

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจง ปกติของข้อมูลที่ถูกปัดเศษ*

Comparison of Interval Estimation Methods for Normal Population Mean of Rounded Data

Received:	May	31, 2019
Revised:	July	29, 2019
Accepted:	July	30, 2019

ดวงตา สิงกลางพล (Duangta Singhaklangpol)**

ธีระวัฒน์ สิมมาจันทร์ (Teerawat Simmachan)***

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงปกติของข้อมูลที่ถูกปัดเศษทั้งหมด 6 วิธี ได้แก่ ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติ t (t Interval) ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที่ปรับแก้ (Adaptive t Interval) ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ (Wald Interval) ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ปรับแก้ (Adaptive Wald Interval) ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ (Profile Likelihood Interval) และช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ปรับแก้ (Adaptive Profile Likelihood Interval) ในการศึกษาได้จำลองข้อมูลที่มีการแจกแจงปกติ ภายใต้ข้อมูล 4 รูปแบบ ได้แก่ ข้อมูลที่ไม่ผ่านการปัดเศษ ข้อมูลที่ถูกปัดเศษเป็นจำนวนเต็ม ข้อมูลที่ถูกปัดเศษเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่ง และข้อมูลที่ถูกปัดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง ผลการวิจัยพบว่า เมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติ t และช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ปรับแก้ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมครอบคลุมเกือบทุกสถานการณ์ และเมื่อขนาดตัวอย่างมีค่าเพิ่มขึ้น ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติ t ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ และช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ปรับแก้ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมครอบคลุมทุกสถานการณ์ และความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที่จะให้ช่วงที่สั้นที่สุดเกือบทุกสถานการณ์

คำสำคัญ : ค่าเฉลี่ย การแจกแจงปกติ การปัดเศษ ความน่าจะเป็นคัมรวม การจำลองแบบมอนติคาร์โล

* เพื่อเผยแพร่ผลงานวิจัย

** นักศึกษาระดับปริญญาโท สถิติประยุกต์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Master's Degree Student, Applied Statistics, Faculty of Science and Technology, Thammasat University, Thailand, E-mail: duangta_pop@hotmail.com, Call: 094-291-3793

*** อาจารย์ ดร. สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Lecture Dr., Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science and Technology, Thammasat University, Thailand, E-mail: teerawat@mathstat.sci.tu.ac.th, Call: 02-564-4440-59 Ext. 2101-3 Press 303

Abstract

The objectives of this research are to study and to compare the efficiency of six interval estimation methods: t interval (t), adaptive t interval (ts), Wald interval (W), adaptive Wald interval (Ws), profile likelihood interval (PL) and adaptive profile likelihood interval (PLs) for normal population mean of rounded data. Data were simulated by normal distribution under 4 types of data: unrounded data, rounded data to integer, rounded data to 1 digit and rounded data to 2 digits. Results show that in case in which sample size is relatively small, the t and adjusted profile likelihood intervals have coverage probabilities larger than the nominal confident level in almost situations. Moreover, when sample size increases, the t , Wald, profile likelihood and adjusted profile likelihood intervals can keep the nominal confident level for all scenarios. Importantly, the t interval gives the shortest length.

Keywords: Mean, Normal Distribution, Rounding, Coverage Probability, Monte Carlo Simulation

บทนำ

ในทางปฏิบัติข้อมูลส่วนใหญ่จะถูกปัดเศษเนื่องจากความสะดวกและรวดเร็วในการบันทึกหรืออาจเกิดจากความคลาดเคลื่อนของเครื่องมือในการทดลอง การเก็บข้อมูล และการคำนวณ เมื่อข้อมูลมีการปัดเศษจะทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนระหว่างค่าจริงและค่าประมาณ โดยที่ความคลาดเคลื่อนมี 2 ลักษณะ คือ ความคลาดเคลื่อนขนาดเล็ก ยกตัวอย่างเช่น การชั่งสารเคมีในห้องปฏิบัติการโดยใช้เครื่องชั่งไฟฟ้าที่มีความถูกต้องถึง ± 0.0001 กรัม ในขณะที่ความคลาดเคลื่อนขนาดใหญ่เกิดจากการใช้ตัวเลขหลักสิบล้านของมูลค่าผลิตภัณฑ์มวลรวมในประเทศ (Gross Domestic Product : GDP)

ในทฤษฎีทางสถิติความคลาดเคลื่อนในการปัดเศษมักถูกละเลย เนื่องจากนักสถิติมองว่าเมื่อตัวอย่างขนาดเล็ก ความคลาดเคลื่อนดูเหมือนจะไม่เป็นปัญหาร้ายแรงและยอมรับได้ในทางปฏิบัติ แต่อย่างไรก็ตามในงานด้านวิศวกรรม การปัดเศษเป็นสิ่งที่พบได้บ่อยโดยเฉพาะสาขาอุตสาหกรรม ซึ่งจะให้ความสนใจในผลกระทบและวิธีการแก้ไขปัญหามาของความคลาดเคลื่อนในการปัดเศษ โดยที่ข้อมูลที่เกิดจากปัดเศษมักใช้คำว่า “Quantization” หรือ “Digital Resolution” ซึ่งมีนักวิจัยศึกษาถึงผลกระทบของข้อมูลที่ถูกรูปปัดเศษ อาทิ

Ticker (1990a, 1990b) ศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพของสถิติอิงพารามิเตอร์บางตัว สุพรรณิ อึ้งปัญ สัตวงศ์ และ วิชุดา ไชยศิรามงคล (2541) ศึกษาข้อมูลที่ถูกรูปปัดเศษก่อนนำมาทดสอบต่อระดับนัยสำคัญทางสถิติของสถิติทดสอบปกติบางตัว และสุกัญญา คงสินชัย (2560) ศึกษาความสามารถในการประมาณค่าเฉลี่ยและการทดสอบสมมติฐานของสถิติอิงพารามิเตอร์บางตัว จากผลการศึกษาทั้งหมดชี้ให้เห็นว่า การปัดเศษของข้อมูลมีผลกระทบต่อการอนุมานทางสถิติในบางสถานการณ์ ดังนั้นจึงมีผู้วิจัยให้ความสนใจและเสนอวิธีการจัดการกับข้อมูลที่ถูกรูปปัดเศษ ดังนี้

Lee and Vardeman (2002, 2003) ศึกษาการสร้างช่วงความเชื่อมั่นของความแปรปรวนและส่วนประกอบของความแปรปรวนของตัวแบบการวิเคราะห์ความแปรปรวนจำแนกทางเดียวสมดุที่มีอิทธิพลสุ่ม เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษมาจากการแจกแจงปกติ จากผลการจำลองพบว่า ในกรณีการประมาณค่าแบบช่วงของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ไม่ว่าค่าของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานส่วนประกอบมีค่าเป็นเท่าใด วิธีการดั้งเดิมจะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดสำหรับส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานขนาดเล็ก แต่วิธีอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ปรับแก้สามารถใช้งานได้ดีในทุกสถานการณ์ และในกรณีการประมาณค่าแบบช่วงของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานส่วนประกอบ ทั้งสองวิธีให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมครอบคลุมเกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้นแบบการทดลองและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานส่วนประกอบที่มีขนาดเล็ก แต่วิธีอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นที่ปรับแก้จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงสั้นกว่า Bai et al. (2009) เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ ϕ ในตัวแบบอนุกรมเวลา AR(1) และ MA(1) ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดโดยประมาณ (Approximate Maximum Likelihood Estimate : AMLE) ผลการศึกษาพบว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดโดยประมาณจะให้ค่าความคลาดเคลื่อนเฉลี่ยกลางสองนัยลง ยิ่งขนาดตัวอย่างมีขนาดใหญ่วิธีการประมาณนี้จะให้ความแม่นยำมากขึ้น และ Zhao and Bai (2012) เสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ในแบบความคลาดเคลื่อนจากการวัด (Measurement Error Model: MEM) เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษมาจกตัวแบบ ARMA (Autoregressive Moving Average Model) ผลการศึกษาพบว่า วิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดโดยประมาณสามารถแก้ไขความคลาดเคลื่อนจากการปิดเศษได้อย่างมีประสิทธิภาพและเสถียรกว่าการปรับแก้ด้วยวิธี Sheppard's และ BRB correction

