การสรางแบบจำลองของโอกาสที่จะถูกยุงกัดในบริเวณปด*

Modeling chance of mosquito bites in confined space

บูรนาถ เฉยฉิน**
กลศ พัฒนะรพีเลิศ***

บทคัดยอ

โรคไขเลือดออกถือวาเปนโรคที่เปนปญหาทางสาธารณสุขที่รุนแรงมากโรคหนึ่งในประเทศไทย ซึ่งมียุงเปนพาหะนำโรค เพื่อใหเขาใจกระบวนการของการสงตอโรค นักวิจัยจึงพยายามที่จะสรางแบบจำลองพื้นที่และเวลาโดยพิจารณาทั้งในระบบนิเวศของยุงและการเคลื่อนที่ของคนในหลายระดับมาตราเชิงพื้นที่ในการศึกษานี้เราสรางแบบจำลองของความนาจะเปนที่จะถูกยุงกัดสำหรับพื้นที่ที่อยูอาศัยโดยพิจารณารูปแบบการบินของยุงเปนแบบการเดินสุมที่มีความสัมพันธและเอนเอียงซึ่งมีความต่อเนื่องกับการหมุนของมุม ซึ่งเราจะคำนวณการแจกแจงของเวลาที่ยุงใชในการบินเขาหาคนครั้งแรกโดยใชการจำลองบนคอมพิวเตอร จากนั้นเราประมาณคาพารามิเตอรโดยใชวิธีความควรจะเปนสูงสุด เรานำผลที่ไดไปคำนวณความนาจะเปนที่จะถูกยุงกัดในบริเวณปด

Abstract

Dengue (DF)/dengue hemorrhagic fever (DHF) is a vector-borne disease that is considerable as the most severe public health problem in Thailand.To understand its transmission, modelers attempt to formulate the space-time model that regards in both vector ecology and human movement in several scales. In this study, we formulate a model of the probability of mosquito bites in particular living space. The flight of mosquito is modeled as correlated and biased random walk with continuous turning angle. We calculate the distribution of the first time that a human is reached by a mosquito. The parameters estimated using maximum likelihood estimation. We calculate chance of mosquito bites in confined space.

---

* บทความนี้เปนสวนหนึ่งของวิทยานิพนธเรื่องการสรางแบบจำลองเชิงไมโครสำหรับการแพรกระจายของโรคที่มีสัตวเปนพาหะ

** ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร มหาวิทยาลัยศิลปากร E-mail: newmon_3@hotmail.com

*** ภาควิชาคณิตศาสตร คณะวิทยาศาตร มหาวิทยาลัยศิลปากร วิทยาเขตพระราชวังสนามจันทร จ.นครปฐม E-mail: klotpat@gmail.com

บทนำ

โรคที่มีพาหะนำโรคเป็นปัญหาที่ถูกมองข้ามเป็นอย่างมากและเป็นปัญหาต่อสุขภาพของประชาชนในทุกๆสภาพแวดล้อม ความต้องการในการควบคุมโรคที่มีประสิทธิภาพสามารถพัฒนาได้จากความเข้าใจที่ดีขึ้นของการส่งต่อโรค ซึ่งองค์ประกอบที่สำคัญคือรูปแบบการสัมผัสระหว่างคนกับพาหะ การเปลี่ยนแปลงรูปแบบการติดต่อมีผลกระทบกับอัตราของการส่งต่อโรค ยิ่งกว่านั้นยังอาจช่วยลดการกระจายและโอกาสในการระบาดของโรค ดังนั้นการทำความเข้าใจและอธิบายการติดต่อในรูปแบบที่แตกต่างกันนั้นเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการออกแบบเฝ้าระวังและการป้องกันโรคที่ดีขึ้น โรคไข้เลือดออกเป็นโรคที่มียุงลาย* เป็นพาหะนำโรคที่เป็นปัญหาสาธารณสุข ดังนั้นถ้าเราเข้าใจรูปแบบการสัมผัสระหว่างยุงกับคน(ยุงกัด) ก็สามารถช่วยลดการกระจายของโรคได้เช่นเดียวกัน ตามปกติยุงจะบินเข้าหาคนโดยตามกลิ่นและก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ที่ปล่อยออกมา[5] ด้วยเหตุนี้เราจึงให้ความสำคัญกับการเคลื่อนที่ของยุงในการเข้าหาคนเป็นหลักสำหรับรูปแบบการสัมผัสระหว่างยุงกับคนของโรคไข้เลือดออก ขั้นแรกในการศึกษาการเคลื่อนที่ของยุงคือออกแบบลักษณะพฤติกรรมในการเคลื่อนที่เนื่องจากพฤติกรรมของยุงแต่ละตัวเป็นแบบสุ่ม ดังนั้นสามารถมีจำนวนรูปแบบการเคลื่อนที่ที่แตกต่างกันได้มากมาย ทำให้นักวิจัยไม่สามารถอธิบายพฤติกรรมการบินได้อย่างแม่นยำ ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยแก้ปัญหานี้โดยพัฒนาแบบจำลองภายใต้กฎของความน่าจะเป็นสำหรับการเคลื่อนที่คือกำหนดกฎเกณฑ์และใช้คอมพิวเตอร์ในการหาคำตอบจากลำดับการเคลื่อนที่ที่สร้างขึ้น [6,8,12] เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่กับวิเคราะห์แบบจำลองโดยอาศัยสมมติฐานการเดินสุ่มที่มีความสัมพันธ [9] (สังเกตได้จากงานเขียนเริ่มแรกของ Broadbent Kendall [3], Skellam [13]) โดยเราจะศึกษาตำแหน่งเริ่มต้นในการบินของยุงใน 2 กรณีคือ 1.กำหนดตำแหน่งเริ่มต้นที่แน่นอนของยุงและ 2. ตำแหน่งเริ่มต้นของยุงแบบสุ่ม โดยเราจะทำการหาค่าเวลาที่ยุงใช้บินมาถึงคนครั้งแรกจากการจำลองลงบนคอมพิวเตอร์โปรแกรม จากนั้นเราจะนำผลที่ได้มาหาค่าการกระจายที่เหมาะสมโดยใช้วิธีความควรจะเป็นสูงสุดเพื่อประโยชน์ในการประมาณค่าความน่าจะเป็นที่คนหนึ่งคนจะถูกยุงกัดเมื่ออยู่ในพื้นที่จำกัด และเราจะสรุปประเด็นที่สำคัญแล้วนำผลที่ได้จากทั้ง 2 กรณี มาเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดสำหรับแต่ละค่าของเวลาที่คนอยู่ในห้องพื้นที่เดียวกันกับยุง

