วิศวกรรมสาร มข. ปีที่ 32 ฉบับที่ 6 (829 - 840) พฤศจิกายน - ธันวาคม 2548
KKU Engineering Journal Vol. 32 No. 6 (829 – 840) November – December 2005

การวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคา โดยใช้แบบจำลองคาน Timoshenko*

ปนัสย์ชัย เชษฐ์โชติศักดิ์ [1]

[1] อาจารย์ประจำสาขาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยภาคตะวันออกเฉียงเหนือ จังหวัดขอนแก่น 40000

Email: panatchai_ch@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองคาน Timoshenko สำหรับการวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคาที่ได้คำตอบประเภทแม่นตรง โดยมีสมมุติฐานให้ความต้านทานการยืดตัวตามแนวแกนของคอร์ดบนและคอร์ดล่างของโครงข้อหมุนเทียบเท่ากับคุณสมบัติต้านทานแรงดัดของคาน ในขณะที่ความต้านทานการยืดตัวตามแนวแกนของชิ้นส่วนตั้งและชิ้นส่วนทแยงนั้นเทียบเท่าคุณสมบัติต้านทานแรงเฉือนของคาน การวิเคราะห์ได้แบ่งเป็นสองส่วนคือ การวิเคราะห์แรงภายในชิ้นส่วน และการวิเคราะห์หาระยะแอ่นตัวสูงสุด ซึ่งได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยการนำผลลัพธ์มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ และได้นำเสนอผลการศึกษาความสำคัญของระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือนในโครงข้อหมุนหลังคารวมไว้ในบทความนี้

คำสำคัญ : โครงข้อหมุนหลังคา, แบบจำลองคาน Timoshenko, คำตอบประเภทแม่นตรง

---

* รับต้นฉบับเมื่อวันที่ 29 สิงหาคม 2548 และได้รับบทความฉบับแก้ไขเมื่อวันที่ 4 ตุลาคม 2548

Analysis of Roof Truss using Timoshenko Beam Model*

Panatchai Chetchotisak[1)]

[1)] Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, North-Eastern University, Khon-Kaen 40000

Email: panatchai_ch@yahoo.com.

Abstract

The exact solution for the roof truss analysis using the Timoshenko beam model is presented in this paper. The axial stiffness of the top and bottom cords is simplified to be equivalent to flexural stiffness of beam. Similarly, the axial stiffness of the webs and diagonals is equivalent to shear stiffness of beam. This analysis is broken into two parts: the member stress and the maximum deflection analysis. The results are then compared to those of the finite element models. The studies of equivalent shear deflection in the roof truss are also included in this paper.

Keywords : Roof Truss / Timoshenko Beam Model/ Exact Solution

---

* Original manucript submitted: August 29, 2005 and Final manucript received: October 4, 2005

บทนำ

โครงข้อหมุนเป็นโครงสร้างที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในงานโครงสร้างหลังคาของอาคารที่มีช่วงยาวเช่น โรงงานอุตสาหกรรม โกดังเก็บสินค้า และสนามกีฬาในร่ม แม้ว่าการวิเคราะห์ออกแบบโครงข้อหมุนในปัจจุบัน วิศวกรผู้ออกแบบสามารถใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการคำนวณซึ่งให้ผลลัพธ์ที่ดี แต่ต้องเสียเวลาในการบันทึก และตรวจสอบข้อมูลที่มีจำนวนมาก ทำให้ไม่เหมาะสำหรับขั้นตอนเบื้องต้นของการออกแบบอาคาร ที่ไม่ต้องการความละเอียดของผลลัพธ์มากนัก ในขณะที่การวิเคราะห์ด้วยวิธีประมาณนั้นทำได้รวดเร็วกว่าจึงเหมาะที่จะใช้หาขนาดขององค์อาคารต่างๆในเบื้องต้น แล้วจึงทำการวิเคราะห์ออกแบบอย่างละเอียดในขั้นตอนสุดท้าย

