

## แผนภูมิควบคุมสำหรับกระบวนการอัตโนมัติสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง โดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์

ราชพฤกษ์ วงศ์เพชรชาติ<sup>1</sup> และ ธิดาเดียว มยุรีสุวรรณ<sup>2\*</sup>

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม เมื่อใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตโนมัติสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ทั้งกรณีที่ไม่เป็นแนวโน้ม (AR(1)) และมีแนวโน้ม (Trend AR(1)) โดยแผนภูมิควบคุมที่ศึกษา ได้แก่ GMA Chart, CUSUM Chart,  $\bar{X}$  Chart, EWMA Chart และ Modified EWMA Chart ประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมพิจารณาจากความยาววิ่งเฉลี่ยที่ได้จากการจำลองค่า ผลการวิจัยสำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงในค่าเฉลี่ยระดับต่ำ ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) พบว่า EWMA Chart, GMA Chart และ CUSUM Chart มีความเหมาะสมใกล้เคียงกัน เมื่อ  $\delta$  อยู่ในระดับปานกลาง ( $\delta = 1.5$ ) พบว่า CUSUM Chart และ  $\bar{X}$  Chart มีความเหมาะสมใกล้เคียงกัน เมื่อ  $\delta$  อยู่ใน

ระดับสูง ( $\delta = 2.0, 2.5, 3.0$ ) พบว่า  $\bar{X}$  Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสม กรณีตัวแบบ Trend AR(1) เมื่อ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) ทุกระดับค่า  $d$  พบว่า EWMA Chart และ CUSUM Chart มีความเหมาะสมใกล้เคียงกัน เมื่อ  $d$  มีค่าเป็นลบทุกระดับ GMA Chart มีความเหมาะสมเทียบเท่า EWMA Chart และ CUSUM Chart เมื่อ  $\delta$  อยู่ในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ ) ทุกระดับค่า  $d$  พบว่า  $\bar{X}$  Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสม แต่ในบางระดับค่า  $d$  พบว่า CUSUM Chart และ EWMA Chart มีความเหมาะสมเทียบเท่า  $\bar{X}$  Chart

**คำสำคัญ:** อัตตสหสัมพันธ์ ความยาววิ่งเฉลี่ย แผนภูมิควบคุมโดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อน แนวโน้ม อัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง

<sup>1</sup> นักศึกษา ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

<sup>2</sup> ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์ประยุกต์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

\* ผู้นิพนธ์ประสานงาน โทรศัพท์ 082-151-5595 อีเมล: tms@kmutnb.ac.th, mtidadeaw@yahoo.com



## Control Charts for AR(1) Processes Using Errors

Ratchaphruek Wongpetcharat<sup>1</sup> and Tidadeaw Mayureesawan<sup>2\*</sup>

### Abstract

This research aims to compare the performance of control charts using error representation for autocorrelated data from two batches: not an increasing linear trend (AR(1)) and trending data (Trend AR(1)) applying the GMA, CUSUM,  $\bar{X}$  Chart, EWMA and Modified EWMA Charts. An Average run length (ARL) from simulation is used as a performance indicator. Taking into account the suitability, the AR(1) model shows that EWMA, GMA and CUSUM Charts are suitable for small mean shifts ( $\delta = 0.5, 1.0$ ); CUSUM and  $\bar{X}$  Charts for moderate mean shifts ( $\delta = 1.5$ ) and  $\bar{X}$  Chart for large mean shifts ( $\delta = 2.0, 2.5, 3.0$ )

respectively. In relation to a Trend, AR(1) model shows that EWMA and CUSUM Charts are suitable for small mean shifts ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) in every level of trend ( $d$ ), GMA suitability is equivalent to EWMA and CUSUM Charts in every level of negative  $d$ ,  $\bar{X}$  Chart is suitable for moderate and large mean shifts ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ ) in every level of  $d$ . As regards some levels of  $d$ , CUSUM and EWMA Charts are suitable and equivalent to  $\bar{X}$  Chart.

**Keyword:** Autocorrelation, Average Run Length, Residual Control Chart, Trend stationary first order autoregressive

<sup>1</sup> Student, Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok.

<sup>2</sup> Assistant Professor, Department of Applied Statistics, Faculty of Applied Science, King Mongkut's University of Technology North Bangkok.

\* Corresponding Author, Tel. 082-151-5595, E-mail: tms@kmutnb.ac.th, mtidadeaw@yahoo.com

## 1. บทนำ

ในปัจจุบันมีปัจจัยสำคัญที่ส่งผลให้กระบวนการผลิตสามารถผลิตสินค้าให้ตรงตามมาตรฐานและเป็นที่น่าเชื่อถือของผู้บริโภค ได้แก่ บุคลากร เครื่องจักร วัตถุดิบ กรรมวิธีการผลิต เป็นต้น ซึ่งในความเป็นจริงกระบวนการผลิตมักเกิดความผันแปรอยู่เสมอจากปัจจัยที่สำคัญเหล่านี้เพื่อควบคุมความผันแปรที่เกิดขึ้นและไม่ให้เกิดผลกระทบต่อคุณภาพของผลิตภัณฑ์ ผู้ผลิตต้องทำการควบคุมกระบวนการผลิตไม่ให้ผลิตภัณฑ์เกิดความผันแปรไปจากค่าเป้าหมาย (Target Value) ซึ่งแผนภูมิควบคุม (Control Chart) เป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการตรวจสอบความผันแปรของกระบวนการผลิตโดยอาศัยหลักและวิธีการทางสถิติ โดยทั่วไปการสร้างและการวิเคราะห์แผนภูมิควบคุมจะใช้ค่าสังเกตซึ่งเป็นค่าวัดคุณลักษณะของผลิตภัณฑ์จากกระบวนการผลิตมาหาขีดจำกัดควบคุมของแผนภูมิ และใช้เป็นค่าสถิติในการวิเคราะห์แผนภูมิควบคุม ซึ่งข้อตกลงเบื้องต้นในการสร้างแผนภูมิควบคุมคือค่าสังเกตจากกระบวนการ ณ เวลาต่างกันต้องเป็นอิสระกัน แต่บางครั้งพบว่าข้อมูลอาจมีความสัมพันธ์ ณ เวลาต่างกัน ซึ่งเรียกว่าข้อมูลเกิดอัตสหสัมพันธ์ (Autocorrelation) โดยเฉพาะอย่างยิ่งมักเกิดกับข้อมูลที่มีการเก็บมาตามลำดับเวลา จึงทำให้ข้อมูลไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการสร้างและการวิเคราะห์แผนภูมิควบคุม โดยถ้าข้อมูลเกิดอัตสหสัมพันธ์มากก็จะส่งผลต่อการแปลผลประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม โดยทำให้การแปลผลผิดพลาดไป

จากการศึกษาในอดีต Theepprasarn [1] ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม 3 ชนิด สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตสหสัมพันธ์ ได้แก่ EWMA Chart, EWMAST Chart และ MCEWMA Chart โดยเกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพพิจารณาจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) ภายใต้ตัวแบบอนุกรมเวลา 3 ตัวแบบ คือ ตัวแบบ MA(1) ตัวแบบ AR(1) และตัวแบบ ARMA(1,1) ผลการศึกษาพบว่าแผนภูมิทั้ง 3 ชนิด มีประสิทธิภาพแตกต่างกัน

ขึ้นอยู่กับระดับค่าสัมประสิทธิ์เฉลี่ยเคลื่อนที่ (Moving Average Coefficients) ค่าสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ (Autoregressive Coefficients) และค่าคงที่ปรับให้เรียบ

Alpaben และ Jyoti [2] ได้พัฒนา EWMA Chart โดยกำหนดชื่อใหม่ว่า Modified Exponentially Weighted Moving Average Control Chart (Modified EWMA Chart) ความแตกต่างระหว่าง Modified EWMA Chart กับ EWMA Chart คือ Modified EWMA Chart จะเพิ่ม  $Y_n - Y_{n-1}$  เข้าไปในค่าสถิติของ EWMA Chart เขาทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของทั้งสองแผนภูมิโดยใช้ค่าสังเกตในการวิเคราะห์ ผลการศึกษาพบว่า Modified EWMA Chart สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้ดีกว่า EWMA Chart ในทุกระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย

