



KKU Engineering Journal

<http://www.en.kku.ac.th/enjournal/th/>**พฤติกรรมทางทฤษฎีของการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกที่สัมผัสเป็นวงกลม
ด้วยสารหล่อลื่นนิวโตเนียน****Theoretical behaviors of elastohydrodynamic lubrication in circular contact with newtonian fluid**

ขนิษฐา วงษ์สีดาแก้ว*

Khanittha Wongseedakaew*

ภาควิชาเทคโนโลยีวิศวกรรมเครื่องกล วิทยาลัยเทคโนโลยีอุตสาหกรรม

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ กรุงเทพฯ 10800

Received December 2011

Accepted June 2012

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิกของทรงกลมกับแผ่นเรียบที่มีการสัมผัสเป็นแบบวงกลม ในสภาวะคงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลนิวโตเนียนเมื่อไม่คิดผลจากการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของสารหล่อลื่น โดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม ระเบียบวิธีนิวตันราฟสันกับระเบียบวิธีมัลติกริด หาคำตอบของสมการเรย์โนลด์ ในสภาวะคงตัว สมการการเปลี่ยนรูปร่างของวัสดุ สมการการเปลี่ยนแปลงความหนืดและความหนาแน่นของสารหล่อลื่น เพื่อหาการกระจายตัวของความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น และความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในช่วงสัมผัส จากการจำลองผลพบว่า เมื่อภาระที่ทรงกลมกับแผ่นเรียบได้รับเพิ่มขึ้น ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจะมีค่าลดลง การเพิ่มขึ้นของความเร็วของผิวสัมผัสทำให้ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น

คำสำคัญ : สมการเรย์โนลด์ การหล่อลื่นแบบอีลาสโตไฮโดรไดนามิก วิธีมัลติกริด การสัมผัสเป็นวงกลม

Abstract

This paper presents the theoretical behaviors of isothermal elastohydrodynamic lubrication with Newtonian fluid for a sphere on plate in circular contact. The time independent Reynolds equation, elastic equation and viscosity equation were formulated for compressible fluid. Finite Difference method, Newton-Raphson method and multigrid method were implemented to obtain the film pressure profiles and film thickness profiles in the contact region at various loads and speeds. The simulation results show that the film pressure increase but minimum film thickness decrease when the loads increase. For increasing the speeds, film thickness increases.

Keywords : Reynolds equation, Elastohydrodynamic lubrication, Multigrid method, Circular contact

*Corresponding author.

Email address: khanitthaw@kmutnb.ac.th.

1. บทนำ

การหล่อลื่นฟิล์มบางมีความสำคัญเป็นอย่างยิ่งในระบบหล่อลื่นเพราะสามารถรับภาระได้สูง และมีค่าสัมประสิทธิ์ความเสียดทานต่ำ แต่การศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบฟิล์มบางมีความยุ่งยากและสลับซับซ้อน ดังนั้นในงานวิจัยนี้ศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกของทรงกลมกับแผ่นเรียบที่มีการสัมผัสเป็นแบบวงกลม [1] ศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีการสัมผัสเป็นเส้นโดยใช้วิธีเชิงตัวเลข พบว่าฟิล์มสารหล่อลื่นที่เกิดขึ้นบางมาก Zhao และ Sadeghi [2] ศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่สัมผัสเป็นวงกลม ขณะที่ความเร็วของผิวสัมผัสมีค่าลดลง [3] ศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีการสัมผัสเป็นวงรีด้วยสารหล่อลื่นที่เป็นของไหลนิวโตเนียนในสภาวะไม่คงตัว [4] ศึกษาผลกระทบจากความร้อนที่เกิดจากอัดตัวที่มีต่อแรงเสียดทานและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีการสัมผัสเป็นวงกลม [5] ศึกษาพฤติกรรมของการสึกหรบในข้อสะโพกเทียมที่เป็นโลหะ แต่การวิเคราะห์หาคำตอบของสมการเรย์โนลด์ มีความยุ่งยากและใช้เวลาคำนวณนาน [6-7] จึงได้นำเสนอวิธีมัลติกริดที่มีประสิทธิภาพเพื่อลดระยะเวลาการคำนวณและได้นำวิธีการไปใช้ลดเวลาในการคำนวณการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกแบบผิวเรียบ

บทความนี้ศึกษาพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกของทรงกลมที่หมุนอยู่บนแผ่นเรียบที่มีการสัมผัสเป็นรูปวงกลมในสภาวะคงตัวด้วยสารหล่อลื่นที่มีพฤติกรรมเป็นของไหลนิวโตเนียนไม่คิดผลการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิสารหล่อลื่น โดยประยุกต์ใช้ระเบียบวิธีผลต่างสืบเนื่อง (Finite Difference Method) ร่วมกับระเบียบวิธีนิวตันราฟสัน (Newton-Raphson Method) สำหรับหาคำตอบของสมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์ และใช้ระเบียบวิธีมัลติกริด (Multigrid Method) เพื่อหาการกระจายตัวของความดันฟิล์มและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อเปลี่ยนแปลงภาระและความเร็วของทรงกลม

2. ทฤษฎีการหล่อลื่น

2.1 สมการโมดิฟายด์เรย์โนลด์

การจำลองผลพฤติกรรมของการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่มีการสัมผัสเป็นวงกลมในกรณีคงตัวจะได้ว่าสมการเรย์โนลด์ในรูปแบบไร้มิติ

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\varepsilon \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{1}{k^2} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\varepsilon \frac{\partial P}{\partial Y} \right) = \quad (1)$$

$$\ddot{E} \left\{ \cos(\psi) \frac{\partial}{\partial X} (\bar{\rho} H) + \frac{\sin(\psi)}{k} \frac{\partial}{\partial Y} (\bar{\rho} H) \right\}$$

เมื่อ

$$\varepsilon = \frac{\bar{\rho} H^3}{\bar{\mu}} \quad (2)$$

$$\ddot{E} = \frac{96 \mu_0 R^2 V}{k^2 P_H D_X^3} \quad (3)$$

โดยมีเงื่อนไขขอบสำหรับสมการเรย์โนลด์

$$P(X_{IN}) = P(X_{OUT}) = \left(\frac{\partial P}{\partial X} \right)_{X_{OUT}} = 0$$

$$P(Y_{IN}) = P(Y_{OUT}) = \left(\frac{\partial P}{\partial Y} \right)_{Y_{OUT}} = 0$$

2.2 สมการความหนาฟิล์มของสารหล่อลื่น

ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่น ขึ้นอยู่กับลักษณะกายภาพของผิวสัมผัสและการเปลี่ยนแปลงรูปร่างของของผิวสัมผัสเนื่องจากความดันฟิล์มของสารหล่อลื่น จะได้ว่าความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นในรูปแบบไร้มิติ

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2k \left(\frac{R_X}{R} \right)} + \frac{Y^2}{\left(\frac{2}{k} \right) \left(\frac{R_Y}{R} \right)} + \left(\frac{4 P_H R}{\pi E' D_X} \right) \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{P(X', Y')}{\sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2}} dX' dY' \quad (4)$$

2.3 สมการความหนาแน่นของสารหล่อลื่น

Dowson [1] ได้นำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างความหนาแน่นของสารหล่อลื่นกับความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น ในรูปแบบไร้มิติจะได้ว่า

$$\bar{\rho} = 1 + \frac{0.6 \times 10^{-9} p}{1 + 1.7 \times 10^{-9} p} \quad (5)$$

2.4 สมการความหนืดของสารหล่อลื่น

Roelands [8] ได้นำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างความหนืดของสารหล่อลื่นกับความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น ในรูปแบบไร้มิติจะได้ว่า

$$\bar{\mu} = \exp \left\{ \left(\frac{(\ln \mu_0 + 9.67) \times}{-1 + (1 + 1.7 \times 10^{-9} p)^{2.1}} \right) \right\} \quad (6)$$

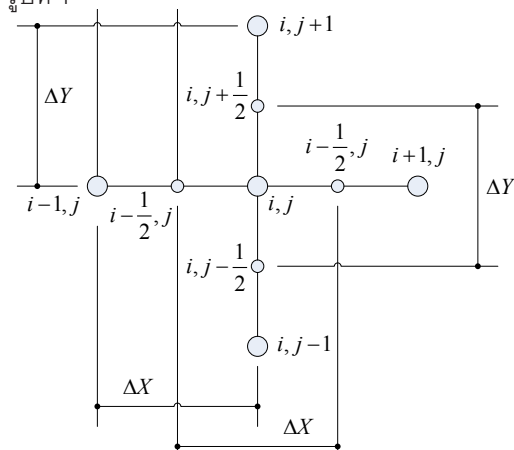
2.5 สมการสมดุลแรง

ภาระที่ทรงกลมกับแผ่นเรียบได้รับจะเท่ากับผลรวมของแรงที่กระทำผ่านฟิล์มของสารหล่อลื่น จะได้ว่าในรูปแบบแบบไร้มิติ

