

ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับฟัชชีลอจิก

ร.อ.สมชัย แสนบุญส่ง*

๑. บทนำ

เมื่อไม่กี่ปีที่ผ่านมา ท่านคงจะเคยได้ยินคำว่า "FUZZY LOGIC, I FEEL CONTROL." ซึ่งเป็นคำโฆษณาของเครื่องปรับอากาศยี่ห้อหนึ่ง ที่มีคุณสมบัติประหยัดไฟฟ้า และให้ความเย็นได้สม่ำเสมอมากขึ้น ในคำโฆษณานี้ท่านคงจะสงสัยคำว่า **ฟัชชีลอจิก (Fuzzy Logic)** นั่นคืออะไร เนื่องจากไม่เคยได้ยินมาก่อน แถมนยังส่งผลดีเลิศต่อผลิตภัณฑ์อุตสาหกรรมอีกด้วย ดังนั้นบทความฉบับนี้จึงจะขออธิบายเกี่ยวกับฟัชชีลอจิก อันจะประกอบด้วย ความหมายของฟัชชีลอจิก ฟัชชีเซต (Fuzzy Set) ความสัมพันธ์เชิงฟัชชี (Fuzzy Relation) และแนวทางในการนำไปประยุกต์ใช้ในงานโดยสังเขป

ทฤษฎีฟัชชีลอจิกถูกเสนอขึ้นมาโดยศาสตราจารย์ L.A. Zadeh แห่งมหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนีย ณ เมืองเบอร์keley (The University of California at Berkeley) ในปี ค.ศ. ๑๙๖๕ ความหมายตามตัวอักษรของคำว่า **ฟัชชี (Fuzzy)** คือความไม่แน่นอน หรือความคลุมเครือ โดยปกติการจะใช้เครื่องจักรกลให้ทำงานแทนมนุษย์ได้นั้นจะต้องมีการป้อนข้อมูลที่เป็นตัวเลขแน่ชัดไม่คลุมเครือ เครื่องจักรกลจึงจะทำงานให้เราได้อย่างถูกต้องแม่นยำ แต่ถ้าเป็นมนุษย์ทำงานดังกล่าวแล้ว ในบางครั้งไม่จำเป็นต้องใช้ตัวเลขที่แน่นอน อาจจะอาศัยประสบการณ์ ความชำนาญ การลองผิดลองถูก และความรู้สึกประกอบกัน ก็สามารถทำงานได้ดีเช่นกัน ซึ่งจุดนี้ถือเป็นข้อแตกต่างอย่างเด่นชัดของการทำงานระหว่างเครื่องจักรกลกับมนุษย์ ยิ่งถ้าเป็นงานที่มีความสลับซับซ้อนสูง การใช้เครื่องจักรกลทำงานจะต้องมีการสร้างกฎเกณฑ์ที่แน่นอนขึ้นมามากมาย หรือในบางครั้งไม่อาจทำได้เลย แต่มนุษย์ก็สามารถทำได้โดยไม่ต้องอาศัยกฎเกณฑ์อะไรมากมายนัก ดังนั้นทฤษฎีของฟัชชีลอจิกจึงพยายามนำเอาข้อดีของมนุษย์ตรงนี้มาใช้ประโยชน์ กล่าวคือไม่ต้องสร้างกฎเกณฑ์ที่แน่นอนให้มากมาย พยายามใช้กฎเกณฑ์ที่ยังคงมีความคลุมเครืออย่างที่มีมนุษย์ใช้อยู่มาประกอบกันจนสามารถควบคุมให้เครื่องจักรกลทำงานได้ใกล้เคียงกับมนุษย์ ซึ่งผลที่ได้เห็นได้ชัดเจนจากการนำเอาฟัชชีลอจิกมา

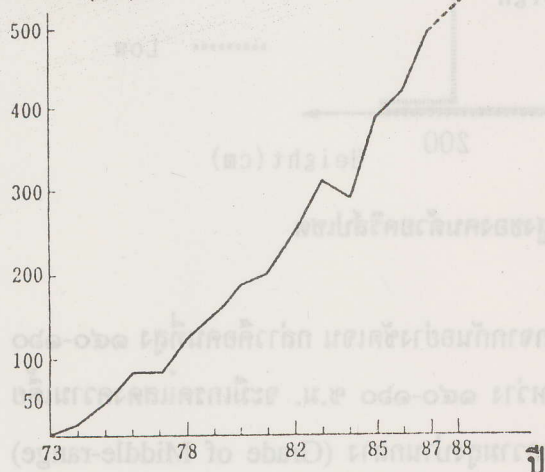
* อาจารย์ กองวิชาวิศวกรรมไฟฟ้า ส่วนการศึกษา โรงเรียนนายร้อยพระจุลจอมเกล้า

ประยุกต์ใช้ก็คือ การกำหนดกฎเกณฑ์ต่างๆ จะลดน้อยลง ทำให้สามารถสร้างระบบได้ง่ายขึ้น และประหยัดค่าใช้จ่าย เป็นต้น

หลังจากที่ฟัชชีลอจิกได้ถูกเสนอออกมาแล้ว ในช่วงแรกๆ ก็ยังไม่ค่อยได้รับความสนใจ แต่อย่างไรก็ตาม พอมาในช่วงหลังจากปี ค.ศ.๑๙๗๘ ได้มีการศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับฟัชชีลอจิกกันมากขึ้น ทั้งในเชิงทฤษฎีและการประยุกต์ใช้งาน ดังจะเห็นได้จากรูปที่ ๑ และตารางที่ ๑ (ข้อมูลจาก Information Processing vol.30,no. 8, 1989, Japan.)

จากรูปที่ ๑ เป็นแนวโน้มของจำนวนเอกสารอ้างอิง (วิทยานิพนธ์ วารสารทางวิชาการ เป็นต้น) ที่เกี่ยวกับฟัชชีลอจิกในแต่ละปี และตารางที่ ๑ เป็นจำนวนโครงการวิจัยทางอุตสาหกรรมที่มีการนำเอาฟัชชีลอจิกไปประยุกต์ใช้งาน ซึ่งจะเห็นได้ว่าทั้งในรูปที่ ๑ และในตารางที่ ๑ ต่างก็มีแนวโน้มที่สูงขึ้นอย่างรวดเร็ว

จำนวน (ชิ้น)



ตารางที่ ๑ จำนวนโครงการวิจัยที่ใช้ฟัชชีลอจิก

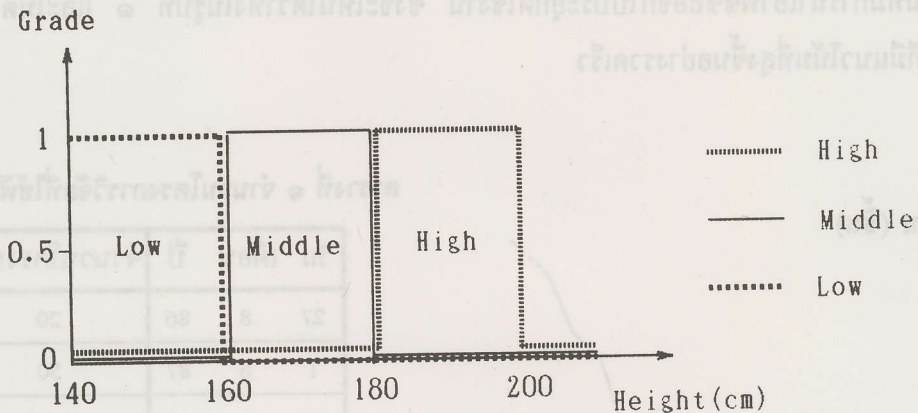
วัน	เดือน	ปี	จำนวนโครงการ
27	8	86	20
1	6	87	50
12	9	87	65
5	11	87	72
28	12	87	79
3	3	88	86
5	5	88	92
24	8	88	100
28	12	88	112
15	3	89	124

