

การออกแบบและควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพด้วยตัวควบคุมแบบพื้นฐาน

โดยใช้โปรแกรม MATLAB Simulink

ครรชิต ภาวนานนท์¹, ดวงกมล อังอำนวยศิริ², กมลวรรณ วงศ์วุฒิ³, กฤษณ์ท์ เจริญสุข^{4*}

^{1, 2} คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม, สาขาวิศวกรรมหุ่นยนต์และอิเล็กทรอนิกส์อัจฉริยะ,
มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

³ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม, สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า, มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี

^{4*} คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สาขาวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมและการจัดการนวัตกรรม,
สถาบันเทคโนโลยีปทุมวัน

*E-mail: c.kritchanan@gmail.com

Received: May 7, 2022

Revised: Jul 7, 2022

Accepted: Dec 21, 2022

บทคัดย่อ

บทความนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะแสดงให้เห็นถึงหลักการออกแบบของการปรับสมดุลหุ่นยนต์และตัวควบคุม PD ในการออกแบบนั้น หุ่นยนต์ใช้หลักการไดนามิกของการปรับสมดุลการเคลื่อนไหวของหุ่นยนต์ และใช้กฎของนิวตันในการออกแบบ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพจะไม่เป็นแบบเส้นตรง ดังนั้น หุ่นยนต์ต้องแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพไม่เชิงเส้นให้เป็นแบบเชิงเส้นก่อน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพเชิงเส้นได้นำไปใช้กับการออกแบบตัวควบคุม ในการออกแบบตัวควบคุมหลักสำหรับหุ่นยนต์ปรับสมดุล บทความนี้ได้เลือกตัวควบคุม PD ไม่ซับซ้อนและง่ายต่อการปรับเปลี่ยนหรือปรับให้เหมาะสมกับระบบของหุ่นยนต์ทรงตัว เพื่อรักษาเสถียรภาพและขจัดสัญญาณรบกวนที่อาจเกิดขึ้นในระบบ ในบทความนี้เลือกใช้ Simulink เพราะสามารถเชื่อมต่อกับบอร์ด Arduino และเชื่อมต่อกับหุ่นยนต์ จึงทำให้ง่ายต่อการใช้งานซึ่งจำลองและทดลอง ตรรกะของตัวควบคุมใช้ความสามารถของตัวควบคุมเพื่อให้หุ่นยนต์ทรงตัวให้มีเสถียรภาพ โดยการจำลองระบบของหุ่นยนต์ทรงตัวที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมที่ได้รับจากโครงสร้างจริงและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของมุลูกตุ้มคว่ำของหุ่นยนต์ทรงตัวกับตัวควบคุมที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ สมดุลและเปรียบเทียบดัชนีประสิทธิภาพของระบบควบคุมหุ่นยนต์ทรงตัวโดยใช้ตัวควบคุม PD เพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพ การทดสอบตัวควบคุมนี้ได้มาจากสมการเชิงเส้นเชิงคำนวณที่ได้มาจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ปรับสมดุล สามารถควบคุมและทำให้หุ่นยนต์สมดุลมีเสถียรภาพเพื่อให้หุ่นยนต์ปรับสมดุลสามารถรักษาสมดุลได้

คำสำคัญ : หุ่นยนต์ดูลายภาพ, อินเวอร์ทเพนดูลัม, ตัวควบคุมแบบพีดี, ซิมูลิงค์, อาดูโน

The Design and Control for the Balancing Robot with fundamental controller using program MATLAB Simulink

Kanchit Pawanant¹, Daungkamol angamnuaysiri², Kamolwan Wongwut³,
Kritchanan Charoensuk^{4*}

^{1,2} Faculty of Engineering and Industrial Technology, Department of Robots and Smart Electronics Engineering,
Phetchaburi Rajabhat University

³ Faculty of Engineering and Industrial Technology, Department of Electrical Engineering, Phetchaburi Rajabhat University

^{4*} Faculty of Science and Technology, Department of Industrial Technology and Innovation Management,
Pathumwan Institute of Technology

*E-mail: c.kritchanan@gmail.com

Received: May 7, 2022

Revised: Jul 7, 2022

Accepted: Dec 21, 2022

Abstract

This paper aspires to demonstrate the design principles of balancing robots and PD controllers in that design. It applied the dynamics principles of balancing robot movements and used Newton's laws in its design. The mathematical model of the equilibrium robot will not be linear. Therefore, The Balancing Robot must first convert the non-linear equilibrium robot's mathematical model to a linear one. A mathematical model of a linear equilibrium robot had applied to the controller design. In designing a primary controller for a balancing robot, this article has selected a PD controller. It is not very complex and easy to modify or adjust to suit the balancing robot system to stabilize and eliminate possible interference in the system. In this article, I have chosen to use the Simulink because it can connect to the Arduino board and the balancing robot, thus resulting in ease of use, simulation and experiments. The controller logic used the ability of the controller to stabilize the balancing robot by simulating the system of the balancing robot used in the design of the controller obtained from the actual structure and comparing the performance of the inverted pendulum angle of the balancing robot with the controller obtained from the mathematical model of the robot. The equilibrium and performance index of the balancing robot control system uses a PD controller to maintain the stability of the equilibrium robot. The test of this controller emanated from computational linear equations derived from a mathematical model of a balancing robot, which can control and stabilize the equilibrium robot so that The Balancing Robot can maintain equilibrium.

