

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงหลายชั้น Mathematical Model of Heat Transfer Within Multi-layered Wall

เรืออากาศตรี ดร.วิศรุต คล้ายแจ้ง^{1*}

Pilot Officer Dr. Witsarut Kraychang^{1*}

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นพรัตน์ โพธิ์ชัย²

Assistant Professor Dr. Nopparat Pochai²

นาวาอากาศเอก รองศาสตราจารย์ สมภูมิ มีชานา³

Group Captain Associate Professor Sompoom Meechowna³

^{1*}อาจารย์ส่วนการศึกษา โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

เขตสายไหม กรุงเทพมหานคร 10220 ประเทศไทย

^{1*}Instructor, Academic Division, Navaminda Kasatriyadhiraj Royal Air Force Academy,

Sai Mai, Bangkok 10220, Thailand

²ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาคณิตศาสตร์ประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์

สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง 10520 ประเทศไทย

²Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Science, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang 10520, Thailand

³รองศาสตราจารย์ กองการศึกษา โรงเรียนนายเรืออากาศนวมินทกษัตริยาธิราช

³Associate Professor, Academic Division, Navaminda Kasatriyadhiraj Royal Air Force

cademy, Sai Mai, Bangkok 10220, Thailand

*Corresponding Author. E-mail : kiatkulchai@yahoo.com

(Received: December 14, 2019, Accepted: August 4, 2020)

บทคัดย่อ : งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาปรากฏการณ์การถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงหลายชั้น โดยการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งใช้สมการความร้อนหนึ่งมิติที่อยู่ในรูปไร้มิติเพื่ออธิบายการถ่ายเทความร้อนจากผนังกำแพงด้านนอกที่ได้รับความร้อนจากดวงอาทิตย์ไปสู่ผนังด้านในของกำแพง โดยผ่านแต่ละชั้นของกำแพงที่สร้างจากวัสดุต่างชนิดกัน ได้แก่ ปูนซีเมนต์ที่ใช้เป็นชั้นกันคอนกรีตมวลเบาและคอนกรีตมวลเบา ประกอบกับการใช้ระเบียบวิธีผลต่างจำกัดที่ใช้แก้สมการควบคุมของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณากรณีกำแพง 2 ชั้น 4 ชั้น และ 5 ชั้น ตามลำดับ ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณค่าอุณหภูมิของกำแพง 2 ชั้น ในกรณีที่นำวัสดุที่ใช้ในการสร้างกำแพงด้วยอิฐมวลเบาเป็นชั้นด้านในและอิฐมวลเบาเป็นชั้นนอก กับกรณีนำวัสดุสร้างกำแพงด้วยอิฐมวลเบาที่เป็นชั้นด้านนอกและอิฐมวลเบาเป็นชั้นด้านใน พบว่าค่าอุณหภูมิขอบด้านในกำแพงที่ถูกคำนวณจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีค่าเท่ากัน สำหรับการถ่ายเทความร้อนกำแพง

4 ชั้น และ 5 ชั้น ซึ่งนำเสนอในรูปแบบของกราฟเส้นเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิและตารางค่าอุณหภูมิที่ขอบด้านในของกำแพงที่เวลา 5 นาที 15 นาที 30 นาที 45 นาที 1 ชั่วโมง 1.5 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 2.5 ชั่วโมง และ 3 ชั่วโมง ตามลำดับ อีกทั้งผลลัพธ์ที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้สามารถยืนยันประสิทธิภาพการนำความร้อนของวัสดุโดยปูนซีเมนต์ที่มีการนำความร้อนสูงสุดและอิฐมวลเบามีการนำความร้อนต่ำสุด

คำสำคัญ : ระเบียบวิธีผลต่างจำกัด กำแพงหลายชั้น การถ่ายเทความร้อน

Abstract : This research aims to study the heat transfer within multi-layered wall by using a mathematical model that has one - dimensional heat equation in a non-dimensional form. The heat transfer equation was used to describe the heat transfer from outer surface to the inner surface of the wall by going through each layer of the wall with made of different materials including cement, lightweight concrete and bricks. The equation was used to evaluate the temperature of different configurations of wall comprising two layers, four layers and five layers of wall respectively. The results indicated that the temperature of two layers of wall with the brick located inner side and lightweight concrete as an outer side and the lightweight concrete located inner side and brick as an outer side, are significantly equal. For the total heat transfer rate, in case of four layers and five layers of wall were calculated by comparing the temperature profile at 5 minute 15 minute 30 minute 45 minute 1 hour 1.5 hour 2 hour 2.5 hour and 3 hour respectively. Also, the obtained results of this research from using mathematical models could confirm that the thermal conductivity of the material made of the cement has the highest thermal conductivity compared to another materials.

Keywords : Finite Difference Method, Multi-Layered Wall, Heat Transfer

1. ที่มาและความสำคัญ

ปัจจุบันมีการใช้พลังงานไฟฟ้าจากเครื่องปรับอากาศภายในอาคารมากขึ้นจากสาเหตุของอุณหภูมิภายนอกอาคารที่สูงขึ้นเนื่องจากปัญหาโลกร้อน ด้วยเหตุนี้จึงมีการวิจัยวัสดุในการสร้างกำแพงเพื่อลดอุณหภูมิความร้อนจากภายนอกอาคารสู่ภายในอาคารที่อยู่อาศัยเพื่อลดการใช้พลังงานจากเครื่องปรับอากาศ ในงานวิจัย [1] ศึกษาวัสดุสร้างกำแพงเพื่อลดการนำความร้อนจากภายนอกสู่ภายในอาคารโดยใช้อิฐมวลเบาแบบมีรูกลวงสามารถช่วยลดอุณหภูมิภายในบ้านได้ 5 - 6 องศาเซลเซียส สำหรับงานวิจัย [2] และ [3] ศึกษาประสิทธิภาพการลดอุณหภูมิภายในอาคารโดยใช้ผนังกระจกปล่องรังสีอาทิตย์แบบบานเปิดพบว่าช่วยลดอุณหภูมิลง 2 - 4 องศาเซลเซียส เมื่อเทียบกับการใช้ผนังกระจกชั้นเดียวแบบทั่วไปสามารถประหยัดพลังงานไฟฟ้าจากเครื่องปรับอากาศได้เฉลี่ย 10 - 20 เปอร์เซ็นต์