รูปที่ ๑ จำนวนเอกสารที่เกี่ยวกับฟัชชีลอจิก

ในปัจจุบัน ฟัชชีลอจิกถูกนำไปประยุกต์ใช้ในหลายสาขาด้วยกันเช่น ระบบช่วยตัดสินใจเชิงธุรกิจ ระบบควบคุมเชิงวิศวกรรมด้านปัญญาประดิษฐ์ การแพทย์ จิตวิทยา ธรณีวิทยา และการพยากรณ์อากาศ เป็นต้น

๒. ฟัชซีเซต (Fuzzy Set)

โดยปกติแล้วในจำนวนคำพูดของมนุษย์ส่วนใหญ่นั้นจะมีความคลุมเครือหรือความไม่แน่นอนรวมอยู่ด้วย โดยเฉพาะคำคุณศัพท์ เช่น คนสูง เราไม่อาจบอกให้แน่ชัดได้เลยว่า คนที่สูงเกินกี่เซนติเมตรขึ้นไปจึงจะเป็นคนสูง และคนที่ต่ำกว่ากี่เซนติเมตรลงมาจึงจะเป็นคนไม่สูง (คนเตี้ย) หรือคำว่าคนแก่ เราก็บอกไม่ได้แน่นอนเช่นกันว่าคนที่มีอายุตั้งแต่เท่าไรขึ้นไปจึงจะเรียกว่าคนแก่ และคนที่มีอายุตั้งแต่เท่าไรลงมาจึงจะเรียกว่าคนไม่แก่ (คนหนุ่มสาว) ดังนั้นหากเราจะแสดงคำพูดที่มีความคลุมเครือเหล่านี้ให้ออกมาเป็นลักษณะของปริมาณเชิงคณิตศาสตร์แล้ว ก็อาจจะใช้คริสป์เซต (Crisp Set) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้กันอยู่ปกติทั่วไป โดยแสดงได้ตามรูปที่ ๒



รูปที่ ๒ การแสดงความสูงของคนด้วยคริสป์เซต

จากรูปจะเป็นการแบ่งความสูงของคนออกจากกันอย่างชัดเจน กล่าวคือคนที่สูง ๑๔๐-๑๖๐ ซม. ถือว่าเป็นคนเตี้ย (Short) ดังนั้นคนที่สูงระหว่าง ๑๔๐-๑๖๐ ซม. จะมีเกรดแสดงความเตี้ย (Grade of Shortness) เป็น ๑ ส่วนเกรดแสดงความสูงปานกลาง (Grade of Middle-range) และเกรดแสดงความสูงมาก (Grade of Height) ของคนนี้จะมีความเป็น 0

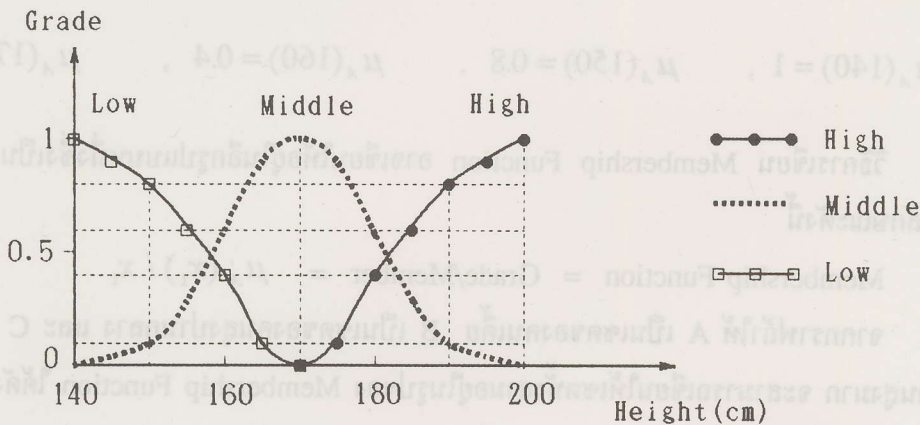
คนที่สูงระหว่าง ๑๖๐-๑๘๐ ซม. ถือว่าเป็นคนสูงปานกลาง (Middle) ดังนั้นเขาจะมีเกรดแสดงความสูงปานกลางเป็น ๑ ส่วนเกรดแสดงความเตี้ยและเกรดแสดงความสูงมากจะมีค่าเป็น 0

คนที่สูงระหว่าง ๑๘๐-๒๐๐ ซม. ถือว่าเป็นคนสูงมาก (High) ดังนั้นเขาจะมีเกรดแสดงความสูงมากเป็น ๑ ส่วนเกรดแสดงความเตี้ยและเกรดแสดงความสูงปานกลางจะมีค่าเป็น 0

แต่การแสดงด้วยคริสป์เซตซึ่งมีลักษณะเป็นแท่งเช่นนี้ ความจริงแล้วค่อนข้างจะขัดแย้ง

กับความรู้สึกของมนุษย์ เช่นถ้าใครสูง ๑๕๐ ซม. ก็ถือว่าเป็นคนเดียวได้ทันที ซึ่งก็ยังเป็นที่ยอมรับได้ไม่ขัดแย้งกับความรู้สึกเท่าไร แต่ถ้ามีคนสูง ๑๖๐ ซม. ก็จะเป็นคนเดียวเช่นกัน ซึ่งในความเป็นจริงแล้ว ระหว่าง ๑๖๐ ซม. กับ ๑๖๑ ซม. นั้นมีความแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย หากสังเกตด้วยตาเปล่าแล้วก็แทบจะไม่มีรู้สึกเลยว่ามี ความแตกต่างกัน แต่ผลลัพธ์ที่ออกมา นั้นกลับถูกจัดให้แยกจากกันอยู่คนละพวกอย่างชัดเจน หรืออีกตัวอย่างหนึ่งเช่น คนที่สูง ๑๘๑ ซม. จากกราฟจะถือว่าเป็นคนสูงมาก ซึ่งแตกต่างกับ ๑๘๐ ซม. เพียง ๑ ซม. เท่านั้น แต่ก็ต้องถูกแบ่งไปอยู่คนละพวกไปเสียแล้ว ซึ่งการแบ่งในลักษณะเช่นนี้จะเห็นได้ว่าไม่ค่อยจะสอดคล้องกับความรู้สึกของมนุษย์เท่าไรนัก ก่อนข้างจะเป็นการฝืนหรือบังคับให้มนุษย์ต้องยอมรับโดยปริยาย

ปัญหาของความขัดแย้งกับความรู้สึกของมนุษย์เช่นนี้จะหายไป หากเราแสดงคำพูดข้างต้นเหล่านี้ด้วยพีชชีเซต โดยแต่ละคำพูดจะแสดงด้วยกราฟเส้นโค้งรูปประฆังคว่ำ ตามรูปที่ ๓



รูปที่ ๓ การแสดงความสูงของคนด้วยพีชชีเซต

จากรูปที่ ๓ หากเราจะดูว่าคนที่สูงเท่าไรจึงจะจัดว่าเป็นคนเดียว นั้น ก็จะดูจากเกรดแสดงความสูงเช่นเดียวกัน ยกตัวอย่างคนที่สูง ๑๕๐ ซม. ถือว่ามีเกรดแสดงความดีเป็น ๑ ซึ่งก็คือคนเดียวจริงๆ คนที่สูง ๑๕๐ ซม. มีเกรดแสดงความดีเป็น ๐.๘ ถือว่าเป็นคนค่อนข้างดี คนที่สูง ๑๖๐ ซม. มีเกรดแสดงความดีเป็น ๐.๕ ถือว่าเป็นคนไม่ค่อยดี และคนที่สูง ๑๗๐ ซม. มี

