

การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 3  
ของนักเรียนนายร้อยชั้นปีที่ 2  
โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า เรื่องปริพันธ์หลายชั้น  
โดยใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์  
ช่วยสร้างภาพสามมิติของขอบเขตการหาปริพันธ์  
A Comparison of Achievement in Calculus 3  
of Chulachomkiao Royal Military Academy  
Cadet on Multiple Integrals by Using  
Mathematics Program Create  
The Solid of Bounded of The Integrals.

#### บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความพึงพอใจในการเรียนวิชาแคลคูลัส 3 เรื่องปริพันธ์หลายชั้น โดยใช้สื่อการสอนสามมิติจากโปรแกรม Maple กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนนายร้อยชั้นปีที่ 2 สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร วิศวกรรมสำรวจ และวิศวกรรมเครื่องกล ที่เรียนวิชาแคลคูลัส 3 ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2554 ของโรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า กลุ่มทดลอง จำนวน 23 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน 18 คน โดยใช้วิธีการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม ใช้เวลาในการทดลอง 6 ชั่วโมง

เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูลได้แก่ 1) แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 3 เรื่องปริพันธ์สามชั้น สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ t - test independent ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 2) แบบวัดความพึงพอใจและความคิดเห็นของนักเรียนที่มีต่อการเรียนโดยใช้สื่อการสอนวิชาแคลคูลัส 3 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย (Mean) เปรียบเทียบกับเกณฑ์ 5 ระดับคือ เห็นด้วยมากที่สุด เห็นด้วยมาก เห็นด้วยปานกลาง เห็นด้วยน้อย และเห็นด้วยน้อยที่สุด

ผลการศึกษาพบว่า 1) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 3 ของกลุ่มทดลองมากกว่ากลุ่มควบคุมกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 2) ความพึงพอใจของนักเรียนนายร้อยชั้นปีที่ 2 ของกลุ่มทดลองมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 4.17 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) = 0.167 ซึ่งหมายถึงนักเรียนมีความพึงพอใจต่อการเรียนเรื่องปริพันธ์หลายชั้น โดยโปรแกรม Maple อยู่ในระดับมาก

คำสำคัญ: สื่อการสอนสามมิติ / การหาปริพันธ์หลายชั้น

## Abstract

This research is aimed at evaluating the achievement and satisfaction of students studying Visualization Calculus 3. The 3D instructional media from Maple software are utilized. The second year class cadets, from Chulachomklao Royal Military Academy (CRMA), are grouped into: 1) one study group of 18 cadets, and 2) one control group of 23 cadets. The cluster sampling method is used for sample selection. The complete testing process takes approximately six hours.

The data collection tools are: 1) Visualization Calculus 3 exam questions; the  $t$  – test independent method (with  $t$  – test independent value of 0.05) is used as statistical tool. 2) Questionnaire with 5 levels of satisfaction (Fully agree, Mostly agree, Partially agree, Less likely to agree and Least likely to agree) is applied to evaluate the student satisfaction; the mean value is used as statistical tool.

The results of this study reveal the followings: 1) the level of achievement of study groups is more than control groups in Visualization Calculus 3 study 2) the mean value of student satisfaction level is 4.17 with the standard deviation value of 0.167. These values imply that the second year cadets have high level of satisfaction with the 3D instructional media developed using Maple software.

**Keyword:** visualization /multiple integrals

## 1. บทนำ

### 1.1 คำนำ

วิชาแคลคูลัส 3 เป็นวิชาที่ผู้เรียนในสาขา วิชาวิศวกรรมศาสตร์ทุกคนต้องเรียน เพราะ มีเนื้อหาที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขา วิชา และนร. สาขาวิศวกรรมจำนวน 6 สาขา ใน รร.จปร. จะต้องเรียนวิชานี้ในชั้นปีที่ 2 ภาค เรียนที่ 1 ต่อเนื่องจากวิชา แคลคูลัส 2 ที่ นนร. ทุกคนต้องเรียนในชั้นปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2