Keywords : Balancing robot, Inverted pendulum, PD Controller, Simulink, Arduino.

Nomenclature

x	: ตัวแปรตำแหน่งของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
$\dot{x}$	: ตัวแปรความเร็วของหุ่นยนต์ดุลยภาพ
θ_p	: ตัวแปรมุมของอินเวอร์ทเพนดูลัม
$\dot{\theta}_p$	: ตัวแปรความเร็วเชิงมุมของอินเวอร์ทเพนดูลัม
g	: ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก
r	: รัศมีของล้อ
M_w	: มวลของล้อ
M_p	: มวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม
I_p	: โมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม
I_w	: โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ
L	: ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม
K_m	: ค่าคงที่แรงบิดของมอเตอร์
K_e	: ค่าคงที่แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์
R_a	: ค่าความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์ของมอเตอร์
A	: เมตริกซ์ระบบ
B	: เมตริกซ์อินพุต
C	: เมตริกซ์เอาต์พุต
u	: สัญญาณควบคุม
y	: สัญญาณเอาต์พุต
x	: เวกเตอร์สถานะของระบบ
e	: ค่าความผิดพลาดระหว่างสัญญาณเข้ากับสัญญาณออก
K	: เมตริกซ์อัตราขยายป้อนกลับสถานะ
K_p	: อัตราขยายของตัวควบคุมแบบสัดส่วน
K_d	: อัตราขยายของตัวควบคุมแบบอนุพันธ์
V_a	: แรงดันอินพุตของระบบ
T_d	: ค่าเวลาอนุพันธ์
J	: ดัชนีสมรรถนะ
Q	: เมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าแบบกึ่งบวกแน่นอน

R	: เมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าแบบบวกแน่นอน
P	: เมตริกซ์สมมาตรที่เป็นค่าแบบกึ่งบวกแน่นอน

บทนำ

หุ่นยนต์ดุลยภาพ (balancing robot) เป็นอินเวอร์ทเพนดูลัม (invert pendulum) แบบหนึ่งที่มีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ การควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพจำเป็นต้องเลือกตัวควบคุมที่เหมาะสม เพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพควบคู่กับการปรับปรุงสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ[1-4] ในการนำเสนอตัวควบคุมแบบพื้นฐานและการประยุกต์ใช้งาน หลักของการออกแบบตัวควบคุมแบบพีไอดี (PID ย่อจาก proportional-integral-derivative) เป็นตัวควบคุมที่ถูกใช้งานกันอย่างแพร่หลายทั้งในงานอุตสาหกรรมและมีความเสถียรภาพและเป็นที่ยอมรับ ส่วนในงานการศึกษาก็มีการนำไปใช้งานกันอย่างแพร่หลาย ในบทความนี้จะใช้ตัวควบคุมพื้นฐาน มาใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ ซึ่งหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้นมีความไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพดังที่กล่าวมาแล้ว[5] แต่เนื่องด้วยระบบของหุ่นยนต์ดุลยภาพในบทความนี้มีค่า Integral อยู่ภายในระบบอยู่แล้วบทความนี้จะใช้แค่ตัวควบคุมแบบ (PID Control)

บทความนี้ได้้นำความสามารถของโปรแกรม MATLAB มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและหาค่า State-space ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาระบบและเข้าใจถึงหลักการของระบบควบคุม โดยในการออกแบบตัวควบคุมบทความนี้ได้ใช้โปรแกรม Simulink ในการออกแบบตัวควบคุมพื้นฐาน (PD Control) และที่สำคัญ

โปรแกรม Simulink ยังสามารถเชื่อมต่อกับบอร์ด Arduino MEGA 2560 แต่ต้องไปโหลด add-ons เพิ่ม Get Hardware Support Packages และไปที่ Arduino เมื่อติดตั้งเสร็จจะมีไลบรารีเพิ่มขึ้นมาบนโปรแกรม Simulink ดังนั้นจึงทำให้สามารถนำโปรแกรม Simulink ไปควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพได้ จึงทำให้สะดวกต่อการออกแบบและแก้ไขตัวควบคุมบนโปรแกรม Simulink

