

การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสง แบบแบรกก์*

อาคม แก้วระวัง¹⁾ และ ทับทิม อ่างแก้ว²⁾

¹⁾ อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

²⁾ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย จังหวัด
กรุงเทพฯ 10330

E-mail : arkokm@yahoo.com

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอ วิธีการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้น
วัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ โดยใช้การพิจารณาเลขคลื่นโฟลเคทของตัวสะท้อนระนาบแบบแบรกก์ใน 1 มิติ
และกรณีเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด โดยใช้การพิจารณาค่า
สัมประสิทธิ์การสะท้อนหรือค่าความสะท้อนของตัวสะท้อนระนาบแบบแบรกก์ใน 1 มิติ จากการพิจารณา
โดยใช้เลขคลื่นโฟลเคท จะได้เงื่อนไขของแถบผ่าน แถบหยุด และขอบของแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อน
ระนาบแบบแบรกก์ใน 1 มิติ ผลการวิเคราะห์โดยใช้เลขคลื่นโฟลเคทและค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนหรือ
ค่าความสะท้อนให้ผลที่สอดคล้องกัน และในบทความนี้ยังแสดงให้เห็นว่าแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบ
แบรกก์ที่มีค่าดรรชนีหักเหมาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบมีค่าเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบ
แบรกก์ที่มีค่าดรรชนีหักเหบ่อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ

นอกจากการวิเคราะห์แบนด์วิดท์แล้ว ในบทความนี้ยังได้แสดงตัวอย่างการวิเคราะห์แบนด์วิดท์
และขอบของแบนด์วิดท์ในโหมด TE TM และไฮบริด และเปรียบเทียบการเกิดโหมดที่ถูกนำโหมด TE TM
และไฮบริด ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ตัวอย่างของค่าความสะท้อนโหมด TE และ TM เมื่อจำนวนคู่ของ
วัสดุหุ้มเปลี่ยนแปลง ผลจากการศึกษาพบว่าโหมดที่ถูกนำโหมด TE TM และไฮบริด ของเส้นใยแสงแบบ
แบรกก์จะเกิดในช่วงแถบหยุดของโหมด TE TM และแถบหยุดที่ซ้อนทับกันของโหมด TE กับ TM ของตัว
สะท้อนระนาบแบบแบรกก์ใน 1 มิติ ตามลำดับ และค่าความสะท้อนโหมด TE และ TM จะมีค่ามากขึ้น
เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มมากขึ้น

คำสำคัญ : ตัวสะท้อนระนาบแบบแบรกก์ใน 1 มิติ, แถบหยุด, แถบผ่าน, แบนด์วิดท์, ขอบของแบนด์
วิดท์, เลขคลื่น-โฟลเคท

* รับต้นฉบับเมื่อวันที่ 22 เมษายน 2547 และได้รับบทความฉบับแก้ไขเมื่อวันที่ 17 พฤษภาคม 2547

The Bandwidth Analysis of Bragg Optical Fibers*

Arkorn Kaewrawang¹⁾ and Tuptim Angkaew²⁾

¹⁾ Lecturer, Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University,
Khon Kaen 40002

²⁾ Assistant Professor, Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering, Chulalongkorn
University, Bangkok 10330

E-mail : arkokm@yahoo.com

Abstract

This paper presents the bandwidth analysis of the Bragg optical fiber which infinite pairs of cladding using the Floquet wave number and finite pairs of cladding using the reflection coefficient or reflectance of the 1 dimension planar Bragg reflector. Consequently, we get the pass band, the stop band and the band edge condition corresponding to considering of the 1 dimension planar Bragg reflector. The computational results from the Floquet wave number corresponding to the reflection coefficient or reflectance and we show that the bandwidth of the Bragg optical fiber which are surrounded by alternating annular layers with high – low refractive index is equal to low – high refractive index.

In addition, this paper is demonstrate some examples of the TE, TM and hybrid bandwidth, the TE, TM and hybrid band edge analysis, compare the existence of the guided mode of an air core Bragg optical fiber, the reflectance of TE and TM mode when the cladding pairs is changed. The computational results have been found that the TE, TM and hybrid modes can exist only in particular wavelength bands corresponding to the TE stop bands, TM stop bands, and the overlap between TE stop bands and TM stop bands of the 1 dimension planar Bragg reflector respectively, and the reflectance of TE mode and TM mode are increasing, when the cladding pairs are increasing.

Keywords : 1 dimension planar Bragg reflector, Stop band, Pass band, Bandwidth, Band edge, Floquet wave number

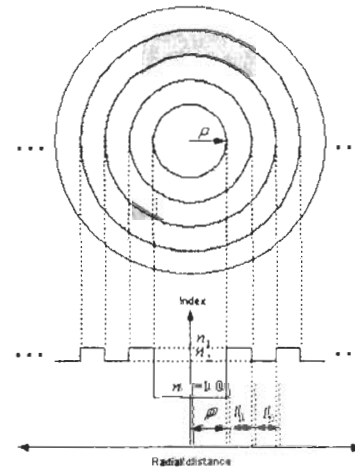
*

Original manuscript submitted: April 22, 2004 and Final manuscript received: May 17, 2004

บทนำ

ในปี ค.ศ. 1978 Yeh และคณะ [Yeh, Yariv and Marom. 1978] เป็นผู้เริ่ม ต้นแนวคิดให้โครงสร้างเส้นใยแสงมีแกนเป็นอากาศ และมีวัสดุหุ้มเป็นชั้นของไดอิเล็กตริกที่มีค่าดัชนีหักเหต่างกันสลับกันแบบรายคาบ เรียกว่า ตัวสะท้อนแบบแบรกก์ (Bragg reflector) เพื่อให้เกิดการกักกันแสงในแนวรัศมีของเส้นใยแสง เรียกเส้นใยแสงนี้ว่า เส้นใยแสงแบบแบรกก์ (Bragg optical fiber) ดังรูปที่ 1 ดังนั้นจึงมีความเป็นไปได้ที่เส้นใยแสงแบบแบรกก์จะมีการสูญเสียกำลังแสง (power loss) น้อยกว่าเส้นใยแสงแบบทั่วไป (conventional fiber) ไม่มีผลของความไม่เป็นเชิงเส้น (non-linearity effect) [Argyros and Bassett. 2002] ดิสเพอร์ชัน (dispersion) มากกว่าเส้นใยแสงแบบทั่วไป [อาคม แก้วระวัง และทับทิม อ่างแก้ว. 2548]

ในเส้นใยแสงแบบทั่วไปสามารถนำคลื่นแสงได้ เมื่อมุมตกกระทบ ϕ มีค่าอยู่ระหว่าง $\phi_c < \phi < 90^\circ$ โดยที่ ϕ_c เป็นมุมวิกฤต หรือค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น β อยู่ระหว่าง $n_2 k_0 < \beta < n_1 k_0$ ในทุกช่วงความยาวคลื่น โดยที่ n_1, n_2 เป็นดัชนีหักเหของแกนและวัสดุหุ้ม ตามลำดับ และ k_0 เป็นเลขคลื่นในอวกาศว่าง ช่วงความยาวคลื่นที่เส้นใยแสงแบบทั่วไปสามารถนำคลื่นแสงได้ เรียกว่า แบนด์วิดท์ (band width) ของเส้นใยแสงแบบทั่วไป [Agrawal. 1992] การวิเคราะห์โหมดของเส้นใยแสงแบบแบรกก์โดยใช้วิธีแม่นยำตรงและเมทริกซ์เชิงเส้นกำกับ ดังแสดงในบทความ [Yeh, Yariv and Marom. 1978, Xu, Ouyang, Lee and Yariv. 2002, Xu, Lee and Yariv. 2000, Kawanishi and Izutsu. 2000, Argyros. 2002, อาคม แก้วระวัง และทับทิม อ่างแก้ว. 2548] แสดงให้เห็นว่าโหมด TE TM และไฮบริดของเส้นใยแสงแบบแบรกก์มีลักษณะไม่ต่อเนื่อง (discontinuous) นั่นคือเส้นใยแสงแบบแบรกก์สามารถนำคลื่นแสงได้ในบางช่วงความยาวคลื่นเท่านั้น เราเรียกคุณสมบัติดังกล่าวว่า คุณสมบัติแถบช่องว่าง (bandgap characteristic) ดังนั้นการออกแบบเส้นใยแสงแบบแบรกก์ เพื่อใช้ในการนำคลื่นแสง เราจำเป็นต้องทราบแบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ (band edge) ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์



