

วารสารฟิสิกส์ไทย

Thai Journal of Physics

วารสารสำหรับผู้รักและสนใจในแวดวงฟิสิกส์

ISSN 0857-1449

ปีที่ 29 ฉบับที่ 2 : มิถุนายน 2555 – สิงหาคม 2555

การวิเคราะห์เชิงพื้นผิวด้วยเทคนิค XPS

การหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากการเคลื่อนที่แบบบราวน์

มารู้จักจักรวาลแบบพองตัวกันเถอะ! ตอนจบ

ความลึกดับของอุณหพลศาสตร์ ตอนที่ 3

CERN รายงานการค้นพบ “อนุภาคฮิกส์โบซอน”

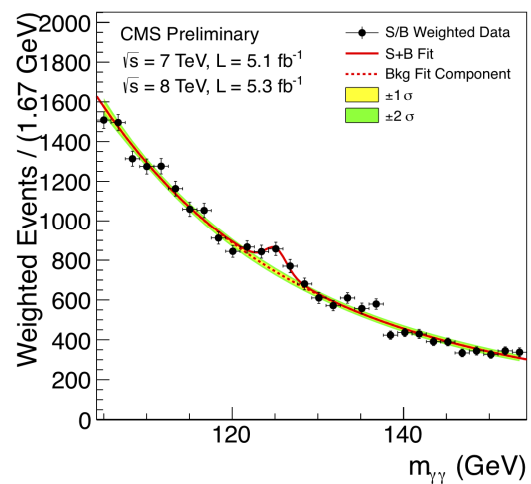
หมายเหตุ การบันทึกเหตุการณ์การชนกันระหว่างโปรตอนกับ
โปรตอนที่พลังงาน 8 TeV ด้วยเครื่องวัด CMS รูปภาพจาก

<http://cms.web.cern.ch>

รูปประกอบจากข่าวเด่น “CERN รายงานการค้นพบอนุภาคฮิกส์
โบซอน” หน้า 2

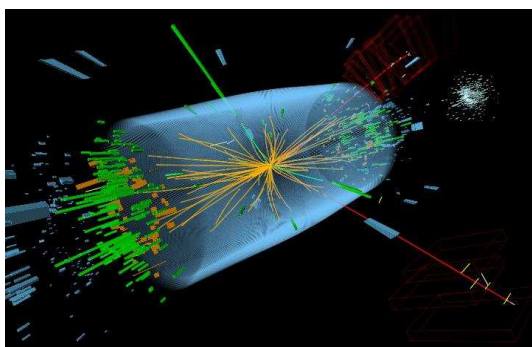


รูปที่ 1

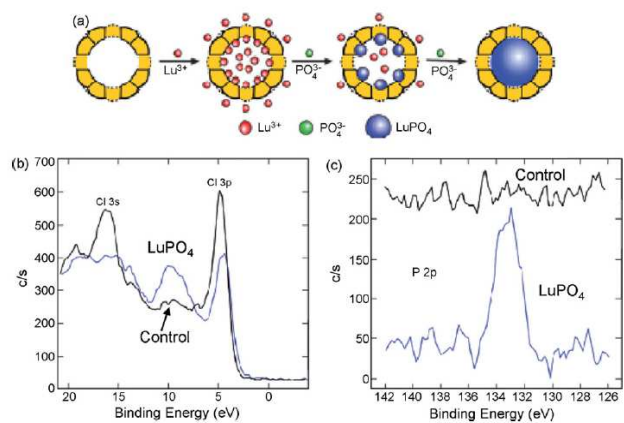


รูปที่ 3

รูปประกอบจากบทความ “การวิเคราะห์เชิงพื้นผิวด้วยเทคนิค
XPS” หน้า 3-9



รูปที่ 2



รูปที่ 6

สารบัญ

สวัสดิ์	1
ข่าวเด่น: CERN รายงานการค้นพบ “อนุภาคฮิกส์โบซอน”	2
การวิเคราะห์เชิงพื้นผิวด้วยเทคนิค XPS	3
ละอองนวล ศรีสมบัติ	
การหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากการเคลื่อนที่แบบบราวน์	10
ของทรงกลมลาเท็กซ์	
นฤมล สุวรรณจันทร์ดี	
มารู้จักจักรวาลแบบพองตัวกันเถอะ! ตอนจบ	15
พงษ์พิชิต จันทร์นุ้ย และ อรุณี ชูนาว่า	
ความถี่กลับของอนุพลศาสตร์ ตอนที่ 3:	22
กฎข้อที่ 1 และ 2 ของอนุพลศาสตร์	
วัชร รัตนสกุลทอง	



สวัสดิ์

สำหรับบทความในฉบับนี้ขอเริ่มต้นกับเรื่องน่าใจให้กับข่าวจากองค์การวิจัยนิวเคลียร์ยุโรป (CERN) ถึงการค้นพบอนุภาคฮิกส์โบซอน จากการวิเคราะห์ผลการทดลองจากเครื่อง Large Hadron Collider (LHC) ซึ่งเป็นความร่วมมือระหว่างนานาชาติบทความที่ตามมาประกอบไปด้วยการอธิบายเกี่ยวกับเทคนิค X-ray photoelectron spectroscopy (XPS) ซึ่งใช้ในการวิเคราะห์ธาตุและปฏิกิริยาต่างๆบนพื้นผิว จากนั้นมาถึงบทความการหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์ โดยการดูการเคลื่อนที่แบบบราวน์ของอนุภาคเล็กๆจากกล้องจุลทรรศน์

ต่อจากนี้จะเป็นตอนต่อจากบทความในฉบับก่อนเรื่อง “มารู้จักจักรวาลแบบพองตัวกันเถอะ!” และการอธิบายถึงกฎข้อที่ 1 และ 2 ของอนุพลศาสตร์ ในตอนที่ 3 ของ “ความถี่กลับของอนุพลศาสตร์”

กองบรรณาธิการ

กองบรรณาธิการ ชานุกิจ กันถ่อง, พวงรัตน์ ไพเราะ, พรรณัน วัฒนกุลวิเศษ, ชิตณรงค์ ศิริสถิตย์กุล, สมศักดิ์ แดงดี, สตรีรัตน์ โฮดัก, นววรรณ สงวนศักดิ์, เข้ม พุ่มสะอาด, ณัฐพร ฉัตรเกษม, อัสวิน สันทรัพย์, วรพงศ์ รักเรืองเดช, สุรเชษฐ์ หลิมกำเนิด, สุปรีย์ พินิจสุนทร, ชุตินทร พันธวงศ์ หัวหน้ากองบรรณาธิการ วรวัฒน์ มีวาสนา ที่ปรึกษากองบรรณาธิการ ประพงษ์ คล้ายสุบรรณ์ ภาพและออกแบบปก วรวัฒน์ มีวาสนา เลขานุการกองบรรณาธิการ นารีรัตน์ ศรีบุรินทร์ จำนวนพิมพ์ 1,000 เล่ม

ติดต่อกองบรรณาธิการ วารสารฟิสิกส์ไทย สมาคมฟิสิกส์ไทย สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี 111 ถนนมหาวิทยาลัย ต. สุรนารี อ. เมือง จ. นครราชสีมา 30000 โทรศัพท์: 044-224319 โทรสาร: 044-224651 อีเมลล์: worawat@g.sut.ac.th วารสารฟิสิกส์ไทย เป็นวารสารราย 3 เดือน มีวัตถุประสงค์เพื่อเผยแพร่สาระ ข่าวสาร และเป็นสื่อสัมพันธ์ในหมู่มวลสมาชิกและผู้สนใจในแวดวงฟิสิกส์ ส่งเสริมให้เกิดการแลกเปลี่ยนข้อมูลและประสบการณ์เกี่ยวกับฟิสิกส์ในวงกว้างที่สร้างสรรค์ โดยความคิดเห็นและทัศนะที่ปรากฏอยู่ในบทความต่างๆ เป็นเฉพาะของผู้เขียนแต่ละท่าน สมาคมฟิสิกส์ไทยไม่จำเป็นต้องเห็นด้วยเสมอไป Website: www.thps.org

คณะกรรมการสมาคมฟิสิกส์ไทย ประจำปี 2554 – 2556 นายกสมาคมฯ รศ. ดร. วิทยา อมรกิจบำรุง อุปนายก รศ. ดร. วีระพงษ์ แพสุวรรณ เลขาธิการ ผศ. ดร. เอกพรรณ สวัสดิ์ชิตังหาญญิก ศ. ดร. ชูกิจ ลิ้มปิจำนงค์ นายทะเบียน รศ. ดร. สันติ แม่นศิริ ปฏิคม ผศ. ดร. รัตติกร ยี่มนิรัฐ บรรณาธิการวารสารฟิสิกส์ไทย ดร. วรวัฒน์ มีวาสนา ประธานสัมพันธ์ ดร. อนนก เจริญภักดี รองเลขาธิการ ผศ. ดร. ทศวรรษ สีตะวัน กรรมการ รศ. ดร. ประยูร ส่งศิริฤทธิกุล, ดร. สาโรช รุจิรวรรณ, ดร. ประพงษ์ คล้ายสุบรรณ์, ผศ. ดร. ศุภกร รักใหม่, ผศ. ดร. ขจรยศ อยู่ดี, ผศ. รังนา ชินพิทักษ์, รศ. ดร. ชีววรรณ บุญญวรรณ, ผศ. ดร. ธนากร โอสดจันทร์, ผศ. ดร. นิรันดร์ วิทิตอนันต์, ดร. สิริพัฒน์ ประโตนเทพ, ดร. ณัฐพร ฉัตรเกษม

ข่าวเด่น

CERN รายงานการค้นพบ “อนุภาคฮิกส์โบซอน”

เมื่อวันที่ 4 กรกฎาคม พ.ศ. 2555 ที่ผ่านมา นักวิทยาศาสตร์จากองค์การวิจัยนิวเคลียร์ยุโรป (CERN) ได้แถลงข้อมูลเกี่ยวกับการค้นพบอนุภาคชนิดใหม่ ซึ่งทีมนักวิทยาศาสตร์เชื่อว่าเป็นอนุภาคที่นักวิทยาศาสตร์ทั่วโลกต่างค้นหาเป็นเวลานานเกือบครึ่งศตวรรษ นั่นคือ อนุภาคที่มีชื่อว่า “ฮิกส์โบซอน” (Higgs boson) โดยรายงานข้อมูลดังกล่าวมาจากทีมนักวิทยาศาสตร์จำนวนสองกลุ่ม ได้แก่ ATLAS และ CMS ซึ่งต่างก็เป็นหนึ่งในการทดลองของ Large Hadron Collider (LHC) โดยทั้งสองทีมได้รายงานข้อมูลที่สอดคล้องกันว่า มวลของอนุภาคฮิกส์โบซอนนั้นมีค่าประมาณ $125 \text{ GeV}/c^2$

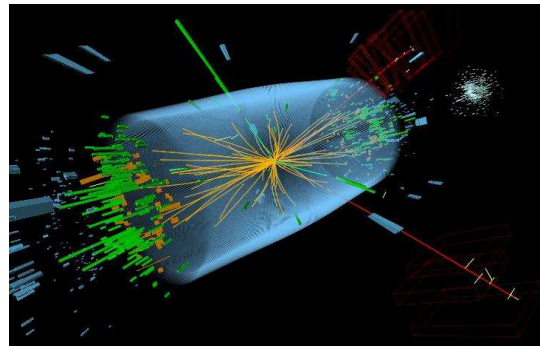


รูปที่ 1 กลุ่มนักวิทยาศาสตร์ในกรุงเจนีวา ประเทศสวิตเซอร์แลนด์ ตบมือกับการยืนยันผลการประกาศการค้นพบอนุภาคฮิกส์โบซอน [1]

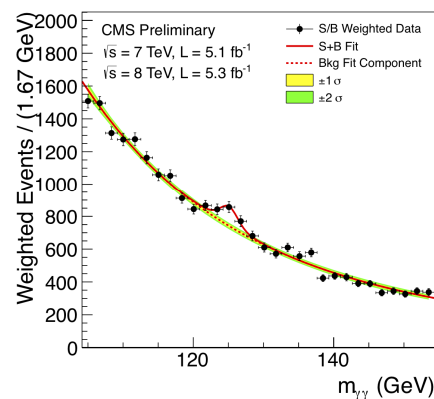
อนุภาคฮิกส์โบซอนนี้เป็นอนุภาคที่เป็นไปตามสมมุติฐานที่เสนอโดยศาสตราจารย์ปีเตอร์ ฮิกส์ (Prof. Peter Higgs) และจัดเป็นอนุภาคที่สำคัญอย่างยิ่งต่ออนุภาคชนิดต่างๆ รวมทั้งแรงชนิดต่างๆ ในธรรมชาติ เนื่องจากการมีอยู่ของฮิกส์โบซอนนั้นจะนำไปสู่การอธิบายถึงกลไกในการทำให้เกิด “มวล” ของอนุภาคมูลฐานต่างๆ นอกจากนี้ในการรวมแรงในธรรมชาติระหว่างแรงแม่เหล็กไฟฟ้าและแรงนิวเคลียร์อย่างอ่อนให้กลายเป็นแรง electroweak นั้น ในทางทฤษฎีแล้วอนุภาคฮิกส์โบซอนถือเป็นอนุภาคสำคัญที่ทำให้เกิดกลไกในการทำให้อนุภาคในการแลกเปลี่ยนแรงนิวเคลียร์อย่างอ่อนได้แก่ w^+ , w^- และ z^0 นั้นมีมวล

ในขณะที่โฟตอนซึ่งจัดเป็นอนุภาคในการแลกเปลี่ยนแรงแม่เหล็กไฟฟ้านั้น ไม่มีมวล

อย่างไรก็ตาม การค้นพบดังกล่าวนี้ ยังคงต้องมีการศึกษาเพิ่มเติมต่อไปถึงสมบัติพื้นฐานของอนุภาคฮิกส์โบซอน การมีอันตรกิริยากับอนุภาคชนิดต่างๆ รวมทั้งสมบัติที่เกี่ยวข้องกับการสลายตัวของอนุภาคดังกล่าวอีกด้วย โดยการเข้าใจถึงสมบัติดังกล่าวจะนำไปยังพรมแดนใหม่ของฟิสิกส์เพื่อไขปริศนาในธรรมชาติต่างๆ ต่อไป



รูปที่ 2 การบันทึกเหตุการณ์การชนกันระหว่างโปรตอนกับโปรตอนที่พลังงาน 8 TeV ด้วยเครื่องวัด CMS [2]



รูปที่ 3 การค้นพบอนุภาคใหม่ที่พลังงาน 125 GeV ซึ่งคาดว่าเป็นอนุภาคฮิกส์โบซอน [2]

เอกสารอ้างอิง

[1] <http://www.nytimes.com> วันที่ 4 ก.ค. 2555

[2] <http://cms.web.cern.ch/news> วันที่ 4 ก.ค. 2555

การวิเคราะห์เชิงพื้นผิวด้วยเทคนิค XPS

ละอองนวล ศรีสมบัติ¹

บทนำ

เทคนิค X-ray photoelectron spectroscopy (XPS) เป็นหนึ่งในเทคนิคการวิเคราะห์วัสดุเชิงพื้นผิวแบบไม่ทำลายสารตัวอย่าง (non-destructive technique) ที่ได้รับความนิยมจากบรรดานักวิจัยหลากหลายสาขาทั่วโลกมาเป็นเวลายาวนาน เทคนิคนี้สามารถให้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับองค์ประกอบของธาตุบนพื้นผิวของวัสดุ ชนิดของพันธะเคมีในระดับ 2-20 ชั้นอะตอม (ประมาณ 10 นาโนเมตร) ความหนาของแผ่นฟิล์ม โครงสร้างของสารเคลือบผิว หมู่ฟังก์ชันที่สำคัญของพื้นผิว และยังสามารถใช้วิเคราะห์อนุภาคที่มีขนาดเล็กถึงประมาณ 1-20 นาโนเมตร รวมทั้งใช้ในการตรวจวิเคราะห์สารชีวโมเลกุลที่มีการจับตัวกับอนุภาคของโลหะที่มีขนาดอยู่ในเรณอนาโนเมตร เทคนิค XPS เป็นเทคนิคที่ให้ข้อมูลทั้งเชิงคุณภาพและปริมาณ และสามารถใช้ในการตรวจวิเคราะห์สารตัวอย่างที่เป็นของแข็ง เช่น โลหะ แก้ว สารกึ่งตัวนำ เซรามิก โพลีเมอร์ หรือของเหลวที่มีความดันไอต่ำๆ ซึ่งมีความสำคัญต่อการวิจัยทางด้าน ฟิสิกส์ของวัสดุ วัสดุศาสตร์ เคมีวิเคราะห์ ตัวเร่งปฏิกิริยา รวมถึงในวงการนาโนวิทยาและนาโนเทคโนโลยี



รูปที่ 1 Prof. Kai Siegbahn [1]

เทคนิค XPS นั้นเดิมมีชื่อเรียกว่า electron spectroscopy for chemical analysis (ESCA) ถูกพัฒนาขึ้นในปี ค.ศ. 1960 โดยศาสตราจารย์ Kai Siegbahn จาก Uppsala University ประเทศสวีเดน ต่อมาในปี ค.ศ. 1981 เขาก็ได้รับรางวัลโนเบลในสาขาฟิสิกส์ การพัฒนาเทคนิค XPS นั้นเกิดจากการค้นพบและการอธิบายปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก (photoelectric effect)

ถึงแม้ว่ารังสีเอกซ์จะมีอำนาจในการทะลุทะลวงสูง แต่ XPS ถูกมองว่าเป็นเทคนิคการวิเคราะห์เชิงพื้นผิวของสารตัวอย่าง โดยอาศัยหลักการที่ว่า โฟโตอิเล็กตรอนที่ถูกปลดปล่อยออกจากสารตัวอย่างโดยไม่มีการสูญเสียพลังงานจลน์นั้นจะต้องเป็นโฟโตอิเล็กตรอนที่เกิดที่ผิวของสารตัวอย่างเท่านั้น ถึงแม้ว่าจะมีโฟโตอิเล็กตรอนเกิดขึ้นที่บริเวณลึกลงจากพื้นผิว แต่โฟโตอิเล็กตรอนดังกล่าวจะเกิดการสูญเสียพลังงานจลน์ก่อนที่จะหลุดออกมาจากพื้นผิว โดยอาจสูญเสียพลังงานจลน์เมื่อชนกับอะตอมอื่นๆ ในสารตัวอย่าง

หลักการเบื้องต้นของ XPS

เทคนิค XPS นั้นอาศัยหลักการพื้นฐานของปรากฏการณ์โฟโตอิเล็กทริก คือ เมื่อฉายรังสีเอกซ์แก่สารตัวอย่างจะทำให้เกิดการถ่ายโอนพลังงานของรังสีเอกซ์ให้กับอิเล็กตรอนที่อยู่ระดับชั้นพลังงานต่างๆ ของธาตุที่เป็นองค์ประกอบ โดยอิเล็กตรอนที่ได้รับพลังงานเพียงพอจะสามารถหลุดออกมาจากอะตอมได้ โดยที่พลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่หลุดออกมา (E_k) นั้น มีค่าเท่ากับความแตกต่างระหว่างพลังงานของรังสีเอกซ์ (hf) กับ พลังงานยึดเหนี่ยว (binding energy) ของอิเล็กตรอน (E_B) ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการอย่างง่ายได้เป็น

$$E_k = hf - E_B \quad (1)$$

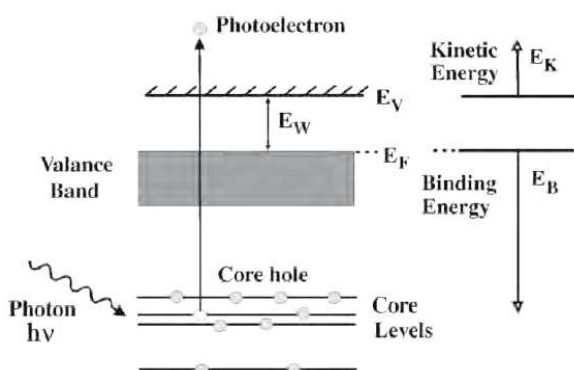
เมื่อพลังงานยึดเหนี่ยว E_B บ่งบอกถึงความแรงของอันตรกิริยาระหว่างอิเล็กตรอนกับนิวเคลียส โดยจะขึ้นอยู่กับสภาวะแวดล้อมของอะตอมและชนิดของอะตอม สำหรับสารตัวอย่างที่มีสถานะ

