Veridian E-Journal, Science and Technology Silpakorn University
Volume 4 Number 1 January – February 2017 ISSN 2408 - 1248

มันดาลาสของเจดีย์ชเวดากอง

The Mandalas of Shwedagon Pagoda

พรทรัพย์ พรสวัสดิ์ (Pornsarp Pornsawad)*
สุพรรษา กลัดน้อย (Supansa Kladnoy)**

บทคัดย่อ

งานสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนามีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับคณิตศาสตร์มาเป็นเวลายาวนาน ดังแสดงให้เห็นในมันดาลาสของเจดีย์ชเวดากอง พระธาตุลำปางหลวง และพระปรางค์วัดอรุณราชวรารามราชวรมหาวิหาร ในบทความนี้จะได้นำเสนอการสร้างมันดาลาสของเจดีย์ชเวดากองโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์เพื่อเน้นให้เห็นความสำคัญของเรขาคณิตต่อโครงสร้างฐานรากของเจดีย์ที่มีความสำคัญทางพระพุทธศาสนาในดินแดนสุวรรณภูมิ

คำสำคัญ: เรขาคณิต คณิตศาสตร์ มันดาลาส เจดีย์ สถาปัตยกรรม

* ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร 034-245320 pornsawad_p@su.ac.th

Assistant Prof. Dr. Department of Mathematics, Faculty of Science, Silpakorn University 034-245320 pornsawad_p@su.ac.th

** นักศึกษาปริญญามหาบัณฑิต สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศิลปากร

Master's degree students, Mathematics Education, Faculty of Science, Silpakorn University

Abstract

Buddhist architecture is closely related to mathematics for a long time as shown in the mandalas of Shwedagon Pagoda, Phra That Lampang Luang and Phra Prang Wat Arun Ratchawararam. In this article the construction of the mandalas of Shwedagon Pagoda using the principle of mathematics is presented to emphasize the importance of geometry to the foundations of the Pagoda's structure which has the important to Buddhism in Suvarnabhumi.

Keywords : Geometry, Mathematics, Mandalas, Pagoda, Architecture

บทนำ

สถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนาเป็นผลงานทางวัตถุที่ได้รับการสร้างสรรค์ด้วยศิลปะและวิทยาการ ซึ่งเกิดขึ้นด้วยแรงศรัทธาของชาวพุทธที่ร่วมใจกันสร้างขึ้น เป็นสิ่งที่แสดงความเชื่อทางศาสนาและเป็นสัญลักษณ์แทนพระพุทธศาสดา เพื่อให้พุทธศาสนิกชนได้เคารพบูชา ศึกษาและปฏิบัติตามหลักธรรมคำสอนของพระพุทธเจ้า ตัวอย่างงานสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนา ได้แก่ เจดีย์ โบสถ์ วิหาร กุฏิ เป็นต้น เจดีย์เป็นงานสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนาที่โดดเด่นและสวยงาม ถูกสร้างขึ้นเป็นสิ่งแรกๆ ในพระพุทธศาสนาและถูกนำมาใช้ประกอบพิธีกรรมต่างๆ ก่อนที่จะถูกเปลี่ยนมาประกอบพิธีในโบสถ์เช่นทุกวันนี้ รูปแบบและโครงสร้างของเจดีย์มีความสัมพันธ์กันอย่างใกล้ชิดกับรูปทรงเรขาคณิตจึงมีผู้สนใจและศึกษาที่มาของรูปแบบเจดีย์เหล่านั้นโดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ (Zhang Yijie and Tang Zhong, 2002: 1-12; Patrick A George, 2015) โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อติชาต เกตตะพันธุ์ (โทรทัศน์ครู, 2553-2555) ได้ออกแบบกิจกรรมเพื่อหาความสูงของเจดีย์และประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการเขียนแผนผังโบสถ์และวิหาร แม้ว่าจะมีการนำเสนอความสัมพันธ์ระหว่างสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนาและการสอนเรขาคณิต (Zhang Yijie and Tang Zhong, 2002: 1-12; Patrick A George, 2015; โทรทัศน์ครู, 2553-2555) แต่การศึกษาความสัมพันธ์นี้ยังมีไม่มากเท่าที่ควร จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีการศึกษาค้นคว้าการประยุกต์งานสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนากับรายวิชาเรขาคณิตเพิ่มมากขึ้นเพื่อส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทัศนคติที่ดีต่อการเรียนและอาจทำให้ผู้เรียนมีทักษะการมองภาพมิติสัมพันธ์ที่ดีขึ้น

