

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการจัดตารางการผลิตในอุตสาหกรรมการผลิตชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์

พชร ชატะวดี^{* 1)} และ ศุภชัย ปทุมนากุล²⁾

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอรูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตของโรงงานกรณีศึกษาซึ่งอยู่ในกลุ่มอุตสาหกรรมระดับที่ (2nd Tier) ของระบบห่วงโซ่อุปทานอุตสาหกรรมการผลิตชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ การจัดตารางการผลิตมีข้อจำกัด ดังนี้ 1) ผลิตภัณฑ์เครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน, 2) เวลาเตรียมงานของแต่ละเครื่องจักรและลำดับงานก่อนหลังไม่เป็นอิสระต่อกัน, 3) ใช้นโยบายการผลิต 1 ชนิดผลิตภัณฑ์เต็มกะการผลิต, และ 4) ในแต่ละวันทำงานเครื่องจักรแต่ละเครื่องจะประกอบด้วยการผลิตที่ต้องพิจารณาว่าจะจัดผลิตภัณฑ์ชนิดใดเข้าผลิต กะการผลิตก่อนหน้าจะต้องถูกจัดตารางการผลิตให้เต็มก่อน การจัดตารางการผลิตที่มีประสิทธิภาพจะสามารถช่วยให้โรงงานกรณีศึกษาหลีกเลี่ยงการสูญเสียเวลาเตรียมงานที่ไม่จำเป็นและง่ายต่อการบริหารจัดการการผลิต รูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ถูกพัฒนาขึ้นโดยมีเป้าหมายคือให้เกิดต้นทุนรวมในการผลิตที่ต่ำที่สุด ประกอบด้วย 1) ต้นทุนการผลิต, 2) ต้นทุนการเตรียมงาน, 3) ต้นทุนพัสดุคงคลัง และ 4) ต้นทุนค่าส่งสินค้า รูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ถูกทดลองใช้แก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยผลการทดลองแสดงให้เห็นว่ารูปแบบทางคณิตศาสตร์สามารถให้ผลคำตอบที่ดีที่สุดคือมีต้นทุนรวมในการผลิตต่ำที่สุดและสามารถตอบสนองความต้องการของลูกค้าได้อย่างมีประสิทธิภาพสำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตขนาดเล็ก ในกรณีที่ปัญหามีขนาดใหญ่จะใช้เวลาประมวลผลที่นานมาก

คำสำคัญ: ฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ รูปแบบทางคณิตศาสตร์ เครื่องจักรแบบขนาน การจัดตารางการผลิต

¹⁾ นักศึกษาปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

อีเมล: chatavithee@hotmail.com

²⁾ รองศาสตราจารย์ ภาควิชาวิศวกรรมอุตสาหการ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40002

อีเมล: supa_pat@kku.ac.th

* Corresponding Author

A mathematical model for production scheduling in a hard disk drive component industry

Pachara Chatavith^{*1)} and Supachai Pathumnakul²⁾

Abstract

In this paper, a mathematical model for scheduling problem in a 2nd tier supplier of the hard disk drive supply chain is addressed. The problem is a particular case with some characteristics which are 1) the machines that used to produce are unrelated parallel machines, 2) the setup operation between two products is sequence-dependent setup, 3) the manufacturer applies one product – one line – one shift policy, 4) the early shifts must be assigned, not the later one(s) in each working day (continuous production). The effective production scheduling helps the manufacturer to avoid unnecessary setup time and easily managing production plan. A mathematical model is developed to solve the problem in order to minimize the production related costs including 1) production cost, 2) setup cost, 3) inventory cost and 4) backorder cost. The mathematical model is examined with a set of various problems. The results demonstrate that the proposed mathematical model could optimally solve the small sized problems. For the large size problems, it is difficult to solve, since it requires long computation time.

Keywords: Hard disk drive, Mathematical model, Parallel Machine, Scheduling

^{*1)} Graduated Students, Department of Industrial Engineering, Khon Kaen University, Khon Kaen 40002,
E-mail: chatavith^{*}@hotmail.com

²⁾ Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Khon Kaen University, Khon Kaen, 40002,
E-mail: supa_pat@kku.ac.th

* Corresponding Author

1. บทนำ

อุตสาหกรรมการผลิตฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์เป็นอุตสาหกรรมส่งออกที่ทำรายได้อันดับต้นๆ ของประเทศไทย โดยในปี พ.ศ. 2551 ประเทศไทยสามารถส่งออกฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์มูลค่ากว่า 600,000 ล้านบาท ซึ่งประเทศไทยถือเป็นฐานการผลิตฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ที่สำคัญของโลก ทำให้เกิดการจ้างงานกว่า 110,000 อัตรา นำรายได้เข้าสู่ประเทศเป็นมูลค่ามหาศาล

อุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์เป็นอุตสาหกรรมที่มีการนำชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์มาประกอบกันจากกลุ่มอุตสาหกรรมย่อย 3 กลุ่มของระบบห่วงโซ่อุปทาน (Supply chain) คือ 1) กลุ่ม 1st Tier เป็นกลุ่มอุตสาหกรรมที่ผลิตชิ้นส่วน Media, Head-gimbal assembly (HGA), และ Spindle motor เป็นต้น 2) กลุ่ม 2nd Tier ซึ่งเป็นกลุ่มอุตสาหกรรมที่ผลิตชิ้นส่วนให้แก่กลุ่ม 1st Tier ซึ่งได้แก่ชิ้นส่วน Slider, Suspension, และ Hub เป็นต้น 3) กลุ่ม 3rd Tier ได้แก่ กลุ่มอุตสาหกรรมที่ป้อนวัตถุดิบและงานบริการทางวิศวกรรมต่างๆ ให้แก่กลุ่ม 1st และ 2nd Tiers กล่าวโดยสรุป กลุ่มอุตสาหกรรมทั้ง 3 นี้จะทำหน้าที่เป็นผู้ผลิตชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ (Suppliers) ให้กับบริษัทผู้ผลิตฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ ซึ่งโรงงานกรณีศึกษาดังกล่าวจัดอยู่ในกลุ่มอุตสาหกรรม 2nd Tier ของระบบห่วงโซ่อุปทานอุตสาหกรรมผลิตชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์

ตารางการผลิตที่มีประสิทธิภาพนั้นจะเป็นตัววัดความสามารถในการตอบสนองของความต้องการของตลาด รวมทั้งการจัดตารางการผลิตที่ดีหรือเหมาะสมในแต่ละช่วงการผลิตนั้นๆ จะส่งผลโดยตรงในเชิงเศรษฐศาสตร์อย่างมาก ซึ่งสามารถสะท้อนถึงความสามารถทางการแข่งขันของอุตสาหกรรม ตารางการผลิตที่ไม่มีประสิทธิภาพอาจก่อให้เกิดปัญหาของธุรกิจ เช่น การส่งมอบสินค้าล่าช้า ต้นทุนด้านวัสดุคงคลังสูง การใช้เครื่องจักรไม่เต็มประสิทธิภาพ และเกิดการขาดแคลนสินค้า

การจัดตารางการผลิตเป็นหัวข้อซึ่งเป็นที่สนใจในสาขาการบริหารจัดการการผลิต ซึ่งสามารถสะท้อนถึงความสามารถทางการแข่งขันของอุตสาหกรรม ตารางการ

ผลิตที่ไม่มีประสิทธิภาพอาจก่อให้เกิดปัญหาของธุรกิจ เช่น การส่งมอบสินค้าล่าช้า ต้นทุนด้านวัสดุคงคลังสูง การใช้เครื่องจักรไม่เต็มประสิทธิภาพ และเกิดการขาดแคลนสินค้า สำหรับปัญหาการจัดตารางการผลิตแล้ว การจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานเป็นปัญหาที่พบได้ทั่วไปในอุตสาหกรรม ซึ่งจัดได้ว่าเป็นประเภทปัญหาการจัดตารางการผลิตที่ยาก และเป็นปัญหาประเภท NP-hard (Ying และ Cheng, 2010) โดยทั่วไปสามารถแบ่งลักษณะการจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานออกได้เป็น 3 ลักษณะ (Chen และ Sin, 1990) คือ 1) เครื่องจักรแบบขนานที่เป็นอิสระต่อกัน (Identical parallel machines) 2) เครื่องจักรแบบขนานที่มีประสิทธิภาพเหมือนกัน (Uniform parallel machines) 3) เครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน (Unrelated parallel machines) และการจัดตารางการผลิตโดยพิจารณาเวลาการเตรียมงาน (Setup time) ซึ่ง Allahverdi et al. (1999, 2008) ได้ทำการศึกษารวบรวมวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางการผลิตโดยมีเวลาเตรียมงานเข้ามาเกี่ยวข้อง

แม้ว่าจะมีวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับการจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานอยู่มากมาย แต่ยังไม่มีความรู้ที่ศึกษาเกี่ยวกับการจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กันและมีเวลาเตรียมงานไม่เป็นอิสระต่อกัน ในงานวรรณกรรมมีเป้าหมายในการจัดตารางการผลิตที่หลากหลาย เช่น ทำให้เกิดเวลาแล้วเสร็จงานรวมที่น้อยที่สุด (Minimizing makespan) ทำให้เกิดความล่าช้ามากที่สุดน้อยที่สุด (Minimizing maximum lateness) ทำให้เกิดความล่าช้าแบบมีการถ่วงน้ำหนักรวมน้อยที่สุด (Minimizing total weight tardiness) ทำให้เกิดต้นทุนต่ำที่สุด (Minimizing cost) เป็นต้น วิธีในการแก้ปัญหาที่มีทั้งวิธีเอ็กแซ็กต์อัลกอริทึม (Exact algorithm) และวิธีฮิวริสติก (Heuristic) โดยสำหรับปัญหาการหาเวลาแล้วเสร็จงานรวมน้อยที่สุด Suresh et al. (1996) ได้นำเสนอวิธีทาบูเซิร์ช (Tabu search) ในการแก้ปัญหา Rocha et al. (2008) ได้นำเสนอวิธีบริวนซ์แอนด์บาวด์ (Branch and bound) และวิธีโปรแกรมเชิงเส้นแบบผสม (Mixed integer programming) วิธีคัตติงเพลนอัลกอริทึม

