

บทความวิชาการ (Article)

หลุมดำและข้อมูลที่หายไป.....ไหน ??

Black Hole Information Paradox

สิทธิรินทร์ อยู่คง

กลุ่มวิจัยฟิสิกส์ทฤษฎีและฟิสิกส์เชิงคำนวณ คณะวิทยาศาสตร์

มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี

บทคัดย่อ

สตีเฟน ฮอว์กิง ถือได้ว่าเป็นนักฟิสิกส์ที่ยิ่งใหญ่คนหนึ่งในทศวรรษนี้ ผลงานที่สำคัญมากเรื่องหนึ่งและยังเป็นที่ถกเถียงกันในหมู่นักฟิสิกส์ คือ เรื่องข้อมูลที่หายไปหลุมดำ ดังนั้นบทความนี้เรียบเรียงขึ้นเพื่อให้เห็นที่มาของปัญหาและแนวทางในการถกเถียงเพื่อหาคำตอบของนักฟิสิกส์หลายๆ ท่าน อีกทั้งเป็นการรำลึกการจากไปของศาสตราจารย์ฮอว์กิงในวันที่ 14 มีนาคม 2561

คำสำคัญ: สตีเฟน ฮอว์กิง, หลุมดำ, ข้อมูล

Abstract

Stephen Hawking is one of the renowned physicists in this century. His work on information loss in black hole is very important in order to understand the nature and is still an ongoing subject causing a big debate among physicists. Then this article is composed in order to show the readers the origin of the problem and the current possible solutions. Moreover, this article is dedicated to Professor Stephen Hawking who passed away recently on 14 March 2018.

Key words: Stephen Hawking, Black Hole, Information

“วิทยาศาสตร์ไม่ได้เป็นเพียงศาสตร์ที่ว่าด้วยเหตุและผลแต่ยังเป็นเรื่องของเพื่อฝันและใคร่รู้อีกด้วย”

“Science is not only a disciple of reason but, also, one of romance and passion”

ศาสตราจารย์ฮอว์กิงให้สัมภาษณ์นิตยสาร PARADE 2010

บทนำ

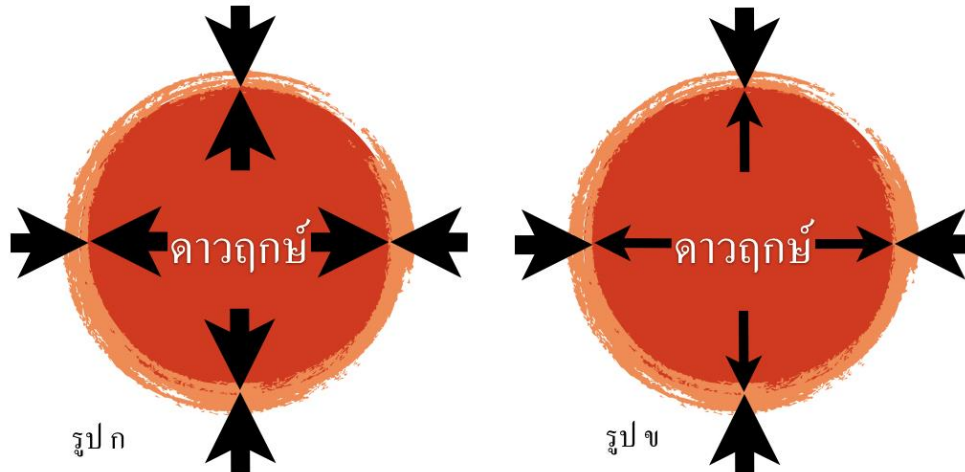
ผู้เขียนได้เรียบเรียงบทความจากข้อเขียนใน Facebook ของตนเอง และ Page “ฟิสิกส์หมาหมา” [1] โดยเป็นการเน้นแนวคิดของปัญหาและแนวทางแก้ปัญหาในแบบต่างๆ โดยที่ไม่ได้ลงรายละเอียดการคำนวณที่ลึกซึ้ง เพื่อเป็นการรำลึกถึงการจากไปของศาสตราจารย์สตีเฟน ฮอว์กิง ซึ่งได้จากไปเมื่อวันที่ 14 มีนาคม 2561 เนื่องจากเนื้อหานี้ประกอบไปด้วยองค์ความรู้หลายส่วน ดังนั้นตัวโครงสร้างของบทความจะเริ่มจากการอธิบายอย่างง่ายของฟิสิกส์พื้นฐานที่เกี่ยวข้องและจากนั้นจะเข้าสู่ปัญหาในตอนหลัง หัวข้อที่ 2 เป็นการอธิบายหลุมดำและสมบัติของมันเบื้องต้น หัวข้อที่ 3 เป็นการอธิบายเกี่ยวกับข้อมูลตามความหมายเชิงฟิสิกส์ หัวข้อที่ 4 เป็นการอธิบายว่าเกิดอะไรขึ้นหากวัตถุก้าวข้ามเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ตามทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป หัวข้อที่ 5 เอนโทรปีที่ลดลงของระบบที่มีหลุมดำ หัวข้อที่ 6