Aslan และ Gunhan [3] ได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม 5 ชนิด คือ  $\bar{X}$  Chart,  $X$  Chart, EWMA Chart, GMA Chart และ CUSUM Chart สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ทั้งตัวแบบที่ไม่มีแนวโน้ม (AR(1)) และตัวแบบมีแนวโน้ม (Trend AR(1)) เท่ากับ 0.2 โดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อน (Errors) ในการวิเคราะห์ เกณฑ์ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพพิจารณาจากค่า ARL ผลการศึกษาสำหรับทั้ง 2 ตัวแบบพบว่า แผนภูมิควบคุมทั้ง 5 ชนิดมีประสิทธิภาพในการตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับระดับค่าสัมประสิทธิ์อัตสหสัมพันธ์ และระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย

จากงานวิจัยที่กล่าวมาข้างต้น พบว่าผู้วิจัยได้ทำการศึกษาเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมต่าง ๆ ได้แก่ EWMA Chart, EWMAST Chart, MCEWMA Chart,  $X$  Chart,  $\bar{X}$  Chart, CUSUM Chart, GMA Chart, GWMA Chart และ Modified EWMA Chart ซึ่งบางงานวิจัยใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ และบางงานวิจัยใช้ค่าสังเกตในการวิเคราะห์ โดยศึกษาทั้งกรณีที่กระบวนการผลิตเกิดอัตสหสัมพันธ์ในรูปแบบของอนุกรมเวลาแบบ AR(1) แบบ MA(1) และแบบ ARMA(1,1) และศึกษากรณีที่ข้อมูลของกระบวนการผลิต

เกิดอัตราสหสัมพันธ์ที่มีแนวโน้มในทางบวกระดับต่ำเพียง 1 ระดับ คือ 0.2 แต่ยังคงการศึกษาในกรณีที่กระบวนการผลิตเกิดอัตราสหสัมพันธ์ในรูปแบบของอนุกรมเวลาที่มีค่าแนวโน้มในทางบวกและทางลบระดับต่างๆ ดังนั้นในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมต่างๆ โดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ ในกรณีที่ข้อมูลของกระบวนการผลิตเกิดอัตราสหสัมพันธ์ในรูปแบบของอนุกรมเวลาแบบ AR(1) ทั้งกรณีที่ไม่มีแนวโน้มและมีแนวโน้ม โดยกรณีที่ไม่มีแนวโน้มทำการศึกษาทั้งกรณีที่ไม่มีแนวโน้มในทางบวกและทางลบระดับต่างๆ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุม สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่งเมื่อใช้ค่าความคลาดเคลื่อน (Errors) ในการวิเคราะห์ ทั้งกรณีที่กระบวนการไม่มีแนวโน้ม (AR(1)) และมีแนวโน้ม (Trend AR(1)) โดยแผนภูมิที่ศึกษา ได้แก่ แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเรขาคณิต (GMA Chart) แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (CUSUM Chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยของชีวฮาร์ท ( $\bar{X}$  Chart) แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียล (EWMA Chart) และแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่ถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลปรับแก้ (Modified EWMA Chart) โดยประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมพิจารณาจากค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length: ARL) เมื่อกระบวนการผลิตอยู่นอกเหนือการควบคุม

ขอบเขตการวิจัย ในการทดลองเพื่อศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 5 แผนภูมิ โดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ได้กำหนดค่าความคลาดเคลื่อน ( $e_{y_i}$ ) มีการแจกแจงแบบปกติ โดยมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 1 และกำหนดค่าสัมประสิทธิ์อัตราสหสัมพันธ์ ( $\phi$ ) ของทั้งตัวแบบ AR(1) และตัวแบบ Trend AR(1) มีค่าเท่ากับ 0,  $\pm 0.95$ ,  $\pm 0.75$ ,  $\pm 0.475$ ,  $\pm 0.25$  กำหนดให้ค่า  $ARL_0$  เท่ากับ 370 และขนาดตัวอย่างย่อย ( $n$ ) ของ  $\bar{X}$  Chart เท่ากับ 2 และค่าคงที่  $k$  ของ CUSUM Chart เท่ากับ 0.5 โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของ GMA Chart, EWMA Chart,

CUSUM Chart และ Modified EWMA Chart คือ  $\mu_0 = 0$  กำหนดระดับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของกระบวนการผลิต คือ  $\mu_1 = \mu_0 + \delta$  เมื่อ  $\delta$  เท่ากับ 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 กำหนดค่าแนวโน้ม ( $d$ ) ของตัวแบบ Trend AR(1) เท่ากับ  $\pm 0.2$ ,  $\pm 0.5$  และ  $\pm 0.7$  กำหนดวิธีการจำลองมอนติคาร์โลจำนวนรอบในการทำซ้ำ ( $M$ ) เท่ากับ 10,000 รอบ

## 2. ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

### 2.1 ตัวแบบอนุกรมเวลา (Time Series Model)

2.1.1 ตัวแบบอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (Stationary First Order Autoregressive Process: AR(1))

ตัวแบบอนุกรมเวลาที่เกิดอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง กำหนดดังนี้

$$y_i = \xi + \phi y_{i-1} + \varepsilon_{y_i}; i = 1, 2, \dots \quad (1)$$

เมื่อ  $y_i$  คือค่าสังเกตของ  $y$  ณ เวลาที่  $i$

$\xi$  คือค่าคงที่

$\phi$  คือค่าสัมประสิทธิ์อัตราสหสัมพันธ์

$\varepsilon_{y_i}$  คือค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลาที่  $i$

2.1.2 ตัวแบบแนวโน้มอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (Trend Stationary First Order Autoregressive Process: Trend AR(1))

ตัวแบบอนุกรมเวลาที่เกิดอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง กำหนดดังนี้

$$y_i = \xi + \phi y_{i-1} + \varepsilon_{y_i}; i = 1, 2, \dots \quad (2)$$

จากสมการ (2) สามารถหาค่าแนวโน้มอัตราสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ได้จาก

$$Y_i = y_i + di; i = 1, 2, \dots \quad (3)$$

เมื่อ  $Y_i$  คือค่าสังเกต ณ เวลา  $i$  ที่มีแนวโน้ม

$d$  คือระดับแนวโน้ม

## 2.2 ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย (Simple Linear Regression Model)

ตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายเป็นตัวแบบที่แสดงความสัมพันธ์เชิงเส้นระหว่างตัวแปร 2 ตัวแปร คือตัวแปรอิสระ  $i$  และตัวแปรตาม  $y$  โดยตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่ายของข้อมูลตัวอย่างกำหนดดังนี้

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 i \quad (4)$$

เมื่อ  $\hat{y}_i$  คือค่าพยากรณ์ของตัวแปรตาม  $y$  ณ เวลาที่  $i$

$b_0$  คือระยะตัดแกน  $y$

$b_1$  คือความชันของตัวแบบถดถอย

$i$  คือตัวแปรอิสระ (เวลา)

## 2.3 ค่าความคลาดเคลื่อน (Errors: $e_i$ )

การประมาณค่าตัวแบบถดถอยเชิงเส้นอย่างง่าย  $\hat{y}_i = b_0 + b_1 i$  มีจุดประสงค์หลักเพื่อนำตัวแบบถดถอยไปใช้ในการพยากรณ์ค่าของตัวแปรตาม  $y$  หรือ  $\hat{y}$  ค่า  $\hat{y}$  จะถูกต้องใกล้เคียงค่าจริงมากเพียงใดสามารถดูได้จากค่าที่กระจัดกระจายไปจากเส้นถดถอย หากค่า  $y$  มีค่าเข้าใกล้เส้นถดถอยมากเพียงใด ยิ่งแสดงว่าตัวแบบถดถอยที่ได้สามารถนำไปพยากรณ์ค่า  $y$  ได้ถูกต้องมากเท่านั้น ค่าที่ใช้วัดระยะห่างของ  $y_i$  จากเส้นถดถอย ณ เวลาที่  $i$  คือค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลาที่  $i$  หรือ  $e_i$  [4] ดังนั้น

$$e_i = y_i - \hat{y}_i ; i = 1, 2, \dots \quad (5)$$

เมื่อ  $e_i$  คือค่าความคลาดเคลื่อน ณ เวลาที่  $i$

$y_i$  คือค่าสังเกตของตัวแปรตาม  $y$  ณ เวลาที่  $i$

$\hat{y}_i$  คือค่าพยากรณ์ของตัวแปรตาม  $y$  ณ เวลาที่  $i$

## 2.4 แผนภูมิควบคุม (Control Chart)

2.4.1 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเรขาคณิต (Geometric Moving Average: GMA Chart)

