

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุม ระดับ 2 ถึงที่มีปฏิริยาซึ่งกันและกัน

Mathematical Model for Identification of an Interacting Two-tank Level Control System

พรรัฐ ทองมี¹ ภัทร พงศ์กิตติคุณ² และนันทกมล สรณรินทร์³

Pornrat Thongmee¹ Pattara Pongkittikhun² and Nankamon Sornnarin³

¹⁻³ สาขาวิชาเทคโนโลยีไฟฟ้า วิทยาลัยเทคนิคนครศรีธรรมราช จังหวัดนครศรีธรรมราช 80000

Electrical Technology Department, Nakhon Si Thammaraj Technical College, Nakhon Si Thammaraj 80000

¹ Corresponding Author: E-mail: th.pornrat@vecmail.org

Received: 2 Jun. 2022; Revised: 13 Jun. 2022; Accepted: 13 Jun. 2022

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมระดับ 2 ถึงที่มีปฏิริยาซึ่งกันและกัน 2) เพื่อศึกษาผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดของการควบคุมระดับ 2 ถึงที่มีปฏิริยาซึ่งกันและกัน จากการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink และการทดลอง วิธีการดำเนินการวิจัย เป็นการวิจัยเชิงทดลอง มีขั้นตอนการวิจัย 5 ขั้นตอน ประกอบด้วย การออกแบบการทดลอง การค้นหาโครงสร้างของแบบจำลอง การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง การประเมินความถูกต้องของแบบจำลองและการสรุปและตรวจสอบแบบจำลอง การค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ใช้วิธีการสร้างสมการเชิงอนุพันธ์ การแปลงลาปลาซและพีชคณิตของบล็อกไดอะแกรม ในการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ ส่วนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของระบบหาได้จากการวิเคราะห์ผลตอบสนองที่ได้จากการทดลอง

ผลการวิจัย พบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ เขียนให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับสอง (Second Order System) มีผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดแบบลูเปิด (Open Loop Step Response) เป็นชนิดหน่วงเกิน (Over Damped Response) อัตราขยายของกระบวนการเท่ากับหนึ่ง ผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดแบบลูเปิด ที่ได้จากการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink พบว่า เมื่อปรับสัญญาณตัวแปรเข้าเป็นขั้นบันไดที่ 0-30% ผลตอบสนองในสภาวะคงตัวเท่ากับ 30% ใช้เวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวเท่ากับ 20 นาที และผลที่ได้จากการทดลอง พบว่า ผลตอบสนองในสภาวะคงตัวเท่ากับ 32% มีความคลาดเคลื่อน -6.67% เวลาเข้าสู่สภาวะคงตัวเท่ากับ 18 นาที มีความคลาดเคลื่อน 10% ผลตอบสนองทั้งสองถือว่ามีความใกล้เคียงกัน มีแนวโน้มให้ผลตอบสนองในทิศทางเดียวกัน ดังนั้น จึงสามารถใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการวิจัย ใช้เป็นตัวแทนของระบบ เพื่อประโยชน์ในการออกแบบการควบคุมและทำนายผลตอบสนองที่จะเกิดขึ้นในอนาคต ขณะเดียวกันชุดทดลองที่สร้างขึ้น สามารถนำไปใช้เพื่อประกอบการเรียนการสอนในรายวิชาระบบควบคุมได้อีกด้วย

คำสำคัญ: แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ การควบคุมระดับ ตัวแทนระบบ

Abstract

The objectives of this research were: 1) to find a mathematical model of the interactive two-tank level control system and 2) to study the step response of the interactive two-tank level control based on simulations with Matlab Simulink and experiments. The method of conducting research is an experimental research of 5 steps, i.e. experimental design, determining model structure, parameter estimation model validation, assessment model conclusion and verification. Defining for a mathematical model was used to create differential equations while laplace transform and block diagram algebra were used to find the transfer function of system. The parameters of system can be obtained by analyzing the response obtained from the experiment.

The resulting mathematical model is written in the form of a second order system transfer function. The open loop response is over damped response. The process gain is one. The step response from Matlab Simulink program when the variable input signal was tuned to a stepped signal at 0-30 %. The steady state response was 30 % with the steady state time of 20 minutes. The results from the experiment showed that the steady state response was 32 % with an error of -6.67 %. The steady state time was 18 minutes with an error of 10 %. Both responses were considered as a similar value which tended to go in the same direction. Therefore, the mathematical models obtained from the research can be systematically identified for a representative of the system for designing controls and predicting responses that will occur in the future. The experimental set can be used as teaching materials for the control system.