(Cutting plane algorithm) ถูกนำเสนอโดย Mokotoff et al. (2002) และ Ghirardi และ Potts (2005) ได้นำเสนอวิธีรีโคเวอร์ริง บีม เซิร์ช (Recovering beam search) ในการแก้ปัญหาให้เกิดความล่าช้าแบบมีการถ่วงน้ำหนักรวมน้อยที่สุด Liaw et al. (2003) นำเสนอวิธีฮิวริสติกซึ่งแยกการหาคำตอบออกเป็น 2 ส่วนเพื่อแก้ปัญหา ในส่วนการจัดตารางการผลิตโดยเป้าหมายคือ ต้นทุนในการผลิตที่ต่ำที่สุด ต้นทุนในการผลิตเร็วกว่ากำหนดและต้นทุนการผลิตล่าช้าได้ถูกพิจารณาเพื่อหาเวลาส่งมอบของแก่ลูกค้าถูกนำเสนอโดย Adamofoulos และ Pappis (1998) ส่วนวิธีเอ็กซ์เช็กอัลกอริทึม เช่น วิธีบริวานซ์แอนด์บาวด์ และวิธีโปรแกรมเชิงเส้นแบบผสมเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กันให้เกิดต้นทุนในการผลิตต่ำที่สุดถูกนำเสนอโดย Rocha et al. (2008) Silva และ Magalhaes (2006) นำเสนอฮิวริสติกในการหาขนาดการผลิตที่เหมาะสม (Optimal lot size) ของโรงงานผลิตสิ่งทอ ซึ่งผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน เพื่อเป้าหมายในการทำให้เกิดเวลาสูญเสียจากการเปลี่ยนเครื่องมือในการผลิตน้อยที่สุด

ในอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ความเกี่ยวข้องกันภายในห่วงโซ่อุปทานมีความสำคัญมาก ผู้ผลิตระดับบนจะมีอำนาจต่อรองสูงเมื่อเปรียบเทียบกับซัพพลายเออร์ ข้อมูลต่างๆจะถูกถ่ายทอดจากผู้ผลิตสู่ซัพพลายเออร์ แผนการผลิตและเวลากำหนดส่งจะถูกตัดสินใจร่วมกันเพื่อให้เหมาะสมกับกำลังการผลิตของซัพพลายเออร์ โดยซัพพลายเออร์จะต้องผลิตให้ได้ตามความต้องการของลูกค้า การผลิตแล้วเสร็จก่อนหรือหลังเวลากำหนดส่งเป็นสิ่งที่ไม่พึงประสงค์ เป้าหมายในการจัดตารางการผลิตของอุตสาหกรรมฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์จึงมุ่งเน้นไปที่การลดต้นทุนรวมการผลิตซึ่งประกอบด้วย ต้นทุนการผลิต ต้นทุนการเตรียมงาน ต้นทุนพัสดุคงคลัง และต้นทุนสินค้าค้างส่ง ซึ่งการใช้เวลาในการผลิตมากจะทำให้เกิดต้นทุนการผลิตมาก การเปลี่ยนแปลงชนิดผลิตภัณฑ์ที่ผลิตจะทำให้เกิดต้นทุนการเตรียมงาน หากปริมาณพัสดุคงคลังในคลังสินค้าสูง

ต้นทุนการถือครองพัสดุคงคลังก็จะสูงจนกว่าผลิตภัณฑ์จะถูกส่งไปถึงมือลูกค้าตามเวลากำหนดส่ง และหากไม่สามารถผลิตผลิตภัณฑ์ตอบสนองความต้องการของลูกค้าได้ก็จะเป็นการเกิดต้นทุนสินค้าค้างส่ง จึงเป็นการยากที่จะบริหารจัดการให้ต้นทุนการผลิตรวมมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งถือว่าเป็นตารางการผลิตที่มีประสิทธิภาพ

2. ภาพรวมการจัดตารางการผลิตชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์

การจัดตารางการผลิตในอุตสาหกรรมชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ได้ถูกศึกษาในบทความนี้โดยเป็นการจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน เวลาการเตรียมงานของแต่ละเครื่องจักรและลำดับงานก่อนหลังไม่เป็นอิสระต่อกัน ผลิตตามนโยบายผลิต 1 ชนิดผลิตภัณฑ์เต็มกะการผลิต และผลิตอย่างต่อเนื่องนับตั้งแต่กะการผลิตแรกของในแต่ละวันบนแต่ละเครื่องจักร

ปัญหาการจัดตารางการผลิตในสายการผลิตชิ้นส่วนฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ของโรงงานกรณีศึกษาจะประกอบด้วยเครื่องจักรแบบขนานที่มีกำลังการผลิตที่แตกต่างกันขึ้นกับอายุของเครื่องจักร ประสิทธิภาพของเครื่องจักรและผู้ปฏิบัติงานบนแต่ละเครื่องจักรก็จะมีกำลังการผลิตแตกต่างกันออกไปตามชนิดของผลิตภัณฑ์ ปัจจุบันโรงงานกรณีศึกษาใช้นโยบายการผลิต 1 ชนิดผลิตภัณฑ์เต็มกะการผลิต (One product - one line - one shift policy) โดยในแต่ละกะการผลิตแต่ละเครื่องจักรจะถูกกำหนดให้ผลิตได้เพียง 1 ชนิดผลิตภัณฑ์เต็มเวลาการผลิตในการผลิตนั้นๆเท่านั้น โดยจะหลีกเลี่ยงการผลิตมากกว่า 1 ชนิดผลิตภัณฑ์ใน 1 กะการผลิต ยกเว้นในกรณีจำเป็นซึ่งยากที่จะเกิดขึ้นได้ โรงงานกรณีศึกษาจะทำงาน 3 กะการผลิตต่อ 1 วันทำงาน ในรูปที่ 1 จะแสดงตัวอย่างการจัดตารางการผลิต 3 ชนิดผลิตภัณฑ์ (A,B,C) ผลิตบน 4 สายการผลิต พิจารณาจัดตารางการผลิตในระยะเวลา 2 วันทำงาน โดยในแต่ละวันประกอบด้วย 3 กะการผลิต เครื่องหมาย (-) หมายถึงกะการผลิตที่ว่าง มิได้ทำการผลิตผลิตภัณฑ์ใด แสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวอย่างการจัดตารางการผลิต