เกรดแสดงความดีเป็น 0 ถือว่าเป็นคนไม่ดี (คนสูงปานกลาง) เป็นต้น

สำหรับรูปกราฟของคนที่สูงปานกลาง และรูปกราฟของคนที่สูงมากนั้น ก็ใช้แนวความคิดนี้ อธิบายได้เช่นเดียวกัน การใช้เกรดหลายระดับมาแสดงถึงรูปกราฟของคนดี คนสูงปานกลาง และคนสูงมากเหล่านี้ เราเรียกว่า *Membership Function*

ถ้ากำหนดให้ A เป็นฟัชเซต และ x_1 เป็นสมาชิกในเซต A จะเขียน Membership Function ของเซต A ได้ดังนี้

$$\mu_A(x_1) = [0,1]$$

μ : Membership Function ซึ่งจะแสดงถึงเกรดของสมาชิกทั้งหมดที่สังกัดอยู่ในเซต A โดยกำหนดให้เป็นค่าจำนวนจริงตั้งแต่ 0 ถึง ๑

ดังนั้น ถ้าจะเขียน Membership Function ของเซตคนดีโดยใช้รูปแบบข้างต้นก็จะได้ว่า

$$\mu_A(140) = 1, \quad \mu_A(150) = 0.8, \quad \mu_A(160) = 0.4, \quad \mu_A(170) = 0$$

วิธีการเขียน Membership Function อาจเขียนให้อยู่ในอีกรูปแบบหนึ่งซึ่งเป็นรูปย่อได้ โดยมีลักษณะดังนี้

$$\text{Membership Function} = \text{Grade/Member} = \mu_A(x_1) / x_1$$

จากกราฟถ้าให้ A เป็นเซตของคนดี B เป็นเซตของคนสูงปานกลาง และ C เป็นเซตของคนสูงมาก จะสามารถเขียนให้เซตทั้งสามอยู่ในรูปของ Membership Function ได้ดังนี้

$$A = \{\text{คนดี}\} = \{1/140, 0.8/150, 0.4/160, 0/170, 0/180\}$$

$$B = \{\text{คนสูงปานกลาง}\} = \{0/140, 0.1/150, 0.6/160, 1/170, 0.6/180, 0.1/190, 0/200\}$$

$$C = \{\text{คนสูงมาก}\} = \{0/160, 0/170, 0.4/180, 0.8/190, 1/200\}$$

จำนวนสมาชิกที่ยกขึ้นมาเป็นตัวอย่างนี้ อาจจะแจกแจงให้ละเอียดมากยิ่งขึ้นก็ได้ และค่าเกรดแสดงความสูงของแต่ละสมาชิคนั้นแต่ละคนสามารถจะกำหนดได้เองตามที่คิดว่าเหมาะสม

จากที่อธิบายมาแล้วนี้จึงเป็นการแสดงให้เห็นว่า การใช้ฟัชเซตมาแสดงถึงค่าพูดที่แฝง ความคลุมเครือเอาไว้มันจะไม่ค่อยขัดแย้งกับความรู้สึกของมนุษย์ นอกจากนี้แต่ละคนก็ยังสามารถ

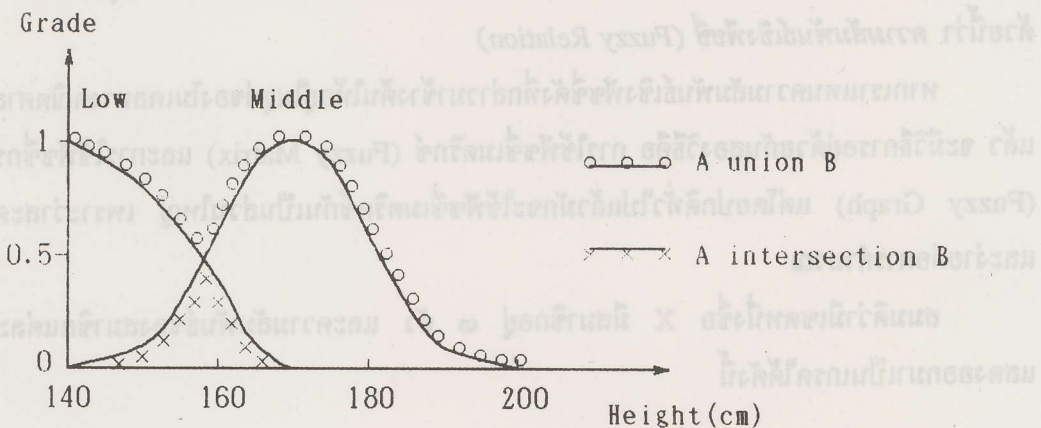
ที่จะกำหนด Membership Function ได้ด้วยตนเองอย่างอิสระ ไม่จำเป็นต้องไปปฏิบัติตามข้อกำหนดของผู้อื่นแต่อย่างใด

โดยปกติแล้วในเรื่องของเซตทั่วไป จะมีวิธีการคำนวณเกี่ยวกับเซตอยู่หลายวิธีด้วยกัน เช่น การ Union (ใช้สัญลักษณ์ \cup) หรือการ Intersection (ใช้สัญลักษณ์ \cap) เป็นต้น ในเรื่องของฟัซซีเซตก็สามารถทำการคำนวณได้ในทำนองเดียวกับเซตปกติทั่วไปเช่นกัน แต่วิธีการอาจจะแตกต่างกันบ้างเล็กน้อย ยกตัวอย่างเช่น หากต้องการจะหาผลลัพธ์ของการ Union ระหว่างเซต A (คนเตี้ย) กับเซต B (คนสูงปานกลาง) แล้ว วิธีที่นิยมใช้กันมากก็คือ การรวมกันแบบ MAX (MAX Composition : นำเอาค่าสูงสุดมาใช้ โดยให้สัญลักษณ์ \vee แทน MAX) ซึ่งมีลักษณะการคำนวณดังนี้

$$A \cup B = \{ (1 \vee 0) / 140, (0.8 \vee 0.1) / 150, (0.4 \vee 0.6) / 160, (0 \vee 1) / 170, (0 \vee 0.6) / 180, (0.1) / 190, (0) / 200 \}$$

$$A \cup B = \{ 1 / 140, 0.8 / 150, 0.6 / 160, 1 / 170, 0.6 / 180, 0.1 / 190, 0 / 200 \}$$

หากจะแสดง $A \cup B$ ออกมาเป็นรูปกราฟโดยอ้างอิงจากรูปที่ ๓ ก็จะแสดงได้ดังรูปที่ ๔ (แนวเส้นที่มีวงกลมกำกับ)



รูปที่ ๔ ตัวอย่างการคำนวณของฟัซซีเซต

ในกรณีที่ต้องการจะหา Intersection ระหว่างเซต A (คนเตี้ย) กับเซต B (คนสูงปานกลาง) นั้น วิธีที่นิยมใช้กันมากก็คือ การรวมกันแบบ MIN (MIN Composition : นำเอาค่าต่ำสุดมาใช้