การวัดค่าอุณหภูมิภายในกำแพงนับว่าทำได้ยากหรืออาจจะต้องใช้เครื่องมือที่มีค่าใช้จ่ายสูง อีกทั้งยังต้องใช้ผู้เชี่ยวชาญที่มีความรู้ความสามารถ จึงได้มีการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อลดต้นทุนในการวิเคราะห์และข้อจำกัดต่างๆ ในการหาค่าอุณหภูมิภายในกำแพง ในงานวิจัย [4] ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อวิเคราะห์การถ่ายเทความร้อนของบ้านโดยเปรียบเทียบกับอุณหภูมิจริงที่ได้จากการวัดค่าภาคสนามเพื่อดูประสิทธิภาพของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และ [5] ได้ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์คำนวณหาค่าอุณหภูมิภายในกำแพงและขอบกำแพงด้านใน โดยพิจารณาวัสดุต่างๆ ที่ใช้ในการสร้างกำแพงชั้นเดียว เช่น อิฐมอย อิฐมวลเบาและอิฐบล็อก เพื่อยืนยันประสิทธิภาพของการนำความร้อนของวัสดุที่ใช้สร้างกำแพงรวมถึงพฤติกรรมการแพร่กระจายความร้อนจากผนังกำแพงด้านนอกสู่ขอบกำแพงด้านในโดยมีกำแพงเป็นตัวกลาง ยังมีการศึกษาการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงที่มีลักษณะเป็นกำแพงหลายชั้น ในงานวิจัย [6] ใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์วิเคราะห์และ

ประมาณค่าอุณหภูมิภายในกำแพงหลายชั้นที่ก่อสร้างด้วยปูนซีเมนต์ อิฐดินเหนียว พอลิस्टาไร์น เป็นต้น ที่ถูกคำนวณด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปคอมพิวเตอร์ (COMSOL) บนพื้นฐานของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ อีกทั้งยังมีการพัฒนาสมบัติของวัสดุที่สร้างกำแพงด้วยวัสดุต่างๆ [7]

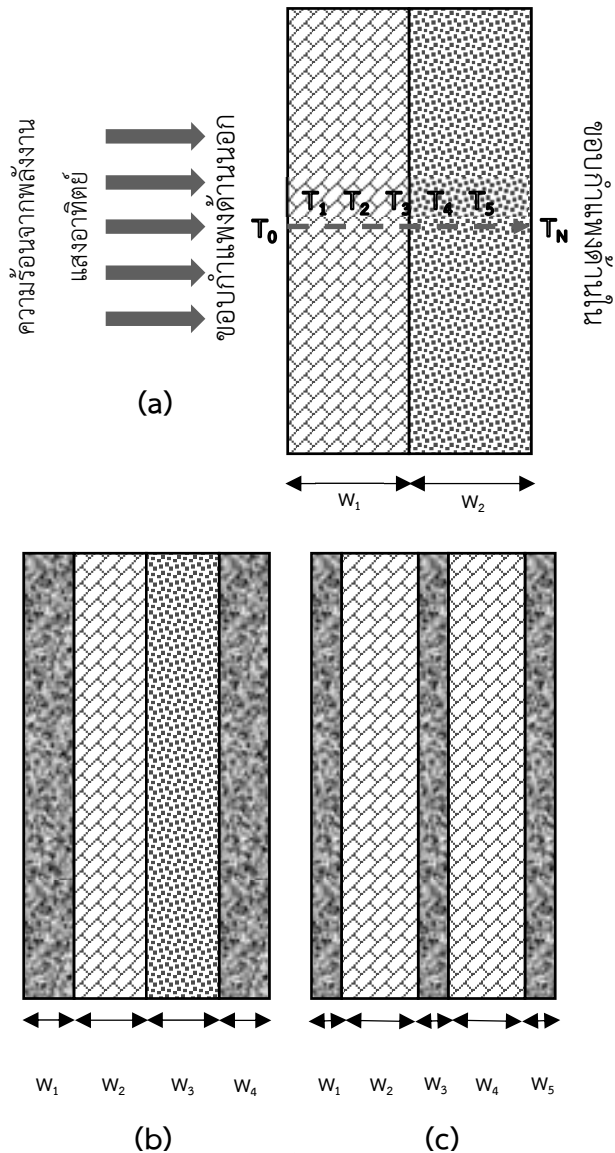
จุดประสงค์ในงานวิจัยนี้จะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อคำนวณหาค่าอุณหภูมิภายในกำแพงหลายชั้นที่สร้างจากวัสดุปูนซีเมนต์ อิฐมอยและอิฐมวลเบาตลอดจนอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านในโดยใช้ระเบียบวิธีผลต่างจำกัด (Finite Different Method)

2. แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึง การถ่ายเทความร้อนในหนึ่งมิติของกำแพงหลายชั้น (Multi-Layered Wall) โดยในแต่ละชั้นจะใช้วัสดุต่างกัน โดยใช้สมการความร้อนหนึ่งมิติแบบไร้หน่วย (Non-Dimensional Form) และใช้ระเบียบวิธีผลต่างจำกัด สำหรับแก้สมการดังกล่าว

2.1 กำแพงหลายชั้น

งานวิจัยนี้จะศึกษากำแพง 2 ชั้น กำแพง 4 ชั้น และกำแพง 5 ชั้น ดังภาพที่ 1 โดยมีความหนาเท่ากัน แต่ละชั้นของกำแพงจะสร้างด้วยวัสดุต่างชนิดกันที่มีค่าการนำความร้อนและค่าความหนาแน่นต่างกันดังตารางที่ 1 โดยด้านนอกอาคารได้รับอิทธิพลความร้อนจากดวงอาทิตย์ทำให้ตลอดแนวขอบกำแพงด้านนอกมีค่าอุณหภูมิเท่ากับ T_0 โดยความร้อนกระจายเข้ามายังด้านในกำแพง ทำให้ภายในของกำแพงมีค่าอุณหภูมิ $T_1, T_2, \dots, T_{m-1}, T_m$ เมื่อ m เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า N โดยแต่ละค่าของ T_m เป็นตัวแทนของค่าอุณหภูมิในแนวระดับความหนาของกำแพงที่ตำแหน่ง m จนถึงขอบกำแพงด้านในที่มีค่าอุณหภูมิเท่ากับ T_N ดังภาพที่ 1(a) เป็นการถ่ายเทความร้อนในหนึ่งมิติ โดยกำแพงหลายชั้นที่ศึกษาจะกำหนดความหนาของแต่ละชั้นและประเภทของวัสดุที่ใช้ต่างกัน ดังรายละเอียดในตารางที่ 2 - 3