Machine	Day 1			Day 2		
	Shift 1	Shift 2	Shift 3	Shift 1	Shift 2	Shift 3
Mc1	A	A	-	C	C	C
Mc2	A	A	A	A	A	-
Mc3	C	C	C	C	C	C
Mc4	B	-	-	B	B	B

ในแต่ละวันทำงาน การจัดตารางการผลิตต้องเป็นไปอย่างต่อเนื่อง กระบวนการผลิตก่อนหน้าจะต้องถูกจัดให้ดำเนินการผลิตก่อนกระบวนการผลิตถัดไปในวันนั้นๆ บนแต่ละเครื่องจักร แสดงตัวอย่างในตารางที่ 2 โดยตารางการผลิต 2.1 และ 2.2 คือตัวอย่างตารางการผลิตที่ต่อเนื่องตรงตามนโยบายการผลิตของโรงงานกรณีศึกษา ส่วนตารางการผลิตที่ 2.3 และ 2.4 คือตัวอย่างการผลิตที่ไม่ต่อเนื่อง ขัดกับนโยบายการผลิตของโรงงานกรณีศึกษา คือในวันผลิตนั้นๆ กระบวนการผลิตก่อนหน้ามิได้ถูกจัดตารางการผลิตตามลำดับ

2.1	Machine	Day 1			ต่อเนื่อง
		Shift 1	Shift 2	Shift 3	
	Mc1	A	A	B	
2.2	Machine	Day 1			ต่อเนื่อง
		Shift 1	Shift 2	Shift 3	
	Mc1	A	B	-	
2.3	Machine	Day 1			ไม่ต่อเนื่อง
		Shift 1	Shift 2	Shift 3	
	Mc1	A	-	B	
2.4	Machine	Day 1			ไม่ต่อเนื่อง
		Shift 1	Shift 2	Shift 3	
	Mc1	-	A	B	

รูปที่ 1 ตัวอย่างการผลิตที่ต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่อง

เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงชนิดของผลิตภัณฑ์ที่จะผลิต จะเกิดเวลาเตรียมงานในการเปลี่ยนแปลงชนิดผลิตภัณฑ์ขึ้น ซึ่งเวลาเตรียมงานนี้จะขึ้นกับเครื่องจักรและชนิดผลิตภัณฑ์ที่เปลี่ยนแปลง ซึ่งเวลาเตรียมงานของแต่ละเครื่องจักรและลำดับงานก่อนหลังจะไม่เป็นอิสระต่อกัน โดยเวลาเตรียมงานเหล่านี้จะสูญเสียไปในการปรับตั้ง ค่าตัวแปรการผลิตของเครื่องจักร การเปลี่ยนอุปกรณ์ การเคลียร์สายการผลิตให้ว่างก่อนเริ่มผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดใหม่

ซึ่งจะต่างกันขึ้นอยู่กับเครื่องจักรและลำดับการผลิตของแต่ละชนิดผลิตภัณฑ์ก่อนหลัง แสดงในรูปที่ 2

Machine 1		Machine 2	
period 1	period 2	period 1	period 2
A	B	A	B
8	1	8	3
B	A	B	A
8	2	8	1.5

รูปที่ 2 เวลาเตรียมงานของแต่ละเครื่องจักรและลำดับงานก่อนหลังไม่เป็นอิสระต่อกัน

ส่วนที่แรกเวลาเตรียมงานที่สูญเสียไปในการเปลี่ยนแปลงการผลิตชนิดหนึ่งไปผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดอื่น ยกตัวอย่างเช่น เมื่อเครื่องจักรที่ 1 ผลิตผลิตภัณฑ์ A ในกระบวนการผลิตที่ 1 (8 ชั่วโมงต่อกะ) และในกระบวนการผลิตที่ 2 จะเปลี่ยนมาผลิตผลิตภัณฑ์ B จะสูญเสียเวลาเตรียมงาน 1 ชั่วโมง ทำให้เหลือเวลาในการผลิต 7 ชั่วโมง ในทางกลับกันหากเปลี่ยนจากผลิตภัณฑ์ B มาผลิตผลิตภัณฑ์ A จะสูญเสียเวลาเตรียมงาน 2 ชั่วโมง จะทำให้เหลือเวลาทำงานเพียง 6 ชั่วโมง ในกรณีที่ผลิตผลิตภัณฑ์เดิมจะไม่สูญเสียเวลาเตรียมงาน

เพื่อหลีกเลี่ยงการเกิดเวลาเตรียมงานที่ไม่จำเป็น และเพื่อให้ง่ายต่อการบริหารจัดการการผลิต รูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตที่กล่าวมาในข้างต้น ถึงแม้รูปแบบทางคณิตศาสตร์จะไม่สามารถใช้แก้ปัญหาจริงในอุตสาหกรรมซึ่งปัญหามีขนาดใหญ่และมีความซับซ้อนมาก แต่การหาคำตอบที่ดีที่สุดในปัญหานั้นขนาดเล็กจะสามารถแสดงลักษณะการจัดตารางการผลิตที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งสามารถจะประยุกต์ใช้ในการพัฒนาวิธีวิวัฒนาการอัลกอริทึมในการจัดตารางการผลิตในปัญหานั้นขนาดใหญ่ และมีความซับซ้อนให้ได้ผลคำตอบที่ใกล้เคียงกับค่าที่เหมาะสมที่สุด และใช้เวลาประมวลผลที่ยอมรับได้