หลักของการวิเคราะห์โครงข้อหมุนด้วยวิธีประมาณคือ การลดจำนวนดีกรีอิสระของโครงสร้างลงให้อยู่ในรูปแบบที่ง่าย ซึ่งโดยส่วนใหญ่เป็นการจำลองให้อยู่ในรูปแบบของคาน Timoshenko โดยมีสมมุติฐานให้ความต้านทานการยืดตัวตามแนวแกนของคอร์ดบนและคอร์ดล่างของโครงข้อหมุนเทียบเท่ากับคุณสมบัติต้านทานแรงดัดของคาน ในขณะที่ความต้านทานการยืดตัวตามแนวแกนของชิ้นส่วนตั้งและชิ้นส่วนทแยงนั้นเทียบเท่าคุณสมบัติต้านทานแรงเฉือนของคาน หลักการดังกล่าวนี้ได้ถูกพัฒนาสำหรับการวิเคราะห์โครงข้อหมุนคอร์ดขนาน (parallel cord truss) ที่วางตัวในแนวราบเท่านั้น ซึ่งสามารถพบได้ใน Timoshenko (1970) Tsai (1976) MacLeod (1990) Renton (1991) Renton (1996) และ Kim และคณะ (2000)

สำหรับโครงข้อหมุนหลังคานั้นมีรูปแบบที่ต่างไปจากโครงข้อหมุนคอร์ดขนานในแนวราบ เนื่องจากมีคอร์ดบนลาดเอียงตามองศาของหลังคา ในขณะที่คอร์ดล่างวางตัวในแนวราบ ดังนั้นความลึกของโครงข้อหมุนจึงมีขนาดไม่คงที่ ทำให้ไม่สามารถวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองคาน Timoshenko ตามเอกสารอ้างอิงข้างต้นได้ แต่อย่างไรก็ตาม ในกรณีของโครงข้อหมุนหลังคาที่มีอัตราส่วนความยาวช่วงต่อความลึกมาก หรือ มีความชันของหลังคาน้อย อาจละทิ้งผลของความลาดเอียง ผลของความลึกที่มีขนาดไม่คงที่ และรวมถึงการละทิ้งผลของการเปลี่ยนรูปร่างจากการเฉือนเสมือนกลายเป็นแบบจำลองคานดัดธรรมดา ซึ่งอยู่ในรูปแบบที่ง่าย แต่ในบางกรณีอาจมีความคลาดเคลื่อนได้มาก ดังแสดงในบทความของ Giltner และ Kassimali (2000) และ Xu และ Gong (2003)

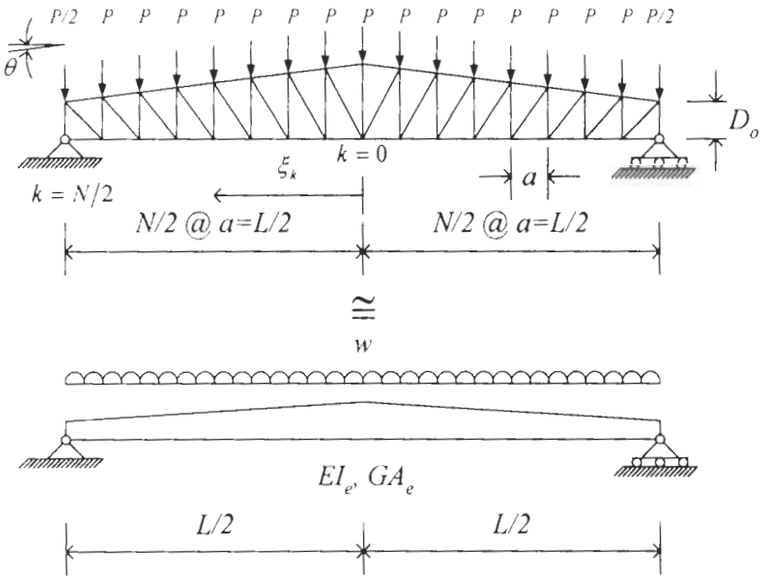
วัตถุประสงค์ของบทความนี้คือ นำเสนอแบบจำลองคาน Timoshenko สำหรับวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคาที่ได้คำตอบประเภทแม่นตรง (exact solution) และได้นำเสนอผลการศึกษาความสำคัญของระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือนในโครงข้อหมุนหลังคา เพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐานสำหรับการวิเคราะห์ออกแบบ รวมถึงการพัฒนาสร้างแบบจำลองที่ซับซ้อนขึ้นต่อไป