ภาพที่ 1 การถ่ายเทความร้อนในหนึ่งมิติ (a) กำแพง 2 ชั้น
(b) กำแพง 4 ชั้น (c) กำแพง 5 ชั้น

ตารางที่ 1 ค่าความหนาแน่นและค่าการนำความร้อนของวัสดุ

วัสดุ	ค่าความหนาแน่น (Kg/m ³)	ค่าการนำความร้อน (w/(m.k))
อิฐมวลเบา	1800	0.47
อิฐมวลเบา	2000	0.13
ปูนซีเมนต์	2320	0.91

ตารางที่ 2 วัสดุและความหนาของกำแพงแต่ละชั้นของกำแพง 2 ชั้นและกำแพง 4 ชั้น

ประเภทกำแพง	ชนิดของวัสดุ	ความหนา (เมตร)
กำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 1	อิฐมวลเบา	$W_1 = 0.2$
	อิฐมวลเบา	$W_2 = 0.2$
กำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 2	อิฐมวลเบา	$W_1 = 0.2$
	อิฐมวลเบา	$W_2 = 0.2$
กำแพง 4 ชั้น	ปูนซีเมนต์	$W_1 = 0.05$
	อิฐมวลเบา	$W_1 = 0.15$
	อิฐมวลเบา	$W_1 = 0.15$
	ปูนซีเมนต์	$W_1 = 0.05$

ตารางที่ 3 วัสดุและความหนาของกำแพงแต่ละชั้นของกำแพง 5 ชั้น

ประเภทกำแพง	ชนิดของวัสดุ	ความหนา (เมตร)
กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 1	ปูนซีเมนต์	$W_1 = 0.050$
	อิฐมวลเบา	$W_2 = 0.125$
	ปูนซีเมนต์	$W_3 = 0.050$
	อิฐมวลเบา	$W_4 = 0.125$
	ปูนซีเมนต์	$W_5 = 0.050$
กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 2	ปูนซีเมนต์	$W_1 = 0.050$
	อิฐมวลเบา	$W_2 = 0.125$
	ปูนซีเมนต์	$W_3 = 0.050$
	อิฐมวลเบา	$W_4 = 0.125$
	ปูนซีเมนต์	$W_5 = 0.050$
กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 3	ปูนซีเมนต์	$W_1 = 0.050$
	อิฐมวลเบา	$W_2 = 0.125$
	ปูนซีเมนต์	$W_3 = 0.050$
	อิฐมวลเบา	$W_4 = 0.125$
	ปูนซีเมนต์	$W_5 = 0.050$

2.2 สมการความร้อนหนึ่งมิติ

การถ่ายเทความร้อนจากขอบกำแพงด้านนอกสู่ขอบกำแพงด้านใน โดยมีกำแพงหลายชั้นเป็นตัวกลางในการนำความร้อน ถูกอธิบายโดยสมการเชิงอนุพันธ์

อันดับสองที่ประกอบด้วยเทอมของการแพร่และเทอมของอนุพันธ์อันดับหนึ่งของอุณหภูมิของความร้อนเทียบเวลาเรียกว่า “สมการความร้อนหนึ่งมิติ” จาก [8] ดังสมการที่ (1)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \text{ ทุก } (x, t) \in D \text{ และ } u = u(x, t) \quad (1)$$

โดยที่ l คือความหนาของกำแพง (เมตร)

u คือค่าอุณหภูมิความร้อน (องศาเซลเซียส)

กำหนดให้ $\alpha = \frac{K}{c\rho}$ เมื่อ K เป็นค่าการนำความร้อนและค่า ρ เป็นความหนาแน่นของวัสดุที่ใช้ในการสร้างกำแพงกับ c เป็นอุณหภูมิห้องมีค่าเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส

2.3 เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบ

สมการความร้อนหนึ่งมิติเป็นปัญหาค่าขอบและค่าเริ่มต้น โดยการกำหนดเงื่อนไขเริ่มต้นกำหนดจากอุณหภูมิของความร้อนภายในกำแพงเมื่อเริ่มต้นหรือที่เวลา t_0 ทุกตำแหน่ง x ใดๆ ที่ $x \in [0, l]$ มีค่าเท่ากับ u_0 ดังสมการที่ (2) จะได้ว่า

$$u(x, 0) = u_0 \quad (2)$$

ค่าอุณหภูมิความร้อนเฉลี่ยจากพลังงานแสงอาทิตย์ที่ขอบด้านนอกกำแพงเป็นค่าเงื่อนไขขอบมีค่าเท่ากับ T_0 และอัตราการถ่ายเทความร้อนระหว่างกำแพงแต่ละชั้นและขอบกำแพงด้านในมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังสมการที่ (3) นั่นคือ

$$u(0, t) = T_0 = u_{\max} \text{ และ } u_x(0, t) = 0 \quad (3)$$

2.4 รูปไร้มิติ

รูปไร้มิติเป็นการแปลงสมการที่มีหน่วยให้เป็นสมการที่ไม่คิดหน่วยเพื่อความสะดวกและลดความซับซ้อนในการคำนวณ โดยกำหนดตัวแปร x, u, t ที่มีหน่วย ให้เป็นตัวแปรไม่มีหน่วย X, U, T ดังสมการที่ (4) – (6) ด้วยการแปลงดังนี้

$$X = \frac{x}{l} \text{ หรือ } x = Xl \quad (4)$$

$$T = \frac{\alpha t}{l^2} \text{ หรือ } t = \frac{Tl^2}{\alpha} \quad (5)$$

$$U = \frac{u}{u_{\max}} \text{ หรือ } u = u_{\max} U \quad (6)$$

หาอนุพันธ์ย่อยเทียบตัวแปร t ในสมการที่ (6) จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u_{\max} \frac{\partial U}{\partial t} = u_{\max} \frac{\partial U}{\partial T} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (7)$$

