน วัสดุยืดหยุ่นถือได้ว่าแพร่หลายในหลากหลายด้านของการวิจัย ซึ่งแขนงหลักที่ประดิษฐ์หรือสร้างจากวัสดุดังกล่าวก็เป็นหนึ่งในอุปกรณ์ที่มีการวิจัยและใช้งานทางด้านอุตสาหกรรมอย่างแพร่หลาย[1]

วัสดุเพียโซอิเล็กทริก (PZT) เป็นวัสดุเซรามิกชนิดหนึ่งที่มีสมบัติคู่ควบกันระหว่างสมบัติทางกลและสมบัติทางไฟฟ้า กล่าวคือ เมื่อวัสดุเพียโซอิเล็กทริกได้รับความเค้นจะสามารถให้แรงดันไฟฟ้าออกมาได้ โดยจะเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า ปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริก และหากทำการให้ค่าแรงดันไฟฟ้า วัสดุนี้นี้จะเกิดการเปลี่ยนรูปร่าง ปรากฏการณ์นี้เรียกว่า ปรากฏการณ์เพียโซอิเล็กทริกย้อนกลับ [2]

หากกล่าวถึงแขนงที่ประดิษฐ์จากวัสดุยืดหยุ่นโดยแยกพิจารณาถึงจำนวนของแขนงนั้น ใน [3–5] นั้นอธิบายในส่วนของการออกแบบ, การวิเคราะห์พฤติกรรม แบบจำลอง ซึ่งรวมไปถึงการควบคุมของแขนง 1 แขน โดย [6–10] นั้นเป็นแขนงประดิษฐ์จากวัสดุเพียโซอิเล็กทริก

ในกรณีของแขนงประเภทที่มีจำนวนแขนงมากกว่า 1 แขนขึ้นไปนั้นมีการวิจัยทั้งในแบบที่เป็นการเชื่อมต่อแบบขนาน [11] และอนุกรม [12]

สำหรับการประยุกต์ใช้แขนงในชีวิตประจำวันนั้น ใน [13] ได้ทำการบ่งบอกและแนะนำถึงตัวอย่างที่หลากหลายของการประยุกต์ใช้แขนงในขนาดไมโครที่มีการใช้ทั้งในด้านเทคโนโลยีชีวภาพ (ทางการแพทย์) เช่นการสร้างเครื่องกระตุ้นไฟฟ้าที่ขนาดของหนูเพื่อเป็นการป้องกันการเกิดโรคหลอดเลือดสมอง หรือในด้านอุตสาหกรรม เช่นห้วทดสอบความความแข็งแรงของวัสดุ ที่ใช้สำหรับการตรวจหาการเริ่มต้นหรือการขยายตัวของรอยแตก

ใน [14] เป็นการนำ Atomic Force Microscope (AFM) ที่ประดิษฐ์ขึ้นมาจาก Microbeam 1 ชิ้นและวัสดุเพียโซอิเล็กทริกมาประยุกต์เป็น Nano manipulator เพื่อเคลื่อนย้ายเซลล์, DNA, และ Carbon nanotubes ที่มีขนาดในระดับนาโนได้

ใน [15] เป็นการออกแบบแท่นรองรับชิ้นงานซึ่งมีการเคลื่อนที่ได้ทั้ง 3 แกน (x-y-z stage) และสร้างเป็นชิ้นงานจริง นักวิจัยได้เปรียบเทียบระบบควบคุมแบบเปิด (Open-

Loop Control) และแบบปิด (Closed-Loop Control) โดย Open-Loop Control ทำผ่านแบบจำลองที่ได้จากการทำวิธีการหาเอกลักษณ์ของระบบ (System Identification) ส่วน Closed-Loop Control ทำผ่านตัวควบคุมชนิดสัดส่วน-ปริพันธ์-อนุพันธ์ (PID) ที่ไม่ได้อาศัยแบบจำลองคณิตศาสตร์

Ahmadian [16] ได้แสดงถึงการออกแบบแขนงที่ประดิษฐ์จากวัสดุเพียโซอิเล็กทริกแบบ 3 แขนที่เชื่อมต่อกันในลักษณะอนุกรมซึ่งกล่าวถึงแนวการเคลื่อนที่ของแขนงแต่ละแขนงที่มีทั้งในแนวการโก่งตัวและแนวการบิดตัวของแขนงและยังมีแบบจำลองคณิตศาสตร์ของแขนงที่หามาจาก Lagrange's equations of motion และ Assumed-Modes Method ทำให้ได้ Discretized model นอกจากนี้นักวิจัยได้ทำการสร้างแบบจำลองด้วยวิธีขึ้นประกอบจำกัด (Finite Element Method) เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองเชิงเวลา (Time Response) และผลตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency Response) กับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของแขนง ในขณะที่การควบคุมนั้นเป็นการกำหนดให้แขนงเคลื่อนที่ไปที่ตำแหน่งใหม่และกลับมายังตำแหน่งสมดุลผ่านสมการจลนศาสตร์ย้อนกลับ [17] โดยใช้ Open-Loop Control

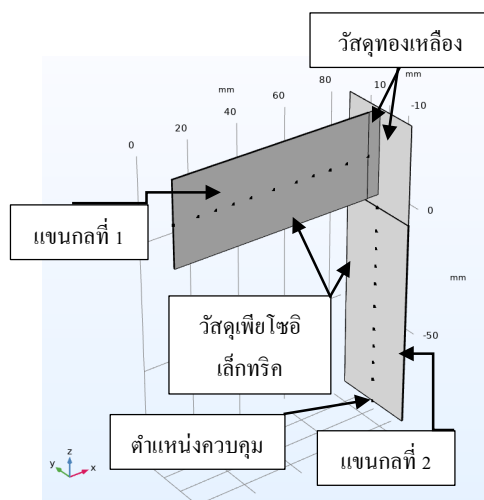
งานวิจัยนี้ทำการออกแบบแขนงที่เชื่อมต่อกันแบบอนุกรม เนื่องจากเป็นประเภทที่มีพื้นที่การใช้งานเยอะกว่าเมื่อเทียบกับแขนงที่เชื่อมต่อแบบขนาน ในขณะที่แบบจำลองจาก Finite element method จาก [18] จะเปรียบเสมือนตัวแทนของแขนงที่เป็นชิ้นงานจริง แต่เนื่องจากแบบจำลองจากขั้นตอนี้จะมีจำนวนขององศาการเคลื่อนที่อิสระ (Degrees of Freedom) ที่เยอะจนเกินจำเป็นจึงทำการหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ลดจำนวนมิติ (Reduced Order Model) ของแขนงจากวิธี System identification [19] ของแขนงที่พิจารณาเพียงแค่ในโหมดการเคลื่อนที่ที่ต้องการ โหมดการเคลื่อนที่ที่พิจารณานั้นเป็นอิสระจากกัน (Uncoupled) ซึ่งทำให้การออกแบบตัวควบคุม (Controller) แต่ละโหมดเป็นอิสระจากกันเช่นกัน การออกแบบ Controller ที่งานวิจัยนี้เลือกใช้นั้นจะใช้แบบจำลองปริภูมิสถานะ (State Space Model) เพื่อออกแบบ Closed-Loop Control ที่ทำให้ค่าความคลาดเคลื่อนของแขนงที่สภาวะคง

ตัว (Steady-State) นั้นมีค่าเข้าหา 0 เมื่อเวลาเข้าสู่ค่าอนันต์ (Infinity) ได้ ซึ่งหากเทียบกับการควบคุมที่ใช้ตัวควบคุมชนิด PID ที่ออกแบบโดยใช้ฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer Function) นั้นค่าความคลาดเคลื่อนจะไม่เป็น 0 เพราะมีมุมเฟส (Phase Angle) เกิดขึ้นระหว่างสัญญาณขาเข้าและขาออก

ในงานวิจัยนี้เริ่มจากการอธิบายโครงสร้างของแขนกล 2 แขนที่เชื่อมต่อกันแบบอนุกรมในหัวข้อ 2. ในขณะที่หัวข้อ 3. บ่งบอกถึงหลักการของ Finite element method ในหัวข้อที่ 4. อธิบายถึงวิธีการหา Reduced order model ของแขนกลด้วยวิธี System identification แขนกล หัวข้อที่ 5. นั้นอธิบายถึงการออกแบบ Controller ด้วยการควบคุมป้อนกลับ (Feedback Control) การแสดงและสรุปผลการวิจัยนั้นอยู่ในหัวข้อ 6. และ 7. ตามลำดับ