นักคณิตศาสตร์ชาวอินเดียมีผลงานการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับงานสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนา เรียกว่า Rekha Ganita หมายถึงการคำนวณตามเส้น รวมทั้งการใช้กฎ Sulva Sutras (A P Gupta, 2011: 2) หรือกฎของคอร์ดซึ่งเป็นกฎที่ใช้สร้างแท่นบูชาและวัด คำว่า Sulva Sutras มีที่มาจากพระชาวฮินดูที่ใช้คอร์ดเพื่อสร้างสิ่งต่างๆ ทำหน้าที่เหมือนวงเวียน วาดไปรอบๆ จุด และใช้คอร์ดเพื่อหาความยาวหรือสัดส่วน แผนผังที่สร้างตามกฎของคอร์ดเรียกว่า มันดาลาส (mandalas) คำว่า “มันดาลา” มาจากภาษาสันสกฤต “มันดา (manda)” แปลเป็นภาษาทิเบตคือ “kyil-khor” มีความหมายตามรูปศัพท์ว่า “ซึ่งล้อมรอบจุดศูนย์กลาง” (Patrick A George, 2015) มันดาลาจึงเป็นการใช้รูปทรงเรขาคณิตโดยเฉพาะอย่างยิ่งวงกลมและสี่เหลี่ยมเพื่อสร้างความสัมพันธ์กันจนเกิดเป็นโครงสร้างที่สวยงาม และประยุกต์ใช้ศิลปะของแต่ละท้องถิ่นมาต่อเติมให้สวยงามยิ่งขึ้น

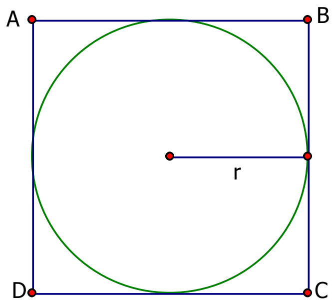
Veridian E-Journal, Science and Technology Silpakorn University
Volume 4 Number 1 January – February 2017 ISSN 2408 - 1248

อิทธิพลของการสร้างเจดีย์ตามกฎของคอร์ดนี้ยังแผ่คลุมมาถึงดินแดนสุวรรณภูมิ ตัวอย่างที่เห็นได้ชัดเจนคือ เจดีย์ชเวดากอง พระธาตุลำปางหลวง และพระปรางค์วัดอรุณราชวรารามราชวรมหาวิหารเป็นต้น ซึ่งในงานครั้งนี้จะได้นำเสนอการสร้างมันดาลาสของเจดีย์ชเวดากองตามกฎ Sulva Sutras เพื่อเน้นให้เห็นความสำคัญของเรขาคณิตต่อโครงสร้างฐานรากของเจดีย์ที่มีความสำคัญทางพระพุทธศาสนาในดินแดนสุวรรณภูมิ

