การใช้ Operations Research ในการวางแผนกำหนดเป้าหมายการกระจายผลิตภัณฑ์

บุญเกียรติ ชีวะตระกูลกิจ*
วศ.บ., M.B.A. (NIDA)

บทคัดย่อ

ในการจัดสรรทรัพยากรที่มีอยู่อย่างจำกัด เพื่อให้เกิดผลที่เป็นค่าที่สุด (Optimization) อาจทำได้โดยเทคนิคต่าง ๆ ทาง Operations Research บทความนี้แสดงให้เห็นการใช้เทคนิค Simplex Mehtod ในการวางแผนกำหนดเป้าหมายการกระจายผลิตภัณฑ์ โดยยกกรณีตัวอย่างบริษัทสั่งเข้าผลิตภัณฑ์ผาน (plough disc) แห่งหนึ่งในกรุงเทพมหานคร กับการวางแผนการกระจายผลิตภัณฑ์ไปยังภาคต่าง ๆ ทั่วประเทศ ผลของการวางแผนด้วยเทคนิคดังกล่าวช่วยให้ฝ่ายบริหารของบริษัทได้ข้อมูลที่ดีในการตัดสินใจ

* อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

1. <u>ภาคทฤษฎี</u>

1.1 <u>ข้อสมมุติ (Assumption) สำหรับปัญหาที่จะแก้ด้วยวิธีการโปรแกรมไดนามิค</u>

การโปรแกรมไดนามิค เป็นเทคนิคแบบหนึ่งของการหาผลลัพธ์ของปัญหา ซึ่งอาจใช้ได้กับปัญหาทั้งแบบโปรแกรมเชิงเส้นตรง และแบบโปรแกรมนอนลิเนีย อย่างไรก็ตาม ปัญหาที่จะแก้จะต้องมีคุณสมบัติสำคัญ 2 ประการ ตามข้อสมมุติ (Assumption) ดังต่อไปนี้

1.1.1 แยกเป้าหมายได้ (Separable Objective Function)

ไม่ว่าจะแยกเป็นรูปผลบวก หรือผลคูณก็ตาม เช่น

$R(X,C)=r_1(x_1,c_1)+r_2(x_2,c_2)+\ldots+r_n(x_n,c_n)$

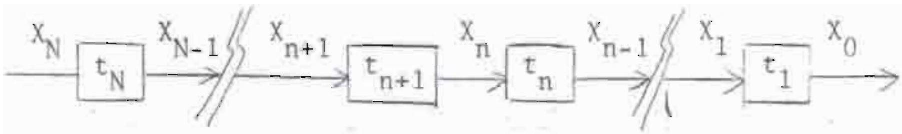
1.1.2 แตกปัญหาได้ (Problem De position)

เช่น ปัญหาเดิม มีตัวแปรที่ต้องการทราบค่าอยู่ n ตัวก็แตกออกเป็นปัญหาย่อย (Subproblem) ได้ n ปัญหา ซึ่งแต่ละปัญหามีตัวแปรที่ต้องการทราบค่าอยู่เพียงตัวเดียว

1.2 <u>การแตกปัญหาใหญ่เป็นปัญหาย่อย</u>

ปัญหาย่อย (Subproblem) แต่ละปัญหา จะเรียกอีกอย่างว่า "Stage" นั่นคือ เราต้องหาผลลัพธ์ที่เหมาะสม ของขั้นตอนที่ 1 ออกมาก่อน ผลลัพธ์ที่เหมาะสมในขั้นตอนที่ 2 นั้น หามาได้โดยการนำผลลัพธ์ที่เหมาะสมจากขั้นตอนที่ 1 มาร่วมพิจารณาด้วย ทำอย่างนี้ไปเรื่อย จนถึงขั้นตอนสุดท้าย ก็จะได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดของปัญหา

ในแต่ละขั้นตอนก็จะมีตัวแปรที่บ่งสภาวะของระบบ หรือ "State Variable" อยู่ด้วย ดังรูป



