วิศวกรรมสาร มข. ปีที่ 38 ฉบับที่ 1 (1-10) มกราคม-มีนาคม 2554 บทความวิจัย
KKU Engineering Journal Vol.38 No.1 (1-10) January – March 2011

การออกแบบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับโครงข้อหมุนหลังคา และการวิเคราะห์ความไว

ปนัสย์ชัย เชษฐ์โชติศักดิ์*

บทคัดย่อ

บทความนี้นำเสนอการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดสำหรับโครงข้อหมุนหลังคา ซึ่งมีสมการวัตถุประสงค์คือฟังก์ชันน้ำหนักของโครงข้อหมุนหลังคา อันประกอบด้วย น้ำหนักของคอร์ดบน คอร์ดล่าง ชิ้นส่วนตั้ง และน้ำหนักของชิ้นส่วนทแยง มีตัวแปรไม่ทราบค่า 7 ตัวแปร การวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อหาหน่วยแรงภายใน และการแอ่นตัวได้ใช้แบบจำลองคาน Timoshenko ซึ่งให้คำตอบในรูปแบบที่แน่นอนและมีค่าแม่นตรง เมื่อรวมกับการตรวจสอบเงื่อนไขการออกแบบโครงสร้างเหล็กตาม AISC 89 จะได้เป็นสมการเงื่อนไขไร้เชิงเส้นทั้งหมด 16 สมการ การแก้ปัญหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดนั้นได้ใช้ฟังก์ชันมาตรฐานในโปรแกรมสำเร็จรูป MATHCAD และได้นำเสนอตัวอย่างการวิเคราะห์ออกแบบและ การวิเคราะห์ความไวของพารามิเตอร์ออกแบบที่มีต่อคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

คำสำคัญ : โครงข้อหมุนหลังคา แบบจำลองคานเสมือน คำตอบที่เหมาะสมที่สุด

*อาจารย์ สาขาวิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสานวิทยาเขตขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40000 อีเมล์: panantchai_ch@yahoo.com

Optimal Design and Sensitivity Analysis of Roof Truss

Panatchai Chetchotisak*

Abstract

This paper presented an optimal design and sensitivity analysis of roof truss structures. The objective function was the weight of the roof truss, expressed as the weight of cords, webs and diagonal members. The seven design variables were taken into the formulation. The Timoshenko beam model was used to determine stress and deflection of the roof truss in terms of a closed form solution. Sixteen non-linear constrain equations were formulated according to AISC-89 code requirements. The solution was carried out by the MATHCAD program. An illustrative problem was solved, and its results were presented and discussed. Finally the sensitivity analysis was included for selection of the design parameters.

Keywords: Roof Truss, Equivalent Beam Model, Optimization

* Lecturer, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, RMUTI Khon Kaen Campus, Khon Kaen, 40000, E-mail: Panatchai_ch@yahoo.com.

1. บทนำ

โครงข้อหมุนเป็นโครงสร้างที่มีน้ำหนักของชิ้นส่วนองค์อาคาร เบากว่าระบบโครงสร้างประเภทอื่น จึงเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายในงานโครงหลังคาของอาคารที่มีช่วงยาว เช่น โรงงานอุตสาหกรรม โกดังเก็บสินค้า และสนามกีฬาในร่ม เป็นต้น ในการวิเคราะห์ออกแบบโครงข้อหมุนหลังคาเพื่อให้ได้น้ำหนักของโครงสร้างที่เบาที่สุดนั้น ประกอบด้วย 2 ส่วน คือ รูปแบบเรขาคณิตที่ดีที่สุด และขนาดชิ้นส่วนที่ดีที่สุด ซึ่งอาจต้องอาศัยการลองผิดลองถูกหลายครั้ง ขึ้นอยู่กับความชำนาญและประสบการณ์ของวิศวกรผู้ออกแบบเป็นสำคัญ หรือวิศวกรบางคนอาจใช้หลักปฏิบัติโดยทั่วไปซึ่งเสนอใน Fisher (1991) โดยการกำหนดสัดส่วนความยาวช่วงต่อความลึกเท่ากับ 15 ถึง 20 อย่างไรก็ตามวิธีการดังกล่าวนี้ อาจไม่ให้คำตอบที่ดีที่สุดอย่างแท้จริง จึงได้มีการนำเอาศาสตร์ของกระบวนการวิเคราะห์ที่เหมาะสมที่สุดมาประยุกต์ใช้กับการออกแบบโครงข้อหมุนหลังคา ซึ่งสามารถพบได้ใน Hajela และ Lee (1995) Gil และ Andreu (2001) Hamza และคณะ (2003) มงคล (2543) ลำไพร และฉัตรพันธ์ (2553) แต่งานวิจัยที่กล่าวมานั้น ยังมิได้ทำการศึกษาเกี่ยวกับผลกระทบของตัวแปรพารามิเตอร์ต่างๆ และรวมถึงผลกระทบของเงื่อนไขต่างๆที่มีต่อคำตอบที่ดีที่สุด ซึ่งเรียกว่าการวิเคราะห์ความไว (sensitivity analysis)

