

การออกแบบระบบควบคุมดิจิทัล โดยวิธีเชิงพีชคณิต

สถาพร อุดมสิน¹⁾ และ กิตติพัฒน์ ชนะสิทธิ์²⁾

¹⁾ รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

²⁾ นักศึกษาระดับปริญญาโท สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทคัดย่อ

การออกแบบระบบควบคุมดิจิทัลโดยวิธีเชิงพีชคณิตจะกระทำโดยตรงในโดเมน z โดยไม่ต้องอาศัยเทคนิคการออกแบบตัวควบคุมแอนะล็อก เมื่อกำหนดทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการในโดเมน z คือ $G(z)$ และทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ต้องการและนำไปสร้างได้ของระบบป้อนกลับ $Y(z)/R(z)$ จะหาค่าทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมดิจิทัล $C(z)$ โดยวิธีพีชคณิตแล้วนำไปสร้างโดยใช้ดิจิทัลคอมพิวเคอร์ ตัวควบคุมดิจิทัลที่ได้จากวิธีนี้จะไม่ต้องถูกครอบงำโดยข้อจำกัดทางกายภาพของการสร้างตัวควบคุมแอนะล็อก จึงไม่ซับซ้อนและมีอัตราสุ่มต่ำ ซึ่งเหมาะสมกับการนำไปสร้างระบบควบคุมแบบออนไลน์โดยใช้ไมโครคอนโทรลเลอร์ซึ่งมีราคาถูก อัลกอริทึมของระบบควบคุมทำให้ได้โปรแกรมสั้นสามารถโปรแกรมบนไมโครคอนโทรลเลอร์และสามารถเปลี่ยนแปลงปรับแก้ได้ง่าย

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาอัลกอริทึมและศึกษาจุดอ่อนของระบบควบคุมดิจิทัลหลายแบบ ซึ่งทุกแบบที่กล่าวถึงในบทความนี้จำกัดว่าใช้ได้กับกระบวนการที่เสถียรแบบหนึ่งอินพุทหนึ่งเอาต์พุทเท่านั้น ได้นำการออกแบบตัวควบคุมดิจิทัลโดยวิธีพีชคณิตไปประยุกต์ใช้งานควบคุมความเร็วของมอเตอร์กระแสตรงขนาด 1 กิโลวัตต์ ขั้นตอนการออกแบบและนำไปสร้างทำได้ค่อนข้างง่ายโดยอาศัยโปรแกรม MATLAB ผลการทดสอบพบว่า สามารถควบคุมความเร็วของมอเตอร์กระแสตรงได้อย่างน่าพึงพอใจ

Design of Digital Control Using Algebraic Approach

Sthaporn Udomsin¹⁾ and Kittipat Chanasit²⁾

¹⁾ Associate Professor Department of Electrical Engineering Faculty of Engineering, Khon Kaen University

²⁾ Master Student Department of Electrical Engineering Faculty of Engineering, Khon Kaen University

Abstract

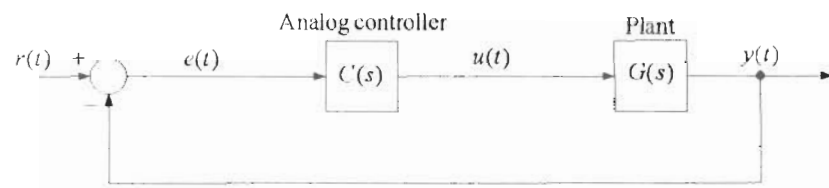
Design of digital control system by algebraic approach is done directly in z domain without reference to any analog design techniques. Given a plant transfer function in z domain $G(z)$ and a implementable desired closed loop transfer function $Y(z)/R(z)$, the transfer function of the digital controller $C(z)$ is calculated and then implemented with a digital computer. Such digital controllers, are not constrained by limitations due to physical realization of analog systems, can be simple with lower sample rate and thus suitable for low cost microcomputer-base embedded control systems. The control algorithm results in a short program that can be altered or tuned if needed.

Several control algorithms are examined and their deficiencies are investigated. This algebraic design approach is only applicable to stable, single-input single-output plants. The design approach is used to control speed of a 1 kW DC motor with the help of MATLAB program, the design and implementation procedures are uncomplicated. The test result to show that all the digital controllers work satisfactory well.

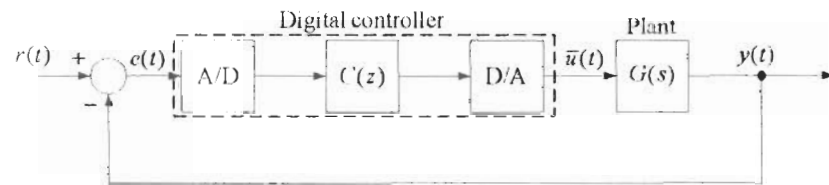
บทนำ

การออกแบบตัวควบคุมดิจิทัลโดยวิธีเชิงพีชคณิตจะกระทำโดยตรงบนโดเมน z โดยไม่ได้อาศัยการแปลงหรือการประมาณจากตัวควบคุมแอนะล็อก เมื่อไม่ต้องการเลียนแบบพฤติกรรมของตัวควบคุมแอนะล็อกแล้ว ตัวควบคุมดิจิทัลที่ออกแบบจึงไม่จำเป็นต้องใช้อัตราสุ่มที่เร็วมาก และสามารถออกแบบให้ตัวควบคุมดิจิทัลทำงานได้ดีโดยใช้อัตราสุ่มต่ำ ซึ่งเป็นข้อดีสำหรับใช้ประยุกต์บนคอมพิวเตอร์ ไมโครโปรเซสเซอร์ หรือเทคโนโลยีแบบฝังตัวทั่วไปที่มีคุณภาพปานกลางและราคาไม่แพงมากนัก การออกแบบโดยวิธีเชิงพีชคณิตที่อธิบายในบทความนี้สามารถใช้ได้กับระบบแบบอินพุตเดียวเอาต์พุตเดียว (single input - single output: SISO) ที่เสถียร

ในรูปที่ 1 แสดงให้เห็นถึงความแตกต่างระหว่างระบบควบคุมแอนะล็อก และระบบควบคุมดิจิทัล ตัวควบคุมแอนะล็อก ในรูปที่ 1(a) จะถูกแทนที่ด้วยตัวควบคุมดิจิทัล ตัวแปลงสัญญาณแอนะล็อกเป็นดิจิทัล และตัวแปลงสัญญาณดิจิทัลเป็นแอนะล็อก เป็นระบบควบคุมแบบดิจิทัลดังรูปที่ 1(b)



(ก)



(ข)

รูปที่ 1 (ก) ระบบควบคุมแอนะล็อก, และ (ข) ระบบควบคุมดิจิทัล

ข้อดีของการใช้ระบบควบคุมดิจิทัลเมื่อเปรียบเทียบกับระบบควบคุมแอนะล็อก คือ

- 1) เนื่องจากตัวควบคุมแบบดิจิทัลถูกสร้างขึ้นบนคอมพิวเตอร์หรือไมโครโปรเซสเซอร์ จึงสามารถที่จะทำการเก็บ ถ่ายโอน หรือปรับเปลี่ยนโปรแกรมได้ง่าย ซึ่งเป็นจุดเด่นของระบบดิจิทัล
- 2) ตัวควบคุมดิจิทัลจะไม่เปลี่ยนแปลงตามสภาวะแวดล้อมหรือเวลาที่เปลี่ยนไป
- 3) ถ้าต้องการสร้างตัวควบคุมดิจิทัลให้ทำงานเลียนแบบตัวควบคุมแอนะล็อก เมื่อใช้อัตราการสุ่มสัญญาณที่เร็วพอจะได้ตัวควบคุมที่มีคุณสมบัติเหมือนกัน
- 4) สามารถสร้างตัวควบคุมดิจิทัลให้มีคุณสมบัติที่ดีกว่าบางประการที่ตัวควบคุมแอนะล็อก ทำไม่ได้