N = จำนวนขั้นตอนทั้งหมดของปัญหา

X_n = ค่าตัวแปรที่บ่งสภาวะในขั้นตอนที่ n

X_N = ค่าตัวแปรที่บ่งสภาวะของระบบค่าสุดท้าย

X_o = ค่าตัวแปรที่บ่งสภาวะของระบบค่าแรก

t = ฟังก์ชั่นของการแปรค่า

1.3 เทคนิคทางโพลิซี อิทเทอเรชั่น (Policy Iteration Technic)

เป็นเทคนิคสำหรับแก้ปัญหาแบบขั้นตอนไม่มีขอบเขต ซึ่งอยู่ในรูปแบบของขบวนการมาร์คอฟ (Markov Chain)[1] โดยที่

P_{ij} = การเปลี่ยนแปลงความน่าจะเป็นจากสภาวะ i ไปสู่สภาวะ j

r_{ij} = ผลตอบแทนที่ได้จากการเปลี่ยนสภาวะ i ไปสู่ j

$\pi(i)$ = ความน่าจะเป็นที่จะอยู่ในสภาวะ i ของสภาวะคงตัว (Steady State)

ผลตอบแทนเฉลี่ยต่อขั้นตอน (expected return per stage) เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงตัวคือ

---

[1]Andrei A. Markov นักคณิตศาสตร์ ชาวรุสเซีย มีผู้นำทฤษฎีของเขาไปประยุกต์ใช้ในการพยากรณ์ส่วนแบ่งลูกค้าในท้องตลาดของบริษัทผู้ผลิตสินค้าประเภทเดียวกันว่าอีกกี่เดือน กี่ปีข้างหน้า แต่ละบริษัทจะเป็นเจ้าของส่วนแบ่งของตลาดเท่าใด และแต่ละบริษัทจะมีส่วนแบ่งของตลาด ณ. ภาวะจุดสมดุลย์ เป็นอย่างไร นอกจากนี้ การวิเคราะห์เชิงมาร์คอฟ ยังนำไปใช้พยากรณ์คนงานแต่ละระดับ ลูกหนี้แต่ละประเภทภายหน้า และนำไปใช้ด้านอื่น ๆ อีกมาก

$$g = \sum_i \sum_j r_{ij} \; p_{ij} \; (\prod(i))$$
$$= \sum_i q_i \prod(i)$$

q_i = ผลตอบแทนเฉลี่ยต่อขั้นตอนในขณะที่ระบบยังไม่เข้าสู่สภาวะคงตัว

เมื่อปัญหาเคลื่อนไป n ขั้นตอน และสมมุติเริ่มที่สภาวะ i ค่าผลตอบแทนเฉลี่ยทั้งหมด (Total expected return) เขียนเป็นสมการได้ว่า

$$f_n(i) = \max_{dn=1,2,\ldots,k} \left\{ q_i(d_n) + \sum_j P_{ij}(dn) \; f_n\text{-}1(j) \right\}$$

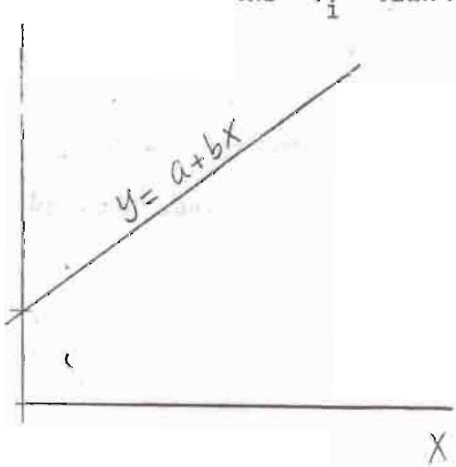
เมื่อกำหนด Policy ขึ้นมาอันหนึ่ง เช่น ให้ d_n=k เพื่อช่วยในการตัดสินใจขั้นตอนที่ n เราจะได้ผลตอบแทน เฉลี่ยทั้งหมดสำหรับ n ขั้นตอน คือ

