

การประยุกต์ทฤษฎีกราฟในระบบควบคุม

ธงไชย ศรีนพคุณ

สมวุฒิ คุรุทกุล

อาจารย์

ภาควิชาวิศวกรรมเคมี

คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

บทคัดย่อ

เทคนิคพิเศษของทฤษฎีกราฟชื่อ Digraph จะถูกใช้เพื่อวิเคราะห์ระบบควบคุม ซึ่งเทคนิคนี้จะใช้ได้กับกระบวนการที่มีความยุ่งยากและมีขนาดตัวแปรมาก ข้อได้เปรียบอย่างมากของเทคนิคนี้คือ ความสามารถที่จะแสดงแบบจำลองคณิตศาสตร์ของกระบวนการด้วยคุณลักษณะเชิงโครงสร้าง การวิเคราะห์ด้วยคุณสมบัติเชิงโครงสร้าง ทำให้วิศวกรกระบวนการ สามารถทำงานได้ แม้ในสถานะที่มีข้อมูลจำกัด

บทความนี้จะเริ่มด้วยการปูพื้นฐานทฤษฎีกราฟ การใช้เทคนิคทางกราฟเพื่อหาค่า Determinant และการหาคูสมบัติ Controllability และ Observability ของระบบโดยเทคนิคเชิงโครงสร้าง

An Application of Graph Theory on Control System

Thongchai Srinophakun

Somwut Krutkun

Lecturer

Department of Chemical Engineering

Faculty of Engineering Kasetsart University

Bangkok 10900 Thailand

Abstract

Specific Graph Theory called Digraph is the criteria algorithm to analyze the control system. This technique aims to address the problem of large and complicate process system. The most advantage of the technique is their abilities to represent the mathematical model of process with their structural characteristics. To analyze problem with structural properties will allow a process engineers verify their knowledge-base even in a light information stage.

The paper will begin with the addressing the graph technique on system. The graph technique to determining the determinant of system will be followed up. Finally the controllability and observability will be revised and addressed with structural technique.

บทนำ

กระบวนการควบคุม (process control) ในปัจจุบัน มีความซับซ้อนและยุ่งยากมากขึ้น ดังนั้นทฤษฎีควบคุมแบบเก่า (classical control) ซึ่งถูกจำกัดให้แก้ปัญหาได้เพียงตัวแปรกระบวนการที่จำกัดจึงไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้ จุดนี้ได้มีการทำเทคโนโลยี State Space เข้ามาจำลองกระบวนการ ซึ่งเป็นการเข้าสู่แนวทางทฤษฎีควบคุมแบบใหม่ (modern control) ซึ่งจะมองกระบวนการเป็นแบบจำลองเชิงอนุพันธ์ ถึงกระนั้นการจำลองเชิงอนุพันธ์ก็ยังมีข้อเสียคือ (K. J. Reinschke, 1988)

1. การมองกระบวนการเป็นแบบจำลอง สมการเชิงอนุพันธ์ (ordinary matrix differential equation) โดยค่าสมาชิกของเมตริกซ์จะต้องเป็นค่าที่ทราบค่าแน่นอน ซึ่งแต่ละค่าของสมาชิก เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงค่าสมาชิกใดสมาชิกหนึ่งไปจะส่งผลให้มีการเปลี่ยนแปลงสมาชิกอื่นที่มีความสัมพันธ์กับสมาชิกนั้นด้วย โดยการเปลี่ยนแปลงจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์แต่ละสมาชิก
2. การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของกระบวนการนั้นเป็นไปได้ยาก เนื่องจากทุกสมาชิกต้องมีค่าคงตัวซึ่งนำไปคำนวณได้ ในกรณีที่ระบบที่ต้องการจำลองมีขนาดใหญ่ บางครั้งไม่สามารถจะทราบค่าของตัวแปรได้ครบถ้วน ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์ระบบได้แม่นยำ
3. ถ้าระบบมีขนาดใหญ่จะทำให้ขนาดของเมตริกซ์มีขนาดใหญ่ด้วย ซึ่งยากต่อการวิเคราะห์และการมองความสัมพันธ์ในระบบ