จากสมการที่ (5) หาอนุพันธ์เทียบ t

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{l^2} \quad (8)$$

แทนค่าสมการที่ (8) ลงในสมการที่ (7)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \left(u_{\max} \frac{\alpha}{l^2} \right) \frac{\partial T}{\partial t} \quad (9)$$

หาอนุพันธ์ย่อยเทียบตัวแปร x ในสมการที่ (6) จะได้

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_{\max} \frac{\partial U}{\partial x} = u_{\max} \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \frac{\partial X}{\partial x} \quad (10)$$

จากสมการที่ (4) หาอนุพันธ์เทียบ x

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{1}{l} \quad (11)$$

แทนค่าสมการที่ (11) ลงในสมการที่ (10)

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{\max}}{l} \frac{\partial U}{\partial X} \quad (12)$$

จากสมการที่ (12) หาอนุพันธ์ย่อยเทียบกับ x จะได้

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_{\max}}{l} \frac{\partial U}{\partial X} \right) = \frac{u_{\max}}{l} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial X} \\ &= \frac{u_{\max}}{l} \frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{u_{\max}}{l} \frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} \\ &= \frac{u_{\max}}{l} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \frac{1}{l} = \frac{u_{\max}}{l^2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2}\end{aligned}\quad (13)$$

แทนสมการที่ (9) และ (13) ในสมการที่ (1) นั่นคือ

$$\left(u_{\max} \frac{\alpha}{l^2} \right) \frac{\partial U}{\partial T} = \alpha \left(\frac{u_{\max}}{l^2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right)$$

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \quad \text{ทุก } (X, T) \in [0, 1] \times [0, T] \quad (14)$$

จากสมการที่ (2) และสมการที่ (3) จะได้เงื่อนไขเริ่มต้นและเงื่อนไขขอบของปัญหาใหม่ $U(X, 0) = \frac{u_0}{u_{\max}}$ และ $U(0, T) = 1$ และ $U_X(1, T) = 0$ เรียกสมการที่ (14) ว่าสมการความร้อนหนึ่งมิติในรูปไร้มิติ

3. ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในการประมาณผลเฉลยของค่าอุณหภูมิความร้อนที่ได้จากสมการความร้อนหนึ่งมิติในรูปไร้มิติ การประมาณค่าอนุพันธ์ย่อยที่เงื่อนไขขอบ รวมถึงขั้นตอนวิธีการคำนวณหาค่าผลเฉลย [9]

3.1 ระเบียบวิธีผลต่างจำกัด

ปัญหาที่ศึกษาในงานวิจัยนี้จะประมาณค่าอุณหภูมิความร้อนแต่ละตำแหน่งภายในกำแพงเป็นระยะห่างเท่ากัน สามารถที่จะประมาณหาค่าผลเฉลยด้วยระเบียบวิธีผลต่างจำกัด โดยการใช้ระเบียบวิธีผลต่างทางหลังในเวลาและผลต่างศูนย์กลางในปริภูมิ ด้วยการประมาณค่าแต่ละเทอมของสมการที่ (14) ด้วยการกระจายอนุกรมเทเลอร์และไม่คิดค่าคลาดเคลื่อนตัดปลาย

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{U_i^j - U_i^{j-1}}{\Delta T} \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \frac{U_{i-1}^j - 2U_i^j + U_{i+1}^j}{\Delta X^2} \quad (16)$$

แทนสมการที่ (15) และ (16) ในสมการที่ (14) จะได้

$$\frac{U_i^j - U_i^{j-1}}{\Delta T} = \frac{U_{i-1}^j - 2U_i^j + U_{i+1}^j}{\Delta X^2} \quad (17)$$

ทำการจัดรูปสมการที่ (7) จะได้

$$-\frac{1}{\Delta x^2} U_{i-1}^j + \left(\frac{1}{\Delta T} + \frac{2}{\Delta x^2} \right) U_i^j - \frac{1}{\Delta x^2} U_{i+1}^j = \frac{1}{\Delta T} U_i^{j-1} \quad (18)$$

โดยที่ $U_i^j = U(i\Delta X, j\Delta T)$ ทุกๆ $i = 2, 3, \dots, N-1, N$ ซึ่ง $N\Delta X = 1$ และ ΔX คือความกว้างของช่วงย่อย X กับค่า $j = 1, 2, \dots, J-1, J$ ซึ่ง $J\Delta T = T$ และ ΔT คือความกว้างของช่วงย่อย T จากเงื่อนไขขอบที่เป็นอนุพันธ์ $U_X(1, T) = 0$ จะประมาณค่าด้วยระเบียบวิธีผลต่างทางหน้าด้วยสมการที่ (19) และจะได้สมการที่ (20)

$$\left. \frac{\partial U}{\partial X} \right|_{X=1} = \frac{U_{N+1}^j - U_N^j}{\Delta X} = 0 \quad (19)$$