ในการประมาณค่าพารามิเตอร์จะอาศัยตัวสถิติที่ได้จากตัวอย่างและการแจกแจงของตัวสถิติ ซึ่งวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์มีอยู่ 2 แบบ คือ การประมาณค่าแบบจุด เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่ได้ค่าใดค่าหนึ่งเพียงค่าเดียว ซึ่งค่าที่ได้จะขึ้นอยู่กับชุดข้อมูลตัวอย่างที่สุ่มมาได้ ส่วนการประมาณค่าแบบช่วง เป็นการประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยช่วงที่เป็นไปได้ที่จะครอบคลุมค่าพารามิเตอร์นั้น ๆ ด้วยความน่าจะเป็นในระดับหนึ่ง ทำให้มีโอกาสที่ค่าประมาณจะคลาดเคลื่อนไปจากค่าพารามิเตอร์น้อยกว่าการประมาณค่าแบบจุด

อีกทั้ง ค่าที่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งหมดของประชากรหรือค่าวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง (Measure of Central Tendency) ที่คำนวณจากข้อมูลทุกค่า คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Arithmetic Mean) หรือเรียกสั้น ๆ ว่า ค่าเฉลี่ย แทนด้วย μ ซึ่งเป็นค่ากลางที่มีความสำคัญและนิยมใช้มากที่สุด ดังนั้นจึงมีนักวิจัยศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงของค่าเฉลี่ย อาทิ

ปิยพล ไพจิตร (2549) ทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่นทางเดียวสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร 4 วิธี คือ วิธีวัลด์ วิธีสก็อต วิธีเจฟเฟร์ และวิธี 2-order corrected ของการแจกแจงทวินาม ปัวซอง และการแจกแจงทวินามนิเสธ ผลการศึกษาพบว่า วิธีเจฟเฟร์ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมใกล้เคียงกับระดับความเชื่อมั่นมากที่สุด รองลงมาคือวิธี 2-order corrected ส่วนวิธีสก็อตไม่เหมาะสมที่จะนำมาใช้ เนื่องจากให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่มากกว่าและต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นในกรณีขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่าง ตามลำดับ และ รุ่งตะวัน วัฒนธ (2553) ศึกษาและเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อตัวแปรสุ่มมีการแจกแจงปัวซอง เรขาคณิต และแบบเลขชี้กำลัง ด้วย 4 วิธี คือ วิธีวัลด์ วิธีสก็อต วิธีปรับค่าของวัลด์

และวิธีเบส์ และสำหรับตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังจะทำการศึกษาการสุ่มซ้ำด้วยวิธีบูตสเตรป 2 วิธี คือ วิธีบูตสเตรปแบบสกออร์ และวิธีบูตสเตรปเบส์ ผลการศึกษาพบว่า สำหรับการแจกแจงปัวซองและเลขชี้กำลัง วิธีเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบแกมมาจะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดและความยาวเฉลี่ยของช่วงแคบที่สุด ส่วนการแจกแจงเรขาคณิต วิธีเบส์ที่มีการแจกแจงก่อนแบบปิต้าจะใช้ได้ดีกว่า

สำหรับการศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากร ในกรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษ Lee and Vardeman (2001) ศึกษาช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็น (Likelihood Ratio Method) โดยอาศัยวิธีการเชิงตัวเลข (Numerical Method) และเปรียบเทียบประสิทธิภาพกับวิธีการดั้งเดิม คือ ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที (t-interval) ซึ่งวิธีการที่นำเสนอมีการระบุความละเอียดของข้อมูลที่ถูกลบปิดเศษ เพื่อง่ายต่อการใช้สูตรคำนวณ รวมทั้งแนะนำการปรับค่าความแปรปรวนด้วย Sheppard's correction (Sheppard, 1898) จากผลการจำลองพบว่า เมื่อความแปรปรวนมีค่าน้อย วิธีอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ผลดีที่สุด แต่ถ้าในกรณีที่ความแปรปรวนมีค่ามาก ทั้งสองวิธีให้ผลที่ดีไม่แตกต่างกัน แต่วิธีอัตราส่วนภาวะน่าจะเป็นให้ผลดีกว่าเมื่อตัวอย่าง $n = 2$ และ $\sigma = 0.5, 1$

ดังนั้นจากวิธีการต่าง ๆ เกี่ยวกับการประมาณค่าแบบช่วงดังที่ได้กล่าวไว้ข้างต้น ผู้วิจัยสนใจศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงปกติของข้อมูลที่ถูกลบปิดเศษ ในที่นี้จะใช้วิธีการปิดเศษแบบ Round half away from zero ซึ่งเป็นวิธีที่ได้รับความนิยมและมีหลักการ คือ ถ้าตัวเลขทศนิยมน้อยกว่า 5 จะทำการปิดเศษทิ้ง แต่ถ้าตัวเลขทศนิยมมากกว่าหรือเท่ากับ 5 จะทำการปิดเศษขึ้น โดยอาศัยวิธีการดั้งเดิมร่วมกับแนวคิดการปรับค่าความแปรปรวนด้วย Sheppard's correction ซึ่งผู้วิจัยได้นำเสนอ Sheppard's correction แบบใหม่ และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของช่วงความเชื่อมั่น 6 วิธี ได้แก่ (1) ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที (2) ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที ที่ปรับด้วย Sheppard's correction (3) ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ (4) ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ ที่ปรับด้วย Sheppard's correction (5) ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ที่จัดอยู่ในรูปสูตรปิด และ (6) ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ ที่ปรับด้วย Sheppard's correction และทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงด้วยความน่าจะเป็นคัมรวม (Coverage Probability: CP) และความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น (Average Length: AL)

วิธีวิจัย

การเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงปกติของข้อมูลที่ถูกลบปิดเศษ โดยศึกษาวิธีการประมาณค่าแบบช่วงทั้งหมด 6 วิธี มีขั้นตอนการวิจัย ดังนี้

1. กำหนดระดับความเชื่อมั่น เท่ากับ 95%
2. จำลองข้อมูลที่ศึกษาภายใต้ลักษณะของข้อมูลที่ได้จากการวัดของเครื่องมือทางอุตสาหกรรมโดยมีแนวคิดมาจากงานวิจัย Lee and Vardeman (2001) ที่มีการแจกแจงปกติ โดยมีค่าเฉลี่ย (μ) เท่ากับ 0, 0.3, 0.5, 0.7 และ 1 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (σ) เท่ากับ 0.01, 0.25 และ 0.5
3. กำหนดขนาดตัวอย่าง (n) ได้แก่ 2, 30 และ 100

4. ทำการปิดเศษข้อมูล ภายใต้ข้อมูลทั้ง 4 รูปแบบ ได้แก่ ข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็ม ข้อมูลถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่ง และข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง
5. จำลองข้อมูลด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Method) ทำการจำลองทั้งหมด 10,000 ครั้ง
6. คำนวณช่วงความเชื่อมั่นด้วยวิธีการประมาณค่าแบบช่วงทั้ง 6 วิธี และกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้
 X_i และ X_i^* หมายถึง ค่าของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษและข้อมูลที่ถูกปิดเศษ ; $i = 1, 2, \dots, n$
 $\bar{X}$ และ $\bar{X}^*$ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษและข้อมูลที่ถูกปิดเศษ
 S_X^2 และ $S_{X^*}^2$ หมายถึง ความแปรปรวนของตัวอย่างของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษและข้อมูลที่ถูกปิด

เศษ

$\hat{\sigma}_X^2$ และ $\hat{\sigma}_{X^*}^2$ หมายถึง ตัวประมาณค่าด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของความแปรปรวนของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษและข้อมูลที่ถูกปิดเศษ

$S_{p_1}^2$ และ $S_{p_2}^2$ หมายถึง ความแปรปรวนของตัวอย่างของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษและข้อมูลที่ถูกปิดเศษที่ปรับด้วย Sheppard's correction

$\hat{\sigma}_{p_1}^2$ และ $\hat{\sigma}_{p_2}^2$ หมายถึง ตัวประมาณค่าด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของความแปรปรวนของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษและข้อมูลที่ถูกปิดเศษที่ปรับด้วย Sheppard's correction

$\max_X$ และ $\min_X$ หมายถึง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ

$\max_{X^*}$ และ $\min_{X^*}$ หมายถึง ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของข้อมูลที่ถูกปิดเศษ

6.1 ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที (t Interval) (Casella & Berger, 2001)

$$\text{กรณีข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ (X): } CI_t = \left[\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_X}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_X}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{กรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษ (X^*): } CI_t = \left[\bar{X}^* - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_{X^*}}{\sqrt{n}}, \bar{X}^* + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_{X^*}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{โดยที่ } S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}, S_{X^*}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i^* - \bar{X}^*)^2}{n-1}$$

และ $t_{\frac{\alpha}{2}, n-1}$ แทน ควอนไทล์ที่ $1 - \frac{\alpha}{2}$ ของการแจกแจงที ที่มีองศาเสรี $\nu = n-1$