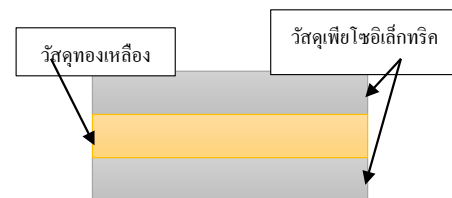
## 2. รูปแบบของแขนกล

แขนกล 2 แขนซึ่งประดิษฐ์จากวัสดุเพียโซอิเล็กทริกที่มีทองเหลืองอยู่ตรงกลางประกอบในแนวตั้งฉากกันซึ่งได้มีการบ่งบอกถึงขนาดของวัสดุทั้งสองชนิดในตารางที่ 1 โดยในบริเวณที่มีการเชื่อมต่อกันนั้นเป็นเฉพาะส่วนของทองเหลืองดังแสดงในรูปที่ 1 ที่ปลายอีกด้านหนึ่งของแขนกลที่ 1 นั้นกำหนดให้มีฐานรองรับแบบยึดติดและที่ตำแหน่งกึ่งกลางของปลายแขนกลที่ 2 นั้นเป็นตำแหน่งที่ต้องการควบคุมการเคลื่อนที่

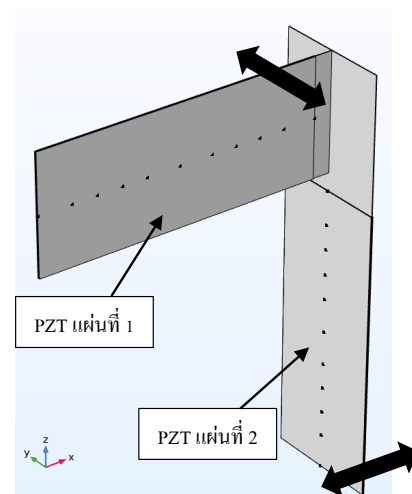


รูปที่ 1 รูปแบบและส่วนประกอบของแขนกล

สำหรับส่วนประกอบแขนกลแต่ละแขนนั้นจากรูปที่ 2 วัสดุเพียโซอิเล็กทริกที่มี 2 แผ่นนั้น 1 แผ่นจะทำหน้าที่รับแรงดันไฟฟ้าเพื่อสั่งการทำงานของแขนกล ในขณะที่เซนเซอร์นั้นจะเป็นหน้าที่ของอีก 1 แผ่น สำหรับทองเหลืองที่อยู่ตรงกลางระหว่างแผ่นเพียโซอิเล็กทริกทั้ง 2 แผ่นนั้นจะถูกใช้สำหรับการต่อสายดิน (Ground) ของวงจร รูปที่ 3 แสดงถึงทิศทางการเคลื่อนที่ของแขนกลแต่ละแขนเมื่อได้รับแรงดันไฟฟ้า โดยในงานวิจัยนี้จะทำการพิจารณาการเคลื่อนที่เฉพาะในแนวการโก่งตัวของแขนกลเท่านั้นซึ่งการเคลื่อนที่ในแนวดังกล่าวทำให้สามารถมองแขนกลทั้ง 2 แขนนั้นเคลื่อนที่เป็นอิสระต่อกัน



รูปที่ 2 ภาพด้านบนของแขนกลที่ 1



รูปที่ 3 รูปแบบการเคลื่อนที่ในแต่ละแขนของแขนกล

ตารางที่ 1 ขนาดของส่วนประกอบของแขนกล

| วัสดุ               | ขนาด | พื้นที่หน้าตัด<br>(mm × mm) | ความยาว<br>(mm) |
|---------------------|------|-----------------------------|-----------------|
| เพียโซอิเล็กทริก    |      | 0.2 × 32.9                  | 80              |
| ทองเหลืองแขนกลที่ 1 |      | 0.2 × 32.9                  | 85              |
| ทองเหลืองแขนกลที่ 2 |      | 0.2 × 32.9                  | 117.9           |

### 3. แบบจำลองโดยวิธีขึ้นประกอบจำกัด (Finite Element Model)

การวิเคราะห์แบบจำลองด้วย Finite element method โดยตลอดการทำวิจัยนั้นเป็นการวิเคราะห์ผ่าน โปรแกรม COMSOL Multiphysics 5.6

#### 3.1 สมการควบคุม (Governing equations)

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \nabla \mathbf{s}_p + \mathbf{F}_v \quad (1)$$

สมการคณิตศาสตร์ที่อธิบายการเคลื่อนที่ของวัสดุต่อเนื่อง (Continuum Materials) นั้นจะปรากฏในรูปแบบของสมการอนุพันธ์ ดังแสดงในสมการที่ (1) โดยที่  $\mathbf{u}$  คือ การขจัด (Displacement) ของจุดบน Continuum materials เมื่อมีการเปลี่ยนรูปไป,  $\rho$  คือ ความหนาแน่นของ continuum materials,  $\mathbf{F}_v$  คือ แรงที่กระทำกับ continuum materials ซึ่งรวมไปถึงน้ำหนักของ continuum materials, และ  $\mathbf{s}_p$  คือ เทนเซอร์ความเค้น Piola-Kirchhoff แบบที่ 2 ของ continuum materials

ในงานวิจัยนี้ แบบจำลองถูกพิจารณาว่าเป็น continuum materials ดังนั้นการเคลื่อนที่ของแบบจำลองเนื่องจากการเปลี่ยนรูปไปจึงสามารถถูกอธิบายด้วยสมการที่ (1)

แบบจำลองซึ่งประดิษฐ์จากวัสดุเพียโซอิเล็กทริกนั้นมีสมการที่บ่งบอกถึงความสัมพันธ์ระหว่างสมบัติทางไฟฟ้าและทางกลคือ

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^E & \mathbf{d}^t \\ \mathbf{d} & \boldsymbol{\epsilon}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (2)$$

โดยที่  $\mathbf{S}$  คือ เวกเตอร์ของความเครียด  $\mathbf{D}$  คือ เวกเตอร์ของ displacement ทางไฟฟ้า  $\mathbf{T}$  คือ เวกเตอร์ของความเค้น และ  $\mathbf{E}$  คือ เวกเตอร์ของสนามไฟฟ้า ในขณะที่  $\mathbf{s}^E$  คือ เมทริกซ์ของค่าความแข็งเกร็ง (Compliance-Constant Matrix) ภายใต้สนามไฟฟ้าคงที่  $\mathbf{d}^t$  คือ เมทริกซ์ของค่าสภาพยอมสัมพัทธ์ (Permittivity-Constant Matrix) ภายใต้ความเค้นคงที่ และ  $\mathbf{d}$  คือ เมทริกซ์ของค่าสัมประสิทธิ์ความเครียดของวัสดุเพียโซอิเล็กทริก โดยที่ดรรชนีบน  $t$  คือ การสลับแถวและหลักของเมทริกซ์

สมการที่ (2) แสดงถึงความสัมพันธ์ทางไฟฟ้าและทางกลในรูปแบบเมทริกซ์ตามมาตรฐานของ IEEE [20] และสมบัติของวัสดุจะถูกแสดงในตารางที่ 2 และ 3

ตารางที่ 2 สมบัติของวัสดุทองเหลือง

| สมบัติ                         | วัสดุทองเหลือง |
|--------------------------------|----------------|
| $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> ) | 9000           |
| โมดูลัสของยัง<br>(GPa)         | 105            |
| อัตราส่วนปัวซอง                | 0.35           |

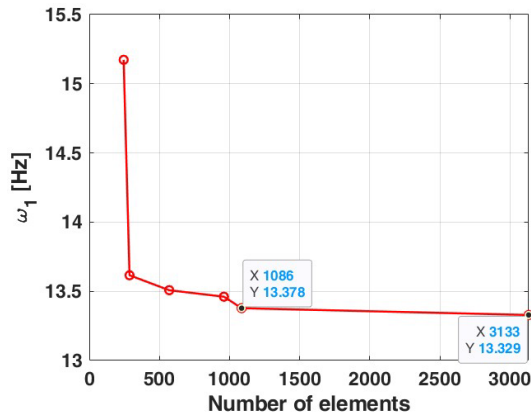
ตารางที่ 3 สมบัติของวัสดุเซรามิก PZT-5H

| สมบัติ                                 | วัสดุเซรามิก PZT-5H   |
|--|---|
| $\rho$<br>(kg/m <sup>3</sup> )         | 7500  |
| $\mathbf{d}$<br>(pm/V)                 | $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 741 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 741 & 0 & 0 \\ -274 & -274 & 593 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$   |
| $\boldsymbol{\epsilon}^T$<br>(nF/m)    | $\begin{bmatrix} 27.71 & 0 & 0 \\ 0 & 27.71 & 0 \\ 0 & 0 & 30.1 \end{bmatrix}$  |
| $\mathbf{s}^E$<br>(pm <sup>2</sup> /N) | $\begin{bmatrix} 16.5 & -4.78 & -8.45 & & & \\ -4.78 & 16.5 & 8.45 & & & \\ 8.45 & 8.45 & 20.7 & & & \\ & & & 43.5 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 43.5 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 42.6 \end{bmatrix}$ |