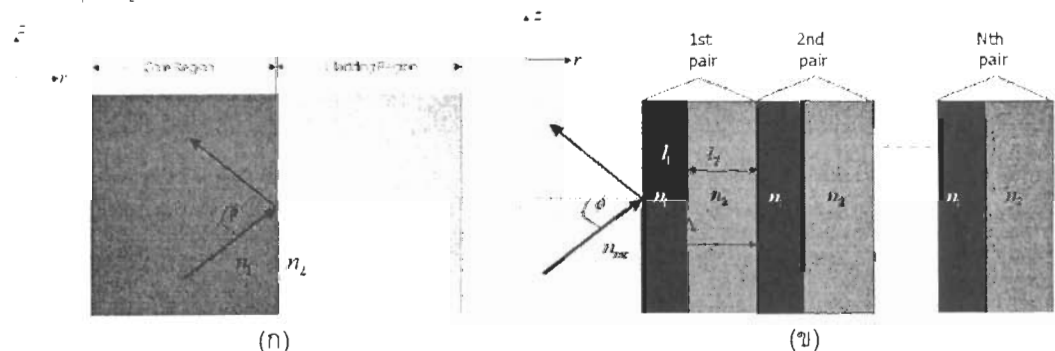
รูปที่ 1 โครงสร้างและหน้าข้างตัดขวางของเส้นใยแสงแบบแบรกก์

จากเหตุผลที่ได้กล่าวมาข้างต้น ในงานวิจัยนี้ได้นำเสนอหลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ในโหมด TE TM และไฮบริด เมื่อจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มมีจำนวนอนันต์และจำนวนจำกัด บทความนี้ยังได้วิเคราะห์แบนด์วิดท์ในกรณีที่ดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มอยู่ในรูปแบบดรรชนีหักเหมาก-น้อยและน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ และผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง

หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์

พิจารณาคลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ในเส้นใยแสงแบบทั่วไป คลื่นแสงจะตกกระทบทุก ๆ จุดที่ผิวของรอยต่อ เมื่อเราพิจารณาที่จุดใด ๆ ที่ผิวของรอยต่อ เราสามารถมองคลื่นแสงเป็นรังสีคลื่นระนาบ (plane wave) ตกกระทบกับแบบจำลองระนาบ 1 มิติ (1 dimension planar model) ดังรูปที่ 2 (ก) ในทำนองเดียวกัน เมื่อให้คลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ในเส้นใยแสงแบบแบรกก์ คลื่นแสงจะตกกระทบทุก ๆ จุดที่ผิวของรอยต่อ เมื่อเราพิจารณาที่จุดใด ๆ ที่ผิวของรอยต่อ เราสามารถมองคลื่นแสงเป็นรังสีคลื่นระนาบตกกระทบกับตัวสะท้อนระนาบแบบแบรกก์ใน 1 มิติ (1 dimension planar Bragg reflector) ที่ชั้นไดอิเล็กตริกมีดรรชนีหักเหสลับกันเป็นรายคาบจำนวน N คู่ ดังรูปที่ 2 (ข) ดังนั้นการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ สามารถวิเคราะห์ได้จากแถบหยุดและแถบผ่านของตัวสะท้อนแบบแบรกก์

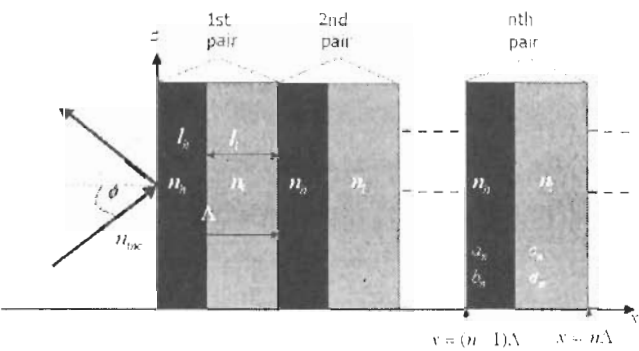
ในเส้นใยแสงแบบทั่วไป การนำคลื่นแสงจะใช้หลักการสะท้อนกลับหมด (total internal reflection mechanism) ดังนั้นรูปที่ 2 (ก) ค่าดรรชนีหักเหของแกน n_1 และวัสดุหุ้ม n_2 จึงเป็นไปได้เพียงกรณีเดียวคือ $n_1 > n_2$ ส่วนในเส้นใยแสงแบบแบรกก์ การนำคลื่นแสงจะใช้หลักการสะท้อนแบบแบรกก์ (Bragg reflection mechanism) โดยมีแกนเป็นอากาศ $n_{mc} = 1$ ดังนั้นค่าดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มในหนึ่งหน่วยเซลล์ n_1 และ n_2 เป็นไปได้สองกรณีนั่นคือ $n_1 > n_2$ และ $n_1 < n_2$ ซึ่งจะได้กล่าวดังต่อไปนี้



รูปที่ 2 คลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z ตกกระทบที่ผิวของรอยต่อระหว่างแกนกับวัสดุหุ้ม
บนระนาบ $r-z$ ใด ๆ (ก) เส้นใยแสงแบบทั่วไป (ข) เส้นใยแสงแบบแบรกก์

การวิเคราะห์แบนด์วิธของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้น
วัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ เมื่อดรชนี้หักเหของชั้นวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อย
สลับกันเป็นรายคาบ

ในหัวข้อที่แล้วได้กล่าวถึง หลักการวิเคราะห์แบนด์วิธของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ซึ่งการวิเคราะห์แบนด์วิธของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ สามารถวิเคราะห์ได้จากแถบหยุดและแถบผ่านของตัวสะท้อน-แบบแบรกก์ ดังนั้นการวิเคราะห์แบนด์วิธของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ เมื่อดรชนี้หักเหของวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ จึงสามารถวิเคราะห์ได้จากแถบหยุดและแถบผ่านของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรชนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 คลื่นแสงตกกระทบบนระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนอนันต์และค่าดรชนี้หักเหของชั้นไดอิเล็กตริกมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ

พิจารณาตัวสะท้อนแบบแบรกก์บนระนาบ $x - z$ ใด ๆ ดังรูปที่ 3 ให้ชั้นไดอิเล็กตริกไม่เป็นวัสดุ แม่เหล็ก (nonmagnetic material) และหน้าตัดข้างดรชนี้หักเห (refractive index profile) เป็นดังนี้

$$n(x) = \begin{cases} n_h, & 0 < x < l_h \\ n_l, & l_h < x < \Lambda \end{cases} \tag{1}$$

ซึ่งดรชนี้หักเหมีลักษณะเป็นรายคาบดังสมการข้างล่าง

$$n(x) = n(x + \Lambda) \tag{2}$$

เมื่อ l_n และ $l_r = \Lambda - l_n$ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ Λ เป็นความ หนาของชั้นไดอิเล็กตริกหนึ่งหน่วยเซลล์ เนื่องจากคลื่นแสงแพร่กระจายในแนวแกน z เราเขียนสนามไฟฟ้าที่อยู่ในชั้นไดอิเล็กตริกในรูป [Yeh, Yariv and Hong, 1977]

$$E(x, z) = E(x)e^{ik_z z} \quad (3)$$

เมื่อ β เป็นค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น การกระจายสนามไฟฟ้า $E(x)$ ภายในแต่ละชั้นเอกพันธ์ (homogeneous layer) ในหนึ่งหน่วยเซลล์คู่ที่ n สามารถเขียนในรูปผลบวกของคลื่นระนาบตกกระทบที่มีแอมพลิจูดเชิงซ้อน (complex amplitude) a_n หรือ c_n กับคลื่นระนาบสะท้อนที่มีแอมพลิจูดเชิงซ้อน b_n หรือ d_n ดังสมการ

$$E(x) = \begin{cases} a_n e^{ik_{n1}(x-(n-1)\Lambda)} + b_n e^{-ik_{n1}(x-(n-1)\Lambda)}, & (n-1)\Lambda < x < (n-1)\Lambda + l_n \\ c_n e^{ik_{n2}(x-[(n-1)\Lambda+l_n])} + d_n e^{-ik_{n2}(x-[(n-1)\Lambda+l_n])}, & (n-1)\Lambda + l_n < x < n\Lambda \end{cases} \quad (4)$$

เมื่อ k_{n1} และ k_{n2} เป็นเลขคลื่นในไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 และ 2 มีค่า $k_{n1} = \sqrt{(k_0 n_1)^2 - \beta^2}$ และ $k_{n2} = \sqrt{(k_0 n_2)^2 - \beta^2}$ ตามลำดับ และ k_0 เป็นเลขคลื่นในอวกาศว่าง

ในกรณีโมด TE (เวกเตอร์ E อยู่บนระนาบ $y-z$) ตามเงื่อนไขขอบเขต E และ $\partial E/\partial x$ มีค่า ต่อเนื่องที่ผิวรอยต่อที่ตำแหน่ง $x = (n-1)\Lambda + l_n$ และ $x = n\Lambda$ จะได้ความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้าในเซลล์หนึ่งหน่วยชั้นที่ n กับชั้นที่ $n+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ C_{TE} & D_{TE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (5)$$

