# การวัดค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยลูกตุ้มอย่างง่าย

บัญชา คังตระกูล[1] และสายชล สิทธิพงศ์[2*]
bancha@northcm.ac.th[1], saichon@northcm.ac.th[2*]

[1]สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่
[2]สาขาวิชาเทคโนโลยียานยนต์ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่

*Received: October 30, 2024 Revised: March 10, 2025 Accepted: March 11, 2025*

**บทคัดย่อ**

การคำนวณด้านวิศวกรรมที่ต้องใช้ค่าความโน้มถ่วงเพื่อหาผลลัพธ์เที่ยงตรงและละเอียดแม่นยำ จำเป็นต้องหาค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยเสมอ ในบทความนี้ได้นำเสนอผลลัพธ์การหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นโดยประยุกต์ใช้ข้อที่สองของนิวตันกับลูกตุ้มอย่างง่ายเพื่อใช้เป็นมาตรความโน้มถ่วง ทำการศึกษา ณ ตำแหน่งที่ตั้งเส้นรุ้ง 18°39’43’’ N และอยู่ที่ระดับความสูง 300 m AMSL โดยใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายที่มีความยาวแตกต่างกันคือ 1.00 m, 1.05 m, 1.10 m, 1.15 m และ 1.20 m และจับเวลาการแกว่งจำนวน 100 รอบ ได้ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นเป็น 9.7635±0.006 m/s$^2$ โดยมีความคลาดเคลื่อนเทียบกับค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นคำนวณ 9.7847 m/s$^2$, ประมาณ 0.2%

**คำสำคัญ:** การวัดความโน้มถ่วง มาตรความโน้มถ่วง ลูกตุ้มอย่างง่าย

# Local gravity measurement by using the simple pendulums

Bancha Kongtragool[1] and Saichon Sithipong[2*]
bancha@northcm.ac.th[1], saichon@northcm.ac.th[2*]

[1]Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering and Technology, North-Chiang University
[2]Department of Automotive Technology, Faculty of Engineering and Technology, North-Chiang University

*Received: October 30, 2024 Revised: March 10, 2025 Accepted: March 11, 2025*

## Abstract

Engineering calculations requiring precise gravity measurements for accurate outcomes must consistently use the local gravitational acceleration. This article presents the results of determining local gravity by applying Newton's second law to a simple pendulum as a gravimeter. The study was conducted at a location of latitude 18°39’43’’ N and an altitude of 300 m AMSL. Results from this study indicated, that by using the simple pendulums of lengths of 1.00 m, 1.05 m, 1.10 m, 1.15 m and 1.20 m and timing 100 oscillation cycles, the experimental local gravity obtained was 9.7635±0.006 m/s$^2$. Compared with the calculated local gravity 9.7847 m/s$^2$, the error of the local gravity obtained was 0.2%, approximately.

**Keywords:** Gravity measurement, Gravimeter, Simple pendulum

## 1. บทนำ

งานทางด้านวิศวกรรมที่ละเอียดอ่อนซึ่งต้องการค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงท้องถิ่น (Local gravity) ที่แท้จริงไม่สามารถใช้ค่ามาตรฐาน 9.81 $m/s^2$ เพราะจะทำให้ผลลัพธ์ที่ได้มีความคลาดเคลื่อนออกไปจากความเป็นจริง เช่นในการทดลองต่างๆ ทางด้านวิศวกรรม โดยเฉพาะอย่างยิ่งในการศึกษาเรื่องการเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกเชิงเดียว (Simple harmonic motion) และการสั่นสะเทือนอย่างอิสระไม่มีการหน่วงนั้น การทดลองเกี่ยวกับลูกตุ้ม (Pendulum) ประเภทต่างๆ การคำนวณจะต้องใช้ค่าความเร่งเนื่องจากความโน้มถ่วงท้องถิ่นเสมอจึงจะได้ผลลัพธ์ที่เที่ยงตรง [1]

ในปี 2001 สถาบันมาตรฐานและเทคโนโลยีแห่งชาติ กระทรวงพาณิชย์สหรัฐอเมริกา ได้กำหนดค่าความเร่งจากความโน้มถ่วงมาตรฐานบนผิวโลกมีค่า 9.806 65 $m/s^2$ สำหรับพื้นที่ทั่วไปที่ไม่รู้ความโน้มถ่วงท้องถิ่นหรือเมื่อค่าความโน้มถ่วงที่แท้จริงนั้นไม่มีความสำคัญ [2] ค่าโดยประมาณ $g$ = 9.81 $m/s^2$ นั้นตรงกับค่าความโน้มถ่วงที่เส้นละติจูด 45°N, ที่ระดับน้ำทะเลปานกลาง [3]