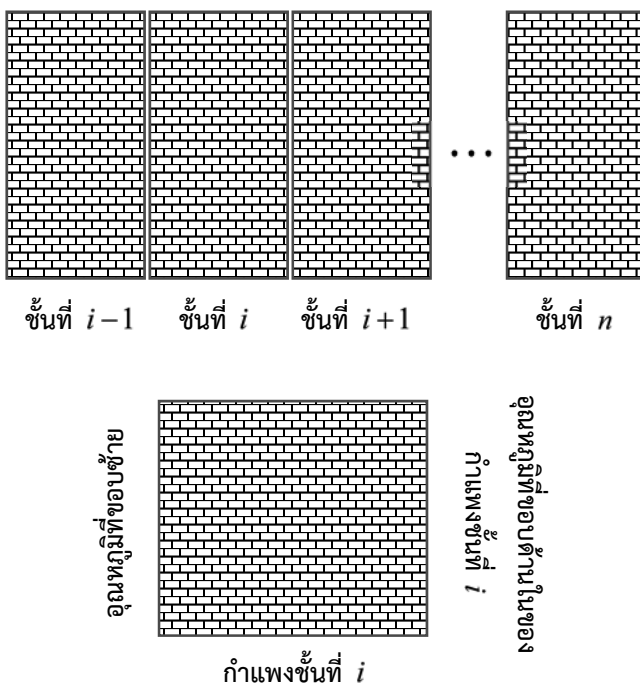
$$U_{N+1}^j = U_N^j \quad (20)$$

3.2 ขั้นตอนวิธีการคำนวณ

การประมาณค่าอุณหภูมิภายในกำแพงหลายชั้นจะมีระเบียบวิธีและขั้นตอนคล้ายกับการประมาณค่าอุณหภูมิภายในกำแพงชั้นเดียว [4] แต่ไม่สามารถคำนวณหาอุณหภูมิทุกตำแหน่งพร้อมกันได้ต้องคำนวณค่าอุณหภูมิตีละชั้นของกำแพง เนื่องจาก T เป็นตัวแปรเวลาที่ไม่มีความสัมพันธ์กับค่าเวลาจริง t ซึ่ง $T = \frac{t\alpha}{l^2}$ แปรผันตามค่า α แตกต่างกันของแต่ละชั้นกำแพงที่สร้างจากวัสดุต่างชนิด

กัน จะทำให้ค่า T สำหรับนำไปใช้คำนวณหาค่าอุณหภูมิของแต่ละชั้นกำแพงต่างกันด้วย วิธีการคำนวณค่าเวลาที่ไม่คิดหน่วยของแต่ละชั้นของกำแพงที่มีจำนวนชั้นเท่ากับ n ชั้นและ $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n$ คือค่าคงที่ของแต่ละชั้นของกำแพงตามลำดับโดยที่ $\alpha_i = \frac{K_i}{c\rho_i}$ ที่ $i = 1, 2, \dots, n-1, n$

จากภาพที่ 2 อุณหภูมิขอบซ้ายกำแพงชั้นที่ i คือค่าที่ได้จากอุณหภูมิขอบขวากำแพงชั้นที่ $i-1$ โดยการประมาณค่าด้วยระเบียบวิธีผลต่างจำกัด ซึ่งเป็นค่าเงื่อนไขขอบของการคำนวณค่าอุณหภูมิภายในกำแพงชั้นที่ i สามารถคำนวณค่าเวลาที่ไม่คิดหน่วยของกำแพงชั้นที่ i จาก $T_i = \frac{t\alpha_i}{l_i^2}$ เมื่อ T_i แทนเวลาแบบไม่คิดหน่วยของชั้นที่ i และ l_i เป็นความหนาของกำแพงชั้นที่ i ตัวอย่างการคำนวณค่าเวลาที่ไม่คิดหน่วยของกำแพงชั้นที่สร้างจากปูนซีเมนต์ที่มีความหนา 0.1 เมตร โดยคำนวณ

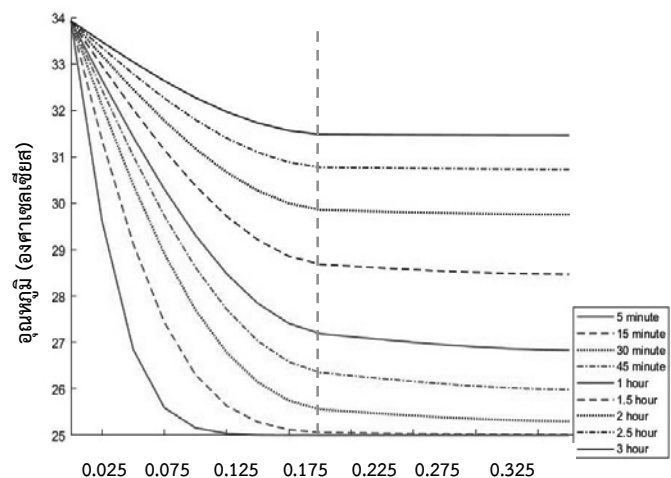


ภาพที่ 2 กำแพงหลายชั้น

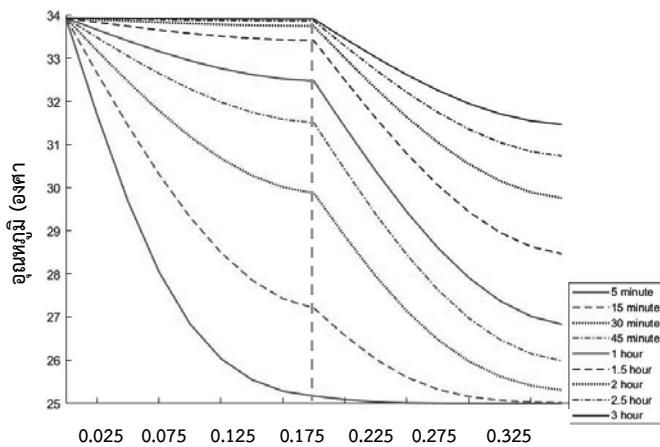
ค่า $\alpha = \frac{K_0}{c\rho} = \frac{0.91}{(25)(2320)}$ สมมติต้องการหาค่าอุณหภูมิภายในกำแพงที่เวลาจริง 1 ชั่วโมง นั่นคือ $t = 3600$ วินาที คำนวณหาค่าเวลาที่ไม่คิดหน่วย $T = 5.65$ ในทำนองเดียวกันสำหรับกำแพงชั้นที่สร้างจากอิฐมวลเบาที่มีความหนา 0.1 เมตรเช่นกัน คำนวณหาค่าเวลาที่ไม่คิดหน่วย $T = 3.76$ นั้นหมายถึง การคำนวณค่าอุณหภูมิทั้งแผ่นกำแพงที่เวลา 1 ชั่วโมง แต่ละชั้นของกำแพงจะคำนวณหาค่าอุณหภูมิด้วยการคำนวณค่าเวลาที่ไม่คิดหน่วยที่ต่างกัน