เมื่อสมาชิกของเมทริกซ์ เป็นดังนี้

$$A_{TE} = e^{ik_{n1}l_n} \left[\cos(k_{n1}l_r) + \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{nr}}{k_{n1}} + \frac{k_{nr}}{k_{n2}} \right) \sin(k_{n1}l_r) \right] \quad (6)$$

$$B_{TE} = e^{-ik_{n1}l_n} \left[\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{nr}}{k_{n1}} - \frac{k_{nr}}{k_{n2}} \right) \sin(k_{n1}l_r) \right] \quad (7)$$

$$C_{TE} = e^{ik_{n2}l_n} \left[-\frac{1}{2}i \left(\frac{k_{nr}}{k_{n2}} - \frac{k_{nr}}{k_{n1}} \right) \sin(k_{n1}l_r) \right] \quad (8)$$

$$D_{TE} = e^{-ik_{n2}l_n} \left[\cos(k_{n1}l_r) - \frac{1}{2}i \left(\frac{k_{nr}}{k_{n1}} + \frac{k_{nr}}{k_{n2}} \right) \sin(k_{n1}l_r) \right] \quad (9)$$

ทำนองเดียวกัน เมื่อให้คลื่น TM เป็นคลื่นตกกระทบ ตามเงื่อนไขขอบเขตในหนึ่งหน่วยเซลล์ จะได้ความสัมพันธ์ของแอมพลิจูดเชิงซ้อนของสนามไฟฟ้าในเซลล์หนึ่งหน่วยชั้นที่ n กับชั้นที่ $n+1$ ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{TM} & B_{TM} \\ C_{TM} & D_{TM} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (10)$$

เมื่อสมาชิกของเมทริกซ์ เป็นดังนี้

$$A_{TM} = e^{ik_z L} \left[\cos(k_{ic} l_i) + \frac{1}{2} i \left(\frac{n_i^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{ix}} + \frac{n_h^2 k_{ix}}{n_i^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{ic} l_i) \right] \quad (11)$$

$$B_{TM} = e^{-ik_z L} \left[\frac{1}{2} i \left(\frac{n_i^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{ix}} - \frac{n_h^2 k_{ix}}{n_i^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{ic} l_i) \right] \quad (12)$$

$$C_{TM} = e^{ik_z L} \left[-\frac{1}{2} i \left(\frac{n_i^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{ix}} - \frac{n_h^2 k_{ix}}{n_i^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{ic} l_i) \right] \quad (13)$$

$$D_{TM} = e^{-ik_z L} \left[\cos(k_{ic} l_i) - \frac{1}{2} i \left(\frac{n_i^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{ix}} + \frac{n_h^2 k_{ix}}{n_i^2 k_{hx}} \right) \sin(k_{ic} l_i) \right] \quad (14)$$

เนื่องจากโครงสร้างในแนวแกน x มีลักษณะเป็นรายคาบ ตามทฤษฎีโฟลควท (Floquet theorem) ผลเฉลยของสมการคลื่นสำหรับตัวกลางที่เป็นรายคาบจะอยู่ในรูป [Yeh, Yariv and Hong, 1977]

$$E_K(x, z) = E_K(x) e^{iKz} e^{iKx} \quad (15)$$

เมื่อ $E_K(x)$ เป็นรายคาบ นั่นคือ

$$E_K(x + \Lambda) = E_K(x) \quad (16)$$

ค่า K เป็นเลขคลื่นโฟลควท (Floquet wave number) หรือเลขคลื่นบลอช (Bloch wave number) ตามเงื่อนไขรายคาบ ดังสมการ (16) จะได้

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = e^{iK\Lambda} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (17)$$

จาก (5) และ (17) สำหรับคลื่นรายคาบ TE ต้องสอดคล้องกับสมการค่าเจาะจง ดังสมการข้างล่าง

$$\begin{pmatrix} A_{TE} & B_{TE} \\ C_{TE} & D_{TE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = e^{iK_n \Lambda} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (18)$$

จะได้ค่าเจาะจง $e^{-iK_{TE}\Lambda}$

$$e^{iK_n \Lambda} = \frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \pm \left\{ \left[\frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \right]^2 - 1 \right\}^{1/2} \quad (19)$$

จาก (19) จะได้เลขคลื่นโฟลควทของโหมด TE K_{TE} ดังสมการข้างล่าง

$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A_{TE} + D_{TE}) \right] \quad (20)$$

แทนค่า A_{TE} และ D_{TE} ลงในสมการ (20) จะได้

$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{ix} l_i) \cos(k_{hx} l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{ix}}{k_{hx}} + \frac{k_{hx}}{k_{ix}} \right) \sin(k_{ix} l_i) \sin(k_{hx} l_h) \right] \quad (21)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้เลขคลื่นโฟลควทของโหมด TM K_{TM} ดังสมการข้างล่าง

$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\frac{1}{2}(A_{TM} + D_{TM}) \right] \quad (22)$$

แทนค่า A_{TM} และ D_{TM} ลงในสมการ (22) จะได้

$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{ix} l_i) \cos(k_{hx} l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_h^2 k_{ix}}{n_i^2 k_{hx}} + \frac{n_i^2 k_{hx}}{n_h^2 k_{ix}} \right) \sin(k_{ix} l_i) \sin(k_{hx} l_h) \right] \quad (23)$$

เมื่อพิจารณาเลขคลื่นโฟลควท (Floquet wave number) ของโหมด TE K_{TE} ในสมการ (20) หรือ (21) และ TM K_{TM} ในสมการ (22) หรือ (23) พบว่า

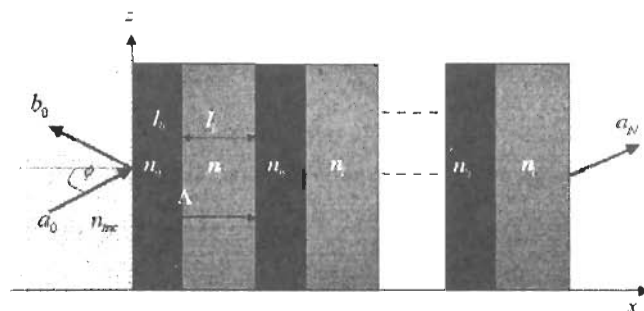
1. K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนจริง หรือสอดคล้องกับเงื่อนไข

$$|\cos(K_{TE, TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2}(A_{TE, TM} + D_{TE, TM}) \right| < 1 \text{ แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบผ่าน (pass band)}$$

2. $K_{TE}, K_{TM} = m\pi / \Lambda + jK$, เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ K , เป็นส่วนจินตภาพ K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนเชิงซ้อน หรือสอดคล้องกับเงื่อนไข $|\cos(K_{TE, TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2}(A_{TE, TM} + D_{TE, TM}) \right| > 1$ แสดงว่าช่วงนั้นเป็น แถบหยุด (stop band)
3. $K_{TE}, K_{TM} = m\pi / \Lambda$ เมื่อ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ หรือสอดคล้องกับเงื่อนไข $|\cos(K_{TE, TM} \Lambda)| = \left| \frac{1}{2}(A_{TE, TM} + D_{TE, TM}) \right| = 1$ จะได้ขอบของแบนด์วิดท์ (band edge)

จากเงื่อนไขขอบของแบนด์วิดท์ดังกล่าวเป็นสมการโดยปริยาย (implicit equation) ซึ่งสามารถแก้สมการ (20) หรือ (21) และ (22) หรือ (23) เพื่อหาขอบของแบนด์วิดท์โหมด TE และ TM ได้ โดยใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) นอกจากการแก้สมการโดยปริยายที่ได้กล่าวมาแล้ว ยังมีสมการการประมาณขอบของแบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ที่มีความหนาของไดอิเล็กตริกในรูปแบบหนึ่งในสี่ของความยาวคลื่นตกกระทบแบบตั้งฉาก (quarter wave layer at normal incidence) และความหนาใด ๆ ซึ่งเป็นสมการโดยชัดแจ้ง (explicit equation) ดังแสดงในบทความ [Kim and Hwangbo, 2002] และ [Lekner, 2000] ตามลำดับ

การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด เมื่ออัตราชนหักเหของชั้นวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ



รูปที่ 4 คลื่นแสงตกกระทบระนาบ $x-z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวน N คู่ และค่าอัตราชนหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ

ในหัวข้อที่แล้วได้พิจารณาแถบ (band) ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ โดยใช้เลขคลื่นโฟลเควท เพื่อความถูกต้องในการพิจารณาโดยใช้เลขคลื่นโฟลเควทและสอดคล้องกับเส้นใยแสงในทางปฏิบัติ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะพิจารณาตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนจำกัด โดยใช้สัมประสิทธิ์ การสะท้อน (reflection coefficient) หรือความสะท้อน (reflectance) ซึ่งผลที่ได้ควรจะสอดคล้องกับการ พิจารณาโดยใช้เลขคลื่นโฟลเควท นั่นคือแถบหยุด (stop band) เป็นช่วงที่มีเลขคลื่นโฟลเควทเป็นจำนวน เชิงซ้อนควรจะสอดคล้องกับเป็นช่วงที่มีความสะท้อนมาก (high reflectance) และ