แบบจำลองการบินแบบพุ่งเป้า (Model of mosquito flight with orientation)

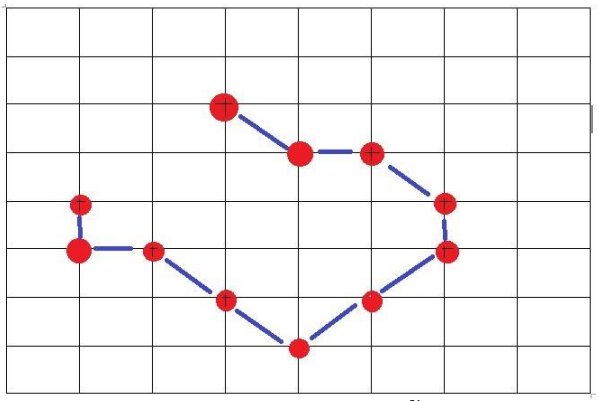
เราสมมติว่าการบินของยุง(ยุงลาย) เป็นแบบการเดินสุ่มที่มีความสัมพันธ การเดินสุ่มที่มีความสัมพันธ(Correlated random walk) หมายถึง การเดินสุ่มที่มีการกำหนดทิศทางสัมพันธ์กับทิศทางก่อนหน้า นั่นคือการเดินสุ่มในครั้งปัจจุบันจะมีความสัมพันธ์กับการเดินสุ่มในช่วงระยะเวลา(time scale) ก่อนหน้า ซึ่งรูปแบบ

* ยุงลายแบ่งออกเป็น 2 ชนิดคือ 1. *Ae. aegypti* หรือ ยุงลายบ้าน พบบ่อยเป็นประจำในเขตเมือง มีขนาดค่อนข้างเล็ก บินได้ว่องไว บน scutum มีลายสีขาวรูปเคียว 2 อันอยู่ด้านข้าง มีขาลายชัดเจน ยุงชนิดนี้เพาะพันธุ์ในภาชนะที่มีน้ำขังทุกขนาดทั้งในและนอกบ้าน ชอบกัดกินเลือดคนมากกว่ากินเลือดสัตว์ มักหากินเวลากลางวันช่วงสายและบ่าย ยุงลายชอบเข้ากัดคนทางด้านมืดหรือที่มีเงาโดยเฉพาะบริเวณขาและแขน ขณะที่กัดมักไม่ค่อยรู้สึกเจ็บ คนถูกกัดจึงไม่รู้สึกตัว ยุง *Ae. aegypti* กัดทั้งในบ้านและนอกบ้าน และเกาะพักตามมุมมืดในห้อง โอ่ง ไห หรือตามพุ่มไม้ที่เย็นชื้น 2. *Ae. albopictus* หรือยุงลายสวน พบได้ทั่วไปในเขตชานเมือง ชนบทและในป่า มีลวดลายที่ scutum แตกต่างจาก *Ae. aegypti* คือมีแถบยาวสีขาวพาดผ่านตรงกลางไปตามความยาวของลำตัว เพาะพันธุ์ในภาชนะที่มีน้ำขัง กระบอกไม้ โพรงไม้ กะลามะพร้าว ใบไม้ ฯลฯ ยุงชนิดนี้มีอุปนิสัยคล้าย ๆ กับ *Ae. aegypti* แต่มีความว่องไวน้อยกว่า

การเดินสุ่มสัมพันธ์นี้จะประกอบด้วยเซตของส่วนของเส้นตรงหรือเวกเตอร์ที่นำมาต่อกันตั้งแต่จุดเริ่มต้นถึงจุดสุดท้าย โดยที่ตำแหน่งของการเชื่อมต่อเป็นจุดเปลี่ยนมุม(turning angle)

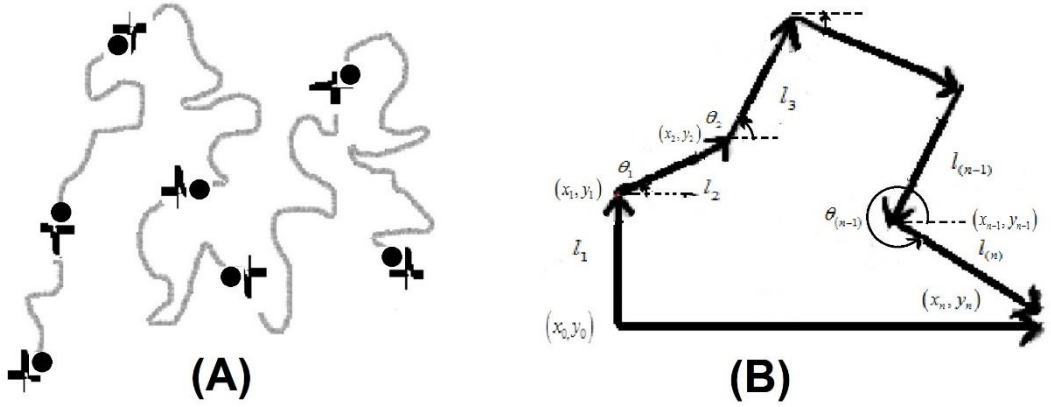
การเดินสุมที่มีความสัมพันธ์ใน 2 มิติ สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภท โดยแยกตามโครงสร้างเชิงพื้นที่ดังนี้

