

สเปกตรัมพลังงานของการไหลแบบปั่นป่วน *

ประพัทธ์ สันติวรการ¹⁾

¹⁾ อาจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

Email: sprapat@kku.ac.th

บทคัดย่อ

บทความนี้ นำเสนอผลการศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหล ในการไหลแบบปั่นป่วน 3 ลักษณะโดยอาศัยการวิเคราะห์ด้วยวิธีสเปกตรัมพลังงาน ซึ่งเป็นวิธีการแสดงการกระจายพลังงานของอนุภาคของไหล ณ ช่วงขนาดต่าง ๆ ลักษณะแรกเป็นการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ พบว่าการกระจายพลังงานของอนุภาคของไหลเป็นไปตามกฎยกกำลัง $-5/3$ ของ Kolmogorov ซึ่งมีการเคลื่อนที่ของพลังงานจากอนุภาคที่หมุนวนขนาดใหญ่ไปยังอนุภาคที่หมุนวนขนาดเล็ก และเคลื่อนที่จากอนุภาคขนาดเล็กไปยังอนุภาคที่มีขนาดเล็กกว่า จนกระทั่งอนุภาคที่หมุนวนมีขนาดเล็กมากและสูญหายไปเมื่อได้รับอิทธิพลจากความหนืด ซึ่งเราเรียกกระบวนการเช่นนี้ว่า Energy Cascade สำหรับลักษณะการไหลแบบที่สองเป็นการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ ซึ่งพบว่ากระจายพลังงานของอนุภาคของไหลเป็นไปตามกฎยกกำลัง -3 หรือ $E(k) \propto k^3$ ซึ่งมีการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลเช่นเดียวกับกรณีการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ แต่ในขณะเดียวกันจะมีการรวมตัวกันของอนุภาคที่มีขนาดเล็กเป็นอนุภาคที่มีขนาดใหญ่ขึ้นด้วย และสำหรับการไหลลักษณะสุดท้ายเป็นการไหลแบบปั่นป่วนของช่วงทรานซิชันในท่อ ซึ่งพบว่าการกระจายพลังงานของอนุภาคของไหลเป็นไปตามกฎยกกำลัง -3.3 หรือ $E(k) \propto k^{-3.3}$ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับกฎยกกำลัง -3 ของการไหลแบบปั่นป่วน 2 มิติและมีลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลคล้ายคลึงกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วน 2 มิติ แต่อย่างไรก็ตามยังไม่มีข้อสรุปที่ชัดเจนในการอธิบายลักษณะโครงสร้างการไหลแบบปั่นป่วนของช่วงทรานซิชันในท่อนี้ได้

คำสำคัญ: สเปกตรัมพลังงาน, การไหลปั่นป่วน, การไหลในท่อ

Energy Spectrum of Turbulence Flow *

Prapat Suntivarakorn¹⁾

¹⁾ Lecturer, Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Khon Kaen University, Khon Kaen, 40002

Email: sprapat@kku.ac.th

ABSTRACT

This paper presents the structure of the motion of fluid particles in three cases of turbulent flow using the energy spectrum analysis. Firstly, three-dimensional turbulent flow is studied. The energy spectrum obeys the kolmogorov -5/3 law. Energy fed into the turbulence goes primarily into the larger eddies. The transfer of energy from large scales to small scales occurs. From these, smaller eddies are generated, and then still smaller ones. The process continues until the length scale is small enough for viscous action to be important and dissipation to occur. This sequence is called the energy cascade. Secondly, two-dimensional turbulent flow is investigated. The energy spectrum obeys a power law $E(k) \propto k^{-3}$. This turbulent motion has the ordinary energy cascade from larger eddies to the smaller ones, and simultaneously there is the reverse cascade in which the energy turns back to the larger eddies. It means that two smaller eddies are combined to a larger one. Finally, the turbulence structure of transition in pipe flow, which has slope of energy spectrum of -3.3, is investigated. The energy spectrum of the turbulent pipe flow has the slope about -3.3 which is quite close to that of the minus third power law of two-dimensional turbulent flow. It is expected that the turbulent motion of transition in pipe flow is probably related to that of the minus third power law. However, the detailed physical meaning for the slope -3.3 is not clear yet.