GMA Chart ถูกสร้างขึ้นโดย Roberts [5] สำหรับ

GMA Chart จะถ่วงน้ำหนักค่าสังเกตตัวอย่างที่ใกล้ที่สุดด้วยค่า  $\gamma$  ถ่วงน้ำหนักค่าถัดไปด้วย  $\gamma(1-\gamma)$  และถ่วงน้ำหนักค่าถัดไปด้วย  $\gamma(1-\gamma)^2$  ตามลำดับ ดังนั้นค่าสังเกตตัวอย่างทุกค่าจะถูกนำมาพิจารณา ซึ่งค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่เชิงเรขาคณิต  $G_i$  คำนวณได้จาก

$$G_i = \gamma X_i + (1-\gamma)^i G_{i-1} ; i = 1, 2, \dots \quad (6)$$

ขีดจำกัดควบคุมของ GMA Chart กำหนดดังนี้

$$UCL = \mu_0 + L\sigma\sqrt{\frac{\gamma}{(2-\gamma)}} \quad (7)$$

$$CL = \mu_0 \quad (8)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma\sqrt{\frac{\gamma}{(2-\gamma)}} \quad (9)$$

เมื่อ  $L$  คือสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุม

$\gamma$  คือค่าคงที่ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

ค่าประมาณของ  $\sigma'$  คือ  $\bar{R} / d_2$  โดย  $\bar{R}$  คำนวณจาก

$$\left( \sum_{j=1}^m R_j \right) / m \quad (10)$$

เมื่อ  $\sigma'$  คือค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\bar{X}$  คือค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง

$\bar{R}$  คือ ค่าเฉลี่ยของพิสัยกลุ่มตัวอย่าง

$d_2$  คือค่าคงที่ที่ขึ้นอยู่กับขนาดตัวอย่าง

$m$  คือจำนวนกลุ่มของตัวอย่าง

2.4.2 แผนภูมิควบคุมผลรวมสะสม (Cumulative Sum Control Chart: CUSUM Chart)

CUSUM Chart ถูกสร้างขึ้นโดย E.S. Page [6] หลักการของ CUSUM Chart คือจะนำข้อมูลตลอดช่วงเวลาการจับเก็บมาใช้วิเคราะห์โดยการบวกสะสมค่าความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ยตัวอย่างที่  $j$  ( $\bar{x}_j$ ) กับค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ( $\mu_0$ ) ผลรวมสะสมแทนสัญลักษณ์ด้วย  $C_i$  คำนวณได้โดย

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) \quad (11)$$

สำหรับการสร้างขีดจำกัดควบคุมของ CUSUM Chart นั้น จะกำหนดให้ H เป็นความสูงของขีดจำกัดควบคุมบนและขีดจำกัดควบคุมล่าง การตัดสินใจว่ากระบวนการผลิตอยู่นอกขีดจำกัดควบคุมหรือไม่นั้น จะทำได้โดยการสะสมค่าข้อมูลที่เบี่ยงเบนไปจากค่า  $\mu_0$  ซึ่งมีทั้งค่าที่เป็นบวก ( $C_i^+$ ) และค่าที่เป็นลบ ( $C_i^-$ ) โดย

$$C_i^+ = \max \left[ 0, x_i - (\mu_0 - K) + C_{i-1}^+ \right] \quad (12)$$

$$C_i^- = \max \left[ 0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^- \right] \quad (13)$$

กำหนด  $K$  คือค่าอ้างอิงซึ่งเป็นค่ากึ่งกลางของผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของกระบวนการ คือ  $\mu_0$  และค่าเฉลี่ยของกระบวนการที่เปลี่ยนแปลงไปเท่ากับ  $\mu_1$  ดังนั้น

$$K = \frac{\delta}{2} \sigma = \left| \frac{\mu_1 - \mu_0}{2} \right| \quad (14)$$

2.4.3 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยของชีวฮาร์ท ( $\bar{X}$  Chart)

$\bar{X}$  Chart สามารถคำนวณจากหลักการของการประมาณค่าพารามิเตอร์แบบช่วงที่ระดับความเชื่อมั่น  $(1-\alpha)$  100% เท่ากับ 99.73% ซึ่งขีดจำกัดควบคุมของ  $\bar{X}$  Chart กำหนดดังนี้ [7]

$$UCL = \bar{X}' + 3 \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} \quad (15)$$

$$CL = \bar{X}' \quad (16)$$

$$LCL = \bar{X}' - 3 \frac{\sigma'}{\sqrt{n}} \quad (17)$$

2.4.4 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponentially Weighted Moving Average: EWMA Chart)

EWMA Chart ถูกสร้างขึ้นโดย Roberts และออกแบบให้ใช้งานได้โดย Lucas และ Saccucci [8] ค่าสถิติของ EWMA Chart คือ  $Z_i$  นั้นสามารถเขียนให้อยู่ในรูปแบบย้อนซ้ำได้ดังนี้

$$Z_i = \lambda X_i + (1-\lambda)Z_{i-1} ; i = 1, 2, \dots \quad (18)$$

ขีดจำกัดควบคุมของ EWMA Chart กำหนดดังนี้

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (19)$$

$$CL = \mu_0 \quad (20)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{2-\lambda}} \quad (21)$$

เมื่อ  $\lambda$  คือค่าคงที่ซึ่งมีค่าอยู่ระหว่าง 0 ถึง 1

2.4.5 แผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ยเคลื่อนที่แบบถ่วงน้ำหนักด้วยเอ็กซ์โพเนนเชียลปรับแก้ (Modified Exponentially Weighted Moving Average: Modified EWMA Chart)

Modified EWMA Chart เป็นแผนภูมิที่พัฒนาจาก EWMA Chart โดย Alpbaben และ Jyoti [2] ซึ่งค่าสถิติของ Modified EWMA Chart คือ

$$Z_i = (1-\lambda)Z_{i-1} + \lambda X_i + (X_i - X_{i-1}) ; i = 0, 1, 2, \dots \quad (22)$$

ขีดจำกัดควบคุมของ Modified EWMA Chart กำหนดดังนี้

$$UCL = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{(2-\lambda)}} \quad (23)$$

$$CL = \mu_0 \quad (24)$$

$$LCL = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} + \frac{2\lambda(1-\lambda)}{(2-\lambda)}} \quad (25)$$

### 3. วิธีดำเนินการวิจัย

#### 3.1 ตัวแบบอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1))

1. กำหนดค่าพารามิเตอร์  $\phi$  และค่า  $e_{y_i}$  ที่มีการแจกแจงแบบปกติมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 1 และขนาดตัวอย่าง ( $N$ ) เท่ากับ 5,000 และสร้างข้อมูล  $y_i$  จากตัวแบบ AR(1) ตามสมการที่ (1) โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของ  $\xi$  และ  $y_0$  เท่ากับ 0 และ 10 ตามลำดับ

2. นำค่า  $y_i$  ที่ได้มาคำนวณค่า  $\hat{y}_i$  จากสมการที่ (4) และหาค่า  $e_i$  จากสมการที่ (5)

3. นำค่า  $e_i$  มาคำนวณหาขีดจำกัดควบคุมของแต่ละแผนภูมิ ดังนี้

- GMA Chart โดย UCL และ LCL คำนวณจากสมการที่ (7) และ (9) ตามลำดับ โดยแทน  $\mu_0$  ด้วย  $\bar{e}_i$  และค่าประมาณของ  $\sigma$  คำนวณจากสมการที่ (10) โดยกำหนดให้  $\gamma$  มีค่าเท่ากับ 0.05 และ  $L$  คือสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมที่ตรงกับค่า  $ARL_0$  เท่ากับ 370