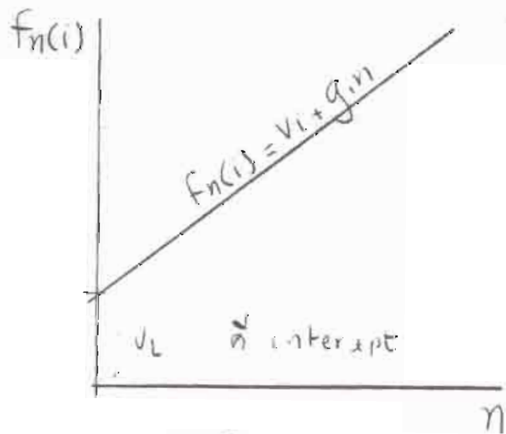
$$f_m(i) = q_i + \sum_j P_{ij} \; f_n\text{-}1 \; (j)$$

เมื่อ n มีค่ามากขึ้น ระบบก็เริ่มเข้าสู่สภาวะคงตัว $f_n(i)$ จะเป็นฟังก์ชั่นเส้นตรงของ n โดยมี slope เท่ากับ g ดังนี้

$$f_n(i) = n.g + v_i$$

โดย v_i เป็นค่า intercept ซึ่งมันจะขึ้นอยู่กับสภาวะเริ่มต้นว่าเริ่มต้นเมื่อใด





ภาพเปรียบเทียบ สมการผลตอบแทนเฉลี่ยทั้งหมด กับสมการเส้นตรงทั่วไป

ดังนั้น เมื่อระบบเริ่มเข้าสู่สภาวะคงตัว เราจะได้ผลลัพธ์ ดังนี้

$$n.g+v_i = q_i + \sum_j P_{ij}\left[(n-1)g+v_j\right]$$

$$n.g+v_i = q_i+(n-1)\,g\sum_j P_{ij} + \sum_j Pij\ V_j$$

$$g+v_i = q_i + \sum P_{ij}\ V_j \quad ; \quad i=1,2,\ldots,m$$

ตอนนี้เราก็มี เครื่องมือที่จะใช้ในการทำ Policy Iteration Technic เพื่อหานโยบายที่ดี ที่สุดได้แล้ว โดยสมมุติให้ f เป็นค่าผลตอบแทนเฉลี่ยที่ดีที่สุด (optimum expected return) ซึ่งเราได้รับตอบแทนจากแต่ละขั้นตอน โดยที่ขั้นตอนเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ

$$f = \lim_{n \to \infty} \frac{f_n(i)}{n} \quad ; \quad i = 1,\ldots,m$$

$$f = \max_{d=1,\ldots,k} g(d)$$

$$= \max_{d=1,\ldots,k}\left[q_i(d) + \sum_j P_{ij}\ V_j(d) - V_i(d)\right]$$

การคำนวณ จะเริ่มโดย สมมุติเลือก d_1 ทำให้เราทราบค่า g_i และ V_{i1} ขั้นตอนนี้เรียกว่า "Value Determination Operation" หรือ VDO

ขั้นตอนถัดไป คือ การปรับปรุงเพื่อให้ได้นโยบายที่ดีขึ้น เรียกว่า "Policy Improvement Routine" หรือ PIR นั้น คือการพยายามทำให้ค่า g เพิ่มมากขึ้นเท่าที่จะทำได้ ดังนี้

$$\max_{d=1,\dots,k}\left[q_i(d)+\sum_j P_{ij}(d)\,V_j-V_{i1}\right]$$

เมื่อกำหนด $d = d_2$

ก็จะได้ค่า g_2 และ V_{i2}

โดยทั่วไป ค่า $g_2 \geqslant g_1$ ถ้าหาก $g_2 = g_1$ แสดงว่า $g_2=f$ และ d_2 ก็คือ นโยบายที่ดีที่สุด แต่ถ้า $g_2 > g_1$ นั้นชี้ให้เห็นว่า ขั้นตอนของปัญหายังไม่เข้าสู่สภาวะคงตัว จะต้องเริ่มการคำนวณรอบต่อไป