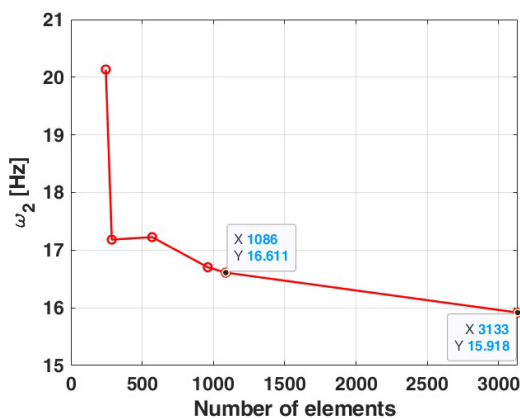
#### 3.2 การแบ่งรูปร่างของขึ้นประกอบ

วัสดุเพียโซอิเล็กทริก รวมถึงวัสดุทองเหลืองนั้นถูกกำหนดให้แบ่งรูปร่างเพื่อเป็นไปตามขั้นตอนของ Finite element method โดยทั้ง 2 วัสดุจะถูกแบ่งรูปร่างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งแบบกล เมื่อคำนึงถึงความแม่นยำของผลตอบสนองแบบกล รวมไปถึงอิทธิพลของการใช้ระยะเวลาในการคำนวณหาผลตอบสนองในกรณีต่าง ๆ นั้น เราจะสามารถหาขนาดของรูปร่างสี่เหลี่ยมที่กำหนดไปก่อนหน้านี้ได้จากการศึกษาการเข้าสู่ของค่าความถี่ธรรมชาติ (Natural Frequency) ลำดับที่ 1 และ 2 ของแบบจำลองเพื่อเลือกจำนวนชิ้นส่วนที่เหมาะสมกับการทำวิจัยครั้งนี้ ดังแสดงในรูปที่ 4 และรูปที่ 5 จะเห็นได้ว่า natural frequency นั้นจะเริ่มมีความแตกต่างกันน้อยลงเมื่อจำนวนชิ้นส่วนนั้นมีจำนวนอยู่ที่ 1086 และ 3133 จำนวน ดังนั้นหากพิจารณาถึงระยะเวลาการ

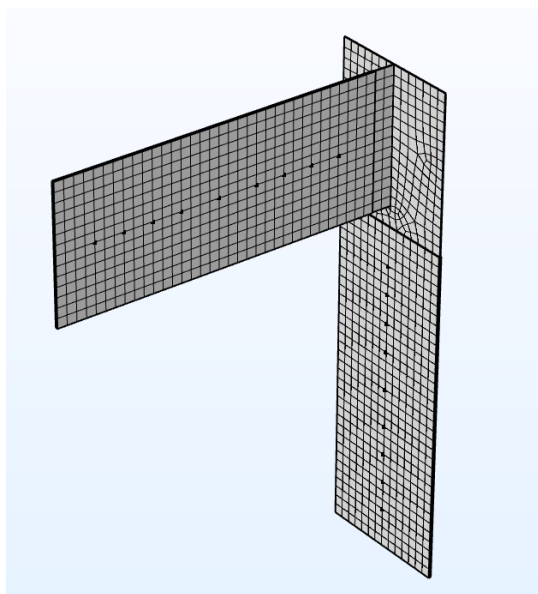
คำนวณรวมถึงความสามารถของเครื่องคอมพิวเตอร์จึงเลือกจำนวนชิ้นส่วนอยู่ที่ 3133 จำนวน ดังนั้นจะได้การแบ่งรูปร่างของแขนกลดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 4 การลู่เข้าของ natural frequency ลำดับที่ 1



รูปที่ 5 การลู่เข้าของ natural frequency ลำดับที่ 2



รูปที่ 6 การแบ่งรูปร่างของแขนกล

#### 4. การหาเอกลักษณ์ (System identification) ของแขนกล

System identification ของแขนกลคือวิธีการที่ทำให้ได้ Reduced order model ของแขนกลจากการทดลอง โดยในที่นี้ แขนกลจาก Finite element model เป็นตัวแทนของแขนกล สำหรับการพิจารณาเรื่อง Degrees of freedom ของแขนกลจาก Finite element model นั้นจะเห็นได้ว่ามีจำนวนของ Degrees of freedom ที่ค่อนข้างมาก ดังนั้นสำหรับการวิเคราะห์แขนกลที่เคลื่อนที่เฉพาะแนวการ โกงตัวของแต่ละแขนนั้น ผู้วิจัยทำการลดจำนวนของ Degrees of freedom โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ของจุดทั้งหมด 21 จุดบนแขนกลดังแสดงในรูปที่ 3 สำหรับแต่ละจุดนั้นพิจารณาเฉพาะการเคลื่อนที่ตามแกน x และแกน y ซึ่งเพียงพอต่อการอธิบายการเคลื่อนที่ในแนวการ โกงตัวของแต่ละแขนได้ ดังนั้น แขนกลมี Degrees of freedom ทั้งหมด 42 degrees

$$x(t) = \sum_i^n \phi_i \eta_i(t) = \Phi \eta(t) \quad (3)$$

จาก [21] การเคลื่อนที่ของแขนกลสามารถถูกอธิบายอยู่ในรูปของการผสมกันแบบเชิงเส้น (Linear Combination) ของรูปร่างการเคลื่อนที่พื้นฐานดังแสดงในสมการที่ (3) โดยที่  $x(t)$  คือ เวกเตอร์ของ Displacement ของจุด 21 จุดตามแกน x และแกน y ดังนั้น  $x(t)$  มีขนาด 42 แถว 1 หลัก  $\phi_i$  คือ เวกเตอร์ของการเคลื่อนที่พื้นฐานที่ถูกทำให้เป็นมาตรฐาน (Normal-Mode Shapes)  $\eta_i$  คือ พิกัดการเคลื่อนที่พื้นฐาน (Modal Coordinates) สำหรับ  $i = 1, 2, \dots, n$  และ  $n$  คือ จำนวนของโหมดที่เหมาะสมต่อการอธิบายการเคลื่อนที่ในย่านความถี่ที่สนใจ

เวกเตอร์ของการเคลื่อนที่พื้นฐาน  $\phi_i$  ซึ่งได้จากการคำนวณผ่านโปรแกรม COMSOL Multiphysics 5.6 ถูกนำมาใช้คำนวณหาเมทริกซ์ของมวล  $M$  โดยใช้ความสัมพันธ์ที่ตั้งฉากกันของ  $\phi_i$  เมื่อเทียบกับ  $M$  (Orthogonality Condition with Respect to  $M$ ) ดังแสดงในสมการที่ (4)

$$\Phi^T M \Phi = I \quad (4)$$

โดยที่  $\Phi$  คือ  $[\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]$  และ  $I$  คือ เมทริกซ์เอกลักษณ์ ดังนั้น  $M$  ของแกนกลนั้นหาได้จากสมการที่ (5)

$$M = (\Phi^T)^{-1} I \Phi^{-1} \quad (5)$$

เมื่อดัชนีบน -1 หมายถึงการอินเวอร์ส (Inverse) ของเมทริกซ์ สมการที่อธิบายการเคลื่อนที่ (Equations of Motion) ของแกนกลใน Modal coordinate เป็นสมการในรูปแบบของสมการอนุพันธ์อันดับ 2 คือ

$$\ddot{\eta}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{\eta}_i + \omega_i^2 \eta_i = \gamma_i \vartheta_i(t) \quad (6)$$

ซึ่งค่า Natural frequency ของแต่ละโหมด  $\omega_i$  นั้นสามารถหาได้จากการคำนวณผ่านค่าตั้ง Eigenfrequency จากโปรแกรม COMSOL Multiphysics 5.6 และ  $\zeta_i$  คือ ค่าอัตราส่วนการหน่วงของแกนกลในโหมดที่  $i$  ในงานวิจัยนี้ เมทริกซ์สัมประสิทธิ์การหน่วง  $C$  ถูกกำหนดให้เป็น Rayleigh damping [21] ใน ขณะที่  $\vartheta_i(t)$  นั้นคือ ค่าแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวัสดุเพียโซอิเล็กทริก โดยที่  $i = 1$  และ  $2$  หมายถึง เพียโซอิเล็กทริกแผ่นที่ 1 และ 2 ตามลำดับ  $\gamma_i$  คือ แอมพลิจูดของค่าแรงดันไฟฟ้าที่กระทำกับโหมดที่  $i$  ซึ่งหาได้โดยการจ่าย  $\vartheta(t) = \sin(\omega t)$  และ ความถี่  $\omega = \omega_i^*$ , ซึ่งคือ ความถี่สั่นพ้อง (Resonance Frequency) ของโหมดที่  $i$  ซึ่งได้จากการหาผลตอบสนองเชิงความถี่ (Frequency Sweep Test) ผ่านโปรแกรม COMSOL Multiphysics 5.6, ไปที่แผ่นเพียโซอิเล็กทริกแล้วทำซิมูเลชัน (Simulation) ของสมการที่ (6) เพื่อหาค่า  $\gamma_i$  ที่ทำให้ได้ผล Simulation ตรงกับผล Simulation จากโปรแกรม COMSOL Multiphysics 5.6