- $\bar{X}$  Chart โดย UCL และ LCL คำนวณจากสมการที่ (15) และ (17) ตามลำดับ โดยแทน  $\bar{X}'$  ด้วย  $\bar{e}_i$  และค่าประมาณของ  $\sigma'$  คำนวณจากสมการที่ (10)

- EWMA Chart โดย UCL และ LCL คำนวณจากสมการที่ (19) และ (21) ตามลำดับ โดยแทนค่า  $\mu_0$  ด้วย  $\bar{e}_i$  และค่าประมาณของ  $\sigma$  คำนวณจากสมการที่ (10) โดยกำหนดให้  $\lambda$  มีค่าเท่ากับ 0.05 และ  $L$  คือสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมที่ตรงกับค่า  $ARL_0$  เท่ากับ 370

- Modified EWMA Chart โดย UCL และ LCL คำนวณจากสมการที่ (23) และ (25) ตามลำดับ เมื่อแทนค่า  $\mu_0$  ด้วย  $\bar{e}_i$  และค่าประมาณของ  $\sigma$  คำนวณจากสมการที่ (10) โดยกำหนดให้  $\lambda$  มีค่าเท่ากับ 0.05 และ  $L$  คือสัมประสิทธิ์ขีดจำกัดควบคุมที่ตรงกับค่า  $ARL_0$  เท่ากับ 370

4. นำค่า  $y_i$  มาคำนวณค่า  $Z_i$  จาก  $Z_i = y_i + \delta$  เมื่อ  $\delta$  คือระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย จากนั้นนำค่า  $Z_i$  มาคำนวณค่า  $\hat{Z}_i$  ตามสมการที่ (4) โดยแทน  $\hat{y}_i$  ด้วย  $\hat{Z}_i$  และหาค่า  $e_{Z_i}$  จากสมการที่ (5) โดยแทน  $y_i$

และ  $\hat{y}_i$  ด้วย  $Z_i$  และ  $\hat{Z}_i$  ตามลำดับ

5. นำค่า  $e_{Z_i}$  มาคำนวณหาค่าสถิติของแต่ละแผนภูมิ ดังนี้

- GMA Chart โดยหาค่า  $G_i$  จากสมการที่ (6) ด้วยการแทนค่า  $X_i$  ด้วย  $e_{Z_i}$

- CUSUM Chart โดยหาค่าสถิติ  $C_i$  จากสมการที่ (11) ด้วยการแทนค่า  $\bar{x}_j$  ด้วย  $\bar{e}_{Z_i}$  ค่า  $C_i^+$  และ  $C_i^-$  คำนวณจากสมการที่ (12) และ (13) ตามลำดับ โดยแทนค่า  $X_i$  ด้วย  $e_{Z_i}$

- $\bar{X}$  Chart โดยแทนค่า  $\bar{X}_j$  ด้วย  $e_{Z_i}$

- EWMA Chart โดยหาค่า  $Z_i$  จากสมการที่ (18) ด้วยการแทนค่า  $X_i$  ด้วย  $e_{Z_i}$

- Modified EWMA Chart โดยหาค่าสถิติ  $Z_i$  จากสมการที่ (22) โดยแทนค่า  $X_i$  ด้วย  $e_{Z_i}$

6. นำค่าสถิติของแต่ละแผนภูมิควบคุมพล็อตลงในแผนภูมิควบคุมตามลำดับค่าสถิติ และตรวจสอบว่าค่าสถิติอยู่นอกขีดจำกัดควบคุมหรือไม่เพื่อคำนวณค่าความยาววิ่ง ( $RL$ ) โดยถ้าค่าสถิติตัวที่อยู่นอกขีดจำกัดควบคุม  $RL = i - 1$

7. ทำซ้ำขั้นที่ 2 ถึง 6 จำนวน 10,000 รอบ เพื่อคำนวณค่าความยาววิ่งเฉลี่ย (Average Run Length:  $ARL$ ) โดย

$$ARL = \frac{1}{10000} \sum_{i=1}^{10000} RL_i$$

8. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 5 แผนภูมิ หากแผนภูมิควบคุมใดให้ค่า  $ARL$  ต่ำกว่าจะถือว่ามีประสิทธิภาพดีกว่าเนื่องจากสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่า ทำซ้ำทุกสถานการณ์การทดลองและสรุปผลงานวิจัย

#### 3.2 ตัวแบบแนวโน้มอัตตสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (Trend AR(1))

1. กำหนดค่าพารามิเตอร์  $\phi$  และค่า  $e_{y_i}$  ที่มีการแจกแจงแบบปกติด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 ความแปรปรวนเท่ากับ 1 และขนาดตัวอย่าง ( $N$ ) เท่ากับ 5,000 และสร้างข้อมูล  $y_i$  จากตัวแบบ AR(1) ตามสมการที่ (2) โดยกำหนดค่าเริ่มต้นของ  $\xi$  และ  $y_0$  เท่ากับ 0 และ 10 ตามลำดับ

2. กำหนดค่า  $d$  และนำค่า  $y_i$  มาคำนวณค่า  $Y_i$  จากตัวแบบ TrendAR(1) ตามสมการที่ (3) จากนั้นนำค่า  $Y_i$  มาคำนวณค่า  $\hat{Y}_i$  ตามสมการที่ (4) ด้วยการแทนค่า  $\hat{y}_i$  ด้วย  $\hat{Y}_i$  และหาค่า  $e_i$  ตามสมการที่ (5)

3. ดำเนินการเช่นเดียวกับตัวแบบอัตโนมัติสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง (AR(1)) ในขั้นตอนที่ 3 - 8

#### 4. ผลการวิจัย

การศึกษาศักยภาพของแผนภูมิควบคุม สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตโนมัติสหสัมพันธ์อันดับที่หนึ่ง ทั้งกรณีที่ไม่มีแนวโน้ม (AR(1)) และมีแนวโน้ม (Trend AR(1)) จะแสดงผลทุกระดับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ย ( $\delta$ ) ในบางระดับค่าสัมประสิทธิ์อัตโนมัติสหสัมพันธ์ ( $\phi$ ) ทั้งค่าบวกและค่าลบ สำหรับกรณีที่มีแนวโน้มจะแสดงผลเฉพาะค่าแนวโน้ม ( $d$ ) ที่เป็นบวก โดยตารางที่ 1 แสดงค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมทั้ง 5 แผนภูมิ ของตัวแบบ AR(1) ส่วนตารางที่ 2 แสดงค่า ARL ของตัวแบบ Trend AR(1)

พิจารณาค่า ARL ในตารางที่ 1 ของตัวแบบ AR(1) โดยภาพรวมเมื่อกระบวนการผลิตไม่มีการเปลี่ยนของค่าเฉลี่ย ( $\delta = 0$ ) พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 5 แผนภูมิ ให้ค่า ARL ใกล้เคียงค่าที่กำหนดคือ 370 เมื่อ  $\delta$  มีค่าในระดับต่ำ ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) เมื่อ  $\phi$  มีค่าเป็นลบทุกระดับ พบว่า EWMA Chart, GMA Chart และ CUSUM Chart ให้ค่า ARL ต่ำสุดใกล้เคียงกัน นั่นคือ EWMA Chart, GMA Chart และ CUSUM Chart สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่าแผนภูมิอื่นๆ แต่เมื่อ  $\phi$  มีค่าเป็นบวก พบว่า GMA Chart ให้ค่า ARL ต่ำสุด นั่นคือ GMA Chart สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่าแผนภูมิอื่นๆ ยกเว้นเมื่อ  $\phi = 0.95$  พบว่า CUSUM Chart ให้ค่า ARL ต่ำสุด นั่นคือ CUSUM Chart สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่าแผนภูมิอื่นๆ กรณีที่  $\delta$  มีค่าในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5$ ) พบว่า  $\bar{x}$  Chart ให้ค่า ARL ต่ำสุด ยกเว้นเมื่อ  $\delta = 1.5$  และ  $\phi = 0.475, 0.75$  ซึ่งพบว่า CUSUM Chart ให้ค่า ARL ต่ำสุด