จากจุดดังกล่าว ทำให้มีการเสนอแนวคิดว่าทฤษฎีกราฟ ซึ่งมีจุดเด่นในแง่ความอ่อนตัวในการนำไปใช้คือ การมองกระบวนการ และสร้างความสัมพันธ์ในลักษณะคุณภาพ (qualitative characteristic) ในการพิจารณาสถานะของระบบ พร้อมทั้งความสามารถในการวิเคราะห์ทฤษฎีระบบ (system theory) ซึ่งนำมาประยุกต์กับการควบคุมได้อย่างครอบคลุม

Digraph Technique

Digraph เป็นการกำหนดคุณสมบัติของกราฟให้มีทิศทางจากจุด (vertex) หนึ่งไปตามเส้นทาง (edge หรือ path) ถึงอีกจุดหนึ่ง คุณสมบัตินี้จึงนำมาใช้อธิบายระบบพลวัตได้อย่างสะดวก คุณสมบัติและพฤติกรรมของ Digraph จึงสามารถประยุกต์เพื่ออธิบายเทียบเคียงกับทฤษฎีที่ใช้ศึกษาระบบพลวัต

ทฤษฎีเกี่ยวกับการควบคุม จัดเป็นทฤษฎีที่อธิบายปรากฏการณ์ระบบพลวัตของตัวแปรการควบคุม (control variables) ต่างๆ โดยแทนความสัมพันธ์ของตัวแปรเหล่านี้ด้วยเส้นทางระหว่างตัวแปร จุดเด่นที่เห็นได้ชัดคือ เป็นการอธิบายถึงความสัมพันธ์ในลักษณะโครงสร้าง ซึ่งทำให้ง่ายต่อการทำความเข้าใจ และสามารถพิจารณาวิเคราะห์ ทำนายผลของความสัมพันธ์เหล่านี้ได้ในระดับหนึ่งโดยไม่ต้องอาศัยค่าตัวเลขในการคำนวณ

การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่าง Digraph กับ State Space เพื่อเป็นการเชื่อมโยงเทคนิค Digraph เข้ากับทฤษฎีการควบคุมสมัยใหม่จึงจำเป็นต้องแสดงการอธิบายหรือเทียบเคียงการวิเคราะห์ State Space ด้วยทฤษฎีทางกราฟ โดยกำหนดให้

$$\dot{x}_i(t) = f_i[x_1(t), \dots, x_n(t); u_1(t), \dots, u_m(t)] \quad (1)$$

โดย $i = 1 \dots n$; t = เวลา

$$y_i(t) = g_j[x_1(t), \dots, x_n(t); u_1(t), \dots, u_m(t)] \quad (2)$$

โดย $j = 1 \dots n$

กรณีพิจารณาระบบเป็น Static state feedback

$$u(t) = h_k^s[x_1(t), \dots, x_m(t); t] \quad (3)$$

โดย $k = 1 \dots m$

กรณีพิจารณาระบบเป็น Static output feedback

$$u(t) = h_k^o[x_1(t), \dots, x_m(t); t] \quad (4)$$

โดย $k = 1 \dots m$

การอธิบายระบบ State Space ด้วย Digraph หรือข้อกำหนดการ Mapping มีดังนี้
กำหนดให้

G^s คือ Set ของ Vertex และ Edge ที่มี

m คือ Input Vertex ($I_1, \dots, I_m$)

n คือ State Vertex ($1, \dots, n$)

r คือ Output Vertex ($O_1, \dots, O_r$)

คุณสมบัติที่ 1 ถ้า State Variable x_j อยู่ใน Function $f_i(x, u, t)$ ดังนั้น

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} \neq 0 \text{ จะมี Edge จาก Vertex } j \text{ ไปยัง Vertex } i$$

คุณสมบัติที่ 2 ถ้า Input Variable u_k อยู่ใน Function $f_i(x, u, t)$ ดังนั้น

$$\frac{\partial f_i}{\partial u_k} \neq 0 \text{ จะมี Edge จาก Vertex } I_k \text{ ไปยัง Vertex } i$$

คุณสมบัติที่ 3 ถ้า State Variable x_i อยู่ใน Function $f_i(x, u, t)$ ดังนั้น

$$\frac{\partial g_i}{\partial x_i} \neq 0 \text{ จะมี Edge จาก Vertex } i \text{ ไปยัง Vertex } O_j$$