¹อาจารย์ (ดร.) ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

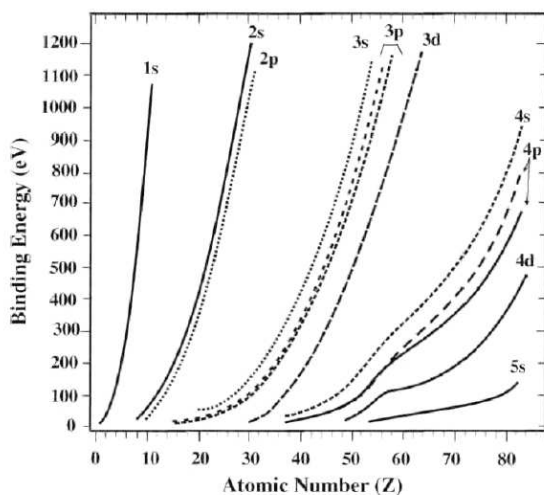
เป็นแก๊สนั้น สามารถใช้สมการนี้ได้เลย แต่หากสารตัวอย่างมีสถานะเป็นของแข็ง เนื่องจาก E_B คิดจากระดับชั้นพลังงานของแข็งที่เทียบกับ Fermi level หากจะแก้ไขให้เป็น vacuum level จะต้องเพิ่มพจน์ที่เรียกว่า work function (ϕ) จึงได้สมการใหม่เป็น

$$E_k = hf - E_B - \phi \quad (2)$$

ระดับชั้นพลังงานต่างๆ ที่เกี่ยวข้องแสดงได้ดัง รูปที่ 2



รูปที่ 2 ระดับชั้นพลังงานของอะตอมและการเกิดโฟโตอิเล็กตรอน [2]



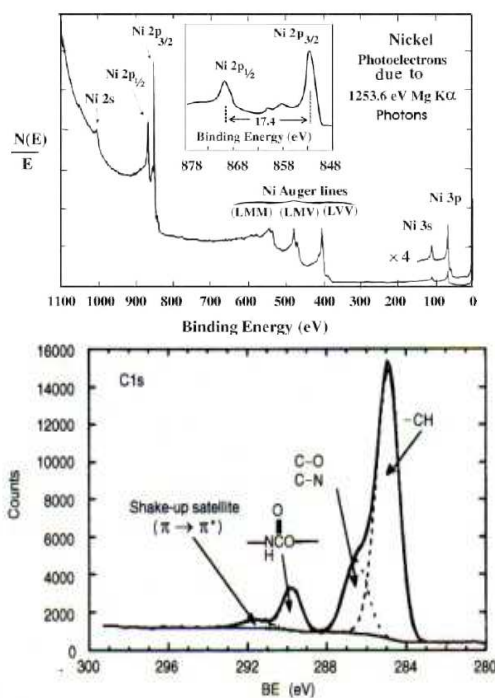
รูปที่ 3 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าพลังงานยึดเหนี่ยวของอิเล็กตรอนกับเลขอะตอม [2]

เนื่องจาก E_B ขึ้นกับชนิดของธาตุ ดังแสดงในรูปที่ 3 ซึ่งสังเกตลักษณะทั่วไปได้ดังนี้

- สำหรับธาตุชนิดเดียวกัน $E_B(1s) > E_B(2s) > E_B(2p)$
- สำหรับออร์บิทัล (orbital) เดียวกัน ธาตุที่มีเลขอะตอมมากกว่า มีพลังงานยึดเหนี่ยวที่มากกว่า เช่น $E_B(\text{Na } 1s) < E_B(\text{Mg } 1s)$

– สำหรับธาตุที่เป็นไอโซโทปกัน พลังงานยึดเหนี่ยวจะไม่ต่างกัน $E_B(^7\text{Li } 1s) = E_B(^6\text{Li } 1s)$

เมื่อทำการตรวจวัดพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนที่ถูกปลดปล่อยออกมาก็จะทำให้ทราบถึงชนิดของอะตอมที่ปลดปล่อยอิเล็กตรอนเหล่านั้นออกมาได้นั่นเอง นอกจากนี้ข้อมูลที่ได้ยังสามารถนำไปใช้ในการศึกษาถึงสภาพแวดล้อมของอะตอมตัวนั้นได้อีกด้วย อิเล็กตรอนที่หลุดออกมาจากอะตอมนั้นอาจจะเป็นอิเล็กตรอนวงใน (core level) หรือ อิเล็กตรอนเวเลนซ์ (valence electron) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับพลังงานของรังสีเอกซ์ที่ใช้ เทคนิค XPS ให้ข้อมูลเกี่ยวกับองค์ประกอบของสารตัวอย่างโดยการวัดการกระจายพลังงานของอิเล็กตรอนวงใน ซึ่งเป็นลักษณะเฉพาะสำหรับอะตอมหนึ่งๆ เนื่องจากพลังงานยึดเหนี่ยวของอิเล็กตรอนในแต่ละออร์บิทัลมีลักษณะเฉพาะ แต่ละธาตุจะมีพีค (peaks) ของสเปกตรัมของโฟโตอิเล็กตรอนที่เป็นลักษณะเฉพาะเช่นกัน การปรากฏพีคที่ตำแหน่งพลังงานยึดเหนี่ยวต่างๆ เป็นตัวบ่งบอกชนิดของธาตุนั้นเอง ส่วนความเข้มของพีคบ่งบอกถึงปริมาณหรือความเข้มข้นของธาตุดังกล่าวในสารตัวอย่าง นอกจากนี้ยังสามารถให้ข้อมูลเกี่ยวกับสิ่งแวดล้อมของธาตุนั้นๆ ได้ โดยพิจารณาจาก chemical shift หรือการเปลี่ยนแปลงของพลังงานยึดเหนี่ยวเมื่อทำ



รูปที่ 4 บน (สเปกตรัมในช่วงกว้างของนิกเกิล [2]) ล่าง (สเปกตรัมในช่วงแคบของ C 1s [3])

การวิเคราะห์ที่มีการใช้เครื่องมือที่ให้ความแม่นยำมาก นอกจากนี้ยังสามารถให้ผลวิเคราะห์เชิงปริมาณได้ โดยพิจารณาจากความเข้มของสัญญาณโฟโตอิเล็กตรอน นอกจากการวิเคราะห์ที่พื้นผิวแล้ว ก็ยังสามารถใช้ในการวิเคราะห์องค์ประกอบทางเคมีของวัสดุในแต่ละชั้นระนาบของอะตอมที่ซ้อนทับกันลึกลงไปในเรื่องของวัสดุ (compositional depth profiles) ได้โดยการวิเคราะห์ความเข้มของฟลักซ์เทียบกับมุมที่ทำการตรวจวัด

ลักษณะสเปกตรัมของ XPS

สเปกตรัมของ XPS แสดงดัง รูปที่ 4 ซึ่งเป็นกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง ค่าของพลังงานยึดเหนี่ยว กับ ค่าความเข้มของสัญญาณซึ่งบ่งบอกของปริมาณธาตุชนิดนั้นในสารตัวอย่าง

ฟลักซ์พลังงานยึดเหนี่ยวหนึ่งๆ จะเป็นลักษณะเฉพาะของแต่ละอิเล็กตรอนที่ระดับชั้นพลังงานหนึ่งๆ ของแต่ละธาตุเท่านั้น ตัวอย่างแสดงในรูปที่ 4)ก (ซึ่งเป็นสเปกตรัมในช่วงกว้าง (wide spectrum) ของนิกเกิลที่มีการใช้แหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ชนิด $Mg K_{\alpha}$ (พลังงานมีค่าเท่ากับ 1253.6 eV) โดยสามารถสังเกตเห็นฟลักซ์ของอิเล็กตรอนของ Ni ที่ออร์บิทัล 2s 2p 3s และ 3p สรุปลักษณะที่สำคัญของสเปกตรัม ซึ่งมีความสำคัญต่อการแปลผลข้อมูลที่ได้ดังนี้

- Photoemission peak ของอิเล็กตรอนวงในเป็นฟลักซ์ที่แคบ (narrow) มีรูปร่างเกือบจะสมมาตร มีความเข้มสูง (intense) และยังพบการเลื่อนของสัญญาณที่เป็นผลจากลักษณะทางเคมี นอกจากนี้มีการแยกของฟลักซ์หลักออกเป็นสองฟลักซ์ซึ่งเป็นผลของอันตรกิริยา spin-orbit coupling เช่น สองฟลักซ์ของ Ni 2p_{1/2} และ Ni 2p_{3/2} ในรูปเล็กที่แทรกอยู่ในรูปที่ 4)ก (กล่าวคือ เมื่ออิเล็กตรอนในชั้น 3p หลุดออกไปหนึ่งอิเล็กตรอนจากการชนของโฟตอนรังสีเอกซ์ อิเล็กตรอนที่เหลืออยู่จะสามารถจัดเรียงตัวในแบบ spin-up หรือ spin-down ทำให้เกิดอันตรกิริยาเชิงแม่เหล็กระหว่างอิเล็กตรอนกับ orbital angular momentum ที่เรียกว่า spin-orbit coupling ส่งผลทำให้เกิดการแยกฟลักซ์หลักเป็นสองฟลักซ์ที่มีพื้นที่ใต้ฟลักซ์ไม่เท่ากัน
- ฟลักซ์ของ Auger electron ที่มีปรากฏรวมอยู่ด้วยกับโฟโตอิเล็กตรอนจาก core level เสมอ ซึ่งสามารถแยกความแตกต่างของฟลักซ์ทั้งสองประเภทนี้ได้โดยอาศัยวิธีการเปลี่ยนค่าพลังงานของแหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ โดยตำแหน่งฟลักซ์ของ Auger electron จะไม่

มีการเปลี่ยนแปลง ในขณะที่ค่าพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนวงในนั้นจะขึ้นอยู่กับพลังงานของแหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์เริ่มต้น ตามสมการที่ 1)

นอกจากสเปกตรัมที่ได้จะเป็นสเปกตรัมในช่วงกว้างแล้ว ก็ยังสามารถที่จะเลือกตรวจวัดสเปกตรัม XPS ในช่วงพลังงานที่แคบ (narrow scan) เพื่อดูข้อมูลเกี่ยวกับพันธะของสาร หรือออกซิเดชันของธาตุได้อีกด้วย ยกตัวอย่างเช่น รูปที่ 4)ข (ซึ่งเป็นฟลักซ์ XPS ของ C1s ของพอลิยูรีเทน (polyurethane)

จากที่กล่าวมานั้น สรุปได้ว่าข้อมูลที่สำคัญที่ได้จากเทคนิค XPS ในการวิเคราะห์เชิงพื้นผิวของสารตัวอย่างที่มีความลึกในระดับ 10 นาโนเมตรจากพื้นผิว ได้แก่

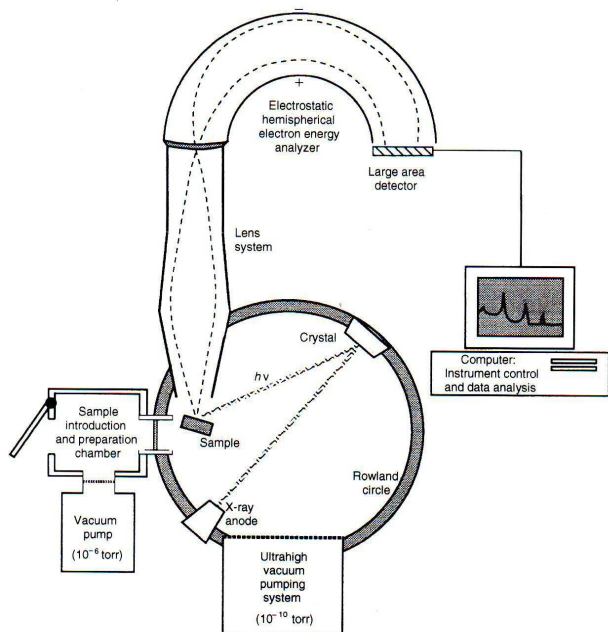
- การบ่งบอกชนิดของธาตุทุกตัว ยกเว้น H และ He โดยความเข้มของธาตุนั้น $0.1 \geq$ เปอร์เซ็นต์
- การบ่งบอกปริมาณของธาตุที่เป็นองค์ประกอบในสารตัวอย่าง (ความคลาดเคลื่อนประมาณ ± 10 เปอร์เซ็นต์)
- ข้อมูลเกี่ยวกับสภาพแวดล้อมของธาตุที่สนใจ เช่น เลขออกซิเดชัน อะตอมที่เกิดพันธะ
- ข้อมูลองค์ประกอบ (depth profile) (ที่มีความลึกประมาณ 10 นาโนเมตรจากพื้นผิว โดยการใช้เทคนิค angular-dependent ESCA ถ้าเป็นการวิเคราะห์แบบไม่ทำลายสารตัวอย่าง) non-destructive analysis (
- ข้อมูล depth profile ที่มีความลึกประมาณหลายร้อยนาโนเมตรจากพื้นผิว โดยการใช้ ion etching ในกรณีนี้ถือว่าเป็นการวิเคราะห์แบบทำลายสารตัวอย่าง (destructive analysis)
- การเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบทางเคมีตามแนวขวาง (lateral variation)
- “finger print” ของวัสดุหนึ่งๆ โดยพิจารณาจากสเปกตรัมแถบเวเลนซ์ (valence band spectra (

2. รายละเอียดเกี่ยวกับเครื่อง XPS

องค์ประกอบพื้นฐานที่สำคัญในเครื่อง XPS ประกอบด้วย ระบบสุญญากาศ (vacuum system) แหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ (X-ray source) ตัววิเคราะห์พลังงานอิเล็กตรอน (electron energy analyzer) และระบบข้อมูล (data system) ดังแสดงใน รูปที่ 5 โดยจะขอลำถึงเฉพาะสามส่วนแรก

2.1 ระบบสุญญากาศ

ระบบสุญญากาศเป็นสิ่งที่จำเป็นต่อเครื่อง XPS โดยเฉพาะใน main chamber หรือ analytical chamber เนื่องจากโฟโตอิเล็กตรอนที่หลุดออกมาจากสารตัวอย่างจะต้องเดินทางไปถึงเครื่องตรวจวัดโดยไม่มีการชนกับอนุภาคใดๆ ระบบสุญญากาศที่ต้องการนั้นขึ้นอยู่กับความไวในการเกิดปฏิกิริยาของสาร สำหรับการใช้งานโดยทั่วไปนั้นจะใช้ระบบสุญญากาศขนาดประมาณ 10^{-10} torr ในขณะที่ถ้าเป็นการศึกษาสารตัวอย่างจำพวกพอลิเมอร์ก็สามารถใช้ระบบสุญญากาศประมาณ 10^{-9} torr ได้ ระบบสุญญากาศที่จำเป็นประกอบไปด้วย 2 ส่วนเชื่อมต่อกันด้วยวาล์วปิด ส่วนแรกเรียกว่า load-lock chamber หรือ preparation chamber สารตัวอย่างจะใส่ใน chamber นี้ก่อน ซึ่งต่อเข้ากับ turbomolecular pump เพื่อทำให้เกิดสุญญากาศซึ่งไม่สูงมากนัก หลังจากนั้นสารตัวอย่างจะถูกนำเข้าสู่ main chamber ซึ่งเป็นระบบสุญญากาศสูงมาก (ultrahigh vacuum)



รูปที่ 5 แผนภาพแสดงองค์ประกอบหลักของเครื่อง XPS อย่างง่าย [3]

2.2 แหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์

รังสีเอกซ์ที่ถูกผลิตขึ้นและปลดปล่อยออกมาจากหัวแอโนดนั้นเป็นรังสีแบบฟลูออเรสเซนซ์ (fluorescence X-rays) ซึ่งถูกปลดปล่อยออกมาพร้อมกับอิเล็กตรอน อย่างไรก็ตาม รังสีเอกซ์ที่นำมาใช้ในเทคนิค XPS จะต้องเป็น characteristic X-

ray เท่านั้น ซึ่งมีความจำเพาะขึ้นอยู่กับชนิดของวัสดุที่ใช้เป็นแอโนด เพื่อให้ครอบคลุมช่วงพลังงานอาจมีการใช้แอโนดหลายชนิด แต่โดยส่วนใหญ่มักนิยมใช้แอโนดหนึ่งหรือสองแอโนดเท่านั้น โดยวัสดุสำหรับแอโนดที่นิยมใช้กันมากคือ Al (พลังงานรังสีเอกซ์ 1486.6 eV) และ Mg (พลังงานรังสีเอกซ์ 1253.6 eV) การให้กำเนิดรังสีเอกซ์จะมีความร้อนเกิดขึ้นมาด้วย ดังนั้นจึงต้องมีระบบหล่อเย็นด้วยน้ำ เนื่องจากรังสีเอกซ์ที่ต้องการสำหรับการวิเคราะห์ในเทคนิค XPS นั้นต้องเป็นแบบโมโนโครมาติก (monochromatic X-ray) ดังนั้นจึงต้องมีวิธีการกำจัดรังสีกลุ่ม Bremsstrahlung และรังสีเอกซ์เรย์ที่มีค่าพลังงานต่ำๆ (satellite X-rays) ด้วยการใช้ quartz crystal ในการคัดกรองโดยอาศัยหลักการของ Bragg นอกจากนี้ความร้อนและอิเล็กตรอนที่เกิดขึ้นจากแอโนดก็จะถูกคัดกรองออกไปด้วย อย่างไรก็ตาม วิธีการดังกล่าวนี้ก็มีข้อเสียตรงที่จะไปทำให้ความเข้มของรังสีเอกซ์ที่ได้นั้นลดลง รังสีเอกซ์ที่ตกกระทบบนสารตัวอย่างนั้นมีความยาวของลำรังสีที่แตกต่างกันไปโดยขึ้นอยู่กับแหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ที่ใช้ รังสีเอกซ์ที่มีหลายความยาวคลื่น (non-chromatic X-rays) ลำรังสีที่ตกกระทบบนสารตัวอย่างจะมีเส้นผ่านศูนย์กลางประมาณ 1-2 เซนติเมตร แต่ถ้าเป็นการใช้ monochromatic X-ray จะทำให้สามารถลดขนาดของลำรังสีเอกซ์ที่ตกกระทบบนผิวสารตัวอย่างได้จนถึงระดับไมโครเมตร

2.3 ตัววิเคราะห์พลังงาน

ระบบตรวจวัดประกอบด้วย 3 ส่วนคือ collection lens energy analyzer และ detector โดยที่ collection lens ทำหน้าที่รวบรวมโฟโตอิเล็กตรอน และทำหน้าที่ลดพลังงานจลน์ของอิเล็กตรอนให้เพียงพอที่จะเข้าสู่ energy analyzer ส่วน energy analyzer ที่นิยมใช้ เช่น concentric hemispherical analyzer (CHA) (ดูในรูปที่ 5) ซึ่งให้ resolution ที่สูง ประกอบด้วย concentric hemispheres 2 ชุดที่มีรัศมีความโค้งที่แตกต่างกัน ความต่างศักย์ของทั้งสองแผ่นจะต่างกัน อิเล็กตรอนจะเบี่ยงเบน (deflect) ภายใต้อิทธิพลไฟฟ้าของ hemisphere ทั้งสอง ซึ่งอิเล็กตรอนจะมีช่วงพลังงานหนึ่งๆ เท่านั้น และสามารถเคลื่อนที่จาก entrance slit ไปยัง exit slit ได้โดยไม่เกิดการชนกับ hemisphere ดังนั้นอิเล็กตรอนที่มีค่าพลังงานแตกต่างกันจึงถูกระบบดังกล่าวคัดแยกออกจากกัน โดยอาศัยความต่างศักย์ที่ให้สนามไฟฟ้าในชุด hemisphere