การสร้างมันดาลาสของเจดีย์ชเวดากอง

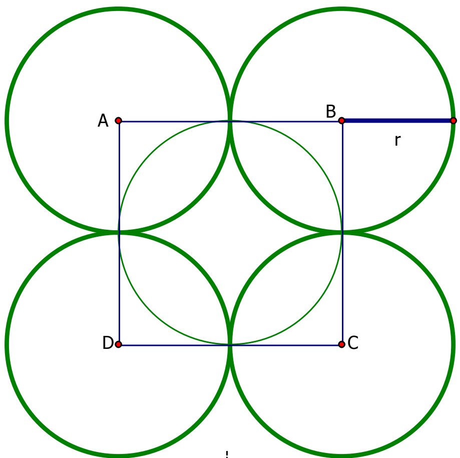
ฐานของเจดีย์ชเวดากองได้รับอิทธิพลการออกแบบจากสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนาในอินเดีย ซึ่งมีขั้นตอนในการสร้างด้วยโปรแกรม The Geometer's Sketchpad (GSP) ดังจะแสดงเป็นขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอน 1 วาดวงกลมที่มีรัศมี r หน่วย ตามต้องการ และสร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบวงกลมโดยให้มีความยาวแต่ละด้านเท่ากับเส้นผ่านศูนย์กลางวงกลมคือ $2r$ หน่วย ดังแสดงในรูปที่ 1



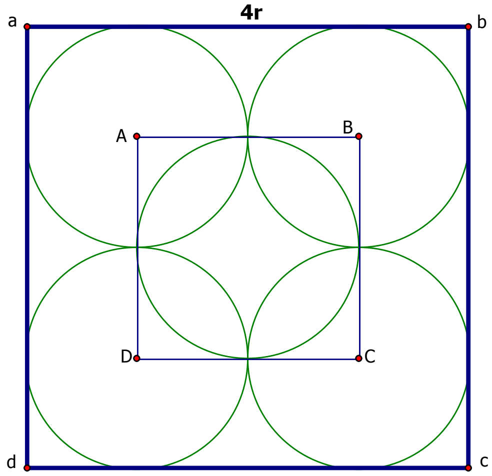
รูปที่ 1

ขั้นตอน 2 สร้างวงกลมสี่วงที่มีรัศมีเท่ากับ r หน่วย โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่มุม A, B, C และ D ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2

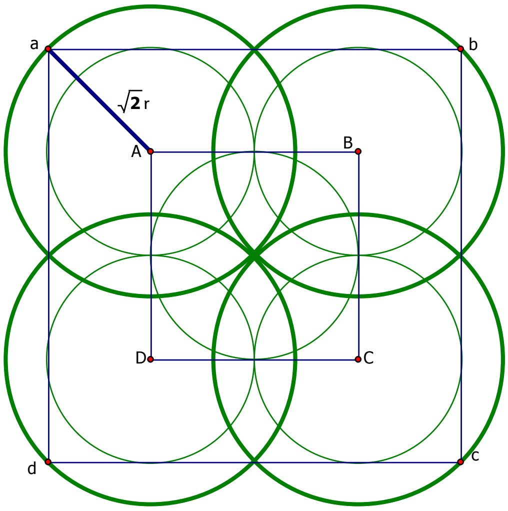
ขั้นตอน 3 สร้างสี่เหลี่ยมจัตุรัสล้อมรอบวงกลมทั้งสี่วงนี้ โดยให้ด้านประกอบของสี่เหลี่ยมแต่ละด้านสัมผัสกับวงกลม ดังนั้นความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่สร้างคือ $4r$ หน่วยและกำหนดให้มุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้เป็น a,b,c และ d ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3

ขั้นตอน 4 วาดวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่ง A ไปยังตำแหน่งมุมของรูปสี่เหลี่ยม (จุด a) ในทำนองเดียวกันนี้ให้สร้างวงกลมที่เหลืออีก 3 วงให้ครบทั้งสี่ด้าน ดังแสดงในรูปที่ 4 โดยทฤษฎีบทของพีทากอรัสจะได้ว่ารัศมีของวงกลมที่สร้างแต่ละวงยาว $\sqrt{2}r$ หน่วย *