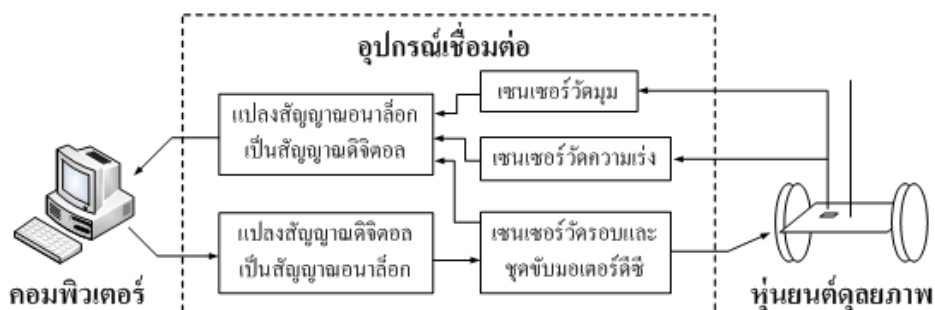
อุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดค่ามุมของหุ่นยนต์ดูลายภาพได้เลือกใช้เซนเซอร์ ADXL335 (Gyroscope Accelerometer) เป็นโมดูลวัดความเร่ง วัดได้ 3 แกน x, y, z โดยค่าของอัตราเร่งเชิงมุม (วัดได้โดย accelerometer) และ อัตราเร็วเชิงมุม (วัดได้โดย gyroscope) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของเซนเซอร์ และเซนเซอร์มีการสื่อสารกับบอร์ด Arduino ในรูปแบบสัญญาณอนาล็อก และบอร์ดที่ใช้ในการควบคุมมอเตอร์หรือเรียกว่า การควบคุมแบบ H-bridge Drive ซึ่งสามารถควบคุมทิศทางและความเร็วโดยใช้สัญญาณควบคุมแบบ Pulse Width Modulation (PWM)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

จุดมุ่งหมายที่จะแสดงให้เห็นถึงหลักการออกแบบของการปรับสมดุหุ่นยนต์และตัวควบคุม PD ในการออกแบบนั้น หุ่นยนต์ใช้หลักการไดนามิกของการปรับสมดุการเคลื่อนไหของหุ่นยนต์และใช้กฎของนิวตันในการออกแบบ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพจะไม่เป็นแบบเส้นตรง ดังนั้นหุ่นยนต์ต้องแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพไม่เชิงเส้นให้เป็นแบบเชิงเส้นก่อน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพเชิงเส้นได้นำไปใช้กับการออกแบบตัวควบคุม ในการออกแบบตัวควบคุมหลักสำหรับหุ่นยนต์ปรับสมดุ

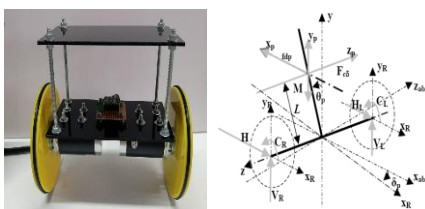
ระเบียบวิธีวิจัย

การออกแบบหุ่นยนต์ดูลายภาพเพื่อใช้ในการศึกษาและทดลอง เนื่องจากคุณสมบัติที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพ และการประมาณเชิงเส้น (รูปที่ 1)



รูปที่ 1 โครงสร้างระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ

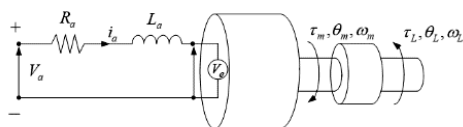
หุ่นยนต์ดูลยภาพประกอบด้วย อินเวอร์ทเพนดูลัม (โครงสร้าง) ล้อสองล้อ และมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง โดยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงทำหน้าที่ รักษาสมดุลหุ่นยนต์ดูลยภาพและขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดูลยภาพเพื่อรักษาสมดุล[6-8] ล้อสองล้อทำหน้าที่ เคลื่อนที่เพื่อรักษาสมดุลหุ่นยนต์ดูลยภาพ อินเวอร์ทเพนดูลัมทำหน้าที่ เปลี่ยนแปลงจุดสมดุลของหุ่นยนต์ดูลยภาพ[9] ซึ่งเป็นไปตามแผนภาพอิสระ และแบบจำลองหุ่นยนต์ดูลยภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 แบบจำลองหุ่นยนต์ดูลยภาพ

โครงสร้างระบบขับเคลื่อน

ในการขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดูลยภาพโดยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสองตัว[9] แบบจำลองของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสามารถพิจารณาดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 แบบจำลองมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

แรงดันไฟฟ้าอาร์เมเจอร์ V_a เท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าบนตัวต้านทาน ของอาร์-เมเจอร์ R_a ความเหนี่ยวนำไฟฟ้าของอาร์เมเจอร์ L_a

และแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ (back emf) V_e ดังสมการที่ 1

$$V_a = i_a R_a + L_a \frac{d i_a}{dt} + V_e \quad (1)$$

เนื่องจากค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่อาร์เมเจอร์มีค่าน้อยมากจึงสามารถประมาณ $L_a \approx 0$ จากสมการที่ 1 สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็นสมการที่ 2

$$i_a = \frac{V_a - V_e}{R_a} \quad (2)$$

เมื่อมีกระแส i_a ที่อาร์เมเจอร์ มอเตอร์จะสร้างแรงบิด τ_m โดยจะแปรผันกับค่าของกระแส i_a ดังสมการที่ 3

$$\tau_m = K_m i_a \quad (3)$$

แรงบิดที่อาร์เมเจอร์จะมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงบิด[10,11] ที่เกิดจากความเสียดทานสถิต τ_L โดยแรงบิดที่เกิดจากความเสียดทานจลน์นั้น จะมีค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด b_m ซึ่งเกิดขึ้นขณะที่เพลาลมุน และแรงบิดที่ทำให้อาร์เมเจอร์ซึ่งมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย I_m เกิดความเร่งเชิงมุม ดังสมการที่ 4