เนื่องจากงานวิจัยนี้เป็นการพิจารณาการเคลื่อนที่ตามแนวโค้งตัวของแกนกลแต่ละแกนเท่านั้น ดังนั้นสำหรับโหมดการเคลื่อนที่ที่จะพิจารณาเพียงแค่ 2 โหมดเท่านั้น โดยที่โหมด 1 และ 2 นั้นเป็นการเคลื่อนที่เฉพาะแนวการโค้งตัวของแกนกลที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ซึ่งทั้ง 2 โหมดนี้เป็นการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นอิสระต่อกัน และมีค่าพารามิเตอร์สำหรับการหาเอกลักษณ์ของแกนกลของแต่ละโหมดดังแสดงในตารางที่ 4 ซึ่งรวมไปถึงการแสดงค่า Resonance

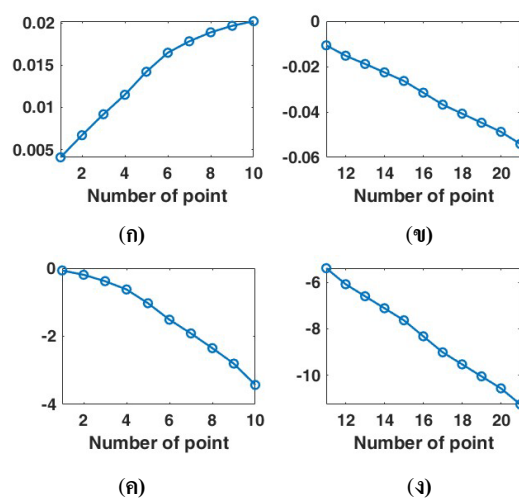
frequency ( $\omega_i^*$ ) ของโหมดที่ 1 และ 2 ที่ได้จาก Frequency sweep test จาก Finite element model

ตารางที่ 4 ค่าพารามิเตอร์เพื่อแสดงเอกลักษณ์ของแกนกล

| $i$ | $\omega_i$ (Hz) | $\zeta_i$ | $\gamma_i$ | $\omega_i^*$ (Hz) |
|-----|-----------------|-----------|------------|-------------------|
| 1   | 13.329          | 0.1       | 0.0093     | 12.9              |
| 2   | 15.918          | 0.1       | -0.0043    | 15.6              |

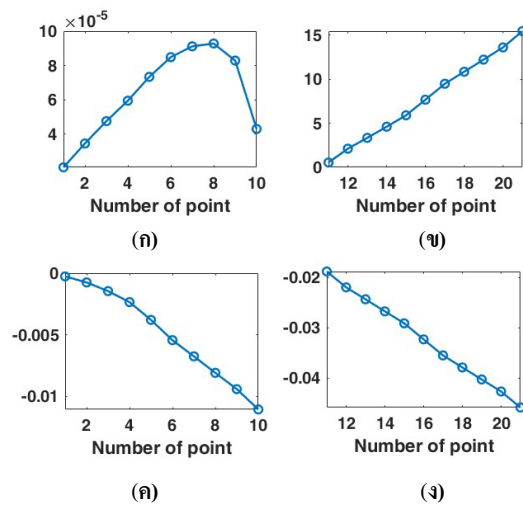
ในงานวิจัยนี้กำหนดให้  $u_i$  และ  $v_i$  คือ Displacement ของจุดทั้งหมด 21 จุดตามแกน x และ y ตามลำดับ โดยที่  $i = 1, 2, \dots, 21$  และ  $i = 21$  นั้นคือตำแหน่งที่ต้องการควบคุม

ในรูปที่ 7 แสดงถึงการเคลื่อนที่ในโหมดที่ 1 ของแต่ละจุดที่ทำการเลือกในการหาเอกลักษณ์ของแกนกล โดยเห็นได้ว่าการเคลื่อนที่ในแนวการโค้งตัวของแกนกลที่ 1 (แกน y) จะมีการเคลื่อนที่ที่มากกว่าเมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่ตามแกน x ของทั้ง 2 แกนและการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งจุดปลายของแกนกลที่ 1 ตามแกน x นั้นมีค่าเพียง 0.59% เมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่ตามแกน y ในขณะที่การเคลื่อนที่ตามแกน y ของแกนกลที่ 2 มีค่าเพราะแกนกลที่ 2 เคลื่อนที่ตามแกนกลที่ 1 ไป และมีการโค้งตัวตามแกน y เกิดขึ้นด้วยแต่มีค่าน้อยมากเพราะความแข็ง (Stiffness) ตามแกน y ของแกนกลที่ 2 มีค่ามาก



รูปที่ 7 Normal-mode shape ที่ 1 : (ก) ตามแกน x ของแกนกลที่ 1 (ข) ตามแกน x ของแกนกลที่ 2 (ค) ตามแกน y ของแกนกลที่ 1 (ง) ตามแกน y ของแกนกลที่ 2

ในรูปที่ 8 แสดงถึงการเคลื่อนที่ในโหมดที่ 2 ของแต่ละจุดที่ทำการเลือกในการหาเอกลักษณ์ของแขนกล ซึ่งการเคลื่อนที่ในแนวการโค้งตัวของแขนกลที่ 2 (แกน x) จะมีการเคลื่อนที่ที่มากกว่าเมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่ตามแกน y ของทั้ง 2 แขน รวมถึงมีค่ามากกว่าการเคลื่อนที่ตามแกน x ของแขนกลที่ 1 และการเคลื่อนที่ที่ตำแหน่งจุดปลายของแขนกลที่ 2 ตามแกน y นั้นมีค่าเพียง 0.30% เมื่อเทียบกับการเคลื่อนที่ตามแกน x



รูปที่ 8 Normal-mode shape ที่ 2 : (ก) 2 ตามแกน x ของแขนกลที่ 1 (ข) ตามแกน x ของแขนกลที่ 2 (ค) ตามแกน y ของแขนกลที่ 1 (ง) ตามแกน y ของแขนกลที่ 2

## 5. การควบคุมแขนกล

การออกแบบ controller สำหรับการเคลื่อนที่ของแขนกลนั้นจะใช้วิธี Feedback control โดยอาศัยการทำให้เป็นระบบเชิงเส้นโดยการหักล้างด้วยการป้อนกลับ (Exact Feedback Linearization) [22] โดยในงานวิจัยนี้จะพิจารณาทั้งหมด 2 กรณี คือ (1) การเปลี่ยนเซตพอยท์ (Set Point) ด้วยการควบคุมที่อาศัยปริพันธ์ (Regulation via Integral Control) และ (2) การควบคุมให้สัญญาณส่งออก (Output) ติดตามสัญญาณอ้างอิง (Tracking Control) ซึ่งทั้ง 2 กรณี Controller จะถูกออกแบบเพื่อควบคุมการเคลื่อนที่ของโหมดที่ 1 และ 2 ซึ่งเป็นอิสระจากกันโดยอาศัยสมการที่ (6) เมื่อ  $i = 1$  และ 2 สมการที่ (6) สามารถถูกเขียนให้

อยู่ใน State space model ได้ดังสมการที่ (7), (8), และ (9) ต่อไปนี้

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 \quad (7)$$

$$\dot{\xi}_2 = -\omega_i^2 \xi_1 - 2\zeta_i \omega_i \xi_2 + \gamma_i \vartheta_i(t) \quad (8)$$

$$y = \xi_1 \quad (9)$$

ซึ่ง  $\xi_1 = \eta_i$  และ  $\xi_2 = \dot{\eta}_i$  ส่วน  $y$  คือ output ซึ่งก็คือ  $\xi_1$  ที่ต้องการควบคุม

กำหนดให้  $Y_R(t)$  คือ สัญญาณอ้างอิง (Reference Signal) ของแต่ละ Modal coordinate ซึ่งสามารถหาได้โดยอาศัยสมการที่ (3) ทำให้ได้

$$Y_R(t) = \begin{bmatrix} \eta_{1,R}(t) \\ \eta_{2,R}(t) \\ \vdots \\ \eta_{42,R}(t) \end{bmatrix} = \Phi^T M x_R(t) \quad (10)$$

ซึ่ง  $x_R(t)$  คือเวกเตอร์ของ displacement ที่ต้องการของจุดทั้งหมด 21 จุดที่ถูกพิจารณา ในงานวิจัยนี้ controller จะถูกออกแบบเพื่อควบคุมโหมดที่ 1 และ 2 เท่านั้น