ค่าความโน้มถ่วงในแต่ละบริเวณจะแตกต่างกันขึ้นอยู่กับหลายปัจจัย ได้แก่ ความสูงเหนือระดับน้ำทะเลปานกลาง ตำแหน่งละติจูด ลักษณะทางธรณีวิทยา เป็นต้น สถาบันมาตรวิทยาแห่งชาติได้วัดค่าแรงโน้มถ่วงจำนวน 7 จุด ด้วยเครื่องมือวัดความดันสอบเทียบแบบ On-site พร้อมกับการคำนวณและแก้ค่าผลการวัดให้ถูกต้อง ครอบคุมทุกภาคของประเทศไทย พบว่า บริเวณจังหวัดเชียงใหม่มีค่าแรงโน้มถ่วงประมาณ 9.784261950 $\pm$ 0.39×$10^{-7}$ $m/s^2$ [4]

จุดประสงค์ของบทความนี้คือการนำเสนอการวัดค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นด้วยวิธีที่ง่าย และใช้เครื่องมือที่ไม่ซับซ้อน ราคาถูก สร้างได้เอง คือใช้ลูกตุ้มอย่างง่าย (Simple pendulum) เป็นมาตรความโน้มถ่วง (Gravimeter) โดยตั้งเป้าหมายของผลลัพธ์การทดลองจากลูกตุ้มอย่างง่ายจะต้องมีค่าคลาดเคลื่อน (Error) จากค่าการคำนวณไม่เกิน 0.5 %

## 2. ทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

วิธีวัดความโน้มถ่วงมีอยู่หลายวิธีซึ่งส่วนใหญ่มีหลักการอยู่บนพื้นฐานของพลศาสตร์ เช่นใช้วิธีการตกอย่างอิสระของวัตถุ, ใช้ระนาบเอียง, ใช้ลูกตุ้มอย่างง่าย (Simple pendulum) และใช้ระบบสปริง-มวล โดยหลักการแล้วลูกตุ้มประกอบก็สามารถใช้เป็นมาตรความโน้มถ่วงได้เช่นกัน

### 2.1 การใช้งานลูกตุ้มอย่างง่ายเป็นมาตรความโน้มถ่วง

วิธีวัดความโน้มถ่วงมีอยู่หลายวิธีซึ่งส่วนใหญ่มีหลักการอยู่บนพื้นฐานของพลศาสตร์ เช่นใช้วิธีการตกอย่างอิสระ (Free fall) ของวัตถุ, ใช้ระนาบเอียง และที่นิยมมากที่สุดคือการใช้ลูกตุ้มแบบต่างๆ

บุคคลแรกที่พบว่าความโน้มถ่วงบนผิวโลกมีการเปลี่ยนแปลงค่าคือ Jean Richer (1630-1696) ถูกส่งไป Cayenne, French Guiana โดย French Academie des Sciences ในปี 1671 โดย Richer ใช้ลูกตุ้มนาฬิกา (Pendulum clock) ในการทดลองที่ Cayenne พบว่าเวลาท้องถิ่นช้ากว่าที่ปารีสวันละ 2.5 นาที ซึ่งเทียบเท่ากับความยาวของลูกตุ้มที่แกว่งครั้งละ 1 วินาทีสั้นกว่าที่ปารีส 2.6 mm [5]

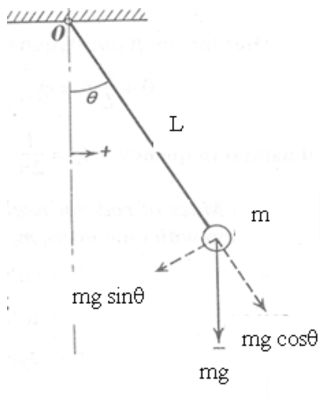
ลูกตุ้มที่แกว่งครั้งละ 1 วินาที (Seconds pendulum, ลูกตุ้มวินาที) คือลูกตุ้มซึ่งการแกว่งครบ 1 รอบการแกว่งเป็น 2 s/cycle

สิ่งนี้ทำให้นักวิทยาศาสตร์ตระหนักรู้ตั้งแต่นั้นมาและได้ถูกพิสูจน์โดยนิวตันในปี 1687 ว่าเกิดขึ้นเนื่องจากความจริงที่ว่าโลกไม่ได้เป็นทรงกลมอย่างสมบูรณ์ แต่จะแบนลงเล็กน้อยและที่เส้นศูนย์สูตรจะหนักกว่าเพราะการหมุนของโลก และ Cayenne อยู่ไกลจากจุดศูนย์กลางของโลกมากกว่าปารีสจึงทำให้ความโน้มถ่วงอ่อนค่าลง ลูกตุ้มเริ่มถูกใช้เป็นมาตรความโน้มถ่วงที่มีความเที่ยงตรงนับตั้งแต่นั้นเป็นต้นมา