6.2 ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ (Wald Interval)

$$\text{กรณีข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ (X): } CI_w = \left[\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_X}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_X}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{กรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษ (X^*): } CI_w = \left[\bar{X}^* - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_{X^*}}{\sqrt{n}}, \bar{X}^* + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_{X^*}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{โดยที่ } \hat{\sigma}_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}, \hat{\sigma}_{X^*}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i^* - \bar{X}^*)^2}{n} \text{ และ}$$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ แทน ควอนไทล์ที่ } 1 - \frac{\alpha}{2} \text{ ของการแจกแจงปกติมาตรฐาน}$$

6.3 ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ (Profile Likelihood Interval) (Wilk, 1938)

กรณีข้อมูลไม่ผ่านการปิดเศษ (X):

$$CI_{PL} = \left[\bar{X} - \sqrt{\frac{(n-1)}{n} S_X^2 (c-1)}, \bar{X} + \sqrt{\frac{(n-1)}{n} S_X^2 (c-1)} \right]$$

กรณีข้อมูลที่ถูกลบปิดเศษ (X^*):

$$CI_{PL} = \left[\bar{X}^* - \sqrt{\frac{(n-1)}{n} S_{X^*}^2 (c-1)}, \bar{X}^* + \sqrt{\frac{(n-1)}{n} S_{X^*}^2 (c-1)} \right]$$

$$\text{โดยที่ } c = \exp(\chi_{1,1-\alpha}^2/n), S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}, S_{X^*}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i^* - \bar{X}^*)^2}{n-1}$$

และ $\chi_{1,1-\alpha}^2$ แทน ควอนไทล์ที่ $1 - \alpha$ ของการแจกแจงไคกำลังสอง ที่มีองศาเสรี $\nu = 1$

6.4 ช่วงความเชื่อมั่นที่ปรับด้วย Sheppard's correction

Sheppard (1898) และ Dempster and Robin (1983) ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ของตัวแปรสุ่มต่อเนื่องและไม่ต่อเนื่องที่ได้จากการปิดเศษของข้อมูล ซึ่งในการหาค่าเฉลี่ย ความแปรปรวน และโมเมนต์อันดับที่สูงขึ้นของตัวแปรสุ่ม X โดยใช้ข้อมูลที่ถูกลบปิดเศษ X^* พบว่า ทำให้เกิดความคลาดเคลื่อนอย่างไรก็ตามภายใต้เงื่อนไขการทำให้เรียบ (Smoothness Conditions) พบว่าค่าเฉลี่ยของ X และ X^* นั้นไม่แตกต่างกันมากและถือได้ว่าเกือบเท่ากัน

$$E(X) \approx E(X^*)$$

แต่ความแปรปรวนแตกต่างกันอย่างชัดเจน สำหรับการแจกแจงที่เรียบ (Smooth Distribution) และความกว้างของการปิดเศษ ($h; h > 0$) ทำให้มีค่าแตกต่างกันจำนวน $\frac{h^2}{12}$ ที่เรียกว่า Sheppard's correction ดังสมการ

$$\text{Var}(X) \approx \text{Var}(X^*) - \frac{h^2}{12} \quad (2.1)$$

$$\text{โดยที่ } \frac{h^2}{12} \text{ คือความแปรปรวนของการแจกแจงเอกรูปชนิดต่อเนื่องที่อยู่ในช่วง } \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2} \right]$$

ในกรณีทั่วไป ความกว้างของการปิดเศษของข้อมูล ($h, h > 0$) แต่ละค่าอาจมีระยะห่างที่ไม่เท่ากัน ผู้วิจัยจึงนำเสนอการปรับค่าความกว้างของการปิดเศษโดยใช้พิสัยของข้อมูล นั่นคือ $h = \max - \min$ จากสมการ (2.1) จะได้

$$\text{Var}(X) \approx \left| \text{Var}(X^*) - \frac{(\max - \min)^2}{12} \right| \quad (2.2)$$

ซึ่งจะถูกนำไปใช้ในการปรับปรุงวิธีการประมาณค่าแบบช่วงของข้อมูลที่ถูกปิดเศษต่อไป

6.4.1 ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที่ปรับแก้ (Adaptive t Interval)

$$\text{กรณีข้อมูลไม่ผ่านการปิดเศษ } (X): CI_{ts} = \left[\bar{X} - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_{P_1}}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_{P_1}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{กรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษ } (X^*): CI_{ts} = \left[\bar{X}^* - t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_{P_2}}{\sqrt{n}}, \bar{X}^* + t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \frac{S_{P_2}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{โดยที่ } S_{P_1}^2 = \left| S_X^2 - \frac{(\max_X - \min_X)^2}{12} \right| \text{ และ } S_{P_2}^2 = \left| S_{X^*}^2 - \frac{(\max_{X^*} - \min_{X^*})^2}{12} \right|$$

6.4.2 ช่วงความเชื่อมั่นแบบวัลด์ปรับแก้ (Adaptive Wald Interval)

$$\text{กรณีข้อมูลไม่ผ่านการปิดเศษ } (X): CI_{ws} = \left[\bar{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_{P_1}}{\sqrt{n}}, \bar{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_{P_1}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{กรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษ } (X^*): CI_{ws} = \left[\bar{X}^* - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_{P_2}}{\sqrt{n}}, \bar{X}^* + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\hat{\sigma}_{P_2}}{\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{โดยที่ } \hat{\sigma}_{P_1}^2 = \left| \hat{\sigma}_X^2 - \frac{(\max_X - \min_X)^2}{12} \right| \text{ และ } \hat{\sigma}_{P_2}^2 = \left| \hat{\sigma}_{X^*}^2 - \frac{(\max_{X^*} - \min_{X^*})^2}{12} \right|$$

6.4.3 ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโปรไฟล์ (Adaptive Profile Likelihood Interval)

กรณีข้อมูลไม่ผ่านการปิดเศษ (X):

$$CI_{PL} = \left[\bar{X} - \sqrt{\frac{(n-1)}{n}} S_{P_1}^2 (c-1), \bar{X} + \sqrt{\frac{(n-1)}{n}} S_{P_1}^2 (c-1) \right]$$

กรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษ (X^*):

$$CI_{PL} = \left[\bar{X}^* - \sqrt{\frac{(n-1)}{n}} S_{P_2}^2 (c-1), \bar{X}^* + \sqrt{\frac{(n-1)}{n}} S_{P_2}^2 (c-1) \right]$$

$$\text{โดยที่ } c = \exp(\chi_{1,1-\alpha}^2/n), S_{P_1}^2 = \left| S_X^2 - \frac{(\max_X - \min_X)^2}{12} \right| \text{ และ } S_{P_2}^2 = \left| S_{X^*}^2 - \frac{(\max_{X^*} - \min_{X^*})^2}{12} \right|$$

7. เกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของการวิธีการประมาณค่า โดยพิจารณาค่าความน่าจะเป็นคัมรวมว่าวิธีใดที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ซึ่งเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบได้จากการพิจารณาการทดสอบสมมติฐาน โดยใช้สถิติทดสอบ Z ซึ่งมีการกำหนดค่าต่าง ๆ ดังนี้

α คือ ระดับนัยสำคัญของการทดสอบสมมติฐาน เท่ากับ 0.05

c คือ ความน่าจะเป็นคัมรวม

$\hat{c}$ คือ ความน่าจะเป็นคัมรวมของแต่ละช่วงความเชื่อมั่นที่ทำการประมาณได้

c_0 คือ ค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

M คือ จำนวนครั้งที่กระทำซ้ำ เท่ากับ 10,000 ครั้ง

ขั้นตอนของการทดสอบสมมติฐาน มีดังนี้

ตั้งสมมติฐาน H_0 : ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ($c \geq c_0$)

H_1 : ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ($c < c_0$)

กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

ตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบ คือ
$$Z = \frac{\hat{c} - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{M}}}$$

บริเวณวิกฤติ คือ $Z < -Z_\alpha$

ดังนั้น จะปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ $Z < -Z_\alpha$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ว่า } \frac{\hat{c} - c_0}{\sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{M}}} &\geq -Z_\alpha \\ \hat{c} &\geq c_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{M}} \end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น จะไม่สามารถปฏิเสธสมมติฐานหลัก H_0 เมื่อ $\hat{c} \geq c_0 - Z_\alpha \sqrt{\frac{c_0(1-c_0)}{M}}$

พิจารณาการสร้างเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบความน่าจะเป็นคัมรวมที่ระดับความเชื่อมั่น 95%