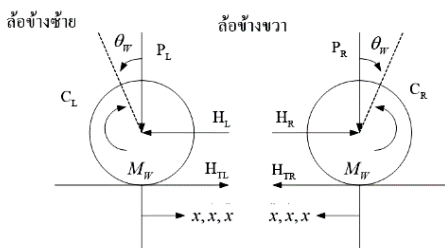
$$\tau_m = \tau_L + b_m \omega_m + I_m \ddot{\theta}_m \quad (4)$$

ค่าของสัมประสิทธิ์ความหนืด b_m มีค่าน้อยมากจึงสามารถประมาณ $b_m \approx 0$ นำสมการได้สมการที่ 2 และนำสมการที่ 3 แทนค่าลงใน

แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม

ผลรวมของแรงที่ได้จากแบบจำลองของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงรูปที่ 5 ในแนวแกนนอน
ผลรวมของแรงในแนวตั้งฉากของอินเวอร์ทเพนดูลัม

$$\tau_L = \frac{K_m V_a - K_m K_e \dot{\theta}_m}{R_a} \quad (5)$$



รูปที่ 4 ล้อสองล้อของหุ่นยนต์ดุลยภาพ

จากรูปที่ 4 มุมที่ล้อยทั้งสองหมุน จะได้ผลรวมของแรงในแนวแกนนอน โดยมีโมเมนต์รวมรอบจุดศูนย์กลางของล้อแกนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ต่ออยู่กับล้อของหุ่นยนต์ดูดยาภาพ จะได้แรงที่ล้อยของหุ่นยนต์ดูดยาภาพ จากสมการที่ 5 เมื่อ $\theta_w = \theta_m$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้ ดังสมการที่ 6

$$C_L = \tau_L = \frac{K_m V_a - K_m K_e \dot{\theta}_W}{R_a} \quad (6)$$

เนื่องจากโมเมนต์ล้อย่ายและล้อยาวมีค่าเท่ากัน ดังนั้นผลรวมโมเมนต์ล้อย่ายและล้อยาวสามารถเขียนสมการใหม่ ดังสมการที่ 7

$$2\left(M_w + \frac{I_w}{r^2}\right)\ddot{\chi} = -\frac{2K_m K_e \dot{\chi}}{R_e r^2} + \frac{2K_m V_a}{R_e r} - (H_L + H_R) \quad (7)$$

รูปที่ 5 แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม

จากผลรวมของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบ จุด
ศูนย์กลางของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังสมการที่ 8

$$I_P \ddot{\theta}_P = -(H_L + H_R)L \cos \theta_P - (P_L + P_R)L \sin \theta_P - (C_L + C_R) \quad (8)$$

ผลรวมของแรงที่ลือของหุ่นยนต์ดูดยภาพ ดัง
สมการที่ 6 สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของการ
เคลื่อนที่แบบเชิงเส้น $\theta_w = \dot{x} \cdot r$ จากนั้นแทนค่า
ลงในสมการที่ 8 สามารถเขียนสมการใหม่ได้ ดัง
สมการที่ 9

$$-(H_L + H_R)L \cos \theta_p - (P_L + P_R)L \sin \theta_p = I_p \ddot{\theta}_p + \frac{2K_m V_a}{R_r r} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_r r} \quad (9)$$

และนำ $-L$ คูณสมการทั้งสองข้าง และ การกำจัด $(H_L + H_R)$ ออกจากระบบพลวัตของมอเตอร์ จะได้

$$\left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p\right)\ddot{x} = -\frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2} + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - M_p L \ddot{\theta}_p \cos \theta_p + M_p L \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \quad (10)$$

การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง

การประมาณค่าเชิงเส้นของสมการปริภูมิสถานะ โดยการประมาณให้ $\theta_p = \pi + \phi_p$ เมื่อ ϕ_p เป็นมุมขนาดเล็ก ๆ ที่อยู่ในแนวแกนตั้ง ดังนั้นจะได้สมการ การเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ 10

$$\ddot{\phi}_p = \frac{M_p L \ddot{x}}{\alpha} + \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r \alpha} - \frac{2K_m V_a}{R_a r \alpha} + \frac{M_p g L \phi_p}{\alpha} \quad (11)$$

$$\ddot{x} = \frac{2K_m V_a}{R_a r \beta} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2 \beta} + \frac{M_p L \ddot{\phi}_p}{\beta} \quad (12)$$

เมื่อ

$$\alpha = I_p + M_p L^2, \quad \beta = 2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p$$

นำสมการที่ 11 แทนลงในสมการที่ 12 และนำสมการที่ 12 แทนลงในสมการที่ 11 จากนั้นนำสมการมาจัดเรียงกัน โดยทางพีชคณิตจะได้รูปแบบของปริภูมิสถานะเชิงเส้น (linear state space) $\dot{x} = Ax + Bu$ ดังสมการที่ 13