วัตถุประสงค์ของบทความนี้คือ นำเสนอการวิเคราะห์ออกแบบที่เหมาะสมที่สุด สำหรับโครงข้อหมุนหลังคาโดยใช้การวิเคราะห์โครงสร้างด้วยแบบจำลองคาน Timoshenko (ปนัสย์ชัย, 2548) ซึ่งมีหลักการพื้นฐานคือการจำลองให้โครงข้อหมุนหลังคาอยู่ในรูปแบบของคาน Timoshenko โดยสมมุติให้คอร์ดบนและคอร์ดล่างเทียบเท่ากับความต้านทานการดัดของคาน ในขณะที่ชิ้นส่วนตั้งและชิ้นส่วนทแยง ถูกสมมุติให้เทียบเท่ากับความต้านทานการเฉือนของคาน ดังนั้นโครงสร้างจึงอยู่ในรูปแบบที่แน่นอน สามารถนำมาประยุกต์เข้ากับสมการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดได้โดยไม่ต้องอาศัยการวิเคราะห์โครงสร้างจากแบบจำลองอื่น และ ในบทความนี้ได้นำเสนอผลการศึกษาการวิเคราะห์ความไวของคำตอบที่เหมาะสมที่สุดเพื่อใช้เป็นข้อมูลสำหรับการออกแบบ

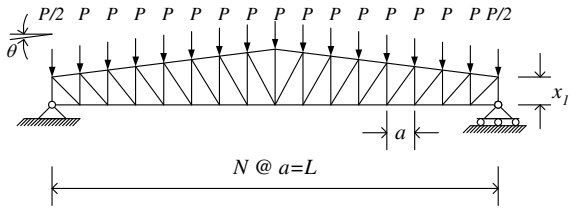
2. สมมุติฐานการออกแบบ

โครงข้อหมุนหลังคาดังรูปที่ 1 มีสมมุติฐานการออกแบบดังนี้

2.1 พิจารณาเป็นโครงข้อหมุนในระนาบ

2.2 สมมุติให้คอร์ดบนถูกยึดรั้งมิให้เกิดการเคลื่อนที่นอกระนาบด้วยแป

2.3 มีโครงข้อหมุนทุติยภูมิ (secondary truss) และโครงแกงแนง เชื่อมระหว่างโครงข้อหมุนหลักแต่ละตัว เพื่อป้องกันการโก่งเดาะนอกระนาบ



รูปที่ 1 *โครงข้อหมุนหลังคา*

3. สมการวัตถุประสงค์

สมการวัตถุประสงค์ของโครงข้อหมุนหลังคาในที่นี้คือฟังก์ชันของน้ำหนักของชิ้นส่วนโครงสร้างซึ่งในที่นี้กำหนดให้ใช้หน้าตัดท่อกลมตาม JIS 3444 ประกอบด้วยน้ำหนักของคอร์ดบนและล่าง W_{CORD} น้ำหนักของชิ้นส่วนตั้ง W_{WEB} และ น้ำหนักของชิ้นส่วนทแยง W_{DIAG} ดังนี้

$$f(x) = W_{CORD} + W_{WEB} + W_{DIAG} \tag{1}$$

โดยที่

$$W_{CORD} = \gamma_s \pi\, x_2 x_3 L\left(1 + \frac{1}{\cos\theta}\right) \tag{2}$$

$$W_{WEB} = \gamma_s \pi\, x_4 x_5 \begin{pmatrix} (N+1)x_1 + \dfrac{L}{2}\tan\theta \\ + \dfrac{N}{2}\left(\dfrac{N}{2} - 1\right) a\tan\theta \end{pmatrix} \tag{3}$$

และ

$$W_{DIAG} = \gamma_s \pi\, x_6 x_7\, 2a \sum_{i=1}^{\frac{N}{2}} \left(\frac{1}{\cos\varphi_i}\right) \tag{4}$$

โดยที่ L คือ ความยาวช่วงของโครงข้อหมุน

N คือ จำนวนช่อง (panel)

γ_s คือ หน่วยน้ำหนักของเหล็ก

θ คือ มุมลาดเอียงของหลังคา

φ_i คือ มุมระหว่างชิ้นส่วนทแยงกับแนวราบ

x_1 ถึง x_7 คือตัวแปรไม่ทราบค่าที่ใช้ในการออกแบบโครงข้อหมุนหลังคาแสดงดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 *ตัวแปรไม่ทราบค่าที่ใช้ออกแบบ*

ตัวแปร	สัญลักษณ์	หน่วย
ความลึกของโครงข้อหมุน	x_1	m
เส้นผ่าศูนย์กลางของคอร์ด	x_2	mm
ความหนาของคอร์ด	x_3	mm
เส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นส่วนตั้ง	x_4	mm
ความหนาของชิ้นส่วนตั้ง	x_5	mm
เส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นส่วนทแยง	x_6	mm
ความหนาของชิ้นส่วนทแยง	x_7	mm