3. รูปแบบทางคณิตศาสตร์

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิตถูกพัฒนาขึ้นประกอบด้วยตัวแปรและรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

N	จำนวนชนิดผลิตภัณฑ์	สินค้าค้างส่ง) ของผลิตภัณฑ์ j ในวันที่ l
P	จำนวนเครื่องจักร	(ชิ้น)
D	จำนวนวันทำงาน	$Y_{i,j,k,l,m}$ เป็น 1 เมื่อมีการเปลี่ยนจากผลิตภัณฑ์ i มา
S	จำนวนกะการผลิต	ผลิตผลิตภัณฑ์ j บนเครื่องจักร k ในวันที่ l
i, j	ดัชนีผลิตภัณฑ์ โดย $i, j = 1, 2, 3, \dots, N + 1$	กะการผลิต m นอกจากนั้นมีความเป็น 0
	ซึ่ง $i, j = 1$ คือไม่มีการผลิต	$X_{j,k,l,m}$ เป็น 1 เมื่อมีการผลิตผลิตภัณฑ์ j บน
k	ดัชนีเครื่องจักร โดย $k = 1, 2, 3, \dots, P$	เครื่องจักร k ในวันที่ l กะการผลิต m
l	ดัชนีวันทำงาน โดย $l = 1, 2, 3, \dots, D$	นอกจากนั้นมีความเป็น 0
m	ดัชนีกะการผลิต โดย $m = 1, 2, 3, \dots, S$	จากตัวแปรในข้างต้น รูปแบบทางคณิตศาสตร์ถูก
Pc	ต้นทุนผลิต (บาทต่อกะการผลิต)	สร้างขึ้น ดังนี้
Sc	ต้นทุนเตรียมงาน (บาทต่อชั่วโมง)	Minimize
Hc	ต้นทุนถือครองพัสดุคงคลัง (บาทต่อชิ้นต่อวัน)	$Pc \sum_{j=2}^{N+1} \sum_{k=1}^P \sum_{l=1}^D \sum_{m=1}^S X_{j,k,l,m} + Sc \sum_{j=2}^{N+1} \sum_{k=1}^P \sum_{l=1}^D \sum_{m=1}^S St_{j,k,l,m}$
Bc	ต้นทุนค้างส่งสินค้า (บาทต่อชิ้นต่อวัน)	$+ Hc \sum_{j=2}^{N+1} \sum_{l=1}^D Inv^+_{j,l} + Bc \sum_{j=2}^{N+1} \sum_{l=1}^D Inv^-_{j,l} \quad (1)$
Pt	ชั่วโมงทำงาน (ชั่วโมงต่อกะการผลิต)	Subject to
$D_{j,l}$	ปริมาณความต้องการผลิตผลิตภัณฑ์ j	$X_{j,k,l,m} \in \{0,1\} \quad \forall j, \forall k, \forall l, \forall m \quad (2)$
	ในวันที่ l (ชิ้น)	$Y_{i,j,k,l,m} \in \{0,1\} \quad \forall i, \forall j, \forall k, \forall l, \forall m \quad (3)$
$Ts_{i,j,k}$	เวลาเตรียมงานในการเปลี่ยนจากผลิตภัณฑ์ i ไปผลิตผลิตภัณฑ์ j บนเครื่องจักร k (ชั่วโมง)	$\sum_{j=1}^{N+1} X_{j,k,l,m} = 1 \quad \forall k, \forall l, \forall m \quad (4)$
Ps_k	ผลิตภัณฑ์ที่ถูกผลิตก่อนเริ่มกะการผลิตแรกของวันแรกในการวางแผนการผลิต บนเครื่องจักร k	$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} Y_{i,j,k,l,m} = 1 \quad \forall k, \forall l, \forall m \quad (5)$
Cp_j	มีค่าเป็น 0 เมื่อ j มีค่าเท่ากับ 1 (ไม่มีการผลิต) นอกจากนี้ Cp_j มีค่าเป็น 1	$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} jY_{i,j,k,l,m} = \sum_{j=1}^{N+1} jX_{j,k,l,m} \quad \forall k, \forall l, \forall m \quad (6)$
Oh_j	ปริมาณพัสดุคงคลังก่อนเริ่มการวางแผนการผลิตของผลิตภัณฑ์ j (ชิ้น)	$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} iY_{i,j,k,l,m} = \sum_{j=1}^{N+1} jX_{j,k,l,m-1} \quad \forall k, \forall l, m = 2, 3, \dots, S \quad (7)$
$Cap_{j,k}$	กำลังการผลิตเมื่อทำการผลิตผลิตภัณฑ์ j บนเครื่องจักร k (ชิ้นต่อชั่วโมง)	$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} iY_{i,j,k,l,m} = \sum_{j=1}^{N+1} jX_{j,k,l-1,S} \quad \forall k, l = 2, 3, \dots, D, m = 1 \quad (8)$
$St_{j,k,l,m}$	เวลาเตรียมงานที่เกิดขึ้นเมื่อผลิตผลิตภัณฑ์ j บนเครื่องจักร k ในวันที่ l กะการผลิต m (ชั่วโมง)	$\sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} iY_{i,j,k,l,m} = Ps_k \quad \forall k, l = 1, m = 1 \quad (9)$
$Inv_{j,l}$	ปริมาณพัสดุคงคลังของผลิตภัณฑ์ j ในวันที่ l (ชิ้น)	$St_{j,k,l,m} \geq 0 \quad \forall j, \forall k, \forall l, \forall m \quad (10)$
$Inv^+_{j,l}$	ปริมาณพัสดุคงคลังที่มีค่าเป็นบวกของผลิตภัณฑ์ j ในวันที่ l (ชิ้น)	$St_{j,k,l,m} \leq MX_{j,k,l,m} \quad \forall j, \forall k, \forall l, \forall m \quad (11)$
$Inv^-_{j,l}$	ปริมาณพัสดุคงคลังที่มีค่าเป็นลบ (ปริมาณ	$\sum_{j=1}^{N+1} St_{j,k,l,m} \geq \sum_{i=1}^{N+1} \sum_{j=1}^{N+1} Ts_{i,j,k} Y_{i,j,k,l,m} \quad \forall k, \forall l, \forall m \quad (12)$