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi}_p \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \phi_p \\ \theta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} V_a \quad (13)$$

เมื่อ

$$A_{22} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\beta}\right)\left(\frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha}\right) - \frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta}$$

$$A_{23} \text{ คือ } \frac{(M_p L)^2 g}{\alpha \beta}$$

$$A_{42} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\alpha}\right)\left(-\frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta}\right) + \frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha}$$

$$A_{43} \text{ คือ } \frac{M_p L g}{\alpha}$$

$$B_{21} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\beta}\right)\left(-\frac{2K_m}{R_a r \alpha}\right) + \frac{2K_m}{R_a r \beta}$$

$$B_{41} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\alpha}\right)\left(\frac{2K_m}{R_a r \beta}\right) - \frac{2K_m}{R_a r \alpha}$$

$$u \text{ คือ } V_a$$

การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน

การประมาณค่าเชิงเส้นของสมการปริภูมิสถานะ โดยการประมาณให้ เมื่อเป็นมุมขนาดเล็ก ๆ ที่อยู่ในแนวแกนตั้งดังนั้นจะได้สมการ การเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ ดังนั้นจะได้สมการ การเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ 10 ดังนี้

$$\ddot{\theta}_p = -\frac{M_p L \ddot{x}}{\alpha} + \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r \alpha} - \frac{2K_m V_a}{R_a r \alpha} - \frac{M_p g L \theta_p}{\alpha} \quad (14)$$

$$\ddot{x} = \frac{2K_m V_a}{R_a r \beta} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2 \beta} - \frac{M_p L \ddot{\theta}_p}{\beta} \quad (15)$$

เมื่อ

$$\alpha = I_p + M_p L^2, \quad \beta = 2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p$$

นำสมการที่ 14 แทนลงในสมการที่ 15 และนำสมการที่ 15 แทนลงในสมการที่ 14 จากนั้นนำสมการมาจัดเรียงกัน โดยทางพีชคณิตจะได้รูปแบบของปริภูมิสถานะเชิงเส้น (linear state space) $\dot{x} = Ax + Bu$ ดังสมการที่ 16

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\phi}_p \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \phi_p \\ \theta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} V_a \quad (16)$$

เมื่อ

$$A_{22} \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\beta}\right)\left(\frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha}\right) - \frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta}$$

$$A_{23} \text{ คือ } \frac{(M_p L)^2 g}{\alpha \beta}$$

$$\begin{aligned}
 A_{42} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\alpha} \right) \left(-\frac{2K_a K_r}{R_r r^2 \beta} \right) + \frac{2K_a K_r}{R_r r \alpha} \\
 A_{43} & \text{ คือ } -\frac{M_p L g}{\alpha} \\
 B_{21} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\beta} \right) \left(-\frac{2K_a}{R_r r} \right) + \frac{2K_a}{R_r r \beta} \\
 B_{41} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\alpha} \right) \left(-\frac{2K_a}{R_r r \beta} \right) - \frac{2K_a}{R_r r \alpha} \\
 u & \text{ คือ } V_a
 \end{aligned}$$

ฟังก์ชันถ่ายโอนของ หุ่นยนต์ดูลยภาพ

แบบจำลองเบื้องต้นของงานวิจัยนี้ สมมติให้ ล้อของหุ่นยนต์ดูลยภาพไม่มีการสั่นไหว โดยจะ พิจารณามุมในการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพน ดูลัมเป็นมุมขนาดเล็กๆ ในการซึ่งน้ำหนักของ หุ่นยนต์ดูลยภาพและวัฏระยะระหว่างจุดหมุนกับ จุดศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพน-ดูลัม และหา ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหุ่นยนต์ดูลยภาพแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของพารามิเตอร์ต่างๆ ของหุ่นยนต์ดูลยภาพดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 พารามิเตอร์สำหรับหุ่นยนต์ดูลยภาพ

พารามิเตอร์	ค่าคงที่
K_m	0.3674 (N·m/A)
K_e	0.7661 (V·s/rad)
M_p	1.5 (kg)
M_w	0.2 (kg)
R_a	14 (Ω)
r	0.06 (m)
L	0.05 (m)
g	9.81 (m/sec ²)
I_w	0.00036 (kg·m ²)
I_p	0.003278 (kg·m ²)

การประมาณเชิงเส้นของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบน นั้นมีวัตถุประสงค์ เพื่อนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้จากการ ประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุม เสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ จากนั้นแทน ค่าพารามิเตอร์ที่แสดงในตาราง 1 ลงในสมการที่ 16 ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็นสมการที่ 17

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6304 & 2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 30.4676 & 82.6407 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta_p \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix} V_a \quad (17)$$

$$\text{และ } y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [x \quad \dot{x} \quad \theta_p \quad \dot{\theta}_p]^T \quad (18)$$

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (Transfer function)

$$\frac{\theta_p(s)}{V_a(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (19)$$