Keywords: Energy Spectrum, Turbulent Flow, Pipe Flow

บทนำ

การศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วน นับว่าเป็นเรื่องที่สำคัญประการหนึ่งในสาขาวิชากลศาสตร์ของไหล เนื่องจากเป็นปรากฏการณ์ที่มักจะเกิดขึ้นอยู่เป็นประจำในชีวิตประจำวัน เช่น การไหลวนของอากาศรอบปีกสูง การไหลวนของอากาศรอบเครื่องบินหรือรถยนต์ การไหลแบบไอพ่น การหมุนวนของน้ำในแม่น้ำหรือในทะเล หรือ การเคลื่อนที่ของส่วนผสมระหว่างอากาศและเชื้อเพลิงในห้องเผาไหม้ เป็นต้น ซึ่งการเกิดการไหลแบบปั่นป่วนเช่นนี้ อาจก่อให้เกิดความเสียหายทั้งในชีวิตและทรัพย์สินได้ ดังนั้นถ้าหากเราทราบและเข้าใจปัจจัยหรือตัวแปรที่เป็นจุดเริ่มต้นของการเกิดการไหลแบบปั่นป่วนได้ ก็จะช่วยให้เราสามารถควบคุมสภาพของการไหลแบบปั่นป่วนเพื่อป้องกันไม่ให้เกิดการสูญเสียได้

เนื่องจากการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วนมีความซับซ้อนมาก จึงเป็นการยากมากที่จะศึกษาหาความเร็วในสนามการไหลจริงได้ ดังนั้นนักวิจัยและนักวิทยาศาสตร์ในอดีตได้พยายามศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วน โดยเริ่มจากการกำหนดเงื่อนไขเบื้องต้นให้มีลักษณะการไหลแบบง่าย โดยมีสมมุติฐาน 2 ประการคือ 1) เป็นการไหลที่มีลักษณะของความไม่เป็นระเบียบในปริภูมิ 3 มิติ มีการกระจายของความเร็วอย่างสม่ำเสมอและขนาดของความเร็วมีค่าคงที่และไม่ขึ้นกับทิศทาง ซึ่งเราเรียกลักษณะการไหลเช่นนี้ว่า Homogeneous Turbulent Flow และ 2) เป็นลักษณะการไหลที่ไม่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็ว 2 ค่าใด ๆ ซึ่งเราเรียกลักษณะการไหลเช่นนี้ว่า Isotropic Turbulent Flow ซึ่งจากการพิจารณาการไหลจากสมมุติฐานทั้งสองแบบรวมกัน เราจะได้การไหลเป็นแบบ Homogeneous Isotropic Turbulent Flow ซึ่งถือว่าการไหลแบบปั่นป่วนในอุดมคติ และเมื่อใช้การวิเคราะห์สเปกตรัมพลังงาน เราสามารถแบ่งโครงสร้างการไหลออกได้เป็น 2 แบบใหญ่ ๆ คือ การไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติและ 2 มิติ ซึ่งมีการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลัง $-5/3$ ของ Kolmogorov หรือ $E(k) \propto k^{-5/3}$ และเป็นไปตามกฎยกกำลัง -3 หรือ $E(k) \propto k^{-3}$ ตามลำดับ ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้สามารถอธิบายโครงสร้างการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในสนามการไหลได้

จากผลลัพธ์ที่ได้ข้างต้น ทำให้เราทราบลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วนที่สำคัญ 2 ลักษณะ แต่ผลลัพธ์ที่ได้อยู่บนสมมุติฐานที่การไหลเป็นแบบ Homogeneous Isotropic Turbulence ซึ่งยังไม่ใช้ลักษณะของการไหลที่แท้จริง ดังนั้นนักวิจัยและนักวิทยาศาสตร์จึงได้พยายามศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลจริงว่ามีลักษณะอย่างไรและมีความสอดคล้องกับผลการศึกษาข้างต้นของการไหลแบบปั่นป่วนทั้งใน 3 มิติและ 2 มิติ อย่างไรบ้าง และจากผลการทดลองเพื่อการศึกษาลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนของอนุภาคของไหลของช่วงทรานซิชันในท่อ พบว่ามีการกระจายของพลังงานที่เป็นไปตามกฎยกกำลัง -3.3 หรือ $E(k) \propto k^{-3.3}$ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับกฎยกกำลัง -3 ของกรณีการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ และมีค่าเป็นประมาณ 2 เท่าของกฎยกกำลัง $-5/3$ ของกรณีการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ ซึ่งในปัจจุบันยังไม่สามารถสรุปได้ว่าการไหลแบบปั่นป่วนในท่อมูลักษณะโครงสร้างของการเคลื่อนที่เป็นแบบใด ซึ่งในบทความนี้จะนำเสนอผลการศึกษาและวิจัยลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วนของช่วงทรานซิชันในท่อ รวมถึงอธิบายลักษณะ

โครงสร้างการกระจายของพลังงานที่เป็นไปตามกฎยกกำลัง -3.3 ด้วย

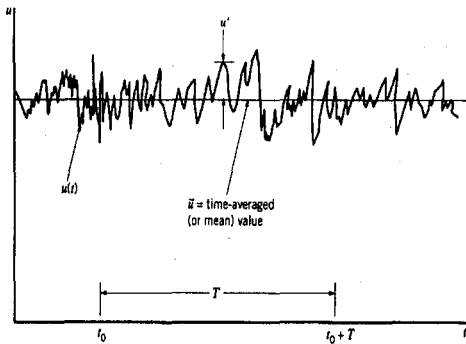
สมการการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วน