แถบผ่าน (pass band) เป็นช่วงที่มีเลขคลื่นโฟลเควเป็นจำนวนจริง ควรจะสอดคล้องกับเป็นช่วงที่มีความสะท้อนน้อย (low reflection)

พิจารณาคลื่นระนาบตกกระทบตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหสลับกัน เป็นรายการจำนวน N คู่ หรือจำนวนหนึ่งหน่วยเซลล์ N หนึ่งหน่วยเซลล์ ดังรูปที่ 4 หาสัมประสิทธิ์การสะท้อนได้จาก [Yeh, Yariv and Hong, 1977]

$$r_N = \left(\frac{b_0}{a_0} \right)_{b_N=0} \quad (24)$$

เมื่อ r_N เป็นสัมประสิทธิ์การสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีไดอิเล็กตริกจำนวน N คู่ a_0 เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นระนาบตกกระทบและ b_0 เป็นแอมพลิจูดเชิงซ้อนของคลื่นระนาบสะท้อน เราจะได้ ความสัมพันธ์ของ a_0, b_0 กับ a_N, b_N ดังสมการ

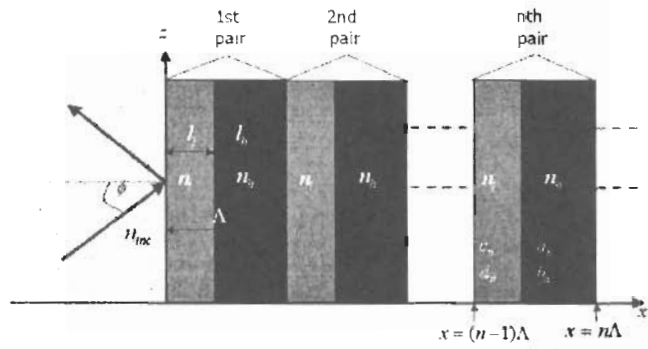
$$\begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D & -B \\ -C & A \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} a_N \\ b_N \end{pmatrix} \quad (25)$$

ค่าความสะท้อนหาได้จากกำลังสองของค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์การสะท้อน จะได้

$$|r_N|^2 = \frac{|C|^2}{|C|^2 + (\sin K\Lambda / \sin NK\Lambda)^2} \quad (26)$$

การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้น วัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายการ

ในหัวข้อที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ผู้วิจัยได้นำเสนอการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายการ ในหัวข้อนี้จะนำเสนอการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายการ



รูปที่ 5 คลื่นแสงตกกระทบบนระนาบ $x-z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวนอนันต์และค่าดัชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ

พิจารณาตัวสะท้อนแบบแบรกก์บนระนาบ $x-z$ ใด ๆ ดังรูปที่ 5 ให้ชั้นไดอิเล็กตริกไม่เป็นวัสดุแม่เหล็กและมีหน้าตัดข้างดรรชนีหักเหเป็นดังนี้

$$n(x) = \begin{cases} n_l, & 0 < x < l_l \\ n_h, & l_l < x < \Lambda \end{cases} \quad (27)$$

เมื่อ l_h และ $l_l = \Lambda - l_h$ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกชนิดที่ 1 และ 2 ตามลำดับ และ Λ เป็นความหนาของชั้นไดอิเล็กตริกหนึ่งหน่วยเซลล์ การกระจายสนามไฟฟ้า $E(x)$ ภายในแต่ละชั้นเอกพันธ์ในหนึ่งหน่วยเซลล์ที่ n เขียนได้ดังนี้

$$E(x) = \begin{cases} c_n e^{ik_{lx}(x-(n-1)\Lambda)} + d_n e^{-ik_{lx}(x-(n-1)\Lambda)}, & (n-1)\Lambda < x < (n-1)\Lambda + l_l \\ a_n e^{ik_{hx}(x-[(n-1)\Lambda+l_l])} + b_n e^{-ik_{hx}(x-[(n-1)\Lambda+l_l])}, & (n-1)\Lambda + l_l < x < n\Lambda \end{cases} \quad (28)$$

เมื่อ k_{lx} และ k_{hx} เป็นเลขคลื่นในไดอิเล็กตริกชั้นที่ 1 และ 2 มีค่า $k_{lx} = \sqrt{(k_0 n_l)^2 - \beta^2}$ และ $k_{hx} = \sqrt{(k_0 n_h)^2 - \beta^2}$ ตามลำดับ

เมื่อดำเนินการในทำนองกัน เราจะสังเกตว่าสมการที่ได้จะคล้ายกับสมการ (5)-(6), (8)-(11) และ (13)-(16) โดยการแทนตัวห้อย (subscript) l ด้วย h และแทน h ด้วย l จะได้เลขคลื่นโพลาไรซ์ของโหมด TE K_{TE} ดังสมการ

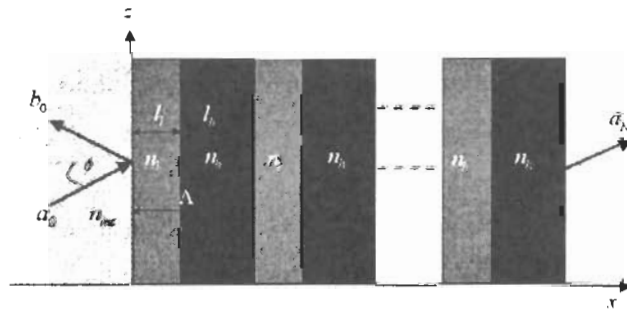
$$K_{TE} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{lx} l_l) \cos(k_{hx} l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_{lx}}{k_{hx}} + \frac{k_{hx}}{k_{lx}} \right) \sin(k_{lx} l_l) \sin(k_{hx} l_h) \right] \quad (29)$$

และเลขคลื่นโฟลเคทของโหมด TM K_{TM} ดังสมการข้างล่าง

$$K_{TM} = \frac{1}{\Lambda} \cos^{-1} \left[\cos(k_{ic} l_i) \cos(k_{ic} l_h) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_h^2 k_{ic}}{n_i^2 k_{ic}} + \frac{n_i^2 k_{ic}}{n_h^2 k_{ic}} \right) \sin(k_{ic} l_i) \sin(k_{ic} l_h) \right] \quad (30)$$

พิจารณาเลขคลื่นโฟลเคท พบว่าเลขคลื่นโฟลเคทของโหมด TE K_{TE} ในสมการ (21) เท่ากับสมการ (29) และเลขคลื่นโฟลเคทของโหมด TM K_{TM} ในสมการ (23) เท่ากับสมการ (30) ดังนั้นสรุปได้ว่า แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ เมื่อดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ เท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ เมื่อดรรชนีหักเหของวัสดุหุ้มมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ

การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด เมื่อดรรชนีหักเหของชั้นวัสดุหุ้มมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ



รูปที่ 6 คลื่นแสงตกกระทบบนระนาบ $x - z$ ใด ๆ ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกจำนวน N คู่ และค่าดรรชนีหักเหของชั้นไดอิเล็กตริกมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ

พิจารณาคลื่นระนาบตกกระทบบนตัวสะท้อนแบบแบรกก์ที่มีดรรชนีหักเหสลับกัน เป็นรายคาบจำนวน N คู่ หรือจำนวนหนึ่งหน่วยเซลล์ N หนึ่งหน่วยเซลล์ ดังรูป 6 สามารถหาสัมประสิทธิ์การสะท้อน r_N ได้จากสมการ (24) ดังนั้นเราจะได้ความสะท้อนดังสมการข้างล่าง

$$|r_N|^2 = \frac{|C|^2}{|C|^2 + (\sin KA / \sin NKA)^2} \quad (31)$$

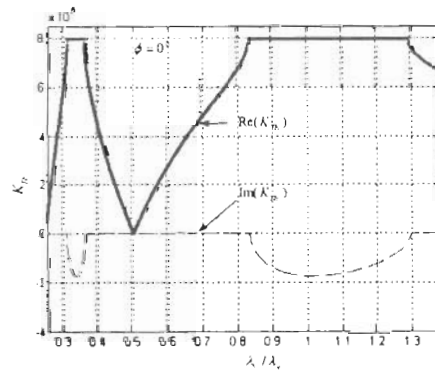
พิจารณาความสะท้อน พบว่าค่าความสะท้อนในสมการ (26) เท่ากับสมการ (31) ดังนั้นสรุปได้ว่า แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด เมื่อดรรชนีหักเห

ของวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อยสลับกันเป็นรายคาบ จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนจำกัด เมื่อตรงกันหักเหของวัสดุหุ้มมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ

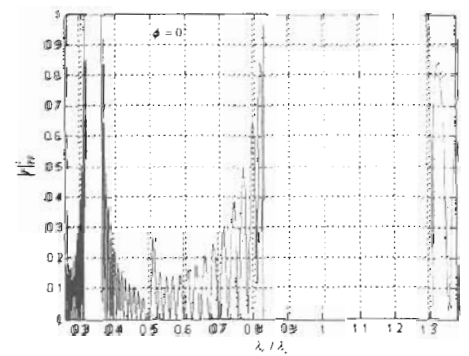
ผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ในกรณีตัวอย่าง

การวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM

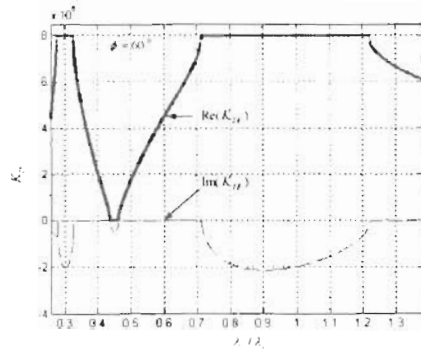
พิจารณากรณีที่พารามิเตอร์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ในรูปที่ 3 มีค่าดังนี้ **ตรงขึ้นหักเหของ** ตัวกลางตกกระทบ $n_{inc} = 1$ **ตรงขึ้นหักเหของชั้นไดอิเล็กทริกชนิดที่ 1** $n_1 = n_h = 3.0$ **ตรงขึ้นหักเหของ** ชั้นไดอิเล็กทริกชนิดที่ 2 $n_2 = n_l = 1.5$ การออกแบบชั้นไดอิเล็กทริกใช้หลักการกักกันที่เหมาะสมที่สุด นั่นคือ $k_1 l_1 = k_2 l_2 = \pi/2$ จะให้ความหนาของชั้นไดอิเล็กทริกชนิดที่ 1 $l_1 = 0.13 \mu m$ ความหนาของชั้นไดอิเล็กทริกชนิดที่ 2 $l_2 = 0.265 \mu m$ ที่ความยาวคลื่นกลาง $\lambda_c = 1.55 \mu m$ ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโฟลเคทโหมด TE K_{TE} และค่าความสะท้อนโหมด TE $|r_{TE}|^2$ กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 60^\circ$ และ 90° ตามลำดับ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กทริก 15 คู่ ดังรูปที่ 7 และจะได้แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TE โดยใช้เลขคลื่นโฟลเคทโหมด TE K_{TE} หรือค่าความสะท้อนโหมด TE $|r_{TE}|^2$ ระหว่างมุมตกกระทบ ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กทริก 15 คู่ ดังรูปที่ 8



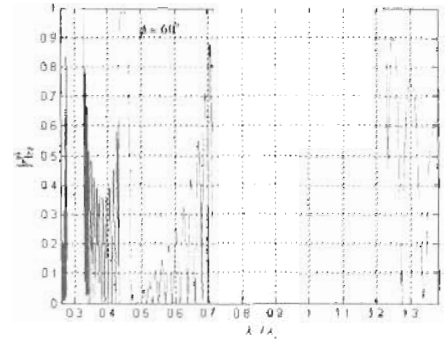
(ก)



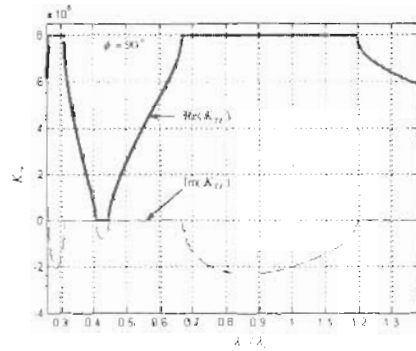
(ข)



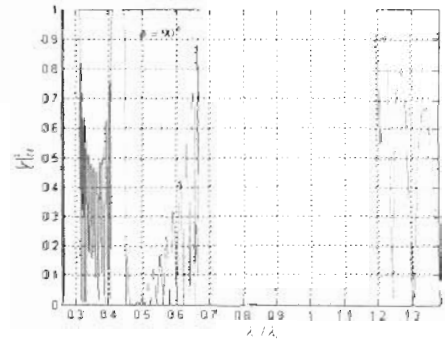
(ก)



(ง)



(จ)

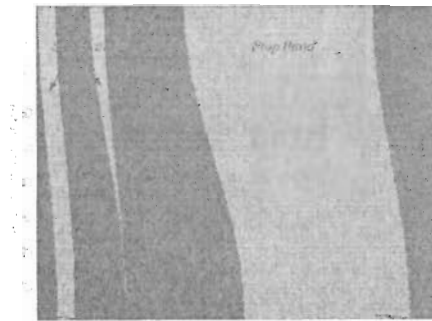


(ฉ)

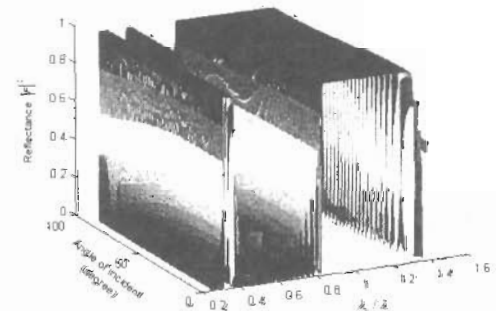
รูปที่ 7 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TE และค่าความสะท้อนโหมด TE กับ λ_0/λ ที่มุมตกกระทบ

$\phi = 0^\circ, 60^\circ$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ และ 90° (ก) K_{TE} ที่ $\phi = 0^\circ$ (ข) $|r_{TE}|^2$ ที่ $\phi = 0^\circ$

(ค) K_{TE} ที่ $\phi = 60^\circ$ (ง) $|r_{TE}|^2$ ที่ $\phi = 60^\circ$ (จ) K_{TE} ที่ $\phi = 90^\circ$ (ฉ) $|r_{TE}|^2$ ที่ $\phi = 90^\circ$



(ก)

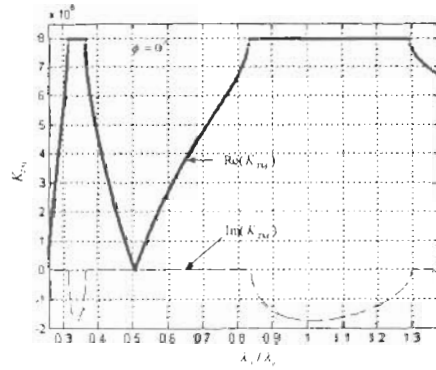


(ข)

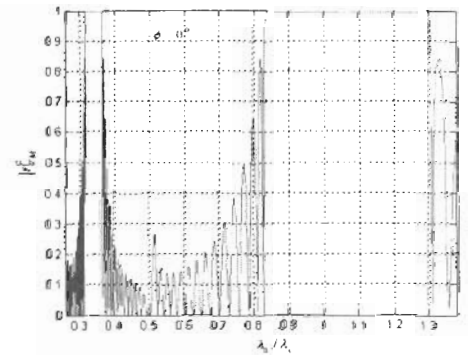
รูปที่ 8 แยกค่าและแยกโหมดโหมด TE เมื่อมุมตกกระทบ ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับ λ_0/λ

(ก) พิจารณาตาม K_{TE} (ข) พิจารณาตาม $|r_{TE}|^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่

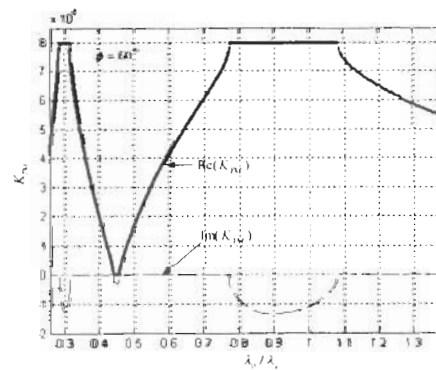
ในทำนองเดียวกันสำหรับคลื่นโหมด TM จะได้ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TM K_{TM} และค่าความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c ที่มุมตกกระทบ 0° , 60° และ 90° ตามลำดับ เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม 15 คู่ ดังรูปที่ 9 และแถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM โดยใช้เลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TM K_{TM} หรือค่าความสะท้อนโหมด TM $|r|_{TM}^2$ ระหว่างมุมตกกระทบ ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ ดังรูปที่ 10



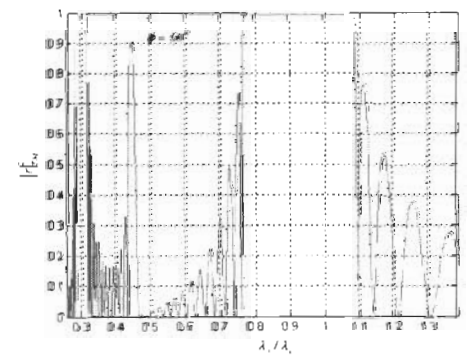
(ก)



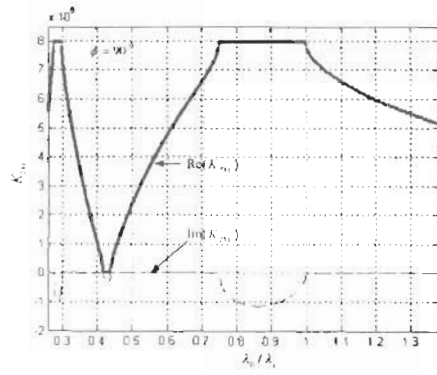
(ข)