ในการออกแบบ Controller โดยใช้ Exact feedback linearization นั้น เวกเตอร์ของข้อผิดพลาด (Error Vector) ถูกนิยามดังต่อไปนี้

$$e = \xi - y_R = \begin{bmatrix} \xi_1 - y_{R1} \\ \xi_2 - \dot{y}_{R1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

โดยที่  $y_R = \begin{bmatrix} y_R \\ \dot{y}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_{i,R} \\ \dot{\eta}_{i,R} \end{bmatrix}$  และมี state ค่าอนุพันธ์ของ output error ดังสมการที่ (12)

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -\omega_i^2 \xi_1 - 2\zeta_i \omega_i \xi_2 + \gamma_i \vartheta_i(t) - \dot{y}_R \end{bmatrix} \quad (12)$$

วัตถุประสงค์ของการออกแบบ Controller คือทำให้ Error vector วิ่งเข้าหา 0 เมื่อเวลาวิ่งเข้าหา Infinity ซึ่งหมายความว่า  $\eta_i(t) \rightarrow \eta_{i,R}(t)$  และ  $\dot{\eta}_i(t) \rightarrow \dot{\eta}_{i,R}(t)$  ซึ่งทำให้  $\eta_i(t)$  ตาม  $\eta_{i,R}(t)$  โดยไม่มี phase angle ระหว่างกัน

### 5.1 Regulation via Integral Control

วัตถุประสงค์ของการควบคุมแบบนี้คือ ต้องการให้ Output เคลื่อนที่เข้าหา  $y_R$  ที่เป็นค่าคงที่ และเพื่อให้ Output Steady-State error เป็น 0 สำหรับกรณีนี้ ดังนั้น State ใหม่ซึ่งเป็น Integral ของ Output error จึงถูกกำหนดขึ้นมาดังสมการที่ (13) ต่อไปนี้

$$\dot{\sigma} = e \quad (13)$$

ดังนั้นจะทำให้มีค่าสัญญาณป้อนเข้าสำหรับโหมดที่ 1 และ 2 ของแขนกลคือ

$$\vartheta_i = \alpha + \beta[k_1(\xi_1 - y_R) + k_2\xi_2 + k_3\sigma] \quad (14)$$

โดยที่ค่าของ  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ , และ  $k_3$  เป็นไปตามสมการที่ (15), (16), และ (17)

$$\alpha = \frac{1}{\gamma_i} [2\zeta_i\omega_i\xi_2 + \omega_i^2\xi_1] \quad (15)$$

$$\beta = \frac{1}{\gamma_i} \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_{reg} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

ในขณะที่ gain  $k_1$ ,  $k_2$ , และ  $k_3$  ถูกเลือกเพื่อให้ค่าลักษณะเฉพาะ (Eigenvalues) ของเมทริกซ์  $\mathbf{A}_{reg}$  มีพจน์ของจำนวนจริง (real part) มีค่าเป็นลบ

### 5.2 Tracking Control

วัตถุประสงค์ของการควบคุมแบบนี้คือ ต้องการให้ output เคลื่อนที่ไปตาม  $y_R$  ที่เปลี่ยนแปลงตามเวลา ดังนั้นจะทำให้มีค่าสัญญาณป้อนเข้าสำหรับโหมดที่ 1 และ 2 ของแขนกลคือ

$$\vartheta_i = \alpha + \beta\delta \quad (18)$$

เมื่อค่า  $\delta$ ,  $k_4$  และ  $k_5$  ของเป็นไปตามสมการที่ (19), และ (20)

$$\delta = [k_4(\xi_1 - y_R) + k_5(\xi_2 - \dot{y}_R) + \ddot{y}_R] \quad (19)$$

$$\mathbf{A}_{track} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_4 & -k_5 \end{bmatrix} \quad (20)$$

โดยที่ gain  $k_4$  และ  $k_5$  ถูกเลือกเพื่อให้ Eigenvalues ของเมทริกซ์  $\mathbf{A}_{track}$  นั้นมีค่า real part เป็นลบ

ค่า gain  $\{k_1, k_2, k_3\}$  และ  $\{k_4, k_5\}$  จะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของ  $e$  ในสมการที่ (11) ของแต่ละกรณี ในแง่ของความถี่ของการเปลี่ยนแปลง (Damped Natural Frequency) และเวลาที่วิ่งเข้าหา 0 (Settling Time)

## 6. ผลการดำเนินงาน

กำหนดให้ค่าตำแหน่งเริ่มต้นของแขนกลอยู่ที่ตำแหน่ง  $x = 0$  mm และ  $y = 0$  mm รวมไปถึงค่าความเร็วเริ่มต้นทั้งแกน  $x$  และ แกน  $y$  เท่ากับ 0 m/s ตลอดการท่วิจัยนี้

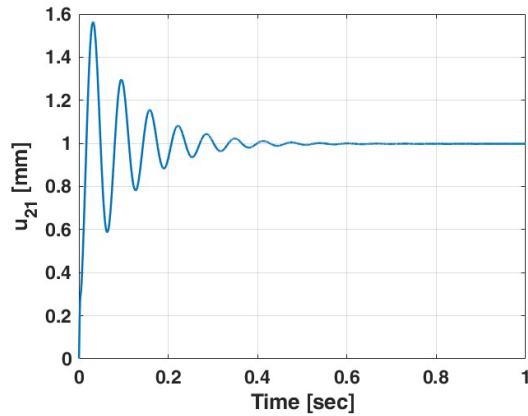
### 6.1 การเคลื่อนที่เข้าหา set point

การดำเนินงานในหัวข้อนี้จะเป็นการควบคุมแขนกลผ่านหลักการในหัวข้อที่ 5.1 และเนื่องจากแขนกลสามารถเคลื่อนที่ได้ 2 ทิศทางในเวลาเดียวกันนั้นผู้วิจัยจึงเลือก Set point เป็น  $x = 1$  mm,  $y = 1$  mm เพื่อให้ตำแหน่งที่ต้องการควบคุม (ตำแหน่งกึ่งกลางที่ปลายของแขนกลที่ 2) เคลื่อนที่ไปยัง Set point

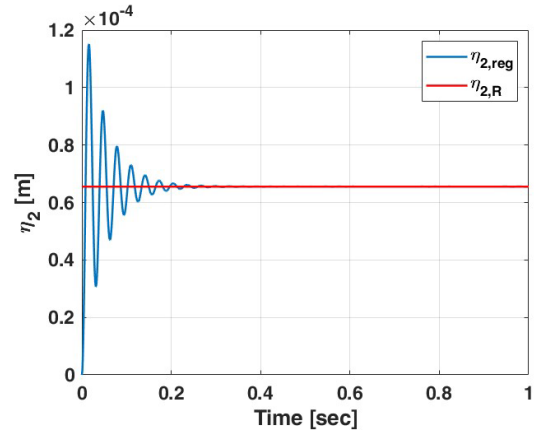
โดยสำหรับ Open-Loop control ของแขนกล หากต้องการให้ตำแหน่งที่ต้องการควบคุมนั้นเคลื่อนที่ไปยัง Set point จะต้องทำการหาค่าสัญญาณป้อนเข้าให้กับแขนกลทั้ง 2 แขน ซึ่งในรูปที่ 9 นั้นแสดง Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมผ่านการป้อนสัญญาณเพื่อให้เคลื่อนที่ไปยัง Set point สำหรับการเคลื่อนที่ตามแกน  $x$  ในขณะที่รูปที่ 10 นั้นแสดง Time response ของการเคลื่อนที่ตามแกน  $y$

สำหรับการควบคุมผ่านการออกแบบในหัวข้อก่อนหน้านี้ (Regulation via Integral Control) จะสามารถช่วยในการหาสัญญาณป้อนเข้าได้อย่างแม่นยำผ่านสมการที่ (14) โดยไม่จำเป็นต้องทำการหาค่าเหมือนการทำ Open-Loop control รูปที่ 11 และรูปที่ 12 แสดงถึง Time responses ของ Modal coordinates  $\eta_1$  และ  $\eta_2$  ตามลำดับ เมื่อใช้ Closed-Loop controller สมการที่ (14) สำหรับแต่ละโหมดโดยในรูปทั้ง 2 ได้แสดง Set point  $\eta_{1,R}$  และ  $\eta_{2,R}$  ไว้ด้วย