สมมติฐานการทดสอบ คือ

$H_0 : c \geq 0.95$

$H_1 : c < 0.95$

กำหนดระดับนัยสำคัญ $\alpha = 0.05$

นั่นคือ วิธีการประมาณค่าให้ความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด

$$\begin{aligned} \text{ถ้า } \hat{c} &\geq 0.95 - 1.645 \sqrt{\frac{0.95(1-0.95)}{10,000}} \\ &= 0.9464 \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้าวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรวิธีใด ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ได้จากการทดลองมีค่าไม่ต่ำกว่า 0.9464 ที่ระดับความเชื่อมั่น 95% จะถือว่าวิธีนั้นมีประสิทธิภาพ และนำวิธีที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ไปทำการเปรียบเทียบความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น วิธีใดที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด จะถือว่าวิธีนั้นเป็นวิธีที่ดีที่สุด

ผลการวิจัย

ในส่วนนี้จะแสดงผลจากการจำลองสถานการณ์ เพื่อหาข้อสรุปและประมวลผล สำหรับการนำเสนอผลการวิจัยผู้วิจัยจะแสดงในรูปแบบกราฟและตาราง และกำหนดสัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังนี้

X หมายถึง ข้อมูลที่ไม่ผ่านการบิดเบือน

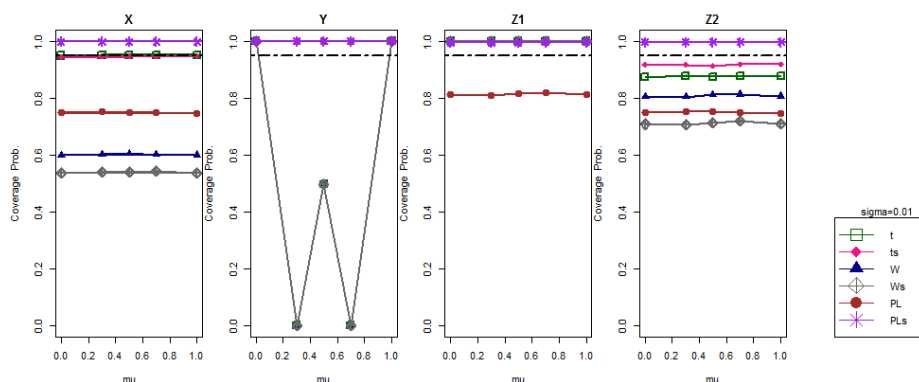
Y หมายถึง ข้อมูลที่ถูกบิดเบือนเป็นจำนวนเต็ม

$Z1$ หมายถึง ข้อมูลที่ถูกบิดเบือนเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่ง

$Z2$ หมายถึง ข้อมูลที่ถูกบิดเบือนเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ตัวหนา* หมายถึง ความยาวเฉลี่ยของช่วงที่มีความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่า 0.9464

หมายถึง ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด



รูปที่ 1 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.01$

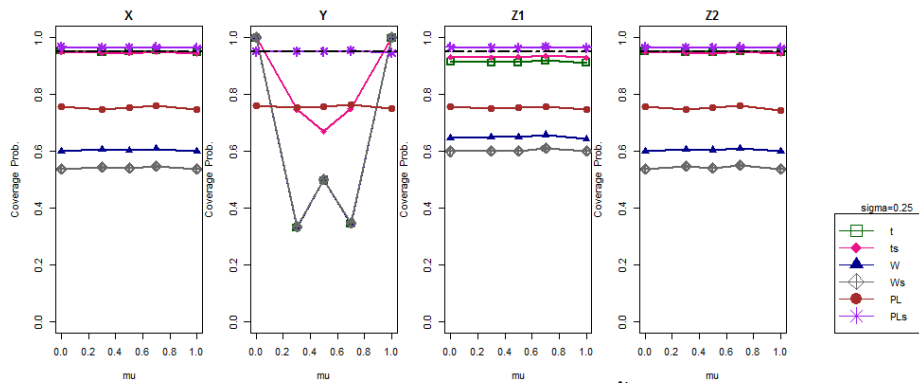
ตารางที่ 1 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.01$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.1426*	0.1302	0.0156	0.0127	0.0271	0.2675*
	0.3	3.3	0.1447*	0.1321*	0.0158	0.0129	0.0275	0.2699*
	0.5	2.0	0.1423*	0.1299*	0.0155	0.0127	0.0270	0.2671*
	0.7	1.4	0.1444*	0.1318*	0.0157	0.0129	0.0274	0.2688*
			0.1436*	0.1311*				0.2684*
	1.0	1.0			0.0157	0.0128	0.0273	

ตารางที่ 1 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.01$ (ต่อ)

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
Y	0.0	-	0.0000*	0.0582*	0.0000*	0.0090*	0.0000*	0.1789
	0.3	3.3	0.0000*	0.0591	0.0000*	0.0091	0.0000*	0.1805
	0.5	2.0	6.3137	6.3307	0.6887	0.6913	0.0000*	0.1786
	0.7	1.4	0.0000*	0.0589	0.0000*	0.0091	0.0000*	0.1798
	1.0	1.0	0.0000*	0.0586*	0.0000*	0.0090*	0.0000*	0.1795
Z1	0.0	-	0.0000*	0.0582*	0.0000*	0.0090*	0.0271	0.2683*
	0.3	3.3	0.0000*	0.0591*	0.0000*	0.0091*	0.0275	0.2709*
	0.5	2.0	0.0000*	0.0581*	0.0000*	0.0090*	0.0271	0.2683*
	0.7	1.4	0.0000*	0.0589*	0.0000*	0.0091*	0.0274	0.2694*
	1.0	1.0	0.0000*	0.0586*	0.0000*	0.0090*	0.0273	0.2690*
Z2	0.0	-	0.1427	0.1355	0.0156	0.0135	0.0271	0.2674*
	0.3	3.3	0.1450	0.1376	0.0158	0.0137	0.0275	0.2697*
	0.5	2.0	0.1426	0.1355	0.0156	0.0135	0.0270	0.2669*
	0.7	1.4	0.1441	0.1370	0.0157	0.0137	0.0274	0.2687*
	1.0	1.0	0.1437	0.1363	0.0157	0.0136	0.0273	0.2681*

จากรูปที่ 1 และตารางที่ 1 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=2$ และ $\sigma=0.01$ พบว่า เมื่อข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ CI_t , CI_{ts} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ทุกสถานการณ์ ยกเว้นกรณี $\mu=0$ สำหรับ CI_{ts} เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็มทุกวิธีจะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้บางสถานการณ์ เช่นเดียวกันกับข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่งทุกวิธี ยกเว้น CI_{PL} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ทุกสถานการณ์ และเมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง มีเพียง CI_{PLs} ที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วงพบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษให้ช่วงที่สั้นกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ยกเว้นกรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่งจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่กว้างกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_t และ CI_W จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

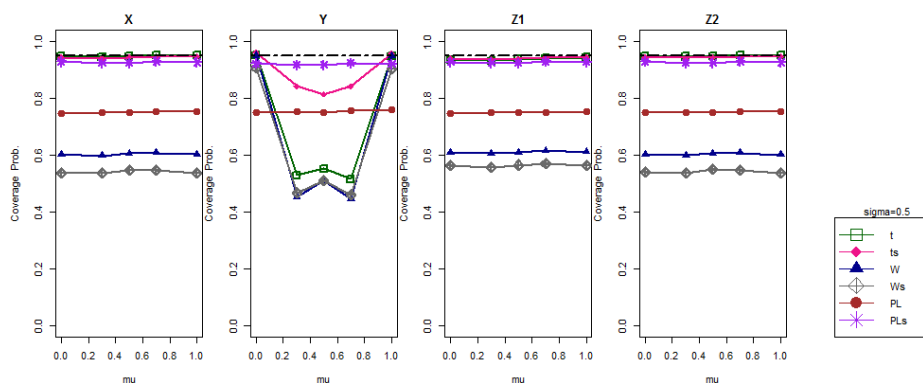


รูปที่ 2 แสดงค่าความน่าจะเป็นที่ครอบคลุมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.25$

