

APPLICATION OF THE ROOT-LOCUS METHOD FOR MODEL REFERENCE DC. SERVO SYSTEM IDENTIFICATION AND COMPENSATION DESIGN

โดย วิไลมา กาสังข์ *

1. บทนำ

เส้นทางเดินของราก^{(1), (2)} (Root-Locus or Root-Loci) เป็นกราฟแสดงเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบ (Characteristic Equation) เมื่อค่าเกน (gain) ของระบบแปรระหว่างค่าศูนย์กับค่าอนันต์ จากกราฟนี้จะสามารถบอกได้ว่าเมื่อค่าเกนของระบบแปรระหว่างค่าศูนย์ถึงค่าอนันต์นั้น ระบบจะยังคงเสถียร (stable) ตลอดไปหรือไม่ ซึ่งจะบอกละเอียดออกมาว่าระบบเสถียรตลอดไปหรือระบบไม่เสถียร (unstable) ตลอดไปหรือระบบเสถียรระหว่างค่าเกนช่วงหนึ่ง แต่ไม่เสถียรระหว่างค่าเกนอีกช่วงหนึ่งหรือระบบจะเกิดการออสซิลเลชัน (oscillation) เมื่อใด โดยทั่วไปแล้วกราฟแสดงเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบจะบอกเสถียรภาพ (stability) ของระบบว่าเสถียรหรือไม่เสถียรอย่างใด

บทความนี้กล่าวถึงการนำวิธีการหาเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบมาประยุกต์ใช้งานในการหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชัน (Transfer Function) ของระบบ DC - Servo Motor ชุดทดลอง ES 130 ของ Feedback โดยวิธีการเปรียบเทียบกับโมเดลยูเทค (Reference Model) ซึ่งเป็นโมเดลของระบบที่พอจะมีความคุ้นเคยมาบ้างแล้ว วิธีการนี้เรียกว่า Model Reference System Identification แล้วใช้กราฟแสดงเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบเป็นแนวทางในการออกแบบตัวควบคุม (Controller or Compensator) เพื่อให้ระบบทำงานตามประสงค์เพื่อจะได้เป็นการทดสอบให้แน่ใจด้วยว่าโมเดลที่ได้มานั้นมีความถูกต้องแค่ไหนเพียงใด

2. หลักการของ Model Reference System Identification

ในการหา System Identification โดยใช้โมเดลยูเทคนั้น ขั้นตอนจะต้องทราบพอสึงเข้ก่อนว่า ระบบ (System) ที่จะทำการหาทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันนั้นโดยทั่วไปแล้วมีทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันเป็นอย่างไร เช่นมอเตอร์จะมีทรานส์เฟอร์ฟังก์ชันเป็น Second-order หรือ Third order

* อาจารย์ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์

เป็นต้น เมื่อทราบพอสั่งเข้าแล้วก็สามารถจะกำหนดโมเดลของมอเตอร์ได้ซึ่งอาจจะกำหนดให้เป็น second-order system หรือ Third-order system ก็ได้ ถ้าโมเดลที่กำหนดมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมาก ก็ไม่สามารถจะหาทรานส์เฟอริงฟังก์ชันของระบบได้ด้วยวิธีการนี้ ถ้ากำหนดโมเดลเป็น Third-order system จะได้

$$\text{Transfer function ของมอเตอร์} = \frac{K_2}{s^2(s+a)}$$

โดยที่

K_2 เป็นค่าเกนของระบบมอเตอร์ (motor system)

และ a เป็น parameter ของมอเตอร์

ทั้ง K_2 และ a เป็นปริมาณที่จะต้องหามาโดยวิธีใช้กราฟแสดงเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบช่วย ในการนี้จะต้องอาศัยวิธีการของระบบการควบคุมแบบป้อนกลับ^{(2), (3)} (Feedback Control System Method) เข้ามาช่วย ดังรูปที่ 1