ความแตกต่างพื้นฐานที่สำคัญประการหนึ่งระหว่างการไหลแบบราบเรียบ (Laminar Flow) กับ การไหลแบบปั่นป่วน (Turbulent Flow) คือ การมีลักษณะการเคลื่อนที่ที่ไม่เป็นระเบียบและมีการเปลี่ยนแปลงอย่างอิสระของตัวแปรหรือพารามิเตอร์ของการไหลหลายๆ ค่า เช่น ความเร็ว ความดัน แรงเฉือน อุณหภูมิและตัวแปรอื่น ๆ เป็นต้น จากรูปที่ 1 แสดงตัวอย่างลักษณะความไม่เป็นระเบียบ ของความเร็วที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลา ซึ่งจะเห็นได้ว่าความเร็ว $u = u(x, y, z, t)$ เป็นความเร็วใน แนวแกน x มีส่วนประกอบ 2 ค่า คือความเร็วเฉลี่ย (Time-averaged Velocity) $\bar{u}$ และความเร็ว ปั่นป่วน (Fluctuation Velocity) u' ซึ่งเมื่อหาค่าเฉลี่ยแล้วจะได้

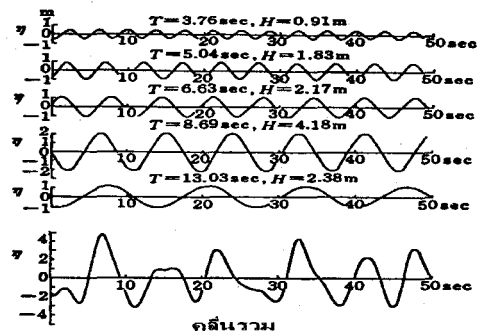
$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} u(x, y, z, t) dt \quad (1)$$

เมื่อ t_0 เป็นเวลาเริ่มต้น T เป็นช่วงของเวลาที่มีระยะเวลากว้างกว่าช่วงของคาบที่กว้างที่สุดของ ความเร็ว สำหรับค่าความเร็วปั่นป่วน u' คือ ความเร็วที่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาลบด้วยความเร็วเฉลี่ย ซึ่งจะ ได้ว่า

$$u = \bar{u} + u' \quad \text{หรือ} \quad u' = u - \bar{u} \quad (2)$$



รูปที่ 1 กราฟแสดงความเร็วของการไหล แบบปั่นป่วน[Munson et al., 2000]



รูปที่ 2 กราฟแสดงคลื่นที่มีขนาด ความถี่ และเฟสที่แตกต่างกัน

และเมื่อกำหนดให้ u, v, w เป็นความเร็วในแนวแกน x, y, z , p เป็นความดัน, ρ เป็นความหนาแน่น ของของไหลที่มีค่าคงที่, μ เป็นความหนืดของของไหล และ ถ้าพิจารณาการไหลเป็นการไหลแบบ ปั่นป่วน จะได้ว่า ความเร็วและความดันสามารถเขียนแทนได้ในรูปของ $u = \bar{u} + u'$, $v = \bar{v} + v'$, $w = \bar{w} + w'$ และ $p = \bar{p} + p'$ ซึ่งเมื่อแทนความสัมพันธ์เหล่านี้ลงในสมการต่อเนื่องและสมการการ เคลื่อนที่ของ Navier-Stokes และทำการหาค่าเฉลี่ย จะได้

สมการต่อเนื่อง :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

สมการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x :

$$\rho \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \left[\frac{\partial \rho \bar{u}\bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{v}\bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \rho \bar{w}\bar{u}}{\partial z} \right] - \left[\frac{\partial \rho \bar{u}'u'}{\partial x} + \frac{\partial \rho \bar{v}'u'}{\partial y} + \frac{\partial \rho \bar{w}'u'}{\partial z} \right] + \mu \nabla^2 \bar{u} \quad (4)$$

