

สูตรสำเร็จค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมผสมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง

สุนิสา วิเวก และ เสาวณิต สุขภารังษี*

ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

สุกัญญา พันธุ์

สาขาวิทยาการข้อมูลและการคำนวณ คณะวิทยาศาสตร์ พลังงาน และสิ่งแวดล้อม มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ วิทยาเขตระยอง

* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 0 2555 2000 ต่อ 1003 อีเมล: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2022.06.005

รับเมื่อ 5 พฤษภาคม 2564 แก้ไขเมื่อ 5 กรกฎาคม 2564 ตอรับเมื่อ 9 กรกฎาคม 2564 เผยแพร่ออนไลน์ 30 มิถุนายน 2565

© 2023 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อนำเสนอวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีสูตรสำเร็จของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (MA-EWMA) โดยเปรียบเทียบประสิทธิภาพการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (MA) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) แผนภูมิควบคุมซุ่มฮาร์ต โดยกำหนดให้ค่าความยาวรันเฉลี่ย เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Average Run Length; ARL_0) มีค่าเท่ากับ 370 เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงแบบสมมาตร ได้แก่ การแจกแจงปกติ และการแจกแจงแกมมา และเมื่อกระบวนการมีการแจกแจงแบบไม่สมมาตร ได้แก่ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา โดยการประมาณค่า ARL ได้จากสูตรสำเร็จ พบว่า แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุมอื่นๆ ทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง เมื่อ $\lambda = 0.01$

คำสำคัญ: แผนภูมิควบคุมผสม ความยาวรันเฉลี่ย ประสิทธิภาพ สูตรสำเร็จ



Explicit Formulas of Average Run Length for Mixed Moving Average – Exponentially Weighted Moving Average Control Chart

Sunisa Wiwek and Saowanit Sukparungsee*

Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Bangkok, Thailand

Suganya Phantu

Data Science and Computation Program, Faculty of Sciences, Energy and Environment, King Mongkut's University of Technology North Bangkok, Rayong Campus, Rayong, Thailand

* Corresponding Author, Tel. 0 2555 2000 Ext. 1003, E-mail: saowanit.s@sci.kmutnb.ac.th DOI: 10.14416/j.kmutnb.2022.06.005

Received 5 May 2021; Revised 5 July 2021; Accepted 9 July 2021; Published online: 30 June 2022

© 2023 King Mongkut's University of Technology North Bangkok. All Rights Reserved.

Abstract

The objective of this research was to propose an estimation method of Average Run Length (ARL) via explicit formulas for mixed Moving Average - Exponentially Weighted Moving Average (MA-EWMA) control chart. The performance detection of MA-EWMA control charts measured by the Average Run Length (ARL) was compared with Moving Average (MA) chart, Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) chart, and Shewhart chart. The in control Average Run Length (ARL_0) was given to 370 and the processes possessed normal, exponential, gamma and Laplace distributions while the ARLs were estimated from the explicit formulas. It was found that the performance of MA-EWMA control chart performed more efficiently in detecting process mean than other control charts for all magnitudes of $\lambda = 0.01$.

Keywords: Mixed Control Chart, Average Run Length, Performance, Explicit Formulas

Please cite this article as: S. Wiwek, S. Sukparungsee, and S. Phantu, "Explicit formulas of average run length for mixed moving average – exponentially weighted moving average control chart," *The Journal of KMUTNB*, vol. 33, no. 2, pp. 613–625, Apr.–Jun. 2023 (in Thai).

1. บทนำ

การควบคุมคุณภาพนั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมากสำหรับอุตสาหกรรมการผลิตและการบริการ เพื่อพัฒนาสินค้าและบริการให้มีคุณภาพตรงตามมาตรฐาน เพื่อให้เกิดความพึงพอใจแก่ผู้บริโภค ซึ่งหากผลิตภัณฑ์ไม่ได้ตามมาตรฐานอาจเกิดความเสียหายในการใช้ผลิตภัณฑ์ ดังนั้นระบบการตรวจสอบคุณภาพจะช่วยลดความเสี่ยงของการผลิตสินค้าที่ไม่ตรงตามมาตรฐาน โดยนำการควบคุมคุณภาพเชิงสถิติ (Statistical Quality Control; SQC) มาใช้ในการควบคุมคุณภาพผลิตภัณฑ์ให้มีคุณภาพตรงตามมาตรฐานและความต้องการของผู้บริโภค โดยเครื่องมือที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพผลิตภัณฑ์ของกระบวนการผลิตที่นำมาใช้ได้แก่ แผนภูมิควบคุม (Control Chart) ซึ่งเป็นเครื่องมือทางสถิติที่ใช้สำหรับการควบคุมกระบวนการผลิตจากการทำซ้ำๆ กัน สามารถแบ่งหน้าที่ของแผนภูมิออกเป็น 3 ประการ คือ 1) เพื่อกำหนดเป้าหมายหรือมาตรฐานผลิตภัณฑ์ 2) เพื่อช่วยในการดำเนินงานบรรลุเป้าหมาย และ 3) เพื่อใช้ในการปรับปรุงคุณภาพอย่างต่อเนื่อง