1. Lattice คือ การแบงพื้นที่โดยใชตารางสี่เหลียมแล้วกำหนดจุดพิกัดลงบนไปบนตาราง การเดินสุมที่เกิดขึ้น จะเคลื่อนจากพิกัดหนึ่งไปอีกพิกัดหนึ่งเทานั้น ดังรูปที่ 1



รูปที่ 1: การเดินสุมแบบ Lattice สามารถเลือกการเคลื่อนที่ในครั้งถัดไปไดสูงสุด 8 ทิศทาง

2. Continuous space คือ การเดินสุ่มที่ไม่จำกัดจุดในการเคลื่อนที่แน่นอน นั่นคือ ทุกๆตำแหน่งในพื้นที่สามารถที่จะมีโอกาสในการที่จะถูกเลือกในการเคลื่อนที่ไปยังตำแหน่งนั้นได้ ซึ่งการเดินสุ่มแบบ Continuous space สามารถเลือกการเคลื่อนที่ในครั้งถัดไปได้ทุกทิศทาง ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2: วิธีการวิเคราะห์เคลื่อนที่

รูป (A) แสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของสิ่งมีชีวิตทั่วไปกำหนดให้

(+)แทนสิ่งมีชีวิต

(–) แทนเส้นทางในการเคลื่อนที่และ

• แทนจุดสิ้นสุดของการเคลื่อนที่แต่ละครั้ง

รูป (B) แสดงตัวแปรในการเคลื่อนที่ที่บันทึกได้จากการเคลื่อนที่ที่แสดงในรูป (A)

การบินของยุง พิจารณาองค์ประกอบในพื้นที่ 2 มิติการเคลื่อนที่ที่ปรากฏอยู่ในรูป 2(A) แม้ว่าสัตว์โดยทั่วไปแล้วจะเคลื่อนที่ตามเส้นทางที่วกวน [9] เราสามารถประมาณระยะกระจัดของพวกมันโดยใช้แบบเชื่อมต่อของเส้นตรง การประมาณนี้ช่วยให้เราสามารถดำเนินการวิเคราะห์เปรียบเทียบโดยใช้เพียงสองพารามิเตอร์อย่างง่ายคือ ระยะทางในการเคลื่อนที่และการเปลี่ยนมุมระหว่างการเคลื่อนที่ที่ต่อเนื่อง สำหรับการประยุกต์กับการเคลื่อนที่ของสัตว์ในภาคสนาม เราต้องให้เหตุผลที่เหมาะสมและสอดคล้องกับเงื่อนไขสำหรับการกำหนดเขตจุดสิ้นสุดของการเคลื่อนที่เช่น แหล่งอาหาร เป็นต้น

เรากำหนด θ_m แทนมุมเลี้ยว(turning angle) ในการเคลื่อนที่ครั้งที่ m สมมติให้ θ_m เปนตัวแปรสุมอิสระซึ่งสุมจากฟงกชันความหนาแนนความนาจะเปน $g(\theta)$ ในที่นี้เรากำหนดให้การแจกแจงของมุมเลี้ยวเปนแบบปกติ(normal distribution) ซึ่งมีการแจกแจงแบบเกาสเซียน(gaussian)

$$g(\theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

โดยที่ μ เปนคาเฉลี่ยของการแจกแจง และ σ^2 เป็นความแปรปรวน ในทางปฏิบัติเราอาจกำหนดให้การแจกแจงมีรูปแบบอื่นที่แตกต่าง เช่น แบบ von Mises distribution, แบบ Wrapped Cauchy [4] พิจารณาการเคลื่อนที่ของยุง โดยเริ่มต้นที่ $(x_{0,} y_0)$ ดูรูป 2(B) เนื่องจากลักษณะการเคลื่อนที่ที่เป็นเส้นตรง เราสามารถหาตำแหน่งต่อไป (x_{m+1}, y_{m+1}) ได้จากตำแหน่งปัจจุบัน (x_m, y_m) รวมกับระยะทางที่เคลื่อนที่ไปในแกนนั้นจากตำแหน่งปัจจุบันถึงตำแหน่งต่อไปได้ดังนี้