ดังกล่าวนั่นเอง ส่วนสุดท้ายคือ detector ทำหน้าที่ตรวจนับอิเล็กตรอนที่ออกจาก energy analyzer เนื่องจากอิเล็กตรอนที่ออกมาจาก analyzer exit เป็นช่วงพลังงาน ดังนั้นจึงใช้ระบบ multichannel array เพื่อบันทึกจำนวนอิเล็กตรอนที่ออกจาก analyzer ที่พลังงานหนึ่งๆ

3. การประยุกต์

3.1 ตัวเร่งปฏิกิริยา

การวิเคราะห์เชิงพื้นผิวมีส่วนสำคัญมากในการเข้าใจถึง ความว่องไวในการเกิดปฏิกิริยา (reactivity) ความเฉพาะเจาะจงในการเกิดปฏิกิริยา (selectivity) และความสามารถในการเร่งปฏิกิริยาของตัวเร่งปฏิกิริยา ดังนั้นจึงมีการนำ XPS มาใช้วิเคราะห์การเร่งปฏิกิริยาที่พื้นผิวของตัวเร่งปฏิกิริยา ตัวอย่างเช่น การประยุกต์ใช้เทคนิค XPS เพื่อศึกษาตัวเร่งปฏิกิริยาที่ใช้สำหรับเซลล์เชื้อเพลิง (fuel cell) โดยศึกษาการเปลี่ยนแปลงโครงสร้างอิเล็กทรอนิกส์ (electronic structure) และองค์ประกอบของตัวเร่งปฏิกิริยาในเซลล์เชื้อเพลิง โดยติดตามจากการเปลี่ยนแปลงของค่าพลังงานยึดเหนี่ยวของอิเล็กตรอนวงใน [4]

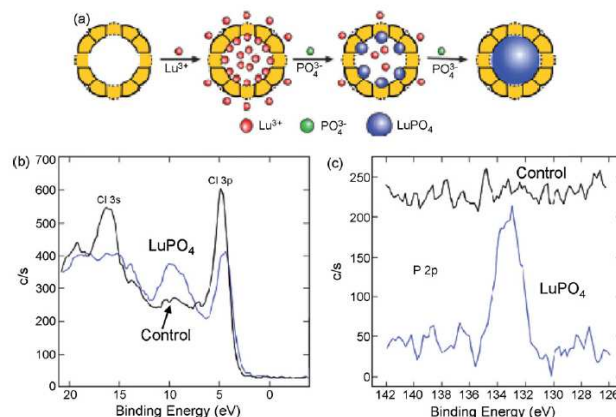
3.2 วัสดุโครงสร้างนาโน

สามารถใช้เทคนิค XPS ในการศึกษาวัสดุโครงสร้างนาโน (nanostructure materials) เช่น การศึกษาเอกลักษณ์ฟิล์มที่เคลือบบนซับสเตรต (substrate) โดยอาจศึกษาหาหมู่ฟังก์ชันที่ปลาย (terminal group) ลักษณะการเคลือบบนผิวของโมเลกุล หรือแม้กระทั่งการศึกษารูปแบบและธรรมชาติของแผ่นฟิล์มของพอลิเมอร์ที่เคลือบบนซับสเตรตต่างๆ [5] เป็นต้น

เทคนิค XPS ยังถูกใช้ในการศึกษาวัสดุนาโนจำพวกอนุภาคนาโน (nanoparticles) เช่น การศึกษาปฏิกิริยาออกซิเดชันของอนุภาคนาโน [6] การหาขนาดอนุภาคของอนุภาคนาโน [7] การศึกษาโครงสร้างอิเล็กทรอนิกส์ของ อนุภาคนาโนโครงสร้างคอร์เชลล์ (core-shell nanoparticles) [8]

ตัวอย่างสำหรับการศึกษาการเกิดผลิตภัณฑ์ที่เป็นอนุภาคนาโนโครงสร้างคอร์เชลล์ โดยมี apoferritin เป็นเชลล์ (shell) และ LuPO_4 เป็นคอร์ (core) [5] แสดงได้ดังรูปที่ 6 ในการวิจัยนี้เป็นการประยุกต์การใช้งาน XPS เพื่อเป็นตัวบ่งบอกว่า LuPO_4 เกิดขึ้นภายในชั้นของ apoferritin โดยคาดว่า Li^{3+} แพร่ผ่านชั้น

apoferritin เมื่อมีการเติม PO_4^{3-} ลงไป ไอออนทั้งสองจะเกิดการรวมตัวกันเป็น LuPO_4 อยู่ภายใน



รูปที่ 6 (บน) แผนภาพการเกิด LuPO_4 core / apoferritin shell และ (ล่าง) สเปกตรัม XPS ในช่วง valence band [5]

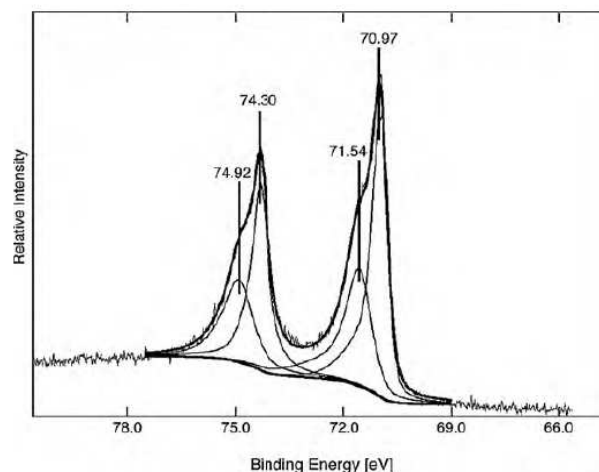
3.3 สารอินทรีย์ที่เคลือบบนผิวซับสเตรต

สารอินทรีย์ที่เคลือบบนผิวซับสเตรต (SAMs: self-assembled monolayers) (ประกอบด้วยโมเลกุลที่เคลือบอยู่บนพื้นผิวของซับสเตรต อาจเรียกอย่างง่ายว่า ฟิล์ม โดยที่สามารถควบคุมสมบัติทางกายภาพและทางเคมีได้โดยการเลือกส่วนประกอบของ SAMs ที่ประกอบด้วยสามส่วนคือ ส่วนหัว (head group) เป็นส่วนที่ยึดจับกับซับสเตรต ส่วนหาง (tail group) และส่วนกลาง (spacer) เป็นส่วนที่เชื่อมระหว่างส่วนหัวและส่วนหาง ส่วนสำคัญในการกำหนดสมบัติเคมีเชิงพื้นผิวคือส่วนหางนั่นเอง อย่างไรก็ตาม ส่วนหัวและส่วนกลางมีความสำคัญในเชิงการกำหนดสมบัติทางกายภาพ เช่น ความหนาแน่นในการบรรจุของฟิล์ม (packing density) (และความเสถียรของแผ่นฟิล์ม ในการประยุกต์ใช้งานของ SAMs ในด้านต่างๆ เช่น ตัวตรวจวัดอิเล็กทรอนิกส์ (sensor electronics) (หรือ lithography นั้น มีความจำเป็นต้องใช้ความรู้เชิงพื้นผิวของ SAMs เป็นอย่างดี ดังนั้น XPS จึงเป็นเทคนิคที่ให้มีความสำคัญอย่างมากในการให้ข้อมูลเกี่ยวกับ chemical identity ความหนาแน่นในการบรรจุของฟิล์ม (packing density) (และความเสถียรของแผ่นฟิล์ม SAMs จนถือได้ว่า XPS เป็นเทคนิคพื้นฐานสำหรับการวิจัยในเรื่อง SAMs ยกตัวอย่างเช่น การวิเคราะห์หา packing density ของสารอินทรีย์ที่เคลือบบนผิวของทองคำ สามารถวิเคราะห์ได้โดยการเทียบความเข้มของสัญญาณของ C 1s/Au 4f [9]

4. การพัฒนา XPS

ในทศวรรษที่ผ่านมา มีการพัฒนาเทคนิค XPS อย่างต่อเนื่องเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการวิเคราะห์เชิงพื้นผิว อาจแบ่งการพัฒนานี้ออกเป็นสองประเด็นอย่างง่ายคือ การเปลี่ยนแหล่งกำเนิดของรังสีเอกซ์ และการพัฒนาอุปกรณ์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง

การเพิ่มประสิทธิภาพของเครื่องมือ XPS โดยการเปลี่ยนแหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ เช่น การใช้ แสงซินโครตรอน (synchrotron) เป็นแหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ ซึ่งเป็นเทคนิคที่สามารถให้รังสีเอกซ์ที่มีค่าพลังงานในช่วงกว้างและมีความเข้มสูงมากกว่าแบบแอโนด เรียกเทคนิคดังกล่าวว่า high-resolution X-ray photoelectron spectroscopy (HRXPS) การพัฒนานี้ทำให้สามารถแยกความแตกต่างของค่าพลังงานได้อย่างละเอียด (high energy resolution) (ถึง 0.4-0.3 eV ทำให้มีความแม่นยำในการวิเคราะห์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งการวัดการเลื่อนของค่าพลังงานยึดเหนี่ยว) (chemical shift) และเลขออกซิเดชันของสารตัวอย่างที่เกิดจากสภาวะแวดล้อมที่แตกต่างกัน การใช้แสงซินโครตรอนมีข้อดีด้วยกันหลายข้อ เช่น การตรวจวัดค่าการเลื่อนของค่าพลังงานยึดเหนี่ยวทำได้ละเอียดโดยลักษณะพีคที่ได้จะแคบซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากในการบ่งบอกความไม่เป็นเนื้อเดียวกันของสารตัวอย่าง นอกจากนี้ ผลจากการที่สามารถเลือกช่วงพลังงานรังสีเอกซ์ในช่วงที่กว้าง ทำให้สามารถวิเคราะห์องค์ประกอบตามความลึกจากพื้นผิว (depth profiling) ของสารตัวอย่างโดยไม่ต้องมีการหมุนสารตัวอย่างแบบเทคนิคดั้งเดิม เพราะความไวในการวิเคราะห์ที่พื้นผิวขึ้นกับพลังงานของรังสีเอกซ์ที่ใช้ ในเมืองไทยเองก็มีแหล่งกำเนิดแสงซินโครตรอนดังกล่าวอยู่ที่ **สถาบันวิจัยแสงซินโครตรอน** องค์การมหาชน (จังหวัดนครราชสีมา แต่อย่างไรก็ดี เทคนิคนี้ก็มีข้อจำกัดคือ แหล่งกำเนิดแสงซินโครตรอนมีราคาที่สูงมาก สำหรับแหล่งกำเนิดซินโครตรอนนั้นเราสามารถเลือกช่วงพลังงานโฟตอนในการวิเคราะห์ได้ เช่น สามารถเลือกใช้โฟตอนพลังงานต่ำ ซึ่งสามารถเพิ่มความไว (sensitivity) ในการวิเคราะห์พื้นผิว เช่น พื้นผิวของ Pt(111) ดังรูปที่ 7 [4] ที่พบว่า พีคของ Pt $4f_{7/2}$ และ $4f_{5/2}$ มีลักษณะมีไหล่พีค ซึ่งบ่งบอกว่ามี Pt อยู่มากกว่าหนึ่งรูปแบบ กล่าวคือ พีคที่พลังงานยึดเหนี่ยว 74.30 และ 70.97 eV เป็นพีคของ Pt ที่พื้นผิวซึ่งมีโคออร์ดิเนตที่ต่ำกว่า Pt ใน bulk (74.92 และ 71.54 eV)



รูปที่ 7 สเปกตรัม XPS ของ Pt 4f ที่ได้จากการใช้โฟตอนพลังงานต่ำ (160 eV) [4]

นอกจากนั้น ยังมีการเพิ่มประสิทธิภาพของเทคนิค XPS โดยการปรับปรุงอุปกรณ์อื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับเครื่องมือ XPS ตัวอย่างเช่น การเพิ่มสมรรถนะของระบบปั๊ม (pump) และเลนส์ไฟฟ้าสถิต (electrostatic lens) เพื่อตรวจจับสัญญาณของโฟโตอิเล็กตรอนชนิดที่มักจะสูญเสียไปในระหว่างการกระเจิงของอิเล็กตรอนในสถานะที่ไม่ได้เป็นระบบสุญญากาศที่สูงมาก (ultrahigh vacuum) ส่งผลทำให้สามารถรับสัญญาณได้ดีขึ้น เรียกเทคนิคดังกล่าวว่า เทคนิค ambient pressure photoelectron spectroscopy (APPEs) [10] หรือ การพัฒนาระบบแอโนดที่มีการรายงานโดย Gelius และคณะ โดยการใช้แอโนดที่สามารถหมุนได้แบบที่มีน้ำเป็นตัวหล่อเย็น แทนแอโนดดั้งเดิม ทำให้สามารถวัดค่าพลังงานได้ละเอียดมากยิ่งขึ้น [11] นอกจากนี้ยังมีการพัฒนาระบบตัววิเคราะห์พลังงานอิเล็กตรอน (electron energy analyzers) เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการวิเคราะห์องค์ประกอบของสารตัวอย่างเป็นชั้นๆ (layer by layer) จากพื้นผิวโดยไม่ทำลายสารตัวอย่างที่เรียกว่า angle-resolved XPS [12] วิธีพัฒนาอีกรูปแบบคือการนำเอา XPS มาใช้เพื่อการวิเคราะห์การกระจายตัวขององค์ประกอบบนพื้นผิวของสารตัวอย่างโดยอาศัยลักษณะที่เฉพาะเจาะจงของโฟโตอิเล็กตรอนของแต่ละองค์ประกอบแล้วนำเสนอออกมาเป็นรูปภาพ [13] เป็นต้น

5. บทสรุป

เทคนิค XPS ถือได้ว่ามีความสำคัญอย่างยิ่งในการให้ข้อมูลเชิงพื้นผิว มีความสำคัญต่อวิทยาศาสตร์หลายแขนง ไม่ว่าจะเป็น การดัดแปลงพื้นผิว (surface modification) ฟิสิกส์ของวัสดุ วัสดุศาสตร์ เคมีวิเคราะห์ นาโนวิทยาและนาโนเทคโนโลยี การศึกษาวัสดุชีวภาพหรือแม้กระทั่งการศึกษาตัวเร่งปฏิกิริยาในเซลล์เชื้อเพลิง เป็นต้น นอกจากนี้ยังสามารถวิเคราะห์สารตัวอย่างได้หลากหลายชนิดไม่ว่าจะเป็น พอลิเมอร์ สารอินทรีย์ สารอนินทรีย์ โลหะ หรือคอมโพสิต หรือสารในทางชีวโมเลกุล เช่น DNA เป็นต้น ดังนั้นจึงมีการพัฒนาเทคนิคดังกล่าวอย่างต่อเนื่องเพื่อตอบสนองความต้องการการวิเคราะห์ที่มีความละเอียดและแม่นยำที่สูงมากขึ้น เพื่อรองรับกับการพัฒนาทางด้านนาโนวิทยาและนาโนเทคโนโลยีที่เป็นไปอย่างก้าวกระโดดสามารถให้ข้อมูลเกี่ยวกับองค์ประกอบทางเคมี และเลขออกซิเดชันของอะตอมเชิงพื้นผิว รวมทั้งบริเวณรอยต่อระหว่างผิวของวัสดุ (interface) ซึ่งก็ล้วนแต่เป็นปัจจัยที่สำคัญส่งผลต่อพฤติกรรมหรือสมบัติของวัสดุ

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ อาจารย์ชาญกิจ คั่นช่อง สำหรับคำแนะนำและการปรับปรุงบทความนี้ ให้มีความถูกต้อง และอยู่ในรูปแบบที่เหมาะสม

เอกสารอ้างอิง

- [1] http://www.ae-info.org/ae/User/Siegbahn_Kai, accessed 1/07/2012
- [2] H.R. Verman, *Atomic and Nuclear Analytical Methods*, Springer-Verlag, New York, 2007.
- [3] B. Ratner and D. Castner, "Electron Spectroscopy for Chemical Analysis," in J. C. Vickerman (ed.), *Surface Analysis* (p 43-98), John Wiley & Son, New York, 1997.
- [4] C.J. Corcoran, H. Tavassol, M.A. Rigby, P.S. Bagus, A. Wieckowski, *J. Power Sources* 195 (2010)7856 .
- [5] D.R. Baer, M.H. Engelhard, *J. Electron. Spectrosc. Relat. Phenom.* 178-179 (2010) 415.
- [6] D.Q. Yang, J.N. Gillet, M. Meunier, E. Sacher, *J. Appl. Phys.* (2005) 97 .6
- [7] D.Q. Yang, M. Meunier, E. Sacher, *Appl. Surf. Sci.* (2001) 173 .134
- [8] I. Tunc, U.K. Demirok, S. Suzer, M.A. Correa-Duarte, L.M. Liz-Marzan, *J. Phys. Chem. B* .24182 (2005) 109

- [9] M. Zharnikov, *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom.* 178-179 (2010) 380.
- [10] G. Rupprechter, C. Weilach, *J. Phys. Condens. Matter* 20 (2008) 17.
- [11] U. Gelius, B. Wannberg, P. Baltzer, H. Fellner-Feldegg, G. Carlsson, C.G. Johansson, J. Larsson, P. Munger, G. Vegerfors, *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom.* 52 (1990) 747.
- [12] C.R. Brundle, G. Conti, P. Mack, *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom.* 178-179 (2010) 433.
- [13] C.J. Blomfield, *J. Electron Spectrosc. Relat. Phenom.* 143 (2005) 241.

การหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากการเคลื่อนที่แบบบราวน์ ของทรงกลมลาเท็กซ์

นฤมล สุวรรณจันทร์¹

การเคลื่อนที่แบบบราวน์

ในปี ค.ศ. 1827 Robert Brown นักพฤกษศาสตร์ชาวสก็อตแลนด์ ใช้กล้องจุลทรรศน์สังเกตการเคลื่อนที่ของละอองเรณูดอกไม้วีซึ่งแขวนลอยในน้ำ และพบว่าละอองเรณูเคลื่อนที่ไปมาแบบไม่มีทิศทางแน่นอน หรือมีลักษณะการเคลื่อนที่แบบสุ่ม โดยเขาไม่สามารถอธิบายได้ว่าอะไรเป็นสาเหตุที่ทำให้เกิดการเคลื่อนที่ในลักษณะนั้น การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้จึงได้ชื่อว่าการเคลื่อนที่แบบบราวน์ (Brownian Motion)

คนแรกที่เสนอทฤษฎีทางคณิตศาสตร์เพื่ออธิบายการเคลื่อนที่แบบบราวน์ คือ Thorvald Nicolai Thiele นักดาราศาสตร์และคณิตศาสตร์ชาวเดนมาร์ก ต่อมาในปี ค.ศ. 1905 - 1906 Albert Einstein และ Marian Smoluchowski ได้ศึกษาการเคลื่อนที่แบบสุ่มของสารแขวนลอยในน้ำและเสนอว่า การเคลื่อนที่แบบสุ่มนี้เป็นหลักฐานที่ยืนยันการมีอยู่จริงของอะตอมและโมเลกุลของตัวกลางที่เคลื่อนที่ และมีการทดลองเพื่อยืนยันข้อเสนอดังกล่าวในปี ค.ศ. 1913 โดย Jean Baptiste Perrin นักฟิสิกส์ชาวฝรั่งเศส ซึ่งเขาได้รับรางวัลโนเบลจากการทดลองนี้^[1]

การเคลื่อนที่แบบบราวน์กับค่าคงตัวโบลต์ซมันน์

Einstein ได้เสนอทฤษฎีเกี่ยวกับการเคลื่อนที่แบบบราวน์ว่า อนุภาคแขวนลอยจะมีการเคลื่อนที่แบบบราวน์ เนื่องจากพลังงานความร้อนจะทำให้โมเลกุลของของเหลวเคลื่อนที่แบบไม่มีทิศทางแน่นอน อนุภาคแขวนลอยในของเหลวจึงถูกโมเลกุลของของเหลวหรืออนุภาคแขวนลอยอื่นชน หรืออาจชนผนังของภาชนะที่บรรจุของเหลว อนุภาคแขวนลอยจึงเคลื่อนที่และเปลี่ยนทิศทางเคลื่อนที่แบบไม่มีทิศทางแน่นอน เป็นผลให้แต่ละอนุภาคเคลื่อนที่เป็นเส้นซิกแซก โดยทั่วไปอนุภาคแขวนลอยจะถูกชนโดยโมเลกุลของของเหลวตัวกลาง 10^{11} ครั้งต่อวินาที

พิจารณาแบบจำลองของแก๊สอุดมคติ ซึ่งกล่าวว่า แก๊สประกอบด้วยโมเลกุลขนาดเล็กมากจำนวนมาก ทุกโมเลกุลมีลักษณะเหมือนกันหมด และไม่มีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างกัน แก๊สแต่ละโมเลกุลเคลื่อนที่เป็นเส้นตรงอยู่ตลอดเวลาจนกระทั่งชนกันเองหรือชนผนังภาชนะ จึงจะเปลี่ยนทิศทาง การชนกันของโมเลกุลเป็นแบบยืดหยุ่นจึงไม่มีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากการชน เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานจลน์เฉลี่ยกับอุณหภูมิได้โดยที่อุณหภูมิคงที่ค่าหนึ่ง แก๊สทุกชนิดจะมีพลังงานจลน์เฉลี่ยเท่ากัน โดยพลังงานจลน์เฉลี่ยของแก๊สนี้จะแปรผันตรงกับอุณหภูมิสัมบูรณ์ นั่นคือ เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้น แก๊สจะมีพลังงานจลน์เฉลี่ยสูงขึ้น อาจกล่าวได้ว่า ที่อุณหภูมิสูง แก๊สจะมีอัตราเร็วเฉลี่ยสูง และที่อุณหภูมิต่ำ แก๊สจะมีอัตราเร็วเฉลี่ยต่ำ เนื่องจากพลังงานจลน์เฉลี่ยสัมพันธ์กับพลังงานภายในซึ่งมีค่าขึ้นกับค่าคงตัวโบลต์ซมันน์ ดังนั้น เราจึงสามารถหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากการเคลื่อนที่แบบบราวน์ได้

พิจารณาการเคลื่อนที่ของอนุภาคแขวนลอยในน้ำเนื่องจากถูกชนโดยโมเลกุลของของเหลว จากสมการ Langevin ^[2]

$$m \frac{dv}{dt} = -\alpha v + F(t) \quad (1)$$

แรงที่กระทำต่ออนุภาคในแนวการเคลื่อนที่มี 2 แรง คือ แรงหนืดจากกฎของสโตกส์ ($-\alpha v$) ซึ่งเป็นแรงต้าน และแรงสุ่ม ($F(t)$) ที่เกิดจากการชนกันของโมเลกุลของของไหล

เมื่อ m คือ มวลของอนุภาค

v คือ ความเร็วของอนุภาค

$$\alpha = 6\pi\eta a \quad (2)$$

¹ อาจารย์ (ดร.) ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดย α คือ Damping constant

η คือ Dynamic viscosity

a คือ รัศมีของอนุภาค

พิจารณาการเคลื่อนที่ใน 1 มิติ ให้ x แทนการกระจัด

ของอนุภาค และคูณ x ตลอดสมการ (1)

$$m \left[\frac{d(xv)}{dt} - v^2 \right] = -\alpha xv + xF(t) \quad (3)$$

หาค่าเฉลี่ยของสมการ (3) จะได้

$$m \left\langle \frac{d(xv)}{dt} \right\rangle = m \langle v^2 \rangle - \alpha \langle xv \rangle + \langle xF(t) \rangle \quad (4)$$

เนื่องจาก

$$\langle xF(t) \rangle = \langle x \rangle \langle F(t) \rangle = 0 \quad (5)$$

และ

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T \quad (6)$$

เมื่อ k_B คือ ค่าคงตัวโบลต์ซมันน์

T คือ อุณหภูมิสัมบูรณ์

แทนสมการ (5) และ (6) ในสมการ (4) จะได้

$$m \left\langle \frac{d(xv)}{dt} \right\rangle = k_B T - \alpha \langle xv \rangle \quad (7)$$

ดังนั้น

$$\frac{1}{2} m \frac{d^2 \langle x^2 \rangle}{dt^2} + \frac{\alpha}{2} \frac{d \langle x^2 \rangle}{dt} = k_B T \quad (8)$$

ให้

$$\frac{d \langle x^2 \rangle}{dt} = w \quad (9)$$

จะได้

$$\frac{dw}{dt} + \frac{\alpha}{m} w = \frac{2k_B T}{m} \quad (10)$$

ให้ $\gamma = \frac{\alpha}{m}$ แก้สมการแล้วจะได้

$$w = \frac{2k_B T}{\alpha} + C e^{-\gamma t} \quad (11)$$

ในกรณีที่เวลามากๆ หรือมวลของอนุภาคมีค่าน้อยๆ สมการ (11)

จะลดรูปเป็น

$$w = \frac{2k_B T}{\alpha} \quad (12)$$

แทนสมการ (12) ลงในสมการ (9) แล้วแก้สมการจะได้

$$\langle x^2 \rangle = \frac{2k_B T}{\alpha} t \quad (13)$$

หรือ

$$\langle x^2 \rangle = \frac{k_B T}{3\pi\eta a} t \quad (14)$$

เมื่อพิจารณาการเคลื่อนที่ใน 2 มิติ บนระนาบใดๆ ค่าเฉลี่ยของกำลังสองของการกระจัดมีค่า

$$\langle R^2 \rangle = 2 \langle x^2 \rangle = \frac{2k_B T}{3\pi\eta a} t \quad (15)$$

จากสมการ (15) เมื่อเราเขียนกราฟระหว่าง $\langle R^2 \rangle$ กับ t จะได้กราฟเส้นตรง โดยความชันของกราฟสัมพันธ์กับค่าคงตัวโบลต์ซมันน์ ดังสมการ (15) ซึ่งสามารถจัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\langle R^2 \rangle = 4Dt \quad (16)$$

เมื่อ D คือ self-diffusion constant และมีค่า

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\eta a} \quad (17)$$

P. Nakroshis [3] ทำการทดลองเพื่อหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากการเคลื่อนที่แบบ บราวน์ของอนุภาคแขวนลอยในของเหลว โดยบันทึกภาพการเคลื่อนที่ของทรงกลมขนาดเล็กในระดับไมครอนซึ่งแขวนลอยในน้ำผ่านกล้องจุลทรรศน์ จากนั้นใช้โปรแกรมเพื่อเปิดภาพการเคลื่อนที่ของอนุภาคนั้น แล้วระบุตำแหน่งของอนุภาค คำนวณหาค่าเฉลี่ยของกำลังสองของการกระจัด ($\langle R^2 \rangle$) ที่อนุภาคเคลื่อนที่เทียบกับจุดเริ่มต้นในแต่ละช่วงเวลา t จากนั้นเขียนกราฟระหว่าง $\langle R^2 \rangle$ กับ t แล้วคำนวณหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากความชันของกราฟ

การเตรียมตัวอย่างและการบันทึกข้อมูล

จากขั้นตอนและวิธีการซึ่งเสนอโดย Nakroshis [3] นางสาวสุพัตรา สัสนา [4] ทำการทดลองโดยใช้ทรงกลมลาเท็กซ์ (Latex spheres) ซึ่งเป็นพอลิเมอร์ มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.10 ไมโครเมตร ใส่ในน้ำ นำสติกเกอร์ตาไก่ซึ่งหนา 70 ไมโครเมตร มาปิดบน glass slide ซ้อนกัน 2 ชั้น แล้วหยดส่วนผสมของทรงกลมลาเท็กซ์ในน้ำ 1 หยด ลงบน cover glass แล้วคว่ำ cover glass ที่มีส่วนผสมนั้นลงบน glass slide โดยให้ส่วนผสมนั้นอยู่ภายในหลุมตาไก่ ถ้าสังเกตเห็นว่าส่วนผสมไหลออกนอกตาไก่ หรือมีฟองอากาศเป็นวงกลมจะไม่สามารถใช้ตัวอย่างนั้นได้

เมื่อได้ตัวอย่างที่เหมาะสม จึงใช้กล้องจุลทรรศน์ Olympus BX51 บันทึกภาพการเคลื่อนที่ของทรงกลมที่เห็นชัดเจนบนระนาบหนึ่งๆ ในช่วงเวลาที่ต้องการ โดยปรับระยะโฟกัสให้พอเหมาะเพื่อให้เห็นทรงกลมจำนวนมากที่สุดตลอดช่วงเวลาที่บันทึกภาพ ต้องระวังไม่ให้ทรงกลมเกาะติดกันเป็นกลุ่ม เพื่อให้แต่ละทรงกลมมีการเคลื่อนที่แบบบราวน์อย่างเป็นอิสระต่อกัน โดยกล้องจุลทรรศน์ที่ใช้สามารถบันทึกภาพได้นานที่สุด 25 วินาที

จากนั้นเปิดไฟล์ที่บันทึกโดยใช้โปรแกรม Tracker ดังรูป 1 เพื่อระบุตำแหน่งตามแกน x และแกน y ของทรงกลมที่เวลาต่างๆ โดยจะเลือกเฉพาะทรงกลมซึ่งมองเห็นได้ชัดเจนตลอดช่วงเวลาของการระบุตำแหน่งเท่านั้น นั่นคือทรงกลมเคลื่อนที่บนระนาบ xy ใน 2 มิติเท่านั้น แม้ว่าทรงกลมสามารถเคลื่อนที่ได้ใน 3 มิติ แต่น้อยมากจนสามารถละทิ้งผลจากการเคลื่อนที่ในแนวลึกได้



รูปที่ 1 ตำแหน่งของทรงกลมที่เวลาหนึ่ง

การระบุตำแหน่งของทรงกลมทำได้ดังรูปที่ 2 แถวบนคือภาพจำลองที่แสดงตำแหน่งของทรงกลมแรกๆ ที่เวลาต่างๆ โดย Frame 0 แสดงตำแหน่งทรงกลมที่เวลาเริ่มต้น ($t = 0$) Frame 1,

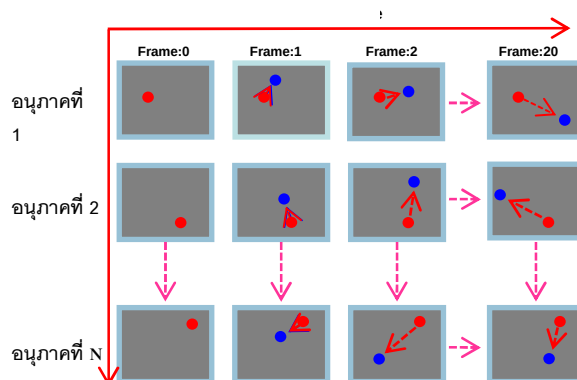
2, 3, ..., 20 แสดงตำแหน่งของทรงกลมที่เวลาถัดไป ลูกศรแสดงการกระจัดของทรงกลมวัดเทียบกับตำแหน่งเริ่มต้นที่เวลา $t = 0$ [4] ทำซ้ำโดยระบุตำแหน่งของทรงกลมตัวที่ 2 (แถวที่สอง) และทรงกลมตัวต่อไป โดยจะเลือกทรงกลมที่สามารถมองเห็นได้ชัดเจนที่สุดเพื่อระบุตำแหน่ง จากนั้นจึงนำข้อมูลนี้ไปวิเคราะห์ผลการทดลอง

ผลกระทบอุทกพลศาสตร์

ผลกระทบอุทกพลศาสตร์ (hydrodynamic effect) ที่กระทำต่ออนุภาคทรงกลมอันเนื่องมาจาก glass slide และ cover glass ทำให้ค่า self-diffusion constant [2] (D) เปลี่ยนไปเป็น

$$D' = D \left[1 - \frac{9a}{16} \left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) \right] \quad (18)$$

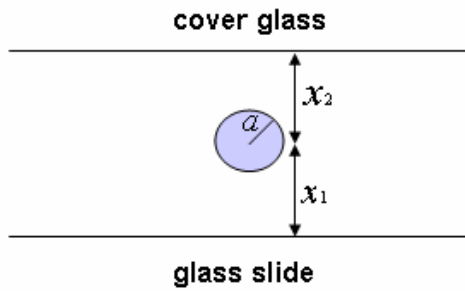
เมื่อ a คือ รัศมีของทรงกลมมีค่า 0.55 ไมโครเมตร x_1 และ x_2 คือระยะจากทรงกลมไปยังผนังทั้งสอง ในการทดลองนี้มีค่า $x_1 \approx x_2 \approx 70$ ไมโครเมตร (รูปที่ 3)



รูปที่ 2 ตัวอย่างการระบุตำแหน่งของทรงกลมที่เวลาต่างๆ จุดในแต่ละแถวแสดงตำแหน่งของทรงกลม 1 ตัวที่เวลาต่างๆ สีแดงแทนตำแหน่งอนุภาคที่เวลาเริ่มต้น สีน้ำเงินแทนตำแหน่งอนุภาคที่เวลาใดๆ ลูกศรแทนการกระจัดของอนุภาคเทียบกับตำแหน่งเริ่มต้น (ดูภาพสีที่ปกในด้านหลัง)

จากสมการ (18) เมื่อแทนค่า a , x_1 และ x_2 จะได้ว่าผลกระทบอุทกพลศาสตร์อันเนื่องมาจากผนังทั้งสองด้านทำให้ค่า self-diffusion constant ลดลงประมาณ 0.9% ดังนั้นในการ

คำนวณหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จึงต้องเพิ่มค่าไป 0.9% เพื่อชดเชยผลกระทบดังกล่าว



รูปที่ 3 ทรงกลมอยู่ระหว่าง glass slide และ cover glass

การหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์

หาค่าเฉลี่ยของกำลังสองของการกระจัด โดยพิจารณาการกระจัดตามแกน x และแกน y ที่เวลาหนึ่งๆ ดังนี้

$$\Delta x_i(t) = x_i(t) - x_i(0) \quad (19)$$

และ

$$\Delta y_i(t) = y_i(t) - y_i(0) \quad (20)$$

เมื่อ x_i และ y_i แทนตำแหน่งของทรงกลมตัวที่ i ที่เวลาเริ่มต้น $t = 0$ และ x_f และ y_f แทนตำแหน่งของทรงกลมตัวที่ i ที่เวลา t ใดๆ กำลังสองของการกระจัดของทรงกลมตัวที่ i ที่เวลา t มีค่า

$$[\Delta R_i(t)]^2 = [\Delta x_i(t)]^2 + [\Delta y_i(t)]^2 \quad (21)$$

หาค่าเฉลี่ยของกำลังสองของการกระจัด จะได้

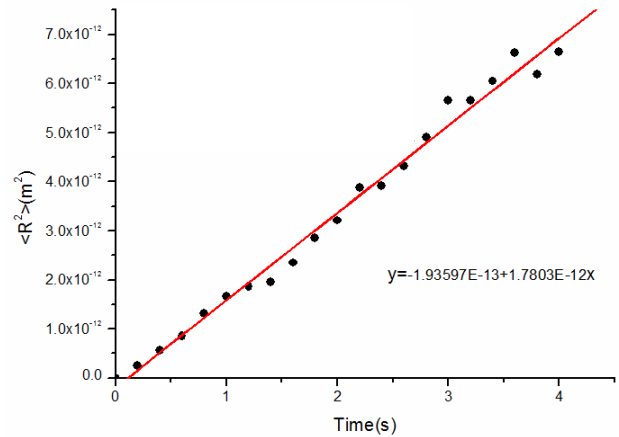
$$\langle R^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\Delta R_i(t)]^2 \quad (22)$$

เมื่อ N คือ จำนวนทรงกลมที่ถูกระบุตำแหน่ง ในการทดลองนี้ $N \approx 30$

จากผลการทดลองของนางสาวสุพัตราพบว่า เมื่อเวลาผ่านไปนานขึ้น ทรงกลมมีโอกาสเคลื่อนที่ในแนวสิ่ว จึงไม่อยู่ในระนาบโฟกัสของกล้อง เป็นผลให้ความคลาดเคลื่อนในการระบุตำแหน่งเพิ่มมากขึ้น

กราฟระหว่างค่าเฉลี่ยของกำลังสองของการกระจัด $\langle R^2 \rangle$ ที่ได้จากสมการ (22) กับเวลา t ในช่วง 4 วินาที แสดงดังรูป 4 เราสามารถหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์ (k_B) จากความชัน s ของกราฟ ได้จาก

$$k_B = \frac{3\pi\eta as}{2T} \quad (23)$$



รูปที่ 4 กราฟระหว่างค่าเฉลี่ยของกำลังสองของการกระจัด $\langle R^2 \rangle$ ที่เวลา t ใดๆ [4] ในช่วง 4 วินาที

ความชันของกราฟในรูปที่ 4 มีค่า $s = 1.78 \mu\text{m}^2/\text{s}$ โดยความคลาดเคลื่อนของความชันมีค่า $0.04 \mu\text{m}^2/\text{s}$ สำหรับค่า Viscosity (η) ของน้ำที่อุณหภูมิต่างๆ หาได้จากตารางที่ 1 [3] โดยเขียนกราฟระหว่างค่า Viscosity (η) กับอุณหภูมิในหน่วยองศาเซลเซียสได้ดังรูปที่ 5

ตารางที่ 1 ตัวอย่างค่า Viscosity ของน้ำที่อุณหภูมิต่างๆ

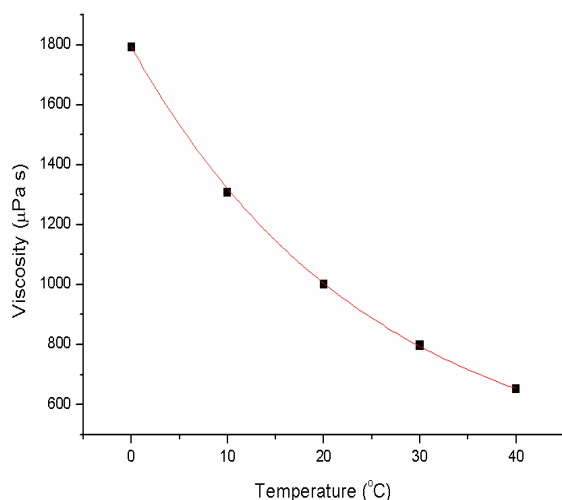
Temperature ($^{\circ}\text{C}$)	Viscosity ($\mu\text{Pa} \cdot \text{s}$)
0	1793.0
10	1307.0
20	1002.0
30	797.7
40	653.2