ใน ค.ศ. 1924 Shewhart [1] เสนอแผนภูมิควบคุม Shewhart ซึ่งเป็นแผนภูมิควบคุมที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยขนาดใหญ่ได้ดี ($\delta \geq 1.5$) แต่ไม่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนของค่าเฉลี่ยขนาดเล็กได้ ($\delta < 1.5$) ต่อมาจึงมีการพัฒนาแผนภูมิควบคุมคุณภาพแบบอื่นที่มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็กได้ดีกว่าแผนภูมิควบคุม Shewhart เช่น ค.ศ. 1959 Roberts [2] ได้นำเสนอแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Exponentially Weighted Moving Average Control Chart; EWMA) โดยใช้หลักการนำเอาข้อมูลตลอดช่วงเวลาของค่าสังเกตในกระบวนการที่เก็บรวบรวมมาใช้เพื่อประกอบการตัดสินใจ พบว่า แผนภูมิควบคุม EWMA มีประสิทธิภาพดีกว่าแผนภูมิควบคุม Shewhart เมื่อขนาดการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยกระบวนการมีขนาดเล็ก ($\delta < 1.5$) ต่อมา ค.ศ. 2004 Khoo [3] ได้พัฒนาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average Control Chart; MA) และ ค.ศ. 2019 Taboran

และคณะ [4] ได้ศึกษาแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (Moving Average-Exponentially Weighted Moving Average Control Chart; MA-EWMA) เป็นการรวมกันของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (MA) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) ด้วยตัวสถิติเป็นของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ และแผนภูมิควบคุมเป็นของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง

โดยทั่วไปเกณฑ์การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ย (Average Run Length; ARL) สามารถแบ่งออกเป็น 2 สถานะ คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม (In Control Average Run Length; ARL_0) และค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (Out of Control Average Run Length; ARL_1) โดยวิธีการคำนวณค่าความยาวรันเฉลี่ยมีหลายวิธี เช่น วิธีสูตรสำเร็จ (Explicit Formulas) [5], [6] วิธีมาร์คอฟ (Markov Chain Approach; MCA) [7]–[9] วิธีการจำลองโดยใช้เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation; MC) [10], [11] เป็นวิธีหาค่าความยาวรันเฉลี่ยจากการจำลองข้อมูลภายใต้สถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งเป็นวิธีที่ง่ายและสะดวก สามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบจากวิธีอื่นได้ แต่มีข้อจำกัด คือ ใช้เวลานานในการประมวลผลหรือวิธีสูตรสำเร็จ ซึ่งใช้เวลาในการคำนวณน้อยกว่าและอาจไม่สามารถหาสูตรสำเร็จได้ทุกกรณี เป็นต้น

ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยศึกษาวิธีการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีสูตรสำเร็จ เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงปกติ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงแกมมา และการแจกแจงลาปลาซ ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการกับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง และแผนภูมิควบคุมชัวร์ฮาร์ด

2. วัสดุ อุปกรณ์และวิธีการวิจัย

2.1 แผนภูมิควบคุม

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยสนใจศึกษาการหาสูตรสำเร็จค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง และเปรียบเทียบประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ภายใต้การแจกแจงสมมาตร คือ การแจกแจงปกติ และการแจกแจงลาปลาซ และการแจกแจงไม่สมมาตร คือ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา โดยพิจารณาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมจากค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (ARL_1) ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องมีรายละเอียดดังนี้

2.1.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (MA)

แผนภูมิควบคุม MA คิดค้นโดย Khoo [3] เป็นแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ที่ถ่วงน้ำหนักด้วยคาบเวลาการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (w) โดยค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม MA ที่ครอบคลุมค่า w ที่เวลา i สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (1) คือ

$$MA_i = \begin{cases} \frac{X_i + X_{i-1} + X_{i-2} + \dots}{i}, & i < w \\ \frac{X_i + X_{i-1} + \dots + X_{i-w+1}}{w}, & i \geq w \end{cases} \quad (1)$$

เมื่อ X_i คือ ค่าสังเกตที่ i

w คือ ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

MA คือ ค่าสถิติ MA ตัวที่ i

โดยขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม MA แสดงดังสมการที่ (2) คือ

$$UCL / LCL = \begin{cases} \mu_0 \pm \frac{H_1 \sigma}{\sqrt{i}}, & i < w \\ \mu_0 \pm \frac{H_1 \sigma}{\sqrt{w}}, & i \geq w \end{cases} \quad (2)$$

เมื่อ H_1 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุม MA ซึ่งในงานวิจัยนี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 3 ซึ่งสอดคล้องกับค่า $ARL_0 = 370$

2.1.2 แผนภูมิควบคุมชัวร์ฮาร์ต (Shewhart Control Chart)

แนวคิดเกี่ยวกับความผันแปร Shewhart [1] จำแนกความผันแปร ออกเป็น 2 ประเภท คือ ความผันแปรจากสาเหตุที่เป็นปรกติวิสัย (Common Cause or Random Cause) เป็นความผันแปรแบบสุ่มที่เกิดจากสาเหตุที่เกิดตามธรรมชาติ เป็นปรกติวิสัยและเกิดขึ้นสม่ำเสมอกับทุกผลผลิตของกระบวนการผลิต และความผันแปรจากสาเหตุที่ผิดปกติวิสัย (Special Cause or Assignable Cause) ซึ่งความผันแปรที่เกิดจากสาเหตุที่เกิดขึ้นไม่เป็นปรกติวิสัย ไม่เป็นไปตามธรรมชาติและเกิดขึ้นเป็นครั้งคราวและอยู่นอกเหนือการควบคุมจากกระบวนการผลิต แผนภูมิควบคุมจะช่วยป้องกันและแก้ไขปัญหาด้านคุณภาพได้ทันเวลาที่ คิดค้นครั้งแรกโดย Shewhart [1] ในขณะที่ยังทำงานสำหรับ Bell Labs ใน ค.ศ. 1920 เพื่อลดความผันแปรในกระบวนการผลิตทางอุตสาหกรรม ค่าสถิติของแผนภูมิควบคุมชัวร์ฮาร์ต สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (3)