คุณสมบัติที่ 4 ถ้า State Variable x_i อยู่ใน Function $h_k^s(x, t)$ ดังนั้น จะมี Edge จาก Vertex i ไปยัง Vertex I_k ซึ่งอยู่ใน Static State Feedback

คุณสมบัติที่ 5 ถ้า Output Variable y_i อยู่ใน Function $h_k^o(y, t)$ ดังนั้น จะมี Edge จาก Vertex O_i ไปยัง Vertex I_k ซึ่งอยู่ใน Static Output Feedback

จากคุณสมบัติข้อที่ 1 ถึง 3 จะสามารถเปลี่ยน สมการ State Space มาเป็น Digraph ทำให้สามารถวิเคราะห์ระบบ structural controllability โดยคุณสมบัติข้อที่ 4 และ structural observability โดยคุณสมบัติข้อที่ 5 ซึ่งสัมพันธ์กับการหา determinant ของระบบที่เกี่ยวข้อง

ตัวอย่างการประยุกต์ใช้ Digraph กับ การคำนวณหา determinant เป็นตัวอย่างที่แสดงให้เห็นโดยง่ายของการประยุกต์ใช้เทคนิคนี้

กำหนดให้

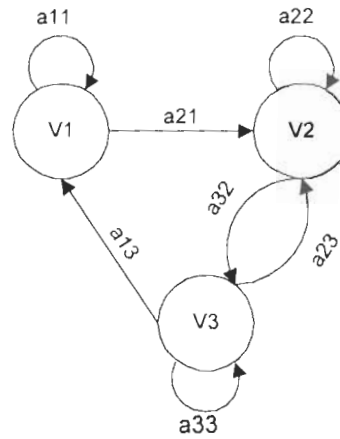
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} & \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{matrix} \end{matrix}$$

เป็น เมตริกซ์ซึ่งให้ตัวแปร a_{mn} ที่ทราบค่าแน่นอนจากตัวอย่างจะเห็นได้ว่า เมตริกซ์มีค่า determinant เท่ากับ $a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} + a_{11}a_{23}a_{33}$ ซึ่งเมื่อใช้ทฤษฎีลักษณะของกราฟ จะแสดงให้เห็นถึงการหา determinant ได้โดยการแทนค่า เมตริกซ์ด้วยกราฟ ใช้คุณสมบัติของกราฟ เพื่อแยกกราฟออกเป็นกลุ่มเรียกว่า cycle family แล้วจึงพิจารณาค่า determinant ดังนี้

ทฤษฎีลักษณะของกราฟ

- 1 ให้ Row Matrix A เป็น Vertices $v_1, \dots, v_n$
- 2 ให้ Column Matrix A เป็น Vertices $v_1, \dots, v_n$
- 3 ให้ Edge จาก v_i ไป v_j โดยมี Weight คือ a_{ij}

ดังรายละเอียดที่แสดงในรูปที่ 1



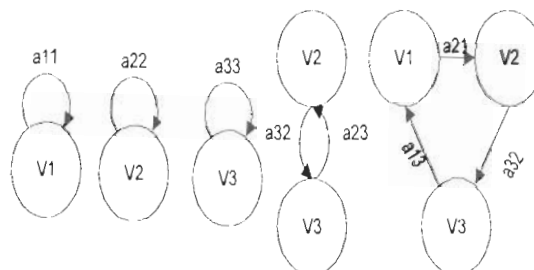
รูปที่ 1 แสดงรูปแบบของ Digraph ในทฤษฎีลักษณะของกราฟ

การทำ determinant

1. ดู Cycle Families ที่มีจำนวน Vertices เท่ากัน
2. ใช้ Sign Rule คือ $(-1)^{n-d}$

และสามารถแยก Digraph มาเป็น Cycle family ได้ การแยก Cycle family กระทำโดยการแบ่งกลุ่ม Digraph ให้เป็นกลุ่มย่อย ซึ่งกลุ่มย่อยนั้นประกอบไปด้วย กลุ่มที่ไม่สามารถหา Vertex เริ่มต้น และ Vertex จุดจบได้ (cycle) ซึ่งมีผลรวมของ Vertices ของกลุ่มย่อยจะเท่ากับ จำนวน Vertices ของระบบที่ทำการแยกและให้ n คือจำนวน Vertices และ d คือจำนวน cycle