ในการทดลองนี้ อุณหภูมิมีค่า $T = 298.0 \pm 0.5 \text{ K}$ ซึ่งจะได้สัมประสิทธิ์ความหนืดมีค่า

$$\eta = 885 \pm 24 \mu\text{Pa} \cdot \text{s}$$

เมื่อคำนวณหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จะได้

$$k_B = (1.37 \pm 0.70) \times 10^{-23} \text{ J/K}$$



รูปที่ 5 กราฟระหว่างค่า Viscosity (η) กับอุณหภูมิในหน่วยของศาเซลเซียส

จากผลกระทบของ Hydrodynamic effect ที่มีต่อทรงกลม ทำให้ค่าคงตัวโบลต์ซมันน์ลดลง 0.9% ดังนั้น จึงต้องชดเชยค่าคงตัวโบลต์ซมันน์เพิ่มอีก 0.9% จะได้

$$k_B = (1.38 \pm 0.70) \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

โดยค่าความคลาดเคลื่อนหาได้จาก

$$dk_B = \sqrt{\left(\frac{\partial k_B}{\partial \eta} d\eta\right)^2 + \left(\frac{\partial k_B}{\partial T} dT\right)^2 + 2\left(\frac{\partial k_B}{\partial \eta} d\eta\right)\left(\frac{\partial k_B}{\partial T} dT\right) + \left(\frac{\partial k_B}{\partial s} ds\right)^2 + \left(\frac{\partial k_B}{\partial a} da\right)^2}$$

สรุป

การทดลองนี้ เราหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์โดยใช้กล้องจุลทรรศน์บันทึกภาพการเคลื่อนที่ของทรงกลมลาเทกซ์ที่มีการเคลื่อนที่แบบบราวน์ในระนาบ 2 มิติ แล้วหาความชันของกราฟระหว่างค่าเฉลี่ยกำลังสองของการกระจัดกับเวลา ในช่วง 4 วินาทีแรกของการบันทึกภาพ เราต้องคำนึงถึง Hydrodynamic effect ที่กระทำต่อทรงกลมซึ่งอยู่ระหว่าง glass slide และ cover glass โดยพบว่าผลกระทบดังกล่าวทำให้ค่า self-diffusion constant ลดลง 0.9% จึงต้องเพิ่มค่าคงตัวโบลต์ซมันน์ที่ได้นี้ 0.9% เพื่อชดเชยผลกระทบดังกล่าว

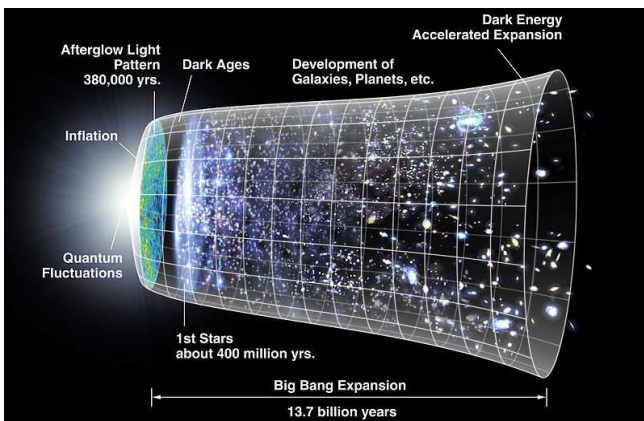
เอกสารอ้างอิง

- [1] http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1926/perrin-lecture.html
- [2] D. Jia, et al, "The time, size, viscosity, and temperature dependence of the Brownian motion of polystyrene microspheres" Am. J. Phys. **75** (2), 111-115 (2007)
- [3] P. Nakroshis, et al, "Measuring Boltzmann's constant using video microscopy of Brownian motion" Am. J. Phys. **71**, 568-573 (2003)
- [4] นางสาวสุพัตรา สัสนา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต เรื่อง "การหาค่าคงตัวโบลต์ซมันน์จากการเคลื่อนที่แบบบราวน์โดยใช้กล้องจุลทรรศน์ Measuring Boltzmann's constant from Brownian motion using microscope" ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2554

มารู้จักจักรวาลแบบพองตัวกันเถอะ! ตอนจบ

พงษ์พิชิต จันทน์นุ้ย¹ และ อรุณี ชูหนาว²

สวัสดีผู้อ่านวารสารฟิสิกส์ไทยทุกท่านเรามาเจอกันอีกแล้วสำหรับบทความแนวจักรวาลวิทยาแบบย้อนยุคที่เรียกว่าแบบย้อนยุค ก็เพราะ จักรวาลที่เรากำลังจะพูดถึงกันนี้เป็นตอนที่เพิ่งเริ่มต้นเหมือนไข่ที่เพิ่งได้รับการปฏิสนธิเท่านั้นบทความนี้เป็นภาคจบ สำหรับการแนะนำจักรวาลแบบพองตัว ซึ่งตอนแรกเราตั้งใจจะให้จบในตอนเดียว แต่เขียนไปเขียนมา กลับกลายเป็นว่า ยืดเยื้อกว่าที่คิดเอาไว้ เราเลยปล่อยเลยตามเลย แบ่งเป็น 2 ตอน จำนวนหน้าของ บทความแต่ละตอนจะได้ไม่มากจนเกินไปในบทความตอนแรก [1] เราได้กล่าวถึงปัญหาพื้นฐาน 3 ประการ ในแบบจำลองบิกแบง แล้วต่อด้วยการใช้แบบจำลองการพองตัวในการแก้ปัญหา เหล่านั้น และได้ทิ้งท้ายไว้ ด้วยประวัติกับวิวัฒนาการของแบบจำลองการพองตัว



รูปที่ 1 แสดงวิวัฒนาการของจักรวาลในช่วงต่างๆ

ในตอนจบนี้ เราจะเริ่มด้วยการหาสมการการเคลื่อนที่ หรือสมการไอน์สไตน์ เพื่ออธิบาย ที่มาที่ไปของสมการฟรีดมันน์ (Friedmann equations) ทั้งสอง และสมการที่สำคัญสำหรับแบบจำลองการพองตัว แล้วต่อด้วย การแนะนำกลุ่มวิจัยฟิสิกส์ทฤษฎีในต่างแดน กลุ่มหนึ่งที่ทำการศึกษาเกี่ยวกับปัญหาเหล่านี้ และเราจะส่งท้ายด้วยแบบฝึกหัดที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาในบทความนี้

บทนำ

เพื่อทำความเข้าใจบางอย่างให้ตรงกันก่อน เราจะใช้ช่วง “บทนำ” เตรียมความพร้อม ก่อนก้าวไปสู่หัวข้อถัดไป จากบทความในตอนก่อน [1] เราได้ยกสมการของฟรีดมันน์ ขึ้นมาพิจารณาเลย โดยไม่ได้อธิบายหาที่มา ซึ่งอาจทำให้บรรดาศาร์ดคอร์หลาย ๆ ท่านเกิดอาการหงุดหงิดก็เป็นได้ เอาหละ! หัวข้อนี้เรามีความยินดีมากมายที่จะนำเสนอที่มาของสมการดังกล่าว อย่างไรก็ตาม เราไม่อยากให้บทความนี้ยาวเกินไปจนกลายเป็นวิทยานิพนธ์ ดังนั้น เราขอละที่มาของบางสมการที่เกี่ยวข้องไป โดยขอให้ท่านผู้อ่านที่สนใจไปติดตามรายละเอียดในเอกสารอ้างอิงที่ท้ายบทความ

ก่อนอื่นเราจะตั้งสมมุติฐานว่า ในสเกลที่ใหญ่มาก ๆ จักรวาลของเรา มีลักษณะที่เหมือนกัน ไม่ขึ้นกับทิศทางการมอง ตำแหน่งของการมอง หรือมุมของการมอง เช่น จะมองจากดึกไปหยก หรือมองจากยอดเขาฟูจิ เราเรียกลักษณะของจักรวาลแบบเป็นภาษาอังกฤษว่า Homogeneous and isotropic universe ลักษณะของจักรวาลดังกล่าว สอดคล้องกับปริภูมิแบบฟรีดมันน์-เลอแม็ตร์-โรเบิร์ตสัน-วอล์คเกอร์ (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker) เรียกสั้นๆ ว่า FLRW (บางครั้งชื่อที่ปรากฏคือ FRW ก็ให้ผู้อ่านได้ รู้ไว้ว่าคือสิ่งเดียวกัน) ปริภูมิแบบดังกล่าว มีความยาวสั้น ๆ ในปริภูมิ (line element) ดังสมการ

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right) \quad (1)$$

โดยที่ (r, θ, ϕ) คือ พิกัดทรงกลม (Spherical coordinates) เราสามารถเขียนสมการข้างต้นในรูปแบบนี้

$$ds^2 = g_{tt} dt^2 + g_{rr} dr^2 + g_{\theta\theta} d\theta^2 + g_{\phi\phi} d\phi^2 \quad (2)$$

¹ อาจารย์ สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะศิลปศาสตร์และวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ว.กำแพงแสน จ.นครปฐม

² ครูหมวดวิชาภาษาต่างประเทศ โรงเรียนพูนพิทยาคม จังหวัดสุราษฎร์ธานี

ในที่นี้

$$g_{tt} = c^2, g_{rr} = -\frac{a(t)^2}{1-kr^2} \quad (3)$$

$$g_{\theta\theta} = -a(t)^2 r^2, g_{\varphi\varphi} = -a(t)^2 r^2 \sin^2 \theta$$

สิ่งที่เราต้องทำมีดังต่อไปนี้

1) องค์ประกอบที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ Christoffel symbol ตามสูตรดังนี้

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\gamma} (g_{\gamma\mu,\nu} + g_{\gamma\nu,\mu} - g_{\mu\nu,\lambda}), g_{\mu\nu,\lambda} = \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} \quad (4)$$

ในที่นี้ $\mu, \nu, \lambda, \gamma$ เป็นดัชนีที่หมายถึง t, r, θ หรือ φ ก็ได้ ดังนั้นค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดสำหรับ $\mu, \nu, \lambda, \gamma$ จึงมีทั้งสิ้น $4 \times 4 = 16$ แบบ แต่หลาย ๆ ค่าในจำนวนนี้มีค่าเป็น ศูนย์

สำหรับบางค่าที่ไม่ขึ้นเคยกับตัวแปรต่าง ๆ เหล่านั้น เราขอยกตัวอย่างการคำนวณในกรณี $\mu=r, \nu=\theta, \lambda=\theta$, และ $\gamma=t, r, \theta, \varphi$ ดังนี้

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{2} g^{\theta t} (g_{tr,\theta} + g_{t\theta,r} - g_{r\theta,t}) + 3 \text{ terms} \quad (5)$$

จากสมการ (3) และ (4) เราพบว่า มีบางค่าในสมการ (5) มีค่าเท่ากับศูนย์ เช่น g^r และ g^θ เป็นต้น ทั้งนี้เนื่องจาก $g_{\mu\nu}$ มีองค์ประกอบเฉพาะตาม แนวทางแยงเท่านั้น

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{tt} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & g_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_{\varphi\varphi} \end{pmatrix} \quad (6)$$

ดังนั้นเราพบว่า

$$\Gamma_{r\theta}^\theta = \frac{1}{r} \quad (7)$$

2) คำนวณค่า $R_{\mu\nu}$ (Ricci tensor) และ R (Ricci scalar) จากสมการตามลำดับ ดังนี้

$$R_{\mu\nu} = \Gamma_{\mu\nu,\lambda}^\lambda - \Gamma_{\mu\lambda,\nu}^\lambda + \Gamma_{\rho\lambda}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\rho - \Gamma_{\rho\mu}^\lambda \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \quad (8)$$

และ

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = g^{tt} R_{tt} + g^{rr} R_{rr} + g^{\theta\theta} R_{\theta\theta} + g^{\varphi\varphi} R_{\varphi\varphi} \quad (9)$$

เมื่อเรียบร้อยแล้วจะได้คำตอบดังนี้

$$R = -\frac{6}{a^2} \left(k + \frac{1}{c^2} (a\ddot{a} + \dot{a}^2) \right) \quad (10)$$

และ

$$R_{tt} - \frac{1}{2} g_{tt} R = \frac{3}{c^2} (kc^2 + \dot{a}^2) \quad (11)$$

และ

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = \frac{1}{a^2} \left(k + \frac{1}{c^2} (2a\ddot{a} + \dot{a}^2) \right) g_{ij}, \quad i, j = r, \theta, \varphi \quad (12)$$

เมื่อมาถึงตรงนี้ เราสามารถนำตัวแปรที่สำคัญ เช่น Christoffel symbol Ricci tensor และ Ricci scalar ไปใช้ในหัวข้อต่อจากนี้

จากไอน์สไตน์...

วัตถุประสงค์ในหัวข้อนี้คือทำให้ผู้อ่านรู้ที่มาที่ไปของสมการฟรีดมานน์ แต่ก่อนอื่น เราต้องเริ่มจากการหาสมการไอน์สไตน์ก่อน โดยใช้ Variational method กับปริมาณทางฟิสิกส์ที่เรียกว่า แอคชัน (Action, S) โดย

$$S = S_{EH} + S_M, \quad (13)$$

S_{EH} คือ แอคชันไอน์สไตน์-ฮิลเบิร์ต (Einstein-Hilbert)

$$S_{EH} = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{R}{2}, S_M = \sum_{fields} \int d^4x \sqrt{-g} L_{fields}.$$

(14)

S_M คือ แอคชันสสาร (Matter action) $g = \text{Det}(g_{\mu\nu})$ ค่าดีเทอร์มิแนนต์ (Determinant) ของเมตริกซ์ $g_{\mu\nu}$, L_{fields} คือ ลากรางเจียน (พลังงานจลน์ลบพลังงานศักย์) ของสสาร (Matter Lagrangian)

หลายๆ ท่านอาจมีคำถามในใจขึ้นมาได้ว่า แอคชัน คืออะไร? ทำไมเราต้องพูดถึงแอคชัน? เหตุผลก็คือ เราหาสมการการ

เคลื่อนที่ของอนุภาคได้โดยหลักการที่เรียกว่า Principle of least action ซึ่งกล่าวว่า เส้นทางเคลื่อนที่ของอนุภาคเป็นเส้นทางที่ทำให้แอคชันมีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ ถ้า Φ คือ เส้นทางเคลื่อนที่ (ซึ่งเป็นฟังก์ชันของฟังก์ชัน) เราจะได้ว่า ผลเฉลยของสมการ $\delta S / \delta \Phi = 0$ (การแปรค่าแอคชันเทียบกับ Φ ซึ่งคล้าย ๆ กับการหาค่าอนุพันธ์) คือ สมการการเคลื่อนที่ของอนุภาค [2]

จากสมการ (13) เราสามารถหาค่าการแปรของแอคชันเทียบกับเมตริกซ์ $g^{\mu\nu}$ ได้

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}} \Rightarrow R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}, \quad (15)$$

โดยที่

$$T_{\mu\nu} = 2 \frac{\delta L_{fields}}{\delta g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu} L_{fields}.$$

ซึ่งคือ เทนเซอร์พลังงานและโมเมนตัม (energy-momentum tensor) สมการ (15) คือ สมการไอน์สไตน์ ตัวแปรทางด้านซ้ายอธิบายถึงลักษณะการโค้งของกาล-อวกาศ ส่วนทางขวา คือ ต้นตอของความโค้ง

เพื่อให้มองภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เราจะเขียนสมการ (15) ตามองค์ประกอบดังนี้

$$R_{tt} - \frac{1}{2} g_{tt} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{tt}, \quad (16)$$

และ

$$R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ij}. \quad (17)$$

ตอนนี้เราพร้อมแล้วที่จะ เดินทางต่อยังเป้าหมายต่อไป คือ การพิสูจน์สมการฟรีดมานน์ทั้งสอง

สู่ฟรีดมานน์

ตอนนี้เราเข้าใจเป้าหมายของมากยิ่งขึ้น การค้นหาสมการฟรีดมานน์ใกล้ถึงเส้นชัยแล้ว ตอนนี้เราจะกำหนดองค์ประกอบเทนเซอร์พลังงานและโมเมนตัมดังนี้

$$T_{tt} = \rho c^4, T_{ij} = -p g_{ij}, \quad (18)$$

โดยที่ ρ คือ ความหนาแน่นพลังงาน และ p คือ โมเมนตัม ต่อไปแทน สมการ (16) และ T_{tt} ลงในสมการ (15) เราจะได้ว่า

$$\frac{3}{c^2} (kc^2 + \dot{a}^2) = 8\pi G \rho. \quad (19)$$

เราเรียกสมการข้างบนนี้ คือ สมการแบบที่หนึ่งของฟรีดมานน์ และถ้าแทนสมการ (17) และ T_{ij} ลงในสมการ (15) เราจะได้ว่า

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right). \quad (20)$$

สมการดังกล่าว คือ สมการแบบที่สองของฟรีดมานน์ นั่นเอง จัดรูปสมการ (19) ใหม่ดังนี้

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho. \quad (21)$$

จากนั้นทำการหาอนุพันธ์ของสมการ (21) เทียบกับเวลา จะได้

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{\ddot{a}}{a} - \frac{8\pi G}{3} \frac{1}{2H} \dot{\rho}, \quad (22)$$

โดยที่ $H = \dot{a}/a$ คือ ตัวแปรฮับเบิล (Hubble parameter) แทน $\ddot{a}/a$ จาก สมการ (20) ลงในสมการ (22) เราพบว่า

$$\dot{\rho} + 3H \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) = 0. \quad (23)$$

ซึ่งคือ สมการของความต่อเนื่อง (Continuity equation) กำหนดตัวแปรสถานะ

$$\omega = \frac{p}{\rho}. \quad (24)$$

แทนลงในสมการ (23) และเปลี่ยนรูปเป็น

$$\frac{d \ln \rho}{d \ln a} = -3(1 + \omega). \quad (25)$$

อินทิเกรตทั้งซ้ายและขวาของสมการ (25) ได้ผลเฉลยคือ

$$\rho = \rho_0 a^{-3(1+\omega)}. \quad (26)$$

ตัดพจน์ที่ขึ้นกับค่า k ในสมการ (21)ทิ้งไปและนำผลที่ได้ใน (26) แทนลงในสมการ (21) เราพบว่า

$$a(t) = \begin{cases} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(1+\omega)}}, & \omega \neq -1, \\ e^{H(t-t_0)}, & \omega = -1. \end{cases} \quad (27)$$

สมการการเคลื่อนของอินฟเลตอน

หัวข้อนี้อาจถือได้ว่าเป็นหัวใจสำคัญของการศึกษาแบบจำลองการพองตัว เป้าหมายหลักคือการหาสมการการเคลื่อนที่ของอินฟเลตอน (Inflaton) รายละเอียดของการคำนวณหาสมการดังกล่าวมีอยู่ทั่วไปตามเอกสารหรือหนังสือที่เกี่ยวข้อง อีกทางเลือกหนึ่งผู้อ่านสามารถสืบค้นได้จากเอกสารอ้างอิง [3-5] ที่ให้ไว้ท้ายบทความ

การเริ่มด้วยการกำหนดแอมพลิจูดสำหรับอินฟเลตอน ϕ ดังนี้

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} R + \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right), \quad (28)$$

โดย $V(\phi)$ คือ พลังงานศักย์ของอินฟเลตอน จากนั้นแทน L_ϕ จากสมการ (28) ลงในสมการ (16) เราจะพบว่า

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2a^2} (\nabla \phi)^2 + V(\phi), \quad (29)$$

และ

$$p = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{1}{6a^2} (\nabla \phi)^2 - V(\phi). \quad (30)$$

ในที่นี้

$$\nabla \equiv \hat{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \hat{e}_z \frac{\partial}{\partial z}, \quad (31)$$

และ $\hat{e}_x, \hat{e}_y$ และ $\hat{e}_z$ คือเวกเตอร์ขนาดหนึ่งหน่วยที่ชี้ตามแนวแกน x, y และ z ตามลำดับ กำหนดให้ ϕ เป็นฟังก์ชันที่ขึ้นกับเวลา $\phi(x, t) = \phi(t)$ เราประมาณสมการ (29) และ (30) ได้ดังนี้

$$\rho \approx \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad \text{และ} \quad p \approx \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) \quad (32)$$