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(X, Y) dX dY = \frac{2\pi}{3} \quad (7)$$

2.6 ระเบียบวิธีผลต่างสี่เหลี่ยม

ประยุกต์ใช้วิธีผลต่างสี่เหลี่ยม (Finite difference method) สำหรับสมการเรย์โนลด์สแบบไร้มิติ พิจารณาจากรูปที่ 1



รูปที่ 1 ขนาดความกว้างระหว่างโนด

เมื่อให้

$$\begin{aligned} \Delta X &= X_{i+1} - X_i = X_i - X_{i-1} \\ \Delta Y &= Y_{j+1} - Y_j = Y_j - Y_{j-1} \\ \left\{ \left(\frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta X} \right) \hat{a}_{i+\frac{1}{2},j} - \left(\frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta X} \right) \hat{a}_{i-\frac{1}{2},j} \right\} + \\ &\frac{1}{k^2} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \left\{ \left(\frac{P_{i,j+1} - P_{i,j}}{\Delta Y} \right) \hat{a}_{i,j+\frac{1}{2}} - \left(\frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta Y} \right) \hat{a}_{i,j-\frac{1}{2}} \right\} \\ &= \bar{E} \left\{ \cos(\psi) [(\bar{\rho}H)_{i,j} - (\bar{\rho}H)_{i-1,j}] + \right. \\ &\left. \left(\frac{\Delta X}{\Delta Y} \right) \frac{\sin(\psi)}{k} [(\bar{\rho}H)_{i,j} - (\bar{\rho}H)_{i,j-1}] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \hat{a}_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{\hat{a}_{i+1,j} + \hat{a}_{i,j}}{2}, \hat{a}_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{\hat{a}_{i,j} + \hat{a}_{i-1,j}}{2} \\ \hat{a}_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{\hat{a}_{i,j+1} + \hat{a}_{i,j}}{2}, \hat{a}_{i,j-\frac{1}{2}} = \frac{\hat{a}_{i,j} + \hat{a}_{i,j-1}}{2} \end{aligned}$$

กระจายสมการความหนาแน่นของสารหล่อลื่นได้

$$H_{i,j} = H_0 + \frac{X_i^2}{2k \left(\frac{R_X}{R} \right)} + \frac{X_j^2}{2 \left(\frac{2}{k} \right) \left(\frac{R_Y}{R} \right)} + \quad (9)$$

$$\dot{U} = \left(\frac{4P_H R}{\pi E D_X} \right) \sum_{l=0}^{N_X} \sum_{m=0}^{N_Y} P(X_l, Y_m)_{i,j,l,m}$$

เมื่อ

$$\begin{aligned} \dot{U}_{i,j,l,m} &= (kY_U) \ln \left| \frac{X_U + \sqrt{X_U^2 + k^2 Y_U^2}}{X_L + \sqrt{X_L^2 + k^2 Y_U^2}} \right| + \\ &(kY_L) \ln \left| \frac{X_L + \sqrt{X_L^2 + k^2 Y_L^2}}{X_U + \sqrt{X_U^2 + k^2 Y_L^2}} \right| + \\ &X_U \ln \left| \frac{kY_U + \sqrt{X_U^2 + k^2 Y_U^2}}{kY_L + \sqrt{X_U^2 + k^2 Y_L^2}} \right| + \\ &X_U \ln \left| \frac{kY_L + \sqrt{X_L^2 + k^2 Y_L^2}}{kY_U + \sqrt{X_L^2 + k^2 Y_U^2}} \right| \end{aligned} \quad (10)$$

2.7 ระเบียบวิธีมัลติกริด (Multigrid method)