Keywords: Mathematical Model, Level Control, System Identification

1. บทนำ

สื่อการเรียนรู้ประเภทชุดสาธิตและชุดทดลอง มีความจำเป็นอย่างยิ่งในรายวิชาระบบควบคุม เนื่องจากเนื้อหาส่วนใหญ่เป็นการวิเคราะห์ระบบควบคุม ที่ต้องใช้คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เป็นพื้นฐานในการวิเคราะห์ หากไม่มีการทดลองหรือสาธิต นักศึกษาจะขาดความรู้ความเข้าใจ เกี่ยวกับเรื่องที่กำลังศึกษา ส่งผลให้ไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาและไม่สามารถนำกระบวนการวิทยาศาสตร์ มาใช้ในการสืบเสาะหาความรู้และสร้างองค์ความรู้ด้วยตัวเอง [1] และจากสถานศึกษาที่ยังขาดเครื่องมือ เครื่องจักร อุปกรณ์ สื่อการเรียนการสอนที่ทันสมัย เพื่อใช้จัดการศึกษาหรือครุภัณฑ์ที่ได้มาไม่ตรงตามความต้องการของผู้สอน [2] ผู้วิจัยเห็นความสำคัญของการเรียนรู้ประเภทชุดทดลอง จึงได้สร้างชุดทดลองการควบคุมระดับ 2 ถัง เพื่อนำมาใช้ในการศึกษาการใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ในการค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุม ซึ่ง

เป็นเนื้อหาที่สำคัญของรายวิชาระบบควบคุม

ปกติแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมจะเขียนอยู่ในรูปของชุดสมการเชิงอนุพันธ์ โดยอาศัยหลักของการอนุรักษ์มวลและพลังงาน สมการเชิงอนุพันธ์ที่ถูกสร้างขึ้นเป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรเข้าของกระบวนการ (Process Input Variable) กับตัวแปรออกของกระบวนการ (Process Output Variable) และพฤติกรรมของการตอบสนองของกระบวนการเมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรเข้าหรือการเปลี่ยนแปลงของสภาวะกระบวนการภายนอก (External Disturbance) [3] อย่างไรก็ตาม การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวสมการจะประกอบด้วยพารามิเตอร์ต่าง ๆ ค่อนข้างมาก อันเนื่องมาจากธรรมชาติของกระบวนการที่มีความซับซ้อน จึงยากต่อการค้นหาค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งระบบควบคุมอันดับสูง (High Order System) วิธีการหนึ่งที่ยิมนำมาใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เชิงพลวัตของกระบวนการ คือ การหาฟังก์ชัน

ถ่ายโอน (Transfer Function) ของระบบ [4] ซึ่งเป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันของตัวแปรออกต่อฟังก์ชันของตัวแปรเข้าของกระบวนการ ฟังก์ชันถ่ายโอนจะถูกแทนด้วยฟังก์ชันในขอบข่ายเชิงความถี่ (Frequency Domain) โดยการเปลี่ยนรูปของสมการเชิงอนุพันธ์ให้เป็นสมการพีชคณิตโดยการแปลงลาปลาซ (Laplace Transform) ผลเฉลยของสมการจะอยู่ในฟังก์ชันขอบข่ายเชิงความถี่ ซึ่งจำเป็นต้องแปลงกลับลาปลาซ เพื่อให้ได้ผลเฉลยของสมการอยู่ในรูปฟังก์ชันขอบข่ายเชิงเวลา จึงจะเป็นผลเฉลยของสมการที่แท้จริง

ผู้วิจัยได้สร้างชุดทดลองที่เป็นแบบโรงงาน (Plant Model) ซึ่งเป็นระบบควบคุมระดับ 2 ดังที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกัน กล่าวคือ ระดับของเหลวในถังที่ 1 มีผลต่อระดับของของเหลวในถังที่ 2 และระดับของเหลวของในถังที่ 2 มีผลต่อระดับของของเหลวในถังที่ 1 โดยผู้วิจัยใช้น้ำเป็นของเหลวสำหรับการทดลอง การค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ เริ่มจากการสร้างสมการเชิงอนุพันธ์จากนั้นทำการแปลงลาปลาซ จัดรูปแบบให้เป็นฟังก์ชันถ่ายโอน ใช้พีชคณิตของบล็อกไดอะแกรม (Block Diagram Model) ในการลดทอนจำนวนบล็อกไดอะแกรมของระบบให้เหลือเพียงบล็อกเดียว ส่วนการหาค่าพารามิเตอร์หรือค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการ จะใช้วิธีการทดลองให้ตัวแปรเข้าของกระบวนการมีการเปลี่ยนแปลง

แบบขั้นบันได (Step Input) บันทึกผลตอบสนองในเชิงเวลา นำค่าความสัมพันธ์ที่ได้มาคำนวณหาค่าคงที่ต่าง ๆ ในสมการ หลังจากนั้นผู้วิจัยได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปหาผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดแบบลูปเปิดของระบบโดยใช้โปรแกรม Matlab Simulink เปรียบเทียบกับผลตอบสนองที่ได้จากการทดลองประโยชน์ของการวิจัยนี้ คือได้ชุดทดลองที่จะนำไปใช้เป็นสื่อการเรียนการสอนเรื่องแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ ในรายวิชาระบบควบคุมหลักสูตรเทคโนโลยีบัณฑิต สาขาวิชาเทคโนโลยีไฟฟ้า