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma_{\bar{x}}} \quad (3)$$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิชัวร์ฮาร์ตคือ

$$UCL / LCL = \bar{\bar{X}} \pm H_2 \sigma_{\bar{x}}$$

เมื่อ $\bar{\bar{X}}$ คือ ค่าเฉลี่ยของกลุ่มข้อมูล

$\sigma_{\bar{x}}$ คือ ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล

H_2 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดของแผนภูมิควบคุมชัวร์ฮาร์ต ในงานวิจัยนี้กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 3 ซึ่งสอดคล้องกับค่า $ARL_0 = 370$

2.1.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA)

แผนภูมิควบคุม EWMA คิดค้นโดย Roberts [2] เป็นแผนภูมิควบคุมที่สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของกระบวนการได้อย่างรวดเร็ว สามารถคำนวณค่าสถิติของแผนภูมิควบคุม EWMA ได้ดังสมการที่ (4) คือ

$$Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda) Z_{i-1}, i = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

เมื่อ Z_i คือ ค่าของตัวสถิติ EWMA ณ เวลา i และกำหนด $Z_0 = \mu_0$

X_i คือ ค่าสังเกต ณ เวลา i

λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนักของตัวสถิติ EWMA โดย $0 < \lambda \leq 1$

ขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (EWMA) สามารถได้ดังสมการที่ (5) คือ

$$UCL/LCL = \mu_0 \pm H_3 \sqrt{\sigma^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}]} \quad (5)$$

เมื่อ H_3 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม EWMA โดยคำนวณจากสูตรสำเร็จด้วยวิธีโซมาร์คอฟ

2.1.4 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (MA-EWMA)

แผนภูมิควบคุม MA-EWMA เป็นการรวมกันของแผนภูมิควบคุม MA และแผนภูมิควบคุม EWMA โดยตัวสถิติเป็นของแผนภูมิควบคุม MA ดังสมการที่ (1) และแผนภูมิควบคุมเป็นการใช้แผนภูมิควบคุม EWMA โดยขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม MA-EWMA แสดงดังสมการที่ (6) คือ

$$UCL/LCL = \begin{cases} \mu_0 \pm H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i} \right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2i}]}, & i < w \\ \mu_0 \pm H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w} \right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right) [1 - (1-\lambda)^{2w}]}, & i \geq w \end{cases} \quad (6)$$

เมื่อ H_4 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิควบคุม MA-EWMA โดยคำนวณจากสูตรสำเร็จที่นำเสนอในงานวิจัยนี้

2.2 ความยาวรันเฉลี่ย (ARL)

ค่าความยาวรันเฉลี่ย (ARL) คือ จำนวนค่าสังเกตที่ตกนอกขีดจำกัดควบคุมก่อนที่กระบวนการจะส่งสัญญาณการออกนอกขีดจำกัดควบคุมเป็นครั้งแรก แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ ARL_0 คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (7) และ ARL_1 คือ ค่าความยาวรันเฉลี่ยเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้

การควบคุม สามารถคำนวณได้ดังสมการที่ (8) ตามลำดับ

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha} \quad (7)$$

เมื่อ α คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 1 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่า กระบวนการออกนอกขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการไม่เกิดการเปลี่ยนแปลง

$$\text{และ } ARL_1 = \frac{1}{1-\beta} \quad (8)$$

เมื่อ β คือ ค่าความน่าจะเป็นของความผิดพลาดประเภทที่ 2 หมายถึง ค่าความน่าจะเป็นที่พบว่า กระบวนการอยู่ในขีดจำกัดควบคุม เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลง

งานวิจัยนี้ศึกษาวิธีคำนวณความยาวรันเฉลี่ยโดยสูตรสำเร็จโดย Areepong [5] ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (MA-EWMA) สามารถพิสูจน์ได้ดังนี้ โดยกำหนดให้ $ARL = n$ เมื่อ

$$\begin{aligned} \frac{1}{ARL} &\cong \frac{1}{n} P(\text{out of control signal at time } i < w) \\ &\quad + \frac{1}{n} P(\text{out of control signal at time } i \geq w) \\ &\cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} (P(M_i > UCL_i) + P(M_i < LCL_i)) \\ &\quad + \frac{1}{n} \sum_{i=w}^n (P(M_i > UCL_w) + P(M_i < LCL_w)) \\ &\cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} (P(M_i > UCL_i) + P(M_i < LCL_i)) \\ &\quad + \frac{n-w+1}{n} (P(M_i > UCL_w) + P(M_i < LCL_w)) \\ &\cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} P \left(\frac{\sum_{j=1}^i x_j}{i} > \mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i} \right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right)} \right) \\ &\quad + P \left(\frac{\sum_{j=1}^i x_j}{i} < \mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i} \right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \right)} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{n-w+1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} P \left(\frac{\sum_{j=1}^i x_j}{w} > \mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \right) \\
 & + P \left(\frac{\sum_{j=i-w+1}^i x_j}{w} > \mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \right) \\
 & \cong \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} P \left(Z > \frac{\mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \\
 & + P \left(Z < \frac{\mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \\
 & + \frac{n-w+1}{n} P \left(Z > \frac{\mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \\
 & + P \left(Z < \frac{\mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right)
 \end{aligned} \tag{9}$$