การออกแบบระบบควบคุมดิจิทัลโดยวิธีเชิงพีชคณิต

การหาสมมูลดิจิทัลของกระบวนการ

กระบวนการ (plant) ในทางปฏิบัติจะเป็นแอนะล็อกคือ สามารถหาแบบจำลองคณิตศาสตร์และนำมาเขียนเป็นทรานสเฟอร์ฟังก์ชันบนโดเมน s ได้ สำหรับการหาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของกระบวนการผู้อ่านสามารถศึกษาเพิ่มเติมได้ในเรื่องการพิสูจน์ระบบ (system identification) แต่การออกแบบระบบควบคุมดิจิทัลโดยวิธีเชิงพีชคณิตที่จะแสดงต่อไปนี้จะทำการออกแบบและพิจารณาบนโดเมน z ดังนั้น ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการจะต้องหาสมมูลแบบค้ำค่าอันดับศูนย์ (zero-order hold: ZOH) เสียก่อนเพื่อแปลงให้ไปอยู่บนโดเมน z โดยอาศัยการแปลง z ดังนี้

$$G(z) = Z \left[(1 - e^{-Ts}) \frac{G(s)}{s} \right] = (1 - z^{-1}) Z \left[\frac{G(s)}{s} \right] \quad (1)$$

เมื่อให้ T เป็นช่วงเวลาการสุ่มสัญญาณ

การเลือกช่วงเวลาการสุ่มสำหรับระบบควบคุมดิจิทัลที่ออกแบบโดยวิธีเชิงพีชคณิต

ช่วงเวลาการสุ่มที่ได้จากการออกแบบวิธีนี้ จะมากกว่าที่ได้จากการออกแบบเลียนตัวควบคุมแอนะล็อก การเลือกช่วงเวลาสุ่ม T มีความสำคัญมาก จำเป็นต้องเลือก T ให้เหมาะสม เพราะถ้า T มีค่ามากเกินไปก็อาจทำให้ควบคุมกระบวนการ (plant) ได้ลำบากหรือไม่ได้เลย แต่ ถ้า T น้อยเกินไปนอกจากจะต้องใช้ตัวแปลงสัญญาณที่มีความเร็วในการแปลงสัญญาณสูงทำให้สิ้นเปลืองแล้วยังอาจทำให้เกิดปัญหาเช่น ริงกิงโพล (ringing poles) หรือปัญหาสัญญาณเข้าของกระบวนการ (control effort, u) มีขนาดใหญ่เกินไป หลักในการเลือก T มี 3 ข้อ ดังนี้

- 1) ตามทฤษฎีการสุ่มสัญญาณของชานนอน (Shannon's sampling theorem) กล่าวว่า ความถี่ของการสุ่ม ($f_s = 1/T$) จะต้องมากกว่าหรือเท่ากับสองเท่าของความถี่สูงสุดของสัญญาณ ($f_s \geq 2f_{\max}$) ในการออกแบบระบบควบคุมดิจิทัลนิยมให้ความถี่ของการสุ่มมีค่า 5 ถึง 20 เท่าของแถบความถี่ (bandwidth) ของระบบรูปปิด

$$f_s \geq 5 \text{ to } 20 f_b \quad (2)$$

- 2) เมื่อหาสมมูลดิจิทัลของระบบแอนะล็อก โพลในโดเมน s จะมาอยู่ที่ตำแหน่ง

$z = e^{sT}$ ในโดเมน z เมื่อเลือก T ให้มีค่าน้อยๆ จนน้อยกว่าค่าเวลาคงที่ของระบบแบบเปิด (open-loop time constant) โพลที่เสถียรมักจะย้ายเข้าใกล้ตำแหน่ง $z = +1$ อาจทำให้เกิดปัญหาความไม่เที่ยง (inaccuracy) ดังนั้นจึงมักกำหนดให้โพลอยู่ไม่เกิน $e^{-T/\tau} \leq 0.98$ เมื่อ τ คือ ค่าเวลาคงที่ตัวที่น้อยที่สุดของกระบวนการ

$$T \geq -\tau \ln(0.98)$$

$$T \geq 0.02\tau \quad (3)$$

- 3) ถ้ากระบวนการมีเดดไทม์ (dead time) หรือทรานสปอร์ตดีเลย์ (transport delay) การเลือกค่า T ต้องไม่น้อยจนเกินไป เพราะเมื่อ T น้อยมากๆ ตัวควบคุมจะต้องขับกระบวนการด้วยสัญญาณขนาดใหญ่เพื่อผลักดันให้เกิดผลตอบสนองในช่วงเวลา T ดังนั้น จึงมักกำหนดให้

$$T \geq \frac{T_D}{4} \text{ to } \frac{T_D}{2} \quad (4)$$

การออกแบบตัวควบคุมดิจิทัลแบบต่าง ๆ

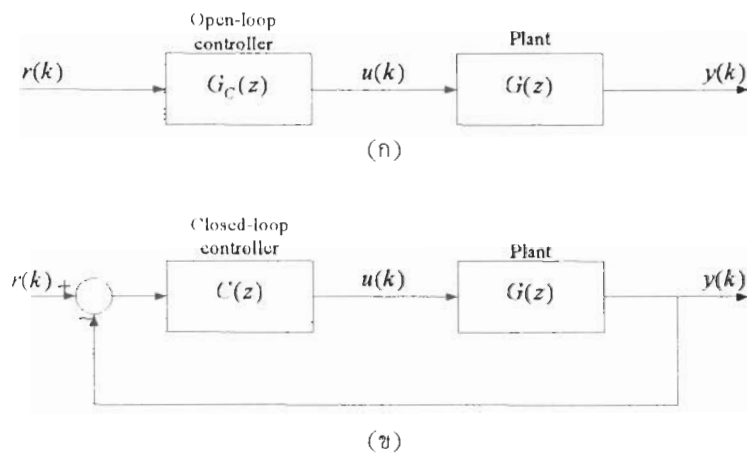
การออกแบบขอให้พิจารณารูปที่ 2 เมื่อหาผลตอบสนองของระบบแบบเปิดในรูปที่ 2(ก) และผลตอบสนองของระบบแบบปิดในรูปที่ 2(ข) จะได้ดังสมการที่ (5) และ (6) ตามลำดับ

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = G_C(z)G(z) \quad (5)$$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{C'(z)G(z)}{1 - C'(z)G(z)} \quad (6)$$

ถ้าให้ระบบแบบเปิดในรูปที่ 2(ก) สมมูลกับระบบแบบปิดในรูปที่ 2(ข) และสมมติว่าทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของตัวควบคุมระบบแบบเปิด $G_C(z)$ แล้ว จะสามารถหาค่าทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของตัวควบคุมระบบแบบปิด $C'(z)$ ได้

$$C'(z) = \frac{G_C(z)}{1 - G_C(z)G(z)} \quad (7)$$



รูปที่ 2 (ก) ระบบควบคุมแบบเปิด, และ (ข) ระบบควบคุมแบบปิด

ดังนั้นตามพีชคณิตข้างต้นจุดสำคัญของการออกแบบคือการหา $G_C(z)$ โดยจะได้แสดงอัลกอริทึมแบบต่างๆ สำหรับการออกแบบในหัวข้อถัดไป และเพื่อให้สอดคล้องและเข้าใจง่ายสำหรับการออกแบบโดยอัลกอริทึมต่างๆ ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันของกระบวนการจะถูกจัดรูปให้อยู่ในเทอมของโพล-ซีโรว์ ดังนี้

$$G(z) = K \frac{(z - \alpha_1)(z - \alpha_2) \dots (z - \alpha_k)(z - \alpha_{k+1}^*) \dots (z - \alpha_{k+1}^*) \dots (z - \alpha_{n-2})(z - \alpha_{n-1})}{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_n)} z^{-N} \quad (8)$$