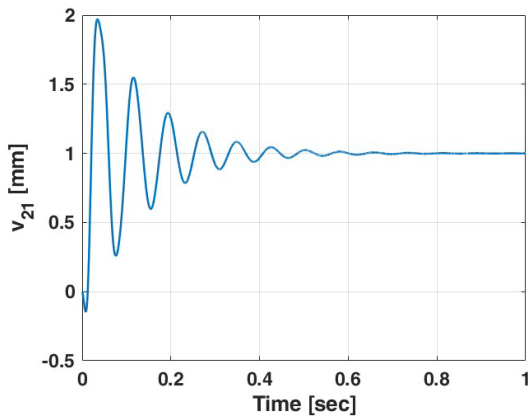




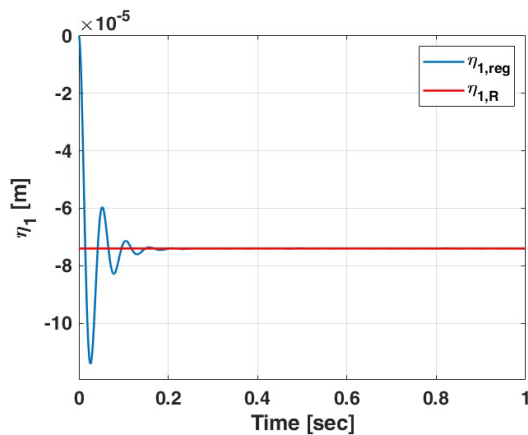
รูปที่ 9 Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุม สำหรับการเคลื่อนที่ตามแกน x ของ Open-Loop control



รูปที่ 12 การเปรียบเทียบ Time responses ของ  $\eta_{2,reg}$  และ  $\eta_{2,R}$



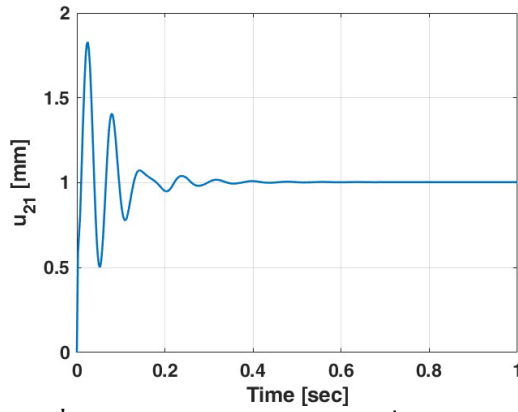
รูปที่ 10 Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุม สำหรับการเคลื่อนที่ตามแกน y ของ Open-Loop control



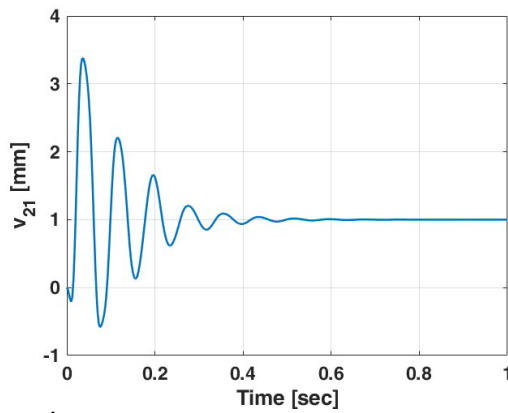
รูปที่ 11 การเปรียบเทียบ Time responses ของ  $\eta_{1,reg}$  และ  $\eta_{1,R}$

เนื่องจาก controllers ในสมการที่ (14) เป็น controllers สำหรับควบคุมโหมดที่ 1 และ 2 เท่านั้นแต่แกนกลมีทั้งหมด 42 โหมด ดังนั้น Time responses ของ  $\eta_1$  และ  $\eta_2$  ในรูปที่ 11 และรูปที่ 12 เมื่อแปลงไปเป็น Displacements  $u$  และ  $v$  ตามแกน x และ y ตามลำดับ จะมีความคลาดเคลื่อนเกิดขึ้นเนื่องจากโหมดการเคลื่อนที่ที่ถูกตัดออกไป ความคลาดเคลื่อนนี้สามารถถูกชดเชยได้ด้วยตัวคูณคงที่ (Scaling Factors) เพราะแกนกลถูกจำลองว่าเป็นระบบเชิงเส้น

รูปที่ 13 และรูปที่ 14 ได้จาก Time responses จากรูปที่ 11 และรูปที่ 12 โดยอาศัยสมการที่ (3) เมื่อ  $n = 2$  และผ่านการชดเชยด้วย Scaling factors หากเปรียบเทียบกันเป็นคู่ในแต่ละแกนการเคลื่อนที่นั้นจะเห็นได้ว่า Settling times ของทั้ง 2 แกนใน closed-loop control นั้นมี Settling times ของแกน x และ y อยู่ที่ 0.4 วินาที และ 0.5 วินาทีตามลำดับ ซึ่งสั้นกว่า Open-Loop control ของแกน x และ y ที่มีค่า 0.6 วินาที และ 0.7 วินาที ตามลำดับ และจากที่เลือก gains  $k_1$ ,  $k_2$  และ  $k_3$  เพื่อให้ Settling times ของ Closed-Loop control มีค่าน้อยกว่า Open-Loop control ทำให้ค่าแอมพลิจูดของช่วงก่อน Steady-State นั้นมีค่าที่สูงกว่า Open-Loop control เนื่องจากช่วงเวลาในการปลดปล่อยพลังงานของแกนกลนั้นมี Settling times น้อยกว่า



รูปที่ 13 Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุม สำหรับการเคลื่อนที่ตามแกน x ของ Closed-Loop control



รูปที่ 14 Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุม สำหรับการเคลื่อนที่ตามแกน y ของ Closed-Loop control

## 6.2 การเคลื่อนที่ติดตามสัญญาณอ้างอิง

พิจารณาการออกแบบ controller จากหัวข้อ 5.2 โดยกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมเป็นวงกลมรัศมี 1 mm

$$u_{21} = \sin(\theta) \quad (21)$$

$$v_{21} = \cos(\theta) \quad (22)$$

$$u_i = u_i(\theta) \quad (23)$$

$$v_i = v_i(\theta) \quad (24)$$

เมื่อ  $i = 1, 2, \dots, 20$

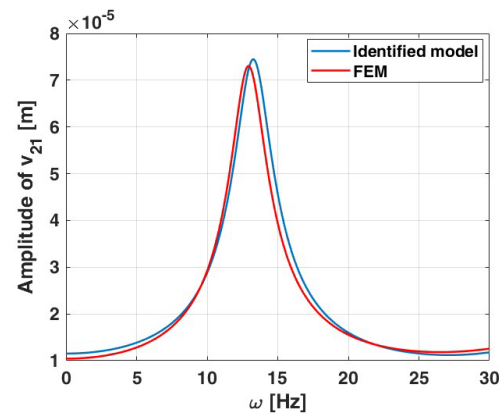
$$\theta(t) = \omega t \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_R(t) &= \begin{bmatrix} u_j(t) \\ v_j(t) \end{bmatrix} \\ \mathbf{x}_R(t) &= \begin{bmatrix} u_j(t) \\ v_j(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (26)$$

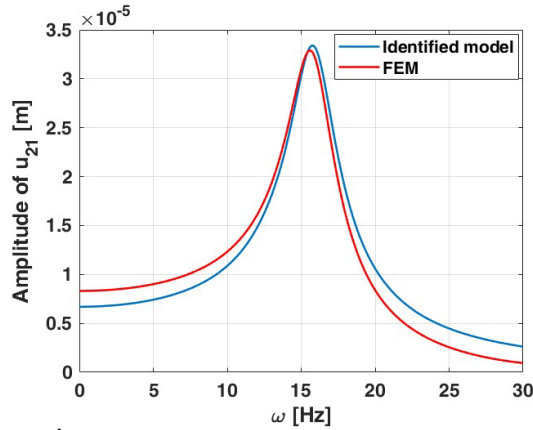
เมื่อ  $j = 1, 2, \dots, 21$

โดยการกำหนดเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมตามแกน x และ y ดังแสดงในสมการที่ (21), (22), และ (25) โดยที่  $\omega$  คือ ความถี่ที่ใช้ขับเคลื่อนแกนกล  $t$  คือ เวลาที่มีหน่วยเป็นวินาที ดังนั้นเส้นทางการเคลื่อนที่ของจุดต่างๆอีก 20 จุดจะถูกอธิบายได้ด้วยสมการที่ (23) และ (24) จึงทำให้รูปร่างของแกนกล ณ ขณะเวลาใดๆจะถูกอธิบายได้ด้วยสมการที่ (26) ดังนั้น  $\mathbf{Y}_R(t)$  ของแต่ละ modal coordinate จะหาได้จากสมการที่ (10)