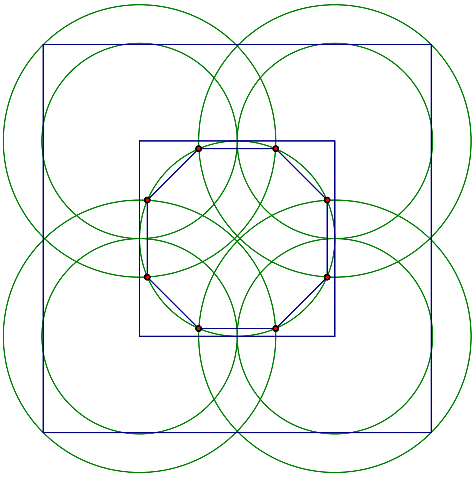
* วิธีคำนวณแสดงด้านท้าย



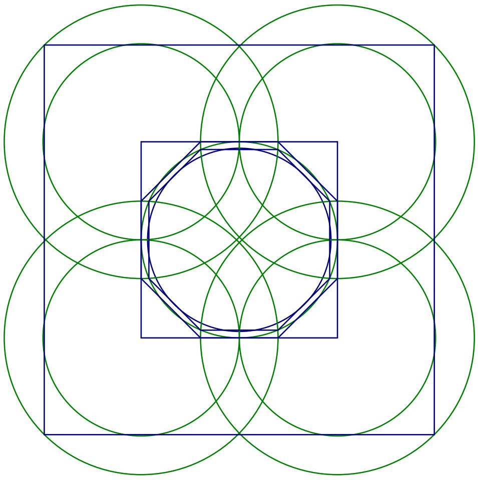
รูปที่ 4

ขั้นตอน 5 ลากเส้นเชื่อมระหว่างรอยตัดของวงกลมที่สร้างในขั้นตอน 1 กับวงกลมในขั้นตอน 4 ดังแสดงในรูปที่ 5 (ก) และลากเส้นเชื่อมระหว่างรอยตัดของสี่เหลี่ยม ABCD กับวงกลมในขั้นตอน 4 ดังแสดงในรูปที่ 5 (ข) จนเกิดเป็นรูปแปดเหลี่ยมซ้อนกันสองรูป แล้ววาดวงกลมให้เส้นรอบวงสัมผัสภายในกับรูปแปดเหลี่ยมในพอดี

Veridian E-Journal, Science and Technology Silpakorn University
Volume 4 Number 1 January – February 2017 ISSN 2408 - 1248



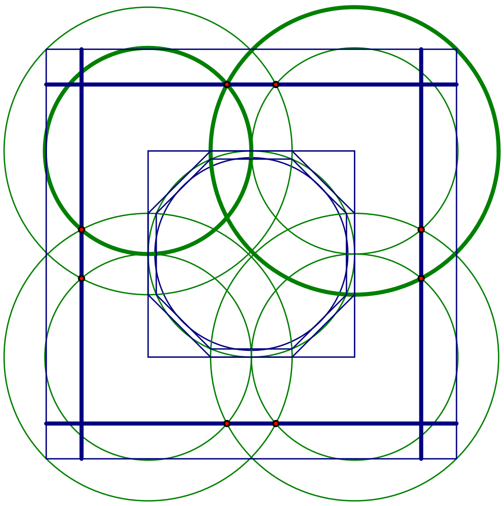
(ก)



(ข)

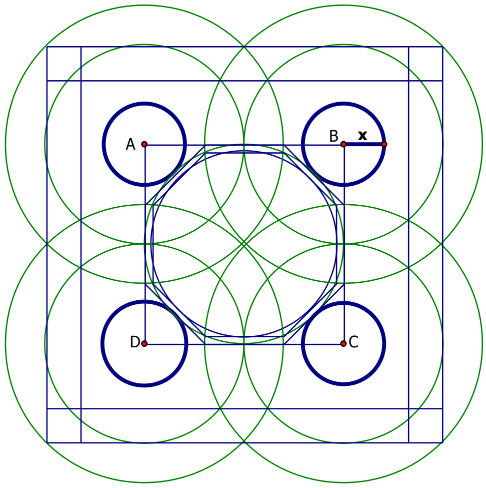
รูปที่ 5

ขั้นตอน 6 ลากเส้นผ่านรอยตัดของวงกลมใหญ่กับวงกลมเล็กที่อยู่ติดกันโดยให้มีความยาวของเส้นเท่ากับ 4r หน่วย จนเกิดเป็นสี่เหลี่ยมชั้นที่สอง ดังแสดงในรูปที่ 6