เมื่อ N เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้ Nr มีค่าน้อยที่สุดหรือเท่ากับเดทไทม์ของกระบวนการ สัญลักษณ์ '-' และ '+' เหนือตำแหน่งซีโรว์จะบ่งบอกว่าซีโรว์ตัวนั้นอยู่ในหรือนอกยูนิตเซอร์เคิล (unit circle) ตามลำดับ และ k คือ จำนวนของซีโรว์ที่อยู่ในยูนิตเซอร์เคิล โดยทั้งนี้ต้องกำหนดว่า $G(z)$ เสถียรคือ ทุกโพลของ $G(z)$ อยู่ภายในยูนิตเซอร์เคิล

(ก) ตัวควบคุมเอาต์พุตเดดเบต (output deadbeat controller)

เอาต์พุตเดดเบตเป็นอัลกอริทึมที่ใช้หา $G_C(z)$ บนแนวคิดของการหลักล้างโพล-ซีโรว์เพื่อให้ทรานสเฟอ์ฟังก์ชันรวมเหลือดีกรีต่ำสุด รูปแบบทรานสเฟอ์ฟังก์ชันจะได้จากการนำโพลของกระบวนการมาเป็นตัวเศษและนำซีโรว์ของกระบวนการมาเป็นตัวส่วน โดยมีเงื่อนไขว่าซีโรว์ที่จะนำมาเป็นตัวส่วนนั้นถ้าอยู่นอกยูนิตเซอร์เคิลซึ่งจะทำให้ระบบไม่เสถียรให้ย้ายมาอยู่ที่จุดออริจิน (origin)

จากทรานสเฟอร์ฟังก์ชันในสมการที่ (8) พจน์ของโพลคือ $(z-p_1)(z-p_2) \dots (z-p_n)$ และพจน์ของซีโรคือ $(z-a_1)(z-a_2) \dots (z-a_k)(z-a_{k+1}^+) \dots (z-a_{n-2}^+)(z-a_{n-1}^+)$ เมื่อย้ายซีโรที่อยู่นอกยูนิตเซอร์เคิลไปที่อริจินจะได้ $(z-a_1)(z-a_2) \dots (z-a_k)z^{n-k}(1-a_{k+1}^+) \dots (1-a_{n-2}^+)(1-a_{n-1}^+)$ ดังนั้น รูปแบบของทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของเอาต์พุตเดบิตคือ

$$G_{OD}(z) = \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2) \dots (z-p_n)}{(z-a_1)(z-a_2) \dots (z-a_k)z^{n-k}(1-a_{k+1}^+)(1-a_{n-2}^+) \dots (1-a_{n-1}^+)} \quad (9)$$

ตัวอย่างที่ 1 : กำหนดกระบวนการที่มีเดดไทม์และทรานสเฟอร์ฟังก์ชันดังนี้

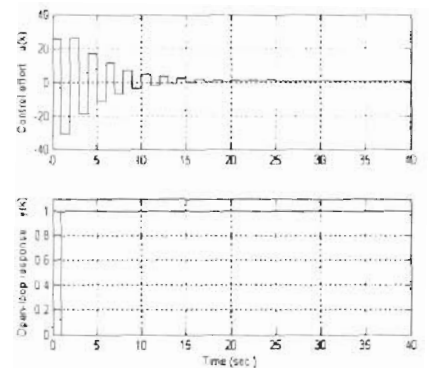
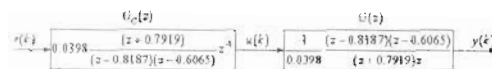
$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(2s+1)(5s+1)}$$

และเลือกใช้ช่วงเวลาสุ่มสัญญาณสำหรับระบบควบคุมดิจิทัล $T = 1$ sec.

$$G(s) = \frac{e^{-s}}{(2s+1)(5s+1)} \xrightarrow{\text{ZOH}} G(z) = 0.0398 \frac{(z+0.7919)}{(z-0.8187)(z-0.6065)} z^{-1}$$

ได้ $K = 0.0398$, $a_1 = 0.7919$, $p_1 = 0.8187$, $p_2 = 0.6065$, $N = 1$, $k = 1$, และ $n = 2$ เมื่อใช้อัลกอริทึมเอาต์พุตเดบิตสมการที่ (9) หาคำควบคุมระบบเปิด $G_C(z)$ จะได้

$$G_C(z) = G_{OD}(z) = \frac{1}{0.0398} \frac{(z-0.8187)(z-0.6065)}{(z+0.7919)z}$$



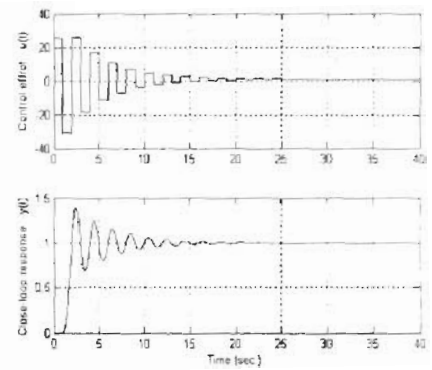
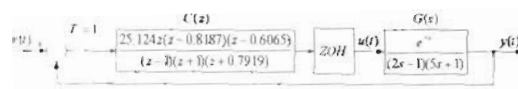
รูปที่ 3 Unit step response ของระบบเปิดในตัวอย่างที่ 1

เมื่อลองหาผลตอบสนองกับสัญญาณระดับขั้นแบบสเต็ป (unit step response) ของระบบแบบเปิดของ $G(z)$ กับตัวควบคุม $G_c(z)$ จะได้ผลตอบสนองดังรูปที่ 3 เพราะเกิดการหักล้างโพล-ซีโรร่วมกันทำให้ทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของระบบแบบเปิดเหลือเพียง $1/z^2$ ผลตอบสนองของระบบแบบเปิดจะถึงค่าคงที่ภายในเวลา $2T$

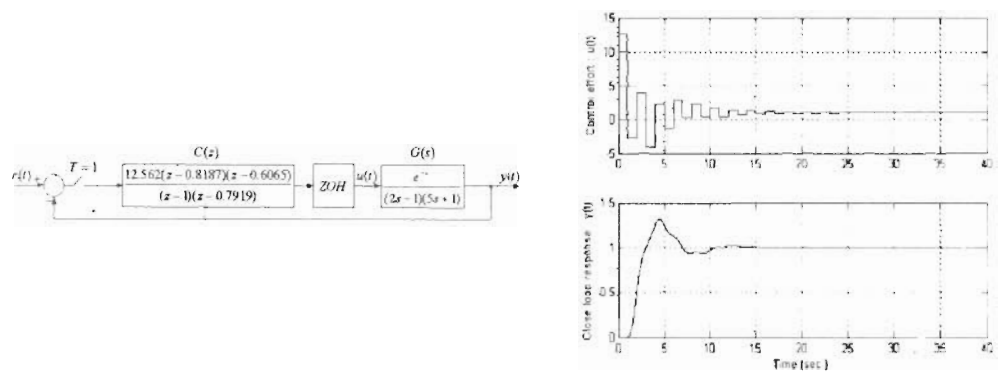
หาตัวควบคุมระบบแบบปิด $C(z)$ ด้วยวิธีเชิงพีชคณิตตามสมการที่ (7) จะได้