เนื้อหาส่วนที่มีความสำคัญมากส่วนหนึ่งคือ การหาปริพันธ์สองชั้น และ สามชั้น โดยการหา ปริพันธ์ทั้งสองแบบจะต้องอาศัยพื้นฐานในการ วาดรูปทรงในสามมิติที่ล้อมรอบด้วยพื้นผิวในสาม มิติ ในวิชาแคลคูลัส 2 มีเนื้อหาในการวาดพื้นผิว ในสามมิติแล้วซึ่งจะเป็นพื้นฐานการวาดรูปทรง สามมิติ แต่เนื่องจากรูปทรงที่ใช้เกิดจากพื้นผิว หลายชิ้นทำให้ นนร. เข้าใจได้ยาก

สื่อการสอนเป็นเครื่องมือที่สำคัญและมีความ จำเป็นอย่างยิ่งในการจัดการเรียนการสอน โดยเฉพาะสื่อการสอนที่ภาพเป็นสามมิติ และภาพ เคลื่อนไหว จะทำให้ผู้เรียนสนใจบทเรียน ส่งผล ให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาได้อย่างลึกซึ้งมากขึ้น

### 1.2 เหตุผลในการวิจัย

จากการสังเกตในการสอนที่ผ่านมาผู้สอน จะต้องใช้เวลาในการอธิบายลักษณะของรูปทรง อย่างมากเพื่อให้ นนร. เกิดความเข้าใจ ส่งผล ให้การสอนไม่เป็นไปตามกำหนดการสอนและยัง มี นนร. อีกบางส่วนที่ยังมองภาพไม่ออก ดังนั้น ถ้าในการเรียนการสอนมีอุปกรณ์หรือสื่อการสอนที่ ทำให้ นนร. เห็นภาพของรูปทรงในสามมิติได้จริง ประกอบกับการสอบถาม นนร. ในชั้นเรียนเบื้องต้น เห็นว่าควรจะมีสื่อการสอนในลักษณะดังกล่าว เพื่อให้ทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้นจะเป็นผลดีกับการ เรียนการสอนเป็นอย่างยิ่ง

## 1.3 งานวิจัยที่ผ่านมา

วาสนา ขาวหา (2533 : 8) กล่าวว่า สื่อ การสอนหมายถึง สิ่งใดก็ตามที่เป็นตัวกลางหรือ พาหนะนำความรู้ไปสู่ผู้เรียนและทำให้ผู้เรียน สามารถเรียนรู้ได้ตามวัตถุประสงค์ที่กำหนดไว้ อย่างดี

ยุพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ต้นบรรจง (2535 : 16-17) กล่าวว่าสื่อการเรียนการสอน จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจบทเรียนได้ดียิ่งขึ้น ช่วย ในการสอนนักเรียนที่มีความสามารถแตกต่างกัน เช่น นักเรียนบางคนซึ่งเรียนอ่อน อาจจะต้องใช้ รูปภาพ สื่อรูปธรรม หรือชุดการเรียนการสอนราย บุคคล ช่วยให้เขาบรรลุจุดประสงค์ในการเรียน ช่วยสร้างเสริมความสนใจของนักเรียน ประหยัด เวลาในการสอน ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากสิ่ง ที่เป็นรูปธรรม ซึ่งจะนำไปสู่นามธรรมและทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและจำได้นาน เพื่อช่วยในการอธิบายขยายข้อความและสรุปข้อความได้เพื่อ เสริมสร้างเจตคติที่ดีแก่นักเรียน และเพื่อเสริมให้นักเรียนเกิดความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

จากการศึกษาวิจัยการพัฒนากาไรใช้สื่อ การสอนวิชาแคลคูลัส 1 เรื่องการหาปริมาตรของ ทรงตันจากการหมุนพื้นที่โดยใช้โปรแกรมทาง คณิตศาสตร์ของคณะผู้วิจัย (2553) พบว่า นนร. มีความพึงพอใจในการเรียนการสอนโดยใช้สื่อสาม มิติจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ ในระดับมาก