$$\sum_{j=1}^{N+1} Cp_j X_{j,k,l,m} \geq \sum_{j=1}^{N+1} Cp_j X_{j,k,l,m+1} \quad \forall k, \forall l, m=1,2,\dots,S-1 \quad (13)$$

$$Inv_{j,l} = Inv_{j,l-1} - D_{j,l} + \sum_{k=1}^P \sum_{m=1}^S Cap_{j,k} (PtX_{j,k,l,m} - St_{j,k,l,m})$$

สำหรับ $j = 2,3,\dots,N+1, l = 2,3,\dots,D$ (14)

$$Inv_{j,l} = Oh_j - D_{j,l} + \sum_{k=1}^P \sum_{m=1}^S Cap_{j,k} (PtX_{j,k,l,m} - St_{j,k,l,m})$$

สำหรับ $j = 2,3,\dots,N+1, l = 1$ (15)

$$Inv_{j,l}^+ \geq Inv_{j,l} \quad \forall j, \forall l \quad (16)$$

$$Inv_{j,l}^+ \geq 0 \quad \forall j, \forall l \quad (17)$$

$$Inv_{j,l}^- \geq -Inv_{j,l} \quad \forall j, \forall l \quad (18)$$

$$Inv_{j,l}^- \geq 0 \quad \forall j, \forall l \quad (19)$$

สมการที่ (1) คือสมการเป้าหมายเพื่อให้เกิดต้นทุนรวมน้อยที่สุด ประกอบด้วย ต้นทุนผลิต ต้นทุนเตรียมงาน ต้นทุนพัสดุคงคลัง และต้นทุนสินค้าค้างส่ง สมการที่ (2) และ (3) กำหนดให้ค่าของ $X_{j,k,l,m}$ และ $Y_{i,j,k,l,m}$ มีค่าเป็น 0 หรือ 1 สมการที่ (4) คือสมการที่กำหนดให้ผลิตได้เพียง 1 ชนิดผลิตภัณฑ์บนเครื่องจักร k วันที่ l ะการผลิต m สมการที่ (5) คือสมการที่กำหนดให้เกิดลักษณะการผลิตได้เพียง 1 ประเภทบนเครื่องจักร k วันที่ l ะการผลิต m (1 ประเภทการเปลี่ยนจากผลิตภัณฑ์ i มาผลิตผลิตภัณฑ์ j) ยกตัวอย่างเช่น ที่ค่า $k=1, l=1, m=1$ คือ ตารางการผลิตบนเครื่องจักรที่ 1 วันผลิตที่ 1 ะการผลิตที่ 1 สมมติให้การจัดตารางการผลิตคือผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 3 โดยในกะการผลิตก่อนหน้าผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 2 (เปลี่ยนจากผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 3 มาผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 2) ค่า $Y_{3,2,1,1,1}$ จะต้องมีความเท่ากับ 1 ส่วนค่า $Y_{i,j,1,1,1}$ อื่นๆต้องมีความเป็น 0 เป็นต้น สมการที่ (6), (7), (8), และ (9) คือสมการที่กำหนดให้ค่า $Y_{i,j,k,l,m}$ มีความสอดคล้องกับค่า $X_{j,k,l,m}$ และค่า Ps_k ตัวอย่างสำหรับสมการที่ (6) และ (7) ที่ค่า $k=1, l=1$ เมื่อค่า $X_{4,1,1,1}=1$ และค่า $X_{4,1,1,2}=1$ ค่า $Y_{4,4,1,1,2}$ จะต้องมีความเท่ากับ 1 ตัวอย่างสำหรับสมการที่ (8) ที่ค่า $k=1$ เมื่อค่า