$$x_{m+1} = x_m + l_m \cos\theta_m$$

$$y_{m+1} = y_m + l_m \sin\theta_m$$

ดังนั้นเราสามารถหาระยะทางสำหรับแต่ละครั้งที่เคลื่อนที่ได้จากสูตรคือ

$$l_m = \sqrt{x_m^2 + y_m^2}$$

การแจกแจงของเวลาที่จะใช้ในการเขาถึงเปาหมายครั้งแรก

ในงานวิจัยนี้เราจะกำหนดให้ยุงเป็นยุงโตเต็มวัยเพศเมียเนื่องจากยุงตัวผู้ไม่ดูดเลือดและไม่ได้เป็นพาหะอยู่ภายในห้องของพื้นที่ที่พักอาศัยเท่านั้น (ที่พักอาศัยในที่นี้รวมทุกสถานที่ที่เราใช้ในชีวิตประจำวัน เช่น ที่ทำงาน วัด โรงเรียน ไม่เฉพาะบ้านอย่างเดียว) เราจะสมมติว่ายุงจะไม่บินข้ามห้อง ดังนั้นพื้นที่ที่จะใช้ขึ้นกับขนาดของห้องที่พิจารณา ส่วนรูปแบบการบินของยุงอยู่ในเส้นทาง 2 มิติโดยสมมติว่าห้องว่างเปล่า และการบินเป็นแบบการเดินสุมที่มีความสัมพันธ(correlated) และเอนเอียง (biased) ซึ่งมีความต่อเนื่องของทิศทางดังนั้นเราจะกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนของมนุษย์(ในที่นี้กำหนดให้คนอยู่กลางห้องและไม่เคลื่อนที่) และพิจารณาคนอยู่ในระบบเพียง 1 คนเท่านั้น กำหนดให้ทิศทางการบินของยุงจะขึ้นอยู่กับตำแหน่งปัจจุบัน และยุงจะบินด้วยความเร็วคงที่ กำหนดให้การเปลี่ยนมุมในแต่ละครั้งของการเคลื่อนที่เป็นไปตามกระบวนการปัวซง(Poisson Process)

กระบวนการปัวซง เป็นกระบวนการสุ่มที่นับจำนวนของเหตุการณ์ โดยเหตุการณ์เหล่านี้เกิดขึ้นในช่วงเวลาที่กำหนด เวลาระหว่างแต่ละคู่ของเหตุการณ์ที่ต่อเนื่องกันจะมีการกระจายแบบเอกซ์โพเนนเชียล (exponential distribution) ด้วยพารามิเตอร์ λ และแต่ละครั้งระหว่างช่วงเวลาที่มาถึงเหตุการณ์ต่อมาจะถือว่าเป็นอิสระกับระหว่างช่วงเวลาที่มาถึงเหตุการณ์ครั้งอื่นๆ กระบวนการนี้ตั้งชื่อตามนักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศส Siméon Denis Poisson ให้ $N(t)$ แทนจำนวนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นที่เวลา t ดังนั้นจำนวนของเหตุการณ์ในช่วงระยะเวลา $(t, t+\tau]$ จะมีการแจกแจงแบบปัวซง ด้วยพารามิเตอร์ $\lambda\tau$ นั่นคือ

$$P\left[\left(N(t+\tau)-N(t)\right)=k\right]=\frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^{k}}{k!} \qquad k=0,1,2,\ldots$$

เมื่อ $N(t+\tau)-N(t)=k$ จำนวนของเหตุการณ์ในช่วงระยะเวลา $(t, t+\tau]$

ดังนั้นเราจะนับเวลาครั้งแรกที่ถูกยุงกัดเมื่อยุงบินเข้าไปใกล้คนมากที่สุด(ซึ่งจะกำหนดรัศมีรอบๆ ตำแหน่งของคนคือระยะที่ใกล้ที่สุดที่ยุงสามารถกัดได้) แล้วดำเนินการทั้งหมดโดยใช้การจำลองลงบนคอมพิวเตอร์ ซึ่งเราจะศึกษาอิทธิพลของตำแหน่งเริ่มต้นในการบินของยุงใน 2 กรณีต่อไปนี้

1. คือการกำหนดตำแหน่งที่แน่นอนของยุง ณ เวลาเริ่มต้น
2. ตำแหน่งเริ่มต้นของยุงเป็นแบบสุ่ม คือการกำหนดตำแหน่งของยุง ณ เวลาเริ่มต้นอยู่ในตำแหน่งใดก็ได้ในห้อง ยกเว้น ภายในรัศมีที่ต้องถูกยุงกัดของคน

ขั้นตอนการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการคำนวณหาค่าเวลาในการกัดครั้งแรกของยุงเป็นไปดังนี้

1. กำหนดขนาดของห้อง รัศมีรอบๆตำแหน่งคน ความเร็วในการบินของยุง อัตราในการเปลี่ยนมุมของยุงและตำแหน่งเริ่มต้นของยุง
2. คำนวณเวลาในการเคลื่อนที่เป็นเส้นตรง
3. คำนวณระยะทางสำหรับแต่ละครั้ง l_m
4. สุ่มมุม θ_m จาก $g(\theta)$ ที่มีความแปรปรวนเท่ากับ 1 [5]
5. คำนวณตำแหน่งใหม่ของยุง
6. สังเกตว่าตำแหน่งใหม่ของยุงนั้นอยู่ภายในรัศมีที่ต้องถูกยุงกัดของคนหรือไม่ ถ้าใช่ก็หยุด ถ้าไม่ใช่กลับไปทำขั้นตอนที่ 2 อีกครั้ง
7. คำนวณเวลาทั้งหมด

จากแนวคิดของ Steven T.Stoddard [14] เราสามารถหาค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัด ได้ดังนี้

$$\begin{aligned}\mathrm{Prob.}\{\text{being bitten by mosquito}\} &= \mathrm{Pr}\,ob.\{\tau \le \tau_{fpt}\} = F(\tau)\\ &= \int_0^{\tau} f(\tau)\,d\tau\end{aligned}$$