จากนิยามของ ω เราพบว่า

$$\omega = \frac{p}{\rho} \approx \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)} = \frac{1 + \frac{2V(\phi)}{\dot{\phi}^2}}{1 - \frac{2V(\phi)}{\dot{\phi}^2}}. \quad (33)$$

ถ้า $V(\phi) \gg \dot{\phi}^2$ เราพบว่า $\omega \approx 1$ ในทางตรงกันข้าม ถ้า $V(\phi) \ll \dot{\phi}^2$ เราได้ $\omega \approx -1$ ดังนั้น ω มีค่าอยู่ในช่วงดังนี้

$$-1 \leq \omega \leq 1. \quad (34)$$

หาอนุพันธ์ของสมการ (32) เทียบกับเวลาจะได้

$$\dot{\rho} = \dot{\phi} \ddot{\phi} + \dot{\phi} \frac{dV(\phi)}{d\phi} \quad (35)$$

แทนสมการลง (35) ในสมการของความต่อเนื่อง (23) เราได้

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0 \quad (36)$$

การเคลื่อนที่ของอินฟเลตอนอธิบายได้ตามสมการที่ (36)

แนวคิดเบื้องต้นของการพองตัว

ความดันเป็นตัวแปรสำคัญในการศึกษาจักรววิทยาแบบพองตัว และเพื่อให้เข้าใจได้ง่าย เราลองพิจารณาสมการ (23) โดยกำหนดให้ $c = 1$ เราพบว่าถ้า $\rho = -p$ ความหนาแน่นของพลังงาน ρ จะมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลา ($\dot{\rho} = 0 \Rightarrow \rho = \text{constant}$) ผลที่ตามมาคือ ตัวแปรฮับเบิล H จะคงที่ จากนั้นเราพบว่า

$$H = \frac{\dot{a}}{a} = \text{constant} \quad (37)$$

การหาผลเฉลยของสมการ (37) ทำได้โดยการอินทิเกรตดังนี้

$$\int \frac{da}{a} = \int H dt \Rightarrow a(t) = a(t_0) e^{H(t-t_0)} \quad (38)$$

ซึ่งสเกลแฟกเตอร์ ณ ปัจจุบัน $a(t_0)$ มีค่าเท่ากับ 1 เนื่องจากการพองตัวจะสมบูรณ์ก็ต่อเมื่อ

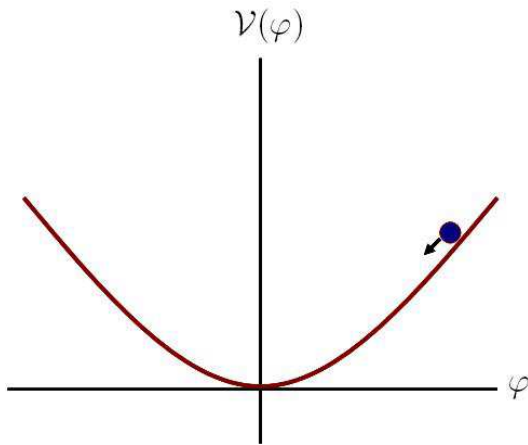
$$V(\phi) \gg \dot{\phi}^2 \quad (39)$$

แนวคิดของการพองตัวนั้นไม่ยากเลย พูดสั้นๆ ก็คือ ก่อนเกิดการพองตัวอินฟเลตอนจะอยู่ที่ตำแหน่งซึ่งห่างออกจากจุด

ต่ำสุดของพลังงานศักย์อินเฟลตอนจะถูกดึงให้เคลื่อนที่ไปยังหาค่า
แห่งต่ำสุด ดังภาพที่ 2

อินเฟลตอนจะเคลื่อนที่ช้า ๆ คือ $\dot{\phi}$ มีค่าน้อย
เพราะผลจากแรงเสียดทาน หรือแรงหน่วง $3H\dot{\phi}$
สำหรับจักรวาลแบบแบนราบ $k = 0$ จากสมการฟรีดมานน์
เราพบว่า

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho. \quad (40)$$



รูปที่ 2 แสดงพลังงานศักย์ของอินเฟลตอน

แทนสมการ (32) ลงในสมการ (20) และ (40) เราจะได้

$$H^2 \approx \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] \quad (41)$$

และ

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{8\pi G}{3} \left(V(\phi) - \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \right) \quad (42)$$

อนุพันธ์ของสมการ (41) เทียบกับเวลาคือ

$$2H \frac{dH}{dt} = \frac{8\pi G}{3} \phi \left[\frac{dV(\phi)}{d\phi} + \ddot{\phi} \right] \quad (43)$$

จากสมการการเคลื่อนที่ของอินเฟลตอน เราพบว่า

$$\ddot{\phi} = -3H\dot{\phi} - \frac{dV(\phi)}{d\phi} \quad (43)$$

แทน $\ddot{\phi}$ ลงในสมการ (43) และจัดรูปแบบเล็กน้อยเราได้

$$H^2 \left[1 - \frac{1}{3} \varepsilon(\phi) \right] = \frac{8\pi G}{3} V(\phi) \quad (44)$$

โดยที่

$$\varepsilon(\phi) = \frac{M_P^2}{2} \left(\frac{1}{V(\phi)} \frac{dV(\phi)}{d\phi} \right)^2, M_P^2 = \frac{1}{4\pi G} \quad (45)$$

ในทางปฏิบัติ ε ต้องมีค่าน้อยๆ $\varepsilon \leq 1$ นอกจากนี้เรายังพบอีกว่า

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2(1 - \varepsilon) \quad (46)$$

จากสมการ (46) เราจะได้เงื่อนไขที่สำคัญสำหรับการพองตัว คือ

$$\varepsilon < 1 \Leftrightarrow \ddot{a} > 0 \quad (47)$$

นอกจากนี้ สมการ (46) ยังบอกเราอีกว่า การสิ้นสุดการ
พองตัวจะเกิดขึ้นเมื่อ $\varepsilon = 1$ ($\ddot{a} = 0$)

การประมาณแบบสโลโรล

เราไม่สามารถหาผลเฉลยของสมการการเคลื่อนที่ของอิน
เฟลตอนได้อย่างตรงไปตรงมา ดังนั้นเราต้องใช้วิธี การประมาณ
เทคนิคการประมาณที่นิยมใช้กัน คือ การประมาณแบบสโลโรล
(Slow-roll approximations) การประมาณดังกล่าวทำได้โดยการ
กำหนดเงื่อนไขดังต่อไปนี้

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi) \quad (48)$$

และ

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \approx \left| \frac{dV(\phi)}{d\phi} \right| \quad (49)$$

สมการการเคลื่อนที่ในกรณีนี้คือ

$$3H\dot{\phi} = -\frac{dV(\phi)}{d\phi} \quad (50)$$

นอกจากนี้เราแสดงได้ว่า

$$d \ln a = -8\pi G \left[\frac{V(\phi)}{V'(\phi)} \right] d\phi, V'(\phi) \equiv \frac{dV(\phi)}{d\phi} \quad (51)$$

มีผลเฉลยดังนี้

$$\ln \left(\frac{a_{\text{end}}}{a} \right) = -\frac{1}{M_P^2} \int_{\phi}^{\phi_{\text{end}}} \left[\frac{V(\phi)}{V'(\phi)} \right] d\phi \equiv N \quad (52)$$

เราเรียก N ว่าจำนวนอีโฟลด์ดิ้ง (Number of e-foldings) เพื่อแก้ปัญหาเงื่อนไขเริ่มต้นทั้งสาม (เราได้กล่าวไว้ในตอนแรก) จำนวนอีโฟลด์ดิ้งต้องไม่น้อยกว่า 60

แนะนำกลุ่มวิจัยต่างแดน

เนื่องด้วยหนึ่งในผู้เขียนกำลังศึกษาอยู่ที่สถาบัน CP3-Origins [6] และ DIAS ประเทศเดนมาร์ก จึงถือโอกาสนี้แนะนำต้นสังกัดสักเล็กน้อย เพื่อว่า ข้อมูลที่จะนำเสนอนี้อาจเป็นประโยชน์ สำหรับนักเรียนและนักศึกษา เพื่อใช้ในการตัดสินใจในการไปเรียนทางด้านจักรวาลวิทยาในต่างประเทศ

ประเทศเดนมาร์กเป็นประเทศเล็ก ๆ ในยุโรป มีเมืองโคเปนเฮเกน (Copenhagen) เป็นเมืองหลวง มีประชากรราว ๆ 5 ล้านคน มีคนไทยหลายพันคนอาศัยอยู่ที่นั่น ในจำนวนนั้นเป็นนักเรียนไทยราว ๆ 40 คน และมี 2 คนที่เลือกเรียนสาขาฟิสิกส์ (ฟิสิกส์ทฤษฎีและประยุกต์อย่างละคน)

สถาบันวิจัยที่เด่นๆ ในประเทศเดนมาร์กมี

สถาบันวิจัยนีลส์ บอห์ร์ (Niels Bohr Institute) (ตามชื่อนักฟิสิกส์ชาวเดนมาร์กที่ได้รางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์) อีกหนึ่งกลุ่มวิจัยที่น่าจับตามองอย่างยิ่ง ก็คือ CP3-Origins (กลุ่มวิจัยต้นสังกัดของหนึ่งในผู้เขียน) CP3-Origins ตั้งขึ้นในปี ค.ศ. 2009 โดยมีศาสตราจารย์ฟรานเชสโก ซานนินโน (Professor Francesco Sannino) เป็นหัวหน้ากลุ่ม

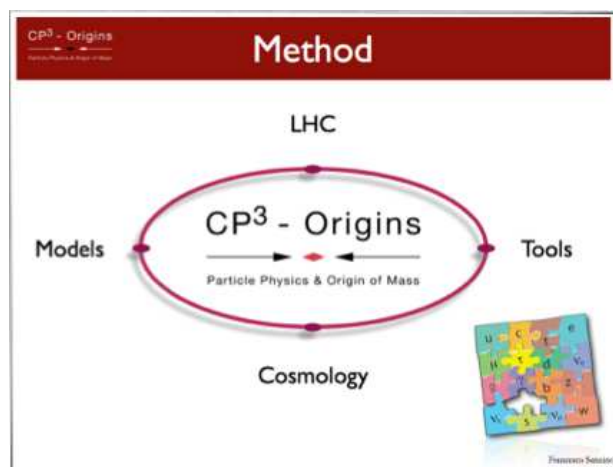


รูปที่ 3 Prof. Dr. Francesco Sannino

งานวิจัยที่ CP3-Origins เป็นงานด้านฟิสิกส์ทฤษฎี ทั้งสิ้น ได้แก่ [6]

1. ทฤษฎีถัดจากแบบจำลองมาตรฐาน (Beyond Standard Model)
2. สสารมืดและจักรวาลวิทยา (Dark matter & Cosmology)
3. ทฤษฎีสถานแบบเลททิซและซูเปอร์คอมพิวเตอร์ (Lattice Field Theory & Supercomputer)
4. แบบจำลองมาตรฐานและฟิสิกส์การชนของอนุภาค (Standard Model & Collider Physics)
5. เรขาคณิตและวิทยาศาสตร์สำหรับคอมพิวเตอร์ (Geometry & Computer Science)

สำหรับบางท่านอาจจะไม่เคลียร์ว่างานทางด้านทฤษฎีเขาทำอะไรกัน พุดง่าย ๆ ก็คือ คนที่ทำงานด้านทฤษฎีจะนั่งคิดทฤษฎีหรือแบบจำลอง เพื่อทำนายและ/หรือ อธิบายผลที่ได้จากการทดลอง ในส่วนของ CP3-Origins สามารถสรุปได้ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 แนวทางการทำวิจัยของ CP3-Origins

งานของ CP3-Origins คือ การคิดทฤษฎีหรือสร้างแบบจำลองใหม่ๆ แต่จะรู้ได้อย่างไรว่าสิ่งที่ CP3-Origins คิดหรือสร้างขึ้นมาจะถูกถูกต้อง? อันนี้ก็ต้องเทียบกับผลที่ได้จากการทดลอง เช่น จาก LHC (Large Hadron Collider)

ผลงานที่มีออกมาโซว้สายตาชาวฟิสิกส์ด้วยกันของ CP3-Origins มีเยอะมากในแต่ละปี โดยเฉพาะแล้ว CP3-Origins มีผลงานวิจัยประมาณ 4 ชิ้นต่อเดือน ซึ่งหากนำไปเปรียบเทียบกับ

จะมากกว่าสถาบันชั้นนำของโลกหลาย ๆ ที่ ด้วยซ้ำ! เมื่อเร็ว ๆ นี้ CP3-Origins ได้รวมตัวกับอีก 2 สถาบัน จัดตั้งศูนย์วิจัยที่ใช้ชื่อว่า สถาบันวิจัยเดนมาร์กสำหรับการศึกษาระดับสูง (Danish Institute for Advanced Study) เรียกสั้น ๆ ว่า ดิแอส (DIAS) หนึ่งในวัตถุประสงค์เพื่อแข่งขันกับสถาบันวิจัยทั่วโลกในด้านงานวิจัย

แบบฝึกหัดลับสมอง

1) จงพิสูจน์ว่า

$$\Gamma_{\phi\phi}^{\theta} = -\sin\theta\cos\theta \text{ และ } \Gamma_{\phi\theta}^{\phi} = \cot\theta$$

2) กำหนดให้

$$L_{field} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_{\mu} \varphi \partial_{\nu} \varphi - V(\varphi)$$

จงแสดงว่า

$$T_{\mu\nu} = \partial_{\mu} \varphi \partial_{\nu} \varphi - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{2} g^{\sigma\rho} \partial_{\sigma} \varphi \partial_{\rho} \varphi - V(\varphi) \right)$$

3) จงแสดงที่มาของสมการ (44) และ (46)

4) จงพิสูจน์สมการ (52) [แนะนำ: เริ่มต้นจากสมการ (51)]

เอกสารอ้างอิง

1. พงษ์พิชิต จันทน์นุ้ย และ อรุณี ชูนาว่า “มารู้จักจักรวาลแบบพองตัวกันเถอะ!: ตอนแรก” วารสารฟิสิกส์ไทย ฉบับ มีนาคม – พฤษภาคม 2555
2. S. Carroll, "Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity" (Addison-Wesley)
3. Mark Trodden, Sean M. Carroll, "TASI Lectures: Introduction to Cosmology" [arXiv:astro-ph/0401547v1]
4. Daniel Baumann, "TASI Lectures on Inflation" [arXiv:arXiv:0907.5424v1 [hep-th]]
5. Phongpichit Channuie, "Dynamical Origin of Inflation", PhD thesis
6. <http://cp3-origins.dk/research>

ความลึกลับของอุณหพลศาสตร์ ตอนที่ 3: กฎข้อที่ 1 และ 2 ของอุณหพลศาสตร์

ชาญกิจ กันฉ่อง¹

1. บทนำ

ถ้าเราถือว่าปริมาณพลังงานภายใน U มีนิยามแค่จากกฎข้อที่ 1 ของอุณหพลศาสตร์ ทำให้เกิดข้อสงสัยว่า ทำไมการหารูปของ U โดยใช้ข้อมูลจากการวัดในหลายกรณีต้องอาศัยกฎข้อที่ 2 เช่น การหา $U = U(T, V)$ ของแก๊สแวนเดอร์วาลส์ [1] ที่ใช้สมการสถานะ, c_V , ร่วมกับสูตรต่อไปนี้

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \quad (1.1)$$

ซึ่งเรียกว่า สมการพลังงานภายในที่ 1 (first internal-energy equation) สมการนี้มาจากการที่ dS เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง (exact differential) [1] หรืออีกนัยหนึ่งคือ ทฤษฎีบทเคลเซียส (Clausius theorem) ซึ่งตามมาจากกฎข้อที่ 2 ของอุณหพลศาสตร์ [1-2] วิธีที่ชัดเจนที่ให้ความกระจ่างแก่คำถามนี้ก็คือ การใช้กฎข้อที่ 1 และ 2 ของอุณหพลศาสตร์ที่ก่อรูป (formulate) ตามแบบหลักการอาโรโดรี (Carathéodory principle) ในบทความนี้ เราจะกล่าวถึงการก่อรูปกฎข้อที่ 1 และ 2 ตามแบบหลักการอาโรโดรี โดยบางจุดได้เสริมการอ้างเหตุผลและตีความเชิงเรขาคณิตแทนที่การพิสูจน์โดยใช้แคลคูลัสที่พบในตำราต่างๆ เช่น [3-5] และเช่นเคย เราไม่ได้ทำอย่างเคร่งครัดเชิงคณิตศาสตร์

2. กฎข้อที่ 1 และ 2

พิจารณาระบบเนื้อเดียวที่มีอันตรกิริยาเชิงกลกับสิ่งแวดล้อมด้วย

งานชนิดหนึ่งในรูป $W = \int_i^f dY X$ และเรียก (X, Y) ว่า พิกัดงาน จากกฎข้อที่ 0 ระบบนี้ที่อุณหภูมิเชิงประจักษ์ (empirical temperature) t หนึ่งๆ จะมีเส้นไอโซเทอร์ม (isotherm) 1 มิติในแผนภูมิงาน (ปริภูมิ XY) ที่บรรยายด้วย สมการสถานะ

$$f(t, X, Y) = 0 \quad (2.1)$$

สำหรับทุกๆ t สมการนี้จะบรรยาย พื้นผิวสมดุล (equilibrium surface) Σ 2 มิติใน ปริภูมิ tXY 3 มิติ ให้ $\vec{r}$ เป็นจุดใน Σ ซึ่งสามารถใช้พิกัด 2 ตัวแปร เช่น (X, Y) , (t, X) , หรือ (t, Y) บรรยายจุด $\vec{r}$ นี้ได้ ต่อไปเราจะนำเสนอกฎข้อที่ 1 และ 2 ในรูปแบบหลักการอาโรโดรี ดังนี้

กฎข้อที่ 1 พลังงานภายใน

ระบบเนื้อเดียวมีฟังก์ชันพลังงานภายใน $U = U(\vec{r})$ ที่นิยามบน Σ โดยที่ U มีสมบัติคือ เมื่อระบบมีอันตรกิริยากับสิ่งแวดล้อมโดยการทำงาน $\bar{d}W$ เท่านั้น (pure-mechanical process หรือ adiabatic process) ก็จะได้ว่า

$$dU = -\bar{d}W = -dX Y \quad (2.2)$$

(นี่คือกฎข้อที่ 1 ในแบบการอาโรโดรี ดูรายละเอียดใน [2, 4-6])

กฎข้อที่ 2.1 พื้นผิวเอดียแบติก

ปริภูมิสมดุล (Σ) ของระบบทั่วไป (เนื้อเดียวหรือเนื้อผสมก็ได้) สามารถแบ่งเป็นชั้นๆ อย่างต่อเนื่องในรูปอนุกรมของพื้นผิวเอดียแบติก (adiabatic surface) $\{\sigma\}$ ที่ไม่ตัดกัน ซึ่งแต่ละพื้นผิว σ บรรยายด้วย สมการเอดียแบติก (adiabatic equation) ดังนี้

$$\sigma(\vec{r}) = \sigma \quad (2.3)$$

โดยที่สมการนี้เป็นผลเฉลยของสมการ (2.2)

$dU(\vec{r}) + \bar{d}W = 0$ ซึ่งในที่นี้เรียกว่า สมการเชิงอนุพันธ์เอดียแบติก (adiabatic differential equation)

¹อาจารย์ (ดร.) ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

กฎข้อที่ 2.1 ข้างต้นก็คือสัจพจน์ที่เรียกกันทั่วไปว่า หลักการคาริโอดรี (Carathéodory principle) แต่เขียนในรูปที่มีการตีความเชิงเรขาคณิตให้เข้าใจง่ายขึ้นโดย Sears [6] พิจารณากฎข้อที่ 2.1 ใน 2 กรณีคือ (ดูรายละเอียดใน [4-5, 7])