4. ผลลัพธ์และการอภิปราย

ในหัวข้อนี้จะแสดงผลลัพธ์ที่ได้จากการประมาณค่าอุณหภูมิภายในของกำแพงหลายชั้นของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลข โดยสมมติอุณหภูมิเฉลี่ยที่กระทำต่อผนังกำแพงด้านนอกมีอุณหภูมิเฉลี่ย 33.93 องศาเซลเซียส เมื่อเริ่มต้นอุณหภูมิภายในกำแพงเท่ากับ 25 องศาเซลเซียสและกำแพงมีความหนา 0.4 เมตร



ภาพที่ 3 เส้นกราฟแสดงอุณหภูมิความร้อนภายในกำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 1



ภาพที่ 4 เส้นกราฟแสดงอุณหภูมิความร้อนภายในกำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 2

ในงานวิจัยพิจารณาลำดับของการใช้วัสดุในการสร้างกำแพงมีผลต่อค่าอุณหภูมิขอบกำแพงด้านในอย่างไร โดยศึกษาการถ่ายเทความร้อนของกำแพง 2 ชั้นชนิดที่ 1 ที่มีความหนาเท่ากับ 0.4 เมตร สร้างจากอิฐมวลเบาในชั้นแรกมีความหนาเท่ากับ 0.2 เมตร ชั้นถัดมาใช้วัสดุเป็นอิฐมวลเบาที่มีความหนาเท่ากับ 0.2 เมตรกับกำแพง 2 ชั้นชนิดที่ 2 ที่สร้างจากอิฐมวลเบาชั้นแรกมีความหนาเท่ากับ 0.2 เมตร ชั้นถัดมาใช้วัสดุเป็นอิฐมวลเบามีความหนาเท่ากับ 0.2 เมตร โดยจะพิจารณาค่าอุณหภูมิที่เวลา 5 นาที 15 นาที 30 นาที 45 นาที 1 ชั่วโมง 1.5 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 2.5 ชั่วโมงและ 3 ชั่วโมง ดังผลลัพธ์แนวโน้มการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงแต่ละเวลา ในภาพที่ 3 – 4 ตารางที่ 4 แสดงค่าอุณหภูมิที่จุดรอยต่อ (ที่ความหนา 0.2 เมตร) ที่เชื่อมระหว่างกำแพงชั้นที่ 1 กับชั้นที่ 2 และค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านใน (ที่ความหนา 0.4 เมตร) พบว่ากำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 1 และกำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 2 ให้ค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านในไม่แตกต่างกัน นั่นหมายถึงจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์การลำดับวัสดุที่ใช้ในการสร้างกำแพงของทั้ง 2 ชนิดนี้ไม่มีผลต่อค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านใน

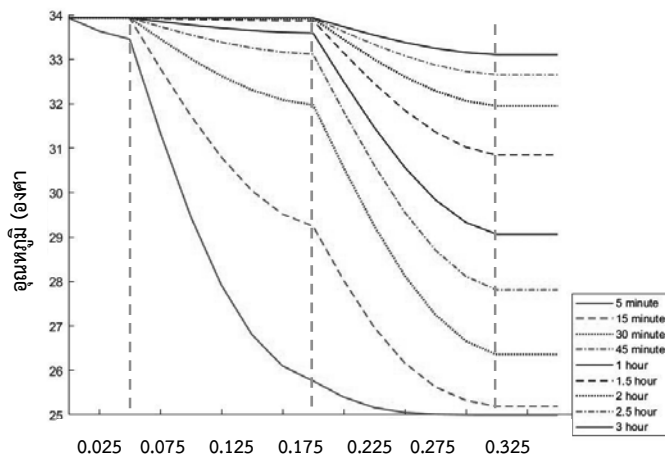
ตารางที่ 4 แสดงค่าอุณหภูมิที่จุดต่อและจุดขอบด้านในของกำแพง 2 ชั้นชนิดที่ 1 และชนิดที่ 2

เวลา (หน่วย)	อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)			
	กำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 1		กำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 2	
	จุดต่อ	จุดขอบ ด้านใน	จุดต่อ	จุดขอบ ด้านใน
15 นาที	27.2031	25.0142	25.0578	25.0142
30 นาที	29.8758	25.3025	25.5541	25.3025
1 ชั่วโมง	32.4741	26.8334	27.1905	26.8334
1.5 ชั่วโมง	33.4072	28.4639	28.6793	28.4639
2 ชั่วโมง	33.7422	29.7569	29.8590	29.7569
3 ชั่วโมง	33.9058	31.4668	31.4844	31.4668

ตารางที่ 5 เปรียบเทียบค่าอุณหภูมิที่จุดขอบกำแพงด้านในของกำแพง 2 ชั้นและ 4 ชั้น

เวลา (หน่วย)	อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)	
	กำแพง 2 ชั้น	กำแพง 4 ชั้น
15 นาที	25.0142	25.1886
30 นาที	25.3025	26.3583
1 ชั่วโมง	26.8334	29.0661
1.5 ชั่วโมง	28.4639	30.8462
2 ชั่วโมง	29.7569	31.9515
3 ชั่วโมง	31.4668	33.1044

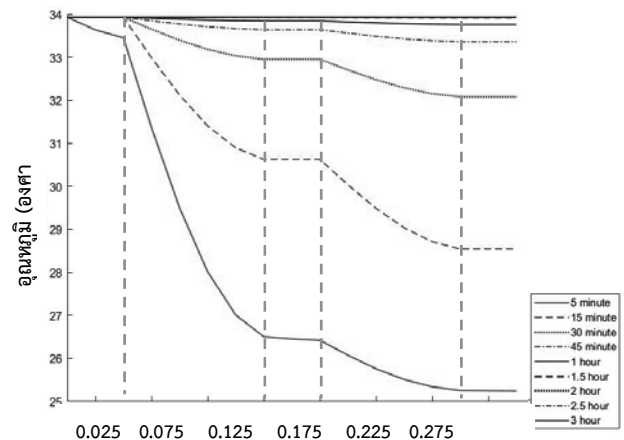
พิจารณากำแพง 4 ชั้น มีความหนาเท่ากับ 0.4 เมตร โดยชั้นที่ 1 และ 4 สร้างจากปูนมีความหนา 0.05 เมตร ชั้นที่ 2 สร้างจากอิฐมวลเบามีความหนา 0.15 เมตรและชั้นที่ 3 สร้างจากอิฐมวลเบามีความหนา 0.15 เมตร แสดงกราฟเส้นการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงที่เวลา 5 นาที 15 นาที 30 นาที 45 นาที 1 ชั่วโมง 1.5 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 2.5 ชั่วโมงและ 3 ชั่วโมง ในภาพที่ 5