โดยให้สัญลักษณ์ \wedge แทน Min) ซึ่งมีลักษณะการคำนวณดังนี้

$$A \cap B = \{ (0 \wedge 1) / 140, (0.8 \wedge 0.1) / 150, (0.4 \wedge 0.6) / 160, (0 \wedge 1) / 170, \\ (0 \wedge 0.6) / 180, (0.1) / 190, (0) / 200 \}$$

$$A \cap B = \{ 0 / 140, 0.1 / 150, 0.4 / 160, 0 / 170, 0 / 180, 0 / 190, 0 / 200 \}$$

หากจะแสดง $A \cap B$ ออกมาเป็นรูปกราฟ โดยอ้างอิงจากรูปที่ ๓ ก็จะแสดงได้ดังรูปที่ ๔ (แนวเส้นที่มีกากบาทกำกับ)

การคำนวณในรูปแบบนี้ ๆ ที่เกี่ยวกับฟัซซี่เซตนั้น ยังมีอีกมากซึ่งมีการเขียนออกมาเป็นเอกสารและตำราอย่างมากมาย สำหรับผู้ที่มีความสนใจก็สามารถจะศึกษาจากเอกสารเหล่านั้นเพิ่มเติมได้ด้วยตนเอง

๓. ความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ (Fuzzy Relation)

ในชีวิตประจำวันของมนุษย์นั้น บ่อยครั้งที่เราต้องมีการกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งของสองสิ่ง เช่น X และ Y เกือบจะเท่ากัน หรือ X สบายกว่า Y มาก ซึ่งการแสดงถึงความสัมพันธ์ก็ยังคงมีการใช้ค่าพูดที่คลุมเครืออยู่โดยทั่วไป ดังนั้นจึงเรียกความสัมพันธ์ที่มีความคลุมเครือรวมอยู่ด้วยนี้ว่า ความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ (Fuzzy Relation)

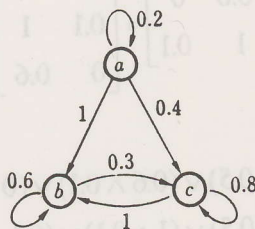
หากเราแทนความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ดังที่กล่าวมาข้างต้นให้อยู่ในรูปของโมเดลทางคณิตศาสตร์แล้ว จะมีวิธีการอยู่ด้วยกันสองวิธีคือ การใช้ฟัซซี่เมตริกซ์ (Fuzzy Matrix) และการใช้ฟัซซี่กราฟ (Fuzzy Graph) แต่โดยปกติทั่วไปแล้วมักจะใช้ฟัซซี่เมตริกซ์กันเป็นส่วนใหญ่ เพราะว่าสะดวกและง่ายต่อการคำนวณ

สมมติว่ามีเซตหนึ่งชื่อ X มีสมาชิกอยู่ ๓ ตัว และความสัมพันธ์ของสมาชิกแต่ละตัวแสดงออกมาเป็นเกรดได้ดังนี้

$$X = \{ a, b, c \}$$

$$R = \{ 0.2 / (a,a) \quad 1 / (a,b) \quad 0.4 / (a,c) \quad 0.6 / (b,b) \quad 0.3 / (b,c) \quad 1 / (c,b) \quad 0.8 / (c,c) \}$$

โดยที่เราเรียก R ว่า เซตความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ และถ้าจะแสดงออกมาในรูปของเมตริกซ์และกราฟ ก็จะได้ตามรูปที่ ๕

$$\begin{matrix}
 & a & b & c \\
 a & \begin{bmatrix} 0.2 & 1 & 0.4 \end{bmatrix} \\
 b & \begin{bmatrix} 0 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix} \\
 c & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.8 \end{bmatrix}
 \end{matrix}$$


รูปที่ ๕ ฟัชซีเมตริกซ์และฟัชซีกราฟ

ในกรณีที่เราจะทำการคำนวณฟัชซีเมตริกซ์ ๒ ชุดเข้าด้วยกันเราจะใช้สัญลักษณ์ว่า

$$R \circ S$$

โดยที่วงกลม (o) แทนด้วยการคำนวณในทุกรูปแบบ (+, -, *, /, . . .) แต่การคำนวณในลักษณะหนึ่งที่นิยมใช้กันบ่อยเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงฟัชซีก็คือ การรวมกันแบบ MAX-MIN (MAX - MIN Composition) ซึ่งมีนิยามว่า

$$R \circ S \Leftrightarrow \mu_{R \circ S}(x, z) = \bigvee_y \{ \mu_R(x, y) \wedge \mu_S(y, z) \}$$

โดยที่เครื่องหมาย \bigvee แทน MAX และ \wedge แทน MIN

ตัวอย่างเช่นมีเมตริกซ์ R และ S ประกอบด้วยสมาชิกดังต่อไปนี้

$$R = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.1 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 \\ 0.1 & 1 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}$$

หากนำเอามารวมกันแบบ MAX-MIN จะได้ดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 R \circ S &= \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0.9 & 1 & 0.1 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.5 & 0.8 \\ 0.1 & 1 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (0.4 \wedge 0.5) \vee (0.6 \wedge 0.1) \vee (0 \wedge 0) & (0.4 \wedge 0.8) \vee (0.6 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0.6) \\ (0.9 \wedge 0.5) \vee (1 \wedge 0.1) \vee (0.1 \wedge 0) & (0.9 \wedge 0.8) \vee (1 \wedge 1) \vee (0.1 \wedge 0.6) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.4 \vee 0.1 \vee 0 & 0.4 \vee 0.6 \vee 0 \\ 0.5 \vee 0.1 \vee 0 & 0.8 \vee 1 \vee 0.1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.5 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

นอกจากนี้แล้วการรวมกันของเมตริกซ์ด้วยวิธีอื่นๆ ก็ยังคงมีอยู่อีกหลายวิธีเช่นกัน สำหรับผู้ที่สนใจสามารถศึกษาได้จากเอกสารที่เกี่ยวข้อง

๔. การอนุมานแบบฟัซซี่ (Fuzzy Inference)

ตามที่ได้กล่าวมาแล้วว่าในปัจจุบันฟัซซี่ลอจิกถูกนำไปใช้งานกันอย่างกว้างขวาง โดยส่วนใหญ่จะนำเอาการอนุมานหรือการวินิจฉัยแบบฟัซซี่นี้ไปใช้แทนหรือผสมผสานกับวิธีเดิมๆ ซึ่งทำให้ระบบทำงานได้ผลดีและมีประสิทธิภาพสูงขึ้น การอนุมานแบบฟัซซี่ก็คือการวินิจฉัยหรือการวิเคราะห์โดยอาศัยฟัซซี่ลอจิก ในขณะนี้ก็มีผู้ค้นคว้าเกี่ยวกับวิธีการอนุมานแบบฟัซซี่ชนิดใหม่ๆ กันอย่างมาก หากจะแบ่งแยกให้ละเอียดจริงๆ แล้ว อาจจะแบ่งได้มากกว่า ๑๐๐ ชนิดขึ้นไป แต่ถ้าจะแบ่งกันตามที่ใช้งานกันอย่างจริงจังก็จะสามารถแบ่งออกได้เป็น ๒ ประเภทใหญ่ๆ คือ

๑) การอนุมานแบบกฎการผลิตเชิงฟัซซี่ (Fuzzy Production Rule Inference)

๒) การอนุมานแบบความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ (Fuzzy Relation Inference)

ซึ่งทั้ง ๒ แบบต่างก็ใช้ตัวเลขจำนวนจริงในช่วง $[0, 1]$ หรือ Membership Function มาแสดงถึงความคลุมเครือ เพื่อที่จะนำเอาความคลุมเครือเหล่านี้ใส่เข้าไปในคอมพิวเตอร์ให้ได้เหมือนกัน รายละเอียดของแต่ละวิธีการอนุมานสามารถอธิบายโดยสังเขปได้ ดังต่อไปนี้