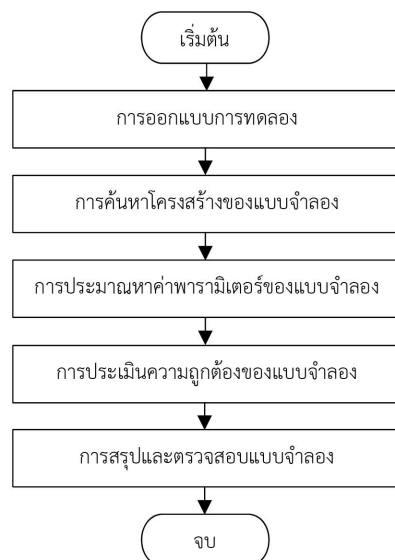
2. วัตถุประสงค์การวิจัย

2.1 เพื่อค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมระดับ 2 ดังที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกัน

2.2 เพื่อศึกษาผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดแบบลูปเปิดของการควบคุมระดับ 2 ดังที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกันจากการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink และจากการทดลอง

3. วิธีการดำเนินการวิจัย

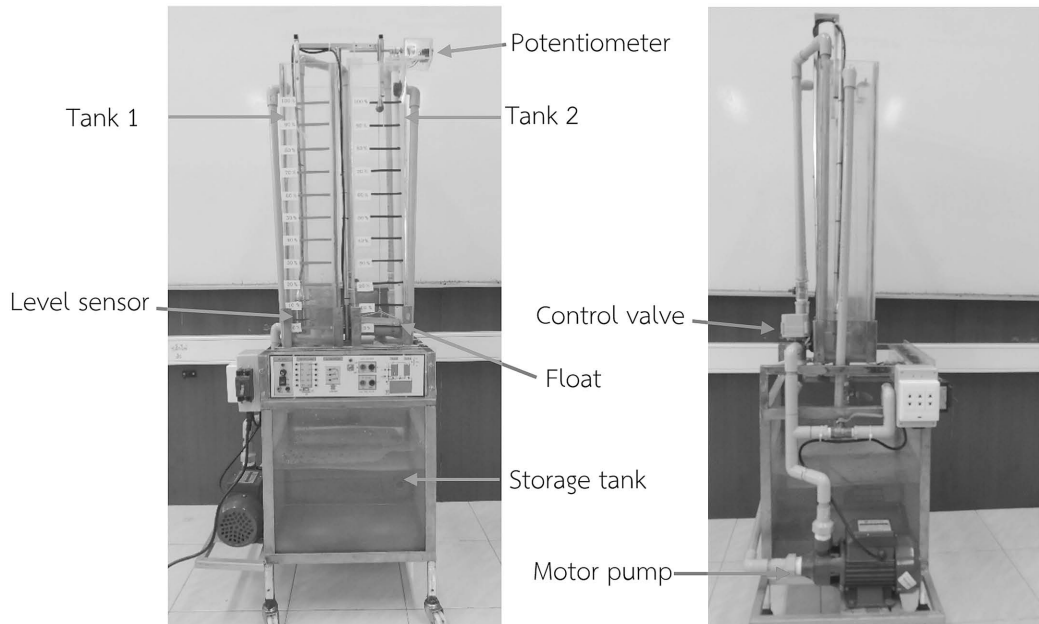
การออกแบบและการสร้างกระบวนการควบคุมระดับ 2 ดังที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกัน เพื่อใช้ในการค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน [3,5] ตามไดอะแกรมดังนี้



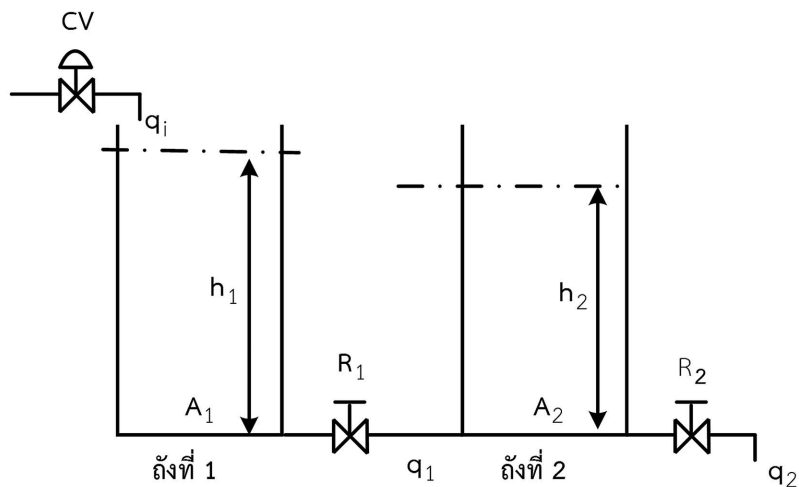
ภาพที่ 1 ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองกระบวนการจากข้อมูลการทดลอง

3.1 การออกแบบการทดลอง (Experimental Design) การออกแบบระบบควบคุมระดับ 2 ถัง ที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกัน ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ออกแบบเป็นชุดทดลอง (Plant Model) ตามภาพที่ 2 โครงสร้างประกอบด้วย ถังบรรจุของเหลวที่มีขนาดความจุโดยประมาณเท่ากัน จำนวน 2 ถัง นำมาต่อแบบอนุกรมกัน [6] ใช้ น้ำเป็น