การวิเคราะห์หาแรงภายในโครงข้อหมุน

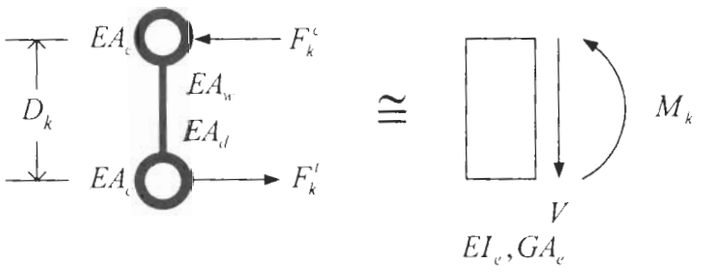
โครงข้อหมุนหลังคาได้ถูกจำลองให้อยู่ในรูปแบบของคาน Timoshenko ดังรูปที่ 1 การพิจารณาระยะตามแนวราบของจุดต่อ (joint) ใดๆ สำหรับโครงข้อหมุนนี้ จะใช้ตัวแปรอิสระไร้หน่วย ξ_k ซึ่งเริ่มต้นจากกึ่งกลางช่วงความยาวดังนี้

$$\xi_k = \frac{k}{N} \tag{1}$$

เมื่อ ตัวห้อย k คือ ตำแหน่งของจุดต่อใดๆ โดยที่ $k = 0,1,...,\frac{N}{2}$ และ N คือ จำนวนช่อง (panel)



รูปที่ 1 *แบบจำลองคาน Timoshenko สำหรับโครงข้อหมุนหลังคา*



รูปที่ 2 *แผนภาพอิสระของหน้าตัดโครงข้อหมุน และคาน Timoshenko*

ดังนั้นโมเมนต์ดัด M_k ของคานที่ตำแหน่ง ξ_k ใดๆ จากกึ่งกลางคาน สามารถเขียนได้ดังนี้

$$M_k = \frac{wL^2}{8}\left(1 - 4\xi_k^2\right) \tag{2}$$

โดยที่ w คือน้ำหนักบรรทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอที่แปลงมาจากน้ำหนักกระทำแบบจุดดังนี้

$$w = \frac{P}{a} \tag{3}$$

และสำหรับความลึกของโครงข้อหมุน D_k ที่แปรเปลี่ยนตามระยะ ξ_k คือ

$$D_k = D_o\left(1 + \lambda - 2\lambda\xi_k\right) \tag{4}$$

เมื่อ

$$\lambda = \frac{L\tan\theta}{2D_o} \tag{5}$$

และผลหารระหว่าง M_k กับ D_k สามารถเทียบเท่าเป็นแรงในคอร์ดล่างของโครงข้อหมุนได้ดังรูปที่ 2 คือ

$$F_k^t = \frac{wL^2}{8D_o}\beta_k \tag{6}$$

โดยที่

$$\beta_k = \frac{1 - 4\xi_k^2}{1 + \lambda - 2\lambda\xi_k} \tag{7}$$

และเมื่อสมดุลแรงในแนวราบจะได้แรงในคอร์ดบนคือ

$$F_k^c = \frac{wL^2}{8D_o\cos\theta}\beta_{k-1} \tag{8}$$

เมื่อ $k = 1, 2, \ldots, \frac{N}{2}$ สำหรับ F_k^t และ F_k^c

สำหรับแรงในชิ้นส่วนตั้ง F_k^w และแรงในชิ้นส่วนทแยง F_k^d นั้นสามารถหาได้จากการพิจารณาสมดุลที่จุดต่อใดๆ ดังนี้

$$F_0^w = \frac{-wL^2}{4D_o}\tan\varphi_1(\beta_0 - \beta_1) \tag{9}$$

$$P_k^w = \frac{-wL^2}{8D_o}\tan\varphi_{k+1}(\beta_k - \beta_{k+1}) \tag{10}$$

เมื่อ $k = 1, 2, \ldots, \frac{N}{2} - 1$

และ

$$F_{\frac{N}{2}}^w = -\frac{wL}{2} \tag{11}$$

และแรงในชิ้นส่วนทแยง

$$F_k^d = \frac{wL^2}{8D_o\cos\varphi_k}(\beta_{k-1} - \beta_k) \tag{12}$$

เมื่อ $k = 1, 2, \ldots, \frac{N}{2}$

และ

$$\varphi_k = \tan^{-1}\left(\frac{D_k}{a}\right) \tag{13}$$

การวิเคราะห์หาระยะแอ่นสูงสุดของโครงข้อหมุน

เมื่อได้ค่าแรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนของโครงข้อหมุนแล้ว การวิเคราะห์ระยะแอ่นสูงสุด Δ ของโครงข้อหมุนนั้นสามารถหาได้โดยวิธีงานเสมือน (virtual work) ดังนี้