เมื่อ μ คือ ค่าเฉลี่ย

σ^2 คือ ความแปรปรวน

H_4 คือ สัมประสิทธิ์ความกว้างของขีดจำกัดควบคุม

w คือ ความกว้างของการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่

λ คือ ค่าถ่วงน้ำหนัก โดย $0 < \lambda \leq 1$

จากสมการที่ (9) กำหนดให้ A และ B เป็นดังนี้

$$\begin{aligned}
 A = & \sum_{i=1}^{w-1} P \left(Z > \frac{\mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \\
 & + P \left(Z < \frac{\mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B = & P \left(Z > \frac{\mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \\
 & + P \left(Z < \frac{\mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right)
 \end{aligned}$$

เมื่อแทนค่า A และ B ในสมการที่ (9)

$$\frac{1}{n} \cong \frac{1}{n}(A) + \frac{n-w+1}{n} + (B)$$

$$n \cong \frac{(1-A)}{B} + w - 1$$

ดังนั้นสูตรสำเร็จของค่า ARL สามารถคำนวณได้ตั้งสมการที่ (10) คือ

$$ARL \cong \frac{(1-A)}{B} + w - 1$$

$$\begin{aligned}
 ARL \cong & \left\{ 1 - \sum_{i=1}^{w-1} P \left(Z > \frac{\mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \right\} \\
 & + P \left(Z < \frac{\mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \right\}^{-1} \\
 & \times \left\{ P \left(Z > \frac{\mu_0 + H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \right. \\
 & \left. + P \left(Z < \frac{\mu_0 - H_4 \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \right\} + w - 1 \tag{10}
 \end{aligned}$$

เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้ $\mu = \mu_0$ และเมื่อกระบวนการไม่อยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้ $\mu = \mu_1$

3. ผลการทดลอง

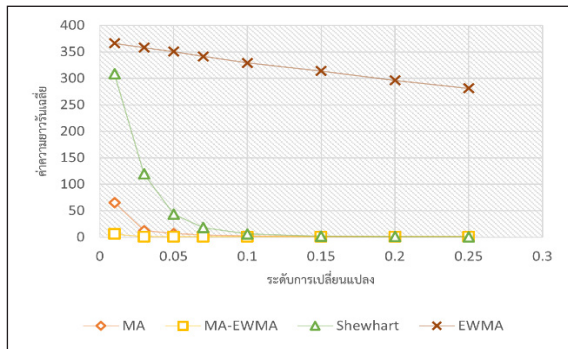
งานวิจัยนี้ศึกษาการประมาณค่าความยาวรันเฉลี่ยด้วยวิธีสูตรสำเร็จของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง (MA-EWMA) เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับแผนภูมิควบคุม MA แผนภูมิควบคุม EWMA และแผนภูมิควบคุมซูฮาร์ต โดยเกณฑ์ที่ใช้ในการวัดประสิทธิภาพ คือ ARL_1 เมื่อกระบวนการอยู่ภายใต้การควบคุม กำหนดให้ $ARL_0 = 370$ โดยกำหนดค่าถ่วงน้ำหนัก (λ) ของแผนภูมิควบคุม MA-EWMA และแผนภูมิควบคุม EWMA เท่ากับ 0.01, 0.03 และ 0.05 และค่าความกว้างการหาค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ (w) เท่ากับ 2, 3, 5, 10, 15 และ 20 ของแผนภูมิควบคุม MA และ MA-EWMA ซึ่งขนาดการเปลี่ยนแปลงของกระบวนการ (δ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.07, 0.1, 0.15, 0.20 และ 0.25 ภายใต้กระบวนการที่ข้อมูลมีการแจกแจงลักษณะสมมาตร คือ การแจกแจงปกติ และการแจกแจงลาปลาซ สำหรับการแจกแจงที่มีลักษณะไม่สมมาตร 2 การแจกแจง คือ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง และการแจกแจงแกมมา สามารถแสดงผลการวิจัยในตารางที่ 1

จากตารางที่ 1 การเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Normal(2,1) โดยกำหนดให้ $ARL_0 = 370$, $\lambda = 0.01$ และ $\lambda = 0.03$ พบว่า แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีกว่าแผนควบคุม MA, Shewhart และ EWMA เนื่องจากมีค่า ARL_1 ต่ำที่สุดทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) แต่กรณีที่ $ARL_0 = 370$ และ $\lambda = 0.05$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีกว่าแผนควบคุม MA-EWMA, Shewhart และ EWMA ที่ $\delta = 0.01$ และ 0.03 และแผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด ที่ $\delta = 0.05$, 0.07, 0.10, 0.15, 0.20 และ 0.25 แสดงได้ดังรูปที่ 1-3

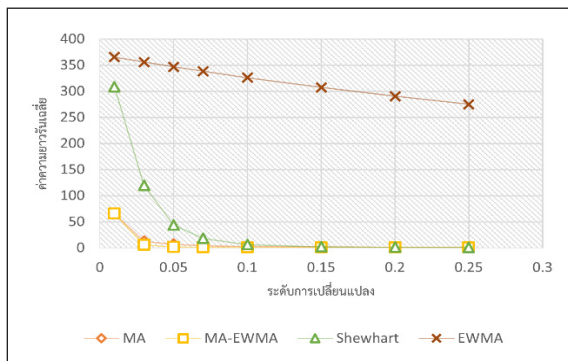
ตารางที่ 1 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Normal(2,1)

δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.01$	
			EWMA $H_3 = 1.018$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	65.463	308.426	366.278	6.080
0.03	12.464	119.665	358.179	1.001
0.05	6.966	43.89	350.451	1
0.07	4.159	18.247	341.285	1
0.10	2.603	6.303	329.158	1
0.15	1.560	2.000	313.853	1
0.20	1.159	1.189	296.126	1
0.25	1.023	1.023	281.169	1
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.03$	
			EWMA $H_3 = 1.264$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	65.463	308.426	365.361	65.286
0.03	12.464	119.665	355.899	5.684
0.05	6.966	43.895	346.863	1.569
0.07	4.159	18.247	338.227	1.050
0.10	2.603	6.303	325.967	1
0.15	1.560	2.000	307.212	1
0.20	1.159	1.189	290.305	1
0.25	1.023	1.023	275.007	1
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.05$	
			EWMA $H_3 = 1.610$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	65.463	308.426	364.478	124.547
0.03	12.464	119.665	353.164	16.433
0.05	6.966	43.895	342.569	5.347
0.07	4.159	18.247	332.623	2.274
0.10	2.603	6.303	318.792	1.184
0.15	1.560	2.000	298.232	1.001
0.20	1.159	1.189	280.259	1
0.25	1.023	1.023	264.398	1

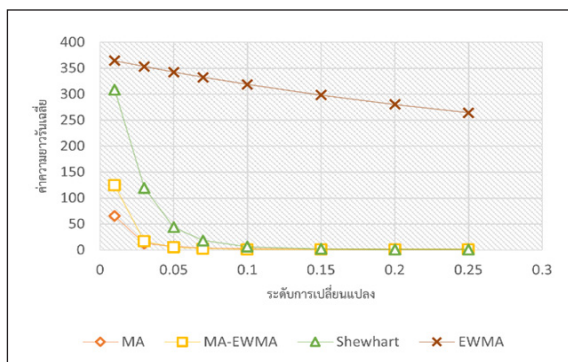
หมายเหตุ: ตัวเอียงหมายถึงค่า ARL_1 ต่ำสุด



รูปที่ 1 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิ MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Normal(2,1) และ $\lambda = 0.01$



รูปที่ 2 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิ MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Normal(2,1) และ $\lambda = 0.03$

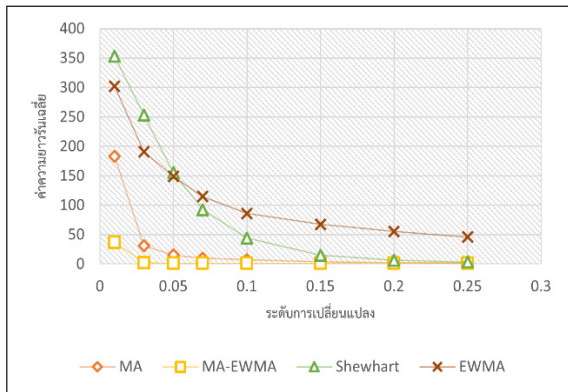


รูปที่ 3 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิ MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Normal(2,1) และ $\lambda = 0.05$

ตารางที่ 2 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Exponential(1)

δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.01$	
			EWMA $H_3 = 1.143$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	182.832	352.931	301.837	37.154
0.03	31.040	253.139	190.871	1.988
0.05	15.322	155.224	148.817	1.023
0.07	10.097	92.320	114.732	1
0.10	6.966	43.895	85.872	1
0.15	3.843	14.968	67.241	1
0.20	2.603	6.303	55.175	1
0.25	1.982	3.241	45.838	1
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.03$	
			EWMA $H_3 = 1.223$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	182.832	352.931	289.134	187.042
0.03	31.040	253.139	184.987	27.942
0.05	15.322	155.224	136.343	9.104
0.07	10.097	92.320	100.734	3.735
0.10	6.966	43.895	71.352	1.569
0.15	3.843	14.968	54.278	1.023
0.20	2.603	6.303	48.716	1
0.25	1.982	3.241	25.928	1
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.05$	
			EWMA $H_3 = 1.321$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	182.832	352.931	281.577	255.513
0.03	31.040	253.139	178.916	62.072
0.05	15.322	155.224	125.061	22.565
0.07	10.097	92.320	93.505	12.271
0.10	6.966	43.895	65.885	5.347
0.15	3.843	14.968	47.278	1.946
0.20	2.603	6.303	35.716	1.189
0.25	1.982	3.241	22.803	1.023

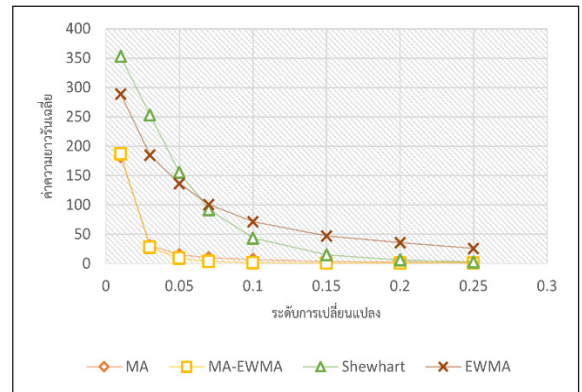
หมายเหตุ: ตัวเอียงหมายถึงค่า ARL_1 ต่ำสุด