๑) การอนุมานแบบกฎการผลิตเชิงฟัซซี่ (Fuzzy Production Rule Inference)

การอนุมานแบบนี้เริ่มต้นจากการเปรียบเทียบเงื่อนไขเริ่มแรกไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ผลลัพธ์ออกมา ซึ่งการอนุมานในลักษณะเช่นนี้เราเรียกว่า การอนุมานแบบเดินหน้า (Forward Inference) กฎการผลิตเชิงฟัซซี่นั้นโดยปกติทั่วไปจะแสดงอยู่ในรูปของกฎ IF-THEN ดังนี้

IF เงื่อนไขเริ่มแรกแบบฟัซซี่ (Fuzzy Antecedent)

THEN ผลลัพธ์แบบฟัซซี่ (Fuzzy Consequent)

นั่นคือกฎการผลิตเชิงฟัซซี่จะประกอบด้วย เงื่อนไขเริ่มแรกและผลลัพธ์ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบฟัซซี่ ส่วนความคลุมเครือที่แฝงอยู่ในคำพูดนั้นก็จะถูกแสดงด้วย Membership Function ในการใช้งานจริงนั้นจะต้องมีการเขียนกฎขึ้นมาหลายกฎ สมมุติว่าในขณะนี้มีการผลิตเชิงฟัซซี่อยู่ n กฎ ซึ่งจะเขียนได้ในลักษณะดังต่อไปนี้

Rule : IF A is A_i THEN C is C_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$)

โดยที่ A_i และ C_i เป็นฟัซซี่เซตในจักรวาล (Universe) X และ Y กำหนดให้ Membership Function ของแต่ละเซตเป็น $\mu_{A_i}(x)$ และ $\mu_{C_i}(y)$ หากในขณะนี้เครื่องมือวัดอัตโนมัติหรือมนุษย์ได้ทำการวัดหรือกำหนดค่าใดค่าหนึ่งขึ้นมาเป็นฟัซซี่เซต A'_i และมี Membership Function เป็น $\mu_{A'_i}(x)$ และเราต้องการทราบคำตอบของ A'_i ว่าเป็นอะไร ก็สามารถใช้กฎการผลิตเชิงฟัซซี่เปรียบเทียบไปเรื่อยๆ จนกระทั่งได้คำตอบดังนี้

Rule : IF A is A_i THEN C is C_i

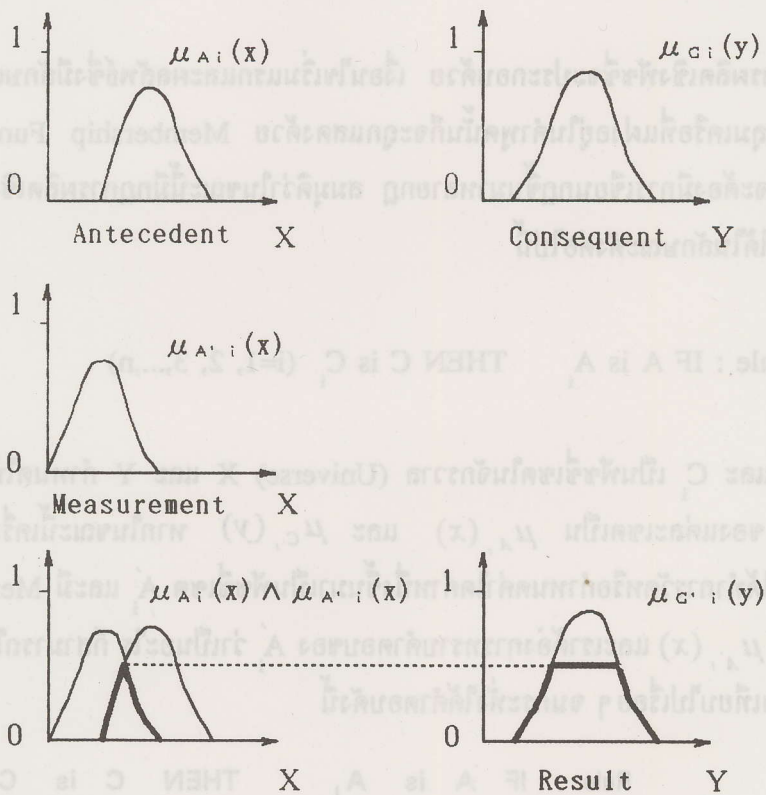
Measurement : A is A'_i

Result : C is C_i

จากการอนุมานแบบ ๓ ขั้นตอน (Syllogism Inference) ดังกล่าวข้างต้น จะทำให้ได้คำตอบออกมาเป็น C'_i ซึ่งคำตอบที่ได้นี้จะแตกต่างกับการอนุมานแบบดิจิทัล (Digital) เพราะไม่ได้เปรียบเทียบว่า A'_i กับ A_i เท่ากันทั้งหมดหรือไม่ แต่จะเปรียบเทียบกันแบบคร่าวๆ โดยใช้วิธี

การทางฟuzzyลอจิก ซึ่งผลการเปรียบเทียบเงื่อนไขเริ่มแรกแบบฟuzzyลอจิกเหล่านี้จะส่งผลให้ได้ผลลัพธ์แบบคร่าว ๆ ด้วยวิธีการที่จะทำให้ได้ผลลัพธ์ในแต่ละขั้นตอนออกมานั้นมีอยู่หลายวิธีด้วยกัน เช่น การใช้ค่า MAX หรือค่า MIN ของ A'_i กับ A_i เป็นต้น แต่ที่ใช้กันอยู่บ่อย ๆ ก็คือ วิธีการของ Yerger หรือเรียกอีกอย่างหนึ่งว่า การตัดเอาส่วนบนออก (Head Cutting Method)

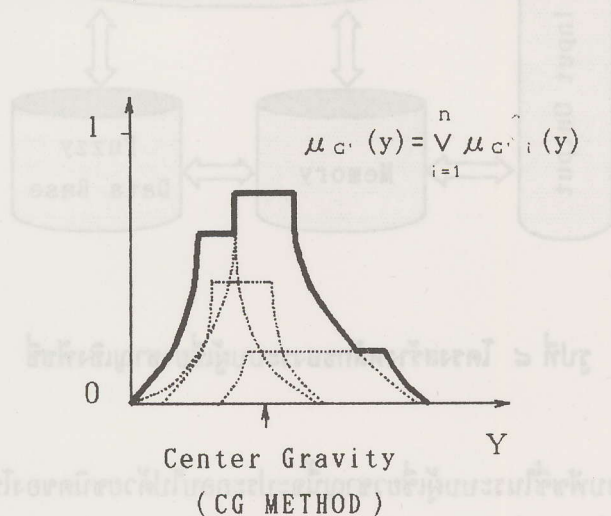
วิธีการของ Yerger ก็คือ หาค่า MIN จาก A'_i กับ A_i จากนั้นนำเอาค่าสูงสุดหลังจากการรวมกันแบบ MIN แล้วมาเป็นค่า α - Cut เพื่อใช้เป็นค่าตัดเอาส่วนบนของทางด้านผลลัพธ์ออกไป ทำให้ได้ C_i ออกมาในที่สุด



รูปที่ ๖ การอนุมานแบบกฎการผลิตเชิงฟuzzyโดยวิธีการของ Yerger

สำหรับแต่ละกฎก็จะใช้วิธีการของ Yerger นี้หาผลลัพธ์ออกมาเรื่อยๆ จนกระทั่งได้ผลลัพธ์ออกมาทุกกฎ เมื่อได้ผลลัพธ์ออกมาทุกกฎแล้วก็นำเอาผลลัพธ์ทั้งหมดมารวมกันอีกครั้งหนึ่งแบบ MAX และจะทำการหาผลลัพธ์ในขั้นตอนสุดท้ายจริงๆ ต่อไป