4. สมการเงื่อนไข

สมการเงื่อนไขในที่นี้ ได้แก่ เงื่อนไขทางด้านกำลังและเสถียรภาพของชิ้นส่วน รวมถึงสภาวะการใช้งานของโครงหลังคา $g_1(\mathbf{x})$ ถึง $g_9(\mathbf{x})$ ซึ่งจะต้องสอดคล้องกับข้อกำหนดของการออกแบบโครงสร้างเหล็กตาม AISC 89 ทั้งนี้การบรรลุเงื่อนไขดังกล่าว จะต้องผ่านขั้นตอนการวิเคราะห์โครงสร้างตามแบบจำลองคาน Timoshenko (ปนัสย์ชัย, 2548) เสียก่อน สำหรับเงื่อนไข $g_{10}(\mathbf{x})$ กำหนดขึ้นเพื่อไม่ให้ได้ค่าความลึกติดลบ ส่วนเงื่อนไข $g_{11}(\mathbf{x})$ ถึง $g_{16}(\mathbf{x})$ กำหนดขึ้นเพื่อเป็นข้อกำหนดขั้นต่ำสำหรับขนาดและความหนาของชิ้นส่วน ตามตารางที่ 6 ในภาคผนวก ซึ่งในเบื้องต้นจะกำหนดขนาดชิ้นส่วนไม่ต่ำกว่า 48.6 mm หนาไม่ต่ำกว่า 3.2 mm ทั้งนี้เงื่อนไขดังกล่าวสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความประสงค์ของผู้ใช้งาน โดยที่ เงื่อนไขทั้งหมดแสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 *สมการเงื่อนไข*

สมการเงื่อนไข	รูปแบบ	หมายเหตุ
$g_1(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในคอร์ดล่างมีค่าไม่เกินหน่วยแรงดึงที่ยอมให้	เงื่อนไขทางด้านกำลังวัสดุ
$g_2(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในคอร์ดบนมีค่าไม่เกินหน่วยแรงอัดที่ยอมให้	
$g_3(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในชิ้นส่วนตั้งมีค่าไม่เกินหน่วยแรงอัดที่ยอมให้	
$g_4(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในชิ้นส่วนทแยงมีค่าไม่เกินหน่วยแรงดึงที่ยอมให้	
$g_5(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของคอร์ดล่างมีค่าไม่เกิน 240	เงื่อนไขทางด้านเสถียรภาพของชิ้นส่วนและการใช้งาน
$g_6(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของคอร์ดบนมีค่าไม่เกิน 200	
$g_7(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของชิ้นส่วนตั้งมีค่าไม่เกิน 200	
$g_8(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของชิ้นส่วนทแยงมีค่าไม่เกิน 240	
$g_9(\mathbf{x})$	ระยะแอ่นตัวสูงสุดมีค่าไม่เกินระยะที่ยอมให้	
$g_{10}(\mathbf{x})$	ความลึกของโครงข้อหมุนมีค่ามากกว่าศูนย์	เงื่อนไขทางด้านเรขาคณิต
$g_{11}(\mathbf{x})$	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของคอร์ดมีค่ามากกว่า 48.6 mm.	
$g_{12}(\mathbf{x})$	ขนาดความหนาของคอร์ดมีค่ามากกว่า 3.2 mm.	
$g_{13}(\mathbf{x})$	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นส่วนตั้งมีค่ามากกว่า 48.6 mm.	
$g_{14}(\mathbf{x})$	ขนาดความหนาของชิ้นส่วนตั้งมีค่ามากกว่า 3.2 mm.	
$g_{15}(\mathbf{x})$	ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นส่วนทแยงมีค่ามากกว่า 48.6 mm.	
$g_{16}(\mathbf{x})$	ขนาดความหนาของชิ้นส่วนทแยงมีค่ามากกว่า 3.2 mm.	

5. การวิเคราะห์หาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด

กระบวนการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดนั้นเริ่มจากการสมมุติค่าเริ่มต้นของตัวแปร x_1 ถึง x_7 แล้วจึงทำการวิเคราะห์โครงสร้างเพื่อหาแรงภายใน และการแอ่นตัว โดยใช้แบบจำลองคาน Timoshenko (ปนัสย์ชัย, 2548) จากนั้นทำการตรวจสอบเงื่อนไขการออกแบบโครงสร้างเหล็กตามข้อกำหนดของ AISC 89 แล้วจัดรูปแบบสมการวัตถุประสงค์และสมการเงื่อนไขให้อยู่ในรูปแบบปัญหาการวิเคราะห์หาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดดังนี้