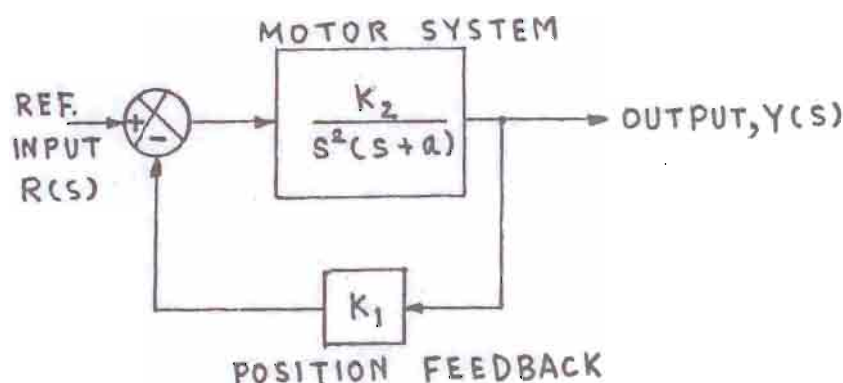


Figure 1. DC. Servo Motor Position Feedback Control System.

จากรูปที่ 1 สามารถเขียนกราฟแสดงเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบได้ดังรูปที่ 2

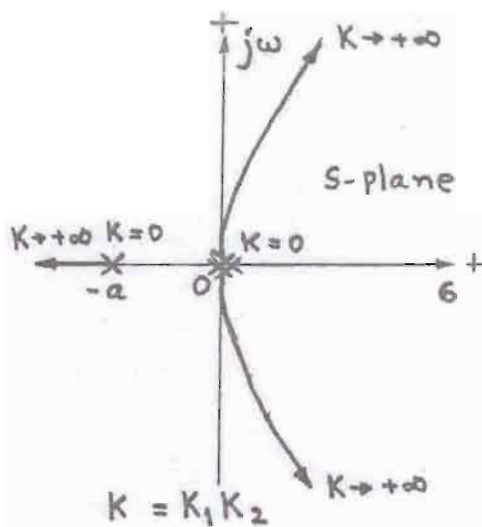


Figure 2 Root-Locus Diagram of the DC Servo Motor Position Feedback Control System

ถ้าใช้เกณฑ์เส้นทางเดินของราก^{(1), (2)} (Root-Locus Criterion) จะเห็นว่าระบบนี้ไม่เสถียรตลอดเวลา ในการที่จะทำให้ระบบนี้เสถียรสำหรับค่าเกน K บางช่วง จะต้องทำให้เส้นทางเดินของรากมาอยู่ทางด้านซ้ายมือของ s -plane บ้างเป็นบางส่วน ซึ่งจะทำให้ได้โดยวิธีอนุกรมระบบอีกระบบหนึ่ง เข้าไปกับระบบมอเตอร์ซึ่งเรียกว่าการหา series compensation ดังรูปที่ 3

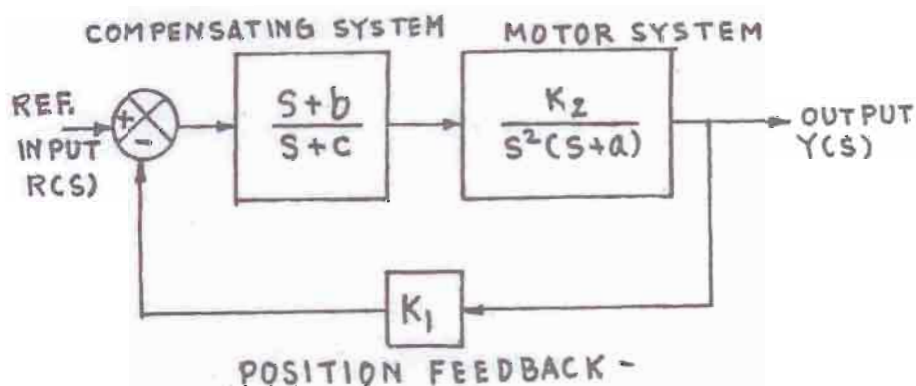


Figure 3 DC. Servo Motor Position Feedback Control System with Series Compensation.