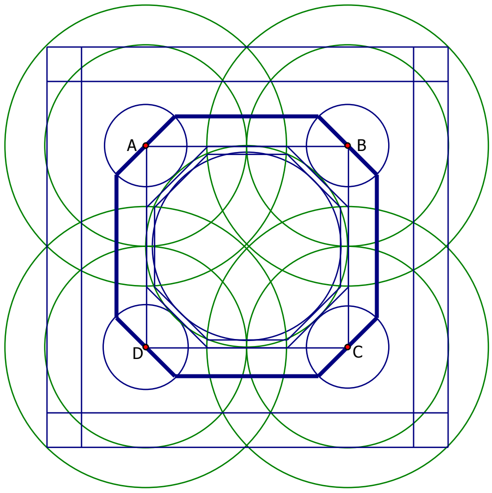
รูปที่ 6

ขั้นตอน 7 สร้างวงกลมเล็กสี่วงที่มีจุดศูนย์กลางเป็นมุม A,B,C และ D โดยให้วงกลมเล็กที่สร้างนี้สัมผัสกับเส้นรอบวงของวงกลมในขั้นตอน 1 ดังแสดงในรูปที่ 7 สังเกตว่ามีรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วที่มีจุดยอดมุมที่จุด B เป็นมุมฉาก โดยสมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่ว หากลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอดของสามเหลี่ยมหน้าจั่วจะได้เส้นแบ่งครึ่งฐานและตั้งฉากกับฐานซึ่งเป็นเส้นรัศมีขนาด x หน่วย และโดยทฤษฎีบทของพีทากอรัสจะได้ว่ารัศมีของวงกลมเล็กแต่ละวงเท่ากับ $x = \sqrt{\sqrt{2}-1}\,r$ หน่วย** ดังแสดงในรูปที่ 7



รูปที่ 7

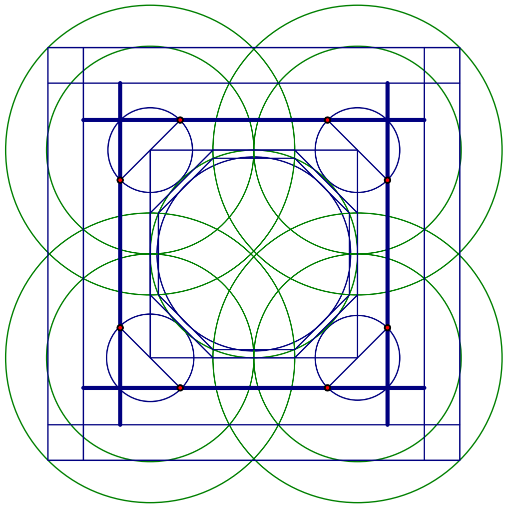
ขั้นตอน 8 ลากเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมเล็กแต่ละวงโดยให้เส้นผ่านศูนย์กลางที่สร้างขนานกับส่วนของแปดเหลี่ยมและลากเส้นเชื่อมจนเกิดเป็นรูปแปดเหลี่ยม ดังแสดงในรูปที่ 8



รูปที่ 8

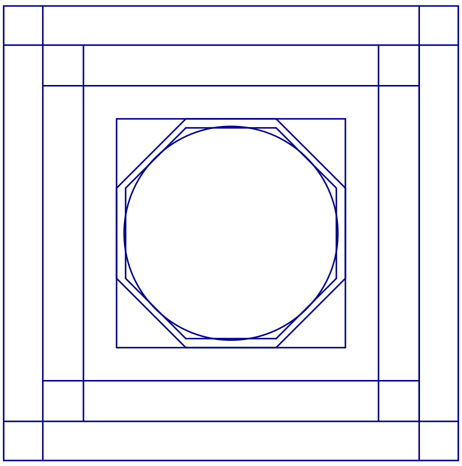
ขั้นตอน 9 สร้างสี่เหลี่ยมชั้นในโดยวาดส่วนของแปดเหลี่ยมที่สร้างในขั้นตอน 8 ให้ขนานกับสี่เหลี่ยม ABCD ดังแสดงในรูปที่ 9