<u>ไดอะแกรมสรุปขั้นตอนของ Policy Iteration Technic</u>

เริ่มต้นเลือก d_1

Value Determiration operation : VDO

เมื่อกำหนดค่า d_1, ใช้ P_{ij} และ q_i แก้สมการ

$$g+v_i = q_i+\sum_j P_{ij}\,v_j \;;\; i=1,\dots,m$$

ทุก ๆ ค่าสัมพันธ์ของ V_i และ g โดยกำหนดให้ $V_m = 0$

Policy Improvement Routine : PIR

ในทุก ๆ สภาวะ i พยายามหาตัวเลือก d' ซึ่งจะทำให้ค่าข้างล่างมีค่าสูงสุด

$$g(d) = q_i(d)+\sum_j P_{ij}(d)\,V_j(d) - V_i(d)$$

ค่า d' จะนำไปใช้ในการคำนวณ Iteration ถัดไป

2. ภาคกรณีศึกษา (CASE STUDY)

ปัญหารถเช่า

ปัญหารถเช่าเป็นปัญหาเกี่ยวกับการจัดหรือเลือกช่องทางในการให้บริการรถเช่า เพื่อให้ได้ผลตอบแทน (Return) สูงที่สุด ปัญหานี้จัดเข้ารูปแบบของการโปรแกรมไดนามิค และใช้วิธีการของ Policy Iteration Technic แก้ได้ดังต่อไปนี้

มีคนขับรถเช่า หรือรถแท็กซี่ อยู่รอบเมือง 3 เมือง คือเมือง A,B และ C โดยเมือง A สามารถเลือกรับผู้ใช้บริการได้ 3 แบบ คือ

1. แล่นไปมาจนกว่าจะมีคนเรียก
2. จอด ณ. จุดจอดจำเพาะ
3. ใช้วิทยุเรียกจากศูนย์

เมือง C สามารถเลือกรับผู้โดยสารได้ เช่นเดียวกับเมือง A ขณะที่เมือง B เลือกได้เพียง 2 วิธีแรก เนื่องจากเมืองนี้ไม่มีศูนย์วิทยุ รถเช่าสามารถวิ่ง บริการตามเมืองทั้งสามได้ โดยกำหนดอัตราผลตอบแทน อันเกิดจากการเลือกวิธีหาลูกค้าวิธีต่าง ๆ ตลอดจนความเป็นไปได้ที่สอดคล้องกัน ดังตารางข้อมูล ต่อไปนี้

ตารางข้อมูล

City	Alternative	Transition Prob			Return	(ผลตอบแทนเป็น unit)	
i	k	1	2	2	1	2	3
	1	½	¼	¼	10	4	8
A	2	1/16	3/4	3/16	8	2	4
	3	1/4	1/8	5/8	4	6	4
B	1	1/2	0	1/2	14	0	18
	2	1/16	7/8	1/16	8	16	8
	1	1/4	1/4	1/2	10	2	8
C	2	1/8	3/4	1/8	6	4	2
	3	3/4	1/16	3/16	4	0	8

1 = รถแล่นไปมาจนกว่าจะมีคนเรียก

2 = รอจอด ณ. จุดจอดเป็นประจำ

3 = มีวิทยุเรียกจากศูนย์

ปัญหา

ผู้ขับรถ Taxi ควรเลือกใช้วิธีไหน ในการรับส่งผู้โดยสารจึงจะได้กำไรสูงสุด (หา optimal policy)

Solution

Iteration 1 สมมุติเลือก k = 1ทุกเมือง จะได้วิถีทางเป็น

$$D = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ซึ่ง Transition Probability ที่ Correspond กับมันก็คือ

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

และ Return ที่ correspond กับมันคือ

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 8 \\ 14 & 0 & 18 \\ 10 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

Expecteal Peturn $\sum_{1=1}^{3} P_{ij} \; R_{ij} \quad j=1, \;..3$

$$q_i = \begin{bmatrix} 8 \\ 16 \\ - \end{bmatrix}$$

วิถีทางนี้ (ซึ่งต่อไป จะต้องมีการปรับปรุง, จะให้ผลตอบแทนรวมทั้งระบบ เป็น g

ซึ่ง

$$g = \sum_{1=1}^{n} P_{ij}(q_1+v_j) - v_i$$

$J = 1,\ldots m$

ในที่นี้ m=3 , n=3

ใน iteration นี้ คำนวณค่า g ได้ดังนี้

$$g+v_1 = q_1+p_{11}\,v_1+p_{12}\,v_2+p_{13}\,v_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 1$$

$$g+v_2 = q_2+p_{21}\,v_1+p_{22}\,v_2+p_{23}\,v_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 2$$

$$g+v_3 = q_3+p_{31}\,v_1+p_{32}\,v_2+p_{33}\,v_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 3$$