จากรูปที่ 3 สามารถจะเขียนกราฟแสดงเส้นทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบได้ดังรูปที่ 4

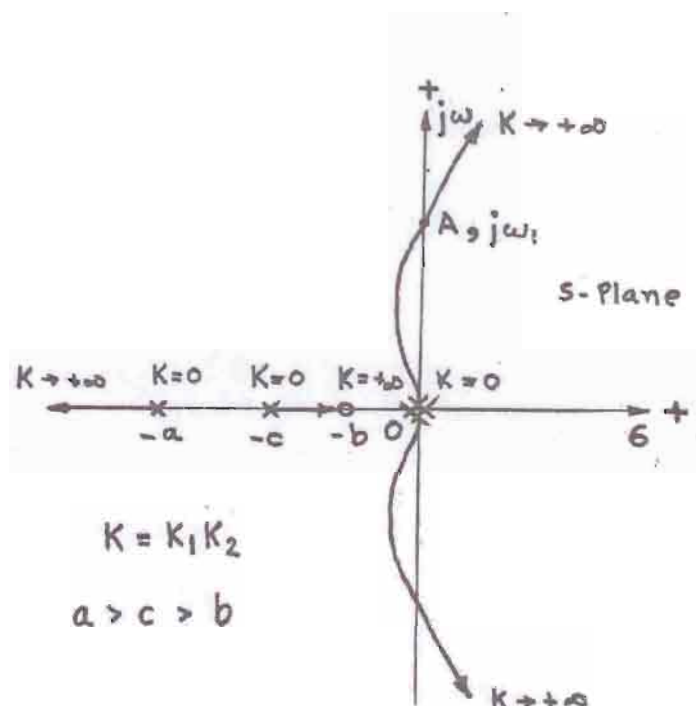


Figure 4 Root-Locus Diagram of the DC Servo Motor Position Feedback Control System with Series Compensation

จากรูปที่ 4 ถ้าทราบค่า b , ค่า c , ค่า K_1 และค่า ω_1 ที่จุด A. ก็สามารถคำนวณหาค่า a และค่า K_2 ได้โดยใช้ Magnitude and Angle Criteria (1), (2) ค่า K_1 สามารถอ่านได้จาก position feedback potentiometer ค่า b และค่า c สามารถกำหนดได้จากการสร้าง compensating system การหาค่า ω_1 ที่จุด A นั้นอาจจะประสบปัญหา ถ้าหากว่าโมเดลที่กำหนดนั้นมีความคลาดเคลื่อนจากความเป็นจริงมาก ค่า ω_1 ที่จุด A นั้นเป็นค่าความถี่เชิงมุม (angular frequency) ของผลตอบสนองของระบบ

ต่อสัญญาณป้อนให้ระบบเป็นฟังก์ชันขั้นบันได (step function) ณ จุดที่ระบบเกิดการ oscillation มี Amplitude คงที่ ดังนั้นการที่จะหาค่า w_1 ที่จุด A นั้นจะต้องทำให้ระบบเกิดการ oscillation ด้วย Amplitude คงที่

3. การทำการทดลองหาทรานซ์เฟอ์ฟังก์ชันของระบบ

ในการทำการทดลอง หาทรานซ์เฟอ์ฟังก์ชันของระบบนั้น ใช้ compensating system เป็นวงจรสองพอร์ทอาร์ซี (R-C Two-Port Network) ดังรูปที่ 5

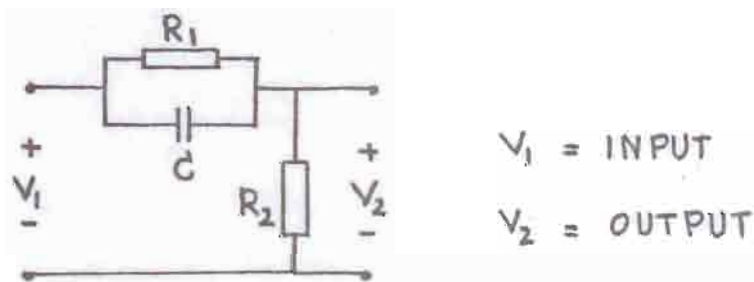


Figure 5 R-C Compensation Network

จากรูปที่ 5 ต้องการกำหนดค่า b และค่า c ดังนั้นต้องกำหนดค่า R และค่า C ในการนี้กำหนดให้

$$\begin{aligned} R_1 &= 100K \text{ ohms} \\ R_2 &= 22K \text{ ohms} \\ C &= 1 \text{ Microfarad} \end{aligned}$$

