วิศวกรรมสาร มข. ปีที่ 32 ฉบับที่ 2 (173 - 181) มีนาคม - เมษายน 2548
KKU Engineering Journal Vol. 32 No. 2 (173 - 181) March – April 2005

ผลของอัตราส่วนเหล็กเสริมต่อดัชนีความน่าเชื่อถือของคาน *

สงวน วงษ์ชวลิตกุล [1] และ หวังแก้ว บุญสวน [2]

[1] ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยวงษ์ชวลิตกุล จังหวัดนครราชสีมา 30000

[2] อาจารย์ประจำ ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยวงษ์ชวลิตกุล จังหวัดนครราชสีมา 30000

Email: sanbus@hotmail.com

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการนำเสนอผลการศึกษาเกี่ยวกับผลของอัตราส่วนของเหล็กเสริมคอนกรีตที่มีผลต่อค่าดัชนีความน่าเชื่อถือ โดยใช้สภาวะขีดจำกัดสูงสุดของกำลังรับแรงดัดเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของการเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียวและเสริมเหล็กทั้งแรงดึงและแรงอัดร่วมกัน ผลของการวิเคราะห์ทางความน่าเชื่อถือ แสดงในรูปของค่าดัชนีความน่าเชื่อถือเมื่อเปลี่ยนแปลงปริมาณของเหล็กเสริมพบว่า เมื่ออัตราส่วนของการเสริมเหล็กรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลเพิ่มขึ้นค่าดัชนีความน่าเชื่อถือจะเพิ่มขึ้นจนเมื่อค่าดัชนีความน่าเชื่อถือเท่ากับ 0.50 ค่าดัชนีความน่าเชื่อถือจะลดลงและเมื่ออัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงอัดต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลเพิ่มขึ้น ค่าของดัชนีความน่าเชื่อถือจะเพิ่มขึ้นทุก ๆ ค่าของอัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลเช่นกัน

คำสำคัญ : อัตราส่วนของเหล็กเสริม, อัตราส่วนของเหล็กเสริมแบบสมดุล, ดัชนีความน่าเชื่อถือ, คาน คอนกรีตเสริมเหล็ก

---

* รับต้นฉบับเมื่อวันที่ 23 มีนาคม 2547 และได้รับบทความฉบับแก้ไขเมื่อวันที่ 23 เมษายน 2547

Effect of Reinforcement ratio to reliability index of beam *

Sanguan Vongchavalitkul [1] and Whangkaew Boonsuan [2]

[1] Assistant Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering,Vongchavalitkul University, Nakhornratchasima, 30000

[2] Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering,Vongchavalitkul University, Nakhornratchasima, 30000

Email: sanbus@hotmail.com

Abstract

This paper presented an effect of reinforcement ratio to Reliability index (β) for beam section at their flexural strength limit state. The flexural strength of the beam sections is mathematically modeled for singly reinforcement and doubly reinforcement. Results of the reliability analysis are presented in terms of the reliability index at various levels of reinforcement ratio. When the ratio of reinforcement ratio per balance reinforcement was increased, the reliability index will be increased until the ratio of reinforcement ratio per balance reinforcement ratio is 0.50, the reliability index will be decreased and when the ratio of Compressive reinforcement ratio per balance reinforcement ratio was increased, the reliability index will be increased too.

Keywords: reinforcement ratio, balance reinforcement ratio, reliability index, beam

* Original manucript submitted: March 23, 2004 and Final manucript received: April 23, 2004