วิธีมัลติกริดช่วยลดเวลาการแก้ปัญหาสมการไม่เป็นเชิงเส้นยกตัวอย่าง เช่น สมการเชิงอนุพันธ์ เป็นต้น โดยเริ่มจากการจัดสมการให้อยู่ในรูปแบบสมการไม่ต่อเนื่อง ด้วยการแบ่งกริดออกเป็นระดับ (Level) แต่ละระดับมีจำนวนกริดไม่เท่ากัน ส่วนมากนิยมให้จำนวนกริดในแต่ละระดับเป็นสัดส่วนลดลงครึ่งหนึ่งจากจำนวนกริดเดิมหรือเพิ่มขึ้นสองเท่า การคำนวณอาจจะเริ่มจากระดับที่มีความละเอียดของกริดมากที่สุดแล้วส่งค่าลงไปยังระดับที่กริดหยาบกว่าลงไปเรื่อยๆ จนถึงระดับที่หยาบที่สุดหลังจากนั้นส่งค่าที่คำนวณได้กลับมาที่ระดับกริดละเอียดที่สุดทำซ้ำไปเรื่อยๆ จนกว่าผลเฉลยจะเข้าสู่ค่าตอบหรือผลเฉลยที่มีค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้

บทความนี้สมมติค่าความดันฟิล์มสารหล่อลื่นในสมการเรย์โนลด์ จากนั้นคำนวณตามสมการ (8) ด้วยระเบียบวิธีนิวตันราฟสัน ร่วมกับระเบียบวิธีมัลติกริด เพื่อหาความดันฟิล์มสารหล่อลื่นที่ถูกต้องจนค่าความดันฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าความผิดพลาดที่ยอมรับได้

3. ผลการคำนวณ

ในการศึกษาการหล่อลื่นแบบฟิล์มบาง คุณสมบัติของทรงกลม แผ่นเรียบและสารหล่อลื่นแสดงตามตารางที่ 1 และตารางที่ 2

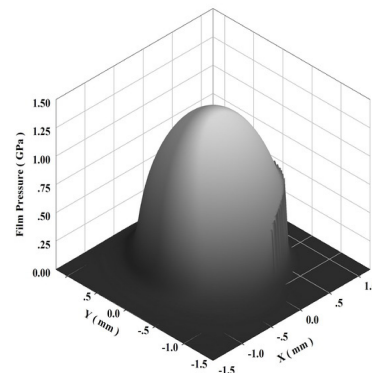
ตารางที่ 1 คุณสมบัติของวัสดุ

คุณสมบัติของวัสดุ	ทรงกลม	แผ่นเรียบ
Modulus of Elasticity, GPa	200	200
Poisson ratio	0.27	0.27

ตารางที่ 2 คุณสมบัติของสารหล่อลื่น

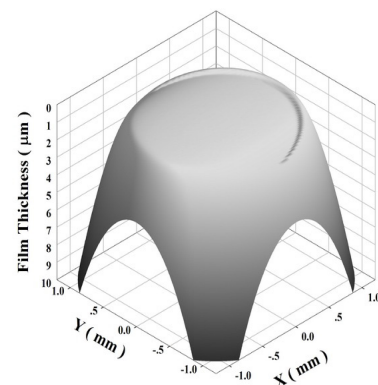
คุณสมบัติของสารหล่อลื่น	SAE 90
Inlet Density (ρ_0), kg/m ³	892.8
Inlet Viscosity, Pa-s	0.1946
Viscosity-Pressure Index	0.5685

ผลการจำลองการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกของทรงกลมที่มีรัศมี 50 มม. หมุนอยู่บนแผ่นเรียบอยู่หนึ่งด้วยความเร็วผิวทรงกลม 2 m/s และรับภาระที่ 2500 N ด้วยสารหล่อลื่น SAE-90 พบว่าความดันเริ่มก่อตัวและมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่ออยู่ในช่วงของการสัมผัส โดยมีค่าสูงสุดที่บริเวณกึ่งกลางของการสัมผัสหลังจากเลยจุดกึ่งกลางของการสัมผัสความดันฟิล์มมีค่าลดลงในลักษณะเป็นครึ่งทรงกลมคว่ำที่บริเวณใกล้ทางออกของช่วงการสัมผัส ความดันฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลงแล้วเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วซึ่งเรียกว่า Pressure Spike ก่อนที่จะมีค่าลดลงอีกครั้ง แสดงดังรูปที่ 2