$$C(z) = \frac{25.124z(z - 0.8187)(z - 0.6065)}{(z - 1)(z + 1)(z + 0.7919)}$$

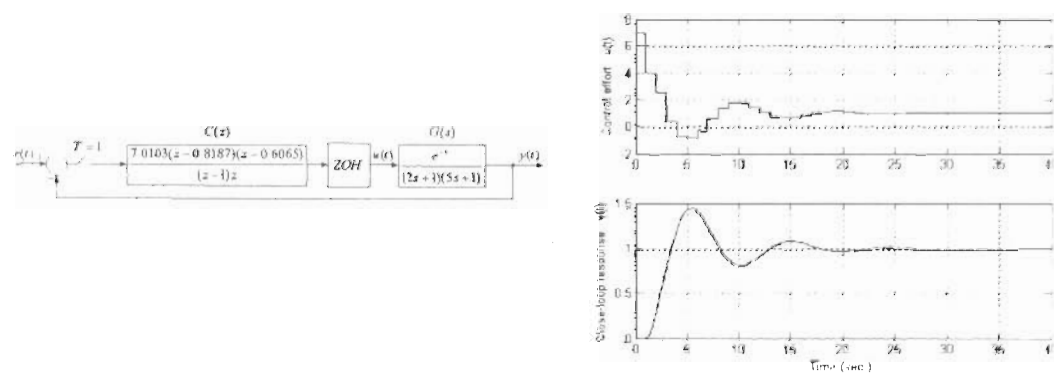
เมื่อหาผลตอบสนองของระบบแบบปิดของ $G(z)$ กับตัวควบคุม $C(z)$ จากรูปที่ 4 จะพบว่า ผลตอบสนองมีลักษณะการสั่นกระเพื่อมเรียกว่า ‘ริงกิงโพล’ เป็นผลมาจากมีโพลบางตัวภายในหน่วยเซอเคิลมีตำแหน่งอยู่ใกล้กับ -1 การแก้ปัญหาต้องย้ายโพลตัวดังกล่าวไปที่ออริจินคือแทนพจน์ $(z - p)$ ด้วย $(1 - p)z$ สำหรับในตัวอย่างนี้พจน์ที่ทำให้เกิดริงกิงคือ $(z + 1)$ และ $(z + 0.7919)$



รูปที่ 4 Unit step response ของระบบแบบปิดในตัวอย่างที่ 1



รูปที่ 5 Unit step response ของระบบลูบปิดในตัวอย่างที่ 1 ที่ทำการย้ายริงกิลโพล $(z+1)$ แล้ว



รูปที่ 6 Unit step response ของระบบลูบปิดในตัวอย่างที่ 1 ที่ทำการย้ายริงกิลโพล $(z+1)$ และ $(z + 0.7919)$

สรุปขั้นตอนการออกแบบ

- 1) เลือกช่วงเวลาการสุ่ม T ที่เหมาะสม แล้วใช้สมมูลแบบค้างค่าอันดับศูนย์ตามสมการที่ (1) เปลี่ยน $G(s)$ เป็น $G(z)$ จากนั้นจัดรูปตามสมการที่ (8)
- 2) ใช้อัลกอริทึมเอชทีพูเตดบีท (หรืออัลกอริทึมอื่นๆ ที่จะเสนอต่อไป) หาหารานสเฟอรืฟังก์ชันของตัวควบคุมระบบลูบเปิด $G_c(z)$
- 3) ใช้วิธีเชิงพีชคณิตตามสมการที่ (7) หาตัวควบคุมระบบลูบปิด $C'(z)$
- 4) ถ้าเกิดปัญหาริงกิลโพลให้แก่โดยแทนโพลตัวที่มีปัญหา $(z - p)$ ด้วย $(1 - p)z$

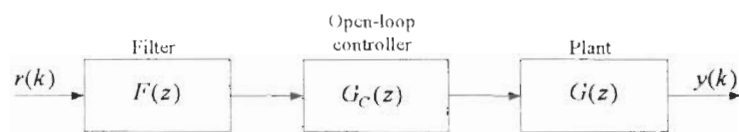
(ข) ตัวควบคุมสเตตเดดบีท (State deadbeat controller)

พัฒนาจากแนวความคิดตัวแปรสเตตของระบบที่จุดดุลยภาพเมื่อเอาที่พหุของกระบวนการถูกขับไปจนถึงจุดที่ต้องการแล้วตัวควบคุมจะรักษาค่านั้นไว้ในแต่ละช่วงเวลาของการสุ่ม ถ้าจะเปรียบเทียบกับวงจรกรองในเรื่องของทฤษฎีการประมวลผลสัญญาณจะสามารถเทียบตัวควบคุมสเตตเดดบีทได้กับตัวกรองคาร์แมน (Kalman filter)

$$G_{SD}(z) = \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2)\dots(z-p_n)}{(1-a_1)(1-a_2)\dots(1-a_{n-1})z^n} \quad (10)$$

(ค) ตัวควบคุมดาร์ลีน (Dahlin controller)

ปี ค.ศ. 1968 ดาร์ลีนได้เสนออัลกอริทึมการออกแบบโดยการเจาะจงให้ทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของระบบลูปปิดมีอันดับเป็นหนึ่ง ให้ระบบมีเดดไทม์เท่ากับกระบวนการและมีอัตราขยายที่สภาวะคงตัวเป็นหนึ่ง ในการออกแบบระบบลูปเปิดดาร์ลีนได้เพิ่มตัวกรอง (filter) เข้าไปด้วย ดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 ระบบควบคุมเปิดที่มีตัวกรอง

ทรานสเฟอว์ฟังก์ชันของตัวควบคุมดาร์ลีน คือ

$$G_{DC}(z) = F(z) \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2)\dots(z-p_n)}{(z-a_1)(z-a_2)\dots(z-a_k)z^{n-k}(1-a_{k+1})(1-a_k)\dots(1-a_{n-1})} \quad (11)$$

โดยที่ตัวกรอง $F(z)$ มีทรานสเฟอว์ฟังก์ชัน คือ

$$F(z) = \frac{1-e^{-\lambda T}}{1-z^{-1}e^{-\lambda T}} \quad (12)$$

เมื่อ λ คือ พารามิเตอร์ของตัวกรอง

เหตุที่ต้องแยก $F(z)$ ออกจาก $G_C(z)$ และเรียกว่า ‘ตัวกรอง’ นั้น เพราะจะได้สะดวกต่อการวิเคราะห์ความผิดพลาดของแบบจำลอง (Modelling errors) ใน $F(z)$ จะมีตัวแปรที่สามารถปรับแต่งได้คือ λ โดยถ้ามีค่าเป็นศูนย์ (ไม่มีตัวกรอง) ตัวควบคุมดาร์ลีนจะกลายเป็นตัวควบคุมเอาท์

พหุคูณตัวหารของ λ เพิ่มขึ้นจะทำให้ผลตอบสนองช้าลง แต่ยังคงมีการสั่นกระเพื่อมด้วยช่วงกว้างของคลื่นที่ลดลงไปตามค่าของ λ ที่เพิ่มขึ้น

- (ง) ตัวควบคุมแบบผลรวมน้อยที่สุดของความผิดพลาดกำลังสอง (the controller that minimizes the sum of the squared errors of the output)

อัลกอริทึมนี้จะเป็นการออกแบบตัวควบคุมโดยการหาค่าน้อยสุดของฟังก์ชันเป้าหมาย

$$\Phi = \sum_{j=0}^{\infty} (y_j - r)^2 \quad (13)$$

โดย y_j คือ ค่าเอาต์พุตของระบบที่เวลา $t = jT$ และ r คือ ค่าเป้าหมายของผลตอบสนองที่ต้องการ ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันที่ใช้ คือ

$$G_{SE}(z) = \frac{1}{K} \frac{\left(1 - \frac{1}{a_{k+1}^+}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_{n-1}^+}\right)}{(1 - a_{k+1}^-) \dots (1 - a_{n-1}^-)} \frac{(z - p_1) \dots (z - p_n)}{z(z - a_1^-) \dots (z - a_k^-) \left(z - \frac{1}{a_{k+1}^+}\right) \dots \left(z - \frac{1}{a_{n-1}^+}\right)} \quad (14)$$

- (จ) ตัวควบคุมโวลเจล-เอ็ดการ์ (Vogel - Edgar controller)

ในปี ค.ศ. 1982 โวลเจล และเอ็ดการ์ได้เสนออัลกอริทึมในการออกแบบตัวควบคุมดิจิทัลโดยนำเอาตัวควบคุมสเตตเดทิตและตัวกรอง $F(z)$ ในสมการที่ (12) เข้ามารวมกัน ลักษณะคล้ายกับแนวคิดของดาร์ลีน

$$G_{VE}(z) = F(z) \frac{1}{K} \frac{(z - p_1)(z - p_2) \dots (z - p_n)}{(1 - a_1)(1 - a_2) \dots (1 - a_{n-1})z^n} \quad (15)$$

เมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมดาร์ลีนที่จะให้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบป้อนเป็นอันดับหนึ่ง ตัวควบคุมโวลเจล-เอ็ดการ์จะให้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของระบบป้อนเป็นอันดับสอง

อัลกอริทึมแต่ละตัวมีข้อดีและข้อเสียแตกต่างกัน ในบางครั้งกระบวนการตัวเดียวกัน เมื่อใช้อัลกอริทึมต่างกันอาจให้ผลตอบสนองที่แตกต่างกันอย่างสิ้นเชิงได้ ในตารางที่ 1 ได้สรุปค่าทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของอัลกอริทึมต่างๆ ไว้ ส่วนในตารางที่ 2 ได้สรุปกรณีปัญหาที่จะเกิดขึ้นเมื่อใช้อัลกอริทึมแต่ละตัว ปัญหาสำคัญที่มักเกิดขึ้นกับผลตอบสนองของระบบควบคุมดิจิทัลมี 2 ประการคือ ปัญหาริงกิงโพล และปัญหาโอเวอร์ชูท/หรืออันเดอร์ชูทที่มีขนาดใหญ่

ในความเป็นจริงแล้วยังมีอัลกอริทึมอื่นที่ถูกนำเสนออยู่อีก แต่โดยมากอัลกอริทึมแต่ละตัวล้วนมีพัฒนาการมาจากอัลกอริทึมของเอิร์ทพุทเดบิตและดาร์ลีนเป็นพื้นฐานสำคัญโดยนำมาพัฒนาแก้ไขปรับปรุงเพื่อให้ตอบสนองกับความต้องการใช้งานในแต่ละรูปแบบ ต่อไปจะขอแสดงตัวอย่างเปรียบเทียบผลตอบสนองของระบบที่มีตัวควบคุมจากอัลกอริทึมแบบต่างๆ ในตัวอย่างที่ 2 และจะได้เปรียบเทียบอัลกอริทึมต่างๆ กับการใช้งานจริงโดยการประยุกต์ควบคุมมอเตอร์ กระแสตรงในหัวข้อต่อไป

ตารางที่ 1 สูตรอัลกอริทึมแบบต่างๆ สำหรับหาตัวควบคุมระบบลูปเปิด $G_C(z)$

Output deadbeat	$G_{OD}(z) = \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2) \dots (z-p_n)}{(z-a_1^-)(z-a_2^-) \dots (z-a_k^-) z^{n-k} (1-a_{k+1}^+)(1-a_k^+) \dots (1-a_{n-1}^+)}$
State deadbeat	$G_{SD}(z) = \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2) \dots (z-p_n)}{(1-a_1)(1-a_2) \dots (1-a_{n-1}) z^n}$
Dahlin	$G_{DC}(z) = F(z) \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2) \dots (z-p_n)}{(z-a_1^-)(z-a_2^-) \dots (z-a_k^-) z^{n-k} (1-a_{k+1}^+)(1-a_k^+) \dots (1-a_{n-1}^+)}$
Minimum sum of squared errors	$G_{SE}(z) = \frac{1}{K} \frac{\left(1 - \frac{1}{a_{k+1}^+}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{a_{n-1}^+}\right)}{(1-a_{k+1}^-) \dots (1-a_{n-1}^-)} \frac{(z-p_1) \dots (z-p_n)}{z(z-a_1^-) \dots (z-a_k^-) \left(z - \frac{1}{a_{k+1}^+}\right) \dots \left(z - \frac{1}{a_{n-1}^+}\right)}$
Vogel-Edgar	$G_{VE}(z) = F(z) \frac{1}{K} \frac{(z-p_1)(z-p_2) \dots (z-p_n)}{(1-a_1)(1-a_2) \dots (1-a_{n-1}) z^n}$

เมื่อ $F(z) = \frac{1 - e^{-\frac{T}{\lambda}}}{1 - z^{-1} e^{-\frac{T}{\lambda}}}$

ตารางที่ 2 สรุปกรณีปัญหาที่จะเกิดขึ้นเมื่อใช้อัลกอริทึมแต่ละตัว

Continuous system	Control algorithm	Small T	$T_{cr} - \Delta T$	$T_{cr} + \Delta T$
LHP zero	DC*	-	-	Unstable*
	OD	-	-	Overshoot*
	SE	-	-	-
	SD	Overshoot	Overshoot*	Overshoot*
	VE	One zero: - More: overshoot	Overshoot*	Overshoot*
RHP zero	DC*	Unstable	Unstable	Rippling
	OD	Undershoot	-	Rippling
	SE	-	Rippling	Rippling
	SD	Undershoot	-	-
	VE	One zero: - More: undershoot	-	-
Excess zeros $n - m$ even**	DC*	$n - m = 2$: rippling $n - m \geq 4$: unstable	Unstable	Rippling
	OD	Rippling	-	Rippling
	SE	Rippling	Rippling	Rippling
	SD	-	-	-
	VE	-	-	-
Excess zeros $n - m$ odd (≥ 3)	DC*	Unstable	Unstable	Rippling
	OD	-	-	Rippling
	SE	-	Rippling	Rippling
	SD	-	-	-
	VE	-	-	-

* Two or more zeros.

** For $n - m = 2$ only the column for small T_s applies.

DC* Dahlin's controller.

OD Output deadbeat controller.

SE Minimizes sum of squared errors of the output.

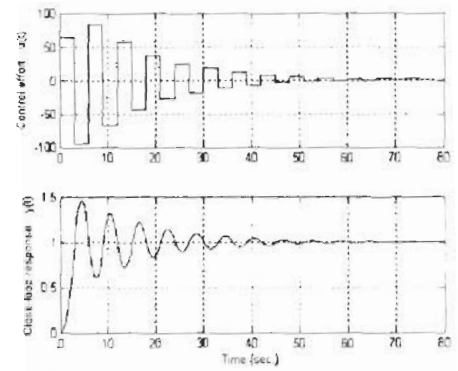
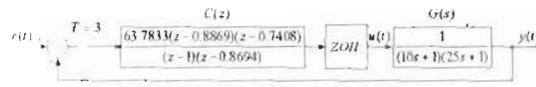
SD State deadbeat controller.

VE Vogel-Edgar controller.

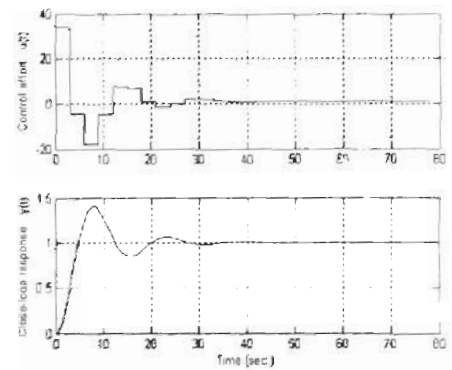
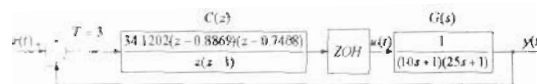
 T_{cr} Sampling period at which the zero of the discrete system crosses the unit circle. ΔT Range around T_{cr} for which the corresponding problem occurs. m, n Degrees of numerator and denominator of $G(s)$ ตัวอย่างที่ 2 : เลือกช่วงเวลาสุ่ม $T = 3$ sec.

$$G(s) = \frac{1}{(10s+1)(25s+1)} \xrightarrow{\text{ZOH}} G(z) = 0.015678 \frac{(z-0.8694)}{(z-0.8869)(z-0.7408)}$$

รูปที่ 8 ถึงรูปที่ 11 แสดงผลจากการใช้อัลกอริทึมหาตัวควบคุมระบบ จากผลตอบสนองก่อนการย้ายริงโพลในรูปที่ 8 และรูปที่ 10 จะพบว่าเมื่อ 1. เพิ่มขึ้นจะทำให้ผลตอบสนองช่วงล่างช่วงกว้างคลื่นลดลงแต่การสั่นกระเพื่อมยังคงอยู่