รูปที่ 15 แสดงถึงการเปรียบเทียบ Frequency responses โหมดที่ 1 ของ  $v_{21}$  ที่ได้จาก Frequency sweep test ของ Finite element model และ identified model (สมการที่ (6) เมื่อ  $i = 1$ ) โดยป้อนแรงดันไฟฟ้าให้แกนกลที่ 1 ในขณะที่รูปที่ 16 แสดงถึงการเปรียบเทียบ Frequency responses โหมดที่ 2 ของ  $u_{21}$  ที่ได้จาก Frequency sweep test ของ Finite element model และ Identified model (สมการที่ (6) เมื่อ  $i = 2$ ) โดยป้อนแรงดันไฟฟ้าให้แกนกลที่ 2 จากรูปที่ 16 จะเห็นได้ว่าที่  $\omega = 15$  Hz ทำให้ความแตกต่างของแอมพลิจูดที่ได้จาก Finite element model และ Identified model มีค่าน้อยที่สุด ดังนั้น  $\omega$  ที่จะใช้สร้าง  $\mathbf{Y}_R(t)$  คือ 15 Hz

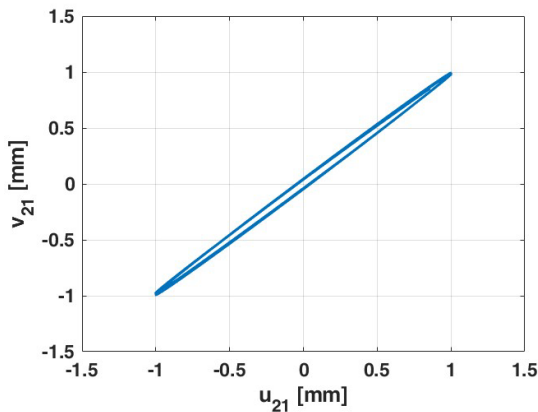


รูปที่ 15 การเปรียบเทียบ frequency responses โหมดที่ 1



รูปที่ 16 การเปรียบเทียบ frequency responses โหมดที่ 2

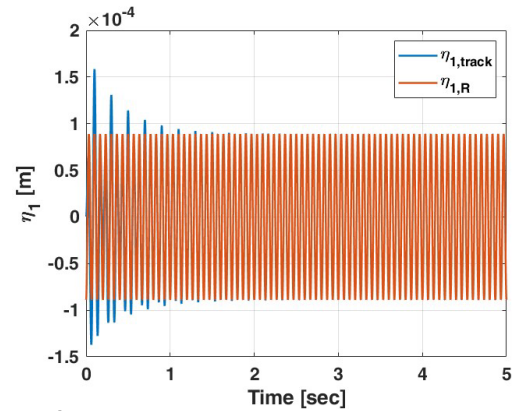
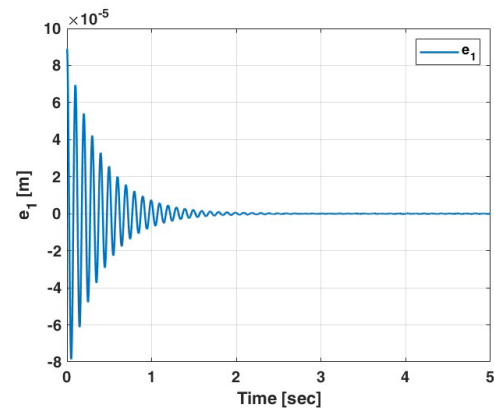
รูปที่ 17 แสดงถึงเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมเมื่อใช้ open-loop control ที่ steady state โดยป้อนแรงดันไฟฟ้าให้แขนกลที่ 1 และ 2 ที่เป็นสัดส่วนโดยตรงกับสมการที่ (22) และ (21) ตามลำดับ โดยที่  $\omega = 15$  Hz จะเห็นได้ว่าเส้นทางการเคลื่อนที่ที่ได้ไม่ใช่วงกลมรัศมี 1 mm ตามที่ต้องการ



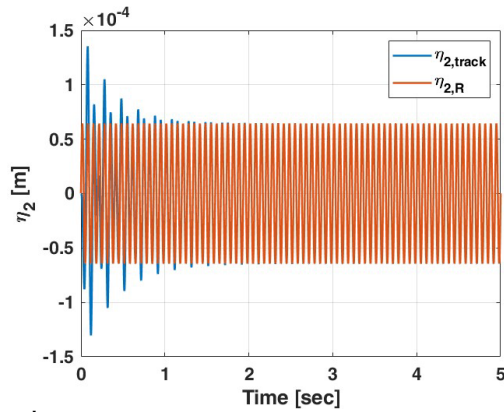
รูปที่ 17 Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมของ open-loop control ที่ steady state

รูปที่ 18 แสดงถึงการเปรียบเทียบ time responses ของ  $\eta_1$  เมื่อใช้ Closed-Loop controller สมการที่ (18) เมื่อ  $i = 1$  จ่ายไปที่แขนกลที่ 1 และ  $\eta_{1,R}$  (หมายเหตุ:  $\eta_i$  ที่ได้จากแขนกล Finite element model ถูกปรับด้วย Scaling factor เพื่อแก้ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจากโหมดที่ไม่ได้ถูกพิจารณา) โดยในรูปที่ 19 เป็นการแสดงถึงค่า  $e_1$  ซึ่งแสดง

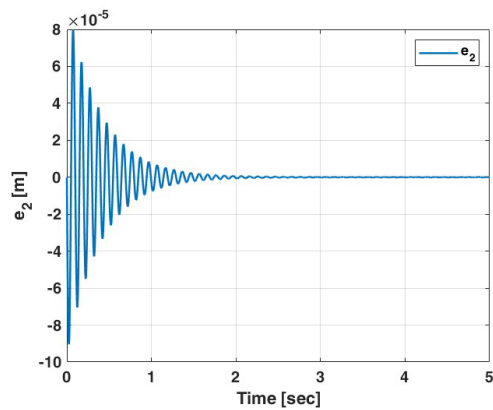
ถึงการ Tracking ของ  $\eta_1$  ที่เข้าสู่  $\eta_{1,R}$  และที่ Steady state นั้นจะเห็นได้ว่า  $e_1$  มีค่าเท่ากับ 0

รูปที่ 18 การเปรียบเทียบ Time responses ของ  $\eta_{1,track}$  และ  $\eta_{1,R}$ รูปที่ 19 Time response ของ error ระหว่าง  $\eta_{1,track}$  และ  $\eta_{1,R}$ 

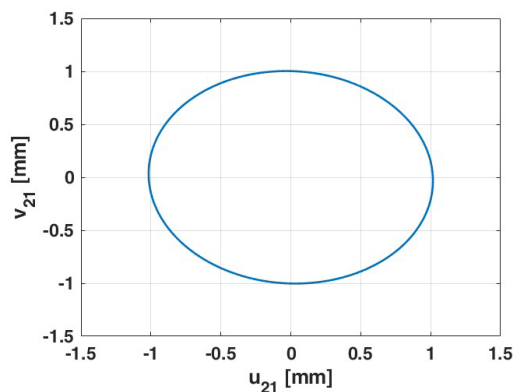
รูปที่ 20 แสดงถึงการเปรียบเทียบ Time responses ของโหมดที่ 2 โดยในรูปที่ 21 เป็นการแสดงถึงค่า  $e_2$  ซึ่งแสดงถึงการ Tracking ของ  $\eta_2$  ที่เข้าสู่  $\eta_{2,R}$  และที่ Steady state นั้นจะเห็นได้ว่า  $e_2$  มีค่าเท่ากับ 0 จากรูปที่ 18 และ 20 เราจะเห็นได้ว่า  $\eta_i$  สามารถติดตาม  $\eta_{i,R}$  เมื่อ  $i = 1$  และ 2 ได้ตามต้องการ รูปที่ 22 แสดงถึงเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมที่ Steady state ที่เวลามากกว่า 3 วินาที ( $t > 3$  sec.) ที่ได้จากผลในรูปที่ 18 และรูปที่ 19 เราจะเห็นได้ว่าเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมเป็นวงกลมรัศมี 1 mm ตามต้องการ



รูปที่ 20 การเปรียบเทียบ time responses ของ  $\eta_{2,track}$  และ  $\eta_{2,R}$



รูปที่ 21 Time response ของ error ระหว่าง  $\eta_{2,track}$  และ  $\eta_{2,R}$



รูปที่ 22 Time response ของตำแหน่งที่ต้องการควบคุมของ Closed-Loop control ที่ steady state ที่  $t > 3$  sec.