ตารางที่ 1 ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมกรณีตัวแบบ AR(1)

| $\delta$ | $\phi$ | GMA    | CUSUM   | $\bar{x}$ | EWMA   | Modified EWMA |
|----------|--------|--------|---------|-----------|--------|---------------|
| 0.0      | -0.95  | 370.60 | 370.683 | 371.10    | 370.78 | 371.242       |
|          | -0.75  | 371.10 | 370.111 | 370.08    | 371.60 | 370.323       |
|          | -0.475 | 370.12 | 370.800 | 370.02    | 370.49 | 370.427       |
|          | 0.0    | 369.46 | 370.15  | 370.08    | 369.56 | 370.901       |
|          | 0.475  | 370.55 | 371.36  | 370.15    | 370.15 | 370.683       |
|          | 0.75   | 371.83 | 370.69  | 369.85    | 371.31 | 370.678       |
|          | 0.95   | 371.58 | 370.378 | 369.01    | 371.55 | 369.254       |
| 0.5      | -0.95  | 11.161 | 10.3910 | 33.573    | 11.109 | 52.0567       |
|          | -0.75  | 13.045 | 12.6550 | 41.362    | 12.863 | 66.8259       |
|          | -0.475 | 16.428 | 17.4200 | 55.313    | 16.179 | 96.4433       |
|          | 0.0    | 26.143 | 35.038  | 89.867    | 26.146 | 163.608       |
|          | 0.475  | 57.220 | 90.704  | 144.65    | 58.886 | 262.211       |
|          | 0.75   | 120.39 | 169.74  | 189.96    | 124.55 | 327.056       |
|          | 0.95   | 229.20 | 228.813 | 272.89    | 232.24 | 356.220       |
| 1.0      | -0.95  | 5.2915 | 4.0957  | 4.5671    | 5.2128 | 7.2956        |
|          | -0.75  | 6.4937 | 4.9846  | 6.1644    | 6.2113 | 10.7117       |
|          | -0.475 | 7.9274 | 6.3288  | 9.2083    | 7.6025 | 19.0095       |
|          | 0.0    | 10.658 | 9.8390  | 17.479    | 10.660 | 46.3304       |
|          | 0.475  | 16.803 | 19.962  | 34.220    | 17.892 | 112.865       |
|          | 0.75   | 32.361 | 44.250  | 57.695    | 35.354 | 202.709       |
|          | 0.95   | 114.78 | 100.168 | 154.08    | 118.44 | 313.498       |
| 1.5      | -0.95  | 3.7706 | 2.6811  | 1.7304    | 3.6195 | 2.4260        |
|          | -0.75  | 4.8507 | 3.4180  | 2.2950    | 4.4306 | 3.1138        |
|          | -0.475 | 5.8493 | 4.2556  | 3.1932    | 5.4180 | 6.0303        |
|          | 0.0    | 6.7455 | 5.5122  | 5.2278    | 6.7375 | 16.1786       |
|          | 0.475  | 7.2885 | 6.3391  | 7.0516    | 8.0871 | 31.0524       |
|          | 0.75   | 9.7154 | 9.6795  | 12.724    | 11.108 | 75.2997       |
|          | 0.95   | 67.407 | 48.2831 | 38.115    | 51.849 | 234.257       |
| 2.0      | -0.95  | 3.1238 | 2.1046  | 1.1776    | 2.7950 | 1.5788        |
|          | -0.75  | 4.2547 | 2.6658  | 1.7594    | 3.7783 | 2.0794        |
|          | -0.475 | 4.9220 | 2.9096  | 2.0393    | 4.4373 | 2.9562        |
|          | 0.0    | 4.9778 | 3.8691  | 2.2721    | 4.9737 | 6.5183        |
|          | 0.475  | 3.8409 | 2.9061  | 1.7334    | 4.4253 | 5.2461        |
|          | 0.75   | 3.8079 | 3.0646  | 2.3787    | 4.4985 | 11.2504       |
|          | 0.95   | 23.671 | 18.7718 | 12.896    | 20.447 | 142.906       |
| 2.5      | -0.95  | 2.7598 | 1.9788  | 0.9299    | 2.2368 | 1.3784        |
|          | -0.75  | 4.0203 | 2.1722  | 1.5486    | 3.3602 | 1.9965        |
|          | -0.475 | 4.3748 | 2.8833  | 1.6887    | 3.8840 | 2.2157        |
|          | 0.0    | 3.9794 | 2.9978  | 1.3622    | 3.9782 | 3.2898        |
|          | 0.475  | 2.5427 | 1.9166  | 1.0193    | 2.9352 | 1.3504        |
|          | 0.75   | 2.3407 | 1.9180  | 1.0757    | 2.7239 | 1.5870        |
|          | 0.95   | 9.0779 | 8.5234  | 4.6928    | 8.1797 | 62.6641       |



ตารางที่ 2 ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมกรณีตัวแบบ  
Trend AR(1)

| $d$ | $\delta$ | $\phi$ | GMA    | CUSUM  | $\bar{X}$ | EWMA   | Modified EWMA |
|-----|----------|--------|--------|--------|-----------|--------|---------------|
| 0.2 | 0.0      | -0.95  | 371.12 | 368.40 | 369.95    | 369.74 | 371.671       |
|     |          | -0.75  | 370.94 | 370.35 | 371.14    | 371.49 | 370.203       |
|     |          | -0.475 | 370.77 | 371.32 | 370.85    | 371.56 | 371.149       |
|     |          | 0.0    | 370.89 | 371.09 | 370.78    | 370.52 | 370.466       |
|     |          | 0.475  | 370.86 | 370.02 | 369.64    | 371.58 | 370.152       |
|     |          | 0.75   | 368.94 | 370.68 | 369.50    | 369.96 | 368.900       |
|     |          | 0.95   | 370.57 | 370.68 | 369.24    | 370.25 | 370.223       |
|     | 0.5      | -0.95  | 11.145 | 10.445 | 33.413    | 11.103 | 51.0714       |
|     |          | -0.75  | 12.967 | 12.589 | 41.061    | 12.800 | 66.4716       |
|     |          | -0.475 | 16.242 | 17.232 | 54.965    | 16.047 | 95.6263       |
|     |          | 0.0    | 26.164 | 34.828 | 89.778    | 26.143 | 162.067       |
|     |          | 0.475  | 66.513 | 110.48 | 149.14    | 65.517 | 268.010       |
|     |          | 0.75   | 75.583 | 143.02 | 141.36    | 69.606 | 248.839       |
|     |          | 0.95   | 44.673 | 56.587 | 102.48    | 44.450 | 181.248       |
|     | 1.0      | -0.95  | 5.2650 | 4.0543 | 4.5173    | 5.1820 | 7.0861        |
|     |          | -0.75  | 6.4218 | 4.9440 | 6.1439    | 6.1626 | 10.6552       |
|     |          | -0.475 | 7.8003 | 6.2444 | 9.0622    | 7.5053 | 18.7445       |
|     |          | 0.0    | 10.653 | 9.8321 | 17.468    | 10.655 | 47.119        |
|     |          | 0.475  | 22.576 | 28.769 | 41.741    | 22.445 | 141.958       |
|     |          | 0.75   | 36.659 | 45.489 | 45.735    | 33.956 | 139.656       |
|     |          | 0.95   | 25.883 | 27.240 | 31.022    | 25.747 | 71.3362       |
|     | 1.5      | -0.95  | 3.7483 | 2.6617 | 1.6993    | 3.6108 | 2.3967        |
|     |          | -0.75  | 4.7917 | 3.3865 | 2.2832    | 4.3911 | 3.1219        |
|     |          | -0.475 | 5.7631 | 4.2023 | 3.1690    | 5.3496 | 5.9348        |
|     |          | 0.0    | 6.7409 | 5.4932 | 5.2550    | 6.7365 | 16.0457       |
|     |          | 0.475  | 10.102 | 9.7735 | 11.057    | 10.807 | 54.6098       |
|     |          | 0.75   | 11.457 | 10.034 | 11.910    | 29.690 | 40.9745       |
|     |          | 0.95   | 19.933 | 19.701 | 14.919    | 19.801 | 39.9811       |
| 0.2 | 2.0      | -0.95  | 3.1042 | 2.1027 | 1.1699    | 2.7966 | 1.5762        |
|     |          | -0.75  | 4.2163 | 2.6442 | 1.7414    | 3.7408 | 2.0780        |
|     |          | -0.475 | 5.0213 | 3.7351 | 2.2393    | 4.7413 | 4.6791        |
|     |          | 0.0    | 4.9738 | 3.8680 | 2.2608    | 4.9710 | 6.4770        |
|     |          | 0.475  | 4.8957 | 3.8258 | 2.3866    | 5.5462 | 11.1747       |
|     |          | 0.75   | 5.2138 | 4.1857 | 3.9460    | 7.1967 | 11.8195       |
|     |          | 0.95   | 16.799 | 16.022 | 8.5437    | 16.661 | 28.3017       |
|     | 2.5      | -0.95  | 2.7400 | 1.9771 | 0.9317    | 2.2400 | 1.3646        |
|     |          | -0.75  | 3.9935 | 2.1667 | 1.5270    | 3.3197 | 1.9942        |
|     |          | -0.475 | 4.3391 | 2.8600 | 1.6710    | 3.8499 | 2.2082        |
|     |          | 0.0    | 3.9779 | 3.3956 | 1.3606    | 3.9773 | 3.3016        |
|     |          | 0.475  | 2.8123 | 2.1297 | 1.0663    | 3.2842 | 1.7752        |
|     |          | 0.75   | 4.2002 | 3.7776 | 1.3171    | 4.3674 | 2.0698        |
|     |          | 0.95   | 14.886 | 13.990 | 5.3599    | 14.744 | 22.5049       |