ในปี 1673 Christiaan Huygens (1629-1695) [6] ได้แสดงให้เห็นว่าลูกตุ้มจริงจะมีคาบเท่ากับลูกตุ้มอย่างง่ายซึ่งมีความยาวเท่ากับระยะทางระหว่างจุดหมุนกับจุด ๆ หนึ่งที่เรียกว่าจุดศูนย์กลางการแกว่ง (Center of oscillation) ซึ่งจะอยู่ในตำแหน่งที่ต่ำกว่าจุดศูนย์ถ่วงของลูกตุ้มและขึ้นอยู่กับการกระจายมวลของลูกตุ้ม โดยตาม

หลักการแล้วจะสามารถคำนวณหาจุดศูนย์กลางการแกว่งนี้ได้ แต่เนื่องจากโลหะวิทยาในยุคนั้นยังไม่ดีนักจึงทำให้การหาตำแหน่งของจุดศูนย์กลางการแกว่งที่เที่ยงตรงทำได้ยาก

เพื่อแก้ปัญหานี้นักวิจัยด้านความโน้มถ่วงในสมัยนั้น [7] เช่น ในปี 1669 Jean Picard (1620-1682) ใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายทำด้วยลูกกลมโลหะแขวนอยู่กับเส้นลวดขนาดเล็ก (เบา) วิธีนี้การหาจุดศูนย์ถ่วงอย่างละเอียดแม่นยำนอกจากจะยากแล้ว ลูกตุ้มแบบนี้ยังมีความไม่เที่ยงตรงมากนักโดยธรรมชาติแฝงอยู่ด้วย คือ ลูกกลมและเส้นลวดไม่ได้เคลื่อนที่แกว่งไปและกลับเป็นวัตถุแกร่ง (Rigid body) ชิ้นเดียวกัน ลูกกลมมีการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัมเชิงมุมเล็กน้อยในระหว่างที่ลูกตุ้มแกว่งและเส้นลวดก็ยืดเนื่องจากความยืดหยุ่นทำให้ความยาวของลูกตุ้มเปลี่ยนแปลงไปเล็กน้อยในระหว่างรอบการแกว่งอีกด้วย




**รูปที่ 1** การเคลื่อนที่ของลูกตุ้มอย่างง่าย

### 2.2 การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย

พิจารณาการแกว่งของลูกตุ้มในรูปที่ 1 ด้วยวิธีของนิวตันเมื่อไม่คิดมวลของเส้นเชือกที่ยาว L ระบบการสั่นสะเทือนก็จะเป็นการแกว่งของอนุภาค (Particle) สมการการเคลื่อนที่จะหาได้จากการสมดุลของแรงในระนาบ x-y รอบจุด O คือ:

$$-mg\sin\theta = mL\ddot{\theta} \quad (1)$$

ดังนั้น $$mL\ddot{\theta} + mg\sin\theta = 0$$

หรือ $$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0 \quad (2)$$

แต่สำหรับการแกว่งที่มีแอมพลิจูดน้อย, $\sin\theta \approx \theta$, ดังนั้น:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

นั่นคือ $$\omega_n = \sqrt{g/L}$$

จะได้คาบการแกว่งของลูกตุ้มที่ความเชือกยาว L เป็น :

$$T = 2\pi/\omega_n = 2\pi\sqrt{L/g} \quad (3)$$

สมการ (3) สำหรับคาบในการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายที่หามาได้เป็นเพียงสมการโดยประมาณ เพื่อให้ได้สมการที่แท้จริงสำหรับคาบของการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายจำเป็นต้องกลับไปพิจารณาที่สมการเชิงอนุพันธ์ คือสมการ (2) เมื่อคูณทั้งสองพจน์ด้วย $2\pi$ แล้วหาปริพันธ์จากตำแหน่งเริ่มต้นซึ่งมุมในการแกว่งมากที่สุดคือ $\theta = \theta_m$ และ $\dot{\theta} = 0$ จะได้:

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{2g}{L}(\cos\theta - \cos\theta_m) \quad (4)$$

แทน $\cos\theta$ ด้วย $1 - 2\sin^2(\theta/2)$ และแทน $\cos\theta_m$ ในลักษณะเดียวกัน แล้วแก้สมการหา $dt$ จากนั้นจึงหาปริพันธ์ตลอดช่วงหนึ่งในสี่ของคาบ จาก $t = 0, \theta = 0$ ถึง $t = T/4, \theta = \theta_m$ จะได้:

$$T = 2\sqrt{\frac{L}{g}}\int_0^{\theta_m}\frac{d\theta}{\sqrt{sin^2(\theta_m/2) - sin^2(\theta/2)}} \quad (5)$$