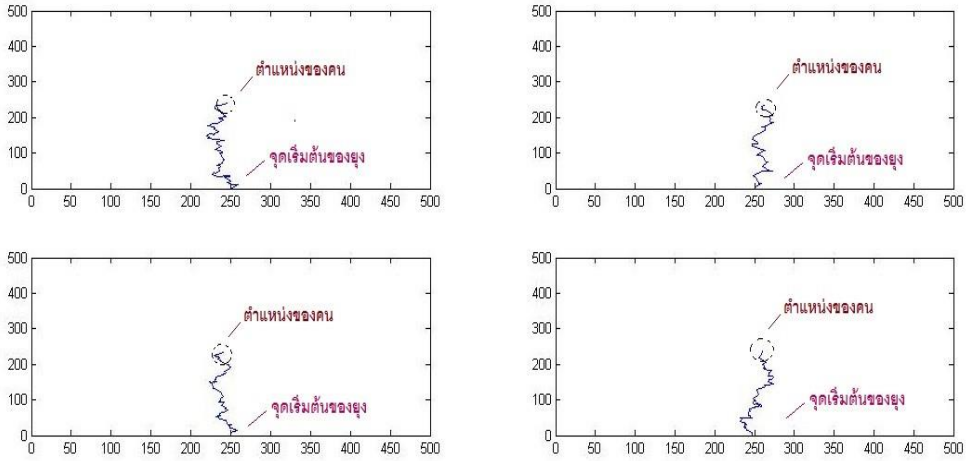
เมื่อ τ_{fpt} เป็นตัวแปรสุ่มของเวลาแรกที่จะถูกยุงกัด (First passage time)

$f(\tau)$ เป็นฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นของ τ_{fpt} ในขณะที่เราจะคำนวณความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดในรูปความน่าจะเป็นสะสม $F(\tau)$ โดยในที่นี้ค่าของ $\boldsymbol{T}$ จะถูกแทนที่ด้วยเวลาที่คนและยุงอยู่ร่วมกันในห้อง

ผลการจำลองเลียนแบบ (Simulation results)

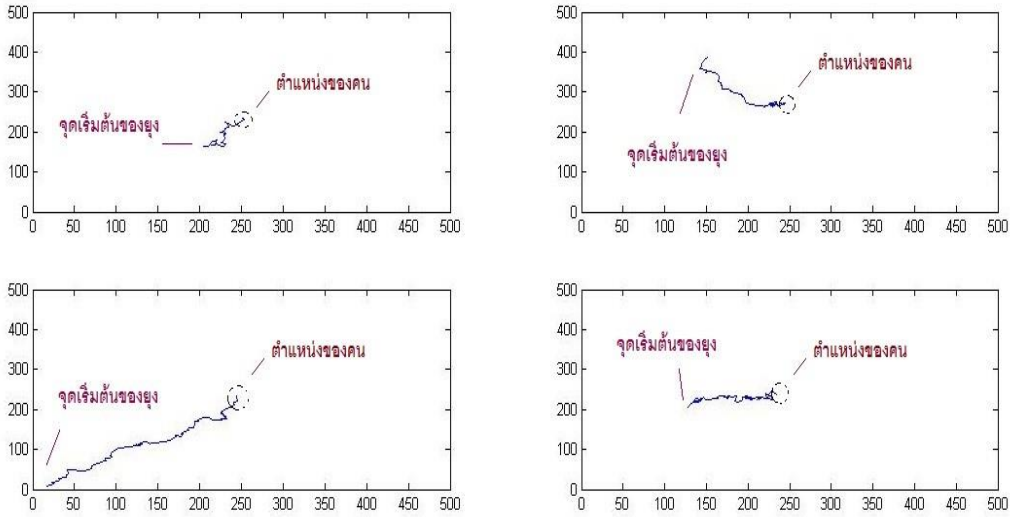
ในการทดลองเราจะสมมติขนาดของห้องเป็น 500×500 เซนติเมตร รัศมีรอบๆตำแหน่งคนคือ 20 เซนติเมตร ยุงบินด้วยความเร็ว 50 เซนติเมตรต่อวินาที [5] และอัตราในการเปลี่ยนมุมของยุง คือ 15 ครั้งต่อวินาทีซึ่งได้ผลดังนี้

1. กำหนดตำแหน่งเริ่มต้นที่แน่นอนของยุง ในที่นี้เราจะให้ยุงอยู่ตำแหน่งตรงกลางล่างสุดของห้องดังรูปที่ 3



รูปที่ 3: กราฟแสดงการบินของยุงที่ตำแหนง (250,0) ณ เวลาเริ่มตนจนถึงตำแหนงที่คนจะถูกยุงกัด โดยสมมติขนาดของหอง 500×500 เซนติเมตร และคนอยู่ตำแหน่ง (250,250) และระยะที่ใกลที่สุดที่ยุงสามารถกัดคนไดคือ 20 เซนติเมตร

2. ตำแหน่งเริ่มต้นของยุงเป็นแบบสุ่ม ดังรูปที่4



รูปที่ 4: กราฟแสดงการบินของยุงที่ตำแหนงตางๆ ณ เวลาเริ่มตนจนถึงตำแหนงที่คนจะถูกยุงกัด โดยสมมติขนาดของหอง 500×500 เซนติเมตร และคนอยู่ตำแหนง (250,250) และระยะที่ใกลที่สุดที่ยุงสามารถกัดคนได้คือ 20 เซนติเมตร

การหาค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัด จากการสมมติการบินของยุงเป็นแบบกระบวนการปัวซง ทำให้ทราบว่าเวลาระหว่างแต่ละคู่ของเหตุการณ์ที่ต่อเนื่องกันจะมีการกระจายแบบเอกซ์โพเนนเชียล จากหลักการของทฤษฎีความน่าจะเป็นแบบเบย์(บางท่านเรียก การอนุมานแบบเบย์(Bayesian inference)) ได้กล่าวว่า การเชื่อมต่อกันด้วยการกระจายแบบเอกซ์โพเนนเชียลทำให้ได้การกระจายแบบแกมมา (Gamma distribution) ดังนั้น เราจะได้

$$f(x) = \frac{(x-\gamma)^{\alpha-1}}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \exp\left(-(x-\gamma)/\beta\right)$$