ตารางที่ 2 ค่า ARL ของแผนภูมิควบคุมกรณีตัวแบบ  
Trend AR(1) (ต่อ)

| $d$ | $\delta$ | $\phi$ | GMA    | CUSUM  | $\bar{X}$ | EWMA   | Modified EWMA |
|-----|----------|--------|--------|--------|-----------|--------|---------------|
| 0.5 | 0.0      | -0.95  | 370.23 | 371.58 | 369.94    | 370.74 | 369.084       |
|     |          | -0.75  | 370.18 | 370.82 | 370.18    | 370.55 | 370.705       |
|     |          | -0.475 | 370.56 | 370.12 | 369.46    | 376.20 | 371.030       |
|     |          | 0.0    | 369.85 | 370.93 | 369.26    | 371.89 | 369.72        |
|     |          | 0.475  | 371.39 | 369.96 | 369.86    | 369.95 | 370.81        |
|     |          | 0.75   | 371.04 | 370.27 | 371.76    | 370.61 | 368.38        |
|     |          | 0.95   | 370.14 | 370.34 | 369.24    | 370.01 | 370.783       |
|     | 0.5      | -0.95  | 11.185 | 10.449 | 32.915    | 11.146 | 51.0427       |
|     |          | -0.75  | 12.912 | 12.609 | 41.112    | 12.781 | 65.9056       |
|     |          | -0.475 | 15.950 | 16.965 | 54.085    | 15.813 | 92.7387       |
|     |          | 0.0    | 25.931 | 34.260 | 89.780    | 25.947 | 166.868       |
|     |          | 0.475  | 56.021 | 95.198 | 132.85    | 53.261 | 239.49        |
|     |          | 0.75   | 37.278 | 53.304 | 103.57    | 36.030 | 187.434       |
|     |          | 0.95   | 43.261 | 54.880 | 102.06    | 43.148 | 176.941       |
|     | 1.0      | -0.95  | 5.2491 | 4.0577 | 4.5178    | 5.1788 | 7.1705        |
|     |          | -0.75  | 6.3270 | 4.8826 | 5.8850    | 6.0860 | 10.3786       |
|     |          | -0.475 | 7.6494 | 6.1209 | 8.7197    | 7.3843 | 18.3793       |
|     |          | 0.0    | 10.621 | 9.8344 | 17.490    | 10.627 | 47.164        |
|     |          | 0.475  | 24.270 | 28.990 | 39.391    | 23.232 | 130.11        |
|     |          | 0.75   | 18.479 | 17.108 | 24.749    | 17.743 | 64.163        |
|     |          | 0.95   | 24.350 | 25.711 | 30.000    | 24.287 | 70.7373       |
|     | 1.5      | -0.95  | 3.7093 | 2.6518 | 1.6777    | 3.5703 | 2.3921        |
|     |          | -0.75  | 4.7117 | 3.3438 | 2.2656    | 4.3394 | 3.1092        |
|     |          | -0.475 | 5.6092 | 4.1056 | 3.1399    | 5.2296 | 5.7606        |
|     |          | 0.0    | 6.7019 | 5.4971 | 5.1823    | 6.7004 | 15.574        |
|     |          | 0.475  | 15.183 | 15.158 | 15.228    | 15.890 | 74.078        |
|     |          | 0.75   | 14.339 | 11.971 | 10.631    | 14.643 | 27.548        |
|     |          | 0.95   | 18.231 | 18.150 | 14.162    | 18.165 | 38.7221       |
| 0.2 | 2.0      | -0.95  | 3.0867 | 2.1011 | 1.1560    | 2.8032 | 1.5648        |
|     |          | -0.75  | 4.1506 | 2.6180 | 1.7157    | 3.6853 | 2.0737        |
|     |          | -0.475 | 4.7657 | 2.8707 | 1.9946    | 4.3109 | 2.8913        |
|     |          | 0.0    | 4.9641 | 3.8354 | 2.2846    | 4.9620 | 6.5088        |
|     |          | 0.475  | 9.1549 | 8.2507 | 5.6536    | 9.3693 | 38.748        |
|     |          | 0.75   | 12.702 | 10.112 | 6.9135    | 12.800 | 15.879        |
|     |          | 0.95   | 14.989 | 14.407 | 7.7776    | 14.932 | 26.8718       |
|     | 2.5      | -0.95  | 2.6971 | 1.9741 | 0.9225    | 2.2292 | 1.3338        |
|     |          | -0.75  | 3.9454 | 2.1614 | 1.4879    | 3.2424 | 1.9896        |
|     |          | -0.475 | 4.2648 | 2.8091 | 1.6432    | 3.7813 | 2.1874        |
|     |          | 0.0    | 3.9673 | 3.2227 | 1.3630    | 3.9653 | 3.2678        |
|     |          | 0.475  | 4.8623 | 3.7668 | 1.7243    | 5.3414 | 9.9237        |
|     |          | 0.75   | 12.073 | 9.2219 | 5.2720    | 11.330 | 11.332        |
|     |          | 0.95   | 13.024 | 12.212 | 4.6896    | 12.966 | 20.6511       |



ตารางที่ 2 ค่า  $ARL$  ของแผนภูมิควบคุมกรณีตัวแบบ Trend AR(1) (ต่อ)