$$\Delta = \sum_{i=1}^{M}\left(\frac{F_i f_i l_i}{EA_i}\right) \tag{14}$$

เมื่อ $i = 1, 2, ..., M$ ซึ่ง M คือจำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดของโครงข้อหมุน F_i คือ แรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนเนื่องจากน้ำหนัก w ซึ่งได้แก่ F_k^t F_k^c F_k^w และ F_k^d ส่วน f_i คือ แรงภายในของแต่ละชิ้นส่วนเนื่องจากน้ำหนักหนึ่งหน่วยกระทำที่ตำแหน่งกึ่งกลางช่วงความยาว ซึ่งมีพื้นฐานการวิเคราะห์เช่นเดียวกับ F_i สำหรับ l_i คือ ความยาวของแต่ละชิ้นส่วน A_i คือ พื้นที่หน้าตัดของแต่ละชิ้นส่วน และ E คือ ค่าอิลาสติกโมดูลัส จากสมการที่ 14 จะได้ระยะแอ่นสูงสุด Δ ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 3 ส่วนคือ ระยะแอ่นเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในคอร์ด ชิ้นส่วนตั้ง และชิ้นส่วนทแยง ดังนี้

$$\Delta = \Delta_{CORD} + \Delta_{WEB} + \Delta_{DIAG} \tag{15}$$

โดยที่

$$\Delta_{CORD} = \frac{5wL^4}{384EA_c\left(\frac{D_0^2}{2}\right)}\kappa_{CORD} \tag{16}$$

เมื่อ A_c คือ พื้นที่หน้าตัดของคอร์ดบนและล่างของโครงข้อหมุน และ

$$\kappa_{CORD} = \frac{12}{5N}\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}}\left(\beta_k\beta_k'' + \frac{1}{\cos^3\theta}\beta_{k-1}\beta_{k-1}''\right) \tag{17}$$

โดยที่

$$\beta_k'' = \frac{1-2\xi_k}{1+\lambda-2\lambda\xi_k} \tag{18}$$

สำหรับระยะแอ่นตัวสูงสุดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในชิ้นส่วนตั้งสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta_{WEB} = \frac{wL^2}{8EA_w}\kappa_{WEB} \tag{19}$$

โดยที่ A_w คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนตั้งของโครงข้อหมุน และ

$$\kappa_{WEB} = \frac{\alpha}{2}\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\left[\tan\varphi_{k-1}(1+\lambda-2\lambda\xi_k)(\beta_k-\beta_{k-1})(\beta_k''-\beta_{k-1}'')\right] - 2\tan\varphi_1\beta_0''(\beta_0-\beta_1)\left(\lambda+\lambda^2\right)+\frac{4}{\alpha} \tag{20}$$

เมื่อให้ $\alpha = \frac{L}{D_0}$ และสำหรับระยะแอ่นตัวสูงสุดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงรูปร่างในชิ้นส่วนทแยงคือ

$$\Delta_{DIAG} = \frac{wL^2}{8EA_d}\kappa_{DIAG} \tag{21}$$

เมื่อ A_d คือ พื้นที่หน้าตัดของชิ้นส่วนทแยงของโครงข้อหมุน และ

$$\kappa_{DIAG} = \frac{\alpha^2}{2N}\sum_{k=1}^{\frac{N_s}{2}}\left[\frac{1}{\cos^3\varphi_k}(\beta_{k-1}-\beta_k)(\beta''_{k-1}-\beta''_k)\right] \tag{22}$$

สมการที่ 15 สามารถจัดให้อยู่ในรูปแบบทั่วไป**ของระ**ยะแอ่นตัวสูงสุดของคาน Timoshenko ได้เช่นเดียวกับ MacLeod (1990) โดยให้ระยะแอ่นจากการดัดเสมือน Δ_b แทนที่ Δ_{CORD} และ ระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือน Δ_s แทนที่ Δ_{WEB} รวมกับ Δ_{DIAG} ดังนี้

$$\Delta = \Delta_b + \Delta_s \tag{23}$$

เมื่อ

$$\Delta_b = \frac{5wL^4}{384EI_c} \tag{24}$$

โดยที่

$$EI_c = \frac{EA_c D_o^{\,2}}{2\kappa_b} \tag{25}$$

ซึ่งในที่นี้ให้ $\kappa_b = \kappa_{CORD}$

และสำหรับระยะแอ่นสูงสุดเนื่องจากการเฉือนเสมือนคือ

$$\Delta_s = \frac{wL^2}{8GA_c} \tag{26}$$

โดยที่

$$GA_c = EA_d\kappa_s \tag{27}$$

และ

$$\kappa_s = \frac{1}{\frac{A_d}{A_w}\kappa_{WEB} + \kappa_{DIAG}} \tag{28}$$

แบบจำลองคาน Timoshenko ที่นำเสนอนี้ อาจนำมาประยุกต์ใช้กับโปรแกรมตารางการคำนวณทั่ว ๆไป ได้ หรือ อาจนำมาใช้ในรูปแบบการคำนวณจากกราฟแผนภาพซึ่งนำมาแสดงในภาคผนวกของบทความนี้