$$\mathrm{W} = \text{Minimize } f(\mathbf{x}) \tag{5}$$

$$g_j(\mathbf{x}) \le 0,\ j = 1,2,3,...16 \tag{6}$$

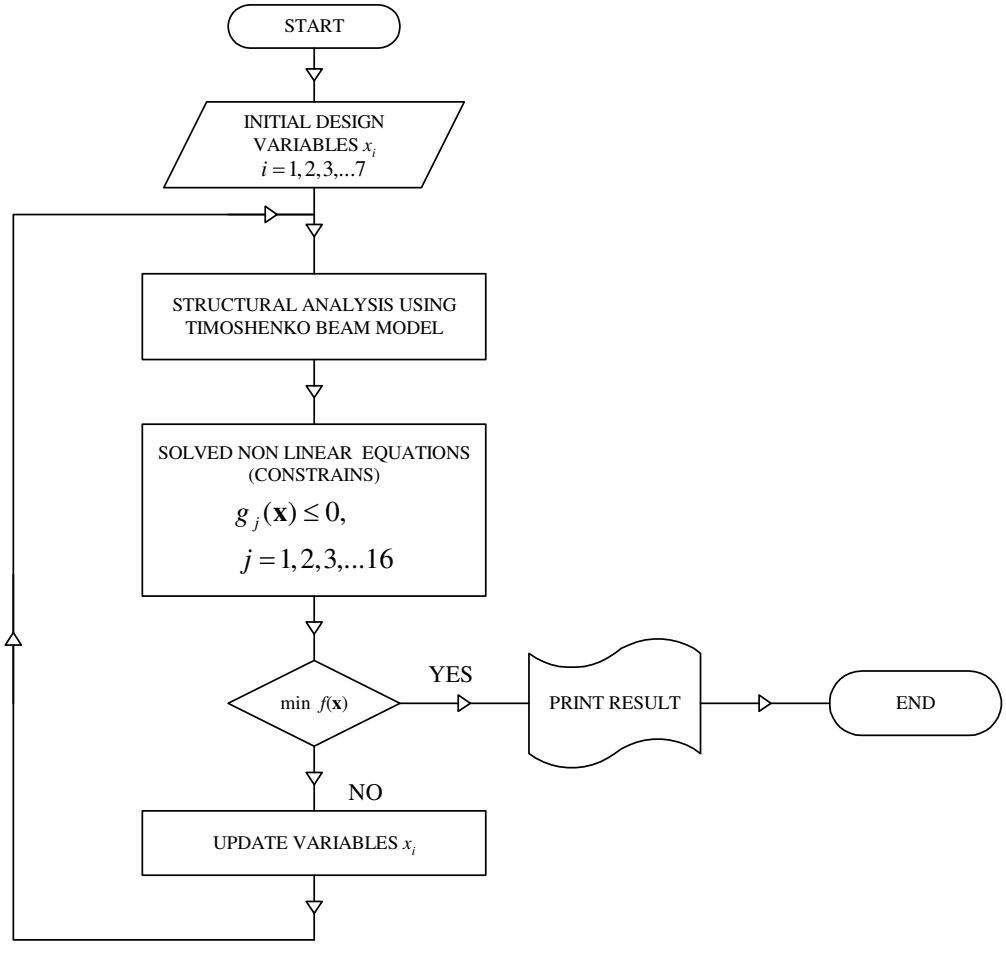
โดยที่ W คือ น้ำหนักที่เบาที่สุดของโครงหลังคา และสำหรับสมการที่ 5 และ 6 นี้เป็นระบบสมการไร้เชิงเส้น ซึ่งในบทความนี้ได้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป MATHCAD ช่วยในการหาคำตอบซึ่งมีขั้นตอนการวิเคราะห์แสดงในรูปที่ 2 ทั้งนี้ผู้อ่านสามารถ ศึกษารายละเอียดเพิ่มเติมของการแก้ปัญหาการวิเคราะห์ที่เหมาะสมที่สุดได้ใน Arora (1989)

6. ตัวอย่างการวิเคราะห์

โครงข้อหมุนหลังคาตัวอย่างมีค่าพารามิเตอร์สำหรับการออกแบบแสดงดังตารางที่ 3 จากนั้นทำการแก้ปัญหาระบบสมการไร้เชิงเส้นได้คำตอบแสดงในตารางที่ 4

ตารางที่ 3 *พารามิเตอร์ในการออกแบบ*

พารามิเตอร์	สัญลักษณ์	ค่า	หน่วย
ความยาวของโครงข้อหมุน	L	30	m
ความชันหลังคา	θ	5	องศา
จำนวนช่อง	N	20	ช่อง
น้ำหนักบรรทุก	P	7.5	kN



รูปที่ 2 *ขั้นตอนการแก้ปัญหาการวิเคราะห์คำตอบที่เหมาะสมที่สุด*

ตารางที่ 4 *ผลการวิเคราะห์*

ตัวแปรไม่ทราบค่า	สัญลักษณ์	ผลการวิเคราะห์			หน่วย
		คำตอบที่เหมาะสมที่สุด	L/x_1=20	L/x_1=15	
ความลึกของโครงข้อหมุน	x_1	1.73	1.50	2.00	m
เส้นผ่าศูนย์กลางของคอร์ด	x_2	139.8	139.8	139.8	mm
ความหนาของคอร์ด	x_3	3.6	4.0	3.6	mm
เส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นส่วนตั้ง	x_4	76.3	76.3	76.3	mm
ความหนาของชิ้นส่วนตั้ง	x_5	3.2	3.2	3.2	mm
เส้นผ่าศูนย์กลางของชิ้นส่วนทแยง	x_6	60.5	76.3	60.5	mm
ความหนาของชิ้นส่วนทแยง	x_7	3.2	3.2	3.2	mm
น้ำหนักของโครงข้อหมุน	W	1309	1408	1364	kg