$X_{2,1,1,3}=1$ และค่า $X_{3,1,2,1}=1$ ค่า $Y_{2,3,1,2,1}$ จะต้องมีความเท่ากับ 1 ตัวอย่างสำหรับสมการที่ (9) ที่ค่า $k=1, l=1, m=1$ และค่า $Ps_1=1$ (ไม่มีการผลิต) หาก $X_{4,1,1,1}=1$ (คือผลิตผลิตภัณฑ์ชนิดที่ 4 บนเครื่องจักรที่ 1 วันผลิตที่ 1 ะการผลิตที่ 1) ค่า $Y_{4,1,1,1}$ จะต้องมีความเท่ากับ 1 สมการที่ (10), (11), และ (12) คือสมการที่กำหนดให้ค่า $St_{j,k,l,m}$ มีค่าสอดคล้องกับค่า $X_{j,k,l,m}, Y_{i,j,k,l,m}$ และ $Ts_{i,j,k}$ ตัวอย่างเช่น สมมติให้ค่า $X_{4,1,1,1}=1, Y_{2,4,1,1,1}$ จะได้ค่า $St_{4,1,1,1}=Ts_{2,4,1}$ เป็นต้น สมการที่ (13) คือสมการที่กำหนดให้การผลิตในแต่ละวันกะการผลิตก่อนหน้าต้องถูกจัดตารางการผลิตก่อนกะการผลิตถัดมาบนแต่ละเครื่องจักร สมการที่ (14) และ (15) เป็นสมการที่กำหนดปริมาณสินค้าคงคลังให้เท่ากับปริมาณสินค้าคงคลังในวันก่อนหน้ารวมกับปริมาณผลิตภัณฑ์ที่ผลิตได้ในวันปัจจุบันและลบด้วยปริมาณความต้องการในวันปัจจุบัน สมการ (16) และ (17) จะกำหนดว่าหากค่า $Inv_{j,l}$ มีค่าเป็นบวก ค่า $Inv_{j,l}^+$ จะมีค่าอยู่ในช่วง $Inv_{j,l}$ ถึงค่าอนันต์ แต่ถ้าค่า $Inv_{j,l}$ มีค่าเป็นลบค่า $Inv_{j,l}^+$ จะมีค่าเป็น 0 สมการ (18) และ (19) จะกำหนดว่าหากค่า $Inv_{j,l}$ มีค่าเป็นลบ ค่า $Inv_{j,l}^-$ จะมีค่าอยู่ในช่วง $-Inv_{j,l}$ ถึงค่าอนันต์ แต่ถ้าค่า $Inv_{j,l}$ มีค่าเป็นบวกค่า $Inv_{j,l}^-$ จะมีค่าเป็น 0 และเนื่องด้วยสมการเป้าหมายต้องการหาค่าต้นทุนรวมต่ำที่สุด รูปแบบทางคณิตศาสตร์จะบังคับให้ค่า $Inv_{j,l}^+$ และค่า $Inv_{j,l}^-$ มีค่าสอดคล้องกับค่า $Inv_{j,l}$ นั่นคือค่า $Inv_{j,l}$ ที่มีค่าเป็นบวกถือเป็นปริมาณพัสดุคงคลัง และค่า $Inv_{j,l}$ ที่มีค่าเป็นลบถือเป็นปริมาณสินค้าค้างส่งนั่นเอง

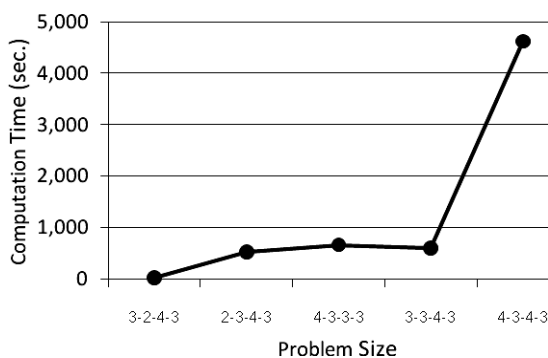
4. ผลการทดลอง

รูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ถูกทดลองใช้ในการแก้ปัญหาการจัดตารางการผลิต 5 ขนาดปัญหา 10 ปัญหาสำหรับแต่ละขนาดปัญหา ประมวลผลโดยโปรแกรม LINGO11 คอมพิวเตอร์ Intel(R) Core(TM) 2 Quad 2.66 GHz ค่าเวลาประมวลผลเฉลี่ยแสดงในตารางที่ 2 และรูปที่ 3 ยกตัวอย่างขนาดปัญหาแรกคือปัญหาการจัดตารางการผลิตบน 2 เครื่องจักร มี 3 ชนิดผลิตภัณฑ์

วางแผนเป็นเวลา 4 วัน ในแต่ละวันประกอบด้วย 3 กะการผลิต (ปัญหาขนาด 2-3-4-3) เป็นต้น

ตารางที่ 2 เวลาประมวลผลเฉลี่ย

Problem Set	Line-Prod.-Day-Shift	No. of decision variables	Avg. computation time (second)
1	2-3-4-3	576	19.30
2	3-2-4-3	624	523.00
3	3-3-4-3	900	664.20
4	4-3-3-3	912	602.60
5	4-3-4-3	1,200	4,625.60