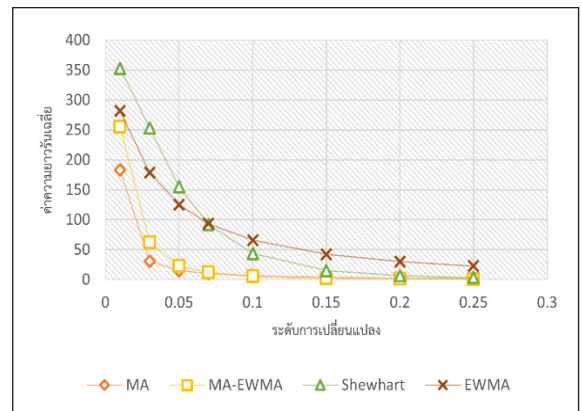
รูปที่ 4 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Exponential(1) และ $\lambda = 0.01$

จากตารางที่ 2 การเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Exponential(1) โดยกำหนดให้ $\lambda = 0.01$ พบว่า แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีกว่าแผนควบคุม MA, Shewhart และ EWMA เนื่องจากค่า ARL_1 ต่ำสุดในทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง และที่ $\lambda = 0.03$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด เมื่อ $\delta = 0.01$ แต่เมื่อขนาดเปลี่ยนแปลงสูงขึ้น แผนภูมิควบคุม MA-EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด และที่ $\lambda = 0.05$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด เมื่อ $\delta = 0.01, 0.03, 0.05$ และ 0.07 ได้ดีที่สุด แต่เมื่อขนาดเปลี่ยนแปลงมากขึ้น แผนภูมิควบคุม MA-EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด แสดงได้ดังรูปที่ 4-6

จากตารางที่ 3 การเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma(4,1) กรณีที่ $\lambda = 0.01$ พบว่า แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยดีกว่าแผนควบคุม MA, MA-EWMA Shewhart และ EWMA เนื่องจากค่า ARL_1 ต่ำสุด ในทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง กรณีที่ $\lambda = 0.03$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับ



รูปที่ 5 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Exponential(1) และ $\lambda = 0.03$



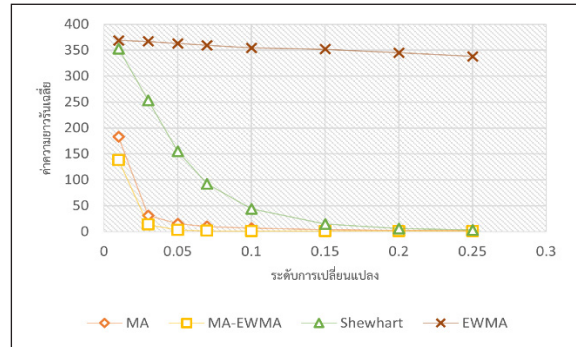
รูปที่ 6 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Exponential(1) และ $\lambda = 0.05$

การเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด ที่ขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) เท่ากับ 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 และ 0.10 แต่เมื่อขนาดเปลี่ยนแปลงมากขึ้น แผนภูมิควบคุม MA-EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด และที่ $\lambda = 0.05$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด ดังแสดงได้จากรูปที่ 7-9

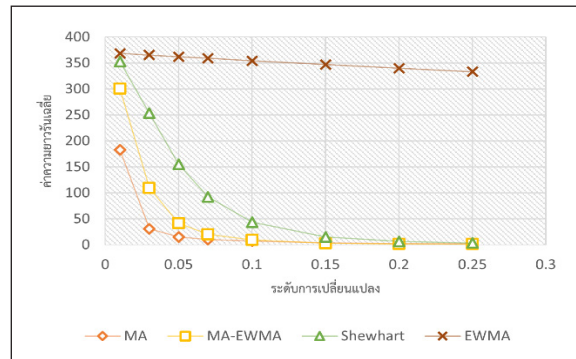
ตารางที่ 3 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma(4,1)

δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.01$	
			EWMA $H_3 = 1.182$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	182.832	352.931	368.705	138.154
0.03	31.040	253.139	366.987	13.643
0.05	15.322	155.224	363.053	3.192
0.07	10.097	92.320	359.581	1.442
0.10	6.966	43.895	354.369	1.023
0.15	3.843	14.968	351.863	1
0.20	2.603	6.303	345.139	1
0.25	1.982	3.241	337.864	1
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.03$	
			EWMA $H_3 = 1.387$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	182.832	352.931	368.498	300.751
0.03	31.040	253.139	365.283	109.093
0.05	15.322	155.224	362.122	41.312
0.07	10.097	92.320	359.013	20.248
0.10	6.966	43.895	354.448	9.104
0.15	3.843	14.968	347.089	3.101
0.20	2.603	6.303	340.027	1.569
0.25	1.982	3.241	333.246	1.137
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.05$	
			EWMA $H_3 = 2.576$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	182.832	352.931	368.133	346.957
0.03	31.040	253.139	364.196	226.940
0.05	15.322	155.224	360.348	128.885
0.07	10.097	92.320	356.586	75.017
0.10	6.966	43.895	351.096	38.775
0.15	3.843	14.968	342.335	20.135
0.20	2.603	6.303	334.025	14.089
0.25	1.982	3.241	326.129	10.625