บทนำ

การตรวจสอบความน่าเชื่อถือทางโครงสร้าง เป็นการตรวจสอบจากคุณสมบัติความไม่แน่นอนของความแปรปรวนไม่ว่าจะเป็นความไม่แน่นอนของกำลังวัสดุหรือมิติของโครงสร้าง โดยการนำเสนอจะเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของฟังก์ชันสภาวะขีดจำกัด (Limit State Function) ซึ่งมักนิยมใช้งานกันทั้งหมด 3 รูปแบบ คือ 1) สภาวะขีดจำกัดสูงสุด (Ultimate Limit State) 2) สภาวะขีดจำกัดความสามารถกลับใช้งานได้ (Recoverability Limit State) และ 3) สภาวะขีดจำกัดการใช้งาน (Serviceability Limit State) สภาวะขีดจำกัดสูงสุดมักจะใช้ในการตรวจสอบชี้ถึงสภาวะของการพังทลายเพื่อป้องกันชีวิตของมนุษย์โดยปราศจากการพังทลายของอาคาร สภาวะขีดจำกัดความสามารถกลับใช้งานได้เป็นจุดจำกัด เมื่อสมรรถนะของโครงสร้างกลับมาใช้งานได้หลังจากการซ่อมแซมเล็กน้อยหรือการเสริมความแข็งแรง ส่วนสภาวะขีดจำกัดการใช้งานเป็นการตรวจสอบสภาวะ ที่สอดคล้องตามข้อกำหนดของการออกแบบและใช้งาน เช่น การโก่งตัวหรือการแอ่นตัวขององค์อาคาร ในบทความนี้จะเป็นการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของการออกแบบคานโดยวิธีกำลัง โดยใช้การตรวจสอบด้วยวิธี FORM (First Order Reliability Method) กับสภาวะขีดจำกัดสูงสุด เพื่อศึกษาถึงอัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุล ที่มีผลต่อดัชนีความปลอดภัย (β)

การตรวจสอบด้วยวิธี FORM

ความน่าเชื่อถือของโครงสร้างจะสามารถบ่งบอกถึงระดับความปลอดภัยได้จากค่าดัชนีความปลอดภัย (Reliability Index; β) ซึ่งกำหนดไว้ในสมการที่ 1

$$\beta = \Phi^{-1}(P_f) \tag{1}$$

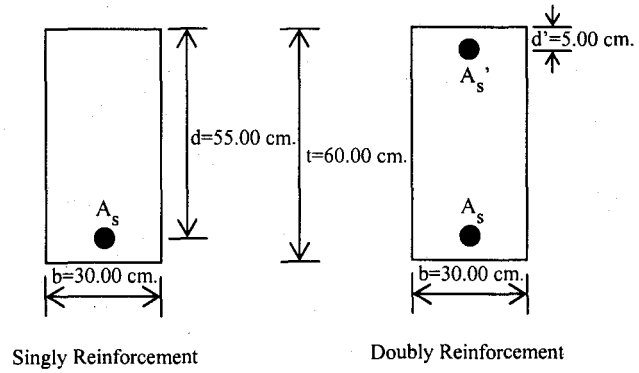
โดยที่ Φ^{-1} คือ อินเวอร์สของฟังก์ชันการแจกแจงมาตรฐานแบบปกติ (Inverse of Standard Normal Distribution) และ P_f เป็นค่าความน่าจะวิบัติ โดยปกติแล้ว β จะหาได้จากสมการที่ 2 ซึ่งเป็นสมการหลักของ FORM

$$\beta = \frac{(\mu_R - \mu_Q)}{\sqrt{\sigma_R{}^2 - \sigma_Q{}^2}} \tag{2}$$

โดยที่ μ_R, σ_R, μ_Q และ σ_Q คือ ค่าเฉลี่ยของกำลังต้านทาน (R), ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกำลังต้านทาน, ค่าเฉลี่ยของแรงที่กระทำ (Q) และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแรงที่มากระทำ จากสมการที่ 2 จะเห็นว่าแทนที่จะกำหนดค่าความน่าจะวิบัติดังเช่นสมการที่ 1 หากทราบค่า μ_R, σ_R, μ_Q และ σ_Q ก็จะสามารถหาค่าดัชนีความปลอดภัยได้

การกำหนดสภาวะขีดจำกัดสูงสุดของหน้าตัดคานและข้อมูลเชิงสถิติ

สภาวะขีดจำกัดสูงสุดของคานคอนกรีตเสริมเหล็กในการศึกษานี้ แบ่งออกเป็น 2 กรณี คือ 1) กรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงเพียงอย่างเดียว (Singly Reinforcement) และ 2) กรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงดัด (Doubly Reinforcement) ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 *แสดงหน้าตัดคานที่ใช้ในการศึกษา*

ฟังก์ชันประกอบของโมเมนต์ที่คานรับได้ (กำลังรับได้ของคาน) ในกรณีที่เสริมเหล็กรับแรงดึงเพียงอย่างเดียวได้แสดงไว้ในสมการที่ 3 ส่วนในกรณีของการเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัดได้แสดงไว้ในสมการที่ 4