ตารางที่ 2 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.25$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	3.5873*	3.2748*	0.3913	0.3195	0.6815	1.3413*
	0.3	83.3	3.5792*	3.2673	0.3904	0.3188	0.6799	1.3387*
	0.5	50.0	3.5752*	3.2637	0.3900	0.3184	0.6792	1.3393*
	0.7	35.7	3.6047*	3.2907*	0.3932	0.3210	0.6848	1.3463*
	1.0	25.0	3.5497*	3.2404	0.3872	0.3161	0.6743	1.3326*
Y	0.0	-	1.1436*	2.2827*	0.1247*	0.2975*	0.6814	1.3382*
	0.3	83.3	4.2045	4.834	0.4586	0.5498	0.6807	1.3360*
	0.5	50.0	6.334	6.6576	0.6909	0.7333	0.6805	1.3383*
	0.7	35.7	4.3659	4.9745	0.4762	0.5639	0.6859	1.3441*
	1.0	25.0	1.0889*	2.2413*	0.1188*	0.2939*	0.6750	1.3307
Z1	0.0	-	3.5871	3.2924	0.3913	0.3214	0.6816	1.3414*
	0.3	83.3	3.5833	3.2898	0.3908	0.3212	0.6799	1.3385*
	0.5	50.0	3.5821	3.2885	0.3907	0.3211	0.6792	1.3389*
	0.7	35.7	3.6105	3.3136	0.3938	0.3235	0.6848	1.3462*
	1.0	25.0	3.5533	3.2633	0.3876	0.3187	0.6745	1.3325*
Z2	0.0	-	3.5881*	3.2756*	0.3914	0.3195	0.6815	1.3413*
	0.3	83.3	3.5793*	3.2676*	0.3904	0.3188	0.6799	1.3388*
	0.5	50.0	3.5752*	3.2638	0.3900	0.3184	0.6792	1.3393*
	0.7	35.7	3.6052*	3.2912*	0.3932	0.3211	0.6848	1.3463*
	1.0	25.0	3.5505*	3.2414	0.3873	0.3162	0.6743	1.3326*

จากรูปที่ 2 และตารางที่ 2 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=2$ และ $\sigma=0.25$ พบว่า ทุก ๆ รูปแบบของ CI_{PLS} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้เกือบทุกสถานการณ์ โดย CI_t , CI_{ts} , CI_W และ CI_{Ws} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ บางสถานการณ์ และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ยกเว้นกรณี $\mu=0$ และ 1 ของข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็มจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_{PLS} จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด



รูปที่ 3 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.5$

ตารางที่ 3 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.5$

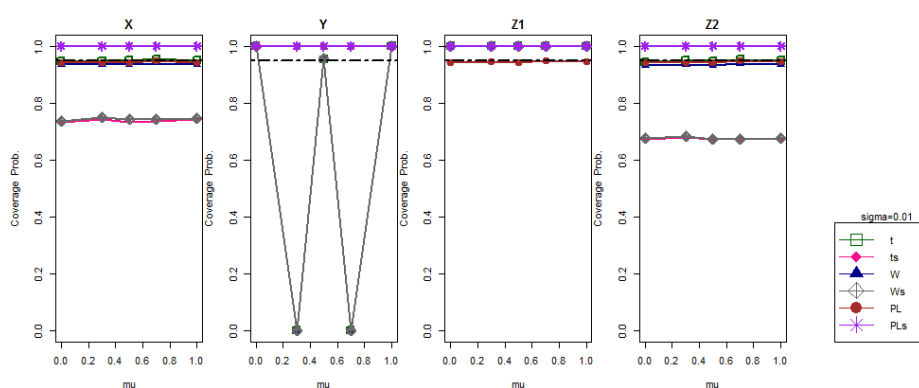
Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	7.1591*	6.5353	0.7809	0.6376	1.3600	1.8921
	0.3	166.7	7.1151	6.4952	0.7761	0.6337	1.3516	1.8864
	0.5	100.0	7.2384*	6.6077	0.7895	0.6446	1.3750	1.9047
	0.7	71.4	7.1301*	6.5089	0.7777	0.6350	1.3545	1.8929
	1.0	50.0	7.1701*	6.5454*	0.7821	0.6386	1.3621	1.8970
Y	0.0	-	6.7610*	7.1746*	0.7374*	0.7693	1.3588	1.8875
	0.3	166.7	7.3213	7.6077	0.7986	0.8098	1.3504	1.8823
	0.5	100.0	7.6555	7.8696	0.8350	0.8333	1.3726	1.8983
	0.7	71.4	7.1739	7.5045	0.7825	0.8012	1.3548	1.8910
	1.0	50.0	6.9401*	7.3436*	0.7570*	0.7875	1.3629	1.8954

[

ตารางที่ 3 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=2$ และ $\sigma=0.5$ (ต่อ)

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
Z1	0.0	-	7.1530	6.5369	0.7802	0.6373	1.3600	1.8922
	0.3	166.7	7.1090	6.4970	0.7754	0.6335	1.3517	1.8865
	0.5	100.0	7.2258	6.6022	0.7881	0.6436	1.3752	1.9049
	0.7	71.4	7.1321	6.5183	0.7779	0.6357	1.3543	1.8925
	1.0	50.0	7.1746	6.5567	0.7826	0.6394	1.3621	1.8970
Z2	0.0	-	7.1594*	6.5357	0.7809	0.6376	1.3600	1.8921
	0.3	166.7	7.1154*	6.4955	0.7761	0.6337	1.3516	1.8864
	0.5	100.0	7.2394*	6.6089	0.7896	0.6448	1.375	1.9047
	0.7	71.4	7.1295*	6.5082	0.7776	0.6349	1.3544	1.8929
	1.0	50.0	7.1702*	6.5455*	0.7821	0.6386	1.3621	1.8970

จากรูปที่ 3 และตารางที่ 3 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=2$ และ $\sigma=0.5$ พบว่า เมื่อข้อมูลไม่ผ่านการปัดเศษและข้อมูลที่ถูกปัดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง CI_t และ CI_{ts} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้บางสถานการณ์ เมื่อข้อมูลที่ถูกปัดเศษเป็นจำนวนเต็ม CI_t , CI_{ts} และ CI_W จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด กรณี $\mu=0$ และ 1 และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปัดเศษไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปัดเศษ ยกเว้นกรณี $\mu=0$ และ 1 ของข้อมูลที่ถูกปัดเศษเป็นจำนวนเต็มจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปัดเศษ โดยภาพรวม CI_t จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

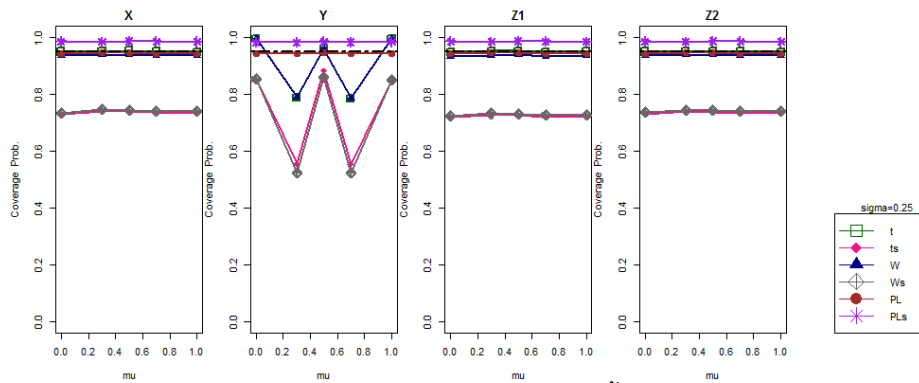


รูปที่ 4 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.01$

ตารางที่ 4 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.01$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.0074*	0.0046	0.007	0.0046	0.0072	0.0555*
	0.3	3.3	0.0074*	0.0046	0.007	0.0046	0.0072	0.0557*
	0.5	2.0	0.0074*	0.0046	0.007	0.0046	0.0072	0.0556*
	0.7	1.4	0.0074*	0.0046	0.007	0.0046	0.0072*	0.0556*
	1.0	1.0	0.0074*	0.0046	0.007	0.0046	0.0072	0.0556*
Y	0.0	-	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0084*	0.0000*	0.0786*
	0.3	3.3	0.0000	0.0088	0.0000	0.0085	0.0000*	0.0788*
	0.5	2.0	0.3733*	0.3732*	0.3518*	0.3517*	0.0000*	0.0786*
	0.7	1.4	0.0000	0.0088	0.0000	0.0085	0.0000*	0.0787*
	1.0	1.0	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0084*	0.0000*	0.0787*
Z1	0.0	-	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0084*	0.0075	0.0525*
	0.3	3.3	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0085*	0.0075*	0.0529*
	0.5	2.0	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0084*	0.0075	0.0527*
	0.7	1.4	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0085*	0.0075*	0.0526*
	1.0	1.0	0.0000*	0.0088*	0.0000*	0.0084*	0.0075	0.0528*
Z2	0.0	-	0.0077	0.0042	0.0072	0.0041	0.0072	0.0554*
	0.3	3.3	0.0077*	0.0042	0.0073	0.0042	0.0072	0.0557*
	0.5	2.0	0.0077*	0.0042	0.0073	0.0042	0.0072	0.0555*
	0.7	1.4	0.0077*	0.0042	0.0073	0.0042	0.0072*	0.0555*
	1.0	1.0	0.0077*	0.0042	0.0072	0.0042	0.0072*	0.0555*