จากนั้นทำการหาค่าเมทริกซ์ผกผันที่แสดงใน สมการที่ 20 ดังนี้

$$\det(sI - A) = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s + 2.6304 & -2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & -30.4676 & -82.6407 & s \end{vmatrix} \quad (20)$$

$$= s^4 + 2.6304s^3 - 82.64s^2 - 307.3s$$

เพราะฉะนั้นจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$\frac{\theta_p(s)}{V_a(s)} = \frac{101.8s + 173.5}{s^3 + 2.63s^2 - 82.64s - 307.3} \quad (21)$$

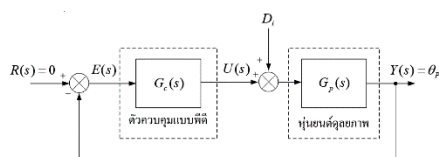
ในการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตำแหน่งก็ทำในลักษณะเดียวกันกับการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของมุม

$$\frac{X(s)}{V_o(s)} = \frac{-3.093s^2 + 555.9}{s^4 + 2.63s^3 - 82.64s^2 - 307.3s} \quad (22)$$

จากสมการที่ 17 กับสมการที่ 21 จะได้ปริมาณสถานะของหุ่นยนต์ดูดยภาพและฟังก์ชันถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดูดยภาพที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพตามลำดับ

การออกแบบตัวควบคุมแบบพื้นฐาน

การออกแบบตัวควบคุมให้สามารถรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพได้นั้น จะต้องทำการกำจัดสัญญาณรบกวน D_i (disturbance) ของระบบควบคุม[13-15] โดยในบทนี้ได้นำเสนอตัวควบคุมพื้นฐานคือตัวควบคุมแบบพีดี โดยตัวควบคุมที่แบบจะทำหน้าที่รักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดูดยภาพให้มีเสถียรภาพ ระบบควบคุมเพื่อรักษาสมดุลของหุ่นยนต์ดูดยภาพให้มีเสถียรภาพโดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบพีดีในรูปที่ 6



รูปที่ 6 โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี

ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีเป็นตัวป้อนกลับสัญญาณสถานะให้กับระบบ เพื่อรักษาสมดุลของ

หุ่นยนต์ดูดยภาพด้วยวิธีการวางโพล โดยมีฟังก์ชันการถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบพีดีดังนี้

$$G_c(s) = K_d s + K_p \quad (23)$$

จากฟังก์ชันการถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดูดยภาพในสมการที่ 20 และสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของฟังก์ชันการถ่ายโอนคือ $a_0 = -307.3$, $a_1 = -82.64$ และ $a_2 = 2.63$ ดังนั้นในการหาค่าที่เหมาะสมในการป้อนกลับเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพนั้นจะทำการวางค่าโพลตัวใหม่เข้าไปในระบบเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพโดยในการเลือกค่าโพลจะอ้างอิงจากวิธีลดลงด้วยอัตราหนึ่งในสี่ (quarterly-decay) โดยค่าโพลตัวใหม่มีค่าเท่ากับ $-2.2499 + 14.0737i$, $-2.2499 - 14.0737i$, -0.8787 ดังนั้นจากสมการที่ 23 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ค่า $P(s)$ คือ

$$s^3 + 2.63s^2 - 82.64s - 307.3 + [(K_d s + K_p) \cdot (101.8s + 173.5)] \quad (24)$$

เทียบสัมประสิทธิ์หาค่าของ K_p และ K_d จะได้

$$K_p = \frac{178.5 + 307.3}{173.5} = 2.8 \quad (25)$$

$$K_d = \frac{(5.3786 - 2.63)}{101.8} = 0.0270 \quad (26)$$

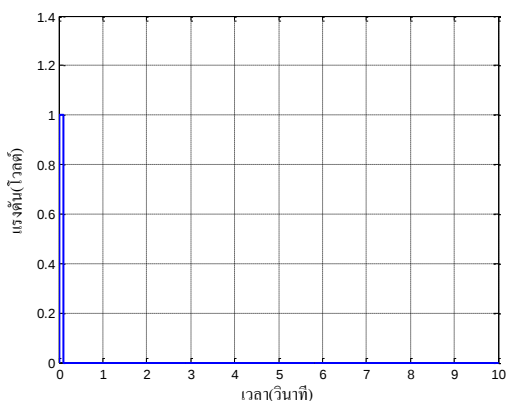
ผลการวิจัย

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูดยภาพ โดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ในหัวข้อที่ 2 และกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุมเพื่อใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพที่ได้ออกแบบไว้ในหัวข้อที่ 2 ซึ่งในการทดลองนี้จะแบ่งออกเป็นหกส่วนดังนี้ ส่วนที่หนึ่ง เป็นการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูดยภาพ

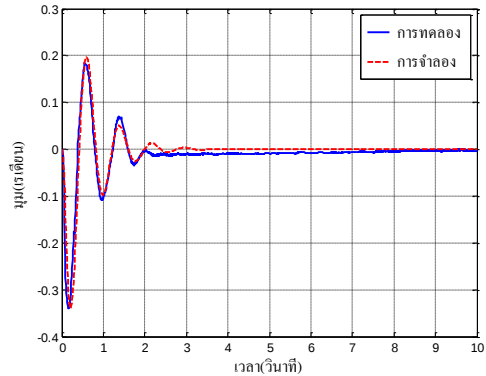
ส่วนที่สอง เป็นการจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบฟีดที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพ

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพพิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมมูลกลางของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ เพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (I_p) โดยทำการปรับเปลี่ยนค่าไปเรื่อย ๆ จนได้ค่าที่เหมาะสมและใช้สัญญาณแบบพัลส์ เป็นสัญญาณรบกวนที่ใส่เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ โดยมีขนาดของสัญญาณดังนี้ ความสูงของสัญญาณเท่ากับ 1 โวลต์ ความกว้างของสัญญาณเท่ากับ 0.1 วินาที และเวลาที่ใช้ในการทดสอบระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพเท่ากับ 10 วินาที[16] เพื่อหาผลตอบสนองวงเปิดการแกว่งอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ทดลองกับโครงสร้างจริงและแบบจำลองคณิตศาสตร์ จากนั้นนำมาเปรียบเทียบเพื่อสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 7 และรูปที่ 8



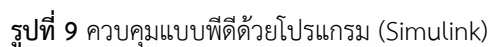
รูปที่ 7 สัญญาณรบกวนแบบพัลส์



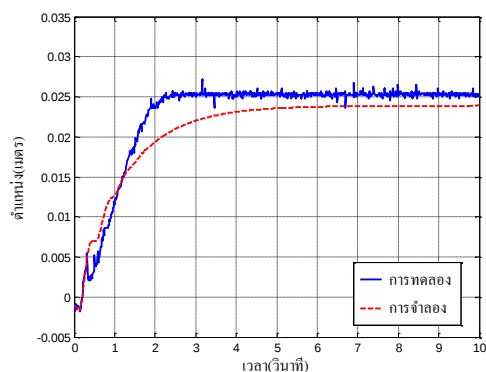
รูปที่ 8 ผลตอบสนองวงเปิด

การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบฟีดที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ

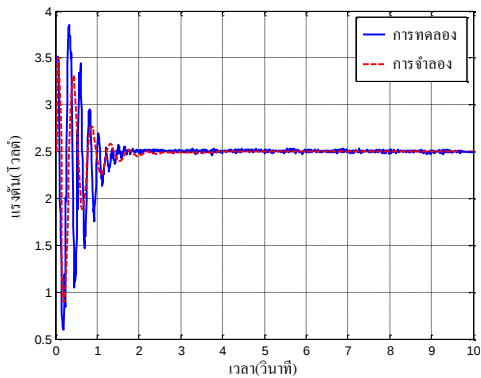
ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพ ณ จุดสมมูลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบฟีดที่ได้จากการออกแบบและทดลองกับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพ และทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดูลายภาพตามลำดับ การจำลองทางคอมพิวเตอร์และการควบคุมกับโครงสร้างจริงเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพนั้นในบทยานี้จะใส่สัญญาณรบกวนแบบพัลส์เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพเพื่อให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพไม่มีเสถียรภาพ ดังบล็อกไดอะแกรมที่แสดงในรูปที่ 7 และสัญญาณรบกวนดังแสดงในรูปที่ 8 จึงส่งผลให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบฟีดในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมมูลนั้น [17] แสดงในรูปที่ 9



รูปที่ 10 มุมของตัวควบคุมแบบพีดี



รูปที่ 11 ตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดี



รูปที่ 12 สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดี

สรุปและอภิปรายผล

บทความฉบับนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี โดยตัวควบคุมจะทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพเพื่อให้หุ่นยนต์ดูลยภาพสามารถรักษาสถิตได้นั้น ในการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี จำเป็นจะต้องทราบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพก่อน โดยในบทความฉบับนี้ได้ใช้กฎของนิวตันในการออกแบบ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพโดยหลักที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อออกแบบ แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพนั้นจะพิจารณาในรูปแบบของพลังงานจลน์รวมของระบบ แต่แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ได้จากกฎของนิวตันนั้นจะเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจะต้องทำการเปลี่ยนแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้มาอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นก่อน แล้วจึงนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่เป็นเชิงเส้นมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

ในการจำลองและการทดลอง ความสามารถของตัวควบคุมที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพให้มีเสถียรภาพ โดยการจำลองระบบของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมที่

ได้จากโครงสร้างจริงและเปรียบเทียบสมรรถนะมุมอินเวอร์ทเพนดูลัมของหุ่นยนต์ดูลยภาพกับตัวควบคุมที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพและทำการเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีดี ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ การทดสอบตัวควบคุมนี้ที่ได้มาจากการคำนวณในแบบของสมการเชิงเส้นที่ได้มาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพนั้นสามารถควบคุมและรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพให้สามารถรักษาสถิตไว้ได้

References

- [1] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi, A. Ruffer, "JOE: A Mobile Inverted Pendulum", *IEEE Trans. Electronics*, vol. 49, pp. 107-114, Feb 2002.
- [2] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad, J.H. S. Osman, "Development of Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot", *SCORed07*, Malaysia, Dec 2007, pp 153-158.
- [3] T. Nomura, Y. Kitsuka, H. Suemistu, T. Matsuo, "Adaptive Backstepping Control for a Two-Wheeled Autonomous Robot", *ICROS-SICE International Joint Conference* 2009, Aug. 2009, pp 4687 – 4692.
- [4] R. M. Brisilla, V. Sankaranarayan "Nonlinear control of mobile inverted pendulum", *Robotics and Autonomous Systems Elsevier*, Volume 70, pp 145-155, August 2015.