ได้

$$\frac{s+b}{s+c} = \frac{s+10}{s+55.45}$$

ในการนี้ใช้ระบบการทดลองดังรูปที่ 3 ปรากฏว่าระบบเกิดการ oscillation ด้วย Amplitude คงที่เมื่อป้อนสัญญาณแรงดันเข้าระบบเป็นฟังก์ชันขั้นบันไดที่ค่า

$$K_1 = 7.5 \text{ volts per radian}$$

บันทึกผลตอบสนองของระบบต่อสัญญาณแรงดันฟังก์ชันขั้นบันไดได้ดังรูปที่ 6

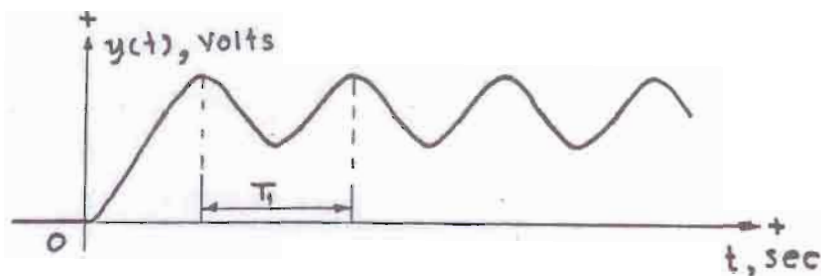


Figure 6 System Output Response to Step Voltage Input at Oscillatory Point

จากรูปที่ 6 วัดได้

angular frequency of oscillation, $\omega_1 = 49.28$ radians per second

$$= \omega_1 \text{ ที่จุด A ของรูปที่ 4}$$

frequency of oscillation, $f_1 = 7.843$ Hertz

period, $T_1 = 0.1275$ second

จากรูปที่ 4 สามารถเขียนกราฟใหม่เพื่อใช้ในการคำนวณหาค่า a และ K_2 ได้

ดังรูปที่ 7

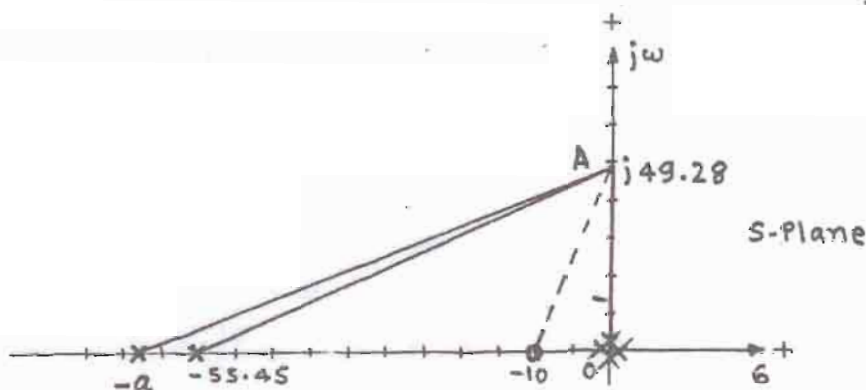


Figure 7 กราฟที่ใช้ในการคำนวณหาค่า K_2 และค่า a ของระบบมอเตอร์

จากรูปที่ 7

$$\angle s+10 = 78.53^\circ$$

$$\angle s+55.45 = 41.63^\circ$$

$$\angle s+a = \tan^{-1}\left(\frac{49.28}{a}\right)$$