กรณีที่เสริมเหล็กรับแรงดึงเพียงอย่างเดียว

$$M_R = \left(A_s f_y d\right) - \left(\frac{(A_s f_y)^2}{2\phi\, f_c' b}\right) \tag{3}$$

กรณีที่เสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด

$$M_R = \left((A_s - A_s')f_y \left(d - \left(\frac{(A_s - A_s')f_y}{2\phi\, f_c' b} \right) \right) \right) + \left(A_s' f_y (d - d') \right) \tag{4}$$

โดยที่ ϕ เป็นค่าการกระจายหน่วยแรงของคอนกรีตรูปสี่เหลี่ยม

ในส่วนของอัตราส่วนเหล็กเสริมที่จุดสมดุล (ρ_b) ได้แสดงไว้ในสมการที่ 5 ตามมาตรฐานอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กโดยวิธีกำลังของวิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ฯ เดือนมกราคม ปีพ.ศ. 2543 [วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ฯ. 2543]

$$\rho_b = \phi\, B \frac{f_c'}{f_y}\left(\frac{6{,}120}{6{,}120 + f_y}\right) \tag{5}$$

โดยที่ B คือ ค่าการกระจายของหน่วยแรงของคอนกรีตเป็นรูปสี่เหลี่ยมเช่นเดียวกับ ϕ กำหนดให้เป็นค่าคงที่มีค่าเท่ากับ 0.85

ตัวแปรสุ่มที่กำหนดไว้ในสมการที่ 3 ถึง 5 นั้นกำหนดให้กำลังของวัสดุเท่านั้นที่เป็นตัวแปรสุ่ม โดยมีกำลังอัดประลัยของคอนกรีตระบุ 280 ksc. เป็นตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) ตามผลการศึกษาของ สงวน วงษ์ชวลิตกุลและคณะ [สงวน วงษ์ชวลิตกุล. 2544.] และ [สงวน วงษ์ชวลิตกุล มารุต โคตรพันธ์ และ หวังแก้ว บุญสวน.2544] ส่วนของกำลังครากของเหล็กเสริมมีการแจกแจงแบบค่าต่ำสุด (Minimum Extreme Value Distribution) ตามผลการศึกษาของ สงวน วงษ์ชวลิตกุลและคณะ [สงวน วงษ์ชวลิตกุล ศิริชัย ห่วงจริง และ วิภารัตน์ สฤษฎ์ชัยกุล. 2545] ดังแสดงไว้ในตารางที่ 1

ตัวแปรสุ่ม	ค่ากำหนด (ksc.)	พารามิเตอร์การแจกแจง (ksc.)	
f_C'	280	μ_C = 379.62	σ = 64.37
f_Y	4,000	u = 6,381.54	θ = 153.85

ตารางที่ 1 *ตัวแปรสุ่มกำลังของวัสดุ*

สมการของการแจกแจงตัวแปรสุ่มของ f_C' และ f_Y ได้แสดงไว้ในสมการที่ 6 และ 7

$$f_c'(c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_c}\, e^{\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{c-\mu_c}{\sigma_c}\right)^2\right)},\quad 0 \le c \le \infty \tag{6}$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\theta}\, e^{\left(\frac{(y-u)}{\theta}\right)}\, exp\left[-e^{\left(\frac{(y-u)}{\theta}\right)}\right],\quad 0 \le y \le \infty \tag{7}$$

น้ำหนักบรรทุกที่มากระทำกำหนดให้มีการแจกแจงในลักษณะปกติ ทั้งน้ำหนักบรรทุกตายตัว และน้ำหนักบรรทุกจร

ตัวแปรสุ่ม	ค่าเฉลี่ย (kg.-m.)	ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (kg.-m.)
น้ำหนักบรรทุกตายตัว	100	10
น้ำหนักบรรทุกจร	300	30

ตารางที่ 2 *แสดงน้ำหนักบรรทุกในรูปของโมเมนต์ซึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ*

ผลการศึกษา

ผลของการศึกษาจะแบ่งออกเป็น 2 กรณี ตามลักษณะของการเสริมเหล็กในหน้าตัดคานซึ่งได้แสดงไว้ในตารางที่ 3, 4 และ 5 และในรูปที่ 2 และ 3

ตัวแปร	ค่าที่กำหนด
ϕ	0.85
B	0.85
f_C'	280 (ksc.)
f_Y	4,000 (ksc.)
μ_{DL}	100 (kg.-m.)
μ_{LL}	300 (kg.-m.)
σ_{DL}	10 (kg.-m.)
σ_{LL}	30 (kg.-m.)
b	30.00 (cm.)
d	55.00 (cm.)
d'	5.00 (cm.)