ภาพที่ 5 เส้นกราฟแสดงอุณหภูมิความร้อนภายในกำแพง 4 ชั้น

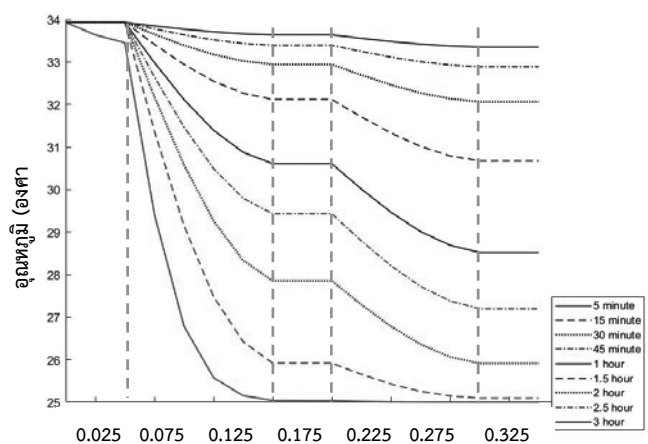
เปรียบเทียบค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านในของกำแพง 4 ชั้นกับกำแพง 2 ชั้น ชนิดที่ 2 เพื่อดูค่าอุณหภูมิที่เปลี่ยนไปตามเวลา เมื่อใช้วัสดุชนิดเดียวกันในการสร้างกำแพง แต่กำแพง 4 ชั้น ที่มีการฉาบปูนหนา 0.025 เมตร ไว้ที่ผนังด้านนอกและผนังด้านในของกำแพงแสดงค่าอุณหภูมิดังตารางที่ 5 จะได้ว่าค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านในเมื่อสร้างกำแพง 2 ชั้น สามารถลดค่าอุณหภูมิได้สูงสุดเมื่อช่วงเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมงและอุณหภูมิจะเข้าสู่สภาวะคงที่ได้ช้ากว่าเมื่อสร้างกำแพง 4 ชั้น ในกรณีพิจารณา

พิจารณาการถ่ายเทความร้อนของกำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 1 ที่เวลา 5 นาที 15 นาที 30 นาที 45 นาที 1 ชั่วโมง 1.5 ชั่วโมง 2 ชั่วโมง 2.5 ชั่วโมงและ 3 ชั่วโมงดังตารางที่ 2 ชนิดที่ 1 มีความหนาเท่ากับ 0.4 เมตร โดยชั้นที่ 1, 3 และ 5 สร้างจากปูนมีความหนา 0.05 เมตร ชั้นที่ 2 สร้างจากอิฐมวลเบามีความหนา 0.125 เมตรและชั้นที่ 4 สร้างจากอิฐมวลเบามีความหนา 0.125 เมตร แสดงกราฟเส้นการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงแต่ละเวลา ในภาพที่ 6



ภาพที่ 6 เส้นกราฟแสดงอุณหภูมิความร้อนภายในกำแพง 5 ชั้นชนิดที่ 1

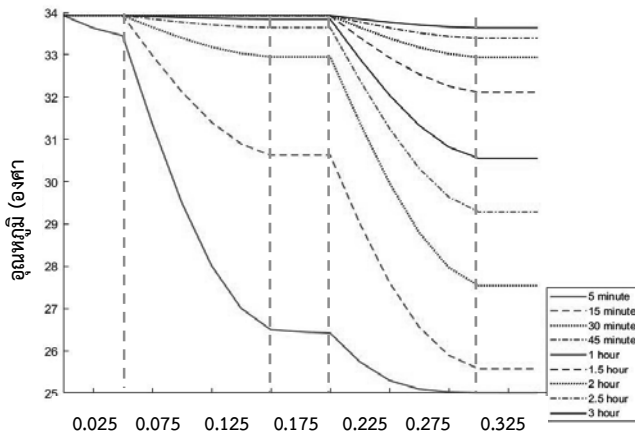
พิจารณากำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 2 มีความหนาเท่ากับ 0.4 เมตร โดยชั้นที่ 1, 3 และ 5 สร้างจากปูนมีความหนา 0.05 เมตร ชั้นที่ 2 และ 4 สร้างจากอิฐมวลเบามีความหนา 0.125 เมตร แสดงกราฟเส้นการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพงแต่ละเวลา ในภาพที่ 7



ภาพที่ 7 เส้นกราฟแสดงอุณหภูมิความร้อนภายในกำแพง 5 ชั้นชนิดที่ 2

พิจารณากำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 3 มีความหนาเท่ากับ 0.4 เมตร โดยชั้นที่ 1, 3 และ 5 สร้างจากปูนมีความหนา 0.05 เมตร ชั้นที่ 2 และ 4 สร้างจากอิฐมวลเบามีความหนา 0.125 เมตร

0.125 เมตร แสดงกราฟเส้นการถ่ายเทความร้อนภายใน
กำแพงแต่ละเวลา ในภาพที่ 8



ภาพที่ 8 เส้นกราฟแสดงอุณหภูมิความร้อนภายในกำแพง 5 ชั้น
ชนิดที่ 3

สมมติให้ความร้อนเฉลี่ยที่ขอบกำแพงด้านนอก 33.93 องศาเซลเซียสตลอดเวลา จะทำให้ค่าอุณหภูมิภายใน
กำแพงและขอบกำแพงด้านในถึงจุดสถานะคงที่ที่อุณหภูมิ
33.93 องศาเซลเซียส จากตารางที่ 6 อุณหภูมิเฉลี่ยในช่วง
3 ชั่วโมง กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 3 จะเข้าสู่สภาวะนี้ได้เร็ว
กว่าและกำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 2 จะเข้าสู่สภาวะนี้ได้ช้ากว่า
เมื่อเปรียบเทียบค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านในของ
กำแพง 5 ชั้น ทั้ง 3 ชนิด