## 1.4 วัตถุประสงค์

1. เพื่อสร้างสื่อการสอนที่เป็นภาพสาม มิติประกอบการจัดการเรียนการสอนเรื่องปริพันธ์ หลายชั้น
2. เพื่อเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการ เรียนของ นนร.ชั้นปีที่ 2 สาขาวิศวกรรมศาสตร์ ในวิชาแคลคูลัส 3 ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมทาง คณิตศาสตร์ช่วยสร้างภาพสามมิติของขอบเขต

การหาปริพันธ์ และการเรียนด้วยการเขียนภาพบนกระดาน

3. เพื่อวัดระดับความพึงพอใจของ นนร. ที่เรียนโดยใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ช่วยสร้างภาพสามมิติ

### 1.5 ขอบเขตของงานวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็น นนร. ชั้นปีที่ 2 สาขาวิศวกรรมศาสตร์ รร.จปร. ปีการศึกษา 2554

2. กลุ่มตัวอย่าง ทำการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม (Cluster Sampling) คือการสุ่มตัวอย่างประชากรโดยแบ่งประชากรออกเป็นกลุ่มๆ ให้แต่ละกลุ่มมีความเป็น Heterogeneous กัน คือมีความแตกต่างกันภายในกลุ่ม จากจำนวน 4 ตอน มา 2 ตอนคือกลุ่มทดลอง จำนวน นนร. 23 คน และกลุ่มควบคุม จำนวน นนร. 18 คน รวมทั้งหมด 41 คน

3. ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษาในงานวิจัยครั้งนี้ได้แก่

1) ตัวแปรอิสระ ได้แก่ สื่อสามมิติ การเรียนการสอนในวิชาแคลคูลัส 3 เรื่องการหาปริพันธ์หลายชั้น โดยใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (Maple)

2) ตัวแปรตาม ได้แก่

- ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเรื่องการหาปริพันธ์หลายชั้น

- ความพึงพอใจของ นนร.ชั้นปีที่ 2 ที่ได้รับการสอนโดยสื่อสามมิติการเรียนการสอนในวิชาแคลคูลัส 3 เรื่องการหาปริพันธ์หลายชั้น จากการใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (Maple)

### 1.6 ประโยชน์ที่จะได้รับ

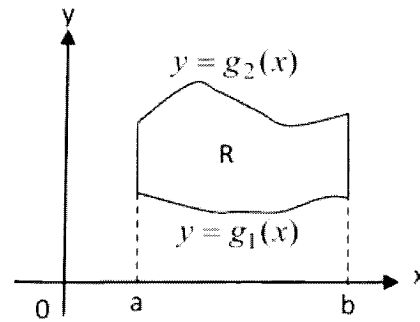
1. ได้สื่อการเรียนการสอนสามมิติของขอบเขตการหาปริพันธ์หลายชั้นเพื่อพัฒนาประสิทธิภาพในการเรียนการสอน

2. เพื่อการพัฒนางานวิจัยการสร้างสื่อการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เรื่องการหาปริพันธ์หลายชั้น

## 2. ทฤษฎี

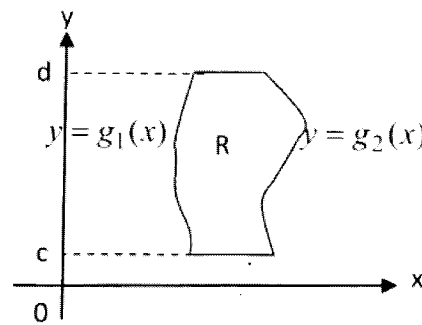
2.1 ปริพันธ์สองชั้นเหนือบริเวณที่ไม่เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า จะพิจารณาที่บริเวณ  $R$  ใดๆ โดยแบ่ง  $R$  ออกเป็นสองรูปแบบ ดังนี้