$$\angle s+0 = 90^\circ$$

ใช้ Angle criterion ได้

$$\angle s+a = 36.9^\circ$$

$$a = 65.63$$

จากรูปที่ 7

$$|s+0| = 49.28$$

$$|s+10| = 50.28$$

$$|s+55.45| = 74.18$$

$$|s+a| = 82.07$$

ใช้ Magnitude criterion ได้

$$K_2 = 39206$$

ดังนั้น

$$\text{Transfer function of the motor system} = \frac{39206}{s^2(s+65.63)}$$

4. การทำการทดลอบระบบ

เมื่อทราบทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของระบบมอเตอร์แล้ว เพื่อให้แน่ใจว่าฟังก์ชันที่ได้ นั้นมีความถูกต้อง จะต้องทำการทดลอบระบบโดยใช้ทฤษฎีระบบการควบคุมแบบป้อนกลับออกแบบ ตัวควบคุมระบบแล้วนำไปใช้งานดู ถ้าหากว่าระบบทำงานได้ตามทฤษฎีก็แสดงว่าฟังก์ชันที่หามาได้นั้น ถูกต้อง ในการนี้ใช้วิธีการทดลอบแบบ Feedback Compensation โดยการบังคับให้ระบบทำงาน แบบ Second-order system ซึ่งจะต้องให้ผลตอบล้นองต่อสัญญาณแรงดันอินพุตโคไซน์ให้ระบบ ดังรูปที่ 8 และทำการทดลอบระบบโดยใช้วงจรดังรูปที่ 9

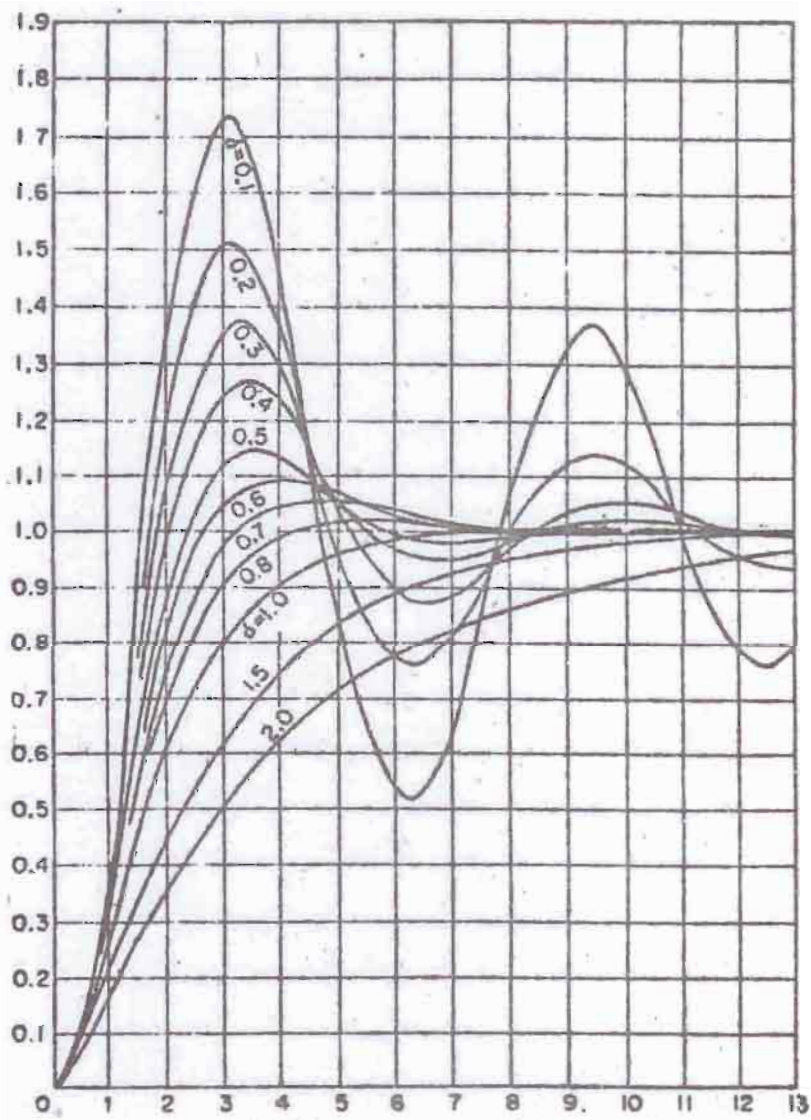


Figure 8 Transient response of a second-order system to a unit step displacement input.