การแผ่รังสีของหลุมดำหรือรูจักรันในชื่อการแผ่รังสีของฮอว์คิงและข้อมูลที่หายไป หัวข้อที่ 7 หลักการเติมเต็มของหลุมดำ หัวข้อที่ 8 นั้นเกี่ยวกับหลักการโฮโลกราฟี หัวข้อที่ 9 นั้นอธิบายปัญหากำแพงไฟที่เกิดขึ้น ณ ขอบฟ้าเหตุการณ์เนื่องจากผลของควมตัม หัวข้อที่ 10 แนวคิดใหม่ในการแก้ปัญหาที่ชื่อว่า ER=EPR ปิดท้ายด้วยหัวข้อที่ 11 สรุปประเด็น

หลุมดำ

หากเราทำการค้น Google ด้วยคำว่า Black Hole (หลุมดำ) เราจะพบผลการค้นหาจำนวนมหาศาล ซึ่งเป็นการบอกเราว่าคำว่า “หลุมดำ” นั้นเป็นคำยอดนิยมมากที่สุดคำหนึ่ง สำหรับนักศึกษาฟิสิกส์ที่เรียนทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป หลุมดำนั้นถือได้ว่าเป็นพระเอกของท้องเรื่องเลยทีเดียวได้เนื่องจากเป็นบริเวณที่กาลอวกาศได้รับผลของความโน้มถ่วงมหาศาลและมีค่าเป็นอนันต์ที่จุดเอกฐาน และเหตุที่ได้ชื่อว่าหลุม “ดำ” นั้นเพราะวัตถุใดๆ หรือแม้แต่แสงที่ได้ชื่อว่าเคลื่อนที่ได้เร็วที่สุดหากตกข้ามขอบฟ้าเหตุการณ์ก็ไม่สามารถออกมาได้ (หรือนั่นคือไม่มีแสงสะท้อนมาเข้าตาเรานั่นเอง) การที่เรามองไม่เห็นนั้นทำให้เกิดปัญหาในการมองหาหลุมดำ เพราะในการสำรวจจักรวาล เราใช้กล้องโทรทรรศน์อวกาศฮับเบิลซึ่งเป็นอุปกรณ์ทำงานโดยอาศัยการรับแสง และใช้กล้องโทรทรรศน์วิทยุรับคลื่นวิทยุซึ่งก็เป็นรังสีแม่เหล็กไฟฟ้าเช่นเดียวกันแสง อย่างไรก็ตามเมื่อปี 2558 LIGO ได้ทำได้ตรวจวัดคลื่นแรงโน้มถ่วงซึ่งเป็นผลของการรวมตัวกันของหลุมดำสองหลุมซึ่งเป็นการบอกถึงการมีอยู่ของหลุมดำทางอ้อมหรือที่พูดกันว่าเมื่อเรามองหาไม่ได้เราก็อาศัยการฟังเอา