ซึ่งเราจะพบว่าสมการ (3) และ (4) มีความคล้ายคลึงกับสมการต่อเนื่องและสมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x ของการไหลแบบราบเรียบ แต่มีที่แตกต่างกันคือมีการเปลี่ยนแปลงจากความเร็ว u, v, w และความดัน p เป็นค่าเฉลี่ย $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ และ $\bar{p}$ และมีจำนวนพจน์เพิ่มขึ้นใหม่ 1 พจน์ในสมการการเคลื่อนที่ตามแนวแกน x (พจน์ที่มีเส้นปะด้านล่าง) ซึ่งพจน์นี้แสดงถึงค่าแรงเฉือนที่เกิดจากอิทธิพลของความเร็วปั่นป่วน และผลลัพธ์นี้ถูกค้นพบโดย Reynolds ในปี ค.ศ.1895 ดังนั้นจึงเรียกพจน์นี้ว่า Reynolds Stress และสำหรับการเคลื่อนที่ในแนวแกน y และ z ก็สามารถหาค่า Reynolds Stress ได้ในลักษณะเช่นเดียวกันกับของแกน x ทำให้มีจำนวนพจน์ที่เป็น Reynolds Stress ทั้งหมดในระบบการไหลแบบปั่นป่วนจำนวน 9 ค่า ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่ทราบค่าและมีจำนวนมากกว่าจำนวนสมการในระบบ จึงทำให้ไม่สามารถหาผลเฉลยของระบบสมการนี้ได้ ดังนั้นเพื่อเป็นการแก้ไขปัญหานี้จึงต้องอาศัยการทดลองและการกำหนดเงื่อนไขของการไหลเพิ่มเติมเพื่อให้เราสามารถหาลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วนได้

สเปกตรัมพลังงาน

การวิเคราะห์สเปกตรัมพลังงานเป็นการวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการวัดค่าความเร็วของลักษณะการไหลแบบปั่นป่วน โดยอาศัยวิธีการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) ซึ่งจะแปลงสัญญาณที่อยู่ในโดเมนเวลาไปเป็นสัญญาณที่อยู่ในโดเมนของความถี่หรือแปลงสัญญาณที่ได้จากการวัดให้ออกมาอยู่ในรูปของกราฟที่แสดงการกระจายพลังงานของอนุภาค ณ ช่วงต่าง ๆ จากรูปที่ 1 พบว่ากราฟของความเร็วมีลักษณะขึ้นลงไม่คงที่และไม่เป็นวัฏจักร ซึ่งกราฟลักษณะเช่นนี้เกิดจากการรวมกันของกราฟที่มีลักษณะของฟังก์ชัน Sine และ Cosine หลาย ๆ กราฟอยู่รวมกัน ซึ่งสามารถเขียนความเร็วอยู่ในรูปผลรวมของฟังก์ชัน Sine และ Cosine คือ

$$u(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(2\pi n t) + b_n \sin(2\pi n t)) \quad \text{หรือ} \quad u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi f_n t + \theta_n) \quad (5)$$

โดยที่เฟสของฟังก์ชันคาบในแต่ละพจน์มีค่าเท่ากัน และเมื่อให้ a_n, f_n, θ_n เป็นขนาด ความถี่และเฟสของคลื่นที่ n จากรูปที่ 2 แสดงให้เห็นคลื่น 5 คลื่นที่เป็นฟังก์ชันของ Sine และ Cosine ที่มีขนาดความถี่และเฟสที่ต่างกันเล็กน้อย และเมื่อนำคลื่นทั้ง 5 มารวมกัน จะได้กราฟเส้นข้างล่าง และจากสมการ (5) ถ้าเราแทน f_n เป็น f และ แทน $\sum$ ในรูปของการอินทิเกรต จะได้

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} dt \quad (6)$$

หรือเขียนอยู่ในรูปส่วนกลับจะได้

$$F(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-i\omega t} dt \quad \text{หรือ} \quad F(\omega) = |F(\omega)| e^{i\theta_\omega} \quad (7)$$

เมื่อ $F(\omega)$ เป็นฟังก์ชันของความเร็วเชิงมุม $\omega (= 2\pi f)$ และเราจะเรียกการเปลี่ยนสมการจากสมการ (6) มาเป็นสมการ (7) ว่าเป็นวิธีการอินทิเกรตแบบฟูเรียร์ (Fourier Integral) หรือ การแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) ซึ่งพบว่าทุกกราฟที่มีลักษณะไม่เป็นระเบียบใด ๆ จะเกิดจากการรวมกันของคลื่นที่มีลักษณะเป็นคาบที่มีความถี่ f และมีขนาดของคลื่น (แอมพลิจูด) เท่ากับ $|F(\omega)|$ และค่ายกกำลังสองของค่าขนาด $|F(\omega)|^2$ จะเป็นค่าพลังงานของคลื่น และกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความถี่ f กับค่าพลังงานนี้ จะเรียกว่าสเปกตรัมพลังงาน (Energy Spectrum) ซึ่งสเปกตรัมพลังงานนี้จะช่วยอธิบายการกระจายของพลังงาน ณ ช่วงความถี่หนึ่ง ๆ ในสนามการไหลได้ [Mikio, 1992]

การไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ

เมื่อพิจารณาการไหลแบบปั่นป่วนที่เป็นการไหลแบบ Homogeneous Isotropic Turbulent Flow ตัวแปรที่มีความสำคัญในการศึกษาก็คือ ฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงาน (Energy Spectrum Function) $E(k)$ ซึ่งค่านี้สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการพลังงานได้คือ