** วิธีคำนวณแสดงด้านท้าย

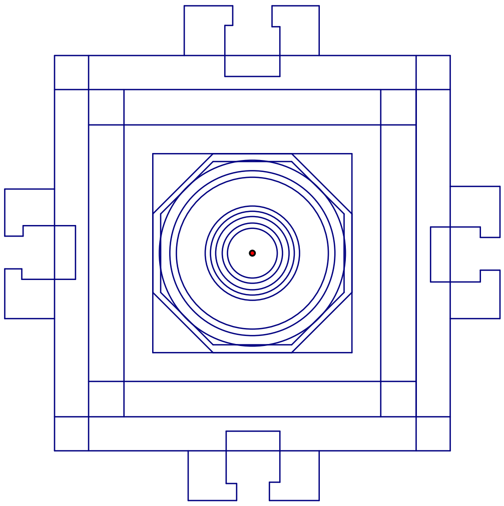


รูปที่ 9

ขั้นตอน 10 ลบส่วนที่ไม่ต้องการออก จากนั้นตกแต่งซุ้มประตูทั้งสี่ด้านและส่วนอื่นๆ ดังแสดงใน รูปที่ 10



(ก)



(ข)

รูปที่ 10

พระมหาเจดีย์ชเวดากองเป็นเจดีย์ที่มีรูปร่างคล้ายทรงระฆัง มีความสูงตั้งแต่ไพที (Pedestal) ถึงฉัตรครอบเกือบ 100 เมตร แบ่งออกเป็นสามส่วน ตอนล่างเรียกฐาน ตอนกลางเรียกองค์ และตอนบนเรียกยอด ฐาน (Plinth) ของตอนล่าง มีผังเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสมีเนื้อที่ 35 ไร่ หรือ 56,000 ตารางเมตร ใช้เป็นพื้นที่ประกอบกิจกรรมทางพระพุทธศาสนาและเดินเวียนประทักษิณ ที่ฐานตอนล่างนี้มีพระเจดีย์เล็กๆ ประดิษฐานอยู่รายรอบถึง 64 องค์ (ศวิตา โนธายะ, 2541: 14-16) หากวัดขนาดฐานตอนล่างจากทิศเหนือจรดตอนใต้มีขนาด 275 เมตร และจากทิศตะวันออกจรดทิศตะวันตกมีขนาด 215 เมตร (Board of Trustees Shwedagon

Pagpda, 2015) หากเปรียบเทียบส่วนของฐานตอนล่างกับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีขนาด 4rx4r เราอาจประมาณขนาดของระเบียงรูปแปดเหลี่ยมที่รองรับองค์เจดีย์ตอนกลางได้โดย $2\sqrt{\frac{56000}{16}}$ = 118 เมตร