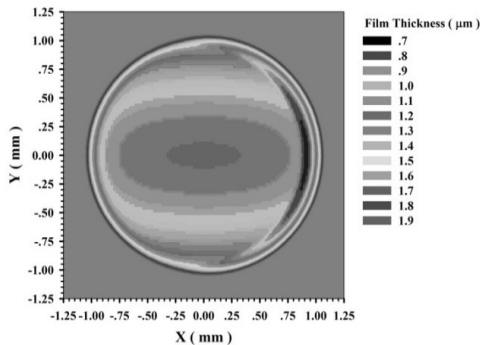
รูปที่ 2 การกระจายตัวของความดันของฟิล์มสารหล่อลื่น

ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลงและมีค่าค่อนข้างคงที่เมื่ออยู่ในช่วงสัมผัส แต่ที่บริเวณใกล้ทางออกของช่วงการสัมผัสความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าลดลงอย่างรวดเร็ว จากนั้นจึงมีค่าเพิ่มขึ้นอีกครั้ง แสดงดังรูปที่ 3 และ รูปที่ 4



รูปที่ 3 การกระจายตัวของความหนาฟิล์มสารหล่อลื่น

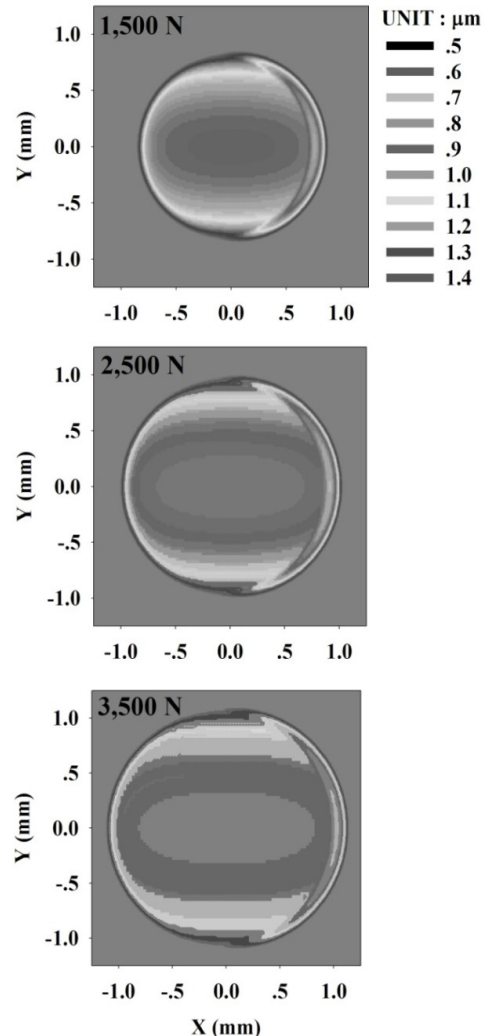
ความดันฟิล์มและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัสมีค่า 1.3 GPa และ $0.83 \mu\text{m}$ ตามลำดับ ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดมีค่า $0.71 \mu\text{m}$ ที่บริเวณใกล้ทางออกของการสัมผัส



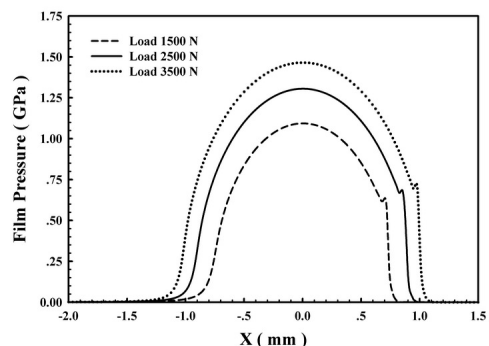
รูปที่ 4 แสดงการกระจายตัวของฟิล์มสารหล่อลื่น

เมื่อเปลี่ยนแปลงภาระกระทรงกลมและแผ่นเรียบได้รับทรงกลมหมุนด้วยความเร็ว 2 m/s พบว่าเมื่อภาระเพิ่มขึ้นความกว้างของการสัมผัสกันมีค่าเพิ่มขึ้น ความดันฟิล์มของสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นจะมีค่าลดลงการกระจายของความดันฟิล์มสารหล่อลื่นและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส แสดงดังรูปที่ 5 รูปที่ 6 และรูปที่ 7