การหาผลลัพธ์ในขั้นตอนสุดท้ายนี้ก็อยู่ด้วยกันหลายวิธีเช่นกัน เป็นต้นว่าวิธีการใช้ค่ากลาง (Median Method) หรือวิธีการใช้ค่าศูนย์กลางของผลรวม (Center Gravity Method) เป็นต้น เมื่อได้ผลลัพธ์ในขั้นตอนสุดท้ายนี้แล้วก็จึงนำเอาค่านี้ไปใช้งานตามต้องการต่อไป

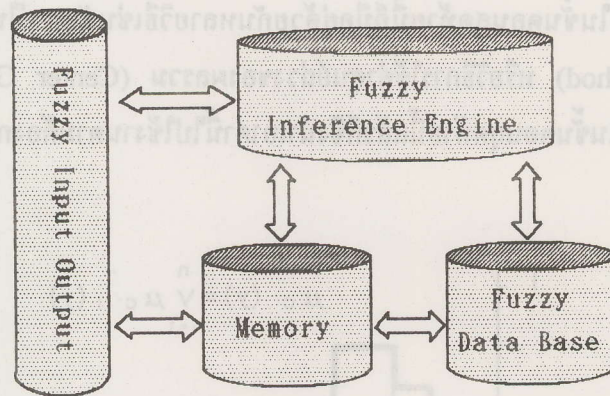


รูปที่ ๗ การหาผลลัพธ์ในขั้นตอนสุดท้ายโดยวิธีการใช้ค่าศูนย์กลางของผลรวม

๒) การอนุมานแบบความสัมพันธ์เชิงฟัซซี (Fuzzy Relation Inference)

การอนุมานแบบนี้ส่วนใหญ่มักจะเริ่มต้นจากการวินิจฉัยผลลัพธ์ก่อน (เช่นอาการของโรคหรืออาการที่เกิดขึ้น) เพื่อที่จะหาเงื่อนไขเริ่มแรก (เช่นชนิดของโรคหรือสาเหตุ) ซึ่งเราจะเรียกรวมการอนุมานแบบนี้ว่า การอนุมานแบบย้อนกลับ (Backward Inference) ในรายละเอียดของวิธีการนี้ก็คือ จะต้องมีการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาโดยใช้สมการความสัมพันธ์เชิงฟัซซี (Fuzzy Relation Equation) จากนั้นจึงทำการแก้สมการหาคำตอบ

ในปัจจุบัน มีการนำเอาวิธีการนี้ไปใช้กับระบบผู้เชี่ยวชาญเชิงฟัซซี (Fuzzy Expert System) กันอย่างกว้างขวาง โดยมีจุดประสงค์เอาไว้ช่วยงานในลักษณะการวินิจฉัยหรือการตัดสินใจโครงสร้างหลัก ๆ ของระบบผู้เชี่ยวชาญเชิงฟัซซีนั้นแสดงอยู่ในรูปที่ ๘



รูปที่ ๔ โครงสร้างหลักของระบบผู้เชี่ยวชาญเชิงฟัซซี

ฐานข้อมูลแบบฟัซซีในระบบผู้เชี่ยวชาญนี้จะประกอบไปด้วยชนิดของโรคหรือสาเหตุ m ชนิด ซึ่งอยู่ในจักรวาลของเงื่อนไขเริ่มแรก X และอาการของโรคจำนวน n ชนิด ซึ่งอยู่ในจักรวาลของผลลัพธ์ Y

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m\}$$

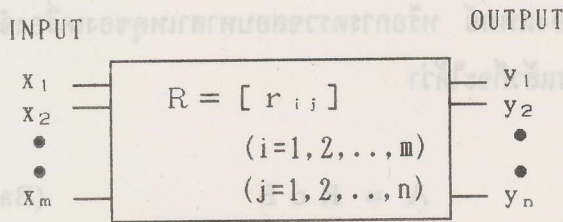
$$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_j, \dots, y_n\}$$

ระหว่างเงื่อนไข x_i และ y_j นั้นจะมีความสัมพันธ์เชิงเหตุและผลเป็นตัวเชื่อมอยู่ สมมติว่าให้ความสัมพันธ์เชิงฟัซซีระหว่างเหตุและผลของ x_i และ y_j เป็น r_{ij} เราจะเรียกความสัมพันธ์นี้ว่า **ความสัมพันธ์เชิงฟัซซี (Fuzzy Relation)** เมื่อแปลงความสัมพันธ์ระหว่าง x_i และ y_j ให้ออกมาอยู่ในรูปของเมตริกซ์ R ขนาด $m \times n$ ได้แล้วเราจะเรียกเมตริกซ์นี้ว่า **เมตริกซ์ความสัมพันธ์เชิงฟัซซี (Fuzzy Relation Matrix)**

$$R = X \rightarrow Y = [r_{ij}]$$

$$(i = 1, 2, 3, \dots, m), (j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

ความสัมพันธ์เชิงฟัซซี r_{ij} นั้นเราจะใช้ตัวเลขจำนวนจริง $[0,1]$ แสดงถึงระดับความสัมพันธ์ (เกรด) ของแต่ละสมาชิก ซึ่งหมายความว่า จะมีความคลุมเครือแฝงอยู่ในความสัมพันธ์ด้วยนั่นเอง



$$A \quad R \quad B$$

(Fuzzy set on X) (Fuzzy set on X*Y) (Fuzzy set on Y)

รูปที่ ๔ โมเดลของความสัมพันธ์เชิงฟัซซี

ถ้ากำหนดให้เงื่อนไขเริ่มแรกเป็นอินพุต (Input) และผลลัพธ์เป็นเอาต์พุต (Output) โดยอินพุตนั้นแทนด้วยฟัซซีเซต A ซึ่งอยู่ในจักรวาล X และเอาต์พุตนั้นแทนด้วยฟัซซีเซต B ซึ่งอยู่ในจักรวาล Y ก็จะสามารถแสดงออกมาเป็นสมการความสัมพันธ์เชิงฟัซซีได้ดังนี้

$$B = R \circ A \quad (\text{Forward Inference})$$

$$\{ \text{Output} \} = \{ \text{Fuzzy Relation} \} \circ \{ \text{Input} \}$$

เครื่องหมายวงกลม (o) เป็นการคำนวณของการอนุมานแบบฟัซซี ซึ่งมีอยู่หลายรูปแบบด้วยกัน เช่นการรวมกันแบบ α การรวมกันแบบ ω การรวมกันแบบ $\epsilon - \epsilon \text{ bar}$ และการรวมกันแบบ MAX-MIN เป็นต้น แต่โดยปกติทั่วไปแล้วมักจะใช้การรวมกันแบบ MAX-MIN เสียเป็นส่วนใหญ่ รายละเอียดของการรวมด้วยวิธีนี้นั้นได้อธิบายไว้แล้วในหัวข้อที่ ๓ เรื่องความสัมพันธ์เชิงฟัซซี