ของเหลวในการทดลอง กำหนดให้อัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้าถังที่ 1 (q_i) เป็นตัวแปรเข้าของกระบวนการ ซึ่งควบคุมตำแหน่งของวาล์วควบคุม (CV) จากตัวควบคุม อัตราการไหลออกของถังที่ 1 ที่ผ่านไหลดวาล์ว R_1 เป็นตัวแปรเข้าของถังที่ 2 กำหนดให้ระดับน้ำของถังที่ 2 (h_2) เป็นตัวแปรออกของกระบวนการ ตามภาพที่ 3



ภาพที่ 2 ชุดทดลองแบบโรงงาน (Plant Model) ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น



ภาพที่ 3 กระบวนการที่ใช้ในการหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.2 การค้นหาโครงสร้างของแบบจำลอง (Determine Model Structure)

จากภาพที่ 3 กำหนดให้ A_1 และ A_2 เป็นพื้นที่หน้าตัดของถังที่ 1 และถังที่ 2 ตามลำดับ ตัวแปรต่าง ๆ ใน

กระบวนการพิจารณาเป็นระบบต่อหน่วย (Per Unit) การค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ใช้หลักของการอนุรักษ์มวลดังนี้ [6]

$$\begin{aligned} \text{ถังที่ 1} \quad A_1 \frac{dh_1(t)}{dt} &= q_i(t) - q_1(t) \\ h_1(t) &= \frac{1}{A_1} \int [q_i(t) - q_1(t)] dt \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{ถังที่ 2} \quad A_2 \frac{dh_2(t)}{dt} &= q_1(t) - q_2(t) \\ h_2(t) &= \frac{1}{A_2} \int [q_1(t) - q_2(t)] dt \end{aligned} \quad (2)$$

จากสมการที่ (1) และสมการที่ (2) เมื่อแปลงลาปลาซ โดยพิจารณาที่ค่าเริ่มต้นเป็นศูนย์ จะได้

$$H_1(s) = \frac{1}{A_1 s} [Q_i(s) - Q_1(s)] \quad (3)$$

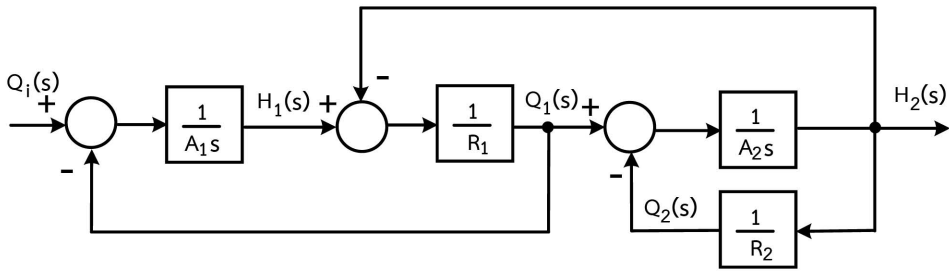
$$H_2(s) = \frac{1}{A_2 s} [Q_1(s) - Q_2(s)] \quad (4)$$

สมการของความต้านทานการไหลของไหลของโพลดวาล์ว R_1 และ R_2

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{d[H_1(s) - H_2(s)]}{dQ_1(s)} \\ &= \frac{H_1(s) - H_2(s)}{Q_1(s)} \\ \text{ดังนั้น} \quad Q_1(s) &= \frac{H_1(s) - H_2(s)}{R_1} \end{aligned} \quad (5)$$

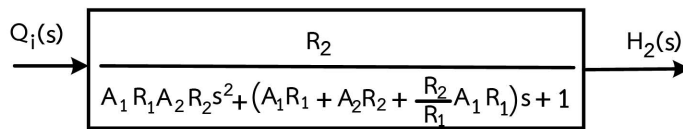
$$\begin{aligned} R_2 &= \frac{dH_2(s)}{dQ_2(s)} \\ &= \frac{H_2(s)}{Q_2(s)} \\ \text{ดังนั้น} \quad Q_2(s) &= \frac{H_2(s)}{R_2} \end{aligned} \quad (6)$$

จากความสัมพันธ์ของสมการทั้งหมด เขียนเป็นบล็อกไดอะแกรม ได้ตามภาพที่ 4



ภาพที่ 4 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมระดับ 2 ถึงที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกัน

จากภาพที่ 4 กำหนดให้ $Q_1(s)$ เป็นตัวแปรเข้าและ $H_2(s)$ เป็นตัวแปรออกของระบบ เมื่อใช้พีชคณิตของบล็อก ไดอะแกรมยู่รวมบล็อกเพื่อหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบได้ตามภาพที่ 5



ภาพที่ 5 บล็อกไดอะแกรมของระบบควบคุมระดับ 2 ถึงเมื่อผ่านการยู่รวมบล็อก ดังนั้นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบ เป็นไปตามสมการที่ (7)