บริเวณรูปแบบที่ 1 (Type I Region) หมายถึง บริเวณ  $R = \{(x, y) \mid g_1(x) \leq y \leq g_2(x), a \leq x \leq b\}$



รูปที่ 1 บริเวณรูปแบบที่ 1

บริเวณรูปแบบที่ 2 (Type II Region) หมายถึง บริเวณ  $R = \{(x, y) \mid h_1(y) \leq x \leq h_2(y), c \leq y \leq d\}$



รูปที่ 2 บริเวณรูปแบบที่ 2

ให้  $f$  เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนบริเวณ  $R$   
 ถ้า  $R$  เป็นบริเวณรูปแบบที่ 1 จะได้ว่า

$$\iint_R f(x,y) dA = \int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,y) dy dx$$

ถ้า  $R$  เป็นบริเวณรูปแบบที่ 2 จะได้ว่า

$$\iint_R f(x,y) dA = \int_c^d \int_{h_1(y)}^{h_2(y)} f(x,y) dx dy$$

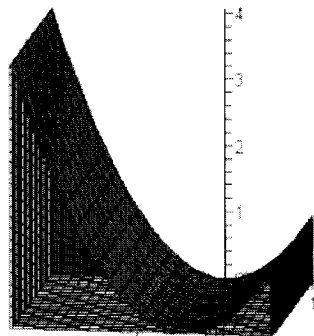
2.2 ปริพันธ์สามชั้น 
$$\iiint_G f(x,y,z) dV$$

**เหนือรูปทรงสามมิติ G**

การใส่ขอบเขตของการหาปริพันธ์สามชั้น ควรพิจารณาขอบเขตของตัวแปร  $z$  แล้วหาปริพันธ์เทียบกับตัวแปร  $z$  จากนั้นเราจะได้ฟังก์ชันของสองตัวแปร  $(x,y)$  ซึ่งจะเป็นการหาปริพันธ์สองชั้นบนบริเวณ  $R$

ถ้า  $f(x,y,z)$  เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบน  $G$  แล้วจะได้ว่า

$$\iiint_G f dV = \iint_{R_{xy}} \left[ \int_{g_1(x,y)}^{g_2(x,y)} f dz \right] dA$$



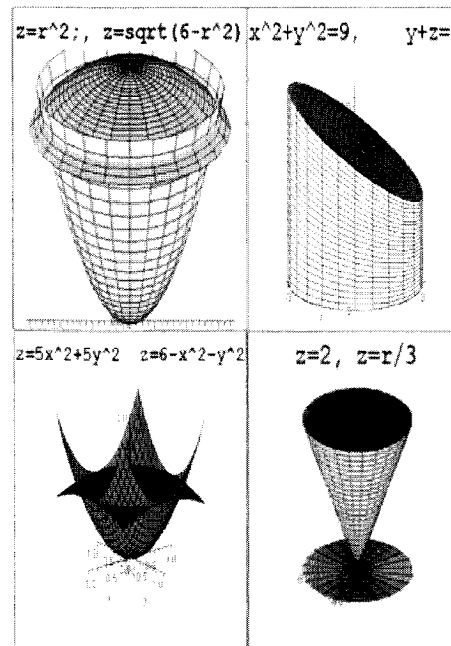
รูปที่ 3 ขอบเขตการหาปริพันธ์สามชั้น

**2.3 คุณค่าของสื่อการเรียนการสอน**

สุโขติ ดาวสุโข และ สาโรจน์ แพ่งยัง (2535 : 12) ได้กล่าวถึงคุณค่าของสื่อการสอนหลายประการ อาทิ ช่วยให้ผู้เรียนจำได้เร็วและนาน กระตุ้นความสนใจและการมีส่วนร่วมในการเรียน ช่วยให้เข้าใจได้ชัดเจน ช่วยให้เรียนรู้ได้มากขึ้นในเวลาที่มีจำกัด ช่วยให้ผู้เรียนได้คิดและแก้ปัญหา ช่วยให้การเรียนการสอนง่ายขึ้น ทำสิ่งนามธรรมให้เป็นรูปธรรม ทำสิ่งซับซ้อนให้ง่ายขึ้น