สำหรับการนำเอาสมการความสัมพันธ์เชิงฟัซซีไปใช้งานจริงกับระบบผู้เชี่ยวชาญนั้น เราจะต้องมีการสร้างเมตริกซ์ R ขึ้นมาไว้ล่วงหน้าเสียก่อน ในการกำหนดค่าความสัมพันธ์เชิงฟัซซีระหว่างเหตุและผลของสมาชิกแต่ละตัวนั้น จะใช้ความรู้ ความชำนาญ การเรียนรู้ และประสบการณ์กำหนดออกมาเป็นตัวเลขจำนวนจริงระหว่าง [0,1] จากนั้นก็สังเกตผลที่เกิดขึ้นเช่นอาการของโรค (กำหนดให้เป็นเซต B) แล้วนำมาแก้สมการความสัมพันธ์เชิงฟัซซี เพื่อที่จะหาเงื่อนไขเริ่มแรกหรือสาเหตุ

(กำหนดให้เป็นเซต A) ซึ่งจะเป็นคำตอบในที่สุด จะเห็นได้ว่าการหาคำตอบในลักษณะเช่นนี้คล้ายกับวิธีการวินิจฉัยโรคของแพทย์ หรือการตรวจสอบหาสาเหตุของเครื่องจักรที่กำลังเสียอยู่นั่นเอง หากจะเขียนเป็นสมการแล้วก็จะได้ว่า

$$A = R \circ B \quad (\text{Backward Inference})$$

$$\{\text{Input}\} = \{\text{Fuzzy Relation}\} \circ \{\text{Output}\}$$

$$\{\text{ชนิดของโรค}\} = \{\text{ความสัมพันธ์เชิงพีชระหว่างโรคกับอาการของโรค}\} \circ \{\text{อาการของโรค}\}$$

เพื่อให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้นต่อไปจะแสดงถึงตัวอย่างการคำนวณ ดังต่อไปนี้

สมมติว่าในขณะนี้เมตริกซ์ R และเมตริกซ์ B มีสมาชิกเป็นไปตามที่กำหนดให้ หากจะหาสมาชิกของเมตริกซ์ A โดยวิธีการรวมกันแบบ MAX-MIN จะมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

$$R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0.0 \\ 0.4 & 0.5 & 0.6 \\ 0.8 & 0.9 & 1.0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.3 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

$$A = R \circ B = \begin{bmatrix} (0.1 \wedge 0.0) \vee (0.2 \wedge 0.3) \vee (0.0 \wedge 0.8) \\ (0.4 \wedge 0.0) \vee (0.5 \wedge 0.3) \vee (0.6 \wedge 0.8) \\ (0.8 \wedge 0.0) \vee (0.9 \wedge 0.3) \vee (1.0 \wedge 0.8) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.0 \vee 0.2 \vee 0.0 \\ 0.0 \vee 0.3 \vee 0.6 \\ 0.0 \vee 0.3 \vee 0.8 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & 0.2 \\ a_2 & 0.6 \\ a_3 & 0.8 \end{bmatrix}$$

สมาชิกที่อยู่ในเซต A ทั้ง ๓ ตัวนั้นต่างก็เป็นคำตอบด้วยกันทั้งหมด แต่เนื่องจาก a_3 มีค่า
เกรดสูงสุด จึงสามารถที่จะสรุปได้ว่า a_3 น่าจะเป็นคำตอบที่ถูกต้องมากที่สุด

๕. การประยุกต์ใช้งานจริง

ในหัวข้อข้างต้นที่ผ่านมาเป็นการอธิบายเกี่ยวกับทฤษฎีพื้นฐานของฟัซซี่ลอจิกโดยสังเขป
สำหรับในหัวข้อนี้จะอธิบายถึงการนำเอาวิธีการอนุมานแบบฟัซซี่ไปใช้งานจริง โดยสมมติว่าจะ
สร้างระบบผู้เชี่ยวชาญแบบฟัซซี่ขึ้นมาเพื่อช่วยในการวิเคราะห์อาการของคนไข้ว่าป่วยเป็นโรคอะไร

ตัวอย่างของระบบผู้เชี่ยวชาญแบบฟัซซี่นี้ จะช่วยเราวิเคราะห์ว่าผู้ป่วยเป็นโรคไข้หวัด หรือ
เป็นอหิวาตกโรค โดยมีขั้นตอนสำคัญ ๆ ดังนี้

๑. ศึกษาว่าเมื่อป่วยเป็นโรคแล้ว แต่ละโรคจะมีอาการเป็นอย่างไรบ้างโดยละเอียด ซึ่งอาจ
สอบถามจากผู้มีความรู้ ศึกษาจากตำรา และประสบการณ์ของตนเอง เป็นต้น

๒. กำหนดค่าความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ระหว่างโรคกับแต่ละอาการของโรค โดยใช้ตัวเลขจำนวน
จริง $[0, 1]$ (ค่า Membership Function) สมมติว่าอาการของคนไข้มีค่าความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่
กับโรคไข้หวัดและอหิวาตกโรค ดังต่อไปนี้

อาการของผู้ป่วย (b_i)	โรคไข้หวัด (a_1)	อหิวาตกโรค (a_2)
(b_1) มีอาการไข้สูง	1.0	0.3
(b_2) มีอาการไอ	0.8	0.0
(b_3) มีอาการปวดศีรษะ	0.9	0.2
(b_4) มีน้ำมูกไหล	0.5	0.0
(b_5) มีอาการท้องเสียบ่อยครั้ง	0.0	1.0
(b_6) มีอาการปวดท้อง	0.0	0.8

๓. สร้างเมตริกซ์ความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่จากค่าความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่ (ในข้อ ๒) ซึ่งจะได้
ว่าสมาชิกในแนวดิ่ง (Column) เป็นอาการของผู้ป่วยหรืออาการของโรค และสมาชิกในแนวนอน
(Row) เป็นชื่อของโรคดังนี้

๕. ทำการอนุมานเพื่อวินิจฉัยว่าป่วยเป็นโรคอะไรโดยการแก้สมการความสัมพันธ์เชิงฟัซซี่

$$A = R \circ B$$

ในที่นี้จะให้เครื่องหมายวงกลม (o) นั้นเป็นการรวมแบบ MAX-MIN ซึ่งจะได้ผลดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.8 & 0.9 & 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 0.3 & 0.0 & 0.2 & 0.0 & 1.0 & 0.8 \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} 0.9 \\ 1.0 \\ 0.8 \\ 0.2 \\ 0.0 \\ 0.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

โดยที่ a_1 และ a_2 นั้น หาได้จากการคำนวณดังต่อไปนี้

$$\begin{aligned} a_1 &= (1.0 \wedge 0.9) \vee (0.8 \wedge 1.0) \vee (0.9 \wedge 0.8) \vee (0.5 \wedge 0.2) \vee (0.0 \wedge 0.0) \vee (0.0 \wedge 0.0) \\ &= 0.9 \vee 0.8 \vee 0.8 \vee 0.2 \vee 0.0 \vee 0.0 \\ &= 0.9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_2 &= (0.3 \wedge 0.9) \vee (0.0 \wedge 1.0) \vee (0.2 \wedge 0.8) \vee (0.0 \wedge 0.2) \vee (1.0 \wedge 0.0) \vee (0.8 \wedge 0.0) \\ &= 0.3 \vee 0.0 \vee 0.2 \vee 0.0 \vee 0.0 \vee 0.0 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น
$$A = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

จะเห็นว่าในที่ที่สุดก็ได้ค่าตอบออกมาสองค่าด้วยกัน ซึ่งต่างก็แสดงถึงค่าความเป็นไปได้ (ค่าเกรด) ของแต่ละโรค แต่เนื่องจากค่า 0.9 มีค่ามากกว่า 0.3 จึงสามารถสรุปได้ว่าคนไข้ผู้นี้ป่วยเป็นโรคไข้หวัด (a_1) โดยมีค่าความน่าเชื่อถือได้ประมาณ 0.9