ให้ $v_3 = 0$ (Arbitrary)

$$g+v_1 = 8+\tfrac{1}{2}v_1+\tfrac{1}{4}v_2+\tfrac{1}{4}(0)$$

$$g+v_2 = 16+\tfrac{1}{2}v_1+0(v_2)+\tfrac{1}{2}(0)$$

$$g+v_3 = 7+\tfrac{1}{4}v_1+\tfrac{1}{4}v_2+\tfrac{1}{2}(0)$$

ให้ $v_1 = 1.33$

$v_2 = 7.47$, $v_3 = 0$

$g = 9.20$

อาศัย Policy ImprovеMent Routine (PIR) หาผลตอบแทนใหม่เพื่อเปรียบเทียบหา วิถีทางที่ optimal

ผลตอบแทนใหม่

$$g_{ki} = q_{ki} + \sum_{j=1}^{m} p_{ji}\,v_j \qquad i=1,\ldots,n$$

ซึ่งได้ผล ดังนี้

i	k	$g_{ki} = q_{ki} + \sum_{i=1}^{m} P_{ij} V_j$	วิถีทางใหม่
เมืองA(1)	1	10.53	
	2	8.44	1
	3	5.52	
เมือง B(2)	1	16.67	2
	2	21.75	
เมือง C(3)	1	9.20	
	2	9.66	2
	3	5.96	

Iteration 2 วิถีทางใหม่คือ

$$D = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Transition Probability ที่ correspond คือ

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/16 & 7/8 & 1/16 \\ 1/8 & 3/4 & 1/8 \end{bmatrix}$$

Return ที่ Correspond คือ

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} 10 & 4 & 8 \\ 8 & 16 & 8 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$q_i = \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ผลตอบแทนรวม $g = \sum_{i=1}^{n} P_{ij}(q_i+V_j) - V_i$

ให้ผลคือ
$V_1 = -3.88$
$V_2 = 12.85$
$V_3 = 0$
$g = 13.15$

อาศัย Policy Improvement Runtine (PIR) หาผลตอบแทนใหม่ เพื่อเปรียบเทียบหาวิถีทางที่ Optimal

ผลตอบแทนใหม่

$$g_{ki} = q_{ki} + \sum_{j=1}^{m} P_{ij} V_j \quad i=1,\ldots,n$$

ให้ผลดังนี้

i	k	$g_{ki} = q_{ki} + P_{ij} V_j$	วิถีทางใหม่
	1	9.28	
A	2	12.16	2
	3	4.91	
B	1	14.00	2
	2	26.00	
	1	9.25	
C	2	13.17	2
	3	2.39	

<u>Iteration 3</u> วิถีทางใหม่ คือ $D = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} 1/16 & 3/4 & 3/16 \\ 1/16 & 7/8 & 1/16 \\ 1/8 & 3/4 & 1/8 \end{bmatrix}$$

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 4 \\ 8 & 16 & 8 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

$$q_i = \begin{bmatrix} 2.75 \\ 15 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ผลตอบแทนรวม $g = \sum_{i=1}^{n} P_{ij}(q_i+V_j) - V_1$

$V_1 = -1.18$

$V_2 = 12.66$

$V_3 = 0$

$g = 13.34$

<u>note</u> ; g เพิ่มจาก $9.20 \longrightarrow 13.13 \longrightarrow 13.34$

อาศัย PIR หาผลตอบแทนใหม่อีก ดังนี้

i	k	$g_{ki} = q_{ki} + P_{ij} V_j$	วิถีทางใหม่
	1	10.58	
A	2	12.32	2
	3	5.54	

i	k	$g_{ki} = q_{ki} + \sum P_{ij} V_j$	วิถีทางใหม่
B	1	15,41	2
	2	26.00	
	1	9.87	
C	2	13.35	2
	3	4.41	