อินทิกรัลทางด้านขวามือของสมการ (5) เรียกว่า Elliptic integral ซึ่งไม่สามารถแสดงอยู่ในรูปพจน์ของฟังก์ชันพีชคณิตหรือฟังก์ชันตรีโกณมิติ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จึงกำหนดให้แทนค่าตัวแปร $\theta/2$ ด้วยค่า $\emptyset$ จะได้ความสัมพันธ์เป็น:

$$sin(\theta/2) = sin(\theta_m/2)\, sin\,\emptyset \quad (6)$$

จะสามารถเขียนสมการ (5) ได้เป็น:

$$T = 4\sqrt{\frac{L}{g}}\int_0^{\pi/2}\frac{d\emptyset}{\sqrt{1-sin^2(\theta_m/2)-sin^2\emptyset}} \quad (7)$$

ค่าของอินทิกรัลจะหาได้จากตารางของ Elliptic integral สำหรับค่า $\theta_m/2$ ต่างๆ ซึ่งจะแทนด้วย $K$ เพื่อเปรียบเทียบกับลูกตุ้มอย่างง่ายที่ใช้วิธีประมาณ จึงเขียนสมการ (7) ใหม่ อยู่ในรูป [8]:

$$T = \frac{2K}{\pi}\left(2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right) \quad (8)$$

สมการ (8) แสดงให้เห็นว่าจะสามารถหาคาบที่แท้จริงได้จากสมการด้วยการประมาณ (สมการ (3) โดยคูณด้วยตัวประกอบปรับแก้ (Correction factor) $2K/\pi$ ซึ่งค่าของตัวประกอบปรับแก้ได้แสดงอยู่ในตารางที่ 1

**ตารางที่ 1** ตัวประกอบปรับแก้สำหรับคาบของลูกตุ้มอย่างง่าย [8]

| $\theta_m$ | 0° | 10° | 20° | 30° | 60° | 90° | 120° | 150° | 180° |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| K | 1.571 | 1.574 | 1.583 | 1.598 | 1.686 | 1.854 | 2.157 | 2.768 | ∞ |
| $2K/\pi$ | 1.000 | 1.002 | 1.008 | 1.017 | 1.073 | 1.180 | 1.373 | 1.762 | ∞ |

จากตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่า สำหรับงานทางวิศวกรรมที่มุมแกว่งไม่มากเกิน 10° ไม่ต้องปรับแก้คาบในการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายก็ได้ นั่นคือสมการโดยการประมาณกับสมการที่แท้จริงจะให้ผลลัพธ์ที่เท่ากันสำหรับการแกว่งเป็นมุมที่น้อยกว่า 10°

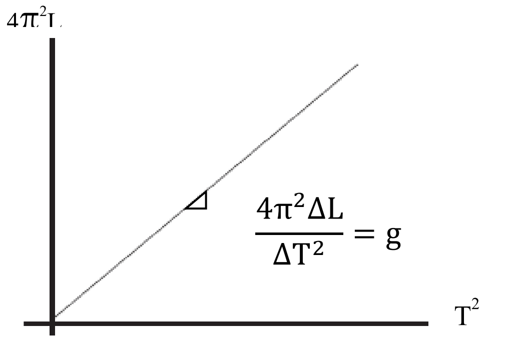
เมื่อต้องการใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายเป็นมาตรวัดความโน้มถ่วง (Gravimeter) จำเป็นต้องปรับสมการ (3) ให้อยู่ในรูป:

$$g = (2\pi)^2\frac{L}{T^2} \quad (9)$$

นั่นคือในแต่ละความยาว $L$, ค่าความโน้มถ่วง $g$ จะหาได้โดยการหาคาบธรรมชาติ $T$ ในการแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่ายเพียงอย่างเดียวและเมื่อจัดรูปสมการ (9) ใหม่เป็น:

$$4\pi^2L = gT^2 \quad (10)$$

ก็จะเห็นได้ว่า $4\pi^2L$ มีความสัมพันธ์เชิงเส้นกับ $T^2$ โดยมี $g$ เป็นความชันของกราฟเส้นตรงที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง $4\pi^2L$ กับ $T^2$ ดังแสดงในรูปที่ 2 เมื่อทราบความชันของเส้นกราฟระหว่าง $4\pi^2L$ กับ $T^2$ ก็จะสามารถหาค่า $g$ ได้จากความชันของเส้นกราฟโดยตรง