ตัวอย่างการคำนวณ

โครงข้อหมุนหลังคาตัวอย่างมีช่วงยาว L = 30 mm. ความลึก D_0 = 1.5 m. (α = 20) a = 1.5 m. มุมลาดเอียง θ = 7.5° A_c = 1500 และ A_d = A_w = 600 mm^2. E = 200 GPa **และน้ำหนัก**บรรทุกแบบจุด P = 7.20 kN จากสมการที่ 5 คำนวณค่า λ = 1.316 และสมการที่ 6 ถึง 12 **คำนวณแรง**ภายในแสดงดังตารางที่ 1 พบว่าให้ค่า**ที่แม่นตรงเมื่อเทียบกับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์** (Computers and Structures, 2003)

ตำแหน่งจากกึ่งกลาง k	แรงในคอร์ดล่าง F_m^l (kN)		แรงในคอร์ดบน F_m^c (kN)		แรงในชิ้นส่วนตั้ง F_m^v (kN)		แรงในชิ้นส่วนทแยง F_m^d (kN)	
	TBM[1]	FEM[2]	TBM[1]	FEM[2]	TBM[1]	FEM[2]	TBM[1]	FEM[2]
0	-	-	-	-	33.719	33.719	-	-
1	163.122	163.122	156.746	156.746	10.675	10.675	-18.541	-18.541
2	168.321	168.321	164.529	164.529	4.160	4.160	-11.874	-11.874
3	170.486	170.486	169.773	169.773	-2.755	-2.755	-4.689	-4.689
4	168.947	168.947	171.957	171.957	-10.158	-10.158	3.156	3.156
5	162.821	162.821	170.404	170.404	-18.164	-18.164	11.862	11.862
6	150.923	150.923	164.226	164.226	-26.931	-26.931	21.714	21.714
7	131.617	131.617	152.225	152.225	-36.672	-36.672	33.136	33.136
8	102.588	102.588	132.753	132.753	-47.694	-47.694	46.771	46.771
9	60.443	60.443	103.473	103.473	-60.443	-60.443	63.647	63.647
10	0.000	0.000	60.964	60.964	-72.000	-72.000	85.479	85.479

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบผลการคำนวณกับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