เราจะหยุด และได้ optimal solution เมื่อวิถีทางใหม่ เริ่มซ้ำเดิม

<u>ตารางสรุปผล</u>

V_1	0		1.33		-3.88		-1.18	
V_2	0		7.47		12.85		12.66	
V_3	0		0		0		0	
G	-		9.20		13.15		13.34	
D_1		1		1		2		2
D_2		1		2		2		2
D_3		1		2		2		2

Stop

3. <u>ภาคสรุป</u>

จากทฤษฎี และกรณี ตัวอย่างที่ได้เสนอไปนี้ พอสรุปได้ว่าการโปรแกรมไดนามิค เป็นเทคนิคทางคณิตศาสตร์อันหนึ่ง ที่มีประโยชน์ช่วยในการตัดสินใจ ซึ่งส่วนใหญ่จะเป็นการตัด-สินใจเลือกชุดของคำตอบ (Combination of decisions) ที่จะให้ประสิทธิผลทั้งปวงมีค่าสูงสุด (maximized overall effectiveness)

อย่างไรก็ตาม การโปรแกรมไดนามิคมีข้อแตกต่างที่เด่นชัดจาก การโปรแกรมเชิงเส้นตรง ประการหนึ่ง นั่นก็คือ มันไม่มีการจัดรูปปัญหาอย่างเป็นมาตรฐาน (Standard formulation) ปัญหาประเภทหนึ่ง ๆ ก็จะมีสมการเฉพาะที่จะใช้หาผลลัพธ์อย่างเหมาะสมเป็นของตนเอง การที่จะแก้ปัญหาประเภทที่ต้องอาศัยการโปรแกรมไดนามิคได้ดี ผู้แก้ปัญหาควรจะต้องศึกษาโครงสร้างทั่วไปของปัญหาประเภทนี้ ให้เข้าใจอย่างลึกซึ้ง ซึ่งจะช่วยให้มองปัญหาออกโดยรวดเร็ว และรู้วิธีที่จะแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดี

ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในกรณีตัวอย่างนี้ เป็นเพียงรูปแบบหนึ่งของการโปรแกรมไดนามิคเท่านั้น แม้ว่าการโปรแกรมไดนามิคจะใช้ประยุกต์ได้กับปัญหาที่แตกต่างกันมากมาย แต่ก็มีลักษณะร่วม (Common Characteristics) เป็นอย่างเดียวกันทุกปัญหา ดังเช่นที่ได้กล่าวถึงเกี่ยวกับ assumptions 2 ประการ ไว้แล้วในภาคทฤษฎี

บรรณานุกรม

1. วิจิตร ตัณฑสุทธิ์ และคณะ ; การวิจัยดำเนินงานภาค Probabilistic; คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ; 2524

2. Russell L. Ackoff ; Publications in Operations Research No 5; John Willey & Sons, Inc.

3. Hillier, F.S.; and Lieberman, G.J.; Introduction to Operations Research, Second Edition; Holdeir-Day, Inc.

4. Taha A. Hamdy; Operations Research an Introduction; Second Edition; Macmillan Publishing Co.,Inc. 1976

5. การวิจัยดำเนินงาน ; การประชุมทางวิชาการ ณ. มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น สิงหาคม 2525

ประวัติผู้เขียน

นายบุญเกียรติ ชีวะตระกูลกิจ

ประวัติการศึกษา ในปี พ.ศ. 2518 สำเร็จปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต ทางวิศวกรรมอุตสาหการ จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปี พ.ศ. 2523 เข้าร่วมโครงการ Thai University Lecturer Scheme (TULS) ภายใต้แผนโคลอมโบที่มหาวิทยาลัย MONASH ณ กรุง MELBOURN ประเทศ AUSTRIA. ปี พ.ศ. 2528 สำเร็จปริญญาโท สาขาพัฒนบริหารศาสตร์มหาบัณฑิตทางบริหารธุรกิจ (เกียรตินิยมดี) จากสถาบันบัณฑิตพัฒนบริหารศาสตร์ (นิด้า) ปัจจุบันกำลังเขียนวิทยานิพนธ์ เพื่อขอรับปริญญาโท วิศวกรรมศาสตร์มหาบัณฑิต ทางวิศวกรรมอุตสาหการ จากคณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประวัติการทำงาน เข้าเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น เมื่อเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2519