**3. การดำเนินการวิจัย**

1. ศึกษาโปรแกรมทางคณิตศาสตร์ (Maple) เพื่อสร้างสื่อการสอนภาพสามมิติ เอกสาร ตำรา บทความทางวิชาการ และที่ปรึกษาโครงการ ในเรื่องที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาการเรียนการสอนเรื่องปริพันธ์หลายชั้น รวมทั้งการทำแบบสอบถามเพื่อวัดความพึงพอใจของ นนร.
2. สร้างสื่อการสอนที่เป็นภาพสามมิติโดยใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์



รูปที่ 4 ตัวอย่างรูปทรงสามมิติ สร้างจากโปรแกรม Meple

3. นำสื่อการสอนไปให้ที่ปรึกษาโครงการและผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนวิชาแคลคูลัส 3 ตรวจสอบความเหมาะสมและนำไปปรับปรุงแก้ไข

4. เลือกกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม โดยการสุ่มแบบยกกลุ่ม

5. จัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยกลุ่มทดลองสอนโดยใช้สื่อการสอนที่เป็นภาพสามมิติที่สร้างขึ้นประกอบการสอน กลุ่มควบคุมใช้การสอนแบบปกติโดยวาดรูปบนกระดาน

6. ให้กลุ่มทดลองทำแบบสอบถามวัดความพึงพอใจในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่มีสื่อการสอนประกอบ

7. วัดผลสัมฤทธิ์จากผลการสอบเก็บคะแนนและการสอบระหว่างภาคครั้งที่ 2 วิชาแคลคูลัส 3

8. นำผลการทดลองมาวิเคราะห์เพื่อสรุปผล

#### 4. ผลการทดลองและวิจารณ์ผลการทดลอง

เสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตารางที่ 1 การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม (คะแนนเต็ม 20 คะแนน)

กลุ่มตัวอย่าง	n	$\bar{x}$	S	t
กลุ่มทดลอง	23	12.43	4.34	3.318
กลุ่มควบคุม	18	11.53	4.63	

$$t_{0.95,39} = 1.684$$

จากตารางที่ 1 พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 3 เรื่องปริพันธ์หลายชั้นของ นนร. กลุ่มทดลองมากกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05

ตารางที่ 2 ระดับความพึงพอใจทางการเรียนของ นนร. กลุ่มทดลองโดยการใช้สื่อสามมิติจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์

รายการ	$\bar{x}$	S	ระดับ
1. ผู้เรียนเข้าใจบทเรียนได้ง่ายขึ้น	4.45	0.76	มาก
2. ติดตามบทเรียนได้ตามลำดับ ไม่สับสน	4.30	0.73	มาก
3. สามารถสรุปใจความสำคัญของบทเรียนได้ด้วยตนเอง	4.25	0.44	มาก
4. ทำให้ นนร. สนใจในเนื้อหามากขึ้น	3.90	1.07	มาก
5. เรียนด้วยวิธีที่ใช้สื่อการเรียนแบบนี้ในครั้งต่อไป	4.15	0.81	มาก
6. ในครั้งต่อไป นนร. ต้องการมีส่วนร่วมในการใช้โปรแกรมสร้างสื่อด้วยตนเอง	3.95	1.09	มาก
7. ความเหมาะสมของสีภาพที่ใช้	4.20	0.70	มาก
8. ความเหมาะสมของขนาดของภาพที่ใช้	4.10	0.72	มาก
9. รูปแบบและขนาดของตัวอักษรที่ใช้	4.30	0.73	มาก
10. สีของตัวอักษรและสีของจอภาพ	4.10	0.97	มาก
รวม	4.17	0.17	มาก