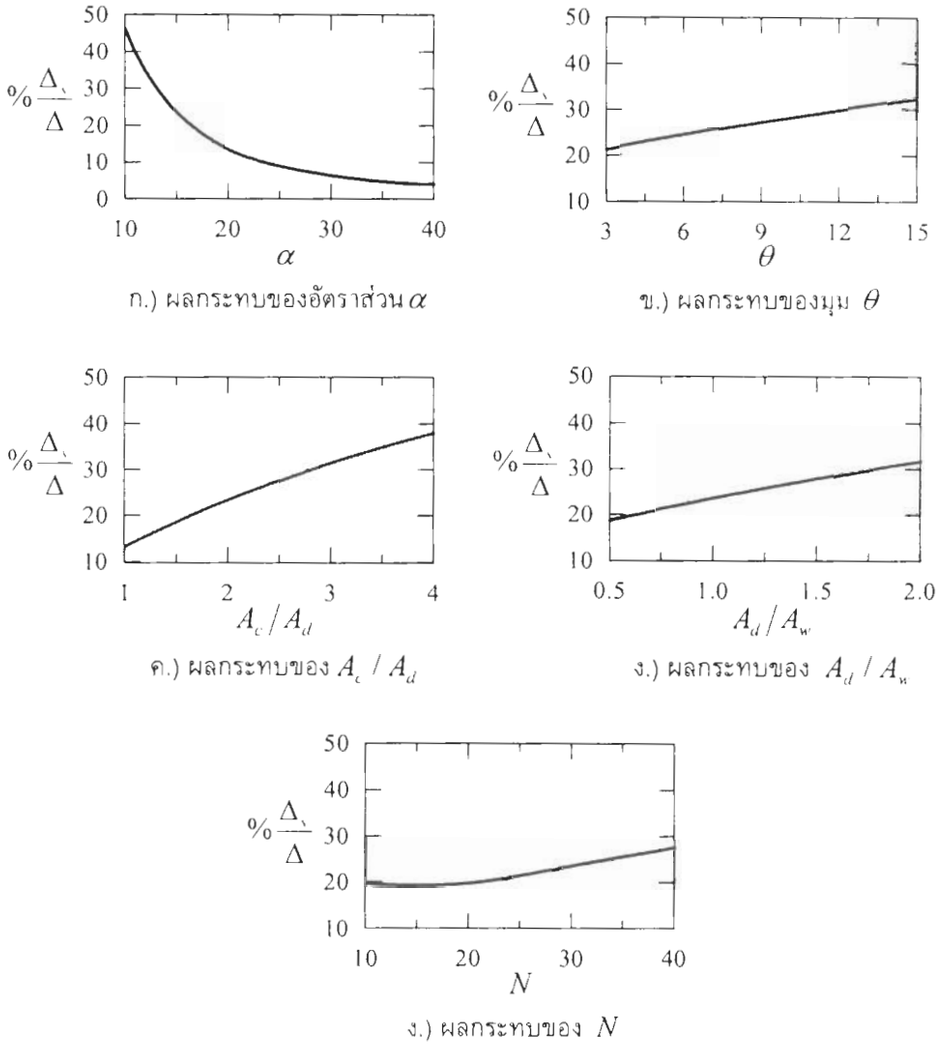
[1]TBM แบบจำลองคาน Timoshenko

[2]FEM แบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์

และสำหรับการคำนวณระยะแอ่นตัวสูงสุด คำนวณค่า $\kappa_b = 0.286$ และ $\kappa_v = 0.531$ จากสมการที่ 17 และ 28 ตามลำดับ และจากสมการที่ 25 และ 27 ได้ $EI_c = 1.179 \times 10^{15}$ N-mm และ $GA_c = 6.366 \times 10^7$ N แทนค่าในสมการที่ 24 ได้ $\Delta_b = 42.955$ mm. และสมการที่ 26 ได้ $\Delta_v = 8.482$ mm. ดังนั้นระยะแอ่นตัวรวม $\Delta = 51.438$ mm. ซึ่งได้ค่าตรงกันกับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์เช่นกัน

การศึกษาถึงความสำคัญของระยะแอ่นเนื่องจากการเฉือนเสมือน

ในบทความนี้ได้ทำการศึกษาถึงผลกระทบของสัดส่วนทางเรขาคณิตต่างๆที่ใช้ในการวิเคราะห์ออกแบบโครงข้อหมุนหลังคา อันได้แก่ ผลกระทบของอัตราส่วนช่วงความยาวช่วงต่อความลึก α ผลกระทบของมุม θ ผลกระทบของอัตราส่วน A_c / A_d และ A_d / A_v และรวมถึงผลกระทบของจำนวนช่อง N ที่มีต่อระยะแอ่นจากเฉือนเสมือนในรูปแบบของ $\%\Delta_v / \Delta$ โดยใช้ข้อมูลในรูปแบบตัวแปรไร้หน่วย ซึ่งผลการศึกษาแสดงในรูปที่ 3



ก.) ผลกระทบของอัตราส่วน α

ข.) ผลกระทบของมุม θ

ค.) ผลกระทบของ A_c / A_d

ง.) ผลกระทบของ A_d / A_w

จ.) ผลกระทบของ N

รูปที่ 3 *ผลกระทบของตัวแปรต่าง ๆ ที่มีต่อระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือน*

จากรูปที่ 3ก. แสดงถึงผลกระทบของอัตราส่วน α (มุม θ = 5°, N = 30 A_c / A_d = 2 และ A_d / A_w = 1) พบว่า $\%\Delta_v / \Delta$ จะมีแนวโน้มลดลงเมื่ออัตราส่วน α มีค่าเพิ่มขึ้น ซึ่งให้ผลสอดคล้องกับพฤติกรรมของคานจริงทั่ว ๆ ไป และสำหรับการศึกษาผลกระทบของมุม θ (α = 15, N = 30, A_c / A_d = 2 และ A_d / A_w = 1) ผลกระทบของ A_c / A_d (α = 15, θ = 5°, N = 30 และ A_d / A_w = 1) ผลกระทบของ A_d / A_w (α = 15, θ = 5°, N = 30 และ A_c / A_d =2) และผลกระทบของ N (α = 15, θ = 5°, A_c / A_d =2 และ A_d / A_w = 1) พบว่าการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นของตัวแปรดังกล่าว มีผลให้ $\%\Delta_v / \Delta$ เพิ่มขึ้นตาม ดังแสดงในรูปที่ 3ข. ถึง 3จ. ตามลำดับ