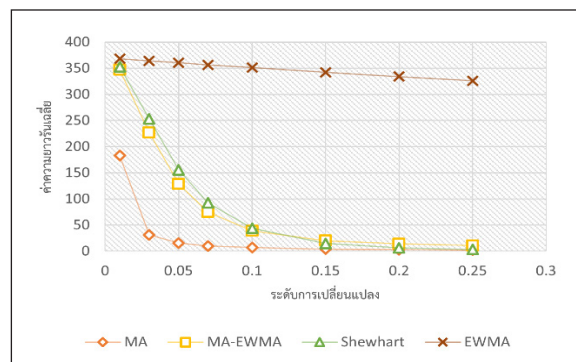
หมายเหตุ: ตัวเอียงหมายถึงค่า ARL_1 ต่ำสุด



รูปที่ 7 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma(4,1) และ $\lambda = 0.01$



รูปที่ 8 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma(4,1) และ $\lambda = 0.03$

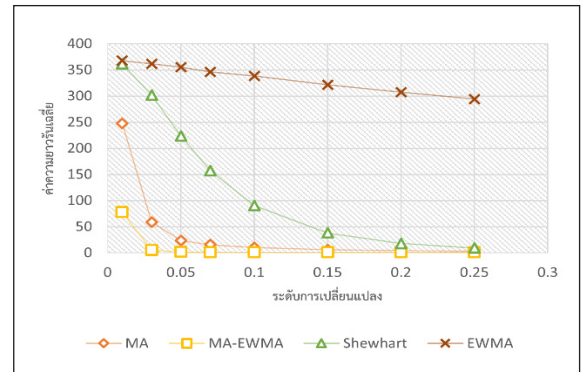


รูปที่ 9 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Gamma(4,1) และ $\lambda = 0.05$

ตารางที่ 4 ค่า ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace(1,2) กรณี $ARL_0 = 370$

δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.01$	
			EWMA $H_3 = 1.053$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	247.431	361.475	367.826	77.796
0.03	58.749	301.971	361.476	5.108
0.05	23.765	223.913	355.148	1.417
0.07	15.530	157.253	346.182	1.026
0.10	9.960	90.646	338.186	1
0.15	6.245	38.089	321.287	1
0.20	4.110	17.731	307.172	1
0.25	3.110	9.180	294.353	1
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.03$	
			EWMA $H_3 = 1.373$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	247.431	361.475	366.349	251.581
0.03	58.749	301.971	358.180	58.092
0.05	23.765	223.913	352.875	19.841
0.07	15.530	157.253	344.012	9.334
0.10	9.960	90.646	335.373	3.638
0.15	6.245	38.089	318.147	1.410
0.20	4.110	17.731	303.826	1.045
0.25	3.110	9.180	289.353	1.002
δ	MA $H_1 = 3$	Shewhart $H_2 = 3$	$\lambda = 0.05$	
			EWMA $H_3 = 1.411$	MA-EWMA $H_4 = 3$
0.01	247.431	361.475	365.867	303.387
0.03	58.749	301.971	357.532	113.938
0.05	23.765	223.913	349.591	44.822
0.07	15.530	157.253	342.018	22.989
0.10	9.960	90.646	331.294	12.046
0.15	6.245	38.089	314.939	4.584
0.20	4.110	17.731	300.235	2.021
0.25	3.110	9.180	286.945	1.403

หมายเหตุ: ตัวเอียงหมายถึงค่า ARL_1 ต่ำสุด

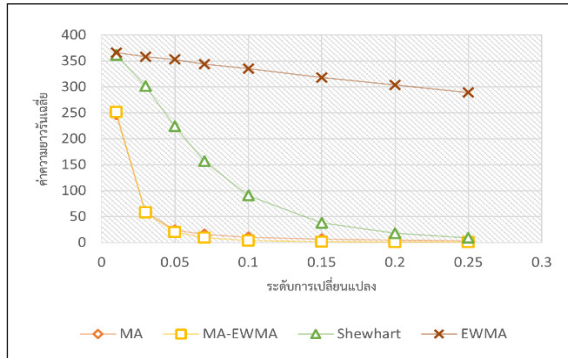


รูปที่ 10 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace(1,2) และ $\lambda = 0.01$

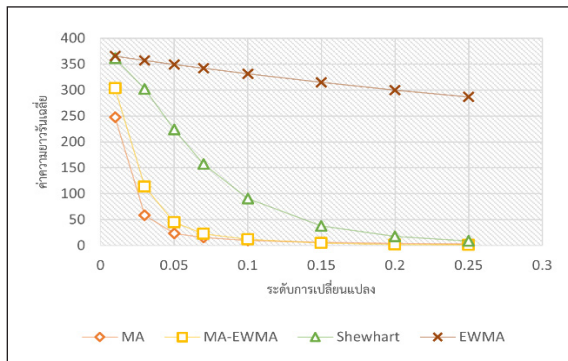
จากตารางที่ 4 การเปรียบเทียบค่าความยาวรันเฉลี่ย ARL_1 เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace(1,2) โดยกำหนดให้ $ARL_0 = 370$ และ $\lambda = 0.01$ พบว่า แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีกว่าแผนควบคุม MA, Shewhart และ EWMA เนื่องจากมีค่า ARL_1 ต่ำที่สุด ในทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) และที่ $\lambda = 0.03$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด ที่ขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) = 0.01 แต่เมื่อขนาดเปลี่ยนแปลงมากขึ้น แผนภูมิควบคุม MA-EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด และที่ $\lambda = 0.05$ แผนภูมิควบคุม MA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงค่าพารามิเตอร์ดีที่สุด ที่ขนาดการเปลี่ยนแปลง (δ) = 0.01, 0.03, 0.05 0.07 และ 0.10 ได้ดีที่สุด แต่เมื่อระดับเปลี่ยนแปลง (δ) มากขึ้น แผนภูมิควบคุม MA-EWMA สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด ดังแสดงได้จากรูปที่ 10-12