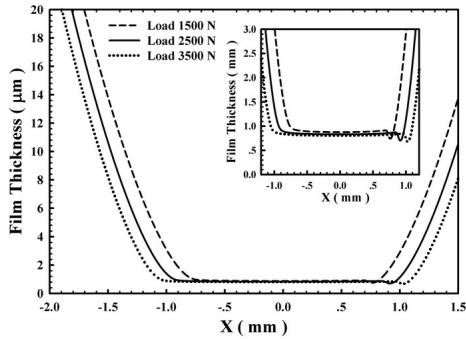
เมื่อความเร็วของทรงกลมมีค่าเพิ่มขึ้น ทรงกลมและแผ่นเรียบรับภาระ 2500 N พบว่า ความดันของฟิล์มสารหล่อลื่นก็จะมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก แต่ค่า Pressure Spike ที่ใกล้ทางออกของช่วงการสัมผัสและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่น มีค่าเพิ่มขึ้นตามความเร็วของผิวสัมผัสที่เพิ่มขึ้น การกระจายของความดันฟิล์มสารหล่อลื่นและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส แสดงดังรูปที่ 8 และรูปที่ 9



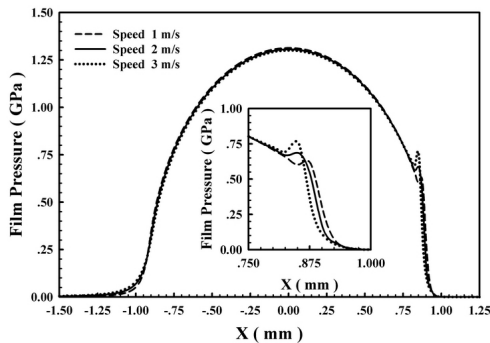
รูปที่ 5 ความกว้างของการสัมผัสและความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อผิวสัมผัสรับภาระต่างๆ



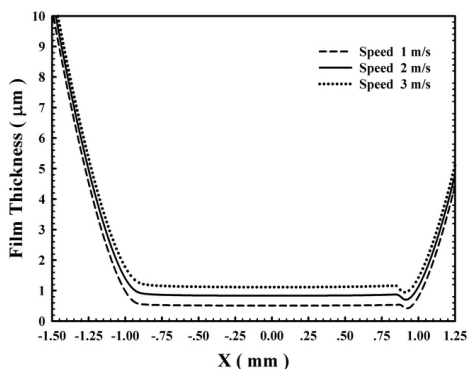
รูปที่ 6 การกระจายตัวของความดันฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อผิวสัมผัสรับภาระต่างๆ ที่ตำแหน่ง $Y=0$



รูปที่ 7 ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อผิวสัมผัสรับภาระต่างๆ ที่ตำแหน่ง Y=0



รูปที่ 8 การกระจายตัวของความดันฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อผิวสัมผัสมีความเร็วต่างๆ ที่ตำแหน่ง Y=0



รูปที่ 9 การกระจายตัวของความดันฟิล์มสารหล่อลื่นเมื่อผิวสัมผัสมีความเร็วต่างๆ ที่ตำแหน่ง Y=0

4. สรุปผล

จากการจำลองการหล่อลื่นแบบอิลาสโตไฮโดรไดนามิกที่สัมผัสเป็นวงกลม เมื่อทำการเปลี่ยน ภาระและความเร็วของผิวสัมผัส จะสรุปได้ว่า

4.1 ความดันสูงสุดของฟิล์มสารหล่อลื่น เกิดที่ตำแหน่งกึ่งกลางของการสัมผัส แต่ความหนาฟิล์มสารหล่อลื่นน้อยสุดเกิดที่บริเวณใกล้ทางออกของการสัมผัส

4.2 เมื่อภาระที่ได้รับเพิ่มขึ้น ความดันฟิล์มสารหล่อลื่นมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความหนาของฟิล์มของสารหล่อลื่นจะลดลง

4.3 ความหนาของฟิล์มสารหล่อลื่นและ Pressure Spike มีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อความเร็วของผิวสัมผัสเพิ่มขึ้น