ตารางที่ 5 *เงื่อนไขเมื่อได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุด*

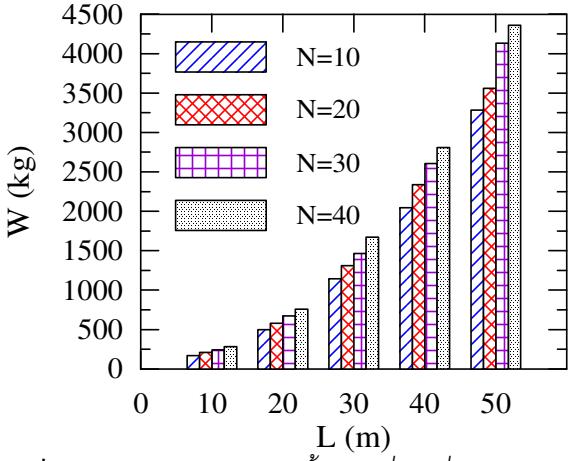
สมการเงื่อนไข	รูปแบบเงื่อนไข	ค่าที่ได้จากการวิเคราะห์	ค่าที่ยอมให้	หน่วย
$g_1(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในคอร์ดล่าง	1228	1440	ksc
$g_2(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในคอร์ดบน	1232	1334	ksc
$g_3(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในชิ้นส่วนตั้ง	978	1151	ksc
$g_4(\mathbf{x})$	หน่วยแรงในชิ้นส่วนทแยง	1440	1440	ksc
$g_5(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของคอร์ดล่าง	30.35	240	-
$g_6(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของคอร์ดบน	30.46	200	-
$g_7(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของชิ้นส่วนตั้ง	64.28	200	-
$g_8(\mathbf{x})$	อัตราส่วนความชะลูดของชิ้นส่วนทแยง	107	240	-
$g_9(\mathbf{x})$	ระยะแอ่นสูงสุด	59.75	83.33	mm

ในตารางที่ 4 แสดงถึงผลการวิเคราะห์ออกแบบด้วยกระบวนการที่เหมาะสมที่สุด เปรียบเทียบกับการออกแบบโดยการสมมุติสัดส่วนช่วงความยาวต่อความลึกตาม Fisher (1991) เท่ากับ 15 และ 20 ตามลำดับ พบว่ากระบวนการออกแบบที่เหมาะสมที่สุดจะได้โครงข้อหมุนที่มีน้ำหนักเบากว่า ซึ่งจะเห็นได้ว่า หากใช้การออกแบบด้วยกระบวนการทั่วไป วิศวกรผู้ออกแบบอาจต้องลองผิดลองถูกหลายครั้งจึงจะได้คำตอบที่ดีที่สุด สำหรับเงื่อนไขเมื่อได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดแสดงในตารางที่ 5 พบว่าค่าที่ได้จากการวิเคราะห์ด้วยกระบวนการที่เหมาะสมที่สุดมีค่าใกล้เคียงกับค่าที่ยอมให้โดยเฉพาะ $g_1(\mathbf{x})$ ถึง $g_4(\mathbf{x})$ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเงื่อนไขทางด้านกำลังวัสดุเป็นตัวควบคุมคำตอบ

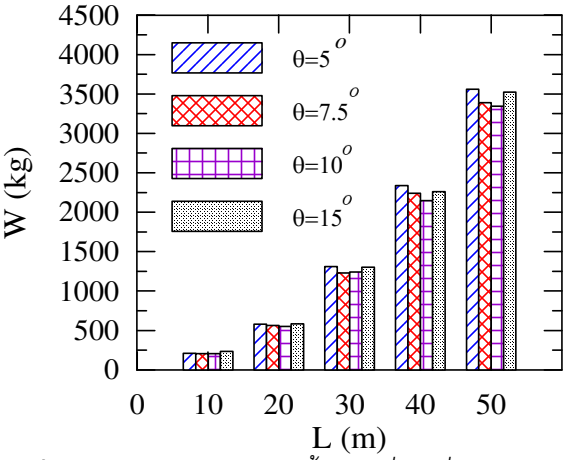
7. การวิเคราะห์ความไว

การศึกษาผลกระทบของตัวแปร ที่มีต่อค่าที่เหมาะสมที่สุดหรือเรียกว่าการวิเคราะห์ความไว (sensitivity analysis) ซึ่งในบทความนี้ได้กำหนดค่าคงที่ P/a = 5 kN/m ความยาวช่วง 10 ถึง 50 เมตร จำนวนช่อง 10 ถึง 40 ช่อง มุมลาดเอียง 5 ถึง 15 องศา โดยศึกษาถึงผลกระทบที่มีต่อคำตอบที่เหมาะสมที่สุด W และอัตราส่วนช่วงความยาวต่อความลึกที่เหมาะสมที่สุดของโครงข้อหมุน