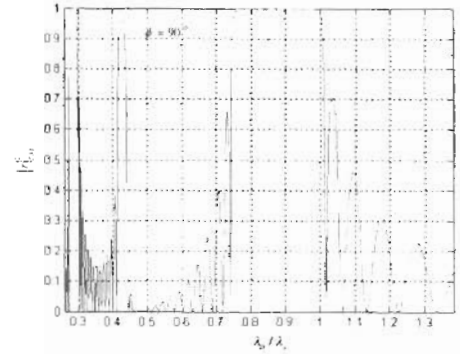
(ค)



(ง)



(จ)



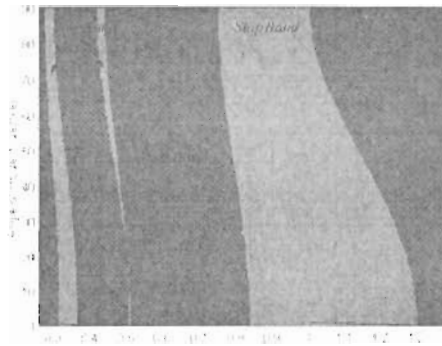
(ฉ)

รูปที่ 9 ความสัมพันธ์ระหว่างเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TM และค่าความสะท้อนโหมด TM ที่มุมตกกระทบ

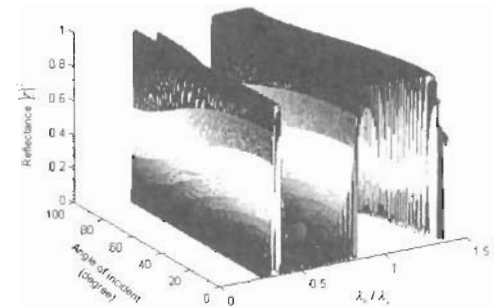
$\phi = 0^\circ, 60^\circ$ และ 90° เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่ กับ λ_0/λ_c (ก) K_{TM} ที่ $\phi = 0^\circ$

(ข) $|r_{TM}|^2$ ที่ $\phi = 0^\circ$ (ค) K_{TM} ที่ $\phi = 60^\circ$ (ง) $|r_{TM}|^2$ ที่ $\phi = 60^\circ$ (จ) K_{TM} ที่ $\phi = 90^\circ$

(ฉ) $|r_{TM}|^2$ ที่ $\phi = 90^\circ$



(ก)



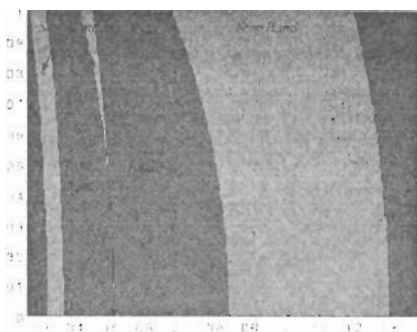
(ข)

รูปที่ 10 แถบผ่านและแถบหยุดโหมด TM เมื่อมุมตกกระทบ ϕ ในช่วง 0° ถึง 90° กับ λ_0/λ_c

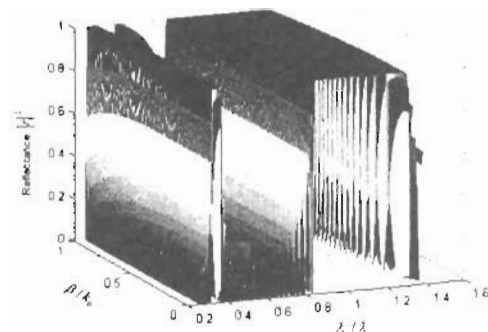
(ก) พิจารณาตาม K_{TM} (ข) พิจารณาตาม $|r_{TM}|^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่

จากการพิจารณาค่าเลขคลื่นโพลาไรซ์โหมด TE K_{TE} และ TM K_{TM} กับค่าความสะท้อนโหมด TE $|r_{TE}|^2$ และ TM $|r_{TM}|^2$ เมื่อจำนวนคู่ของวัสดุหุ้ม 15 คู่ ในช่วงมุมตกกระทบ 0° ถึง 90° ตามรูปที่ 7 ถึง 10 พบว่า เมื่อ K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนจริง แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบผ่าน ซึ่ง $|r_{TE}|^2, |r_{TM}|^2$ ในช่วงดังกล่าวมีค่าน้อย เมื่อ K_{TE}, K_{TM} เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่มีค่า $K_{TE}, K_{TM} = m\pi/\Lambda + jK$ โดยที่ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ และ K เป็นส่วนจินตภาพ แสดงว่าช่วงนั้นเป็นแถบหยุด ซึ่ง $|r_{TE}|^2, |r_{TM}|^2$ ในช่วงดังกล่าวจะมีค่ามาก และเมื่อ $K_{TE}, K_{TM} = m\pi/\Lambda$ โดยที่ $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ จะได้ขอบของแบนด์วิดท์

เมื่อเราเปลี่ยนมุมตกกระทบ ϕ หมายความว่า เราเปลี่ยนค่าคงที่ของการแพร่กระจายคลื่น β หรือค่าดรรชนีประสิทธิผล β/k_0 ตามความสัมพันธ์ $\beta/k_0 = n_{\text{inc}} \sin \phi$ พิจารณาค่าดรรชนีประสิทธิผล β/k_0 กับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c จะได้แถบผ่าน และแถบหยุดของโมด TE และ TM ดังรูปที่ 11 และ 12 ตามลำดับ



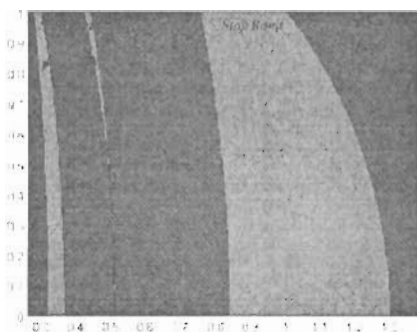
(ก)



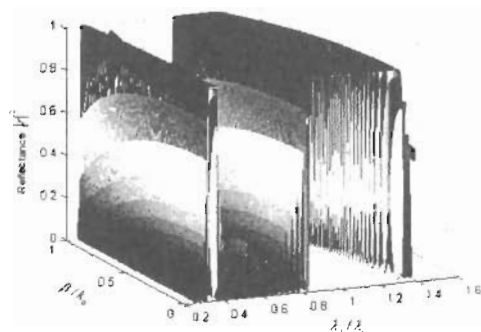
(ข)

รูปที่ 11 แถบผ่านและแถบหยุดโมด TE ของความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 กับ λ_0/λ_c

(ก) พิจารณาตาม K_{TE} (ข) พิจารณาตาม $|r|_{TE}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่



(ก)



(ข)

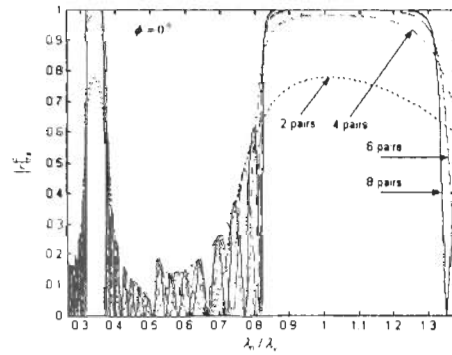
รูปที่ 12 แถบผ่านและแถบหยุดโมด TM ของความสัมพันธ์ระหว่าง β/k_0 กับ λ_0/λ_c

(ก) พิจารณาตาม K_{TM} (ข) พิจารณาตาม $|r|_{TM}^2$ เมื่อจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก 15 คู่

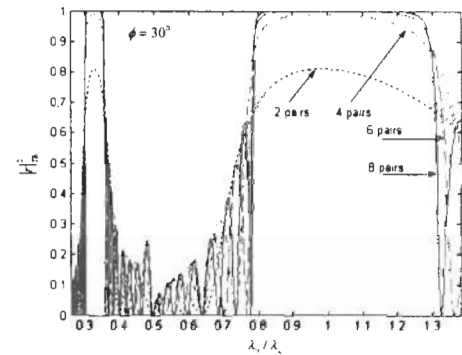
ค่าความสะท้อนโมด TE และ TM เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก

พิจารณาพารามิเตอร์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์มีค่าเช่นเดียวกับตัวสะท้อนแบบแบรกก์ในหัวข้อที่แล้ว จะได้ค่าความสะท้อนโมด TE $|r|_{TE}^2$ และความสะท้อนโมด TM $|r|_{TM}^2$ ขึ้นกับความยาวคลื่นนอร์มัลไลซ์ λ_0/λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบ $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ และ 90° ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$ ดังรูปที่ 13 และ 14 ตามลำดับ