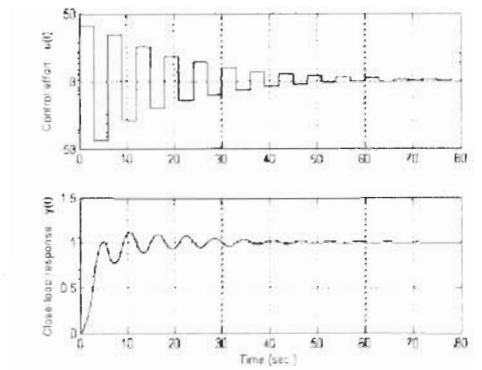
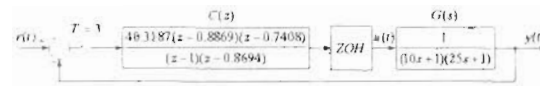


รูปที่ 8 Unit step response ของระบบแบบปิดในตัวอย่างที่ 2 เมื่อใช้ตัวควบคุมดาร์ลวิน ที่ $\lambda=0$
(สมมูลกับตัวควบคุมแบบผลรวมน้อยที่สุดของความผิดพลาดกำลังสอง และเอาต์พุตเดดบีท)
ก่อนการย้ายริงกิงโพล ($z=0.8694$)

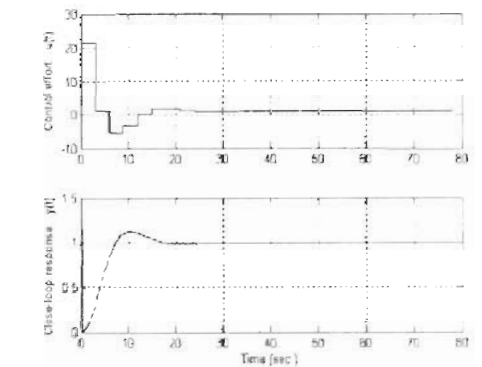
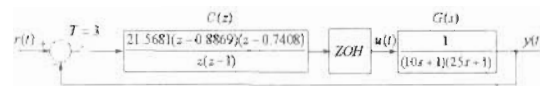


รูปที่ 9 Unit step response ของระบบแบบปิดในตัวอย่างที่ 2 เมื่อใช้ตัวควบคุมดาร์ลวิน ที่ $\lambda=0$
(สมมูลกับตัวควบคุมแบบผลรวมน้อยที่สุดของความผิดพลาดกำลังสอง และเอาต์พุตเดดบีท)
หลังการย้ายริงกิงโพล ($z=0.8694$)

เมื่อให้ $\lambda=0$ ตัวควบคุมดาร์ลวินจะมีทรานสเฟอ์ฟังก์ชันสมมูลกับตัวควบคุมแบบผลรวมน้อยที่สุดของความผิดพลาดกำลังสอง และยังสมมูลกับตัวควบคุมเอาต์พุตเดดบีทอีกด้วย

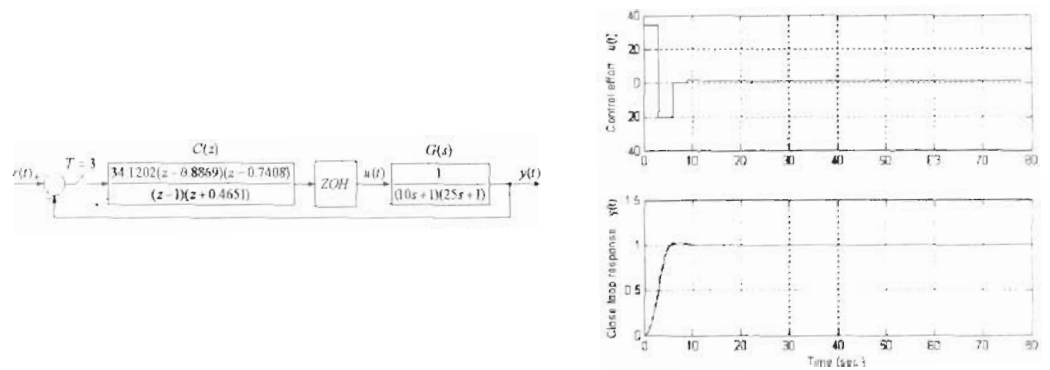


รูปที่ 10 Unit step response ของระบบแบบป้อนกลับในตัวอย่างที่ 2 เมื่อใช้ตัวควบคุมคาร์ลสัน ที่ $\lambda=3$ ก่อนการย้ายริงกิงโพล ($z = 0.8694$)



รูปที่ 11 Unit step response ของระบบแบบป้อนกลับในตัวอย่างที่ 2 เมื่อใช้ตัวควบคุมคาร์ลสัน ที่ $\lambda=3$ หลังการย้ายริงกิงโพล ($z = 0.8694$)

ในรูปที่ 12 แสดงผลจากการใช้อัลกอริทึมสเตเดสติก จะเห็นว่าผลตอบสนองจะถึงค่าเป้าหมายภายในช่วงเวลาสั้นที่สุดคือ $2T$



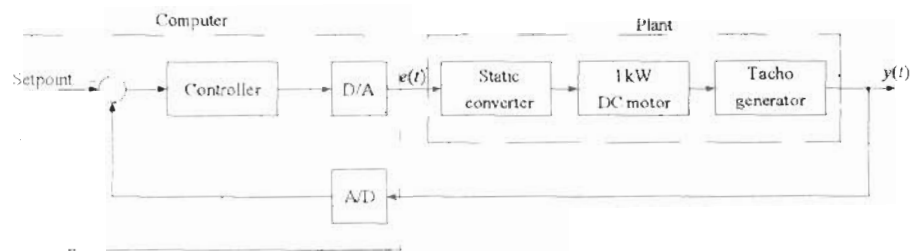
รูปที่ 12 Unit step response ของระบบควบคุมในตัวอย่างที่ 2 เมื่อใช้ตัวควบคุมสเตคเดคบีท

การประยุกต์ใช้อัลกอริทึมในงานควบคุม

ได้นำหลักการออกแบบระบบควบคุมดิจิทัลไปประยุกต์ใช้ในงานควบคุมความเร็วของมอเตอร์กระแสตรงขนาด 1 กิโลวัตต์

อุปกรณ์และเครื่องมือ

1. มอเตอร์กระแสตรงขนาด 1 กิโลวัตต์ แบบแยกวงจรอาร์เมเจอร์ (armature circuit) และวงจรฟิลด์ (field circuit) ผลิตโดยบริษัท Leybold Didactic
2. วงจรสแตติกคอนเวอร์เตอร์ (static converter) สำหรับขับมอเตอร์กระแสตรง
3. แทคโจเจเนอเรเตอร์ (Tacho generator) วัดความเร็วรอบการหมุนของเพลา มอเตอร์ด้วยอัตรา 1 โวลต์ต่อความเร็ว 1,000 รอบ/นาที
4. คอมพิวเตอร์แบบตั้งโต๊ะ มีหน่วยประมวลผล Pentium III
5. การ์ดอินเตอร์เฟซ 6024E ของบริษัท National Instrument มีวงจรแปลงสัญญาณแอนะล็อก และดิจิทัลในตัว สามารถรับอินพุตและส่งเอาต์พุตสัญญาณแอนะล็อก ได้ตั้งแต่ -10 ถึง 10 โวลต์
6. โปรแกรม MATLAB พร้อม Simulink ที่มีทูลบล็อกร Real-Time Windows Target



รูปที่ 13 บล็อกไอเตอร์แอมของระบบ

ขั้นตอนการออกแบบและสร้าง

ขั้นตอนการทดสอบอัลกอริทึมสามารถทำได้ง่ายๆ ผ่านการดีโมเตอร์เฟสและโปรแกรม MATLAB ดังนี้