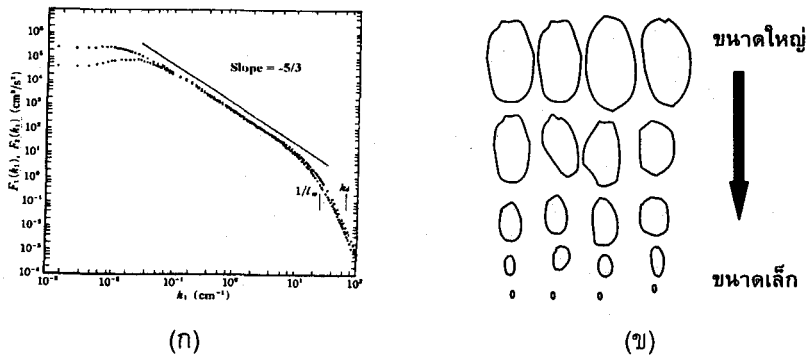
$$\frac{\partial}{\partial t} E(k, t) + 2\nu k^2 E(k, t) = T(k, t) \quad (8)$$

เมื่อ $E(k, t)$ เป็นฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงาน, $k = 2\pi / \lambda$ เป็นค่าเวฟนัมเบอร์ (Wave Number) และเมื่อ λ คือความยาวคลื่น ค่า k นี้จะแสดงขนาดของอนุภาคในการเคลื่อนที่ ซึ่งถ้าค่า k มีค่าน้อย ขนาดของอนุภาคที่หมุนวนจะมีขนาดใหญ่ และถ้า k มีค่ามาก ขนาดของอนุภาคที่หมุนวนจะมีขนาดเล็ก สำหรับค่า $T(k, t)$ จะเป็นค่าที่เกี่ยวข้องกับการส่งผ่านพลังงานระหว่างอนุภาคของไหล และเมื่อพิจารณาสมการ (8) จะพบว่า ถ้าไม่มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของพลังงาน เราจะได้ว่าพลังงานที่เข้ามาในสนามการไหล $T(k, t)$ จะมีค่าเท่ากับพลังงานที่สูญหายไปเนื่องจากความหนืด $2\nu k^2 E(k, t)$

จากการวิเคราะห์มิติ พบว่า ฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงาน $E(k)$ สามารถเขียนได้ในรูป

$$E(k) = C_1 \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (9)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า ฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงานจะอยู่ในรูปฟังก์ชันของค่า $k^{-5/3}$ และจะมีการกระจายของพลังงานเป็นไปตามความสัมพันธ์ $E(k) \propto k^{-5/3}$ ซึ่งเป็นที่รู้จักกันดีในกฎยกกำลัง -5/3 ของ Kolmogorov [Tatsumi, T., 1984 และ Tritton, 1988]



รูปที่ 3 (ก) ความสัมพันธ์ระหว่าง $E(k)$ กับ k ของการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ
(ข) ภาพสเกตการเคลื่อนที่ของพลังงานตามกระบวนการ Energy Cascade

จากรูปที่ 3 (ก) แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงานกับขนาดของค่า k ช่วงต่าง ๆ ซึ่งจะเห็นได้ว่าลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลจะเคลื่อนที่ตามค่าของพลังงาน จากอนุภาคที่หมุนวนขนาดใหญ่ (ค่า k ต่ำ) ไปยังอนุภาคที่หมุนวนขนาดเล็ก (ค่า k สูง) และมีการเคลื่อนที่จากอนุภาคนขนาดเล็กไปยังอนุภาคที่มีขนาดเล็กกว่า และเคลื่อนที่ในลักษณะเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งพลังงานจลน์ถูกเปลี่ยนเป็นพลังงานความร้อนอันเนื่องมาจากอิทธิพลของความหนืด ซึ่งจะทำให้อนุภาคที่หมุนวนของของไหลสูญหายไป ซึ่งเราจะเรียกกระบวนการลักษณะเช่นนี้ว่า Energy Cascade Down และจากรูปที่ 3 (ข) ได้แสดงภาพสเกตของการเคลื่อนที่ของพลังงานจากอนุภาคที่หมุนวนขนาดใหญ่ไปยังอนุภาคที่หมุนวนขนาดเล็ก

การไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ

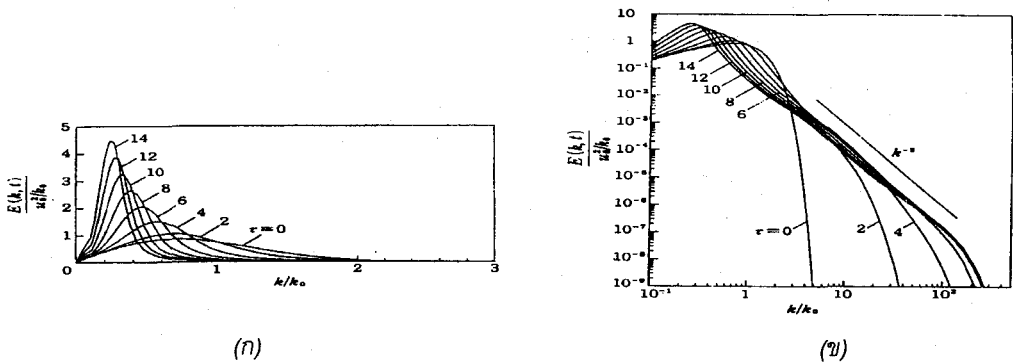
โดยทั่วไปแล้วการไหลแบบปั่นป่วน จะมีการเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลเป็นแบบ 3 มิติ แต่ถ้าสนามความเร็วของการไหลถูกบังคับให้เคลื่อนที่ขนานกับผิวด้านในด้านหนึ่งแล้ว ทำให้ความเร็วในทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวด้านนั้นไม่เปลี่ยนแปลง เราจะเรียกการไหลลักษณะนั้นว่าการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ ยกตัวอย่างเช่นการไหลของอากาศในบรรยากาศ การไหลในระบบที่มีความเร็วเชิงมุมสูง หรือ การไหลที่เกิดขึ้นในสนามแม่เหล็กไฟฟ้า เป็นต้น จากสมการพลังงานและการวิเคราะห์มิติเช่นเดียวกับการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติเราจะได้

$$E(k) = C_2 \eta^{2/3} k^{-3} \quad (10)$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า ฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงานจะอยู่ในรูปฟังก์ชันของค่า k^{-3} ซึ่งมีการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลังของ -3 [Kraichnan, 1967 และ Leith, 1968]

จากรูปที่ 4 แสดงกราฟความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันสเปกตรัมพลังงานกับขนาดของค่า k ช่วงต่าง ๆ จะพบว่าลักษณะการเคลื่อนที่ของพลังงานของอนุภาคของไหลจะคล้ายกับกรณีการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ คือมีการเคลื่อนที่จากอนุภาคที่หมุนวนขนาดใหญ่ (ค่า k ต่ำ) ไปยังอนุภาคที่หมุนวนขนาดเล็ก (ค่า k สูง) แต่ในขณะเดียวกันก็มีการรวมตัวกันของอนุภาคนขนาดเล็กเป็นอนุภาคนขนาดใหญ่

และเคลื่อนที่จากค่า k สูงไปยัง k ต่ำด้วย ซึ่งเรียกลักษณะเช่นนี้ว่า Energy Cascade Up



รูปที่ 4 (ก) ความสัมพันธ์ระหว่าง $E(k)$ กับ k ของการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ

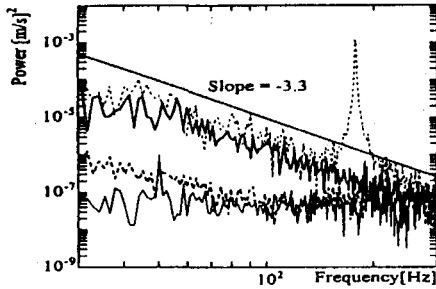
(ข) การเคลื่อนที่ของพลังงานจากค่า k สูงไปยังค่า k ต่ำ ตามเวลา τ [Tatsumi และ Yanase, 1981]

การไหลแบบปั่นป่วนในท่อ

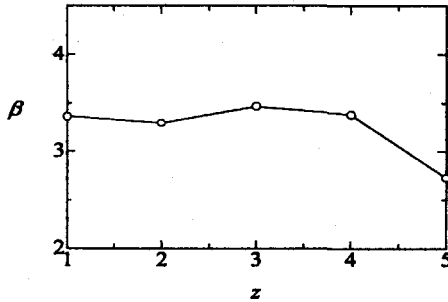
จากหัวข้อที่ผ่านมาข้างต้น ทำให้ทราบถึงลักษณะโครงสร้างการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติและ 2 มิติ โดยการไหลทั้งสองแบบข้างต้น เป็นผลจากการพิจารณาการไหลเป็นการไหลแบบ Homogeneous Isotropic Turbulence ซึ่งไม่ใช่ลักษณะของการไหลจริงในธรรมชาติ แต่อย่างไรก็ตามผลลัพธ์ที่ได้เป็นทฤษฎีที่ได้รับการยอมรับว่ามีความใกล้เคียงกับความเป็นจริงและสามารถนำไปใช้อธิบายสภาพการไหลจริงได้ ยกตัวอย่างเช่น Martin *et al.* ได้ทำการทดลองศึกษา ลักษณะการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติโดยการให้น้ำสบู่ไหลผ่านช่องเล็ก ๆ ที่มีลักษณะคล้ายหวีตามแนวแรงโน้มถ่วงของโลก จากนั้นทำการหาสเปกตรัมพลังงานของความเร็วของอนุภาคของไหล พบว่าการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3 \pm 0.3}$ ซึ่งสอดคล้องกับกฎยกกำลัง k^{-3} ของการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ และสามารถสรุปได้ว่าการเคลื่อนที่ของอนุภาคของเหลวในน้ำสบู่ที่ไหลผ่านช่องเล็ก ๆ นี้ มีลักษณะการเคลื่อนที่เช่นเดียวกับการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ [Martin *et al.*, 1998]