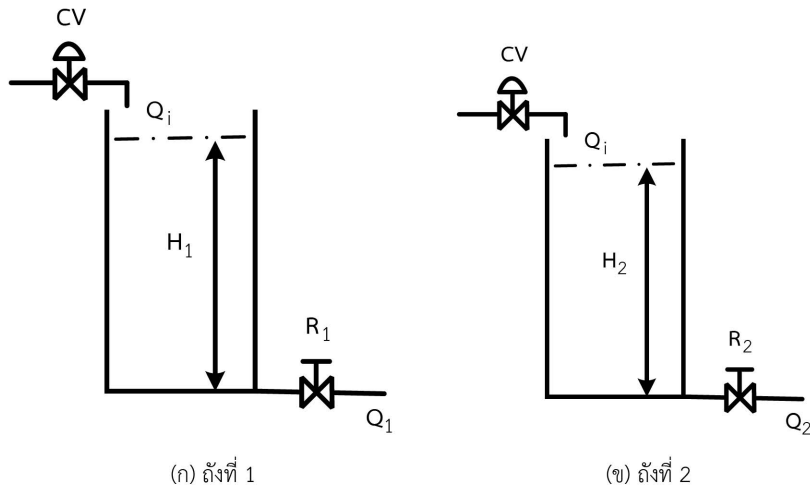
$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{A_1 R_1 A_2 R_2 s^2 + \left(A_1 R_1 + A_2 R_2 + \frac{R_2}{R_1} A_1 R_1 \right) s + 1} \quad (7)$$

เมื่อกำหนดให้ $\tau_1 = A_1 R_1$; และ $\tau_2 = A_2 R_2$ เป็นค่าคงที่การหน่วงเวลาของถังที่ 1 และถังที่ 2 ตามลำดับ แทนค่าลงในสมการที่ (7)

$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{\tau_1 \tau_2 s^2 + \left(\tau_1 + \tau_2 + \frac{R_2}{R_1} \tau_1 \right) s + 1} \quad (8)$$

3.3 การประมาณค่าพารามิเตอร์ของแบบจำลอง (Parameter Estimation) จากฟังก์ชันถ่ายโอนตามสมการที่ (8) ค่าพารามิเตอร์ส่วนที่เป็นค่าคงที่ของฟังก์ชันถ่ายโอน ประกอบด้วย τ_1 , τ_2 , R_1 และ R_2 การหาค่า

พารามิเตอร์ดังกล่าว ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้แยกทำการทดลองหาผลตอบสนองทางเวลาของระบบถังเดียว โดยกำหนดให้อัตราการไหล Q_1 เป็นตัวแปรเข้าและระดับของน้ำในถัง H_1 และ H_2 เป็นตัวแปรออก ตามภาพที่ 6



ภาพที่ 6 แสดงการทดลองหาผลตอบสนองเพื่อหาค่าพารามิเตอร์

1) การหาค่าความต้านทานการไหล R_1 และ R_2

จากภาพที่ 6 เขียนฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบได้ดังนี้ [6]

$$\frac{H_1(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_1}{\tau_1 s + 1} \quad (9)$$

$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{R_2}{\tau_2 s + 1} \quad (10)$$

กำหนดให้ $Q_i(s)$ เปลี่ยนแปลงแบบขั้นบันไดมีขนาดเท่ากับ $\frac{a}{s}$ หน่วย

$$\text{ดังนั้น} \quad H_1(s) = \frac{aR_1}{s(\tau_1 s + 1)} \quad (11)$$

$$H_2(s) = \frac{aR_2}{s(\tau_2 s + 1)} \quad (12)$$

เมื่อแปลงกลับลาปลาซจะได้

$$h_1(t) = aR_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right) \quad (13)$$

$$h_2(t) = aR_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right) \quad (14)$$

เมื่อเวลา t เข้าสู่สภาวะคงตัว ($t \rightarrow \infty$) จะได้

$$h_1(\infty) = aR_1$$

$$h_2(\infty) = aR_2$$

ดังนั้น $R_1 = \frac{h_1(\infty)}{a}$ (15)

และ $R_2 = \frac{h_2(\infty)}{a}$ (16)

เมื่อ R_1 และ R_2 คือ ค่าความต้านทานอัตราการไหลออกของไหลตัวลวถึงที่ 1 และถึงที่ 2

$h_1(\infty)$ และ $h_2(\infty)$ คือ ระดับของน้ำในถังที่ 1 และถึงที่ 2 เมื่อเวลาคงตัว

a คือ อัตราการไหลอินพุตแบบขั้นบันไดของถังที่ 1 และถึงที่ 2

2) การหาค่าคงที่การหน่วงเวลา (τ) ของระบบควบคุมถึงเดียว

จากสมการที่ (13) กำหนดให้ $t = \tau_1$ และสมการที่ (14) กำหนดให้เวลา $t = \tau_2$

$$h_1(\tau_1) = aR_1(1 - e^{-1})$$

$$= aR_1(1 - 0.36)$$

$$= aR_1(0.63)$$

$$h_2(\tau_2) = aR_2(1 - e^{-1})$$

$$= aR_2(1 - 0.36)$$

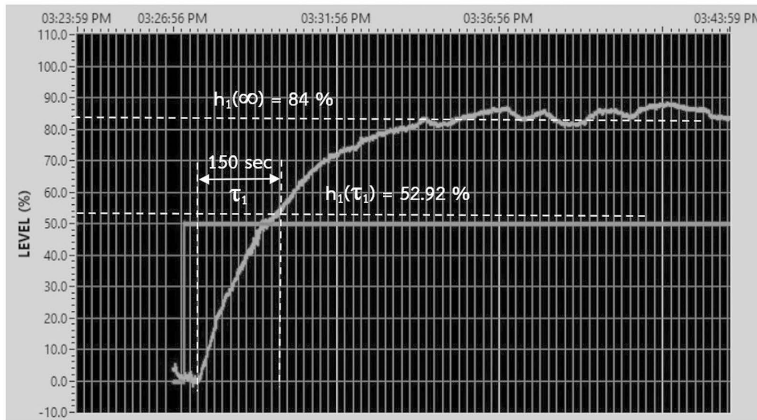
$$= aR_2(0.63)$$

3) การทดลองเพื่อหาค่าประมาณของพารามิเตอร์ ผู้วิจัยได้ทำการทดลองควบคุมระดับถังเดียวแบบลูปเปิดของถังที่ 1 และถึงที่ 2 แยกจากกัน กำหนดให้อัตราการ