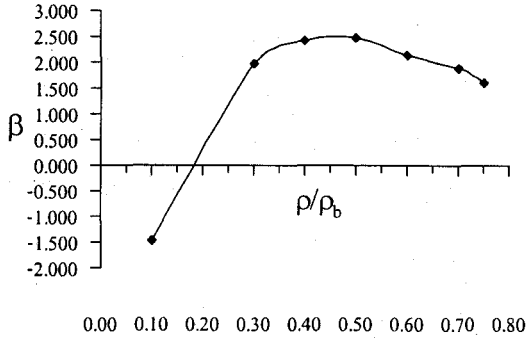
ตารางที่ 3 *แสดงค่าคงที่และตัวแปรต่าง ๆ ที่ใช้ในการคำนวณ*

ρ/ρ_b	ρ	ρ_b	As ($cm.^2$)	β
0.10	0.003058	0.03058488	5.05	-1.483
0.30	0.009175	0.03058488	15.14	1.960
0.40	0.012234	0.03058488	20.19	2.410
0.50	0.015292	0.03058488	25.23	2.460
0.60	0.018351	0.03058488	30.28	2.144
0.70	0.021409	0.03058488	35.33	1.880
0.75	0.022939	0.03058488	37.85	1.610

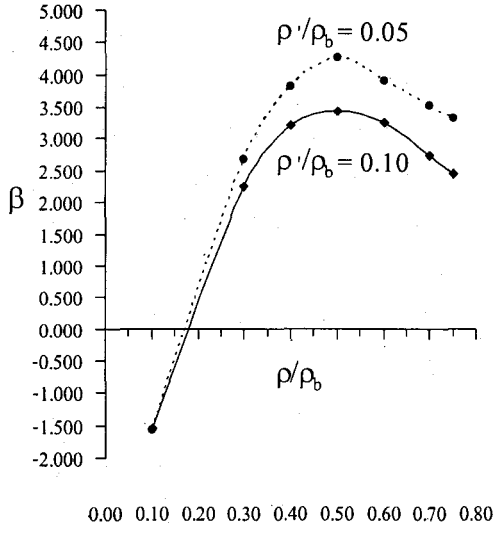
ตารางที่ 4 *แสดงอัตราส่วนของเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลกับค่าดัชนีความปลอดภัยที่ได้ในกรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว*

ρ'/ρ_b	ρ/ρ_b	ρ'	ρ_b	ρ	As ($cm.^2$)	As' ($cm.^2$)	β
	0.10	0.001529	0.03058488	0.003058	5.05	2.52	- 1.557
	0.30	0.001529	0.03058488	0.009175	15.14	2.52	2.258
	0.40	0.001529	0.03058488	0.012234	20.19	2.52	3.212
0.05	0.50	0.001529	0.03058488	0.015292	25.23	2.52	3.439
	0.60	0.001529	0.03058488	0.018351	30.28	2.52	3.261
	0.70	0.001529	0.03058488	0.021409	35.33	2.52	2.748
	0.75	0.001529	0.03058488	0.022939	37.85	2.52	2.446
	0.10	0.001529	0.03058488	0.003058	5.05	2.05	- 1.570
	0.30	0.001529	0.03058488	0.009175	15.14	5.05	2.670
	0.40	0.001529	0.03058488	0.012234	20.19	5.05	3.820
0.10	0.50	0.001529	0.03058488	0.015292	25.23	5.05	4.271
	0.60	0.001529	0.03058488	0.018351	30.28	5.05	3.900
	0.70	0.001529	0.03058488	0.021409	35.33	5.05	3.531
	0.75	0.001529	0.03058488	0.022939	37.85	5.05	3.330