**รูปที่ 2** กราฟเส้นตรงความสัมพันธ์ $4\pi^2L$ กับ $T^2$

และเมื่อจัดรูปสมการ (9) ใหม่เป็น:

$$L/T^2 = g/4\pi^2 = const \quad (11)$$

ก็จะเห็นได้ว่าอัตราส่วน $L/T^2$ มีค่าคงที่ ดังนั้นจึงไม่จำเป็นที่จะต้องทดลองโดยการแปรเปลี่ยนความยาวของลูกตุ้มอย่างง่าย

จะสังเกตได้ว่าความยาว $L$ และคาบ $T$ เป็นพารามิเตอร์ที่สำคัญในการหาค่าความโน้มถ่วง Duncan [9] แนะนำให้ใช้ความยาวของลูกตุ้มอยู่ระหว่าง 3 – 4 ft (ประมาณ 0.9 – 1.2 m) และจับเวลาเป็นจำนวน 100 รอบการแกว่ง และให้ใช้มุมแกว่งน้อยๆ

Strelkov [10] ได้อภิปรายไว้ว่า เพื่อให้ผลลัพธ์จากการทดลองมีความแม่นยำ (Accuracy) การทดลองจะต้องทำให้ลูกตุ้มแกว่งเป็นมุมน้อยเสมอ การแกว่ง

ด้วยแอมพลิจูดที่อยู่ระหว่าง 2° – 4° จะให้คาบที่วัดได้จากการทดลองเป็นค่าที่ตรงกับค่าที่คำนวณจากทฤษฎีในทางปฏิบัติ ถ้าแอมพลิจูดของการแกว่งไม่เกิน 10° คาบที่ได้จากการทดลองจะมีค่าคลาดเคลื่อน (Error) ไม่เกิน 0.2%

ดังนั้นการทดลองใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายเป็นมาตรความโน้มถ่วงเพื่อหาว่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นจึงสามารถทำได้หลายวิธีดังต่อไปนี้:

1. หาค่า $\mathrm{g}$ จากค่าความชันของเส้นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $4\pi^2\mathrm{L}$ กับ $\mathrm{T}^2$ ซึ่งวิธีนี้ต้องทดลองโดยการแปรเปลี่ยนความยาวของลูกตุ้มอย่างง่าย

2. หาค่า $\mathrm{g}$ จากค่าของอัตราส่วน $4\pi^2\mathrm{L}/\mathrm{T}^2$ โดยวิธีนี้ทดลองที่ความยาวของลูกตุ้มอย่างง่ายหลายค่าแล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย

3. หาค่า $\mathrm{g}$ จากค่าของอัตราส่วน $4\pi^2\mathrm{L}/\mathrm{T}^2$ โดยทดลองที่ความยาวของลูกตุ้มอย่างง่ายค่าเดียว แต่ทำหลายซ้ำเพื่อหาค่าเฉลี่ย เช่นกัน

4. ในบทความนี้จะให้ความสำคัญกับการหาค่าความโน้มถ่วงวิธีที่หนึ่ง และเปรียบ เทียบกับค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นทางทฤษฎีที่คำนวณจากงานวิจัย [11]:

$$g(\emptyset,h) = 9.780\ 318\ 4(10.005\ 302\ 4sin^2\emptyset\ - 0.000\ 005\ 9sin^2(2\emptyset) - 0.000.003\ 086h \qquad (12)$$

โดย $\emptyset$ คือองศาเส้นละติจูด และ $\mathrm{h}$ คือระดับความสูงวัดเหนือระดับน้ำทะเลปานกลาง

การทดลองหาค่าแรงโน้มถ่วงท้องถิ่นได้ทำการทดลอง ณ อาคารปฏิบัติการวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยนอร์ท-เชียงใหม่ อ.หางดง จ.เชียงใหม่ มีพิกัดอยู่ที่เส้นรุ้ง 18°39′43″ N และมีระดับความสูง 300 m AMSL เมื่อแทนค่า $\emptyset$ และ $\mathrm{h}$ ของสถานที่ทดลองลงในสมการ *(12)* ก็จะได้ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่น ณ สถานที่ทดลองเป็น: $\mathrm{g}$(18.66°, 300 m) = 9.784 703 862 m/s$^2$ ≅ 9.7847 m/s$^2$ = $\mathrm{g}_{\mathrm{Cal}}$