รูปที่ 3 กราฟเปรียบเทียบค่าเวลาประมวลผลเฉลี่ย

จากการแก้ปัญหาโดยรูปแบบทางคณิตศาสตร์จะได้ตารางการผลิตซึ่งทำให้ทราบว่าควรจะต้องจัดตารางการผลิตอย่างไรเพื่อให้เกิดต้นทุนรวมในการผลิตต่ำที่สุดแสดงตัวอย่างในตารางที่ 3 ซึ่งเป็นปัญหาขนาด 4-3-4-3 คือปัญหาการจัดตารางการผลิตบน 4 เครื่องจักร (M1, M2, M3, และ M4) มี 3 ชนิดผลิตภัณฑ์ (P2, P3, และ P4) โดย P1 คือกรณีที่กะการผลิตว่าง ไม่มีการผลิต วางแผนเป็นเวลา 4 วัน โดยในแต่ละวันประกอบด้วย 3 กะการผลิต ซึ่งตารางการผลิตที่ได้จะช่วยให้ผู้วางแผนการผลิตทราบว่าควรจัดให้ผลิตภัณฑ์ใดถูกดำเนินการผลิตบนเครื่องจักรใดในแต่ละคาบเวลาโดยจะมุ่งเน้นให้จำนวนกะการทำงานที่ใช้ให้น้อยที่สุดและพยายามหลีกเลี่ยงการเกิดเวลาเตรียมงานที่ไม่จำเป็น สามารถตอบสนองความต้องการของลูกค้าได้อย่างมีประสิทธิภาพ และจากผลการทดลองพบว่าเมื่อปัญหาขนาดใหญ่ขึ้น เวลาประมวลผลจะมีแนวโน้มสูงขึ้นแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้นรูปแบบทาง

คณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นจึงไม่เหมาะสมสำหรับการแก้ปัญหาขนาดใหญ่ภายใต้เวลาประมวลผลที่ยอมรับได้

ตารางที่ 3 ตารางการผลิตจากรูปแบบทางคณิตศาสตร์

Mc	Pd.	D.1			D.2			D.3			D.4		
		S.1	S.2	S.3	S.1	S.2	S.3	S.1	S.2	S.3	S.1	S.2	S.3
M1	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P3	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1
	P4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M2	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P3	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
	P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M3	P1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
	P2	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0
	P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M4	P1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1
	P2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	P4	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0

5. บทสรุป

บทความนี้ได้พัฒนารูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหการจัดตารางการผลิตบนเครื่องจักรแบบขนานที่ไม่สัมพันธ์กัน โดยมีเวลาเตรียมงานของแต่ละเครื่องจักรและลำดับงานก่อนหลังไม่เป็นอิสระต่อกันภายใต้นโยบายการผลิตเต็มกะการผลิต และในแต่ละวันกะเวลาการผลิตก่อนหน้าต้องถูกจัดตารางการผลิตก่อนเพื่อให้ได้ตารางการผลิตที่มีต้นทุนรวมต่ำที่สุดประกอบด้วยต้นทุนการผลิต ต้นทุนการเตรียมงาน ต้นทุนพัสดุคงคลัง และต้นทุนค่าส่งสินค้าโดยรูปแบบทางคณิตศาสตร์จะสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดสำหรับปัญหาขนาดเล็ก รูปแบบทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นไม่สามารถใช้จัดตารางการผลิตสำหรับปัญหาของโรงงานจริงซึ่งปัญหามีขนาดใหญ่ลักษณะตารางการผลิตจากรูปแบบทางคณิตศาสตร์จะแสดงให้เห็นถึงพฤติกรรมของการจัดตารางการผลิตที่เหมาะสมที่สุดซึ่งสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาจริงของโรงงานต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากศูนย์วิจัยร่วมเฉพาะทางด้านส่วนประกอบฮาร์ดดิสก์ไดรฟ์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น และศูนย์เทคโนโลยีอิเล็กทรอนิกส์และคอมพิวเตอร์แห่งชาติ สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ

เอกสารอ้างอิง

- Adamopoulos, G. I., Pappis, C. P., Scheduling under a common due-date on parallel unrelated machines, *European Journal of Operational Research*, Vol.105 (1998). pp. 494-501.
- Allahverdi A., Jatinder N., Gupta D., Aldowaisan T. (1999). A review of scheduling research involving setup considerations, *Omega. Int. J. Mgmt Sci*, (27), 219-239.
- Allahverdi A., Ng C.T., Cheng T.C.E., Kovalyov M.Y. (2008). A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European Journal of Operational Research*, (187), 985–1032.
- Chen, T.C.E., Sin, C. C. S., A state-of-the-art review of parallel-machine scheduling research, *European Journal of Operational Research*, Vol.47 (1990). pp. 271-292.
- Ghirardi, M., Potts, C. N., Makespan minimization for scheduling unrelated parallel machines: A recovering beam search approach, *European Journal of Operational Research*, Vol.165 (2005). pp. 457-467.
- Liaw, C. F., Lin, Y. K., Chen, Y. C., Chen, M., Scheduling unrelated parallel machines to minimize total weighted tardiness, *Computer and Operations Research*, Vol.30 (2003). pp. 1777-1789.
- Mokotoff, E., Chrétienne, P., A cutting plane algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, Vol.141 (2002). pp. 515-525.
- Rocha, P. L., Ravetti, M. G., Mateus, G. R., Pardalos, P. M., Exact algorithms for a scheduling problem with unrelated parallel machines and sequence and machine-dependent setup times, *Computers & Operations Research*, Vol.35 (2008). pp. 1250-1264.
- Silva, C., Magalhaes, J. M., Heuristic lot size scheduling on unrelated parallel machines with applications in the textile industry, *Computers & Industrial Engineering*, Vol.50 (2006). pp. 76-89.
- Suresh, V., Chaudhuri, D., Bicriteria scheduling problem for unrelated parallel machines, *Computers & Industrial Engineering*, Vol.30 (1996). pp. 77-82.
- Ying, K. C., Cheng, H. M., Dynamic parallel machine scheduling with sequence-dependent setup times using an iterated greedy heuristic, *Expert Systems with Applications*, Vol.37 (2010). pp. 2848-2852.