และความน่าจะเป็นสะสมคือ

$$F(x) = \frac{\Gamma_{(x-\gamma)/\beta}(\alpha)}{\Gamma(\alpha)}$$

ซึ่ง Γ คือ Gamma Function และ Γ_x คือ Incomplete Gamma Function

$$\Gamma_x(\alpha) = \int_0^x t^{\alpha-1}e^{-t}dt \qquad (\alpha > 0)$$

เมื่อ α คือ continuous shape parameter $(\alpha > 0)$

β คือ continuous scale parameter $(\beta > 0)$

และ γ คือ continuous location parameter

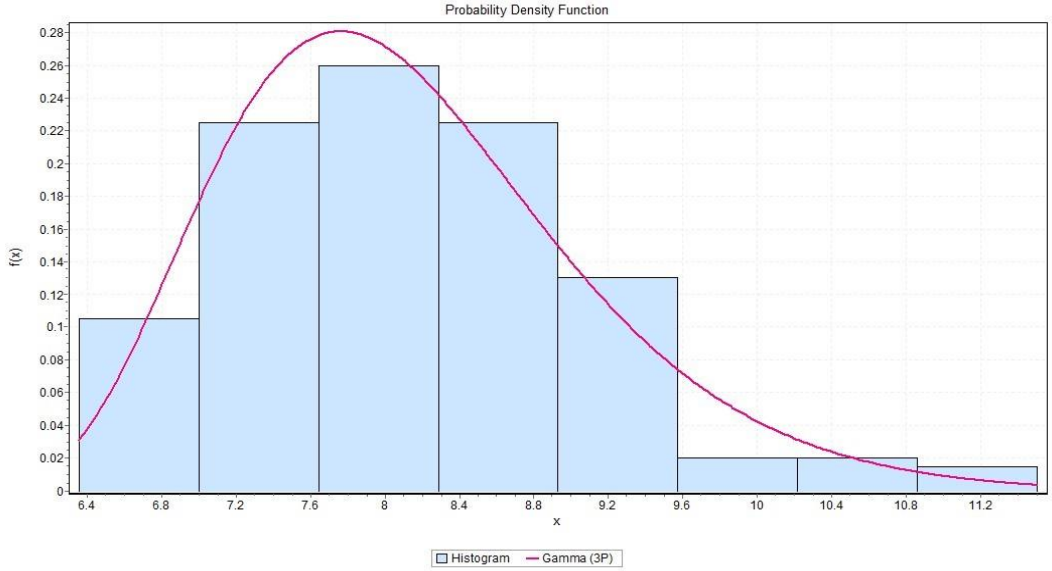
จากนั้น เราจะนำข้อมูลเวลาในการกัดครั้งแรกของยุงที่ได้จากการกำหนดตำแหน่งทั้ง 2 กรณี มาทำซ้ำทั้งหมด 200 รอบ แล้วนำข้อมูลที่ได้มาปรับ(fit) กับการกระจายแบบแกมมา โดยใช้วิธีการประมาณพารามิเตอร์ด้วยวิธีความควรจะเป็นสูงสุด(Maximum likelihood estimation)* [1,2,11] เพื่อหาค่า α, β และ γ จากนั้นเราจะนำการกระจายแบบแกมมาที่ได้จากทั้ง 2 กรณีไปหาค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดต่อไป ซึ่งได้ผลดังต่อไปนี้

1. กำหนดตำแหน่งเริ่มต้นที่แน่นอนของยุง ได้ผลดังนี้ค่าเฉลี่ยเวลาในการกัดครั้งแรกของยุง คือ 8.1241 วินาที ฐานนิยม คือ 7.7597 วินาที ความแปรปรวน คือ 0.94691 $\alpha = 7.1326$ $\beta = 0.36436$ และ $\gamma = 5.5253$ ดังรูปที่ 5

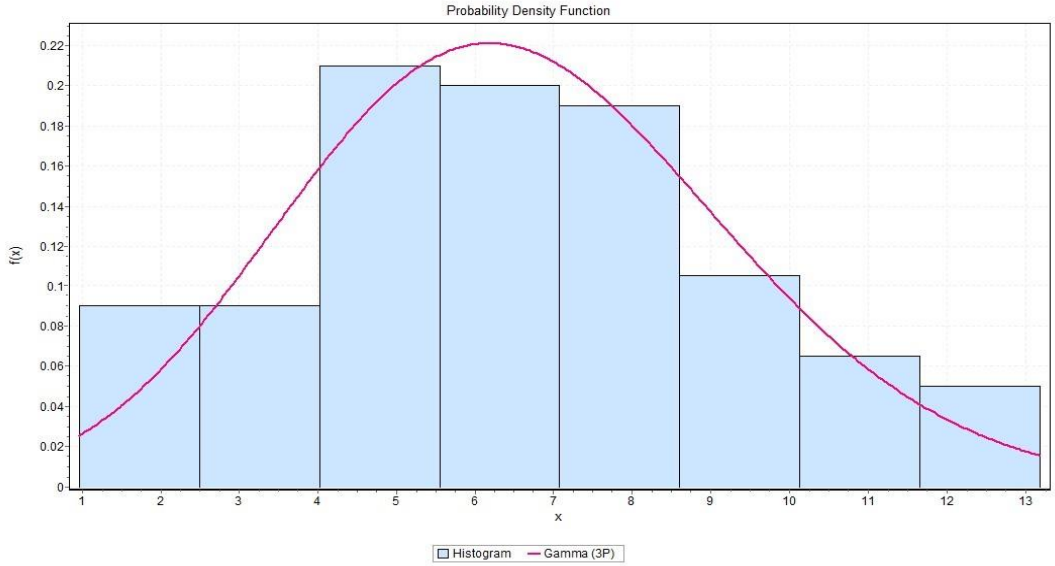
2. ตำแหน่งเริ่มต้นของยุงเป็นแบบสุ่ม ได้ผลดังนี้ค่าเฉลี่ยเวลาในการกัดครั้งแรกของยุง คือ 6.5435 วินาที ฐานนิยม คือ 6.1783 วินาที ความแปรปรวน คือ 7.7276 $\alpha = 5.7969$ $\beta = 0.36511$ และ $\gamma = -14.622$ ดังรูปที่ 6