จากรูปที่ 4 และตารางที่ 4 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=30$ และ $\sigma=0.01$ พบว่า เมื่อข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ และข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง CI_t , CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้บางสถานการณ์ เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็ม CI_t , CI_{ts} , CI_w และ CI_{ws} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด ยกเว้นกรณี $\mu=0.3$ และ 0.7 แต่ CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ทุกสถานการณ์ เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่งทุกวิธี ยกเว้น CI_{PL} ที่ $\mu=0, 0.5$ และ 1 จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษให้ช่วงที่สั้นกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ยกเว้นกรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่งจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_t จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด



รูปที่ 5 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.25$

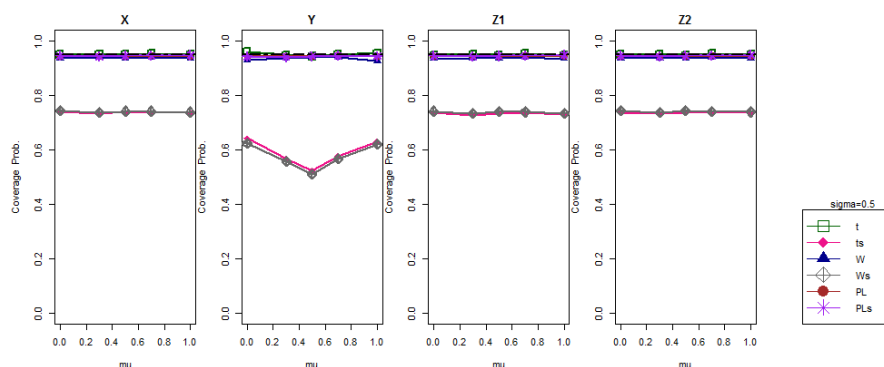
ตารางที่ 5 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.25$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.1854*	0.1142	0.1747	0.114	0.1805	0.2772*
	0.3	83.3	0.1855*	0.1140	0.1748	0.1139	0.1805	0.2771*
	0.5	50.0	0.1848*	0.1136	0.1742	0.1135	0.1799*	0.2767*
	0.7	35.7	0.1848*	0.1140	0.1741	0.1138	0.1798	0.2772*
	1.0	25.0	0.1855*	0.1145	0.1748	0.1144	0.1805	0.2778*
Y	0.0	-	0.1342*	0.1544	0.1264*	0.1500	0.1816	0.2748*
	0.3	83.3	0.3030	0.2034	0.2855	0.1881	0.1818	0.2743*
	0.5	50.0	0.3734*	0.2982	0.3518*	0.2781	0.1811*	0.2741*
	0.7	35.7	0.3024	0.2029	0.2849	0.1877	0.1810	0.2745*
	1.0	25.0	0.1350*	0.1537	0.1272*	0.1494	0.1817	0.2753*
Z1	0.0	-	0.1866*	0.1124	0.1758	0.1122	0.1805	0.2772*
	0.3	83.3	0.1868*	0.1120	0.1760	0.1120	0.1805*	0.2771*
	0.5	50.0	0.1860*	0.1118	0.1753	0.1117	0.1799*	0.2767*
	0.7	35.7	0.1860*	0.1121	0.1752	0.1120	0.1798	0.2771*
	1.0	25.0	0.1868*	0.1127	0.1760	0.1126	0.1805	0.2778*

ตารางที่ 5 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.25$ (ต่อ)

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
Z2	0.0	-	0.1854*	0.1141	0.1747	0.1140	0.1805	0.2772*
	0.3	83.3	0.1855*	0.1140	0.1748	0.1139	0.1805	0.2771*
	0.5	50.0	0.1849*	0.1136	0.1742	0.1135	0.1799*	0.2767*
	0.7	35.7	0.1848*	0.1140	0.1741	0.1138	0.1798	0.2772*
			0.1855*					0.2778*
	1.0	25.0		0.1145	0.1748	0.1144	0.1805	

จากรูปที่ 5 และตารางที่ 5 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=30$ และ $\sigma=0.25$ พบว่า ทุก ๆ รูปแบบของข้อมูล CI_t และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้เกือบทุกสถานการณ์ โดยกรณี $\mu=0.5$ CI_{PL} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็มในกรณี $\mu=0$ และ 1 CI_W จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ยกเว้นกรณี $\mu=0$ และ 1 ของข้อมูลที่ถูกรัดเศษเป็นจำนวนเต็มจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นสั้นกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษเพียงเล็กน้อย โดยภาพรวม CI_t จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด



รูปที่ 6 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.5$

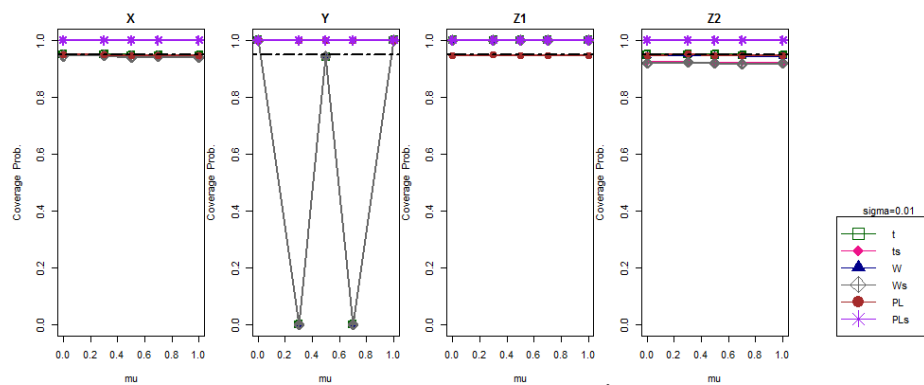
ตารางที่ 6 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.5$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.3696*	0.2278	0.3482	0.2274	0.3597	0.3918
	0.3	166.7	0.3707*	0.2288	0.3493	0.2285	0.3607	0.3926
	0.5	100.0	0.3708*	0.2300	0.3494	0.2296	0.3609	0.3939
	0.7	71.4	0.3708*	0.2285	0.3494	0.2281	0.3609*	0.3923
			0.3702*					
	1.0	50.0		0.2301	0.3488	0.2298	0.3603	0.3940*

ตารางที่ 6 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=30$ และ $\sigma=0.5$ (ต่อ)

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
Y	0.0	-	0.4209*	0.2055	0.3966	0.1981	0.3603	0.3908
	0.3	166.7	0.4304*	0.1827	0.4056	0.1763	0.3614	0.3915
	0.5	100.0	0.4341*	0.1666	0.409	0.1612	0.3615	0.3928
	0.7	71.4	0.4294*	0.1826	0.4046	0.1771	0.3615	0.3912
	1.0	50.0	0.4212*	0.2061	0.3969	0.1991	0.3609	0.3928
Z1	0.0	-	0.3703*	0.2268	0.3489	0.2265	0.3597	0.3918
	0.3	166.7	0.3713*	0.2278	0.3498	0.2276	0.3607	0.3926
	0.5	100.0	0.3715*	0.2290	0.3500	0.2286	0.3609	0.3938
	0.7	71.4	0.3715*	0.2275	0.3500	0.2272	0.3609*	0.3923
	1.0	50.0	0.3709*	0.2290	0.3494	0.2288	0.3603	0.3939*
Z2	0.0	-	0.3696*	0.2277	0.3482	0.2274	0.3597	0.3918
	0.3	166.7	0.3707*	0.2288	0.3493	0.2285	0.3607	0.3926
	0.5	100.0	0.3708*	0.2300	0.3494	0.2296	0.3609	0.3939
	0.7	71.4	0.3708*	0.2285	0.3494	0.2281	0.3609*	0.3923
	1.0	50.0	0.3702*	0.2301	0.3488	0.2298	0.3603	0.3940*

จากรูปที่ 6 และตารางที่ 6 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=30$ และ $\sigma=0.5$ พบว่า ทุก ๆ รูปแบบของข้อมูล CI_t จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ทุกสถานการณ์ เมื่อข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่งและ 2 ตำแหน่ง กรณีค่าเฉลี่ย $\mu=0.7$ CI_{PL} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อกรณีค่าเฉลี่ย $\mu=1$ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ยกเว้นข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็มจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นกว้างกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_t จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