ในปี ค.ศ. 1997 Matsuuchi *et al.* ได้ทดลองทำการศึกษาลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลแบบปั่นป่วนของช่วงทรานซิชันในท่อ พบว่าการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3}$ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับกฎยกกำลัง k^{-3} ของกรณีการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ ดังแสดงในรูปที่ 5 (ก) แต่ก็ยังไม่สามารถสรุปได้ว่าการเคลื่อนที่ของอนุภาคในท่อเป็นแบบเดียวกับการเคลื่อนที่ในการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติหรือไม่ ต่อมาในปี ค.ศ. 2000 Suntivarakorn และ Matsuuchi ได้ทำการศึกษาวงจรการเคลื่อนที่ของการไหลทั้งสองแบบเพิ่มเติมโดยการศึกษาการไหลในท่อด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่าผลการคำนวณที่ได้มีการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3}$ ซึ่งสอดคล้องกับผลการทดลองของ Matsuuchi และนอกจากนี้ยังพบว่า ณ ช่วงแรกของการไหล (ระยะทาง

$z = 1$ ถึง $z = 4$) มีความชันของกราฟการกระจายของพลังงานเป็น -3.3 และความชันมีค่าลดลงไปเรื่อย ๆ ในช่วงท้ายของการไหล เมื่อระยะ $z > 4$ ดังแสดงในรูปที่ 5 (ข)

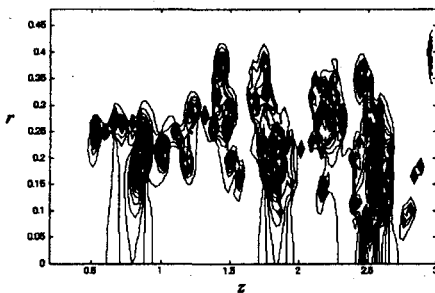


(ก)

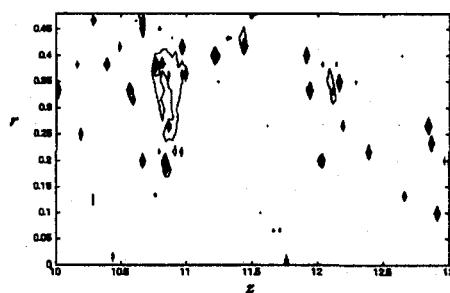


(ข)

รูปที่ 5 (ก) ความสัมพันธ์ระหว่าง $E(k)$ กับ k ของการไหลแบบปั่นป่วนช่วงทรานซิชันในท่อ
(ข) การเปลี่ยนแปลงค่าความชัน (β) ของการกระจายพลังงานจากระยะ $z = 1$ ถึง $z = 5$



(ก)



(ข)

รูปที่ 6 ภาพแสดงการกระจายของอนุภาคการหมุนวน ณ รัศมี (r) ตั้งแต่ 0 ถึง 0.5 และ
(ก) ตำแหน่ง $z = 1$ ถึง $z = 3$ และ (ข) ตำแหน่ง $z = 10$ ถึง $z = 13$

รูปที่ 6 แสดงให้เห็นลักษณะการกระจายของอนุภาคของไหล ณ ระยะทางในช่วงต่าง ๆ ของท่อ ซึ่งเราพบว่ารูปที่ 6 (ก) จะมีการรวมตัวกันของอนุภาคของของไหลที่บริเวณช่วงต้นของการไหลซึ่งเป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3}$ และค่าความชันของกราฟการกระจายของพลังงานในช่วงนี้มีค่าคงที่เท่ากับ -3.3 ซึ่งสอดคล้องช่วงระยะ $z = 1$ ถึง $z = 4$ ในรูปที่ 5 (ข) ส่วนรูปที่ 6 (ข) จะมีการรวมตัวกันของอนุภาคน้อยมากซึ่งอนุภาคอยู่อย่างกระจัดกระจายไปทั่วพื้นที่หน้าตัดของท่อ ซึ่งไม่เป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3}$ และค่าความชันของกราฟการกระจายของพลังงานในช่วงนี้มีค่าลดลงเรื่อย ๆ ตั้งแต่ระยะ $z = 5$ เป็นต้นไป (ดูรูปที่ 5 (ข)) ดังนั้นจึงสามารถสรุปได้ว่า มีการรวมตัวกันของอนุภาคของไหล ณ ช่วงที่มีการกระจายของพลังงานที่เป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3}$ ซึ่งมีความสอดคล้องกับการกระจายพลังงานของการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติที่เป็นไปตามกฎยกกำลัง k^3 ดังนั้น การเคลื่อนที่ของอนุภาคของของไหลในท่อ จึงน่าจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ

บทสรุป

โครงสร้างการเคลื่อนที่ของอนุภาคในการไหลแบบปั่นป่วน สามารถพิจารณาได้จากกราฟการกระจายพลังงานหรือสเปกตรัมพลังงาน สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ พบว่าพลังงานมีการเคลื่อนที่จากอนุภาคที่หมุนวนขนาดใหญ่ ไปยังอนุภาคที่หมุนวนขนาดเล็ก และเคลื่อนที่จากอนุภาคขนาดเล็กไปยังอนุภาคที่มีขนาดเล็กกว่า และดำเนินการเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งอนุภาคที่หมุนวนสูญหายไปในเนื่องจากอิทธิพลของความหนืด และสำหรับการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ จะมีลักษณะการเคลื่อนที่คล้ายกับกรณีของการไหลแบบปั่นป่วนใน 3 มิติ แต่จะมีการรวมตัวกันที่ของอนุภาคที่มีขนาดเล็กไปเป็นอนุภาคที่มีขนาดใหญ่เพิ่มขึ้นด้วยในเวลาเดียวกัน ซึ่งทั้ง 2 แบบนี้เป็นผลการศึกษาจากสมภาวะการไหลที่มีเงื่อนไขที่เป็นการไหลแบบ Homogeneous Isotropic Turbulence ซึ่งเป็นการไหลในอุดมคติ แต่อย่างไรก็ตามสามารถนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้อธิบายกับการไหลจริงได้

สำหรับการไหลแบบปั่นป่วนของช่วงทรานซิชันในท่อ พบว่ามีการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลัง $k^{-3.3}$ ซึ่งมีแนวโน้มที่อนุภาคของไหลจะมีลักษณะการเคลื่อนที่เหมือนกับกรณีของการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติที่มีการกระจายของพลังงานเป็นไปตามกฎยกกำลัง k^{-3} เนื่องจากมีค่าตัวเลขยกกำลังที่ใกล้เคียงกันและพบว่าการรวมตัวกันของอนุภาคของไหล ณ ช่วงต้นของการไหลในท่อมีความสอดคล้องกับการกระจายของพลังงานที่มีความชันของกราฟเป็น -3.3 แต่อย่างไรก็ยังไม่สามารถสรุปได้อย่างชัดเจน ว่าการเคลื่อนที่ของอนุภาคของไหลในท่อจะเป็นแบบเดียวกับของกรณีการไหลแบบปั่นป่วนใน 2 มิติ หรือไม่ ซึ่งต้องทำการศึกษาวิจัยเพิ่มเติมต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- Champagne, F.H. 1978. The fine-scale structure of the turbulent velocity field. **J. Fluid Mech.** 86: 67-108.
- Kolmogorov, A.N. 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. **Dokl. Akad. Nauk SSSR.** 30: 301-305.
- Kraichnan, R.H. 1967. "Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence. **Physics of Fluids.** 10,4 : 1417-1423.
- Leith, C.E. 1968. Inertial Ranges in Two-Dimensional Turbulence. **Physics of Fluids.** 11 : 671-673.
- Martin, B.K., Wu, X.L., Goldberg, W.I. and Rutgers, M.A. 1998. Spectra of Decaying Turbulence in Soap Film. **Phys. Rev. Lett.** 80,18: 3964-3967.
- Matsuuchi, K., Hakamaya, N. and Honma, T. 1997. Initial Stage of Transition in Pipe and Universality of Turbulent Structure. **Proceedings of 7th Asian Cong. Fluid Mech.** Madras: 267-270.
- Mikio, H. 1992. **Introduction to Fluid Mechanics.** Sogashoten: Tokyo.
- Munson, B.R., Young, D.F. and Okiishi, T.H. 2000. **Fundamentals of Fluid Mechanics, 3rd ed.** Fluid. John Wiley & Sons Inc.: Singapore.
- Suntivarakorn, P. and Matsuuch, K. 2000. Turbulence Structure and Chaotic Phenomenon in the Initial Stage of Transition in Pipe Flow. **Proceedings of 9th International Symposium on Flow Visualization.** Edinburge Scotland: No.291.
- Tritton, H. 1988. **Physical Fluid Dynamics 2nd ed.** Oxford University Press. : Oxford.