---

* การประมาณพารามิเตอรด่วยวิธีความควรจะเปนสูงสุด (เปนวิธีการที่ใช่กันแพรหลายมากที่สุด มีความคิดมานานตั้งแตคริสตศตวรรษที่ 18 คารล ฟรีดริค เกาส (Karl Friedrich Gauss 1777-1855) และแดเนียล แบรนูลลี (Daniel Bernoulli) ไดใชวิธีการนี้มาแลวตอมาในตนศตวรรษที่ 20 โรนัลด ไอลเมอร ฟชเชอร (Ronald Aylmer Fisher 1890-1962) ไดทำการศึกษาสมบัติของวิธีการนี้ ทำใหมีผูใชกันกว่างขวางขึ้น และ ถือวาวิธีการนี้เปนผลงานของฟชเชอร โดยเขาได่นำเสนอผลงานเกี่ยวกับวิธีการนี้ในป ค.ศ.1912 พร่อมทั้งมี การปรับปรุงแกไขสวนที่เกี่ยวของใหเหมาะสมขึ้นอีกดวย นักสถิติคนอื่นๆก็มีสวนทำใหวิธีการนี้เปนที่นิยมแพรหลายยิ่งขึ้นดวย



รูปที่ 5: กราฟ Gamma distribution เทียบกับเวลาในการกัดครั้งแรกของยุงที่ได้จากการกำหนดตำแหนงเริ่มตนที่แนนอนของยุงที่ทำซ้ำทั้งหมด 200 รอบ



รูปที่ 6: กราฟ Gamma distribution เทียบกับเวลาในการกัดครั้งแรกของยุงที่ได้จากการกำหนดตำแหนงเริ่มตนของยุงเปนแบบสุมที่ทำซ้ำทั้งหมด 200 รอบ

สรุปผล

การหาค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดจากเวลาที่คนหนึ่งคนใช้ทำกิจกรรมภายในพื้นที่จำกัด สามารถหาได้จากการกระจายแบบแกมมา โดยเราจะแสดงค่าเปรียบเทียบค่าความน่าจะเป็นจากผลข้อมูลที่ได้จากทั้ง 2 กรณีกับเวลาที่ใช้(วินาที)ภายในพื้นที่จำกัด ตามตารางต่อไปนี้

เวลาที่คนและยุงอยู่ร่วมกัน (วินาที)	ค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัด	
	กำหนดตำแหน่งเริ่มต้นที่แน่นอนของยุง	ตำแหน่งเริ่มต้นของยุงเป็นแบบสุ่ม
1	0	0.01554
2	0	0.04235
3	0	0.09522
4	0	0.18137
5	0	0.2997
6	0.00032274	0.43908
7	0.10519	0.58191
8	0.49842	0.71088
9	0.82567	0.81462
10	0.95678	0.88967
11	0.99152	0.93892
12	0.99859	0.96846

รูปที่ 7: ตารางแสดงการเปรียบเทียบคาความนาจะเปนที่จะถูกยุงกัดใน 2 กรณี ตามเวลาที่คนและยุงอยู่ร่วมกัน(วินาที) ที่ใชภายในพื้นที่จำกัด

จากตารางสามารถสรุปได้ว่าค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดในช่วงระยะเวลาก่อนค่าเฉลี่ยเวลาในการกัดครั้งแรกของยุงในกรณีกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นที่แน่นอนของยุง(8.1241 วินาที) จะมีค่าน้อยกว่ากรณีกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของยุงเป็นแบบสุ่ม แต่พอเวลาเลยค่าเฉลี่ยเวลาไปแล้วค่าความน่าจะเป็นของกรณีกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของยุงเป็นแบบสุ่มจะมีค่าน้อยกว่า ดังนั้น เราสามารถสรุปได้ว่าค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดขึ้นอยู่กับการแจกแจงความน่าจะเป็น (ซึ่งสิ่งที่เป็นตัวกำหนดคือการกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นของยุง) และเวลาที่คนหนึ่งคนใช้ทำกิจกรรมภายในพื้นที่จำกัดนั้น