5. สัญลักษณ์

$D_x/2$ Semi-width of Hertzian's contact under load on x-direction, m,

$$D_x/2 = (6\xi w_z R / \pi k E'_h)^{1/3}$$

$D_y/2$ Semi-width of Hertzian contact under load on y-direction, m,

$$D_x/2 = (6k^2 \xi w_z R / \pi k E')^{1/3}$$

E' Equivalent modulus of elasticity, Pa

$$2/E' = (1-\nu_1^2)/E_1 + (1-\nu_2^2)/E_2$$

E_1 Young Modulus of Plate, Pa

E_2 Young Modulus of Sphere, Pa

h Lubricant film thickness, m

H Dimensionless film thickness

$$H = 4hR / (D_x D_y)$$

k Elliptic ratio, $k = D_y / D_x$

p Film pressure, Pa

P Dimensionless pressure, $P = p / P_H$

P_H Hertzian's contact pressure, Pa

$$P_H = 6w_z / (\pi D_x D_y)$$

r_{1x}	รัศมีของแผ่นเรียบในทิศทาง x, m
r_{1y}	รัศมีของแผ่นเรียบในทิศทาง y, m
r_{2x}	รัศมีของทรงกลมในทิศทาง x, m
r_{2y}	รัศมีของทรงกลมในทิศทาง y, m
R	Radius of curvature, m $1/R = 1/R_x + 1/R_y$
R_x	Radius of curvature on x-direction, m $1/R_x = 1/r_{1x} + 1/r_{2x}$
R_y	Radius of curvature on y-direction, m $1/R_y = 1/r_{1y} + 1/r_{2y}$
u_1	ความเร็วผิวของแผ่นเรียบในทิศทาง x, m/s
u_2	ความเร็วผิวของทรงกลมในทิศทาง x, m/s
v_1	ความเร็วผิวของแผ่นเรียบในทิศทาง y, m/s
v_2	ความเร็วผิวของทรงกลมในทิศทาง y, m/s
$\bar{u}$	ความเร็วเฉลี่ยของผิวในทิศทาง x, m/s $\bar{u} = (u_1 + u_2)/2$
$\bar{v}$	ความเร็วเฉลี่ยของผิวในทิศทาง y, m/s $\bar{v} = (v_1 + v_2)/2$
V	ความเร็วเฉลี่ยของผิวสัมผัส, m/s $V = \sqrt{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}$
w_z	Applied load, N
x, y	Coordinate, m
X	Dimensionless coordinates, $X = x/(D_x/2)$
Y	Dimensionless coordinate, $Y = y/(D_y/2)$
μ	Lubricant viscosity, Pa-s
μ_0	Inlet viscosity, Pa-s
$\bar{\mu}$	Dimensionless viscosity, $\bar{\mu} = \mu/\mu_0$
ρ	Lubricant density, kg/m ³
ρ_0	Inlet density, kg/m ³
$\bar{\rho}$	Dimensionless density, $\bar{\rho} = \rho/\rho_0$
ξ	Elliptic ratio coefficient
ξ	$\xi = \int_0^{\pi/2} [1 - (1 - 1/k^2) \sin^2 \phi]^{-1/2} d\phi$

ψ มุมของความเร็วของผิวสัมผัส, Radian

$$\psi = \tan^{-1}(\bar{v}/\bar{u})$$

ν_1 Poisson ratio of Plate

ν_2 Poisson ratio of Sphere

6. เอกสารอ้างอิง

- [1] Dowson D, Higginson G.R. Elastohydrodynamic Lubrication: The Fundamental of Roller and Gear Lubrication, Pergamon, Oxford. 1966.
- [2] Zhao J, Sadeghi F. Analysis of EHL Circular Contact Shut Down, Journal of Tribology, 2003; 125:76-90.
- [3] Jin Z M, Yang P, Cui J, Dowson D. Transient elastohydrodynamic analysis of elliptical contacts, Part 1: isothermal and Newtonian lubricant solution, Journal of Engineering Tribology, 2004;218:211-224.
- [4] Kaneta M, Shigeta T, Yang P. Effects of Compressive Heating on Traction Force and Film Thickness in Point EHL Contacts, Journal of Tribology, Vol. 2005;127:435-442.
- [5] Scholes S, Unsworth A. The tribology of metal-on-metal total hip replacements, Journal of Engineering in Medicine. 2006;220:183-194.
- [6] Venner C H, Napel W. Multilevel solution of the elastohydrodynamically lubricated circular contact problem Part I: Theory and numerical algorithm, Wear. 1992 ;152: 351-367.
- [7] Venner C H, Napel W. Multilevel solution of the elastohydrodynamically lubricated circular contact problem part II: Smooth surface results, Wear. 1992;152: 369-381.
- [8] Roelands C.J.A. Correlational Aspects of the Viscosity-Temperature-Pressure Relation-ship of Lubricating Oils, Druk, V.R.B., Groingen, Netherland. (1969).