รูปที่ 2 จะแสดง cycle family

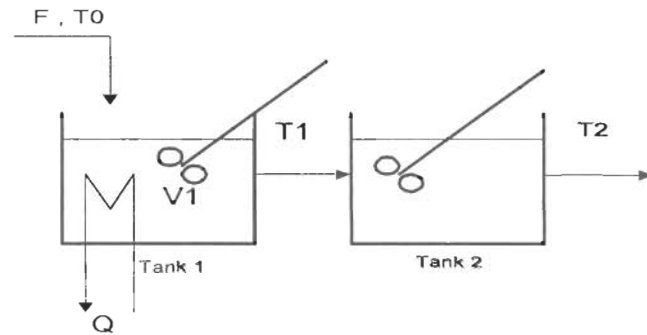


รูปที่ 2 แสดง Cycle Family

ซึ่งเราสามารถหาค่า determinant A ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\det A &= (-1)^{3-1} a_{13} a_{21} a_{32} + (-1)^{3-2} a_{11} a_{23} a_{32} + (-1)^{3-3} a_{11} a_{22} a_{33} \\ &= a_{13} a_{21} a_{32} - a_{11} a_{23} a_{32} + a_{11} a_{22} a_{33}\end{aligned}$$

ตัวอย่าง กระบวนการที่ประกอบด้วย 2 ถึงปฏิบัติการ และปลดให้ความร้อน (Srinophakun, 1996)



รูปที่ 3 ระบบที่ ประกอบด้วย 2 ถึงปฏิบัติการ และ ปลดให้ความร้อน

จากรูปที่ 3 เป็นกระบวนการที่ประกอบไปด้วย ถึงปฏิบัติการ 2 ตัว ตัวหนึ่งมีปลดให้ความร้อน Q กับระบบ สามารถทำการเขียนเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของกระบวนการนี้ตามรูปมาตรฐาน $\dot{x} = Ax + Bu$ และ $y = Cx$ ได้ดังนี้

$$T_1' = \frac{-F_s T_1}{V_1} + \frac{Q}{V_1 C_p} + \frac{(T_0 - T_{1s}) F}{V_1}$$

$$T_2' = \frac{F_s T_1}{V_2} - \frac{F_s T_2}{V_2}$$

จาก แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านบนสามารถเขียนเป็น State Space Matrix ได้

$$\begin{bmatrix} \dot{T}_1 \\ \dot{T}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{F_s}{V_1} & 0 \\ \frac{F_s}{V_2} & -\frac{F_s}{V_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{V_1 C_p} & \frac{T_0 - T_{1s}}{V_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ F \end{bmatrix}$$

เมื่อ

$\dot{T}_i$ = อนุพันธ์ของอุณหภูมิเมื่อเทียบกับเวลา (K/s) และ (i=1, 2)

F = อัตราการไหล ซึ่งจัดเป็นตัวแปรที่ปรับเปลี่ยนได้ (manipulate variable) (m^3/s)

V_i = ปริมาตรในแต่ละถังซึ่งเป็นตัวแปรแสดงสถานะของระบบ (m^3)

C_p = ความจุความร้อนจำเพาะ ซึ่งสมมุติให้มีค่าคงที่ (kJ/K.m^3)

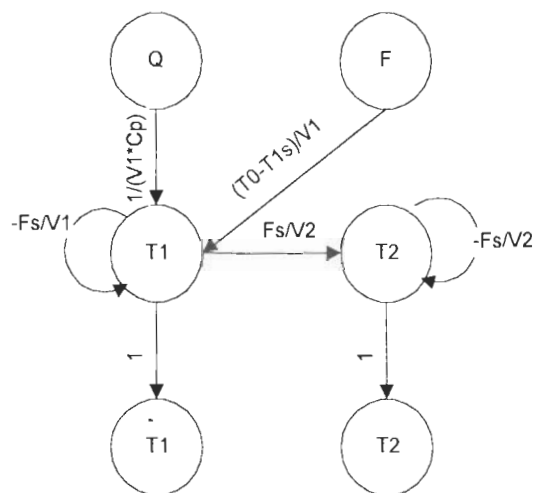
Q = ความร้อนที่ขดลวดให้กับของเหลวเป็นตัวแปรที่ใช้ควบคุมระบบ (k)