ในรูปที่ 3 พบว่าน้ำหนัก W จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามความยาวช่วง L และจำนวนช่อง N ส่วนผลกระทบของความลาดเอียงของหลังคา θ พบว่า มีผลกระทบต่อน้ำหนัก W น้อยมาก ดังแสดงในรูปที่ 4



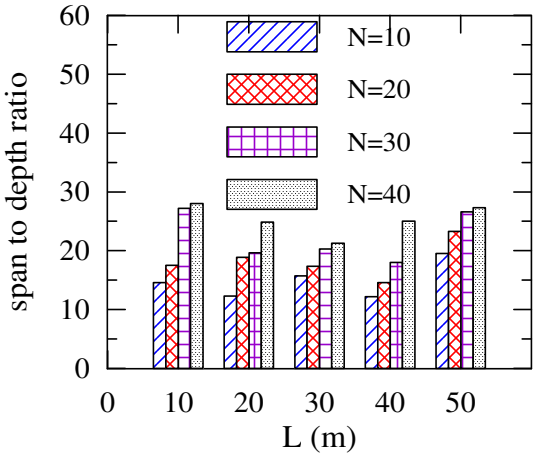
รูปที่ 3 *ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่เบาที่สุดของโครงหลังคา W และความยาวช่วง L เมื่อแปรเปลี่ยนจำนวนช่อง N (θ=5°)*



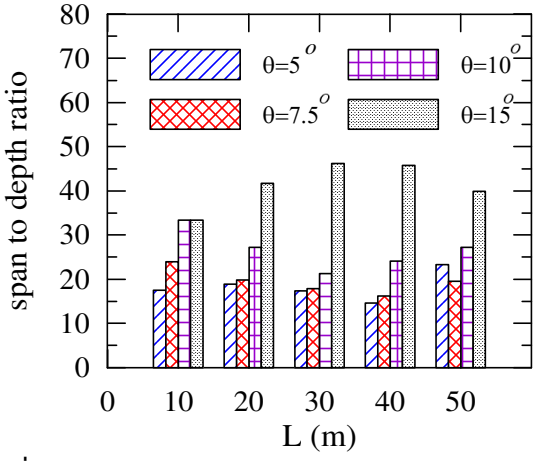
รูปที่ 4 *ความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักที่เบาที่สุดของโครงหลังคา W และความยาวช่วง L เมื่อแปรเปลี่ยนมุมลาดเอียง θ (N = 20)*

และสำหรับผลการศึกษาหาสัดส่วนความยาวช่วงต่อความลึกที่เหมาะสมเพื่อให้ได้น้ำหนักโครงหลังคาเบาที่สุด แสดงในรูปที่ 5 และ 6 ซึ่งพบว่าโครงข้อหมุนแต่ละช่วงความยาวมีค่าสัดส่วนที่แตกต่างกัน อยู่ในช่วง 10-50 และยังพบว่าสัดส่วนดังกล่าวนั้นแปรผันตามจำนวนช่อง N และ θ

จากผลการศึกษาในบทความนี้ แสดงให้เห็นว่าการออกแบบโครงข้อหมุนหลังคาเพื่อให้ได้น้ำหนักเบาที่สุดนั้น ควรกำหนดให้มีจำนวนช่อง N น้อยที่สุด แต่อย่างไรก็ตาม จะต้องไม่ทำให้ระยะช่วงของแปยาวมากเกินไปจนทำให้วัสดุมุงหลังคาหรือ แปรับน้ำหนักไม่ได้ ส่วนความลาดเอียงของหลังคานั้นขึ้นอยู่กับประเภทของวัสดุมุงเป็นสำคัญ สำหรับสัดส่วนความยาวช่วงต่อความลึกที่เสนอโดย Fisher (1991) เพื่อใช้สำหรับออกแบบให้ได้โครงข้อหมุนหลังคาเบาที่สุด นั้นอยู่ในช่วง 15-20 แต่ในบทความนี้กลับพบว่า สัดส่วนดังกล่าวนั้นมีค่าไม่แน่นอนขึ้นกับ L N และมุม θ เป็นสำคัญ



รูปที่ 5 *ความสัมพันธ์ระหว่าง สัดส่วนความยาวช่วงต่อความลึกที่ดีที่สุดของโครงหลังคา และความยาวช่วง L เมื่อแปรเปลี่ยนจำนวนช่อง N (θ=5°)*



รูปที่ 6 *ความสัมพันธ์ระหว่าง สัดส่วนความยาวช่วงต่อความลึกที่ดีที่สุดของโครงหลังคา และความยาวช่วง L เมื่อแปรเปลี่ยนมุมลาดเอียง θ (N = 20)*

8. สรุป

บทความนี้นำเสนอ การวิเคราะห์ออกแบบโครงข้อหมุนหลังคาช่วงเดียวให้มีน้ำหนักเบาที่สุดด้วยกระบวนการออกแบบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งอาศัยการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยแบบจำลองคาน Timoshenko