บทสรุป

ในบทความนี้ได้นำเสนอความสัมพันธ์ที่ใกล้ชิดระหว่างสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนาและคณิตศาสตร์โดยเฉพาะอย่างยิ่งการสร้างมันดาลาสโดยใช้กฎ Sulva Sutras ซึ่งเน้นความรู้เรื่องวงกลม ความสัมพันธ์ของวงกลมกับสี่เหลี่ยมจัตุรัสและสัดส่วนมาใช้ในการวางโครงสร้างส่วนฐานราก นอกจากนี้ยังสามารถใช้ทฤษฎีบทของพีทากอรัสเพื่อคำนวณความยาวของด้านที่ต้องการได้อีกด้วย การใช้ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์เพื่อศึกษางานสถาปัตยกรรมทางพระพุทธศาสนานับว่ามีความสำคัญอย่างยิ่งกับการเรียนการสอนหัวข้อเรขาคณิตซึ่งอาจช่วยทำให้ผู้เรียนมีทักษะการมองภาพมิติสัมพันธ์ที่ดีขึ้น การสร้างมันดาลาสของเจดีย์ชเวดากองด้วยโปรแกรม GSP อาจใช้เป็นกรณีศึกษาเพื่อให้ผู้เรียนได้นำไปใช้เป็นแนวทางในการออกแบบฐานของพระธาตุลำปางหลวงหรือพระปรางค์วัดอรุณราชวรารามราชวรมหาวิหาร การจัดการเรียนรู้โดยใช้เป็นกรณีศึกษานี้เป็นกลยุทธ์ที่ช่วยในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียนได้อย่างดี (ชนสิทธิ์ สิทธิ์สูงเนิน และ วิภู มูลวงค์, 2558) นอกจากนี้ยังเป็นกลยุทธ์ในการจัดการเรียนรู้ที่มีแนวทางเดียวกับแนวทางการบูรณาการแบบสอดแทรก (Infusion Integration) ที่มีการเชื่อมโยงสาระการเรียนรู้ต่างๆ กับชีวิตจริงเพื่อให้มีลักษณะกลมกลืนเป็นหัวเรื่อง (จำรัส อินทลาภาพร และคณะ, 2558) การจัดการเรียนรู้แบบสะเต็มศึกษานี้มีจุดเด่นในการพัฒนาทักษะกระบวนการคิด ทักษะการใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ ทักษะการแก้ปัญหา และทักษะการสื่อสาร (วรรณธนะ ปัดชา และ สืบสกุล อยู่ยืนยง, 2559) ในบทความนี้จึงเป็นแนวทางให้ผู้ที่สนใจนำไปพัฒนาต่อยอดศึกษาวิจัยประสิทธิภาพการจัดการเรียนรู้ เพื่อให้เกิดประโยชน์ต่อผู้เรียนต่อไป

***วิธีคำนวณ (ขั้นตอน 4)**

จาก $\overline{ab}$ และ $\overline{bc}$ ยาวด้านละ $4r$ หน่วย

และ abc เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทฤษฎีบทของพีทากอรัส จะได้ว่า

$$\overline{ac}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{bc}^2 = (4r)^2 + (4r)^2 = 32r^2$$

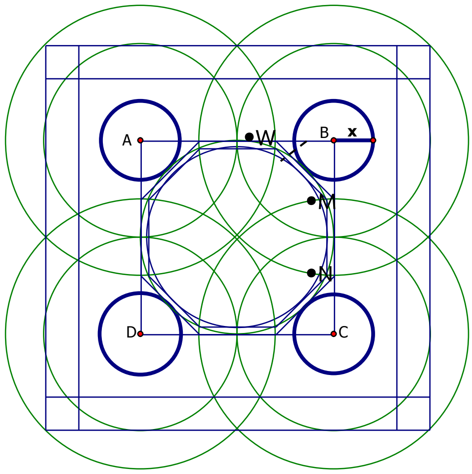
ดังนั้น $\overline{ac} = 4\sqrt{2}r$ หน่วย

และในทำนองเดียวกัน จะได้ $\overline{AC} = 2\sqrt{2}r$ หน่วย

ทำให้ได้ว่า $\overline{Aa} = \frac{\overline{ac}-\overline{AC}}{2} = \frac{4\sqrt{2}r-2\sqrt{2}r}{2} = \sqrt{2}r$ หน่วย

****วิธีคำนวณ (ขั้นตอน 7)**

Veridian E-Journal, Science and Technology Silpakorn University
Volume 4 Number 1 January – February 2017 ISSN 2408 - 1248



จาก $\overline{BC}$ ยาว $2r$ หน่วย และ จากขั้นตอน 4 ได้ว่า $\overline{CM} = \sqrt{2}r$ หน่วย