1. หาแบบจำลองคณิตศาสตร์ของกระบวนการ ประกอบด้วยสเตติกคอนเวอร์เตอร์, มอเตอร์กระแสตรงขนาด 1 กิโลวัตต์ และแทชโคเจนเนอเรเตอร์ ด้วยวิธีแบบวัน - ช็อต (one-shot identification) ของแฮริออต (Harriot) โดยการทดสอบป้อนอินพุตแบบสเต็ปขนาด 5-10 โวลต์ เข้าทางสเตติกคอนเวอร์เตอร์ และวัดผลตอบสนองจากแทชโคเจนเนอเรเตอร์แล้วประมาณหาทรานสเฟอร์ฟังก์ชันเป็นดีกรี 2 ได้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของกระบวนการดังสมการที่ (16) และหาสมมูลดิจิทัลเมื่อ $T = 0.5$ และ $T = 2$ ได้ดังสมการที่ (17) และ (18) ตามลำดับ

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{19.3331}{(s+35.91)(s+1.89)} \frac{V}{V} \quad (16)$$

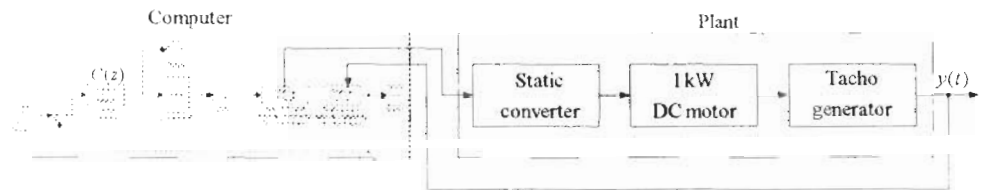
$$G(z)_{T=0.5} = \frac{0.16797(z+0.03662)}{(z-0.3887)(z-1.5893 \times 10^{-8})} \quad (17)$$

$$G(z)_{T=2} = \frac{0.27796(z+0.001299)}{z(z-0.2282)} \quad (18)$$

2. ใช้อัลกอริทึมแบบต่างๆ ออกแบบตัวควบคุมระบบแบบเปิด หา $G_c(z)$ แล้วจึงใช้วิธีเชิงพีชคณิตหาตัวควบคุมระบบแบบปิด $C(z)$ ได้ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันตามตารางที่ 3
3. ใช้โปรแกรม MATLAB ทำการซิมูเลตทดสอบอัลกอริทึมดูผลตอบสนอง เพื่อพิจารณาลักษณะโอเวอร์ชูท ริงกิงไพล และที่สำคัญต้องดูว่าสัญญาณแฉะล็อก

ที่จะออกการวัดมีขนาดไม่เกิน ± 10 โวลต์ ตามความสามารถที่การ์ดอินเตอร์เฟซทำได้

- จากนั้นทำการอิมพลิเมนต์ (implement) โดยการสร้างโปรแกรม Simulink เชื่อมต่อการ์ดกับกระบวนการนอก ตามรูปที่ 14 แล้วรันทดสอบอัลกอริทึมแต่ละตัวในตารางที่ 3 จะเห็นได้ว่าสามารถทำการอิมพลิเมนต์ได้ง่ายโดยไม่จำเป็นต้องโปรแกรมด้วยภาษาเครื่องที่ซับซ้อน เช่น ภาษาซี



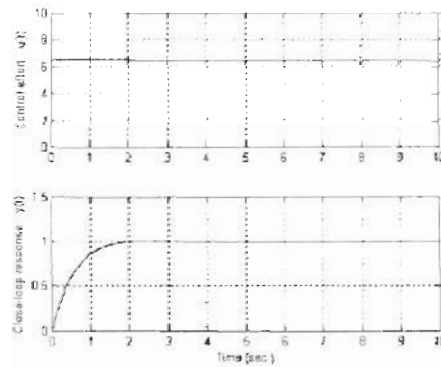
รูปที่ 14 แสดงโปรแกรม Simulink และการเชื่อมต่อกับกระบวนการ
ตารางที่ 3 ทรานสเฟอร์ฟังก์ชันของตัวควบคุมระบบเปิดและตัวควบคุมระบบปิด

	T Sampling period (second)	λ Filter parameter	$G_c(z)$ Open-loop controller (Obtained by MATLAB)	$C(z)$ Closed-loop controller (Obtained by MATLAB)
Output deadbeat	2	None	$\frac{3.597z - 0.0821}{z + 0.001299}$	$\frac{3.5972z^2 - 0.082098z}{z^2 - 0.9987z - 0.0012992}$
State deadbeat	2	None	$\frac{3.593z - 0.08199}{z}$	$\frac{3.5925z^2 - 0.081992z}{z^2 - 0.9987z - 0.0012975}$
Dahlin	0.5	0.5	$\frac{3.763z^2 - 1.463z + 2.33 \times 10^{-8}}{z^2 - 0.3313z - 0.01347}$	$\frac{3.7629z^2 - 1.4626z + 2.33 \times 10^{-8}}{z^2 - 0.69338z - 0.036616}$
Minimum sum of squared errors	0.5	None	$\frac{5.953z^2 - 2.314z + 3.686 \times 10^{-8}}{z^2 + 0.03662z}$	$\frac{5.9528z^2 - 2.3137z + 3.686 \times 10^{-8}}{z^2 - 0.96338z - 0.036616}$
Vogel- Edgar	0.5	0.5	$\frac{3.63z^2 - 1.411z + 2.248 \times 10^{-8}}{z^2 - 0.3679z}$	$\frac{3.63z^2 - 1.4109z + 2.2477 \times 10^{-8}}{z^2 - 0.97767z - 0.022328}$

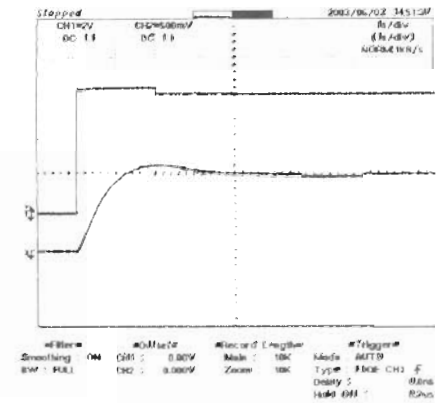
จากตารางที่ 3 จะสังเกตได้ว่าช่วงเวลาสุ่มที่ใช้ในแต่ละอัลกอริทึมคือ 0.5 วินาที ยกเว้นอัลกอริทึมเอาร์ทพุตเดดบิตและสเตตเดดบิตจะใช้ช่วงเวลาสุ่ม 2 วินาที สาเหตุเพราะอัลกอริทึมทั้งสองจะพยายามขับกระบวนการให้มีผลตอบสนองภายในช่วงเวลาสุ่มที่น้อยที่สุดทำให้สัญญาณที่ออกจากการวัดอินเตอร์เฟซมีขนาดใหญ่มาก ในขณะที่การ์ดอินเตอร์เฟซสามารถจ่ายเอาร์ทพุตได้ไม่เกิน 10 โวลต์ ดังนั้น หากใช้อัตราสุ่มที่น้อยกว่านี้ก็จะเกิดปัญหาสัญญาณที่ออกจากการวัดใหญ่เกินไปไม่สามารถทำได้

ผลการทดสอบ

รูปที่ 15(ข) ถึงรูปที่ 19(ข) เป็นสัญญาณที่จับโดยออสซิลอโคพ ช่องสัญญาณที่ 1 (เส้นบน) แสดงสัญญาณที่ป้อนเข้าสแตติกคอนเวอร์เตอร์ (สัญญาณขาเข้าของกระบวนการ) ส่วน ช่องสัญญาณที่ 2 (เส้นล่าง) แสดงสัญญาณจากแทคโคเจนเนอเรเตอร์ (ผลตอบสนองของ กระบวนการ)



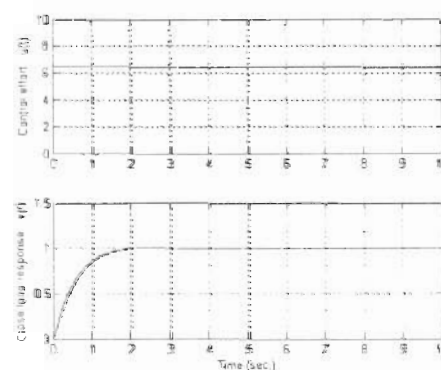
(ก)