Subscript "s" แสดงถึง ที่สภาวะคงตัว (Steady State)

ส่วน State Space Matrix ของ ตัวแปรที่ต้องการควบคุมที่ต้องการคืออุณหภูมิจาก ถังที่ 1 และ ถังที่ 2 ตามลำดับ

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

อนึ่ง เมื่อนำ State space matrix A, B และ C มาสร้างเป็นเมตริกซ์โครงสร้างคือ $\begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix}$ และทำการ Mapping จะได้ Digraph ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 Digraph ของระบบที่ ประกอบด้วย 2 ถังปฏิกริยาและขดลวดให้ความร้อน

ในทางวิศวกรรม การแสดงรูปความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆในระบบด้วย เทคนิค Digraph ทำให้ง่ายต่อความเข้าใจ จากรูปที่ 4 จะเห็นได้ว่าตัวแปรที่มีผลกับระบบ คือ F และ Q ซึ่งจะมีผลต่ออุณหภูมิ T_1 โดยตรง และมีผลต่ออุณหภูมิ T_2 โดยอ้อม ในแง่ของการออกแบบระบบควบคุมอย่างง่าย จะสรุปได้ว่า จะต้องใช้ทั้ง F และ Q เพื่อควบคุม T_1 และ T_2 ในแง่ของขนาดของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสามารถแสดงได้โดย ค่า weight ของเส้นทางที่แสดงใน Digraph ในการวิเคราะห์เกี่ยวกับความสามารถในการควบคุมของระบบสามารถทำได้ เมื่อทราบค่าพารามิเตอร์ (ค่า

Weight) ต่างๆ แต่ถ้าไม่สามารถจะกำหนดหรือวัดค่าเหล่านั้นได้ จำเป็นต้องใช้การวิเคราะห์เชิงโครงสร้างมาประยุกต์

การวิเคราะห์ด้วย Digraph ต่อระบบ State Space ที่ถูกจัดอยู่ในรูปเมตริกซ์โครงสร้าง (structural matrix) ซึ่งเป็น เมตริกซ์พิเศษที่แทนค่าตัวแปร L ในตำแหน่งสมาชิก (a_{mn}) ที่มีค่าไม่เท่ากับศูนย์ ทำให้สามารถวิเคราะห์ controllability และ observability ในลักษณะโครงสร้างได้ จากตัวอย่างข้างต้นสามารถเขียนสมการเป็นเมตริกซ์โครงสร้างได้คือ

เมตริกซ์โครงสร้าง A, B, C

$$A = \begin{bmatrix} L & 0 \\ L & L \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} L & L \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad C = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}$$

Structural Controllability หรือ S-Controllability

ทฤษฎีที่ 1

ระบบเมตริกซ์ประกอบ (A, B) โดยสมาชิกทุกตัวของ A, B เป็นตัวแปร หรือค่าคงตัวที่ทราบค่าใดๆ จะมีคุณสมบัติ controllability ก็ต่อเมื่อ $\text{Rank}(B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B = n)$ โดยที่ n คือ ขนาดของเมตริกซ์ย่อย A

ทฤษฎีเสริมที่ 1

ระบบเมตริกซ์ประกอบ (A, B) โดยสมาชิกทุกตัวของ A, B เป็นตัวแปรโครงสร้าง (L หรือ 0) จะมีคุณสมบัติ Structural Controllability ก็ต่อเมื่อ structural-rank (หรือ S-rank) $\{[B], [AB], [A^2B], \dots, [A^{n-1}B]\} = n$

โดยที่ n คือ ขนาดของเมตริกซ์ย่อย A และเรียกว่า structural rank (S-rank)