ไหลเข้า (Q_i) เปลี่ยนแปลงแบบขั้นบันไดที่ 50% ($a = 50\%$) บันทึกสัญญาณด้วยโปรแกรมแลปวิว นำสัญญาณที่บันทึกได้มาวิเคราะห์เพื่อหาค่า R_1 , R_2 , τ_1 และ τ_2



ภาพที่ 7 การทดลองเพื่อหาค่าประมาณของพารามิเตอร์



ภาพที่ 8 สัญญาณจากการวัดของถังที่ 1

จากภาพที่ 8

$$h_1(\infty) = 84 \%$$

$$a = 50 \%$$

จากสมการที่ (15)

$$R_1 = \frac{h_1(\infty)}{a}$$

$$= \frac{84 \%}{50 \%}$$

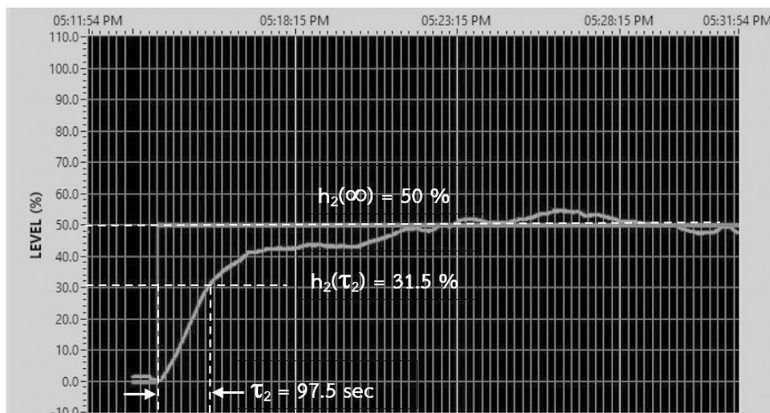
$$= 1.68$$

$$h_1(\tau_1) = 0.63 h_1(\infty)$$

$$= 0.63 \times 84 \%$$

$$= 52.92 \%$$

$$\tau_1 = 150 \text{ sec}$$



ภาพที่ 9 สัญญาณจากการวัดของถังที่ 2

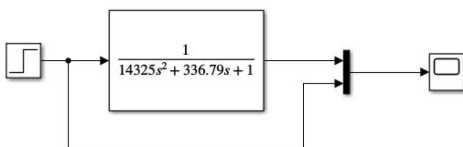
$$\begin{aligned}
 \text{จากภาพที่ 9} \quad h_2(\infty) &= 50 \% \\
 a &= 50 \% \\
 \text{จากสมการที่ (16)} \quad R_2 &= \frac{h_2(\infty)}{a} \\
 &= \frac{50 \%}{50 \%} \\
 &= 1.0 \\
 h_2(\tau_2) &= 0.63 h_2(\infty) \\
 &= 0.63 \times 50 \\
 &= 31.5 \% \\
 \tau_1 &= 97.5 \text{ sec}
 \end{aligned}$$

นำค่าพารามิเตอร์ที่ได้จากการทดลองที่ได้แทนค่าลงในฟังก์ชันถ่ายโอน สมการที่ (8)

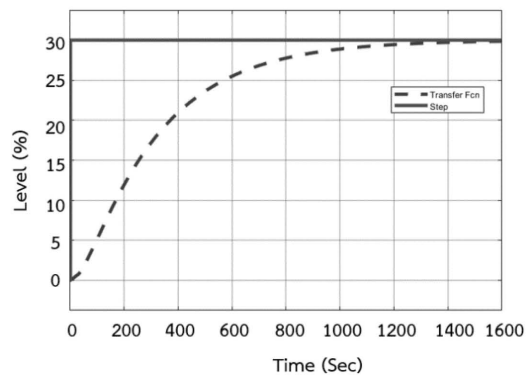
$$\frac{H_2(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{14625s^2 + 336.79s + 1} \quad (17)$$

3.4 การประเมินความถูกต้องของแบบจำลอง ขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ประเมินความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ด้วยวิธีเปรียบเทียบผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันได จากการควบคุมแบบลูปเปิด โดยการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink กับการทดลอง

จริง ภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน โดยกำหนดให้อัตราการไหลขาเข้าเปลี่ยนแปลงแบบขั้นบันได 0-30% บันทึกสัญญาณขาออกของระดับของน้ำจากถังที่ 2 จนเข้าสู่สภาวะคงตัว เปรียบเทียบค่าระดับและเวลาที่เข้าสู่สภาวะคงตัว ได้ผลตามตารางที่ 1