กรณี 2.1.ก ระบบเนื้อเดียวที่มีพิกัดงาน 1 คู่ จะมี Σ 2 มิติ เมื่อกำหนด $U = U(\vec{r})$ โคใดให้กับระบบ สมการ (2.2) จะมีผลเฉลย (2.3) ทุกกรณี

กรณี 2.1.ข ระบบเนื้อผสมหรือระบบที่มีพิกัดงานจำนวน $n > 1$ คู่ จะมี Σ ที่มีมิติ $2n > 2$ สำหรับระบบแบบนี้ต้องมี $U = U(\vec{r})$ ในรูปที่ทำให้ (2.2) มีผลเฉลย หมายความว่า กรณีนี้มีฟังก์ชัน $U = U(\vec{r})$ ได้เพียงบางรูปเท่านั้นที่ทำให้ (2.2) มีผลเฉลย

ข้อสังเกต

ก. ถึงแม้ว่ากฎข้อที่ 1 ให้ความหมายของ U ในฐานะพลังงานภายใน แต่ก็ยังไม่สมบูรณ์ เพราะรูปของ U ยังทำหน้าที่กำหนดสมการแอดิเอบติกในกฎข้อที่ 2.1 และ ระบบอุณหพลศาสตร์ในกรณี 2.1.ข ต้องมี U ในรูปที่ทำให้สมการเชิงอนุพันธ์แอดิเอบติก (2.2) มีผลเฉลย ดังนั้นเงื่อนไขทั่วไปของ U ต้องประกอบด้วยทั้งกฎข้อที่ 1 และ 2.1 ถ้าฟังก์ชันข้อที่ 1 ไม่เพียงพอที่จะนิยามบทบาทของ U ในอุณหพลศาสตร์แบบฉบับ

ข. ถ้าสมมุติระบบมีเส้นแอดิเอบติกที่ตัดกัน ระบบนี้จะสามารถมีวัฏจักรผันกลับได้ที่ทำให้ความร้อนแล้วกำเนิดงานได้ร้อยเปอร์เซ็นต์ ซึ่งขัดกับ ข้อความเคลวิน-เพลงก์ (Kelvin-Planck statement) ที่ว่า “ไม่มีวัฏจักรใดที่รับความร้อนแล้วให้กำเนิดงานได้ร้อยเปอร์เซ็นต์” [3] ซึ่งเป็นข้อความมาตรฐานหนึ่งของกฎข้อที่ 2 เราสามารถใช้ข้อความเคลวิน-เพลงก์ในกรณีวัฏจักรผันกลับได้ (เช่น เครื่องยนต์คาร์โนต์) แสดงกฎข้อที่ 2.1 ได้ แต่ไม่สามารถใช้กฎข้อที่ 2.1 แสดงข้อความเคลวิน-เพลงก์ทั่วไปที่ครอบคลุมถึงกระบวนการผันกลับไม่ได้ด้วย ดังนั้นในการก่อรูปกฎข้อที่ 2 ของอุณหพลศาสตร์แบบคาริโอดรียังต้องมีกฎข้อที่ 2.2 เพิ่มเติม ถึงจะมีประเด็นครบถ้วนตามกฎข้อที่ 2 มาตรฐาน [4] ซึ่งเราจะกล่าวถึงในบทความฉบับต่อไป

ค. จาก ปริภูมิ tXY ของระบบเนื้อเดียว สมการสถานะ (2.1) จะให้ปริภูมิ Σ ที่มีมิติลดลง 1 มิติ และสมการแอดิเอบติกจะให้พื้นผิวแอดิเอบติก (2.3) ที่มีมิติลดลงจาก Σ ไป 1 มิติ

ถ้าระบบมีอันตรกิริยากับสิ่งแวดล้อมนอกเหนือจากงาน กล่าวคือ มีความร้อน $\bar{d}Q \neq 0$ ที่นิยามว่า

$$\begin{aligned}\bar{d}Q &\equiv dU(\vec{r}) + \bar{d}W \\ &= dt \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right)_X + dX \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)_t + Y \right] \\ &= d\vec{r} \cdot \vec{Q}\end{aligned}\quad (2.4)$$

ซึ่งเป็นกระบวนการที่ข้ามพื้นผิวแอดิเอบติก (เราถือโอกาสแสดงตัวอย่างการเขียน $\vec{r} \in \Sigma$ ในรูปพิกัด 2 ตัวแปร (t, X) ในสมการข้างต้นด้วย) สังเกตว่า dU เป็น ผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง ในขณะที่ $\bar{d}Q$ และ $\bar{d}W$ เป็น ผลต่างอนุพันธ์ไม่แม่นตรง (inexact differential) (ดูเพิ่มเติมใน [7-8]) เราสามารถสร้างผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงขึ้นจาก $\bar{d}Q$ โดยทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบทที่ 2.1 ตัวประกอบอินทิเกรต

ถ้าสมการ $d\vec{r} \cdot \vec{Q} = 0$ มีผลเฉลยเป็นพื้นผิวแอดิเอบติก $\sigma(\vec{r}) = \sigma$ บน Σ ก็จะได้ว่ามี ตัวประกอบอินทิเกรต (integrating factor) $\tau = \tau(\vec{r})$ ที่ทำให้ $d\sigma = \bar{d}Q/\tau$ เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง

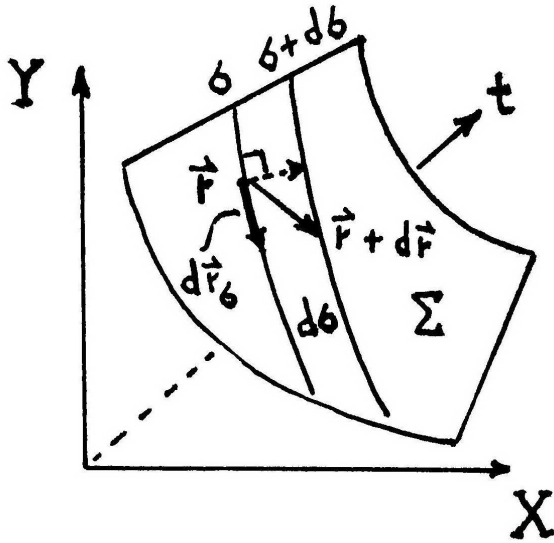
แสดง (ดูรายละเอียด ใน [4-5, 7])

พิจารณา 2 พื้นผิวแอดิเอบติก σ และ $\sigma + d\sigma$ บน Σ ดังรูปที่ 1 สำหรับกระบวนการระหว่างพื้นผิวทั้งสองจะมี $\bar{d}Q \neq 0$ และมี $d\sigma(\vec{r}) = d\vec{r} \cdot \nabla\sigma$ ซึ่งอย่างหลังเป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง สำหรับกระบวนการ $d\vec{r}_\sigma$ ที่อยู่บนพื้นผิว σ จะได้

$$\begin{aligned}\bar{d}Q &= d\vec{r}_\sigma \cdot \vec{Q} = 0 \\ d\sigma &= d\vec{r}_\sigma \cdot \nabla\sigma = 0\end{aligned}$$

แสดงว่า $\vec{Q}$ และ $\nabla\sigma$ ตั้งฉากกับ $d\vec{r}_\sigma$ จากการที่ Σ มีมิติมากกว่า σ อยู่ 1 มิติ ดังนั้น $\vec{Q}$ อยู่ในแนวขนานกับ $\nabla\sigma$ หรือได้ว่า $\vec{Q}/\tau = \nabla\sigma$ ทำให้ได้ว่า

$$\boxed{\frac{\bar{d}Q}{\tau} = d\vec{r} \cdot \vec{Q} \frac{1}{\tau} = d\vec{r} \cdot \nabla\sigma = d\sigma} \quad (2.5)$$



รูปที่ 1 แสดงเส้นแอมแปดิก σ และ $\sigma + d\sigma$ บนพื้นผิวสมมูล Σ ในกรณีปริภูมิ tXY 3 มิติ

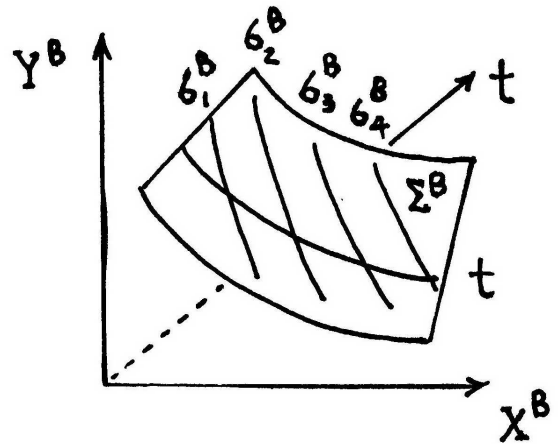
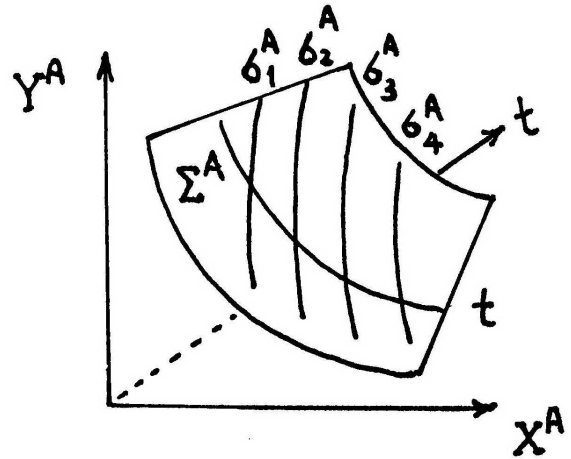
3. เอนโทรปี

จากตอนที่แล้ว ในกรณี 2.1ก สำหรับระบบเฟสเดียวที่มีงานชนิดเดียว กฎข้อที่ 2.1 เป็นผลตามมาจากกฎข้อที่ 1 แต่สำหรับกรณี 2.1ข ระบบประกอบหรือระบบหลายเฟสจึงเป็นกฎข้อที่ 2.1 โดยแท้จริง ในที่นี้เราจะศึกษาผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง $d\sigma$ สำหรับระบบ 2 เฟสที่ประกอบด้วยเฟส A และ B สัมผัสแบบแลกเปลี่ยนความร้อนกันโดยไม่มีการแลกเปลี่ยนมวลสาร สำหรับระบบย่อยเฟสเดียว A ที่มีงานชนิดเดียว กำหนดให้ $\vec{r}^A \in \Sigma^A$ และ Σ^A เป็นพื้นผิวสมมูล 2 มิติภายในปริภูมิ tX^AY^A จากกฎข้อที่ 2.1 ได้ว่าปริภูมิ Σ^A ประกอบด้วยเส้นแอมแปดิก $\{\sigma^A\}$ ที่ไม่ตัดกันอย่างต่อเนื่องดังรูปที่ 2 (บน) ดังนั้นสามารถเขียน $\vec{r}^A$ ได้โดยใช้พิกัด $\vec{r}^A = (t, \sigma^A)$ ได้นอกจากนั้น ระบบนี้มี $d\sigma^A = \bar{d}Q^A/\tau^A$ เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง ในทำนองเดียวกัน สำหรับระบบย่อยเฟสเดียว B ที่มีงานชนิดเดียว มีว่า $\vec{r}^B = (t, \sigma^B)$ และ $d\sigma^B = \bar{d}Q^B/\tau^B$

สำหรับระบบรวม $A+B$ ให้ $\vec{r} \in \Sigma$ และ Σ เป็นพื้นผิวสมมูลภายในปริภูมิ $tX^AY^AX^BY^B$ จากกฎข้อที่ 2.1 ได้ว่าปริภูมิ Σ ประกอบด้วยพื้นผิวแอมแปดิก $\{\sigma\}$ ที่ไม่ตัดกันอย่างต่อเนื่อง ดังนั้นแต่ละจุด $\vec{r}$ จะมีค่า (t, σ) ค่าหนึ่ง แต่เนื่องจาก σ เป็นพื้นผิว ค่า σ เดียวที่ t หนึ่งๆ สามารถแสดงถึงหลายจุด

$\vec{r}$ และระบบรวมนี้ยังมี $d\sigma = \bar{d}Q/\tau$ เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง

เราจะศึกษาความสัมพันธ์ของ σ และ τ ของระบบรวมในรูปตัวแปร (t, σ^A, σ^B) ของระบบย่อยดังนี้



รูปที่ 2 แสดงอนุกรมของเส้นแอมแปดิกที่ตัดกับเส้นไอโซเทอร์ม t บนพื้นผิวสมมูลของระบบย่อย A (บน) และระบบย่อย B (ล่าง) ที่มีสมมูลความร้อนเดียวกัน

จากกฎข้อที่ 0 ระบบ A และ B ที่สมมูลความร้อน t หนึ่งๆ จะมี ไอโซเทอร์มที่สมนัยกัน (corresponding isotherms) [3, 8] โดยระบบ A มีไอโซเทอร์ม 1 มิติ $t^A(X^A, Y^A) = t$ ซึ่งจุด $\vec{r}^A$ บนไอโซเทอร์มนี้สามารถลำดับได้ด้วยตัวแปร σ^A

ดังรูปที่ 2 (บน)* ในทำนองเดียวกัน จุดบนไอโซเทอร์ม $t^B(X^B, Y^B) = t$ ของระบบ B สามารถลำดับได้ด้วยตัวแปร σ^B ดังรูปที่ 2 (ล่าง) เนื่องจากระบบ A และ B สัมผัสกันเฉพาะที่ผิวสัมผัส เนื้อสารภายในส่วนใหญ่ไม่ได้สัมผัสกันและมีอันตรกิริยาต่อกันน้อย ดังนั้นที่ t หนึ่งๆ ระบบ A ในระบบรวม $A+B$ สามารถอยู่ในสถานะใดก็ได้บนไอโซเทอร์ม โดยไม่ขึ้นกับสถานะบนไอโซเทอร์มที่สมนัยกันของ B ทำให้ระบบรวม $A+B$ ที่ t หนึ่งๆ มีไอโซเทอร์ม 2 มิติโดยเป็นผลคูณคาร์ทีเซียนของไอโซเทอร์มที่สมนัยกันที่ t ของระบบ A และ B เมื่อรวมไอโซเทอร์มจากทุกๆ ค่า t ก็จะได้ Σ 3 มิติ เนื่องจากไอโซเทอร์มที่ t หนึ่งๆ ของระบบ $A+B$ สร้างขึ้นจากไอโซเทอร์มของ A และ B ที่ลำดับได้ด้วย σ^A และ σ^B ตามลำดับ และ Σ ประกอบขึ้นจากทุกไอโซเทอร์มของระบบ $A+B$ ดังนั้นสามารถเลือกพิกัดของ $\vec{r} \in \Sigma$ ของระบบรวมได้เป็น $\vec{r} = (t, \sigma^A, \sigma^B)$ ทำให้ได้ว่า

$$\sigma(\vec{r}) = \sigma(t, \sigma^A, \sigma^B)$$

$$d\sigma = dt \frac{\partial \sigma}{\partial t} + d\sigma^A \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma^A} + d\sigma^B \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma^B} \quad (3.1)$$

จากกฎข้อที่ 2.1 ระบบรวม $A+B$ ก็มีอนุกรมของพื้นผิวแอเดียแบติกที่ไม่ตัดกันและลำดับด้วย σ เช่นกัน สำหรับจุด 2 จุดใดใดที่อยู่ระหว่าง 2 พื้นผิวแอเดียแบติกที่ต่างกันและใกล้กันน้อยยิ่ง (infinitesimal) คู่หนึ่งๆ จะมีค่า $d\sigma$ คงที่และไม่เท่ากับศูนย์ จุด 2 จุดดังกล่าวสามารถอยู่บนเส้นไอโซเทอร์มหนึ่งๆ ของระบบ $A+B$ ได้ แต่ไม่ว่าอยู่บนเส้นไอโซเทอร์มใด ถ้าอยู่ระหว่าง

ผิวแอเดียแบติกคู่เดียวกันแล้ว ก็จะมี $d\sigma$ คงที่เสมอ ดังนั้น $d\sigma$ ไม่ขึ้นกับอนุกรม t ทำให้ได้ว่า $\partial \sigma / \partial t = 0$ และ

$$\sigma = \sigma(\sigma^A, \sigma^B) \quad (3.2)$$

(เราได้ใช้การอ้างเหตุผลเชิงเรขาคณิตแสดง (3.2) แทนที่การใช้แคลคูลัสแสดงตามที่มีในตำราต่างๆ เช่น [3-5])

เนื่องจากเนื้อสารในระบบ A และ B มีอันตรกิริยาต่อกันน้อย เพราะมีส่วนสัมผัสกันแค่ตรงผิวสัมผัส ทำให้พลังงานถ่ายโอนสามารถบอกกันได้โดยตรงโดยไม่มีพจน์อันตรกิริยาระหว่างระบบ กล่าวคือ

$$\bar{d}Q = \bar{d}Q^A + \bar{d}Q^B$$

$$d\sigma = d\sigma^A \frac{\tau^A}{\tau} + d\sigma^B \frac{\tau^B}{\tau} \quad (3.3)$$

ซึ่งได้ใช้ (2.5) เขียนในรูป $d\sigma$ และต้องสอดคล้องกับ (3.1)-(3.2) ที่มี $\partial \sigma / \partial t = 0$ ทำให้ได้ว่า

$$\frac{\tau^A}{\tau} = \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma^A}, \quad \frac{\tau^B}{\tau} = \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma^B} \quad (3.4)$$

สมการทั้งสองใน (3.4) มีด้านขวาขึ้นกับตัวแปร (σ^A, σ^B) เท่านั้น ดังนั้นส่วนที่ขึ้นกับ t ของ τ ต่างๆ จะถูกตัดกันทิ้งไปในเศษส่วน กล่าวคือ

$$\tau^A(t, \sigma^A) = T(t) f^A(\sigma^A)$$

$$\tau^B(t, \sigma^B) = T(t) f^B(\sigma^B)$$

$$\tau(t, \sigma^A, \sigma^B) = T(t) f(\sigma^A, \sigma^B) \quad (3.5)$$

เนื่องจากแต่ละ $\vec{r}$ จะมี (t, σ) เสมอ เพราะฉะนั้น $\tau(\vec{r}) = \tau(t, \sigma)$ ส่วน σ ก็มี (3.2) แสดงว่าสามารถเขียน

$$\tau(\vec{r}) = \tau(t, \sigma) = T(t) f(\sigma) \quad (3.6)$$

จะเห็นว่าตัวประกอบอินทิเกรตทั้งสามประกอบด้วย 2 ส่วน คือ ส่วนที่ขึ้นกับ t และส่วนที่ขึ้นกับ σ การที่ระบบทั้งสามอยู่ในสมดุลความร้อนทำให้มีปริมาณ $T(t)$ เดียวกัน การที่ T ขึ้นกับ t อย่างเดียวทำให้ T ก็เป็นสเกลอุณหภูมิชนิดหนึ่ง กำหนดชื่อตกลงเครื่องหมายให้ $T \geq 0$ เราจะอธิบายความหมายของ T ดังนี้