อภิปรายผล

โรคไข้เลือดออกเป็นโรคที่มียุงพาหะนำโรคและเป็นปัญหาต่อสุขภาพของประชาชนในทุกๆ สภาพแวดล้อม ดังนั้นการเข้าใจรูปแบบการสัมผัสระหว่างยุงกับคนก็สามารถช่วยลดการกระจายของโรคได้ ตามปกติยุงจะบินเข้าหาคนโดยตามกลิ่นและก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ที่ปล่อยออกมา ด้วยเหตุนี้เราจึงให้ความสำคัญกับการเคลื่อนที่ของยุงในการเข้าหาคนเป็นหลัก ซึ่งในงานวิจัยนี้เรากำหนดให้ยุงเคลื่อนที่แบบการเดินสุ่มที่มีความสัมพันธ(correlated)และเอนเอียง(biased) ซึ่งเราจะสมมติการบินเป็นแบบ Poisson Process จากกระบวนการปัวซงทำให้เราทราบว่าเวลาระหว่างแต่ละคู่ของเหตุการณ์ที่ต่อเนื่องกันจะมีการกระจายแบบเอกซ์โพเนนเชียล ดังนั้นจากหลักการของทฤษฎีความน่าจะเป็นแบบเบย์ทำให้ได้ว่า การเชื่อมต่อกันด้วยการกระจายแบบเอกซ์โพเนนเชียลทำให้ได้การกระจายแบบแกมมา ซึ่งเราจะหาค่าประมาณพารามิเตอร์ของการกระจายแบบแกมมาโดยใช้วิธีความควรจะเป็นสูงสุด จากนั้นเราจะนำข้อมูลที่ได้ไปหาค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดต่อไป ซึ่งเราจะกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นในการบินของยุงใน 2 กรณี คือกำหนดตำแหน่งเริ่มต้นที่แน่นอนของยุงและตำแหน่งเริ่มต้นของยุงแบบสุ่ม โดยเราจะทำการหาค่าเวลาแรกที่คนจะถูกยุงกัดจากการจำลองลงบนคอมพิวเตอร์โปรแกรม ผลที่ได้จากการหาค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดใน 2 กรณีเทียบกับเวลาที่ใช้ภายในพื้นที่ปิดสามารถสรุปได้ว่าค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดขึ้นอยู่กับการแจกแจงความน่าจะเป็นและเวลาที่คน

หนึ่งคนใช้ทำกิจกรรมภายในพื้นที่จำกัดนั้น จากผลสรุปที่ได้นี้ทำให้เราทราบว่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดของคนแต่ละคนมีค่าไม่เท่ากันถึงแม้จะอยู่ในสถานที่เดียวกัน เพราะกิจวัตรประจำวันของแต่ละคนแต่ละวัยไม่เหมือนกัน ดังนั้นแต่ละคนจะใช้เวลาภายในพื้นที่นั้นไม่เท่ากัน และถึงแม้จะใช้เวลาเท่ากันแต่คนละสถานที่ค่าความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดก็ไม่เท่ากันด้วยเพราะสถานที่แต่ละแห่งก็มีการแจกแจงความน่าจะเป็นไม่เท่ากัน ดังนั้น เมื่อความน่าจะเป็นที่จะถูกยุงกัดของคนแต่ละคนมีค่าไม่เท่ากันโอกาสที่จะเกิดโรคไข้เลือดออกแต่ละคนก็ไม่เท่ากันด้วย และสิ่งที่น่าสนใจหรือนำไปขยายผลต่อไปคือ 1.พิจารณาคนในห้องที่มากกว่า 1 คน แล้วดูค่าความน่าจะเป็นโดยตั้งสมมติฐานว่าลดลง 2.ขนาดของห้องเพิ่มขึ้นความน่าจะเป็นคาดว่าจะลดลง 3.อิทธิพลของอัตราเร็วและการแจกแจงของมุมเลี้ยวควรศึกษาในแง่มุมอื่น

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนสนับสนุนจากสถาบันบัณฑิตวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีไทย (TGIST) สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติประจำปี 2554 สัญญารับทุนเลขที่ TG-๔๔-๑๘-๕๔-๐๕๒M

เอกสารอางอิง

ภาษาไทย

ประชุม สุวัตถี. (2553): **ทฤษฎีการอนุมานเชิงสถิติ**. พิมพ์ครั้งที่3: กรุงเทพฯ: สำนักงานกิจการโรงพิมพ์องค์การสงเคราะห์ทหารผ่านศึก.

ภาษาต่างประเทศ

Azzalini A. (1996): **Statistical Inference,Based on the likelihood Monographs on Statistics and Applied Probability 68**. Chapman&Hall.

Broadbent S.R. (1953). **The random walk of Trichostrongylus retortaeformis.** Biometrics 9: 460-466.

Codling E.A., Plank M.J. and Benhamou S. (2008). **Random walk models in biology.** Journal of the royal society Interface 5: 813-834.

Cummins B., Cortez R., Foppa I.M., Walbeck J., Hyman J.M. (2012). **A Spatial Model of Mosquito Host-Seeking Behavior.** PLoSComput Biol8(5):e1002500. doi:10.1371/journal.pcbi.1002500: 1-12.

Jones R. (1977). **Movement patterns and egg distribution in cabbage butterflies.** J Anim Ecol 46: 195-212.

Kaewsrasean N., Thongteeraparp A. (2012). **The simulation to compare the efficiency of using one–way analysis of variance with two–way analysis of variance in randomized complete block design**. Veridian E-Journal, Silpakorn University 5(3): 21 pp. (In Thai) .

Kaiser H. (1976). **Quantitative description and simulation of stochastic behavior in**

dragonflies (Aeschna cyanea, Odonata). Acta Biotheor: 163-210.

Kareiva P.M. and Shigesada N. (1983). **Analyzing Insect Movement as a Correlated Random Walk.** Oecologia(Berlin) 56: 234-238.

Khrueasom P. (2012). **Comparative Efficiency of Four Systematic Sampling methods**. Veridian E-Journal, Silpakorn University 5(3): 9 pp. (In Thai).

Krishnamoorthy K. (1972-1991). **Handbook of Statistical Distributions with Applications**. Chapman&Hall/CRC Taylor&Francis Group.

Siniff D.,Jessen C. (1969). **A simulation model of animal movement patterns.** Adv Ecol Res 6: 185-219.

Skellam J.G. (1951). **Random dispersal in theoretical populations.** Biometrika 38: 196-218.

Steven T. Stoddard (2009). **The Role of Human Movement in the Transmission Vector–Borne Pathogens,** http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/ PMC2710008/ accessed on 4 August 2012.