จากตัวอย่างข้างต้น จะได้สมการในรูป structural matrix คือ

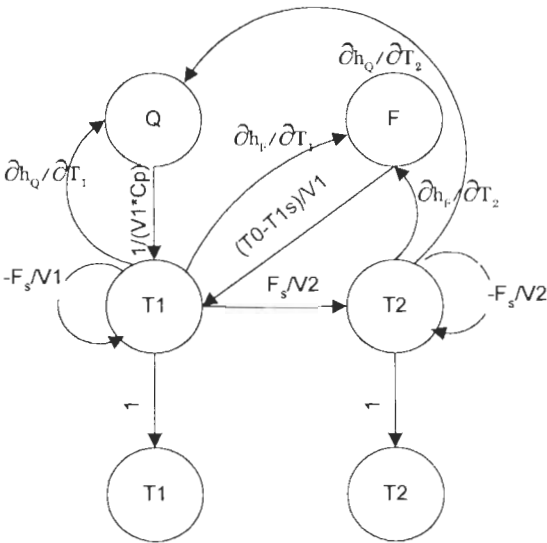
$$\begin{bmatrix} T_1' \\ T_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L & L \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q \\ F \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} L & 0 \\ L & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix}$$

และสามารถพิจารณา structural controllability ได้คือ

$$S\text{-rank}([B], [AB]) = S\text{-rank} \begin{bmatrix} L & L & L & L \\ 0 & 0 & L & L \end{bmatrix} = 2 = n$$

เพราะฉะนั้น ระบบของตัวอย่างเป็น structural controllability และจะสามารถเขียนเป็นดังรูปที่ 5 ซึ่ง
เป็นไปตามข้อกำหนดการ mapping ที่ 4



รูปที่ 5 แสดงรูป Digraph ที่มีคุณสมบัติ Structural Controllability

Structural Observability หรือ S-Observability

ทฤษฎีที่ 2

ระบบเมตริกซ์ $(A,C)^T$ โดยสมาชิกทุกตัวของ A,C เป็นตัวแปรหรือ ค่าคงตัว ที่ทรรยค่า
ใดๆ จะมีคุณสมบัติ Observability ก็ต่อเมื่อ $Rank\left(C, AC, A^2C, \dots A^{n-1}C\right)^T = n$ โดยที่ n
คือ ขนาดของเมตริกซ์ย่อย A

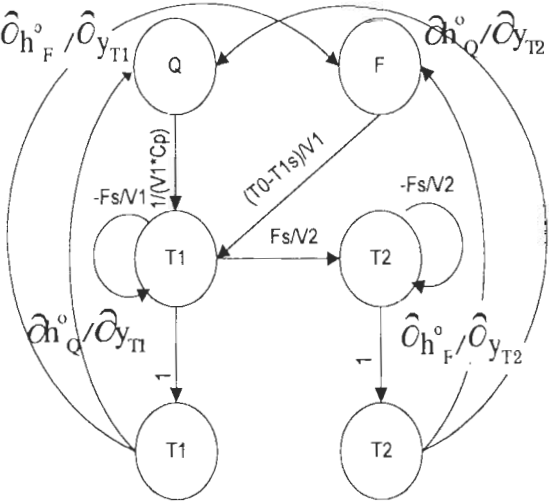
ทฤษฎีเสริมที่ 2

ระบบเมตริกซ์ $(A,C)^T$ โดยสมาชิกทุกตัวของ A, C เป็นตัวแปรโครงสร้าง (L หรือ 0)
จะมีคุณสมบัติ structural observability ก็ต่อเมื่อ $S-rank\left\{\left([C],[AC],[A^2C] \dots [A^{n-1}C]\right)^T\right\} = n$
โดยที่ n คือ ขนาดเมตริกซ์ย่อย A

จากตัวอย่าง เมื่อจัดรูปเป็นเมตริกซ์โครงสร้างและพิจารณา structural observability ได้ดังนี้

$$S-rank\left([C],[AC]\right)^T = S-rank\begin{bmatrix} L & 0 & L & 0 \\ 0 & L & L & L \end{bmatrix} = 2 = n$$

ระบบของตัวอย่างเป็น structural observability และจะสามารถเขียนเป็นดังรูปที่ 6 ซึ่งเป็นไปตามข้อกำหนดการ Mapping ที่ 5