ตารางที่ 6 แสดงค่าอุณหภูมิที่จุดขอบกำแพงด้านในของ
กำแพง 5 ชั้นชนิดที่ 1 ชนิดที่ 2 และชนิดที่
3

เวลา (หน่วย)	อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)		
	กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 1	กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 2	กำแพง 5 ชั้น ชนิดที่ 3
15 นาที	25.5780	25.0943	28.5415
30 นาที	27.5416	25.9121	32.0820
1 ชั่วโมง	30.5535	38.5207	33.7598
1.5 ชั่วโมง	32.1122	30.6740	33.9150
2 ชั่วโมง	32.9415	32.0635	33.9286
3 ชั่วโมง	33.6364	33.3524	33.9300

5. สรุปผลงานวิจัย

ปัจจัยที่มีผลต่อการถ่ายเทความร้อนภายในกำแพง
นอกจากวัสดุที่ใช้ในการสร้างกำแพง นั่นคือการออกแบบ
กำแพงที่แบ่งเป็นหลายชั้นเพื่อให้เหมาะสมกับเงื่อนไขที่
จำกัด การสร้างกำแพงหลายชั้นมีความยืดหยุ่นสูงกว่า
กำแพงชั้นเดียวเนื่องจากสามารถนำวัสดุหลายชนิดมาเพิ่ม
คุณภาพในการสร้างกำแพงที่ช่วยลดค่าอุณหภูมิของขอบ
กำแพงด้านในเพื่อช่วยลดการใช้พลังงานจากเครื่องปรับอากาศ
ภายในอาคาร โดยงานวิจัยนี้จะศึกษาถ่ายเทความร้อน
ภายในกำแพงที่มีลักษณะการสร้างแบบหลายชั้นที่
แต่ละชั้นของกำแพงสร้างจากอิฐมอญ อิฐมวลเบา หรือ
ปูนซีเมนต์ โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นอีก
ทางเลือกหนึ่งในการคำนวณหาอุณหภูมิที่ขอบกำแพง
ด้านในสำหรับกำแพงหลายชั้น เพื่อนำค่าอุณหภูมิที่ได้ไป
เป็นแนวทางในการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายในการใช้พลังงาน
และสามารถคำนวณหาอุณหภูมิภายในของกำแพงเพื่อ
ดูประสิทธิภาพของวัสดุใหม่ที่ถูกคิดค้นสำหรับใช้เป็นวัสดุ
ในการสร้างกำแพงได้

6. ข้อเสนอแนะ

การปรับเงื่อนไขค่าขอบจากค่าคงที่ที่ได้จากอุณหภูมิความร้อนเฉลี่ยเป็นฟังก์ชันค่าอุณหภูมิที่ขึ้นอยู่กับเวลา โดยใช้อ้างอิงจากข้อมูลกรมอุตุนิยมวิทยาจะทำให้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีประสิทธิภาพในการหาค่าอุณหภูมิภายในกำแพงได้สอดคล้องกับค่าความจริงมากขึ้น อีกทั้งยังสามารถนำค่าอุณหภูมิที่ขอบกำแพงด้านในไปเป็นข้อมูลเพื่อวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายในการใช้เครื่องปรับอากาศได้

7. บรรณานุกรม

- (1) J. Rattanachotinun, P. Pairojn, "The Comparative Effectiveness of Practice of Autoclaved Aerated Concrete with Hollow Hole and Typical Autoclaved Aerated Concrete," EAU Heritage Journal Science and Technology, vol. 10, no. 3, 2016.
- (2) J. Rattanachotinun, P. Pairojn, "A Feasibility Study of Glass Solar Chimney Wall for Tropical Area, Case Study: Bangkok, Thailand," International Energy Journal, vol. 14, no. 1, pp. 95-106, 2014.
- (3) J. Rattanachotinun, P. Pairojn, 2017. "Assessment of the effectiveness and practical feasibility of glass solar chimney walls by open frame in Thailand," Journal of Building Services Engineering Research & Technology, vol. 38, no. 2, pp. 151-162, 2017.
- (4) โยธิน อึ้งกุล, พิชัย นามประกาย, นริศ ประทินทอง, รังสิต ศรจิตติ, "แบบจำลองทางคณิตศาสตร์การถ่ายเทความร้อนและความชื้นในบ้านที่ใช้ผนังคอนกรีตมวลเบาภายใต้สภาวะอากาศของประเทศไทย," KCU Engineering Journal, ฉบับที่ 33, หน้า 375-390, 2006.
- (5) วิศรุต คล้ายแจ้ง, นพรัตน์ โพธิ์ชัย, "การจำลองแบบเชิงคณิตศาสตร์ของการถ่ายเทความร้อนจากผนังภายนอกสู่ผนังภายในอาคาร โดยใช้วัสดุคอนกรีตมวลเบา คอนกรีตมอดูและคอนกรีตบล็อก," วารสารวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีนายเรืออากาศ, ฉบับที่ 15, หน้า 9-18, 2562.
- (6) A. Missoum, M. Elmir, M. Bouanini, B. Draoui, "Numerical Simulation of Heat Transfer Through the Building Facades of Buildings Located in the City of Bechar," The International Journal of Multiphysics, vol. 10, no. 4, pp. 441-450, 2016.
- (7) สุธน รุ่งเรือง, นิชาภา มินาบุญ, รัชต์ศักดิ์ พรหมมาศ, "การศึกษาคุณสมบัติของผนังเบาจากถลุงกระดาษปูนซีเมนต์," วารสารวิชาการโรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า, ฉบับที่ 16, หน้า 95-105, 2018.
- (8) M. J. Hancock, "The 1 D Heat Equation. United States of America," 2006.
- (9) A. R. Mitchell, "Computational Methods in Partial Differential Equations," United Kingdom, John-Wiley and Sons., 1969.