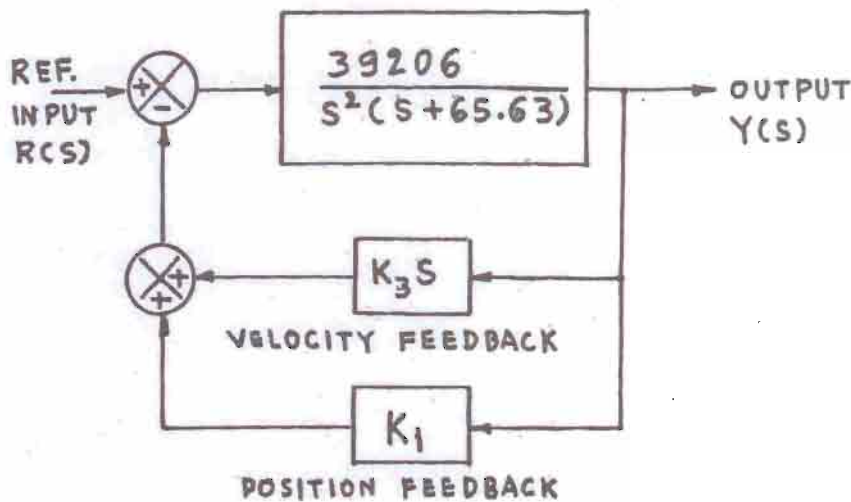


Figure 9 DC. Servo Motor Operating Testing System

การออกแบบ ระบบควบคุมการทำงานของระบบมอเตอร์นั้น ในการนี้ได้บังคับให้ มอเตอร์ทำงานเป็น Second-order System. มีผลตอบสนองชั่วขณะ(Transient Response) ต่อสัญญาณแรงดันขั้นบันได ให้เกิดความถี่เชิงมุมตามธรรมชาติ (Undamped Natural Frequency), ω_n เท่ากับ 30 radians per second และมี อัตราส่วนการหน่วง(damping ratio), δ เท่ากับ 0.6 คือให้มี overshoot ประมาณ 10% เพื่อให้ได้ผลตามประสงค์ จะต้องทำให้ ทางเดินของรากของสมการที่บอกคุณลักษณะของระบบ ผ่านจุดซึ่งวงกลมรัศมี ω_n มีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุด origin ของ s-plane ตัดกับเส้นตรงลากจากจุด origin ทำมุมกับแนวแกน $-\sigma$ เป็นมุม $\cos^{-1}(\delta)$ โดยที่จุดนี้จะเป็นตำแหน่งของ closed-loop poles ซึ่งมีอิทธิพลต่อการทำงาน of ระบบเหนือ poles ณ ตำแหน่งอื่นๆ การออกแบบระบบควบคุมการทำงานของระบบ มอเตอร์ต้องอาศัยกราฟดังรูปที่ 10 ซึ่งเขียนได้จากระบบในรูปที่ 9

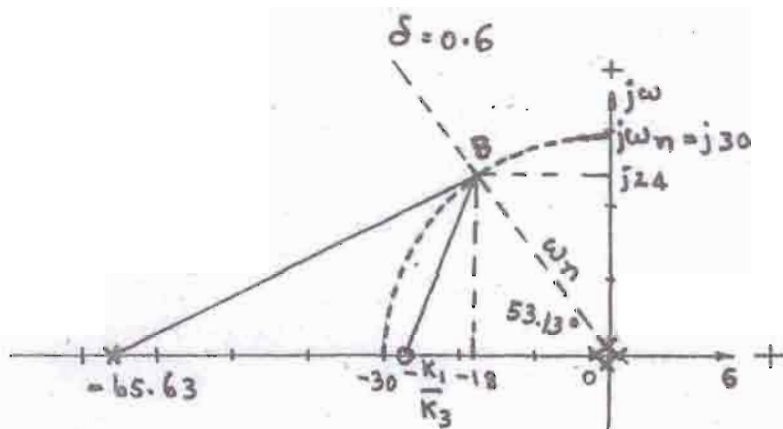


Figure 10 กราฟใช้ในการหาปริมาณ Position Feedback และ ปริมาณ Velocity Feedback เพื่อใช้ในการทดสอบ ระบบมอเตอร์