| $d$ | $\delta$ | $\phi$ | GMA    | CUSUM  | $\bar{X}$ | EWMA   | Modified EWMA |
|-----|----------|--------|--------|--------|-----------|--------|---------------|
| 0.7 | 0.0      | -0.95  | 370.46 | 370.34 | 371.83    | 370.26 | 370.922       |
|     |          | -0.75  | 371.82 | 371.00 | 371.26    | 370.22 | 368.675       |
|     |          | -0.475 | 371.38 | 370.69 | 370.26    | 370.48 | 370.772       |
|     |          | 0.0    | 370.69 | 370.22 | 370.28    | 369.75 | 370.09        |
|     |          | 0.475  | 371.02 | 369.18 | 369.92    | 370.32 | 370.02        |
|     |          | 0.75   | 383.79 | 381.16 | 372.72    | 380.32 | 371.010       |
|     |          | 0.95   | 370.92 | 370.13 | 371.86    | 371.62 | 369.967       |
|     | 0.5      | -0.95  | 11.037 | 10.295 | 33.307    | 10.998 | 50.8988       |
|     |          | -0.75  | 12.722 | 12.405 | 40.963    | 12.623 | 65.2732       |
|     |          | -0.475 | 15.659 | 16.632 | 54.659    | 15.562 | 92.5122       |
|     |          | 0.0    | 26.545 | 35.360 | 90.82     | 26.550 | 164.270       |
|     |          | 0.475  | 47.085 | 75.840 | 119.38    | 44.644 | 217.380       |
|     |          | 0.75   | 33.189 | 45.504 | 96.793    | 32.231 | 172.450       |
|     |          | 0.95   | 42.985 | 54.866 | 102.70    | 42.894 | 178.047       |
|     | 1.0      | -0.95  | 5.2449 | 4.0507 | 4.5034    | 5.1757 | 7.0995        |
|     |          | -0.75  | 6.2562 | 4.8407 | 5.9381    | 6.0332 | 10.2652       |
|     |          | -0.475 | 7.4971 | 6.0456 | 8.6573    | 7.2708 | 17.9915       |
|     |          | 0.0    | 10.625 | 9.8250 | 17.540    | 10.620 | 47.6400       |
|     |          | 0.475  | 20.993 | 22.094 | 32.892    | 19.725 | 100.990       |
|     |          | 0.75   | 16.269 | 15.750 | 22.298    | 15.270 | 57.3470       |
|     |          | 0.95   | 24.036 | 25.438 | 29.741    | 23.977 | 69.4759       |
|     | 1.5      | -0.95  | 3.7114 | 2.6521 | 1.6860    | 3.5815 | 2.3867        |
|     |          | -0.75  | 4.6696 | 3.3292 | 2.2380    | 4.3160 | 3.1570        |
|     |          | -0.475 | 5.5318 | 4.0724 | 3.0681    | 5.1804 | 5.7763        |
|     |          | 0.0    | 6.7600 | 5.5285 | 5.1838    | 6.7610 | 15.8100       |
|     |          | 0.475  | 14.966 | 13.375 | 13.334    | 14.098 | 56.1647       |
|     |          | 0.75   | 12.189 | 10.476 | 9.4840    | 11.709 | 24.0780       |
|     |          | 0.95   | 17.991 | 17.909 | 13.821    | 17.959 | 38.5371       |
|     | 2.0      | -0.95  | 3.0539 | 2.0952 | 1.1496    | 2.7806 | 1.5407        |
|     |          | -0.75  | 4.1040 | 2.5838 | 1.6887    | 3.6484 | 2.0694        |
|     |          | -0.475 | 4.7021 | 2.8463 | 1.9649    | 4.2614 | 3.2756        |
|     |          | 0.0    | 4.9602 | 3.8496 | 2.2830    | 4.9604 | 6.4686        |
|     |          | 0.475  | 10.960 | 9.9324 | 6.9425    | 11.457 | 37.3313       |
|     |          | 0.75   | 9.9427 | 9.6214 | 5.696     | 10.410 | 13.578        |
|     |          | 0.95   | 14.731 | 14.135 | 7.6410    | 14.687 | 26.7287       |
|     | 2.5      | -0.95  | 2.6690 | 1.9662 | 0.9245    | 2.2207 | 1.3146        |
|     |          | -0.75  | 3.9291 | 2.1536 | 1.4737    | 3.2087 | 1.9884        |
|     |          | -0.475 | 4.2319 | 2.7870 | 1.6333    | 3.7538 | 2.1810        |
|     |          | 0.0    | 3.9569 | 3.2361 | 1.3489    | 3.9552 | 2.9825        |
|     |          | 0.475  | 9.9289 | 8.9009 | 3.3191    | 9.9068 | 8.4276        |
|     |          | 0.75   | 9.5643 | 9.0606 | 4.1310    | 9.9050 | 8.0150        |
|     |          | 0.95   | 12.669 | 11.903 | 4.6121    | 12.712 | 20.5561       |

พิจารณาค่า  $ARL$  ในตารางที่ 2 ซึ่งเป็นกรณีตัวแบบ Trend AR(1) พบว่าในทุกระดับค่าแนวโน้ม ( $d$ ) และเมื่อกระบวนการผลิตไม่มีการเปลี่ยนของค่าเฉลี่ย ( $\delta = 0$ ) พบว่าแผนภูมิควบคุมทั้ง 5 แผนภูมิ ให้ค่า  $ARL$  ใกล้เคียงค่าที่กำหนดคือ 370 เมื่อค่าแนวโน้ม  $d = 0.2$  หากกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงในระดับต่ำ ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) และ  $\phi$  มีค่าเป็น 0 และลบทุกระดับ พบว่า EWMA Chart และ CUSUM Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด ใกล้เคียงกัน นั่นคือ EWMA Chart และ CUSUM Chart ตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่าแผนภูมิอื่นๆ แต่เมื่อ  $\phi$  มีค่าบวกทุกระดับ พบว่า EWMA Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำกว่าแผนภูมิอื่นๆ อย่างชัดเจน นั่นคือ EWMA Chart สามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วกว่าแผนภูมิอื่นๆ กรณีที่  $\delta$  มีค่าในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5$ ) พบว่า  $\bar{X}$  Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด ยกเว้นเมื่อ  $\delta = 1.5$  และ  $\phi = 0.475, 0.75$  พบว่า CUSUM Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด

กรณี  $d = 0.5$  และ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ พบว่าให้ผลเช่นกับ  $d = 0.2$  และ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ ในทุกระดับค่า  $\phi$  ยกเว้นเมื่อ  $\delta = 0.5$  และ  $\phi = 0.00$  พบว่า GMA Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด ส่วนกรณีที่  $\delta$  มีค่าในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5$ ) พบว่า  $\bar{X}$  Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด ยกเว้นเมื่อ  $\delta = 1.5$  และ  $\phi = 0.475$  พบว่า CUSUM Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด

กรณี  $d = 0.7$  และ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ จะให้ผลเช่นเดียวกับกรณี  $d = 0.5$  และ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ แต่หากกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5$ ) ในทุกระดับค่า  $\phi$  พบว่า  $\bar{X}$  Chart จะให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด

กรณีที่แนวโน้มมีค่าเป็นลบ ซึ่งไม่ได้แสดงผลในที่นี้ เมื่อ  $d = -0.2$  หากกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลง  $\delta = 0.5$  และ  $\phi = -0.95, -0.75$  พบว่า EWMA Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด แต่ที่  $\phi$  ระดับอื่นๆ พบว่า GMA Chart และ CUSUM Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุดใกล้เคียงกัน กรณี  $\delta = 1.0$  เมื่อ  $\phi$  มีค่าเป็น 0

และเป็นลบทุกระดับ พบว่า EWMA Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด แต่ที่  $\phi$  ระดับอื่นๆ พบว่า CUSUM Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด ส่วนกรณีที่  $\delta$  มีค่าในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5$ ) พบว่า  $\bar{X}$  Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด ยกเว้นเมื่อ  $\delta = 1.5$  และ  $\phi = 0.475, 0.75$  ซึ่งพบว่า EWMA Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด

กรณีที่  $d = -0.5$  จะให้ผลเช่นกับกรณีที่  $d = -0.2$  ในทุกระดับค่า  $\phi$  ยกเว้นเมื่อ  $\delta = 1.0$  และ  $\phi = 0.475, 0.75$  พบว่า EWMA Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด

กรณีที่  $d = -0.7$  และ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ ให้ผลเช่นเดียวกับ  $d = -0.5$  และ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ แต่หากกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5$ ) ในทุกระดับค่า  $\phi$  พบว่า  $\bar{X}$  Chart ให้ค่า  $ARL$  ต่ำสุด

## 5. อภิปรายผล

จากผลการศึกษาประสิทธิภาพของแผนภูมิควบคุมทั้ง 5 แผนภูมิโดยใช้ค่าความคลาดเคลื่อนในการวิเคราะห์ สำหรับกระบวนการที่เกิดอัตราสับสนพันซ์อันดับที่หนึ่ง ทั้งกรณีที่ไม่มีแนวโน้ม (AR(1)) และมีแนวโน้ม (Trend AR(1)) ได้แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสม โดยสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงของค่าเฉลี่ยของกระบวนการ ( $\delta$ ) ได้ดี สำหรับตัวแบบ AR(1) แสดงดังในตารางที่ 3 และสำหรับตัวแบบ Trend AR(1) แสดงดังในตารางที่ 4 โดยพบว่าทั้ง 2 ตัวแบบ หากกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงในระดับต่ำและปานกลาง ( $\delta = 0.5, 1.0, 1.5$ ) แผนภูมิควบคุมแต่ละแผนภูมิมีความเหมาะสมในสถานการณ์ที่แตกต่างกันขึ้นอยู่กับระดับค่าสัมประสิทธิ์อัตราสับสนพันซ์ ( $\phi$ ) และระดับค่าแนวโน้ม ( $d$ ) แต่เมื่อกระบวนการผลิตมีการเปลี่ยนแปลงอยู่ในระดับสูง ( $\delta = 2.0, 2.5, 3.0$ )  $\bar{X}$  Chart เป็นแผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมในทุกระดับค่า  $\phi$  และค่า  $d$