### 3. อุปกรณ์ทดลองและวิธีทดลอง

อุปกรณ์การทดลองนี้ใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายเป็นมาตรความโน้มถ่วง โดยมีความยาวของลูกตุ้มเริ่มต้นที่ 1.00 m, 1.05 m, 1.10 m, 1.15 m และ 1.20 m ในการทดลองนี้กำหนดจำนวนรอบของการแกว่งเป็น 100 รอบ และคือมุมเริ่มต้นของการแกว่งกำหนดให้ไม่เกิน 5° โดยเตรียมอุปกรณ์การทดลองแสดงดังรูปที่ 3 มีดังต่อไปนี้

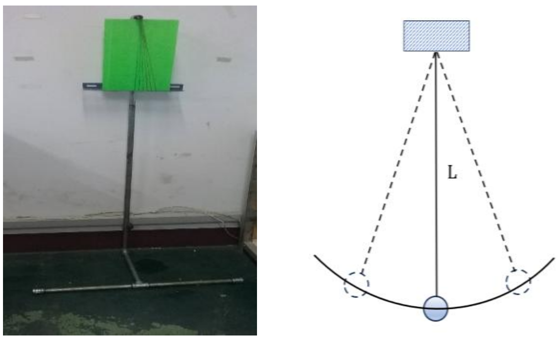
1. เตรียมเส้นเอ็นตกปลามีความยาวเพียงพอสำหรับการปรับตั้งความยาวของลูกตุ้มให้อยู่ระหว่าง 1.00 m ถึง 1.20 m

2. ลูกตุ้มทำจากเพลากลมตันขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 25.4 mm ยาว 40 mm และเจาะรูให้ทะลุตลอดความยาวเพื่อให้เส้นเอ็นร้อยผ่านได้ เพื่อเป็นการลดโอกาสที่จะกลายเป็นระบบ 2-degree of freedom

3. ขาตั้งชุดทดลองทำจากท่อขนาด 1/2 นิ้ว ยึดโครงของเครื่องทดลองให้แข็งแรงไม่ให้มีการสั่นสะเทือน

4. ตลับเมตรความละเอียด (Least count) 1 mm

5. นาฬิกาจับเวลามีความละเอียด 0.01 วินาที




**รูปที่ 3** มาตรความโน้มถ่วงของลูกตุ้มอย่างง่าย

วิธีการทดลองมีขั้นตอนดังนี้:

1. ยึดลูกตุ้มติดกับปลายเส้นเอ็นข้างหนึ่งวัดความยาวของเส้นเอ็นจากจุดรองรับไปจนถึงจุดศูนย์ถ่วงของลูกตุ้มให้ได้ 1.00 m เมื่อปรับความยาวได้แล้วยึดเส้นเอ็นให้แน่น จะได้ความยาวของเส้นเอ็นที่ไม่เปลี่ยนแปลง

2. จับลูกตุ้มให้เบนออกจากตำแหน่งสมดุลสถิต เป็นมุม 4° จากนั้นจึงปล่อยลูกตุ้มให้แกว่งอย่างอิสระ

จับเวลาการแกว่งของลูกตุ้ม 100 รอบ แล้วบันทึกเวลาเพื่อคำนวณหาเวลาการแกว่งของลูกตุ้ม ($T$) ในขั้นต่อไป โดยทำซ้ำในข้อนี้ 10 ครั้ง

3. ทดลองซ้ำโดยเปลี่ยนความยาวลูกตุ้มเป็น 1.05 m, 1.10 m, 1.15 m และ 1.20 m ตามลำดับ

**ตารางที่ 2** ข้อมูลผลการทดลอง

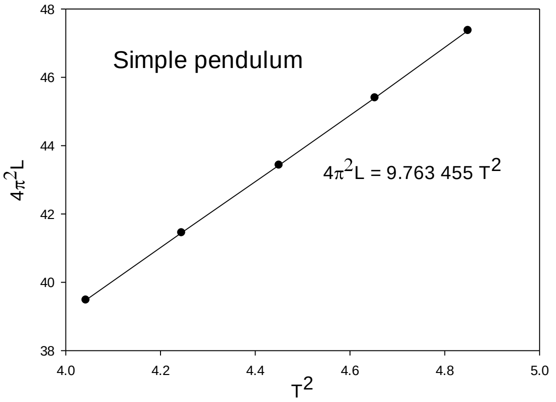
| ครั้งที่ | เวลาในการแกว่งครบ 100 รอบ (s) ที่ความยาวต่างๆ | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1.00 m | 1.05 m | 1.10 m | 1.15 m | 1.20 m |
| 1 | 201.07 | 206.10 | 210.89 | 215.67 | 220.19 |
| 2 | 201.04 | 206.05 | 211.00 | 215,69 | 220.26 |
| 3 | 201.02 | 206.05 | 210.97 | 215.72 | 220.22 |
| 4 | 201.10 | 205.99 | 210.92 | 215.67 | 220.21 |
| 5 | 201.11 | 205.92 | 211.01 | 215.68 | 220.23 |
| 6 | 201.03 | 206.03 | 210.89 | 215.66 | 220.26 |
| 7 | 201.04 | 205.90 | 210.91 | 215.74 | 220.29 |
| 8 | 201.06 | 206.02 | 210.98 | 215.73 | 220.17 |
| 9 | 201.09 | 205.99 | 210.98 | 215.75 | 220.17 |
| 10 | 201.07 | 206.03 | 210.97 | 215.67 | 220.14 |
| เฉลี่ย | 201.06 | 206.01 | 210.95 | 215.70 | 220.21 |