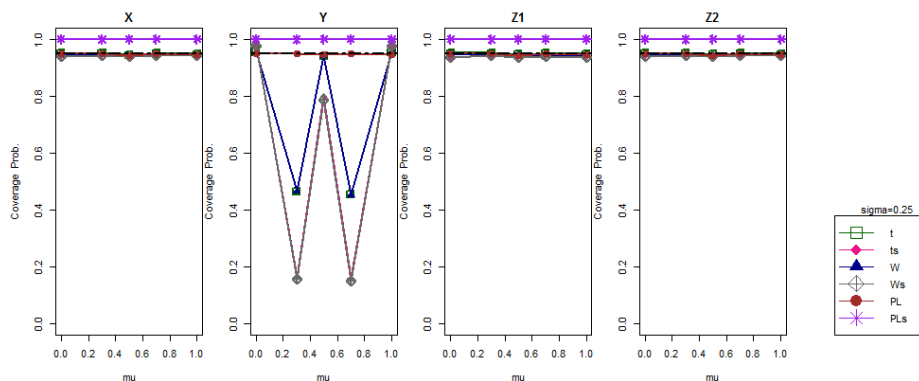


รูปที่ 7 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.01$

ตารางที่ 7 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.01$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.0040*	0.0041	0.0039*	0.0041	0.0039*	0.0399*
	0.3	3.3	0.0040*	0.0041	0.0039*	0.0041	0.0039*	0.0400*
	0.5	2.0	0.0040*	0.0041	0.0039	0.0041	0.0039*	0.0400*
	0.7	1.4	0.0040*	0.0041	0.0039	0.0041	0.0039*	0.0400*
	1.0	1.0	0.0040*	0.0041	0.0039	0.0041	0.0039*	0.0400*
Y	0.0	-	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0473*
	0.3	3.3	0.0000	0.0057	0.0000	0.0057	0.0000*	0.0473*
	0.5	2.0	0.1984	0.1983	0.1950	0.1949	0.0000*	0.0473*
	0.7	1.4	0.0000	0.0057	0.0000	0.0057	0.0000*	0.0473*
	1.0	1.0	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0473*
Z1	0.0	-	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0041*	0.0390*
	0.3	3.3	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0041*	0.0391*
	0.5	2.0	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0041*	0.0391*
	0.7	1.4	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0041*	0.0391*
	1.0	1.0	0.0000*	0.0057*	0.0000*	0.0057*	0.0041*	0.0391*
Z2	0.0	-	0.0041*	0.0040	0.0040	0.0039	0.0039*	0.0399*
	0.3	3.3	0.0041*	0.0040	0.0040	0.0039	0.0039*	0.0400*
	0.5	2.0	0.0041*	0.0040	0.0040	0.0039	0.0039*	0.0400*
	0.7	1.4	0.0041*	0.0040	0.0041	0.0039	0.0039*	0.0400*
	1.0	1.0	0.0041*	0.0040	0.0040	0.0039	0.0039	0.0400*

จากรูปที่ 7 และตารางที่ 7 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=100$ และ $\sigma=0.01$ พบว่า เมื่อข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ CI_t , CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ทุกสถานการณ์ แต่ CI_W จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในกรณี $\mu=0$ และ 0.3 เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็ม CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ทุกสถานการณ์ แต่ CI_t , CI_{ts} , CI_W และ CI_{Ws} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในกรณี $\mu=0$ และ 1 เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่งทุกวิธีให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่ง CI_t , CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้ ยกเว้นกรณีค่าเฉลี่ย $\mu=1$ CI_{PL} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษให้ช่วงที่สั้นกว่าข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ยกเว้นกรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 2 ตำแหน่งจะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่ไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_{PL} จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด รองลงมา คือ CI_t และ CI_W



รูปที่ 8 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.25$

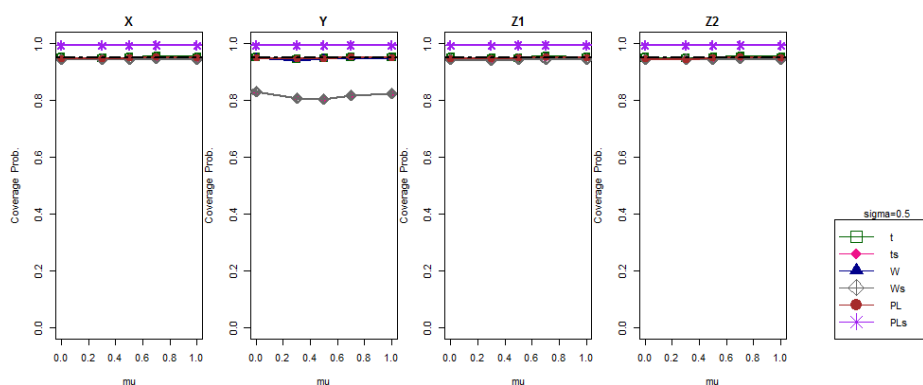
ตารางที่ 8 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.25$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.0990*	0.1034	0.0973	0.1026	0.0983*	0.2000*
	0.3	83.3	0.0990*	0.1035	0.0973*	0.1027	0.0983*	0.2001*
	0.5	50.0	0.0990*	0.1034	0.0973	0.1026	0.0982*	0.2000*
	0.7	35.7	0.0991*	0.1033	0.0974	0.1025	0.0983*	0.1999*
	1.0	25.0	0.0990*	0.1032	0.0973	0.1024	0.0982*	0.1998*

ตารางที่ 8 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.25$ (ต่อ)

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
Y	0.0	-	0.0823*	0.1159*	0.0808*	0.1148*	0.0989*	0.1993*
	0.3	83.3	0.1624	0.0776	0.1596	0.0755	0.0989*	0.1994*
	0.5	50.0	0.1984	0.1342	0.195	0.1311	0.0989*	0.1993*
	0.7	35.7	0.1621	0.0776	0.1593	0.0755	0.0989*	0.1992*
	1.0	25.0	0.0821*	0.1156*	0.0807*	0.1145*	0.0988*	0.1991*
Z1	0.0	-	0.0997*	0.1027	0.0980*	0.102	0.0983*	0.2000*
	0.3	83.3	0.0997*	0.1028	0.0980*	0.1021	0.0983*	0.2001*
	0.5	50.0	0.0996*	0.1027	0.0979	0.1019	0.0982	0.2000*
	0.7	35.7	0.0997*	0.1026	0.098	0.1018	0.0983*	0.1999*
	1.0	25.0	0.0996*	0.1025	0.0979	0.1018	0.0982*	0.1998*
Z2	0.0	-	0.0990*	0.1034	0.0973*	0.1026	0.0983*	0.2000*
	0.3	83.3	0.0991*	0.1035*	0.0974*	0.1027	0.0983*	0.2001*
	0.5	50.0	0.0990	0.1034	0.0973	0.1026	0.0982	0.2000*
	0.7	35.7	0.0991*	0.1033	0.0974	0.1025	0.0983*	0.1999*
	1.0	25.0	0.0990*	0.1032	0.0973	0.1024	0.0982*	0.1998*

จากรูปที่ 8 และตารางที่ 8 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=100$ และ $\sigma=0.25$ พบว่า เมื่อข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ ข้อมูลที่ถูกปิดเศษเหลือทศนิยม 1 ตำแหน่ง และ 2 ตำแหน่ง CI_t , CI_W , CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้เกือบทุกสถานการณ์ เมื่อข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็มทุกวิธีจะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่ CI_t , CI_{ts} , CI_W และ CI_{Ws} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดในกรณี $\mu=0$ และ 1 และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_{PL} จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด



รูปที่ 9 แสดงค่าความน่าจะเป็นคัมรวมของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.5$

ตารางที่ 9 แสดงความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นทั้ง 6 วิธี เมื่อ $n=100$ และ $\sigma=0.5$

Type	μ	CV	t	ts	W	Ws	PL	PLs
X	0.0	-	0.1978*	0.2062	0.1944	0.2046	0.1963*	0.2824*
	0.3	166.7	0.1981*	0.2063	0.1946	0.2047	0.1965	0.2825*
	0.5	100.0	0.1981*	0.2066	0.1947	0.2050	0.1966*	0.2827*
	0.7	71.4	0.1976*	0.2061	0.1942*	0.2046	0.1961*	0.2824*
	1.0	50.0	0.1979*	0.2063	0.1945*	0.2048	0.1964*	0.2825*
Y	0.0	-	0.2257*	0.1719	0.2218*	0.1713	0.1966*	0.2822*
	0.3	166.7	0.2296*	0.1674	0.2257	0.1670	0.1969*	0.2822*
	0.5	100.0	0.2315*	0.1656	0.2276*	0.1653	0.1969*	0.2825*
	0.7	71.4	0.2291*	0.1674	0.2251*	0.1670	0.1964*	0.2822*
	1.0	50.0	0.2257*	0.1721	0.2218*	0.1715	0.1968*	0.2823*
Z1	0.0	-	0.1982*	0.2058	0.1947	0.2043	0.1963*	0.2824*
	0.3	166.7	0.1984*	0.2059	0.1950	0.2044	0.1965*	0.2825*
	0.5	100.0	0.1984*	0.2063	0.1950*	0.2047	0.1966*	0.2827*
	0.7	71.4	0.1979*	0.2058	0.1945*	0.2042	0.1961*	0.2824*
	1.0	50.0	0.1983*	0.2060	0.1949*	0.2044	0.1964*	0.2825*
Z2	0.0	-	0.1978*	0.2062	0.1944	0.2046	0.1963*	0.2824*
	0.3	166.7	0.1981*	0.2063	0.1947	0.2047	0.1965*	0.2825*
	0.5	100.0	0.1981*	0.2066	0.1947	0.205	0.1966*	0.2827*
	0.7	71.4	0.1976*	0.2061	0.1942*	0.2046	0.1961*	0.2824*
	1.0	50.0	0.1979*	0.2063	0.1945*	0.2048	0.1964*	0.2825*