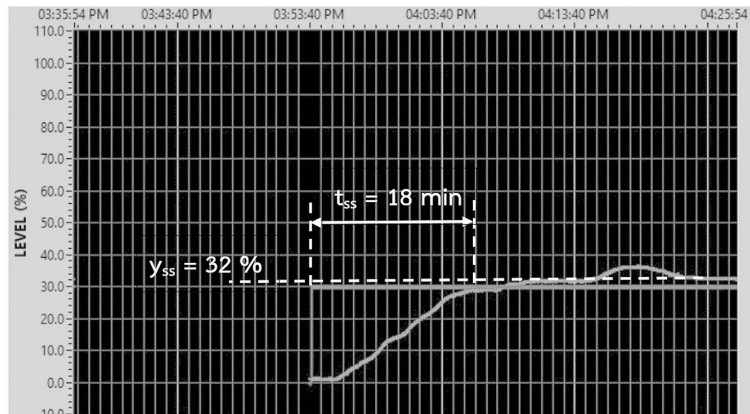


(ก) โปรแกรม Matlab Simulink



(ข) ผลตอบสนอง

ภาพที่ 10 ผลการตอบสนองของกระบวนการชนิดลูปเปิดจากการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink



ภาพที่ 11 ผลตอบสนองของกระบวนการแบบลูปีเปิดจากการทดลอง

ตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลตอบสนองของกระบวนการ

ผลตอบสนอง	จากการจำลอง	จากการทดลอง	ความคลาดเคลื่อน
y_{ss} (%)	30 %	32 %	-6.67 %
t_{ss} (min)	20 min	18 min	10 %

3.5 สรุปและตรวจสอบแบบจำลอง จาก ฟังก์ชันถ่ายโอนตามสมการที่ (17) เป็นฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบอันดับที่สอง ตำแหน่งโพลของระบบจะมี 2 ตำแหน่ง คือ -0.0195 และ -0.0035 ซึ่งจะทำให้ผลการตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดเป็นชนิดหน่วงเกิน (Over Damped Response) ส่วนอัตราขยายของกระบวนการ (Process Gain) เท่ากับ 1.0

4. ผลการวิจัย

4.1 ผลการค้นหาลักษณะทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมระดับ 2 ที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกันจากชุดทดลองแบบโรงงานที่สร้างขึ้น ผลปรากฏว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถเขียนให้อยู่ในสมการฟังก์ชันถ่ายโอนที่พิจารณาในข้อหาข้อความที่ ดังนี้

$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{14625s^2 + 336.79s + 1} \quad (18)$$

เมื่อ $H_2(s)$ คือ ระดับของน้ำในถังที่ 2

$Q_1(s)$ คือ อัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้าถังที่ 1

4.2 ผลการศึกษาผลตอบสนองต่อสัญญาณขั้นบันไดจากตารางที่ 1 ผลการเปรียบเทียบผลตอบสนองของกระบวนการ จากการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink เมื่อกำหนดสัญญาณขั้นบันไดเปลี่ยนแปลง 0- 30% พบว่า ผลตอบสนองในสภาวะคงตัว (y_{ss}) เท่ากับ 30% เวลาที่เข้าสู่สภาวะคงตัว (t_{ss}) เท่ากับ 20 นาที ตามภาพที่ 10 (ข) ส่วนผลที่ได้จากการทดลองจริงภายใต้เงื่อนไขเดียวกัน ผลตอบสนองในสภาวะคงตัว (y_{ss}) เท่ากับ 32% จึงมีความคลาดเคลื่อนเท่ากับ -6.67% และเวลาที่เข้าสู่สภาวะคงตัว (t_{ss}) เท่ากับ 18 นาที จึงมีความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 10% ตามภาพที่ 11 ค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นระหว่างการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink กับการทดลองจริง เป็นค่าที่ยอมรับได้ จึงสรุปว่า ผลตอบสนองของการควบคุมมีความสอดคล้องกัน มีแนวโน้มไปทางเดียวกัน