พิจารณาแยกสำหรับตัวแบบ AR(1) เมื่อ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) พบว่า EWMA Chart, GMA Chart และ CUSUM Chart เป็นแผนภูมิควบคุม

ที่เหมาะสมใกล้เคียงกัน ส่วนกรณีที่  $\delta$  อยู่ในระดับปานกลาง ( $\delta = 1.5$ ) พบว่า CUSUM Chart และ  $\bar{X}$  Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสมใกล้เคียงกัน ส่วนกรณีที่  $\delta$  อยู่ในระดับสูง ( $\delta = 2.0, 2.5, 3.0$ ) พบว่า  $\bar{X}$  Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสม แต่หากพิจารณาแผนภูมิที่เหมาะสมที่สุด โดยสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วที่สุด พบว่าแผนภูมิควบคุมแต่ละชนิดมีความเหมาะสมแตกต่างกันขึ้นอยู่กับระดับค่า  $\delta$  และค่า  $\phi$  ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับตัวแบบ AR(1)

| $\delta$  | $\phi$        | แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสม |
|-----------|---------------|-------------------------|
| 0.5, 1.0  | -0.95 - -0.25 | EWMA, CUSUM             |
|           | 0.00 - 0.75   | EWMA, GMA               |
|           | 0.95          | CUSUM                   |
| 1.5       | -0.95 - -0.25 | $\bar{X}$               |
|           | 0.475, 0.75   | CUSUM                   |
|           | 0.95          | $\bar{X}$               |
| 2.0 - 3.0 | ทุกระดับ      | $\bar{X}$               |

สำหรับกรณีตัวแบบ Trend AR(1) เมื่อ  $\delta$  อยู่ในระดับต่ำ ( $\delta = 0.5, 1.0$ ) ทุกระดับค่า  $d$  พบว่า EWMA Chart และ CUSUM Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสมใกล้เคียงกัน และเมื่อ  $d$  มีค่าเป็นลบทุกระดับ GMA Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสมเทียบเท่า EWMA Chart และ CUSUM Chart ส่วนกรณีที่  $\delta$  อยู่ในระดับปานกลางและสูง ( $\delta = 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$ ) ทุกระดับค่า  $d$  พบว่า  $\bar{X}$  Chart เป็นแผนภูมิที่เหมาะสม และเมื่อ  $d = 0.2, 0.5$  และ  $d = -0.2, -0.5$  พบว่า CUSUM Chart และ EWMA Chart ตามลำดับ เป็นแผนภูมิที่เหมาะสมเทียบเท่า  $\bar{X}$  Chart แต่หากพิจารณาแผนภูมิที่เหมาะสมที่สุด โดยสามารถตรวจจับการเปลี่ยนแปลงได้เร็วที่สุด พบว่าแผนภูมิควบคุมแต่ละชนิดมีความเหมาะสมแตกต่างกันขึ้นอยู่กับระดับค่า  $d$ , ค่า  $\delta$  และค่า  $\phi$  ดังแสดงในตารางที่ 4



ตารางที่ 4 แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสมสำหรับตัวแบบ  
Trend AR(1)

| $d$  | $\delta$  | $\phi$                               | แผนภูมิควบคุมที่เหมาะสม         |
|------|-----------|--------------------------------------|---------------------------------|
| 0.2  | 0.5, 1.0  | -0.95 - 0.00<br>0.25 - 0.95          | EWMA, CUSUM<br>EWMA             |
|      | 1.5       | -0.95 - 0.25<br>0.475, 0.75<br>0.95  | $\bar{X}$<br>CUSUM<br>$\bar{X}$ |
|      | 2.0 - 3.0 | ทุกระดับ                             | $\bar{X}$                       |
| 0.5  | 0.5, 1.0  | -0.95 - -0.25<br>0.00<br>0.25 - 0.95 | EWMA, CUSUM<br>GMA<br>EWMA      |
|      | 1.5       | -0.95 - 0.25<br>0.475<br>0.75, 0.95  | $\bar{X}$<br>CUSUM<br>$\bar{X}$ |
|      | 2.0 - 3.0 | ทุกระดับ                             | $\bar{X}$                       |
| 0.7  | 0.5, 1.0  | -0.95 - -0.25<br>0.00<br>0.25 - 0.95 | EWMA, CUSUM<br>GMA<br>EWMA      |
|      | 1.5 - 3.0 | ทุกระดับ                             | $\bar{X}$                       |
| -0.2 | 0.5       | -0.95 - -0.75<br>-0.475 - 0.95       | EWMA<br>GMA, CUSUM              |
|      | 1.0       | -0.95 - 0.00<br>0.25 - 0.95          | EWMA<br>CUSUM                   |
|      | 1.5       | -0.95 - 0.25<br>0.475, 0.75<br>0.95  | $\bar{X}$<br>EWMA<br>$\bar{X}$  |
|      | 2.0 - 3.0 | ทุกระดับ                             | $\bar{X}$                       |
| -0.5 | 0.5       | -0.95 - -0.75<br>-0.475 - 0.95       | EWMA<br>GMA, CUSUM              |
|      | 1.0       | -0.95 - 0.75<br>0.95                 | EWMA<br>CUSUM                   |
|      | 1.5       | -0.95 - 0.25<br>0.475, 0.75<br>0.95  | $\bar{X}$<br>EWMA<br>$\bar{X}$  |
|      | 2.0 - 3.0 | ทุกระดับ                             | $\bar{X}$                       |
| -0.7 | 0.5       | -0.95 - -0.75<br>-0.475 - 0.95       | EWMA<br>GMA, CUSUM              |
|      | 1.0       | -0.95 - 0.75<br>0.95                 | EWMA<br>CUSUM                   |
|      | 1.5 - 3.0 | ทุกระดับ                             | $\bar{X}$                       |

## 6. กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ ได้รับการสนับสนุนทุนวิจัยบางส่วนจากบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ ผู้วิจัยขอขอบพระคุณบัณฑิตวิทยาลัยที่ได้ให้การสนับสนุนทุนอุดหนุนการวิจัยนี้มา ณ ที่นี้ด้วย

## เอกสารอ้างอิง

- [1] P. Theeprasan, "A Comparison on Efficiency of Control Charts for Autocorrelated Process," Master of Science Program in Statistics, Graduate School, Chulalongkorn University, 2004.
- [2] K.P. Alpaben and D. Jyoti, "Modified exponentially weighted moving average (EWMA) control chart for an analytical process data," *J Chem Eng Mater Sci*, vol.2, no.1, pp.12-20, 2011.
- [3] D.K. Aslan and M.B. Gunhan, "Performance Comparison of Residual Control Charts for Trend Stationary First Order Autoregressive Processes," *GU J Sci*, vol.24, no.2, pp. 329-339, 2011.
- [4] T. Mayuresawan, *Statistics for Engineer and Science*, Textbook publish center of King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok, 2001.
- [5] S.W. Roberts, "Control chart tests based on geometric moving average," *Technometrics*, vol.1, pp.239-250, 1959.
- [6] E.S. Page, "Continuous inspection schemes," *Biometrika*, vol.41, pp.100-114, 1954.
- [7] T. Mayuresawan, *Industrial Quality Control*, Textbook publish center of King Mongkut's Institute of Technology North Bangkok, 2003.
- [8] J.M. Lucas and M.S. Saccucci, "Exponentially Weighted Moving Average Control Schemes: Properties and Enhancements," *Technometrics*, pp.1-29, 1990.