4. สรุปและอภิปรายผล

การศึกษาหาสูตรสำเร็จค่าความยาวรันเฉลี่ยของแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่-ค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักแบบเลขชี้กำลัง สามารถแสดงได้ดังสมการที่ (11) และ (12) ตามลำดับ



รูปที่ 11 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace(1,2) และ $\lambda = 0.03$



รูปที่ 12 เปรียบเทียบ ARL_1 ของแผนภูมิควบคุม MA, MA-EWMA, Shewhart และ EWMA เมื่อข้อมูลมีการแจกแจง Laplace(1,2) และ $\lambda = 0.05$

$$ARL_0 \cong$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} P \left(Z > \frac{\mu_0 + K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) + P \left(Z < \frac{\mu_0 - K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right)$$

$$+ \frac{n-w+1}{n} P \left(Z > \frac{\mu_0 + K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) + P \left(Z < \frac{\mu_0 - K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_0}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \quad (11)$$

และ

$$ARL_1 \cong$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{w-1} P \left(Z > \frac{\mu_0 + K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) + P \left(Z < \frac{\mu_0 - K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{i}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) + \frac{n-w+1}{n} P \left(Z > \frac{\mu_0 + K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) + P \left(Z < \frac{\mu_0 - K \sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} - \mu_1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma^2}{w}\right) \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)}} \right) \quad (12)$$

โดยผลการวิจัยจากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม พบว่า เมื่อ $\lambda = 0.01$ แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด สำหรับการแจกแจง Normal(2,1) Exponential(1) Gamma(4,1) และ Laplace(1,2) ทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง และเมื่อ $\lambda \geq 0.03$ พบว่า เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก $\delta \leq 0.05$ แผนภูมิควบคุม MA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด และ

เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงเพิ่มขึ้น $\delta > 0.05$ พบว่าแผนภูมิควบคุม MA-EWMA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด

จากผลงานวิจัย พบว่า แผนภูมิควบคุม MA-EWMA มีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด เมื่อ $\lambda = 0.01$ สำหรับการแจกแจง Normal(2,1) Exponential(1) Gamma(4,1) และ Laplace(1,2) ทุกขนาดการเปลี่ยนแปลง และเมื่อ $\lambda \geq 0.03$ แผนภูมิควบคุม MA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด เมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก โดยเมื่อกระบวนการเกิดการเปลี่ยนแปลงเพิ่มมากขึ้น แผนภูมิควบคุม MA-EWMA จะมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีที่สุด โดยในงานวิจัยต่อไปสามารถขยายการศึกษาเพื่อตรวจจับการเปลี่ยนแปลงขนาดเล็ก $\delta \leq 0.01$ เมื่อกระบวนการมีการแจกแจงแบบอื่นๆ โดยนำข้อมูลจริงเข้ามาประยุกต์ใช้ต่อไป

6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ขอขอบคุณภาควิชาสถิติประยุกต์ที่สนับสนุนในการให้ใช้งานคอมพิวเตอร์ความเร็วสูงของภาควิชา

เอกสารอ้างอิง

- [1] W. A. Shewhart, *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, Van Nostrand: Princeton, 1931.
- [2] S. W. Roberts, "Control chart tests based on geometric moving average," *Technometrics*, vol. 42, no. 1, pp. 239–250, 1959.
- [3] M. Khoo, "Poisson moving average versus c chart for nonconformities," *Quality Engineering*, vol. 16, pp. 525–534, 2004.
- [4] R. Taboran, S. Sukparungsee, and Y. Areepong, "Mixed moving average-exponentially weighted moving average control charts for monitoring of parameter change," in *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2019*, 2019.
- [5] Y. Areepong, "Explicit formulas of average run length for a moving average control chart for monitoring the number of defective product," *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 80, no. 3, pp. 331–343, 2012.
- [6] C. Chananet, Y. Areepong, and S. Sukparungsee, "An approximate formula for ARL in moving average chart with ZINB data," *Journal of Thai Statistical Association*, vol. 13, no. 2, pp. 209–222, 2015.
- [7] A. Prarisudtipong, Y. Areepong, and S. Sukparungsee, "An approximation of average run length for nonparametric arcsine ewma sign control chart using markov chain approach," *The Journal of KMUTNB*, vol. 27, no. 1, pp. 139–146, 2017.
- [8] N. Ngamsopasirisakun, Y. Areepong, and S. Sukparungsee, "A markov chain approach for evaluation characteristics of ewma chart for lognormal observation," *The Journal of KMUTNB*, vol. 22, no. 3, pp. 661–668, 2012.
- [9] N. Thongrong, Y. Areepong, and S. Sukparungsee, "Evaluation of average run length of nonparametric EWMA sign control chart by markov chain approach," *The Journal of KMUTNB*, vol. 26, no. 3, pp. 487–497, 2016.
- [10] S. Phantu and S. Sukparungsee, "Robustness of χ CUSUM and CP CUSUM using fast initial response in detecting of process dispersion," *The Journal of KMUTNB*, vol. 30, no. 2, pp. 291–203, 2020.
- [11] R. Thitisowaranon, Y. Areepong, and S. Sukparungsee, "A mixed cumulative sum-Tukey's control chart for detecting process dispersion," *The Journal of KMUTNB*, vol. 29, no. 3, pp. 507–517, 2019.