โดยผู้เขียน (ปนัสย์ชัย, 2548) และได้ทำการศึกษาผลกระทบของค่าพารามิเตอร์ออกแบบที่มีต่อคำตอบที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งได้แก่ ช่วงความยาว 10, 20, 30, 40 และ 50 เมตร จำนวนช่อง10, 20, 30, 40 ช่อง มุมลาดเอียง 5, 7.5, 10, 15 องศา จากการศึกษาพบว่า

1 น้ำหนักของโครงข้อหมุนหลังคาที่เบาที่สุดจะแปรผันตามจำนวนช่อง

2 มุมลาดเอียงของหลังคามีผลต่อคำตอบที่เหมาะสมที่สุดน้อยมาก

3 สัดส่วนความยาวช่วงต่อความลึกที่ใช้ออกแบบเพื่อให้ได้โครงหลังคามีน้ำหนักเบาที่สุดนั้นมีค่าไม่แน่นอนขึ้นกับความยาวช่วง จำนวนช่อง และความลาดเอียงของหลังคา

9. เอกสารอ้างอิง

ธีรพงศ์ เสนจันทร์ฒิไชย, พันธนัฐ วายุภาพ, ไพบูลย์ เลิศวงศ์กรกิจ และ ภควัต ปริญญาวุฒิชัย, 2540. พฤติกรรมของโครงหลังคาเหล็กที่มีช่วงยาว. **การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่** 4: บทความที่ STR4

ปนัสย์ชัย เชษฐ์โชติศักดิ์, 2548. การวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคาโดยใช้แบบจำลองคาน Timoshenko. **วิศวกรรมสาร มข**. ปีที่ 32 ฉบับที่ 6: 829-840

มงคล จิรวัชรเดช, 2543. ความสูงที่เหมาะสมที่สุดในการออกแบบโครงหลังคาเหล็ก. **วารสารเทคโนโลยีสุรนารี**.ฉบับที่ 7: 149-153

ลำไพร มีทอง และ ฉัตรพันธ์ จินตนาภักดี, 2553. การออกแบบโครงหลังคาเหล็กอย่างเหมาะสมที่สุดโดยใช้วิธีคำนวณเชิงพันธุกรรม. **การประชุมวิชาการวิศวกรรมโยธาแห่งชาติครั้งที่** 15: บทความที่ STR 047

Arora, J.S. 1989. **Introduction to Optimum Design**. Singapore. McGraw-Hill.

Fisher, J.M. 1991. **Industrial Building –Steel Design Guide Series AISC.** Chicago. AISC.

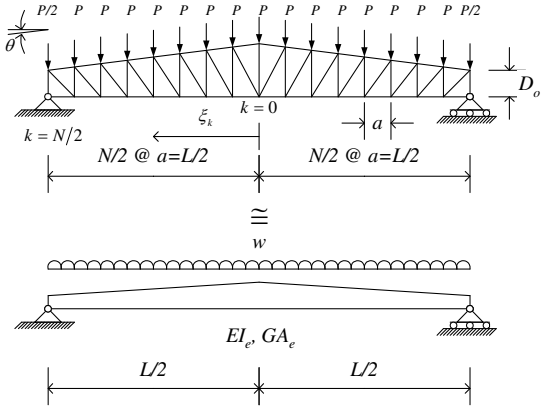
Gil, L. and Andreu, A. (2001). Shape and Cross-section Optimization of a Truss Structure. **Computers and Structures.** 79:681-689

Hajela, P. and Lee, E. 1995. Genetic Algorithms in Truss Topological Optimization. **International Journal of Solids and Structures.** 32, 22: 3341-3357.

Hamza, K., Mahmoud, H. and Saitou, K. 2003. Design Optimization of N-Shaped Roof Trusses Using Reactive Taboo Search. **Applied Soft Computing.** 3: 221–235.

10. ภาคผนวก: การวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคาโดยใช้แบบจำลองคาน Timoshenko

การวิเคราะห์โครงข้อหมุนหลังคาโดยใช้แบบจำลองคาน Timoshenko (ปนัสย์ชัย, 2548) ดังรูปที่ 7 มีหลักการพื้นฐานคือการสมมุติให้คอร์ดบนและคอร์ดล่างเทียบเท่ากับความต้านทานการดัดของคาน ในขณะที่ ชิ้นส่วนตั้งและชิ้นส่วนทแยง ถูกสมมุติให้เทียบเท่ากับความต้านทานการเฉือนของคาน ซึ่งการวิเคราะห์แบ่งเป็น 2 ส่วน คือการหาหน่วยแรงภายใน และการคำนวณระยะแอ่นตัว



รูปที่ 7 *แบบจำลองคาน Timoshenko สำหรับโครงข้อหมุนหลังคา*

ในส่วนแรกคือการหาหน่วยแรงภายใน ซึ่งเริ่มจากการเทียบน้ำหนักกระทำแบบจุด P ให้เป็นน้ำหนักบรรทุกแผ่กระจายสม่ำเสมอ w ดังนี้

$$w = \frac{P}{a} \qquad (7)$$

ดังนั้นแรงดึงสูงสุดในคอร์ดล่าง F_m^t สามารถหาได้จากการเทียบเท่าโมเมนต์คู่ควบที่กึ่งกลางคานดังนี้

$$F_m^t = \frac{wL^2}{8D_o}\beta_m \tag{8}$$

เมื่อ

$$\beta_m = \frac{1-4\xi_m^2}{1+\lambda-2\lambda\xi_m} \tag{9}$$

$$\xi_m = \frac{1+\lambda-\sqrt{1+2\lambda}}{2\lambda} \tag{10}$$

โดยที่ $\lambda = \dfrac{L\tan\theta}{2D_o}$ ซึ่ง $\lambda > 0$ และคำตอบที่เป็นไปได้ของ ξ_m คือ $0 \le \xi_m \le \dfrac{1}{2}$