**4. ผลลัพธ์และการอภิปรายผลลัพธ์**

ผลลัพธ์การทดลองแสดงในตารางที่ 3 เริ่มต้นด้วยการคูณความยาว $L$ ในตารางที่ 2 ด้วย $4\pi^2$ ได้เป็นคอลัมน์แรกของตารางที่ 3 จากนั้นจึงหารค่าเฉลี่ยของเวลาในการแกว่งครบ 100 รอบของการจับเวลา 10 ซ้ำ (แถวสุดท้ายของตารางที่ 2) ด้วย 100 รอบ จะได้คาบ $T$ (มีหน่วยเป็น s) แล้วคำนวณหาค่ากำลังที่สองของคาบ ($T^2$) (เป็นคอลัมน์ที่ 2 ของตารางที่ 3) ค่าความโน้มถ่วง $g$ ในคอลัมน์ที่ 3 ได้จากการหารคอลัมน์แรกด้วยคอลัมน์ที่ 2 หาค่าเฉลี่ยคอลัมน์ที่ 3 จะได้ $g_{Exp}^{Av}$ = 9.763 455 m/s$^2$ ≅ 9.7635 m/s$^2$

**ตารางที่ 3** ผลลัพธ์จากการทดลอง

| $L$ | $4\pi^2L$ | $T^2$ | $g$ | %Error |
|---|---|---|---|---|
| 1.00 | 39.48 | 4.0426 | 9.765 570 | 0.195 513 |
| 1.05 | 41.45 | 4.2445 | 9.766 147 | 0.189 615 |
| 1.10 | 43.43 | 4.4502 | 9.758 269 | 0.270 128 |
| 1.15 | 45.40 | 4.6527 | 9.757 839 | 0.274 525 |
| 1.20 | 47.37 | 4.8492 | 9.769 452 | 0.155 837 |
| | | | 9.763 455 | 0.217 124 |




**รูปที่ 6** ความสัมพันธ์ระหว่าง $4\pi^2L$ กับ $T^2$

เปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้รับจากการทดลองกับค่าจากการคำนวณ ($g_{Cal}$ = 9.7847 m/s$^2$) แล้วจึงหาค่าความคลาดเคลื่อน (Error) เป็นร้อยละจาก: $\%Error = ABS\left[g_{Exp}/g_{cal} - 1\right]100$ ใส่ไว้ในคอลัมน์สุดท้ายของตารางที่ 3

เมื่อนำ $4\pi^2L$ กับ $T^2$ จากตารางที่ 3 ไปเขียนเป็นกราฟ (รูปที่ 6) ก็จะได้กราฟเส้นตรงที่มีความชันเป็น: $4\pi^2\,\Delta L/\Delta T^2$ = 9.763 452 712 1 m/s$^2$ = $g_{Exp}^{Gr} \cong$ 9.7635 m/s$^2$ จะเห็นได้ว่า:

$$g_{Exp}^{Gr} = g_{Exp}^{Av} = 9.7635\ m/s^2 = g_{Exp}$$

ดังนั้นค่าความโน้มถ่วงที่หาได้จากทั้งสองวิธีไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ และเมื่อเปรียบเทียบกับค่า $g_{Cal}$= 9.7847 m/s$^2$ ค่าคลาดเคลื่อนมีเพียง 0.2 % โดยประมาณ เท่านั้น

เมื่อพิจารณาความไม่แน่นอน (Uncertainty) ในการทดลองนี้ เมื่อพิจารณาผลลัพธ์ทั้งหมด ก็จะเป็นเป็นความไม่แน่นอนของค่าเฉลี่ย ความไม่แน่นอนจึงหาได้จาก: Uncertainty = (Range)/2

จากคอลัมน์ที่ 4 ของตารางที่ 3 ค่าความโน้มถ่วงมากที่สุดและน้อยที่สุดจึงมีค่าเป็น 9.769 452 m/s$^2$ และ 9.757 839 m/s$^2$ ตามลำดับ ดังนั้น