- [5] W. An and Y. Li, "Simulation and Control of a Two-wheeled Self balancing Robot," in Proc. of the IEEE, International Conference on Robotics and Biomimetics – ROBIO 2013, Shenzhen, China, Dec. 2013, pp. 456-461.
- [6] Y. Yoshihiko, S. Ogawa, and S. Machida, "Experiments on step climbing and simulations on inverse pendulum control using robotic wheelchair with inverse pendulum control," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, Vol.30, No.1, pp. 47-61, Feb. 2008.
- [7] O. Jamil, M. Jamil, Y. Ayaz, and K. Ahmad, "Modeling, control of a two wheeled self-balancing robot," in Proc. of International Conference on Robotics and Emerging Allied Technologies in Engineering – iCREATE 2014, Islamabad, Pakistan, 22-24 April, 2014, pp. 1-6.
- [8] M. Ahmad and H. Osman, "Real-Time Control System for a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot," *Advanced Knowledge Application in Practice University Technology*, Malaysia, Nov, 2015, pp. 299-312.
- [9] G. Sziebig, B. Takarics, and P. Korondi, "Control of an embedded system via Internet," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 10, pp.3324–3333, Oct 2010.
- [10] U. Ch, K. Babu, and K. Amaresh, "Sliding Mode Speed Control of a DC Motor," *2011 International Conference on Communication Systems and Network Technologies*, pp. 387–391, June 2011.
- [11] H. Maghfiroh, O. Wahyunggoro, A. I. Cahyadi, and S. Praptodiyono, "PD-Hybrid Tuning to Improve Control Performance in Speed Control of DC Motor Base on PLC," in 3rd ICA, 2013, pp. 233–238, August 2014.
- [12] K. D. Young, "Controller design for a manipulator using theory of variable structure systems," *IEEE Trans. Syst. Man. Cybernetics*, vol. 8, no. 2, pp. 101–9, Feb. 1978.
- [13] M. A. Imtiaz, M. Naveed, N. Bibi, S. Aziz, S. Zohaib, and H. Naqvi, "Control System Design, Analysis & Implementation of Two Wheeled Self Balancing Robot," in *Proc. IEEE 9th Annual Information Technology, Electronics and Mobile Communication Conference IEMCON 2018*, Vancouver, Canada, pp. 1-6, 1-3 Nov, 2018.

- [14] A. Zimit, H. Yap, M. Hamza, I. Siradjuddin, B. Hendrik, and T. Herawan, “Modelling and Experimental Analysis Two-Wheeled Self Balance Robot Using PD Controller,” in *Proc. of 18th International Conference on Computational Science and Its Applications - ICCSA 2018*, Melbourne, Australia, Vol. 1, Jul. 2018, pp. 683-698.
- [15] J. Fang, “The LQR Controller Design of Two-Wheeled Self-Balancing Robot Based on the Particle Swarm Optimization Algorithm”, *Conference Proceedings*, Vol. 1,, 25 Feb., 2014, pp. 1-6.
- [16] S. I. Han, J. M. Lee, (2015). “Balancing and Velocity Control of a Unicycle Robot Based on the Dynamic Model”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 62, Issue 1, pp.405 – 413, January 2015.
- [17] Jin, H., Hwang, J., Lee, J., (2011). “A Balancing Control Strategy for a One-Wheel Pendulum Robot Based on Dynamic Model Decomposition: Simulations and Experiments”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 16, Issue 4, pp. 763 – 768, August 2011.
- [18] D. Bucciari, D. Perritaz, , P. Mullhaupt, Z. -P. Jiang, D. Bonvin,,(2009) . “Velocity-Scheduling Control for a Unicycle Mobile Robot: Theory and Experiments”, *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 25, Issue 2, pp. 451 – 458, 2009.
- [19] Nguyen Gia Minh Thao, Duong Hoai Nghia, Nguyen Huu Phuc, “A PD Backstepping Controller For Two-Wheeled Self-Balancing Robot”, in *Proc. Of The 2010 IEEE International Forum on Strategic Technology (IFOST 2010)*, Ulsan, South Korea, Vol. 1, Oct., 2010, pp. 76-81.
- [20] Varghese, E. Vincent, A. & Bagyaveereswaran, V. , Optimal control of inverted pendulum system using PID controller, LQR and MPC. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 263, pp. 1-16, 2017.