สำหรับสัดส่วนทางเรขาคณิตทั่วๆไปที่นิยมใช้สำหรับการออกแบบโครงข้อหมุนหลังคาช่วงยาวประมาณ 20 ถึง 30 m. ซึ่งได้แก่ อัตราส่วน α ในช่วง 15 ถึง 20 ซึ่งแนะนำโดย Fisher (1991) มุม θ = 5° ถึง 15° สำหรับวัสดุมุงหลังคาทั่วๆไป จำนวนช่อง N = 20 ถึง 30 สำหรับช่วงแป 1 ถึง 2 m. A_c / A_w =2 ถึง 3 และ A_{cl} / A_w = 1 พบว่าผลของระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือนมีค่าประมาณร้อยละ 20 ถึง 30 ของระยะแอ่นตัวทั้งหมด ซึ่งแสดงให้เห็นถึงความสำคัญของระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือนที่มิอาจละทิ้งได้ในการวิเคราะห์และยังแสดงถึงความสอดคล้องระหว่างพฤติกรรมของคาน Timoshenko กับโครงข้อหมุนหลังคา

สรุป

บทความนี้นำเสนอแบบจำลองคาน Timoshenko สำหรับการวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคาที่ได้คำตอบในรูปแบบแม่นตรงทั้งแรงภายในชิ้นส่วนและระยะแอ่นตัวสูงสุด ซึ่งได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองโดยการนำผลลัพธ์มาเปรียบเทียบกับแบบจำลองไฟไนต์เอลิเมนต์ การศึกษาความสำคัญของระยะแอ่นจากการเฉือนเสมือนพบว่า โครงข้อหมุนหลังคาที่ถูกวิเคราะห์ออกแบบโดยใช้สัดส่วนทางเรขาคณิตที่นิยมใช้กันทั่วไปนั้น เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกจะเกิดการแอ่นตัวที่มีผลจากการเฉือนเสมือนประมาณร้อยละ 20 ถึง 30 ของการแอ่นตัวทั้งหมด

เอกสารอ้างอิง

Computers and Structures Inc. 2003. **SAP2000-Integrated Finite Element Analysis and Design of Structures: Analysis Reference**. Berkeley California.

Fisher, J.M. 1991. **Industrial Building –Steel Design Guide Series AISC.** Chicago. AISC.

Giltner, B. and Kassimali, A. 2000. Equivalent Beam Method for Truss. **ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction.** 5, 2:70-77.

Kim, M. Y., Kwon, S.D. and Kim, N.I. 2000. Analytical and Numerical Study on Free Vertical Vibration of Shear-Flexible Suspension Bridges. **Journal of Sound and Vibration.** 238, 1: 65-84

MacLeod, I.A. 1990. **Analytical Modeling of Structural Systems.** New York: Ellis Horwood Ltd. John Wiley & Son.

Renton, J.D. 1996. Generalized Beam Theory and Modular Structures. **International Journal of Solids and Structures.** 33: 1425-1438.

Renton, J.D. 1991. Generalized Beam Theory Applied to Shear Stiffness. **International Journal of Solids and Structures.** 27: 1955-1967.

Timoshenko, S.P. 1970. **Theory of Elastic Stability.** Singapore. McGraw-Hill.

Tsai, W.T. 1976. A Simple Approach to Truss Deflection. **AISC Engineering Journal.** 3: 76-81.

Xu, L.W. and Gong, Y. 2003. Manual Procedures for Least-Weight Design of King-Post Truss Systems. **ASCE Practice Periodical on Structural Design and Construction.** 8, 4:195-202.

ภาคผนวก: การวิเคราะห์โครงข้อหมุนจากกราฟแผนภาพ

กราฟแผนภาพที่นำเสนอนี้ประกอบด้วย กราฟแผนภาพสำหรับคำนวณหาค่าแรงภายในคอร์ดล่าง และกราฟแผนภาพสำหรับคำนวณค่า κ_b และ κ_s สำหรับค่าสูงสุดของแรงภายในคอร์ดล่างนั้นมีพื้นฐานจากการพิจารณาตำแหน่ง ξ_m ที่ทำให้เกิดแรงดึงในคอร์ดล่างของโครงข้อหมุนมีค่าสูงสุด ซึ่งหาได้จากผลเฉลยของสมการอนุพันธ์อันดับที่หนึ่งของ P_k' เทียบกับ ξ_k มีค่าเท่ากับศูนย์ จะได้