๖. เมื่อได้คำตอบแล้วว่าป่วยเป็นโรคอะไร ในระบบควรจะมีการสร้างหน่วยให้คำปรึกษาต่อไปว่าควรจะทำอย่างไร เช่นควรจะทานยาอะไร ควรจะปฏิบัติตัวเพื่อรักษาสุขภาพอย่างไรบ้าง เป็นต้น

สำหรับการแก้สมการความสัมพันธ์เชิงพีชคณิต ตามตัวอย่างที่ผ่านมานั้น เป็นการแก้สมการโดยวิธีการรวมแบบ MAX-MIN ซึ่งก็ได้หมายความว่าวิธีนี้จะใช้ได้ดีเสมอไปกับทุกระบบ ยังมีวิธีอื่นอีกหลายวิธีที่มีการเสนอออกมาเป็นผลงานทั้งทางด้านวิชาการ และที่ใช้ประโยชน์กันอยู่ในด้านอุตสาหกรรมเชิงพาณิชย์ เช่นการรวมกันแบบ หรือการรวมกันแบบ ตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น นอกจากนี้แล้วหากผู้ออกแบบระบบไม่พอใจกับวิธีการเก่าๆ ที่มีอยู่เดิมอันเนื่องมาจากให้ผลลัพธ์ไม่เหมาะสมนักกับระบบของตนเอง ก็สามารถที่จะค้นวิธีการใหม่ๆ ได้เองอีกด้วย จึงเสมือนกับว่าผู้ออกแบบมีความเป็นอิสระ เป็นตัวของตัวเอง และสามารถนำเอาความรู้สึกของตนเองใส่เข้าไปในระบบได้โดยง่ายนั่นเอง ซึ่งจุดนี้ก็คือข้อดีอีกอย่างหนึ่งของการนำเอาพีชคณิตลอจิกเข้ามาประยุกต์ใช้งาน

ส่วนในการประยุกต์ใช้งานด้านการทหารนั้นก็สามารถทำได้ เช่นการนำเอาพีชคณิตลอจิกไปออกแบบระบบควบคุมการยิงในส่วนของการค้นหาเป้าหมาย เพราะว่าเป้าหมายบางอย่างที่ค้นพบอาจไม่สามารถตีความได้แน่นอนชัดเจนว่าเป็นอะไร พีชคณิตลอจิกจะช่วยวิเคราะห์จากภาพคร่าวๆ และบอกได้ว่าสิ่งนั้นเป็นอะไรแน่ หรือในระบบช่วยตัดสินใจเพื่อออกคำสั่งโจมตีศัตรูก็สามารถใช้พีชคณิตลอจิกออกแบบระบบได้เช่นกัน เช่นมีเป้าหมายที่ต้องโจมตีหลายจุด ระบบก็จะบอกเราโดยเร็วว่าควรจะโจมตีจุดใดก่อนจึงจะได้เปรียบมากที่สุด การใช้พีชคณิตลอจิกออกแบบตรงส่วนนี้จะช่วยลดกฎเกณฑ์ลงไปและได้คำตอบที่เร็วกว่า เป็นต้น

๖. บทสรุป

บทความที่เขียนมาข้างต้นนี้ เป็นการอธิบายถึงเนื้อหาเบื้องต้นของพีชคณิตลอจิก และการนำไปประยุกต์ใช้งานในทางคอมพิวเตอร์โดยสังเขป ซึ่งมีได้เจาะลึกในรายละเอียดแต่อย่างใด สำหรับผู้ที่สนใจจะศึกษาเพิ่มเติมก็สามารถศึกษาค้นคว้าได้จากตำรา และเอกสารที่เริ่มมีการตีพิมพ์กันมากขึ้นโดยเฉพาะในต่างประเทศ

พีชคณิตลอจิกนั้นความจริงแล้วน่าจะเป็นแนวความคิดที่ใกล้เคียงกับความรู้สึกของมนุษย์เรามากกว่าทฤษฎีอื่น แต่การนำไปใช้งานจริงๆ นั้น ไม่จำเป็นว่าการใช้พีชคณิตลอจิกแต่เพียงอย่างเดียวจะให้ผลที่ดีเลิศเสมอไป บางครั้งอาจจำเป็นต้องใช้ร่วมกับทฤษฎีอื่นด้วย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในโลกของคอมพิวเตอร์ปัจจุบันที่ยังคงเป็นแบบดิจิทัลลอจิก (Digital Logic) อยู่นี้ การใช้คอมพิวเตอร์ออกแบบระบบควบคุม หรือออกแบบระบบผู้เชี่ยวชาญจึงหนีดิจิทัลลอจิกไปไม่พ้น ฉะนั้นหากจะ

ออกแบบระบบที่เป็นฟัซซี่ลอจิกที่สมบูรณ์จริงๆ จึงยังคงเป็นเรื่องยาก อย่างไรก็ตามฟัซซี่ลอจิกก็ได้แสดงให้เห็นแล้วว่าในระหว่าง 0 กับ 1 นั้น ยังมีตัวเลขที่ละเอียดลงไปได้มากกว่านี้อีก ซึ่งผู้ออกแบบระบบ สามารถจะกำหนดได้ด้วยตนเองตามที่คิดว่าเหมาะสม

จากการใช้ดีจิตอลลอจิก (คอมพิวเตอรฺ) และฟัซซี่ลอจิก (ข้อมูลที่เรานำเข้าไปและผลลัพธ์ที่ได้ออกมา) มาผสมผสานกันในการออกแบบระบบดังที่ได้ยกตัวอย่างมาแล้วในบทความข้างต้น ทำให้ระบบทำงานได้ผลดีและมีประสิทธิภาพสูงขึ้น ซึ่งการเสนอผลงานในด้านนี้ออกมาอย่างมากมาย ในช่วงไม่กี่ปีที่ผ่านมาสิ่งจะเป็นที่ยืนยันในคำกล่าวนี้ได้เป็นอย่างดี

ในอนาคตฟัซซี่ลอจิกคงจะต้องมีบทบาทต่อทุกด้านและทุกสาขามากขึ้นเรื่อยๆ ไม่ว่าจะเป็นในด้านวงการทางวิชาการ อุตสาหกรรม ธุรกิจ การแพทย์ การทหาร หรือแม้แต่ในชีวิตประจำวันของเราเองก็ตาม และเมื่อวันเวลาดังกล่าวมาถึง คำถามที่เราได้รับฟังอยู่บ่อยครั้งในขณะนี้ว่า ฟัซซี่ลอจิก คืออะไร คงจะค่อย ๆ ซึมเข้าไปในความเข้าใจของทุกๆ คน จนกระทั่งเลือนจางหายไปเป็นที่สุด

เอกสารอ้างอิง

- สมชัย แสนบุญสูง. "Fuzzy Expert System." วิทยานิพนธ์ระดับปริญญาโท, สาขาวิศวกรรมไฟฟ้าคอมพิวเตอร์, สถาบันเทคโนโลยีมุซาชิ (Musashi Institute of Technology, Japan), 2534, (Japanese).
- สมนึก คีรีโต. "เรียนรู้เทคโนโลยีฟัซซี่ลอจิก." ไมโครคอมพิวเตอร์. ซีเอ็ด, ฉบับมิถุนายน ๒๕๓๖ (pp. 197-205).
- Terano, Asai, Kanno, Fuzzy System Theory and It's Application. Ohmsha, 1987, (Japanese).
- Terano, Asai, Kanno, Applied Fuzzy Systems. Ohmsha, 1987, (Japanese).
- Umamo, "Fuzzy Set and Software." Information Processing. vol.30, no. 8. International Processing Society of Japan, 1989, (Japanese, pp.922-975).