จะได้ว่า $\overline{BM}$ และ $\overline{BW}$ ยาวด้านละ $(2r - \sqrt{2}\mathrm{r})$ หน่วย

เนื่องจาก WBM เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทฤษฎีบทของพีทากอรัสจะได้ว่า

$$\overline{WM}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{BW}^2 = (2r - \sqrt{2}r)^2 + (2r - \sqrt{2}r)^2 = 10r^2 - 8\sqrt{2}r^2$$

ทำให้ได้ว่า $\overline{WM} = r(\sqrt{10 - 8\sqrt{2}})$

จากสมบัติของสามเหลี่ยมหน้าจั่วและทฤษฎีบทของพีทากอรัส จะได้ว่า

$$x^2 = (2r - \sqrt{2}r)^2 - \left[\frac{r(\sqrt{10 - 8\sqrt{2}})}{2}\right]^2$$

$$= 4r^2 - 4\sqrt{2}r^2 + 2r^2 - \frac{r^2(10 - 8\sqrt{2})}{4}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}r^2 - 4r^2}{4}$$

ทำให้ได้ว่า $x = \sqrt{\sqrt{2} - 1}\, r$ หน่วย

เอกสารอ้างอิง

ภาษาไทย

โทรทัศน์ครู. (2553-2555). **ประวัติศาสตร์มีชีวิตด้วยคณิตศาสตร์.** เข้าถึงเมื่อ 19 สิงหาคม 2558. เข้าถึงได้จาก http://www.thaiteachers.tv

A Place of young creative. (2010). **Update&Design.** Accessed May 22,2015. Available from http://www.alepaint.com/update_details.php

ชนสิทธิ์ สิทธิ์สูงเนิน, วิภู มูลวงค์. (2558). “การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่จัดการเรียนรู้โดยใช้กรณีศึกษา.” ฉบับภาษาไทย สาขามนุษยศาสตร์ สังคมศาสตร์ และศิลปะ และฉบับ International Humanities, Social Sciences and arts ปีที่ 9, ฉบับที่ 2 (พฤษภาคม-สิงหาคม) : 1691.

วรรณธนะ ปัดชา, สืบสกุล อยู่ยืนยง. (2559). “ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากการจัดการเรียนรู้แบบสะเต็มศึกษา เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ.” ฉบับภาษาไทย สาขามนุษศาสตร์ สังคมศาสตร์ และศิลปะ และฉบับ International Humanities, Social Sciences and arts ปีที่ 9, ฉบับที่ 3 (กันยายน) : 830-839.

จำรัส อินทลาภาพร. (2558). “การศึกษาแนวทางจัดการเรียนรู้ตามแนวสะเต็มศึกษาสำหรับผู้เรียนระดับประถมศึกษา.” ฉบับภาษาไทย สาขามนุษศาสตร์ สังคมศาสตร์ และศิลปะ และฉบับ 62-74.

ศวิตา โนธายะ. (2541). “การศึกษาเชิงวิเคราะห์วรรณคดีพุทธศาสนา เรื่องตำนานเจดีย์ชเวดากอง.” วิทยานิพนธ์หลักสูตรปริญญาศิลปศาสตรมหบัณฑิต สาขาวิชาจารึกภาษาไทย มหาวิทยาลัยศิลปากร

ภาษาต่างประเทศ

Zhang Yijie, Tang Zhong. (2002). “The generate method of Multi-storey Chinese Pagodas.” Senior Engineer Tongji University Shanghai China.

Patrick A George. (2015). **mandala: Buddhist Tantric Diagrams**. Accessed May 22,2015. Available from http://ccat.sas.upenn.edu/george/mandala.html

A. P. Gupta. (2011). “Ancient India's contribution to mathematics, Vani.” The Journal of Department of Applied Scienes & Humanities ITM University

Board of Trustees Shwedagon Pagpda. (2015). “Map of the Shwedagon Pagoda.” ABLE design & printing services, Yangon, Myanmar