* ที่จริง ยังต้องอาศัยเงื่อนไขต่อไปนี้ด้วย สำหรับระบบเฟสเดียวที่มีงานชนิดเดียว เส้นแอเดียแบติกเส้นหนึ่งตัดกับเส้นไอโซเทอร์มเส้นหนึ่งครั้งเดียวใน Σ เสมอ เช่น กรณีที่ระบบมีพิกัดงาน (V, P) สามารถใช้กฎข้อที่ 2.2 (ดูข้อสังเกต ข. หลังกฎข้อที่ 2.1) แสดงว่า $\kappa = -\frac{1}{V}(\partial V / \partial P)_t \geq 0$, $\kappa_S = -\frac{1}{V}(\partial V / \partial P)_\sigma > 0$ และ $\kappa > \kappa_S$ ทำให้ได้ว่า ในแผนภูมิงานที่ให้แกน P และ V เป็นแกนตั้ง และแกนนอนตามลำดับ เส้นไอโซเทอร์มและเส้นแอเดียแบติกไม่มีการวกกลับ เพราะมีความชันเครื่องหมายเดียว และเส้นแอเดียแบติกที่ตัดผ่านจุดใดใดในแผนภูมิงานมีความชันค่าลบและชันกว่า (negative steeper) เส้นไอโซเทอร์มที่ตัดผ่านจุดนั้นเสมอ (ในสสารบางชนิดอาจมีกเว้นเพียงบางจุดในแผนภูมิงานได้) [2-4] ประเด็นนี้ เราอาจมีโอกาสนำกล่าวถึงในบทความฉบับต่อไป

เราสามารถนำสารใดก็ได้ไปสร้างวัฏจักรคาร์โนต์น้อยยิ่งได้ โดยวัฏจักรคาร์โนต์เป็นวงปิด (loop) บนผิว Σ ที่ประกอบด้วย 4 เส้นทางล้อมรอบ กล่าวคือ เส้นทางบนไอโซเทอร์ม 2 เส้นทางที่อยู่ระหว่างพื้นผิวอะเดียแบติก σ กับ $\sigma + d\sigma$ และเส้นทางบนพื้นผิวอะเดียแบติก 2 เส้นทางที่อยู่ระหว่างไอโซเทอร์ม t_0 กับ t เนื่องจาก τ ของระบบหนึ่งๆ อยู่ในรูปตาม (3.5)-(3.6) สามารถแสดงได้ว่า (ในที่นี้เราข้ามการแสดงนี้ไป [3])

$$\frac{\bar{d}Q_{t_0}}{T(t_0)} + \frac{\bar{d}Q_t}{T(t)} = 0$$

$$\boxed{-\frac{\bar{d}Q_t}{\bar{d}Q_{t_0}} = \frac{T(t)}{T(t_0)}} \quad (3.7)$$

สมการนี้แสดงว่า เราสามารถนำวัฏจักรคาร์โนต์เล็กๆ ของสารใดก็ตามไปวัดค่า T ของระบบหนึ่งๆ โดยให้วัฏจักรคาร์โนต์ดังกล่าวดำเนินการระหว่าง ผิวที่สัมผัสระบบดังกล่าว กับ แหล่งความร้อนที่จุดสมดุลความร้อนอ้างอิง t_0 สังเกตว่าเราสามารถวัดอุณหภูมิ T โดยใช้ปริมาณความร้อนที่ไม่ขึ้นกับชนิดของสาร (ต่างจากการวัดอุณหภูมิเชิงประจักษ์ที่อาศัยการวัด thermometric property ที่ขึ้นกับชนิดของสารมาตรฐาน [3]) สังเกตว่า T สามารถมีค่าต่ำลง ได้เรื่อยๆ จนกระทั่ง $T \rightarrow 0$ เป็นค่าต่ำสุด เพราะเมื่อ $T > T_0$ และ $T_0 \rightarrow 0$ ทำให้มี $|\bar{d}Q_T| > |\bar{d}Q_{T_0}| \rightarrow 0$ กล่าวคือ ไม่มีแหล่งความร้อนที่มี $T_0 \rightarrow 0$ ที่สามารถรับความร้อนออกจากระบบที่มี $T > T_0$ โดยใช้เครื่องยนต์คาร์โนต์อีก หรือ ไม่มีเครื่องทำความเย็นคาร์โนต์ใดที่สามารถปั๊มความร้อนออกจากระบบที่มีอุณหภูมิ $T_0 \rightarrow 0$ ได้ เรียกสเกลอุณหภูมินี้ว่า **สเกลอุณหภูมิสัมบูรณ์ (absolute temperature scale)** หรือ **สเกลอุณหภูมิเคลวิน (Kelvin temperature scale)**

จาก (3.5)-(3.6) เราสามารถแยกตัวประกอบ (factor) ที่เกี่ยวข้องกับ t ใน τ^A , τ^B , τ ออกมาในรูปผลคูณร่วม $T = T(t)$ ได้ เมื่อแทนกลับลงใน (3.3) ทำให้สามารถจัดรูปผลต่างอนุพันธ์ของระบบรวมใหม่ในรูป

$$\boxed{dS = dS^A + dS^B} \quad (3.8)$$

โดยที่

$$\boxed{\begin{aligned} dS^A(\sigma^A) &= d\sigma^A f^A(\sigma^A) = \frac{\bar{d}Q^A}{T(t)} \\ dS^B(\sigma^B) &= d\sigma^B f^B(\sigma^B) = \frac{\bar{d}Q^B}{T(t)} \\ dS(\sigma) &= d\sigma f(\sigma) = \frac{\bar{d}Q}{T(t)} \end{aligned}} \quad (3.9)$$

ซึ่งต่างจาก $\bar{d}Q = \bar{d}Q^A + \bar{d}Q^B$ (3.3) ตรงที่เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง (exact differential) และต่างจากผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงเดิม $d\sigma$ (3.1)-(3.2) ตรงที่แยกแต่ละพจน์ตามระบบย่อย A และ B โดยที่ตัวแปรในแต่ละพจน์ขึ้นกับระบบย่อยหนึ่งๆ เท่านั้น ทำให้ได้ว่าปริมาณ $S = S(\bar{r})$ ของแต่ละระบบเป็นฟังก์ชันบน Σ ของระบบนั้นๆ เท่านั้น เรียกว่า **เอนโทรปี** สังเกตว่า พลังงานภายในและเอนโทรปีมีความสมนัยกันตามกฎข้อที่ 2.1 กล่าวคือ เมื่อมีรูป U ที่ทำให้สมการเชิงอนุพันธ์อะเดียแบติก (2.2) มีผลเฉลย ก็จะกำหนดพื้นผิวอะเดียแบติก และกำหนดรูป $\bar{d}Q$ ในกระบวนการระหว่างพื้นผิวอะเดียแบติกนี้ ซึ่งจะกำหนดรูปของเอนโทรปีในที่สุด

4. ตัวอย่างแก๊สอุดมคติ

แก๊สอุดมคตินิยามว่า (1) มีสมการสถานะ $PV = nR\theta$ โดยที่มี (V, P) เป็นพิกัดงาน และ θ เป็นสเกลอุณหภูมิแก๊สอุดมคติ ซึ่งอยู่ในฐานะอุณหภูมิเชิงประจักษ์ชนิดหนึ่ง และ (2) บน Σ กำหนดฟังก์ชัน

$$U(\bar{r}) = nc_V\theta \quad (4.1)$$

(ในตำรากล่าวถึงเงื่อนไขที่ (2) ของแก๊สอุดมคติในรูป $(\partial U / \partial V)_\theta = 0$ [3, 9] แต่เราเห็นว่ายังต้องมีเงื่อนไข $c_V = \text{const}$ เพิ่มเติมด้วย จึงจะให้รูป U ข้างต้นได้ เพื่อความง่ายเราใช้รูป U (4.1) เป็นเงื่อนไขที่ (2) ของแก๊สอุดมคติไปเลย)

จากรูป U ข้างต้น เราจะหาสมการแอเดียแบติกโดยแทน U นี้ลงในสมการเชิงอนุพันธ์แอเดียแบติก (2.2) ได้ว่า

$$\begin{aligned} 0 &= dU + dVP \\ &= nc_V d\theta + nR\theta \frac{dV}{V} \end{aligned}$$

นิยามว่า $\gamma - 1 \equiv R/c_V$ และจัดรูปได้ว่า

$$0 = \frac{d\theta}{\theta} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = d[\ln(\theta V^{\gamma-1})]$$

ซึ่งก็ได้ สมการแอเดียแบติก ที่แสดงเส้นแอเดียแบติกของแก๊สอุดมคติดังนี้

$$\sigma(\theta, V) = \theta V^{\gamma-1} = \sigma \quad (4.2)$$

ถึงแม้ว่ารูป U (4.1) กำหนดสมการแอเดียแบติก (4.2) ที่ให้ $d\sigma$ เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงแล้ว แต่เรายังไม่ต้องการแค่ผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงรูปนี้ เราต้องการหาฟังก์ชัน $T = T(\theta)$ ที่เป็นส่วนหนึ่งของตัวประกอบอินทิเกรต τ มาปรับให้เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงในรูป $dS = \bar{d}Q/T(\theta)$ (3.9) เพราะผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงรูปนี้จะให้ (3.7) หรือ $T = T(\theta)$ เป็นสเกลอุณหภูมิสมบูรณ์ และนำไปสู่ความสัมพันธ์ (3.8) สำหรับระบบประกอบนั่นเอง พิจารณาการแทน U (4.1) ลงในสมการ (3.9) และใช้ (2.4) ได้ว่า

$$\begin{aligned} dS &= \frac{\bar{d}Q}{T(\theta)} \\ &= nc_V \frac{d\theta}{T(\theta)} + nR \frac{\theta}{T(\theta)} \frac{dV}{V} \end{aligned} \quad (4.3)$$

เราจะหาความสัมพันธ์ $T = T(\theta)$ ที่สามารถปรับให้รูป dS นี้เป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรง กล่าวคือ

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial \theta} = \frac{\partial^2 S}{\partial \theta \partial V} \quad (4.4)$$

จาก (4.3) ได้ว่า

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial \theta} = \frac{\partial}{\partial V} \left(\frac{nc_V}{T(\theta)} \right)_\theta = 0$$

เพื่อให้ตรงกับ (4.4) ได้ว่า

$$0 = \frac{\partial^2 S}{\partial \theta \partial V} = \frac{nR}{V} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\theta}{T(\theta)} \right)_V$$

ซึ่งเป็นไปได้เมื่อ

$$\boxed{T(\theta) = C\theta} \quad (4.5)$$

(หมายเหตุ เราใช้ลำดับตรรกะต่างจาก [9] บ้าง คือใน [9] ใช้การเป็นผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงของ dS แสดงว่า $(\partial U / \partial V)_\theta = 0$ สมมูลกับ (4.5) แต่เราแสดงว่า การกำหนด (4.1) และเงื่อนไขผลต่างอนุพันธ์แม่นตรงของ dS ให้ (4.5))

ความสัมพันธ์ (4.5) ทำให้เราสามารถวัดและตีสเกลอุณหภูมิสัมบูรณ์โดยการวัด thermometric property ของระบบเทอร์โมมิเตอร์แก๊สอุดมคติได้ ซึ่งสะดวกกว่าวิธีวัดความร้อนเข้าออกเครื่องยนต์คาร์โนต์ จากตัวอย่างนี้เห็นชัดว่า เมื่อกำหนดรูปของ U (4.1) จะให้รูปฟังก์ชัน S บน Σ โดยการอินทิเกรต (4.3) และเลือก $C = 1$ ได้ว่า

$$S(T, V) = n(c_V \ln T + R \ln V) + S_0 \quad (4.6)$$

สำหรับการหา U และ S ของระบบอื่นๆ โดยใช้ข้อมูลจากการทดลอง เราก็ทำการวัดหาสมการสถานะและปริมาณอุณหพลศาสตร์ต่างๆ โดยเทียบกับสเกล T ของแก๊สอุดมคติไปเลย และค่าต่างๆ ที่จะนำลงไปแทนในสมการ (2.2), (2.4), และ (3.9) เพื่อหาสมการที่ใช้แก้หา U และ S ก็ใช้สเกล T ของอุณหภูมิแก๊สอุดมคติเดียวกันหมดเลย โดยไม่แบ่งเป็นอุณหภูมิเชิงประจักษ์ t กับอุณหภูมิสมบูรณ์ T อย่างในสมการ (4.3) อีก ดังเช่น การหา U ของแก๊สแวนเดอร์วาลส์ [1] ที่กล่าวถึงในบทนำ

5. สรุป

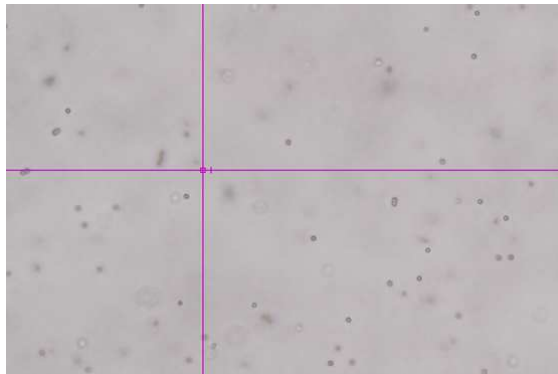
เราได้อธิบายการก่อรูปกฎข้อที่ 1 และ 2 ตามแบบหลักคาราธิโอโดรี โดยในบางจุดได้เสริมการอ้างเหตุผลเชิงเรขาคณิตแทนที่การพิสูจน์โดยใช้แคลคูลัสตามที่พบในตำราต่างๆ และได้อภิปรายว่า U และ S มีความสัมพันธ์ “คู่ขนานกัน” อย่างใกล้ชิดตามกฎข้อที่ 2 ซึ่งเห็นได้ชัดเมื่อใช้การก่อรูปกฎข้อที่ 2 แบบหลักคาราธิโอโดรี กล่าวคือ รูปของ U จะกำหนดลักษณะ

กล่าวถึงของพื้นผิวแอเดียแบติกที่เป็นปริภูมิย่อยบนพื้นผิวสมมูล และสำหรับกระบวนการข้ามระหว่างพื้นผิวแอเดียแบติกเหล่านี้จะกำหนดรูปของ S และในทางกลับกัน ลักษณะสมการแอเดียแบติกหรือลักษณะพื้นผิวแอเดียแบติก มีความสัมพันธ์กับรูปของ U จึงไม่น่าแปลกใจว่าหลายครั้ง เราใช้คุณสมบัติของสมการแอเดียแบติก, พื้นผิวแอเดียแบติก, หรือ S ที่ได้จากข้อมูลการทดลองในการหารูป U ที่ดูเหมือนนิยามจากแค่กฎข้อที่ 1 ดังที่กล่าวในบทนำ ในตอนท้าย เราได้ยกตัวอย่างสาธิตกรณีแก๊สอุดมคติพร้อมทั้งอธิบายการตรงกันระหว่างอุณหภูมิแก๊สอุดมคติกับอุณหภูมิเคลวินด้วย

เอกสารอ้างอิง

- [1] F. W. Sears, *An Introduction to Thermodynamics, the Kinetic Theory of Gases, and Statistical Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, 1953), 2nd ed.
- [2] M. W. Zemansky and R. Dittman, *Heat and Thermodynamics* (McGraw-Hill, New York, 1997), 7th ed.
- [3] M. W. Zemansky and R. Dittman, *Heat and Thermodynamics* (McGraw-Hill, New York, 1981), 6th ed.
- [4] A. Münster, *Classical Thermodynamics*, translation by E.S. Halberstadt (Wiley-interscience, London, 1970).
- [5] P. T. Landsberg, *Thermodynamics and Statistical Mechanics*, (Oxford, Oxford, 1978).
- [6] F. W. Sears, "A Simplified Simplification of the Carathéodory's Treatment of Thermodynamics," *Am. J. Phys.*, **31**, No. 10, 747-752 (1963).
- [7] ชาญกิจ คั่นจ้อง, "ความลึกกลับของอุณหพลศาสตร์: ตอนที่ 1 ผลต่างอนุพันธ์แมนตรงและไม่แมนตรง กับ ตัวประกอบอินทิเกรต," วารสารฟิสิกส์ไทย, ปีที่ 28, ฉบับที่ 2, (มิถุนายน – สิงหาคม 2554).
- [8] ชาญกิจ คั่นจ้อง, "ความลึกกลับของอุณหพลศาสตร์: ตอนที่ 2 กฎข้อที่ 0 ของอุณหพลศาสตร์," วารสารฟิสิกส์ไทย, ปีที่ 28, ฉบับที่ 3, (กันยายน – พฤศจิกายน 2554).
- [9] D. G. Miller and W. Dennis, "Definition of the Perfect Gas and Its Relation to the Second Law of Thermodynamics," *Am. J. Phys.*, **28**, No. 9, 796-798 (1960).

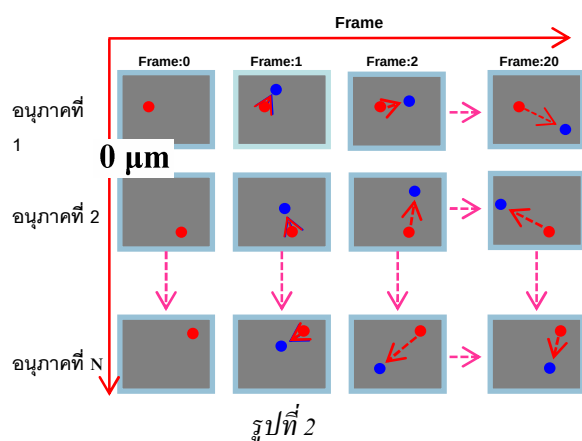
รูปประกอบจากบทความ “การหาค่าคงตัวโบสตันน์จากการเคลื่อนที่แบบบราวน์ของทรงกลมลาเท็กซ์” หน้า 10 – 14



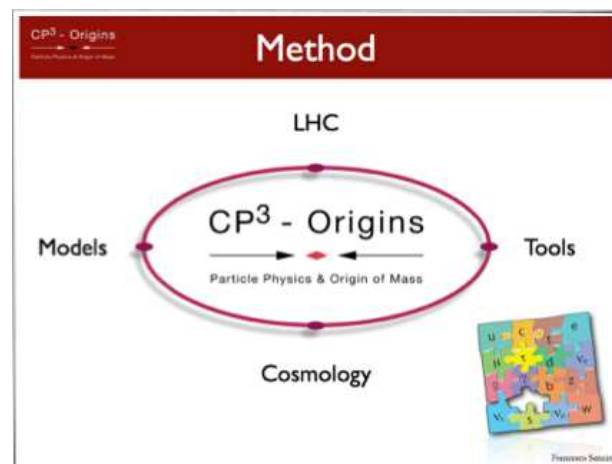
รูปที่ 1



รูปที่ 3

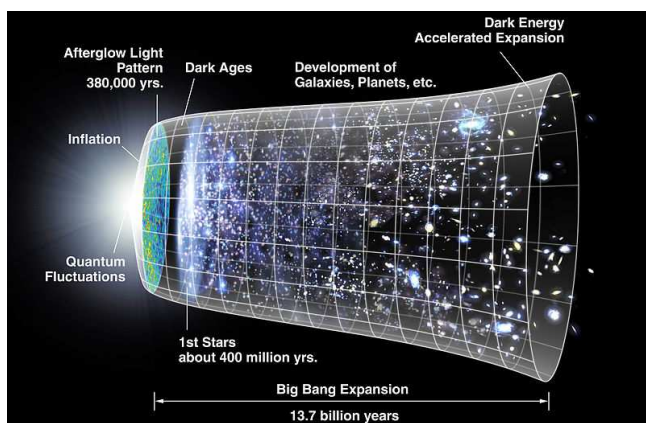


รูปที่ 2



รูปที่ 4

รูปประกอบจากบทความ “มารู้จักจักรวาลแบบพองตัวกันเถอะ! ตอนจบ” หน้า 15-21



รูปที่ 1



สมาคมฟิสิกส์ไทย

สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี

111 ถนนมหาวิทยาลัย

ต. สุรนารี อ. เมือง

จ. นครราชสีมา 30000

THAI PHYSICS SOCIETY

School of Physics, Suranaree Univ. of Technology

111 University Avenue

Tambon Suranaree, Muang District

Nakhon Ratchasima 30000

ชำระค่าฝากส่งเป็นรายเดือน
ใบอนุญาตเลขที่ 187/2552
ปท.จ. นครราชสีมา

สิ่งตีพิมพ์

หากไม่ถึงผู้รับ โปรดส่งคืนสมาคมฟิสิกส์ไทย