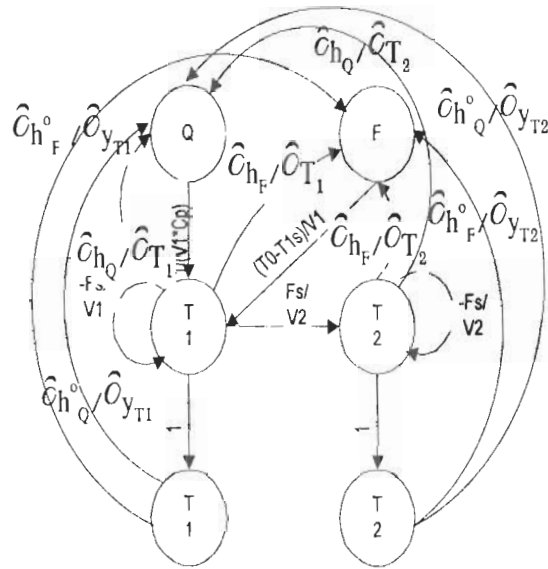


รูปที่ 6 แสดงรูป Digraph ที่มีคุณสมบัติ Structural Observability

จาก matrix A , B และ C นำไปทดสอบ structural controllability และ structural observability ได้ผลคือ ระบบมี structural rank เท่ากับ 2 และ 2 ตามลำดับซึ่งเป็นไปตามทฤษฎีเสริมที่ 1 และ 2 จึงสามารถสรุปได้ว่า ระบบสามารถควบคุมสถานะได้โดยใช้ตัวแปรที่ปรับเปลี่ยนได้ (Q และ F) มาควบคุม (manipulate variables) และสังเกตสถานะของระบบโดยพิจารณาจากตัวแปรแสดงสถานะ (T_1 และ T_2) ของ ตัวแปร output (T_1 และ T_2) ได้

Structural Complete หรือ S-Complete

คือ ระบบที่มีทั้ง structural controllability และ structural observability จากรูปที่ 5 และ 6 สามารถนำมารวมกันเป็น structural complete ได้ดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 แสดงรูป Digraph ที่มีคุณสมบัติ Structural Complete

สรุป

1. ขั้นตอนการวิเคราะห์ระบบทำได้โดยการแปลงระบบ state space ให้เป็น Digraph ซึ่งใช้คุณสมบัติข้อที่ 1-3 การวิเคราะห์คุณสมบัติ structural controllability และ structural observability กระทำโดยพิจารณาคุณสมบัติข้อที่ 4 และ 5 ตามลำดับ อนึ่งถ้าระบบมีคุณสมบัติครบทั้งสองประการ ระบบนั้นจะมีคุณสมบัติที่เรียกว่า structural complete
2. เนื่องจากการพิจารณาระบบเป็นเมตริกซ์โครงสร้างทำให้สามารถพิจารณา structural controllability และ structural observability ซึ่งง่ายกว่าการพิจารณาระบบใน state space ที่ต้องทราบค่าสมาชิกทุกตัวของเมตริกซ์ในสมการ และการวาดรูป Digraph จะแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์ของแต่ละ manipulate ซึ่งมีผลต่อสถานะของระบบได้ง่ายกว่าการแสดงในสมการ state space

แนวทางการวิจัยต่อเนื่อง

จากประโยชน์และข้อได้เปรียบของการใช้วิเคราะห์ระบบ โดยใช้คุณสมบัติทางโครงสร้างนั้น เมื่อระบบสามารถพิสูจน์ถึง คุณสมบัติ S-Complete แล้วจะส่งผลให้ เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างตัว

แปรทั้งหมด เป็นแนวทางเพื่อวิเคราะห์ในระดับวิศวกรรม เพื่อออกแบบระบบควบคุมเป็นการวางแผนทางประยุกต์ใช้ควบคู่กับการวิเคราะห์เชิงตัวเลข เพื่อผลลัพธ์ที่แม่นยำและเฉพาะเจาะจง

เอกสารอ้างอิง

1. **K. J. Reinschke** 1998. "**Multivariable Control : A Graph - theoretic Approach**". Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag, Berlin . 274P
2. **T. Srinophakun** 1996. "**Intelligent Advisor for Control System Disigners**". Phd.Thesis. The University of Queensland. Queensland. Australia