จากรูปที่ 10 ถ้าให้ทางเดินของรากของสมการที่บอกถึงลักษณะของระบบในรูปที่ 9 ผ่านจุด B ซึ่งเป็นจุดที่จะทำให้ระบบเกิดผลตอบสนองทรานเซียนต์ต่อสัญญาณแรงดันขั้นบันไดที่ป้อนให้ระบบ มี $\omega_n = 30$ rps และ $\delta = 0.6$ แล้ว

จาก Angle Criterion จะได้

$$\frac{K_1}{K_3} = 13.556$$

และจาก Magnitude Criterion จะได้

$$K_1 = 0.7 \text{ volt per radian}$$

$$K_3 = 0.05 \text{ volt per radian per second}$$

ดังนั้นเพื่อให้ระบบทำงานตามประสงค์จะต้องตั้ง position feedback ไว้ที่ 0.7 volt per radian และตั้ง velocity feedback ไว้ที่ 0.05 volt per radian per second และเมื่อป้อนสัญญาณแรงดันขั้นบันไดให้ระบบปรากฏว่าได้ผลตอบสนองทรานเซียนต์ดังรูปที่ 11

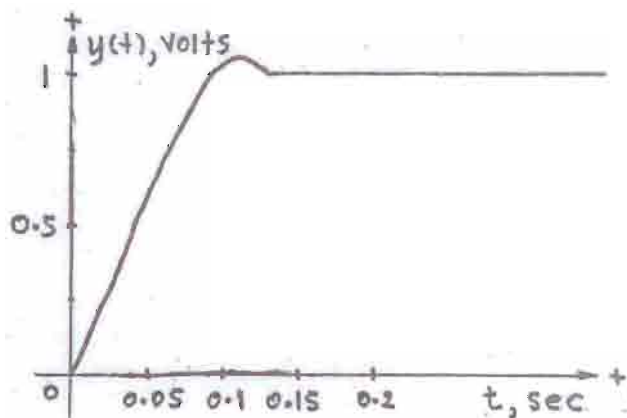


Figure 11 Transient Response of the Testing System to a Step Voltage Input

จากรูปที่ 11 จะเห็นว่า สามารถควบคุมการทำงานของมอเตอร์ให้เป็นไปตามความประสงค์ได้ ซึ่งแสดงว่า ทราบสเฟอฟังก์ชันของระบบมอเตอร์ที่ได้มานั้นมีความถูกต้อง สามารถนำไปใช้งานได้

5. สรุป

วิธีการหาทราบสเฟอฟังก์ชันของระบบวิธีนี้ กระทำได้โดยการทำให้ระบบเกิดการ oscillation ด้วย Amplitude คงที่ ถ้าระบบเป็นมอเตอร์ขนาดใหญ่จะเกิดปัญหาในการบันทึกผล เพราะมอเตอร์ขนาดใหญ่จะมี inertia มาก ในช่วงที่มอเตอร์หมุนลំสับทิศทางจะกระทำได้ยาก แต่ถ้าจะนำไปใช้กับระบบมอเตอร์ขนาดเล็กจะได้ผลดี หรือจะนำไปใช้กับระบบกระบวนการผลิตทางเคมีก็ได้ผลดีเช่นกัน วิธีนี้สามารถนำไปใช้ได้ทั้งในการหาทราบสเฟอฟังก์ชันของระบบและการออกแบบตัวควบคุมการทำงานของระบบเพื่อให้ระบบทำงานตามประสงค์ได้ ข้อจำกัดอีกข้อหนึ่งของวิธีนี้ก็คือ ผู้ทำการทดลองและออกแบบจะต้องมีความรู้เรื่องโมเดลของระบบที่จะทำการทดสอบพอสมควร ถ้าหากสามารถขจัดปัญหาเหล่านี้ได้ก็สามารถจะนำวิธีการนี้ไปใช้ได้โดยสะดวกและได้ผลดี.

เอกสารอ้างอิง

1. S.M. Shinnars, Modern Control System Theory and Application, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Mass, 1975.
 2. B.C. Kuo, Automatic Control Systems, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1967.
 3. J.J. Distefano, III, and Associates, Feedback and Control System, McGraw-Hill Book Company, N.Y., 1967.
-