ส่วนแรงอัดสูงสุดในคอร์ดบน F_m^c คือ

$$F_m^c = \frac{F_m^t}{\cos\theta} \tag{11}$$

สำหรับแรงสูงสุดในชิ้นส่วนตั้ง F_m^w และแรงสูงสุดในชิ้นส่วนทแยง F_m^d นั้นเทียบเท่ากับแรงเฉือนในคานดังนี้

$$F_m^w = -\frac{wL}{2} \tag{12}$$

และ

$$F_m^d = \frac{wa(L-a)}{2(D_o + a\tan\theta)\cos\varphi_{\frac{N}{2}}} \tag{13}$$

โดยที่ $\varphi_{\frac{N}{2}} = \tan^{-1}\dfrac{D_o}{a}$

สำหรับระยะแอ่นตัวสูงสุดนั้นแบ่งได้ 2 ส่วนคือการแอ่นตัวเนื่องจากการเสียรูปของคอร์ด Δ_b และการแอ่นตัวเนื่องจากการเสียรูปของชิ้นส่วนตั้งและทแยง Δ_s รวมกันดังนี้

$$\Delta = \Delta_b + \Delta_s \tag{14}$$

เมื่อ

$$\Delta_b = \frac{5wL^4}{384EI_e} \tag{15}$$

โดยที่

$$EI_e = \frac{EA_c D_o^{\,2}}{2\kappa_b} \tag{16}$$

$$\kappa_b = \frac{12}{5N}\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}}\left(\beta_k\beta_k^u + \frac{1}{\cos^3\theta}\beta_{k-1}\beta_{k-1}^u\right) \tag{17}$$

$$\beta_k^u = \frac{1-2\xi_k}{1+\lambda-2\lambda\xi_k} \text{ และ } \beta_k = \frac{1-4\xi_k^2}{1+\lambda-2\lambda\xi_k} \tag{18}$$

และสำหรับระยะแอ่นตัว Δ_s สามารถหาได้ดังนี้

$$\Delta_s = \frac{wL^2}{8GA_e} \tag{19}$$

โดยที่

$$GA_e = EA_d\kappa_s \tag{20}$$

$$\kappa_s = \frac{1}{\frac{A_d}{A_w}\kappa_{WEB} + \kappa_{DIAG}} \tag{21}$$

$$\kappa_{WEB} = \frac{\alpha}{2}\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1}\left[\begin{matrix}\tan\varphi_{k+1}(1+\lambda-2\lambda\xi_k) \\ (\beta_k-\beta_{k+1})(\beta_k^u-\beta_{k+1}^u)\end{matrix}\right] - 2\tan\varphi_1\beta_0^u(\beta_0-\beta_1)\left(\lambda+\lambda^2\right)+\frac{4}{\alpha} \tag{22}$$

$$\kappa_{DIAG} = \frac{\alpha^2}{2N}\sum_{k=1}^{\frac{N}{2}}\left[\frac{1}{\cos^3\varphi_k}(\beta_{k-1}-\beta_k)(\beta_{k-1}^u-\beta_k^u)\right] \tag{23}$$

$$\varphi_k = \tan^{-1}\left(\frac{D_k}{a}\right) \tag{24}$$

เมื่อ ตัวห้อย k คือ ตำแหน่งของจุดต่อใดๆ โดยที่ $k = 0,1,...,\dfrac{N}{2}$ และ N คือ จำนวนช่อง (panel) และ $\xi_k = \dfrac{k}{N}$

ตารางที่ 6 *ขนาดหน้าตัดเหล็กท่อกลมตามมาตรฐาน JIS G 3444*

เส้นผ่าศูนย์กลาง (mm)	ความหนา (mm)
21.7	2.0
27.2	2.0
	2.3
34.0	2.3
42.7	2.3
	2.8
48.6	2.3
	2.8
	3.2

ตารางที่ 6 *ขนาดหน้าตัดเหล็กท่อกลมตามมาตรฐาน JIS G 3444 (ต่อ)*

เส้นผ่าศูนย์กลาง (mm)	ความหนา (mm)
60.5	2.3
	3.2
	4.0
76.3	2.8
	3.2
	4.0
89.1	2.8
	3.2
	4.0
101.6	3.2
	4.0
	5.0
114.3	3.2
	3.6
	4.5
	5.0
139.8	3.6
	4.0
	4.5
	6.0
165.2	4.5
	5.0
	6.0
	7.0
190.7	4.5
	5.0
	6.0
	7.0