ตารางที่ 5 *แสดงอัตราส่วนของเหล็กเสริมต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลกับค่าดัชนีความปลอดภัยที่ได้ในกรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด*



รูปที่ 4 *แสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลกับค่าดัชนีความปลอดภัยที่ได้ในกรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียว*



รูปที่ 5 *แสดงความสัมพันธ์ของอัตราส่วนของเหล็กเสริมต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลกับค่าดัชนีความปลอดภัยที่ได้ในกรณีเสริมเหล็กรับแรงดึงและแรงอัด*

สรุปผลการศึกษา

กำลังของคานคอนกรีตเสริมเหล็กที่ได้ทำการตรวจสอบดัชนีความน่าเชื่อถือโดยใช้ค่าสถิติของกำลังรับแรงอัดประลัยของคอนกรีตและกำลังครากของเหล็กเสริมที่เก็บข้อมูลแบบสุ่มจากโครงการก่อสร้างอาคารในจังหวัดนครราชสีมา ซึ่งกำลังรับแรงอัดประลัยของคอนกรีตที่ใช้ในการตรวจสอบมีค่าระบุ 280 ksc. มีการแจกแจงแบบปกติและกำลังครากของเหล็กเสริม DB20 มาตรฐาน SD40 มีการแจกแจงแบบค่าต่ำสุด แรงที่มากระทำต่อคานกำหนดให้มีค่าการแจกแจงแบบปกติ การตรวจสอบค่าดัชนีความน่าเชื่อถืออาศัยแนวทางการตรวจสอบค่าความน่าเชื่อถืออันดับที่ 1 (First Order Reliability Method; FORM) ควบคู่กับการจำลองโดยวิธีมอนเตคาร์โล (Monte Carlo Simulation) พบว่าทั้งกรณีของคานเสริมเหล็กรับแรงดึงอย่างเดียวและในกรณีที่เสริมเหล็กทั้งรับแรงดึงและแรงอัด เมื่ออัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลเพิ่มขึ้นค่าของดัชนีความน่าเชื่อถือจะเพิ่มขึ้นจนถึงเมื่ออัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลมีค่าเท่ากับ 0.50 แล้วค่าดัชนีความน่าเชื่อถือจะลดลง กรณีของการเสริมเหล็กทั้งรับแรงดึงและแรงอัด เมื่ออัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงอัดต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลเพิ่มขึ้นค่าของดัชนีความน่าเชื่อถือจะเพิ่มขึ้นทุก ๆ ค่าของอัตราส่วนเหล็กเสริมรับแรงดึงต่ออัตราส่วนเหล็กเสริมสมดุลเช่นกัน

เอกสารอ้างอิง

วิศวกรรมสถานแห่งประเทศไทย ฯ. 2543 **มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตเสริมเหล็ก โดยวิธีกำลัง**. พิมพ์ครั้งที่ 3.กรุงเทพ ฯ.

สงวน วงษ์ชวลิตกุล. 2544. **การศึกษาข้อมูลกำลังอัดประลัยของคอนกรีตผสมเสร็จ**. [รายงานการวิจัย]. นครราชสีมา: มหาวิทยาลัยวงษ์ชวลิตกุล.

สงวน วงษ์ชวลิตกุล มารุต โคตรพันธ์ และ หวังแก้ว บุญสวน. 2544. ข้อมูลเชิงสถิติของกำลังอัดประลัยคอนกรีตผสมเสร็จ. **วิศวกรรมสาร ม.ข**. 28, 2-3 (เมษายน-กันยายน)

สงวน วงษ์ชวลิตกุล ศิริชัย ห่วงจริง และ วิภารัตน์ สฤษฎ์ชัยกุล. 2545 .**ข้อมูลทางสถิติของกำลังรับแรงดึงของเหล็กเสริมคอนกรีต**. การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติ ครั้งที่ 8. (23-25 ตุลาคม). ขอนแก่น.

ACI Committee 318. 1995. **Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary**.American Concrete Institute: Farmington Hill

Yoshiyuki Komiya et. al. 2000. **AIJ Limit State Design Competition: Reinforced Concrete Office Building Structural Design Assuming Three Limit State**. Proceeding of the 8th ASCE.