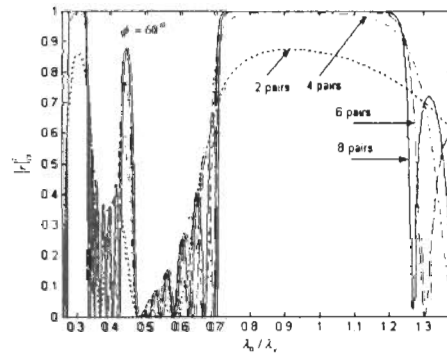
เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก พบว่ามีผลต่อความสะท้อนโมด TE $|r_{TE}|^2$ และความสะท้อนโมด TM $|r_{TM}|^2$ ในช่วงแถบหยุดอย่างมาก และแทบจะไม่มีผลต่อความสะท้อนโมด TE $|r_{TE}|^2$ และความสะท้อนโมด TM $|r_{TM}|^2$ ในช่วงแถบผ่านที่มุมตกกระทบต่าง ๆ โดยเมื่อเพิ่มจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริก ค่าความสะท้อนก็จะเพิ่มขึ้น นั่นคือทำให้คลื่นแสงเกิดการสะท้อนกลับในแนวรัศมีในเส้นใยแสงแบบแบร็กก์ หมายความว่าโมดที่ถูกนำหรือโมดของคลื่นแสงที่ไม่มีการสูญเสียกำลังแสงจะเกิดขึ้นได้ในเส้นใยแสงแบบแบร็กก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มที่มีค่าอนันต์หรือมากเพียงพอเท่านั้น



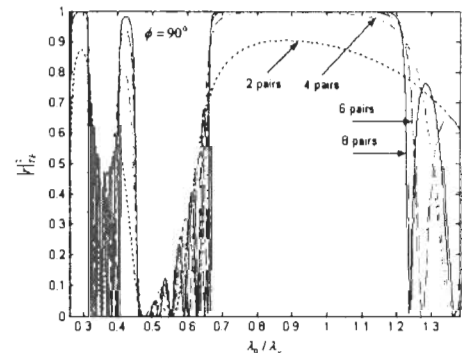
(ก)



(ข)

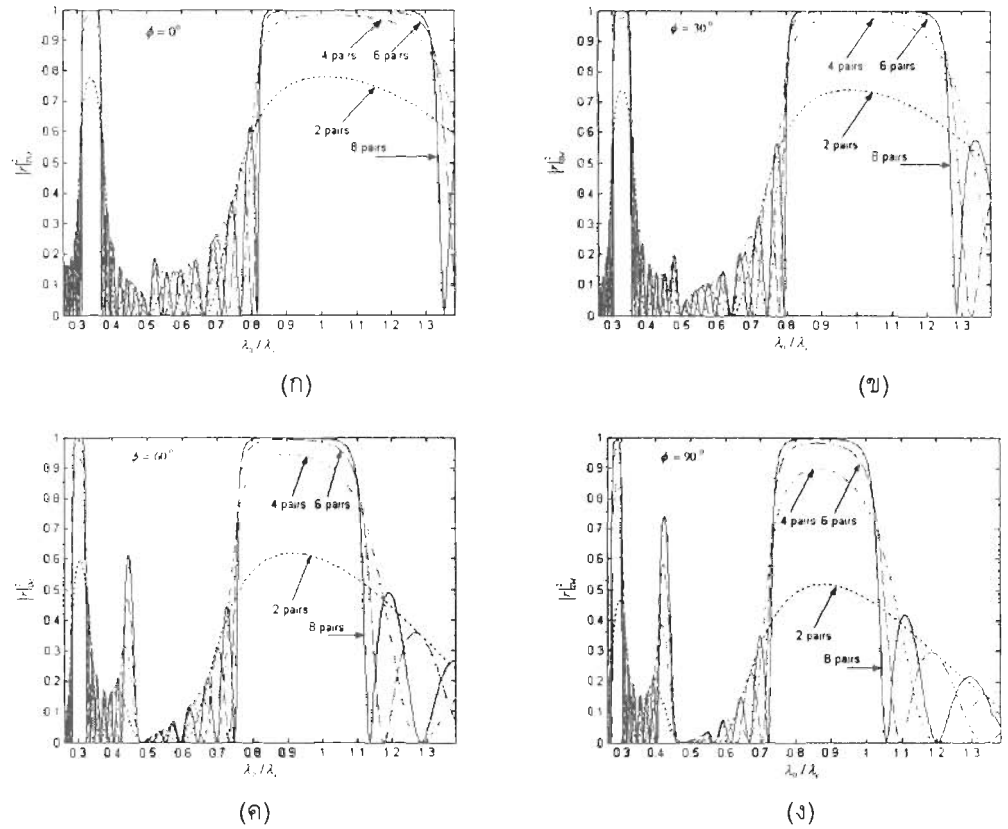


(ค)



(ง)

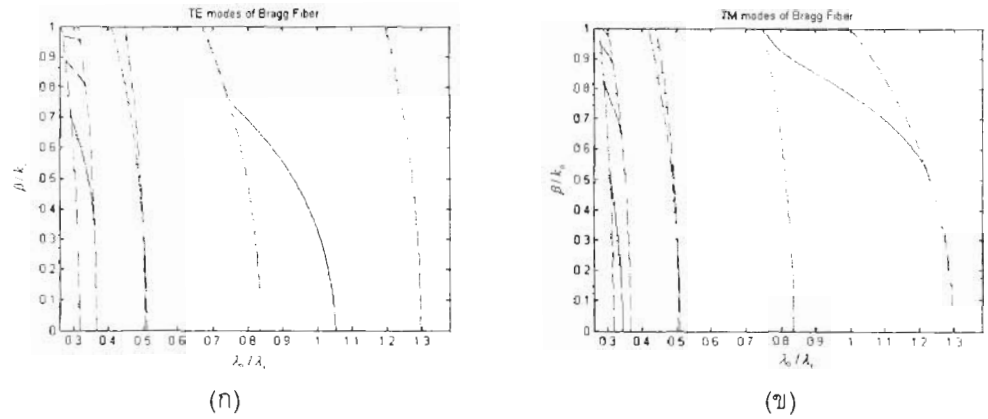
รูปที่ 13 ความสัมพันธ์ระหว่าง $|r_{TE}|^2$ กับ λ_0/λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มุมตกกระทบต่าง ๆ (ก) $\phi = 0^\circ$ (ข) $\phi = 30^\circ$ (ค) $\phi = 60^\circ$ (ง) $\phi = 90^\circ$



รูปที่ 14 ความสัมพันธ์ระหว่าง $|T|^2$ กับ λ_0/λ_c เมื่อเปลี่ยนแปลงจำนวนคู่ของชั้นไดอิเล็กตริกที่มีมุมตกกระทบต่าง ๆ (ก) $\phi = 0^\circ$ (ข) $\phi = 30^\circ$ (ค) $\phi = 60^\circ$ (ง) $\phi = 90^\circ$

แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$

ในหัวข้อนี้จะนำผลการวิเคราะห์แถบผ่านและแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ของโหมด TE และ TM ในช่วง $0.258 < \lambda_0/\lambda_c < 1.382$ ดังกล่าวมาแล้วในหัวข้อข้างต้น มาเปรียบเทียบกับช่วงที่เกิดโหมดที่ถูกนำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ที่ได้กล่าวไว้แล้วในบทความ [อาคม แก้วระวัง และทับทิม อ่างแก้ว, 2548] ได้ผลดังรูปที่ 15

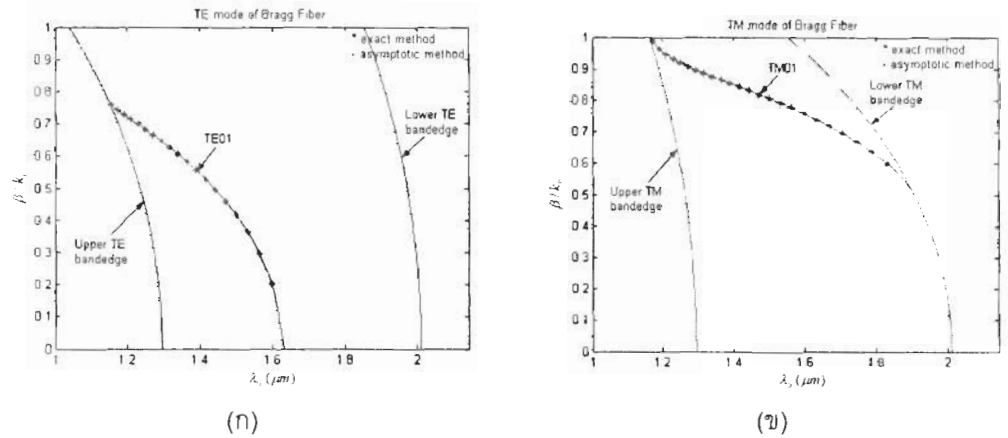


รูปที่ 15 ความสัมพันธ์ระหว่างแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโมดที่ถูกนำของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ (ก) โมด TE (ข) โมด TM