จากรูปที่ 9 และตารางที่ 9 ในกรณีขนาดตัวอย่าง $n=100$ และ $\sigma=0.5$ พบว่า ทุก ๆ รูปแบบของข้อมูล CI_t , CI_{PL} และ CI_{PLs} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้เกือบทุกสถานการณ์ ยกเว้นกรณีค่าเฉลี่ย $\mu=0.3$ CI_{PL} จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด แต่ CI_W จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าค่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดได้บางสถานการณ์ และเมื่อพิจารณาความยาวเฉลี่ยของช่วง พบว่า ข้อมูลที่ถูกปิดเศษไม่แตกต่างจากข้อมูลที่ไม่ผ่านการปิดเศษ โดยภาพรวม CI_{PL} จะให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุด

สรุปผล

ผลจากการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าแบบช่วงทั้ง 6 วิธี ภายใต้ข้อมูลทั้ง 4 รูปแบบ พบว่า ขนาดตัวอย่าง $n = 2$ ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที่จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในกรณี $\sigma = 0.01$ และ $\sigma = 0.5$ และช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโพรไฟล์ปรับแก้จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในกรณี $\sigma = 0.25$ เมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 30$ ช่วงความเชื่อมั่นด้วยตัวสถิติที่ยังคงเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด และเมื่อขนาดตัวอย่าง $n = 100$ ช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโพรไฟล์จะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดในทุก ๆ ค่าของ σ แสดงดังตารางที่ 10

ตารางที่ 10 วิธีการประมาณค่าแบบช่วงที่ให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมไม่ต่ำกว่าเกณฑ์ที่กำหนดและความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่สั้นที่สุดในแต่ละสถานการณ์

n	σ		
	0.01	0.25	0.5
2	t	PLs	t
30	t	t	t
100	PL	PL	PL

สำหรับการใช้ Sheppard's correction ในการปรับแก้ค่าความแปรปรวนในการสร้างช่วงความเชื่อมั่น ทำให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมมีค่าเข้าใกล้สัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนด จะเห็นได้ชัดจากช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโพรไฟล์ปรับแก้ที่จะให้ค่าความน่าจะเป็นคัมรวมที่ไม่ต่ำกว่าสัมประสิทธิ์ความเชื่อมั่นที่กำหนดเกือบทุกสถานการณ์ อย่างไรก็ตามช่วงความเชื่อมั่นแบบภาวะน่าจะเป็นโพรไฟล์ปรับแก้ยังคงให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่นที่กว้างกว่าวิธีการอื่น ๆ

สำหรับการศึกษาความยาวเฉลี่ยของช่วงความเชื่อมั่น พบว่า ภายใต้ข้อมูลที่ถูกปิดเศษบางกรณีในส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าน้อยมาก ($\sigma=0.01$) เมื่อทำการปิดเศษข้อมูลแล้วช่วงความเชื่อมั่นที่ได้จะมาจากค่าประมาณแบบจุดหรือค่าเฉลี่ยของข้อมูล ให้ความยาวเฉลี่ยของช่วงแต่ละวิธีให้ผลที่ไม่แตกต่างกัน อีกทั้งการจำลองข้อมูลครั้งนี้ใช้การกระทำซ้ำ 10,000 รอบ การใช้ตัวเลขที่แสดงจึงจำกัดได้เพียงทศนิยม 4 ตำแหน่งเท่านั้น หรือในบางกรณีข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็ม ความยาวเฉลี่ยของช่วงมีค่ามากผิดปกติกว่าข้อมูลรูปแบบอื่น ๆ ซึ่งเกิดจากกรณีค่าเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 0.5 ทำให้ข้อมูลที่ถูกปิดเศษเป็นจำนวนเต็มมีค่าเท่ากับ 0 หรือ 1 ส่งผลให้ช่วงความเชื่อมั่นที่ได้กว้างกว่าค่าอื่น ๆ

โดยผลสรุปที่ได้นี้อยู่ภายใต้สถานการณ์ที่ค่าเฉลี่ยประชากรมีค่าไม่เกิน 1 ผู้ที่สนใจศึกษาในเรื่องวิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าเฉลี่ยประชากรที่มีการแจกแจงปกติของข้อมูลที่ถูกลบปิดเศษ สามารถขยายขอบเขตของการศึกษาในสถานการณ์อื่น ๆ เพื่อให้ผลการศึกษาคอบคลุมมากยิ่งขึ้น

References

- Bai, Z. D., Zheng, S. R., Zhang, B. X., & Hu, G. R. (2009). Statistical analysis for rounded data. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139(8), 2526-2542.
- Casella, G., and Berger, R. L., (2001) *Statistical Inference*, 2nd edition.
- Dempster, A. P., & Rubin, D. B. (1983). Rounding Error in Regression: The Appropriateness of Sheppard's correction. *Journal of Multivariate Analysis*, 11, 452-458.
- Khongsinchai, S.(2017). “phonkrathop khōng k̄an pat sēt khōng tuāpr̄ae sum b̄æp toṅn̄ang nai k̄an ‘anuman̄ choēng sathiti samrap sathiti thotsōp b̄æp ‘ing phārā mitoe” [The Effects of Discretizing Continuous Random Variables in Statistical Inference for Certain Parametric Test Statistics]. Master of Science (Applied Statistics), Thammasat University.
- Lee, C. S., & Vardeman, S. B. (2001). Interval Estimation of a Normal Process Mean from Rounded Data. *Journal of Quality Technology*, 33, 335-348.
- Lee, C. S., & Vardeman, S. B. (2002). Interval estimation of a normal process standard deviation from rounded data. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 31(1), 13-34.
- Lee, C. S., & Vardeman, S. B. (2003). Confidence interval based on rounded data from the balanced one-way normal random effect model. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 32(3), 835-856.
- Ningning, & Bai, Z. D. (2012). Analysis of Rounded Data in Measurement Error Regression. *Journal of Korean Statistical Society*, 42, 415-429.
- Paichit, P.(2006). “k̄anpriāp̄thiāp khīt č̄amkat khōng chuāng khwāmchūāman thāng diēo samrap khā chālā prachākōṅ” [A Comparison on Limit of One Sided Confidence Interval for the Population Mean]. Master of Science (Applied Statistics), Thammasat University.
- Sheppard, W. (1898). On the Calculation of the most Probable Values of Frequency Constants, for arranged according to Equidistant Divisions of a Scale. *Proceedings of the London Mathematical Society*, 29, 353-380.
- Ticker, A. R. (1990a). The Effect of Rounding on the Significance Level of Certain Normal Test Statistics. *Journal of Applied Statistics*, 17, 31-38.
- Ticker, A. R. (1990b). The Effect of Rounding on the Power Level of Certain Normal Test Statistics. *Journal of Applied Statistics*, 17, 219-228.

- Ungpansattawong, S., & Chaisiwamongkol, W.(1998). “phonkrathop khōng k̄n pat sēt khōng khōmūn thī mī tō radap nai samkhan khōng sathiti thotsōp prokkati bāng tūa” [The Effect of Rounding on the Significance Level of Certain Normal Test Statistics]. Science Journal, Khon Kaen University 26,1 (January – March) : 18-25.
- Watthanathon, R.(2010). “kānpriāpthiāp withikān pramān bāp chūāng samrap khā chālā prachākōk” [A Comparison on Confidence Intervals Estimation Methods for the Population Mean]. Master of Science (Applied Statistics), Thammasat University.
- Zhao, Ningning, & Bai Z. D. (2012). Analysis of Rounded Data in Mixture Normal Model. Statistical Papers, 53, 895-914.