$$\xi_m = \frac{1+\lambda-\sqrt{1+2\lambda}}{2\lambda} \tag{29}$$

และ $\lambda > 0$ และ คำตอบที่เป็นไปได้ของ ξ_m คือ $0 \le \xi_m \le \frac{1}{2}$

ดังนั้นเมื่อ แทนค่า ξ_m ลงในสมการที่ 6 และ 7 จะได้แรงดึงสูงสุดในคอร์ดล่างคือ

$$F_m^t = \frac{wL^2}{8D_o}\beta_m \tag{30}$$

โดยที่

$$\beta_m = \frac{1-4\xi_m^2}{1+\lambda-2\lambda\xi_m} \tag{31}$$

ซึ่งค่าของ β_m ได้นำมาแสดงในรูปที่ 4 ส่วนค่า P_m^c คือ

$$P_m^c = \frac{P_m^t}{\cos\theta} \tag{32}$$

สำหรับแรงสูงสุดในชิ้นส่วนตั้ง P_m^w และแรงสูงสุดในชิ้นส่วนทแยง P_m^d นั้นคือ

$$P_m^w = -\frac{wL}{2} \tag{33}$$

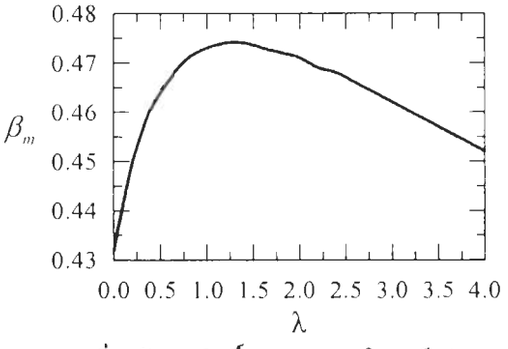
และ

$$P_m^d = \frac{wa(L-a)}{2(D_o + a\tan\theta)\cos\varphi_{\frac{N}{2}}} \tag{34}$$

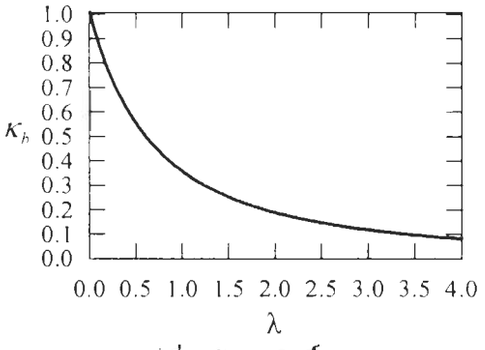
โดยที่

$$\varphi_{\frac{N}{2}} = \tan^{-1}\frac{D_o}{a} \tag{35}$$

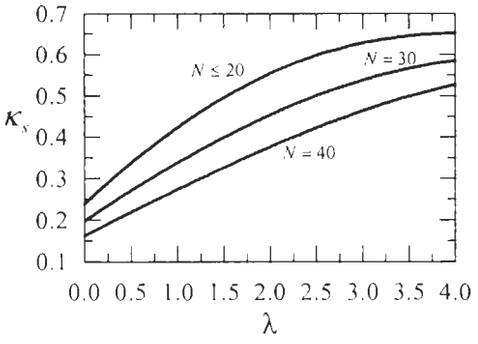
และสำหรับสัมประสิทธิ์ κ_b และ κ_s ได้จากการสมการที่ 17 และ 28 ซึ่งในที่นี้กำหนดให้มุม θ มีค่าไม่เกิน 15° และ $A_d / A_w = 1$ ซึ่งนำมาแสดงในรูปที่ 5 ถึง 7



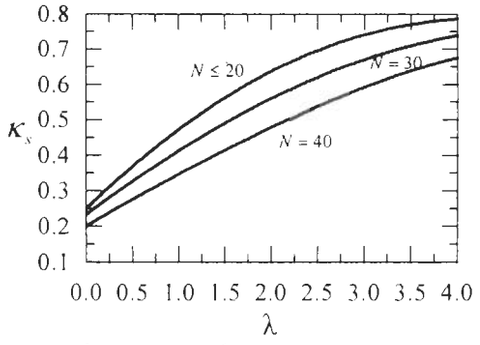
รูปที่ 4 *สัมประสิทธิ์ของแรงสูงสุดในคอร์ดล่าง*



รูปที่ 5 *สัมประสิทธิ์* κ_b



รูปที่ 6 *สัมประสิทธิ์* κ_s *กรณี* $\alpha = 15$



รูปที่ 7 *สัมประสิทธิ์* κ_s *กรณี* $\alpha = 20$