เมื่อเปรียบเทียบแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ กับโมดที่ถูกนำของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ในช่วง $0.258 < \lambda_0 / \lambda_c < 1.382$ พบว่าโมดที่ถูกนำของเส้นใยแสงแบบแบรกก์จะเกิดในช่วงแถบหยุดของตัวสะท้อนแบบแบรกก์แล้วไปสิ้นสุดที่ขอบของแบนด์วิดท์ ซึ่งช่วงดังกล่าวจะมีค่าความสะท้อนมากจึงเกิดการกักกันแสงในแนวรัศมี หมายความว่า เส้นใยแสงแบบแบรกก์สามารถใช้นำคลื่นแสงได้ในช่วงดังกล่าว และในช่วงแถบผ่านของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ก็เกิดโมดที่ถูกนำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ซึ่งช่วงดังกล่าวจะมีค่าความสะท้อนน้อยจึงไม่เกิดการกักกันแสงในแนวรัศมี หมายความว่าเส้นใยแสงแบบแบรกก์ไม่สามารถใช้นำคลื่นแสงได้ในช่วงดังกล่าว นั่นเอง

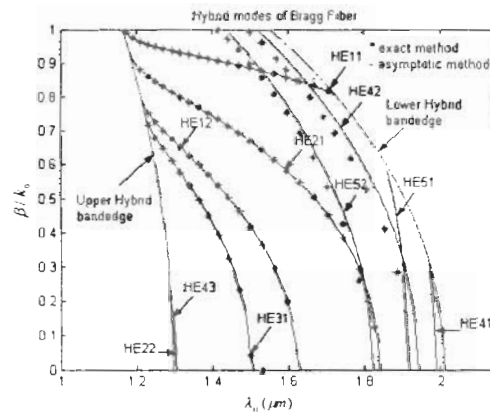
แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ของโมด TE TM และ ไฮบริด ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$

ในหัวข้อนี้ จะนำผลการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ซึ่งกล่าวในหัวข้อข้างต้น มาเปรียบเทียบกับช่วงที่เกิดโมดที่ถูกนำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์ ที่วิเคราะห์โดยใช้การวิเคราะห์เชิงวิเคราะห์ ซึ่งกล่าวในบทความ [อาคม แก้วระวัง และทับทิม อ่างแก้ว, 2548] พบว่าแถบหยุดโมด TE ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์มีความสัมพันธ์กับโมดที่ถูกนำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โมด TE และแถบหยุดโมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์มีความสัมพันธ์กับโมดที่ถูกนำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โมด TE ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$ ดังรูปที่ 16 (ก) และ (ข) ตามลำดับ



รูปที่ 16 ความสัมพันธ์ระหว่างแถบหยุดโหมด TE ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมด TE ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$ (ก) โหมด TE (ข) โหมด TM

พิจารณาโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมดไฮบริดที่วิเคราะห์ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงวิเคราะห์ ซึ่งกล่าวในบทความ [Agrawal, 1992] มีความสัมพันธ์กับส่วนที่ซ้อนทับกัน (overlap) ระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ดังรูปที่ 17

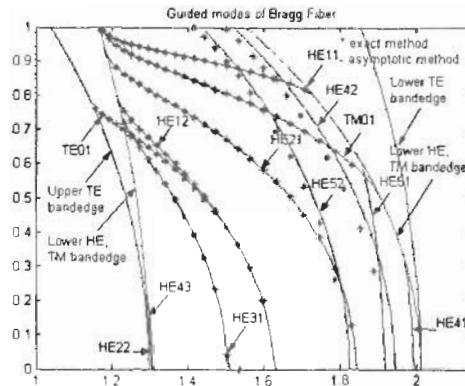


รูปที่ 17 ความสัมพันธ์ระหว่างส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์กับโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมดไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu m < \lambda_0 < 2.2 \mu m$

จากการพิจารณาพบว่าโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมด TE และ TM จะเกิดในช่วงแถบหยุดโหมด TE และ TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ และโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมดไฮบริด จะเกิดในส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่าแบนด์วิธของเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมด TE TM และ

ไฮบริด หาได้จากแถบหยุดโหมด TE TM และส่วนซ้อนทับกันระหว่างแถบหยุดโหมด TE กับแถบหยุดโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ ตามลำดับ

เมื่อพิจารณาแบนด์วิดท์และโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมด TE TM และไฮบริดที่มีอันดับ $1 \leq l \leq 5$ หรือโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$ รวมกัน จะได้ดังรูปที่ 18 และพบว่าแบนด์วิดท์ของโหมด TM จะแคบกว่าหรือเท่ากับแบนด์วิดท์ของโหมด TE ที่ทุกมุมตกกระทบ ϕ หรือทุกค่า β/k_0 ดังนั้นแบนด์วิดท์ของโหมด TM จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของโหมดไฮบริด ทุกมุมตกกระทบ ϕ หรือทุกค่า β/k_0



รูปที่ 18 แบนด์วิดท์และโหมดที่ถูกลำในเส้นใยแสงแบบแบรกก์ของโหมดที่มีอันดับ $0 \leq l \leq 5$ ในช่วง $1.0 \mu\text{m} < \lambda_0 < 2.2 \mu\text{m}$

นอกจากนี้แล้ว หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ดังกล่าว ยังสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์เส้นใยนำแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลได้อีกด้วย โดยชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลจะเหมือนกับ ชั้นวัสดุหุ้มของเส้นใยแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ ดังนั้นแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียล จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์แกนอากาศ

สรุป

ในบทนี้ได้นำเสนอการวิเคราะห์แบนด์วิดท์และขอบของแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ โดยพิจารณาเลขคลื่นโฟลเคทและความสะท้อนของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์โหมด TE TM และไฮบริด สามารถวิเคราะห์ได้จากแถบหยุดโหมด TE TM และแถบหยุดที่ซ้อนทับกันระหว่างโหมด TE กับโหมด TM ของตัวสะท้อนแบบแบรกก์ใน 1 มิติ ตามลำดับ การวิเคราะห์แบนด์วิดท์โดยใช้เลขคลื่นโฟลเคทจะให้ผลสอดคล้องกับการวิเคราะห์แบนด์วิดท์โดยใช้ค่าสัมประสิทธิ์การสะท้อนหรือค่าความสะท้อน แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ (หรือจำกัด) เมื่อตรรกะนี้หักเหของวัสดุหุ้มมีค่ามาก-น้อย สลับกันเป็นรายคาบ จะเท่ากับแบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์ที่มีจำนวนคู่ของวัสดุหุ้มจำนวนอนันต์ (หรือไม่จำกัด)

เมื่อตรวจสอบหักเหของวัสดุหุ้มมีค่าน้อย-มาก สลับกันเป็นรายคาบ นอกจากการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ของเส้นใยแสงแบบแบรกก์แกนอากาศแล้ว หลักการวิเคราะห์แบนด์วิดท์ดังกล่าวยังสามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์เส้นใยแสงแบบแบรกก์โคแอกเซียลหรือแกนมีค่าดัชนีหักเหมากได้ด้วย

เอกสารอ้างอิง

- อาคม แก้วระวัง และทับทิม อ่างแก้ว. 2548. การวิเคราะห์โหมดที่ถูกลำและคุณลักษณะของเส้นใยแสงแบบแบรกก์. **วิศวกรรมสาร ม.ข.** 32, 3: 353-373.
- Agrawal, G. P. 1992. **Fiber-Optic Communication Systems**. Singapore.: John Wiley & Sons.
- Argyros, A. 2002. Guided modes and loss in **Bragg fibres**. **Optics Express**. 10, 24: 1411-1417.
- Argyros, A. and Bassett, I. M. 2002. Elimination of polarization degeneracy in round waveguides. **Optics Express**. 10, 23: 1342-1346.
- Kawanishi, T., and Izutsu, M. 2000. Coaxial periodic optical waveguide. **Optics Express**. 7,1: 10-22.
- Kim, S. H. and Hwangbo, C. K. 2002. Design of omnidirectional high reflectors with quarter-wave dielectric stacks for optical telecommunication bands. **Applied Optics**. 41,16: 3187-3192.
- Lekner, J. 2000. Omnidirectional reflection by multilayer dielectric mirrors. **Journal of Optical Society of America : Pure Applied Optics**. 2: 349-352.
- Xu, Y., Ouyang, G. X., Lee, R. K., and Yariv, A.. 2002. Asymptotic Matrix Theory of Bragg Fibers. **Journal of Lightwave Technology**. 20, 3: 428-440.
- Xu, Y., Lee, R. K., and Yariv, A.. 2000. Asymptotic analysis of **Bragg fibers**. **Optics Letters**. 25, 24: 1756-1758.
- Yeh, P., Yariv, A. and Hong, C. S. 1977. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory. **Journal of Optical Society of America**. 67, 4: 423-438.
- Yeh, P., Yariv, A., and Marom, E. 1978. Theory of Bragg fiber. **Journal of Optical Society of America**. 68, 9: 1196-1201.