จากตารางที่ 2 พบว่า นนร. มีความพึงพอใจในการเรียนการสอนโดยใช้สื่อสามมิติจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ คิดเป็นค่าเฉลี่ย 4.17 และมีระดับความพึงพอใจอยู่ในระดับมากทุกข้อคำถาม

## 5. สรุปผลการวิจัย

ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาแคลคูลัส 3 เรื่องปริพันธ์หลายชั้นของ นนร. กลุ่มทดลองมากกว่ากลุ่มควบคุม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.05 โดยทดสอบด้วยสถิติ t

ความพึงพอใจในการเรียนการสอนโดยใช้สื่อสามมิติจากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ คิดเป็นค่าเฉลี่ย 4.17 และมีระดับความพึงพอใจอยู่ในระดับมากทุกข้อคำถาม

## 6. ข้อเสนอแนะจากผลการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้คณะผู้วิจัยสร้างสื่อการสอนที่เป็นภาพสามมิติประกอบการหาปริพันธ์หลายชั้นซึ่งแต่เดิมนั้นการสอนจะใช้การวาดภาพบนกระดาน ซึ่งต้องใช้เวลามากพอสมควรในการวาดและอธิบาย ทำให้ยากแก่การทำความเข้าใจแต่สื่อการสอนที่สร้างขึ้นทำให้ นนร. เห็นภาพได้ทุกด้าน อีกทั้งในระหว่างการสอนนั้นผู้สอนให้ นนร. เป็นผู้พลิกหมุนภาพจากหน้าคอมพิวเตอร์เองเป็นการกระตุ้นให้สนใจบทเรียนมากขึ้น ดังนั้นการมีสื่อการสอนเช่นนี้จะเป็นประโยชน์แก่ นนร. อย่างยิ่ง

## 7. กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบพระคุณ กทพ.ร.ร.จปร. ที่ให้ทุนในการศึกษาวิจัยครั้งนี้ ขอขอบพระคุณ พ.อ.หญิง ศ. กรรณิกา เลิศปรีชา และ ผศ.ชณิษฐ คำทอน ที่ได้กรุณาช่วยสนับสนุน ให้คำแนะนำ และมีส่วนร่วมในการทำวิจัยครั้งนี้ให้สำเร็จลุล่วงเป็นอย่างดียิ่ง

## 8. เอกสารอ้างอิง

1. เกศกมล ชี้เชิญ. 2542. การพัฒนาบทเรียนคอมพิวเตอร์ช่วยสอนวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน
2. ไพชยนต์ สิริเสถียรวัฒนา. 2552. การใช้ โปรแกรม Maple. สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
3. ปิยะ มิตรรักษ์. 2554. เอกสารประกอบการสอนวิชาแคลคูลัส 3. ส่วนการศึกษา, โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า.
4. ปิยะ มิตรรักษ์, ณหทัย สระกบแก้ว และชนิษฐ์ สุรารักษ์. 2553. โครงการศึกษาวิจัยการพัฒนาการใช้สื่อการสอนวิชาแคลคูลัส1 เรื่องการหาปริมาตรของทรงตันจากการหมุนพื้นที่โดยใช้โปรแกรมทางคณิตศาสตร์. ส่วนการศึกษา, โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า.
5. ยูพิน พิพิธกุล. 2524. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ : บทพิการพิมพ์.
6. ยูพิน พิพิธกุล และ อรพรรณ ดันบรรจง. 2536. เทคโนโลยีในการผลิตสื่อการสอนคณิตศาสตร์กรุงเทพฯ: ภาควิชาการศึกษา, คณะศึกษาศาสตร์, มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
7. วาสนา ขาวหา. 2525. เทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์กราฟฟิคอาร์ต.
8. สุโชติ ดาวสุโข และ สาโรจน์ แผงยัง. 2535. คุณค่าของสื่อการเรียนการสอน
9. James Stewart. 2008. Metric International Version Calculus, Early Transcendentals, 6e. McMaster University, Canada.