5. สรุปผล อภิปรายผลและข้อเสนอแนะ

5.1 สรุปผลและอภิปรายผล

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อค้นหาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบควบคุมระดับ 2 ที่มีปฏิกริยาซึ่งกันและกันและหาผลตอบสนองของระบบที่สร้างขึ้นโดยการจำลองด้วยโปรแกรม Matlab Simulink และจากการทดลอง การดำเนินการเริ่มจากการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของระบบด้วยการทดลองหาพารามิเตอร์ของระบบควบคุมแบบถังเดียวที่เป็นระบบอันดับหนึ่งจำนวน 2 ถัง เมื่อนำมาต่อแบบอนุกรม พบว่า จะได้ระบบควบคุมระดับที่เป็นระบบอันดับสอง (Second Order System) จากนั้นได้เปลี่ยนสมการฟังก์ชันถ่ายโอนให้เป็นบล็อกไดอะแกรม ใช้พีชคณิตของบล็อกไดอะแกรมลดทอนให้เหลือเพียงบล็อกเดียว ซึ่งหมายถึงสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากคันทา นำสมการทางคณิตศาสตร์ที่ได้นำไปทดสอบการควบคุมแบบลูปเปิด ด้วยโปรแกรม Matlab Simulink และการทดลองจริง แล้วนำผลมาเปรียบเทียบกัน ผลที่ได้พบว่า ผลตอบสนองมีค่าใกล้เคียงกันมาก สอดคล้องกับดินันท์และสมนึก [7] ที่ได้ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องอบแห้ง โดยใช้ความร้อนจากเครื่องสูบลมร้อน โดยได้นำความรู้ทางวิศวกรรมด้านการถ่ายเทความร้อน อุณหพลศาสตร์ และกลศาสตร์ของไหลมาสร้างสมการขึ้น แล้วใช้โปรแกรมทางคอมพิวเตอร์มาช่วยในการคำนวณ โดยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นจะได้นำไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากการทดลองพบว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นให้ผลการทำนายที่สอดคล้องกัน ผลการทดลอง มีแนวโน้มไปในทิศทางเดียวกัน ประโยชน์ของการวิจัยนี้ ยังใช้เป็นสื่อประเภชชุดทดลองในรายวิชาการระบบควบคุม สำหรับหลักสูตรเทคโนโลยีบัณฑิต สอดคล้องกับพจนานุกรมและคณะ [2] ที่ได้สร้างชุดสาธิตการควบคุมอุณหภูมิด้วยพีไอดีคอนโทรลเลอร์เพื่อใช้ในการเรียนการสอนวิชาการควบคุมกระบวนการอัตโนมัติ และณัฐนัย [8] ที่ได้สร้างแบบจำลองเครื่องคัดแยกโลหะและโลหะอัตโนมัติบนสายพานลำเลียงที่ใช้เป็นสื่อชุดจำลองแทนของจริง ในการคัดแยกโลหะ

และโลหะอัตโนมัติบนสายพานลำเลียง โดยใช้ตัวควบคุมแบบ PLC

5.2 ข้อเสนอแนะ

1) เพื่อให้ผลของการควบคุมมีความถูกต้อง วาล์วควบคุมจะต้องปรับสภาพสัญญาณให้มีความเป็นเชิงเส้นต่ออัตราการไหลของของเหลว

2) ควรนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปจำลองการควบคุมด้วยโปรแกรมอื่น ๆ เพื่อเปรียบเทียบผลตอบสนองที่ได้รับกับโปรแกรม Matlab Simulink

3) จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ควรจำลองระบบควบคุมด้วยการควบคุมแบบพีไอดี และเปรียบเทียบผลตอบสนองจากการจำลองกับการทดลองจริงด้วยพารามิเตอร์เดียวกัน

4) ควรหาประสิทธิภาพของสื่อการสอนชุดทดลองการควบคุมระดับ 2 ถัง ที่ได้จากการวิจัยในโอกาสต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- [1] กอบพร ศรีทิพยารักษ์. (2561). การพัฒนาชุดการสอนระดับมัธยมศึกษา โดยใช้กระบวนการสืบเสาะหาความรู้เป็นฐาน (5E) วิทยาศาสตร์เพื่อพัฒนาอาชีพธุรกิจและบริการ. วารสารวิชาการสถาบันการอาชีวศึกษาภาคใต้ 1, 3(1), 18-29.
- [2] พจนานุกรม สุวรรณณัฏ อนุชิต รอดตัว และบัญชา แก้วช่วง. (2563). การสร้างชุดสาธิตการควบคุมอุณหภูมิด้วยพีไอดีคอนโทรลเลอร์ เพื่อใช้ในการเรียนการสอนวิชาการควบคุมกระบวนการอัตโนมัติ. วารสารวิชาการสถาบันการอาชีวศึกษาภาคใต้ 1, 5(1), 72-81.
- [3] ฉัตรชัย กันยารุช. (2548). การสร้างแบบจำลองกระบวนการจากข้อมูลการทดลอง เพื่อใช้สำหรับการออกแบบระบบควบคุมกระบวนการ. วารสารวิศวกรรมศาสตรบัณฑิตฉบับพิเศษ, 3(6), 51-66.
- [4] ไชยนต์ สุวรรณชีวะศิริ. (2557). วิศวกรรมควบคุม 1 (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ผลิตตำราเรียนมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ.
- [5] Thomas, E. M. (2000). Process Control: Designing Processes and Control Systems for Dynamic Performance. USA: McGraw-Hill.

- [6] Donald, R. & Steven, E. (2009). Process Systems Analysis and Control. USA: The McGraw-Hill.
- [7] รตินันท์ เหลือมพล และสมนึก ชีระกุลพิศุทธิ์. (2560). แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของเครื่องอบแห้งระบบสุญญากาศโดยใช้ความร้อนจากเครื่องสูบลมร้อน. วารสารวิศวกรรมศาสตรมหาวิทยาลัยเชียงใหม่, 24(1), 20-34.
- [8] ณัฐดนัย เรือนคำ. (2561). แบบจำลองเครื่องคัดแยกโลหะและโลหะอัตโนมัติบนสายพานลำเลียง. วารสารวิชาการสถาบันการอาชีวศึกษาภาคใต้ 1, 3(2), 43-53.