Uncertainty = (9.769 452 - 9.757 839)/2

= ± 0.005 807 m/s$^2$

เนื่องจากความไม่แน่นอนต้องมีเลขนัยสำคัญหนึ่งตำแหน่งเท่านั้น ดังนั้น:

Uncertainty = ± 0.006 m/s$^2$

และค่าเฉลี่ยจะต้องมีทศนิยมเท่ากับความไม่แน่นอน ด้วยเหตุนี้ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นที่ได้จากการทดลองนี้จึงมีค่าเป็น:

$$g_{Exp} = 9.7635 \pm 0.006\ m/s^2$$

ผลลัพธ์ในตารางที่ 3 ได้ยืนยันข้อสังเกตข้างต้นและเป็นไปตามคำแนะนำของ Duncan [9] และ Strelkov [10] ซึ่งให้ใช้มุมแกว่งน้อย, ความยาวของลูกตุ้มอยู่ระหว่าง 0.9 – 1.2 m และจับเวลาเป็นจำนวน 100 รอบ ผลลัพธ์ขั้นสุดท้ายชี้ให้เห็นว่าค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นที่วัดได้มีความคลาดเคลื่อนเมื่อเทียบกับค่าคำนวณประมาณ 0.2%

## 5. สรุป

ผลลัพธ์จากการทดลองนี้ พบว่า ในการทดลองหาค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นโดยใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายเป็นมาตรวัดความโน้มถ่วงนั้น จะได้ผลลัพธ์ที่มีความเที่ยงตรงเป็นที่ยอมรับได้ โดยต้องทำการทดลองด้วยลูกตุ้มอย่างง่ายที่มีการวัดความยาวที่เที่ยงตรง ใช้มุมเริ่มต้นการแกว่งน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ และควรจะใช้จำนวนรอบการแกว่งในการจับเวลาแต่ละครั้งมากเพียงพอ

ในการทดลองนี้ ได้ใช้ลูกตุ้มอย่างง่ายที่มีความยาว 1.0 m, 1.05 m, 1.10 m, 1.15 m และ 1.20 m โดยมุมเริ่มต้นการแกว่งประมาณ 4° จับเวลาการแกว่งของลูกตุ้มทั้งหมด 100 รอบ และแต่ละความยาวของลูกตุ้มจับเวลาทั้งหมด 10 ซ้ำ พบว่า ผลลัพธ์จากการทดลองนี้ได้ ค่าความโน้มถ่วงท้องถิ่นมีเป็น $g_{Exp}$= 9.7635 ± 0.006 m/s$^2$ และค่าคลาดเคลื่อนเทียบกับค่าจากการคำนวณประมาณ 0.2% ซึ่งบรรลุตามเป้าประสงค์น้อยกว่า 0.5% ตามที่ตั้งไว้

## 6. เอกสารอ้างอิง

[1] Sithipong S, Srikoch N, Kongtragool B. Local acceleration due to gravity calculation. Payao Research Conference 13th; 25-28 Dec 2021; University of Payao. Payao: 2021. 2578-92. (in Thai)

[2] National Institute of Standards and Technology. The International System of Units (SI) [Internet]. Washington: U.S. Department of Commerce; Jul 2001. [cited 2024 May 22]; Available from: https://physics.nist.gov/cuu/pdf /sp330.pdf

[3] Meriam JL, Kraige LG. Engineering mechanics dynamics. Vol. 2. 2nd ed. New York: John Wiley and Sons; 1987.

[4] Praireunrom T, Woradech N. The measurement of gravity in Thailand and its importance. [Internet]. Bangkok: National Institute of Metrology (Thailand); Nov 2017. [cited 2024 May 20]; Available from: https://www.nimt.or.th/main/?p= 21307

[5] Poynting JH, Thomson JJ. Text-Book of Physics Properties of Matter. London: Charles Griffin and Company; 1909.

[6] Yoder JG. Chapter 3. In: Huygens C (ed) Book on the pendulum clock (1673) landmark writings in Western mathematics 1640–1940. Amsterdam: Elsevier Science; 2005.

[7] Picard J. Measure de la Terre. Paris: De l'Imprimeire Royale; 1671.

[8] Beer FP, Johnston ER Jr. Vector Mechanics for Engineers: Dynamics. 4th ed, New York: McGraw- Hill; 1988.

[9] Duncan J. Mechanics and Heat. London: Macmillan; 1931.

[10] Strelkov SP. Mechanics. Moscow: Mir Publishers; 1978.

[11] Kongtragool B, Sithipong S. Investigation on the formula for calculating local gravity. Royal Thai Naval Academy Journal of Science and Technology. 2023;6(1):161-73. (in Thai)