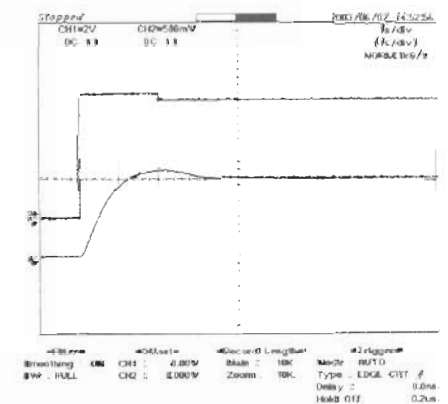
(ข)

รูปที่ 15 Unit step response ของระบบลูปิดเมื่อใช้ตัวควบคุมเอาท์พุทเดดบิท

(ก) ผลการซิมูเลต และ (ข) ผลการทดลอง



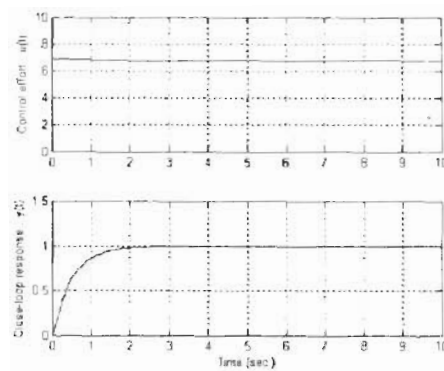
(ก)



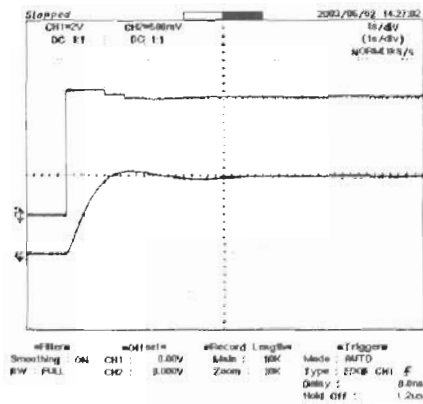
(ข)

รูปที่ 16 Unit step response ของระบบลูปิดเมื่อใช้ตัวควบคุมสเตเดดบิท

(ก) ผลการซิมูเลต และ (ข) ผลการทดลอง

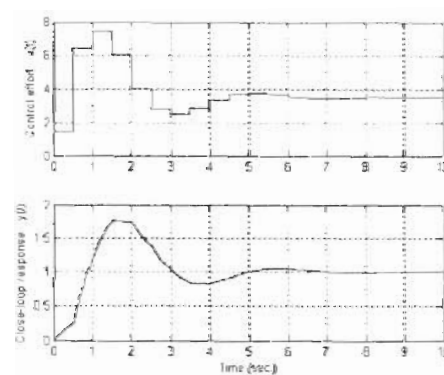


(ก)

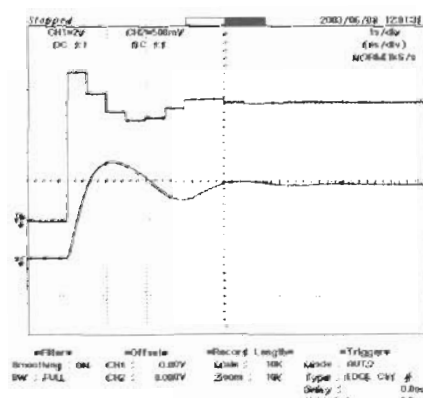


(ข)

รูปที่ 17 Unit step response ของระบบลูปปิดเมื่อใช้ตัวควบคุมครีลิน
(ก) ผลการซิมูเลต และ (ข) ผลการทดลอง

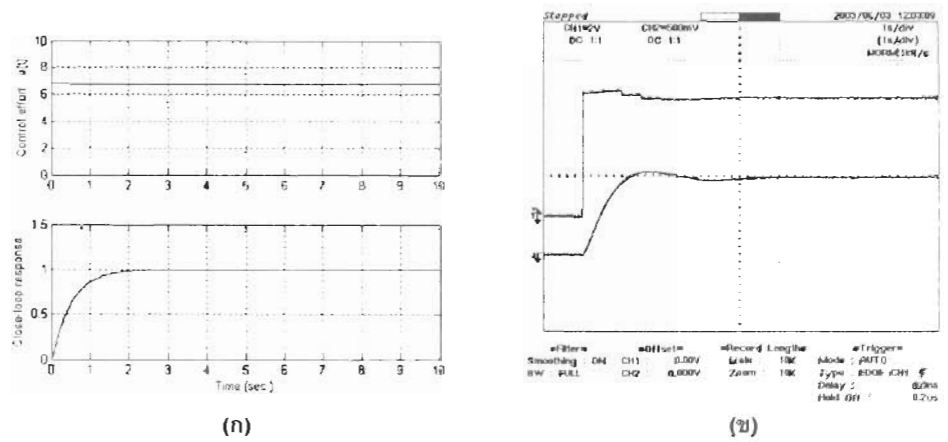


(ก)



(ข)

รูปที่ 18 Unit step response ของระบบลูปปิดเมื่อใช้ตัวควบคุมแบบผลรวมน้อยที่สุดของความผิดพลาดกำลังสอง (ก) ผลการซิมูเลต และ (ข) ผลการทดลอง



รูปที่ 19 Unit step response ของระบบป้อนกลับเมื่อใช้ตัวควบคุมโวล - เอ็ดการ์

(ก) ผลการซิมูเลต และ (ข) ผลการทดลอง

สรุป วิจัย และข้อเสนอแนะ

เมื่อเปรียบเทียบกับตัวควบคุมดิจิทัลที่เลียนแบบตัวควบคุมแอนะล็อก ซึ่งต้องใช้อัตราสุ่มที่เร็วพอ เพื่อให้มีพฤติกรรมเหมือนกันแล้วนั้น ตัวควบคุมดิจิทัลที่ออกแบบด้วยวิธีเชิงพีชคณิต มีความเหมาะสมกว่าในกรณีที่ต้องการประยุกต์ใช้งานบนวงจรแปลงสัญญาณทั่วไปที่มีอัตราสุ่มไม่เร็วมากนักและมีราคาไม่แพง จากการทดสอบกับระบบควบคุมมอเตอร์กระแสตรงขนาด 1 กิโลวัตต์ แสดงให้เห็นว่าช่วงเวลาสุ่มที่ 0.5-2 วินาทีก็สามารถที่จะควบคุมระบบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

สำหรับข้อเสนอแนะเพื่อการพัฒนาในช่วงต่อไป ควรประยุกต์อัลกอริทึมลงบนไมโครโปรเซสเซอร์ หรือเทคโนโลยีแบบฝังตัวที่เป็นแบบซิงเกิลชิป (single chip) เพื่อให้มีความเหมาะสมกับการนำไปใช้งานจริง โดยอาศัยผลจากการวิจัยในขั้นนี้เป็นต้นแบบ

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

เอกสารอ้างอิง

- Zafiriou and M. Morari. 1985. "Digital Controllers for SISO systems: a Review and a New Algorithm" **Int. J. Control.** 42, 4: 855-876.
- K. Ogata. 1970. **Modern Control Engineering**. Englewood Cliffs. NJ. Prentice-Hall.
- Robert Mahony. 2002. "One-shot identification" **Lab sheets. ENG3223-Control Systems**. Faculty of Engineering and Information and Technology. The Australian National University.
- Jack Golten and Andy Verwer. 1991. **Control system design and simulation**. London : McGraw-Hill.
- Jianxin Tang. 1999. "Real-Time DC Motor Control Using the MATLAB Interfaced TM320C31 Digital Signal Processing Starter Kit (DSK)" **Power Electronics and Drive Systems**. Proceedings of the IEEE 1999 International Conference. 1, 27-29 (July): 321 -326.