## 7. บทสรุป

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาพฤติกรรมและการออกแบบ Controller ของแขนกลที่ประดิษฐ์จากวัสดุเพียโซอิเล็กทริก 2 แขนที่ต่อกันแบบอนุกรมโดยมีการเคลื่อนที่เฉพาะแนว

การโค้งตัวของแขนกลแต่ละแขนและมีตำแหน่งกึ่งกลางของปลายแขนกลที่ 2 เป็นตำแหน่งที่ต้องการควบคุมแบบจำลองรวมไปถึงการหา Time responses และ Frequency responses ของแขนกลนั้นวิเคราะห์ผ่าน Finite element model จากนั้นการหา System identification ของแขนกลเป็นวิธีการในการกำหนด Reduced order model สำหรับขั้นตอนการออกแบบระบบควบคุมของแขนกลนั้นทำผ่านหลักการ Feedback control โดยในงานวิจัยนี้การควบคุมถูกแบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ (1) Regulation via integral control ที่ต้องการให้ตำแหน่งที่ต้องการควบคุมสามารถเคลื่อนที่เข้าหา Set point ในพิกัด  $x = 1$  mm,  $y = 1$  mm และได้ผลออกมาเป็นไปตามที่ต้องการซึ่งรวมไปถึง Settling times นั้นเร็วกว่า Open-Loop control และ (2) คือ Tracking control โดยเป็นการกำหนดให้ตำแหน่งที่ต้องการควบคุมนั้นมีเส้นทางการเคลื่อนที่เป็นวงกลมรัศมี 1 mm ซึ่งจากผลการออกแบบจะพบว่าหากขับเคลื่อนแขนกลที่มีความถี่ 15 Hz ที่เป็นค่าความถี่ที่สอดคล้องกันระหว่าง Finite element model และ Reduced order model นั้นจะทำให้ตำแหน่งที่ต้องการควบคุมสามารถเคลื่อนที่ตามที่กำหนดได้

จากผลการทดลอง สามารถสรุปได้ถึงการนำงานวิจัยนี้ไปต่อยอดได้ในการใช้ชิ้นงานจริงมาแทนที่ Finite element model และต่อไปสู่ขั้นตอนการควบคุมโดยที่เลือกค่าพารามิเตอร์รวมถึง gains ตามที่ได้มาจากหัวข้อที่ 4 มาใช้ในการออกแบบ Controllers แต่หากผลการทดลองที่เกิดขึ้นนั้นมีความคลาดเคลื่อน หรือ มีผลที่ต่างกันออกไป ก็สามารถที่จะใช้วิธี System identification ในการหาพารามิเตอร์และ gains ใหม่ได้ และสำหรับการควบคุมในกรณีที่ (2) นั้น การเลือกใช้เส้นทางที่ต้องการให้ตำแหน่งที่ต้องการควบคุมเคลื่อนที่ตามเป็นเส้นทางวงกลมนั้น เนื่องจากต้องการแสดงถึงหลักการของ Tracking control และจากผลการทดลองที่ได้มานั้นแสดงให้เห็นว่า หากต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปตามเส้นทางใดๆ นั้น สามารถหา Reference signal ได้จากการแปลงสัญญาณไฟฟ้าจากแผ่นเพียโซอิเล็กทริกที่ทำหน้าที่เป็น Sensor แต่ละจุดเพื่อเปลี่ยนเป็น Reference signal ได้ตามขั้นตอนที่กล่าวถึงในงานวิจัยนี้

## 8. กิตติกรรมประกาศ

ในงานวิจัยนี้ผู้จัดทำขอขอบพระคุณ รศ. ดร. นัยสันต์ อภิวัฒน์ลังการ และนาย จิรศักดิ์ แซ่ตัน สำหรับข้อมูลและความช่วยเหลือต่อผู้จัดทำตลอดการจัดทำงานวิจัย

## เอกสารอ้างอิง

- [1] Q. Han, W. Dong, B. Wu, X. Shen, M. Zhang, B. Yuan, J. Liu, R. Zhu and D. Wang, "Research on Active Control of Rotating Motion and Vibration of Flexible Manipulator," *Shock and Vibration*, vol. 2021, 2021, Art. no. 6661910.
- [2] K. Uchino, "The Development of Piezoelectric Materials and the New Perspective," in *Advanced piezoelectric materials: Science and technology*, 2<sup>nd</sup> ed. Cambridge, UK: Woodhead Publishing, 2017, ch. 1, pp.1–92.
- [3] M. Goubelj, J. Königsmarková, R. Kampinga, J. Nieuwenkamp and S. Paquay, "Employing Finite Element Analysis and Robust Control Concepts in Mechatronic System Design-Flexible Manipulator Case Study," *applied sciences*, vol. 11, no. 8, 2021, Art. no. 3689, doi: 10.3390/app11083689.
- [4] S. K. Dwivedy and P. Eberhard, "Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 41, no. 7, pp. 749–777, 2006, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2006.01.014.
- [5] W. J. Book, "Modeling, Design, and Control of Flexible Manipulator Arms: A Tutorial Review," presented at 29<sup>th</sup> Conference on Decision and Control, Honolulu, HI, USA, Dec. 5–7, 1990, pp. 500–506.
- [6] D. Dermawan, H. Abbas, R. Syam, Z. Djafar, and A. K. Muhammad, "DYNAMIC MODELING OF A SINGLE-LINK FLEXIBLE MANIPULATOR ROBOT WITH TRANSLATIONAL AND ROTATIONAL MOTIONS," *IJUMEJ Engineering Journal*, vol. 21, no. 1, pp. 228–239, 2020, doi: 10.31436/ijumej.v21i1.1254.
- [7] X. Gao, J. Deng, S. Zhang, L. Jing and Y. Liu, "A Compact 2-DOF Micro/Nano Manipulator Using Single Miniature Piezoelectric Tube Actuator," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 69, no. 4, pp. 3928–3937, 2022, doi: 10.1109/TIE.2021.3071698.
- [8] L. Li, R. Zhu, Z. Zhou and J. Ren, "PZT Micro Actuator and Its Application in Robotic Manipulators," presented at 2008 Second International Symposium on Intelligent Information Technology Application, Shanghai, China, Dec. 20–22, 2008, pp. 598–601.
- [9] K. Gurses, "DYNAMIC MODELING AND VIBRATION CONTROL OF A SINGLE-LINK FLEXIBLE MANIPULATOR USING A COMBINED LINEAR AND ANGULAR VELOCITY FEEDBACK CONTROLLER," M.S. thesis, Dept. Mech. Eng., Vactoria Univ., Victoria, Canada, 2007.
- [10] D. Sun and J. K. Mills, "Study on Piezoelectric Actuators in Control of a Single-Link Flexible Manipulator," presented at 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, MI, USA, May. 10–15, 1999, pp. 849–854.
- [11] Y. Li and Q. Xu, "A novel design and analysis of a 2-DOF compliant parallel micromanipulator for nanomanipulation," *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 3, no. 3, pp. 247–254, 2006, doi: 10.1109/TASE.2006.875533
- [12] H. D. Nayar, "Robotect: serial-link manipulator design software for modeling, visualization and performance analysis," presented at 7<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Singapore, Dec. 2–5, 2002, pp. 1359–1364.
- [13] J. M. Breguet, W. Driesen, F. Kaegi and T. Cimprich, "Applications of Piezo-Actuated Micro-Robots in Micro-Biology and Material Science," presented at 2007 International Conference on Mechatronics and Automation, Harbin, China, Aug. 5–8, 2007, pp. 57–62.

- 
- [14] M. Li, N. Xi, Y. Wang and L. Liu, "Progress in Nanorobotics for Advancing Biomedicine," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 68, no. 1, pp. 130–147, 2021, doi: 10.1109/TBME.2020.2990380.
- [15] B. J. Kenton and K. K. Leang, "Design and Control of a Three-Axis Serial-Kinematic High-Bandwidth Nanopositioner," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 17, no. 2, pp. 356–369, 2012, doi: 10.1109/TMECH.2011.2105499.
- [16] M. T. Ahmadian and H. Jafarishad, "Design and analysis of a 3-link micro-manipulator actuated by piezoelectric layers," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 112, pp. 43–60, 2017, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.12.002.
- [17] H. Jafarishad and M. T. Ahmadian, "Dynamic and vibration analysis of a 3-serial-link micro/nano-manipulator with piezoelectric actuation," *Microsystem Technologies*, vol. 27, pp. 703–721, 2021, doi: 10.1007/s00542-020-04965-9.
- [18] J. N. Reddy, "Introduction," in *An Introduction to The Finite Element Method*, 3<sup>rd</sup> ed. Singapore: McGraw-Hill, 2006, ch. 1, sec. 1–6, pp. 1–26.
- [19] L. Ljung, "Introduction," in *System Identification: Theory for the User*, Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1999, ch. 1, pp. 1–16.
- [20] A. Erturk and D.J. Inman, "Analytical Distributed-Parameter Electromechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters," in *Piezoelectric Energy Harvesting*, Chichester, UK: John Wiley & Sons, 2011, ch. 3, pp. 49–94.
- [21] L. Meirovitch, "Multi-Degree-of-Freedom Systems," in *Principles and Techniques of Vibrations*, Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1997, ch. 4, sec. 1, pp. 140–142.
- [22] H. K. Khalil, "Feedback Linearization and Nonlinear Design Tools," in *Nonlinear Systems*, 3<sup>rd</sup> ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 2002, ch. 13–14, pp. 540–575.