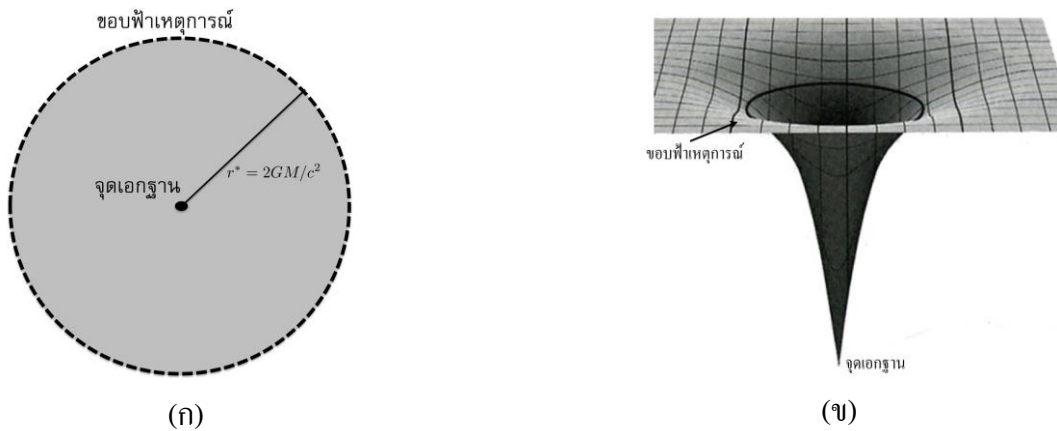
หลุมดำนั้นมีอยู่ด้วยกันหลายประเภท ในหัวข้อนี้ขออธิบายหลุมดำแบบที่ง่ายที่สุดที่เรียกว่า หลุมดำนิ่ง (ไม่มีการหมุนและประจุ) สำหรับดาวฤกษ์ (เหมือนกับดวงอาทิตย์ของเราแต่ต้องมีขนาดใหญ่กว่ามากๆ) แรง 2 แรงนั้นทำงานทำให้ดาวฤกษ์คงสภาพอยู่ได้คือแรงจากความดัน (แรงผลัก) จากพลังงานที่ปลดปล่อยจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ และแรงโน้มถ่วง (แรงกด) ดังรูปที่ 1 (ก) หากแรง 2 แรงดังกล่าวอยู่ในสภาวะสมดุล ดาวฤกษ์จะคงตัวอยู่ได้ แต่หากเมื่อไรที่ดาวฤกษ์เผาผลาญเชื้อเพลิงใกล้หมดแรงผลักจากความดันภายในดาวจะทำงานอ่อนลง แรงโน้มถ่วงจะมีบทบาทมากขึ้นซึ่งจะส่งผลทำให้ดาวฤกษ์หดตัวลง ดังรูปที่ 1 (ข)



รูปที่ 1 ดาวฤกษ์อยู่ในสมดุลอันเป็นผลมาจากสมดุลระหว่าง แรงผลักจากความดัน โดยพลังงานจากปฏิกิริยานิวเคลียร์ และ แรงกดจากแรงโน้มถ่วง

เมื่อดาวฤกษ์เผาผลาญเชื้อเพลิงของปฏิกิริยานิวเคลียร์หมดลง แรงโน้มถ่วงจะเข้าควบคุมทั้งหมดทำให้ดาวเกิดการยุบตัวอย่างต่อเนื่อง หากเราทำการคำนวณความเร็วหลุดพ้นของดาวนั้นๆ จะได้ว่า $v_{\text{escape}} = \sqrt{2GM/r}$ โดย M เป็นมวลของดาว และ G เป็นค่าคงที่แรงโน้มถ่วงของนิวตัน ส่วน r คือรัศมีของดาว จากความสัมพันธ์เราจะเห็นได้ว่าความเร็วหลุดพ้นนั้นแปรผันตรงกับมวลและส่วนกลับของรัศมี กระบวนการยุบตัวของดาวฤกษ์ (ซึ่งมีสมมาตรเชิงทรงกลมเพราะยุบเข้าสู่ศูนย์กลางดาว) นั้นจะทำให้ความหนาแน่นมวลเพิ่มขึ้นมหาศาลและรัศมีหดสั้นลงมหาศาลเช่นกันจนเกิดจุดเอกฐาน (Singularity) ซึ่งก่อนถึงจุดเอกฐานจะมีจุดที่ความเร็วหลุดพ้นมี

ค่ามากกว่าความเร็วแสงที่เรียกว่า ขอบฟ้าเหตุการณ์ (Event Horizon) สำหรับหลุมดำที่ไม่หมุนที่เรียกว่าหลุมดำชวาชชิลด์ (Schwarzschild Black Hole) จะมีขอบฟ้าเหตุการณ์ตรงที่รัศมีชวาชชิลด์ $r^* = 2GM/c^2$ ดังรูปที่ 2 (ก)



รูปที่ 2 (ก) ภาพการ์ตูนแสดงหลุมดำชวาชชิลด์ใน 2 มิติ (ข) ภาพการ์ตูนแสดงหลุมดำใน 3 มิติ [คัดแปลงมาจาก Wikipedia]

ตัวอย่างที่นิยมใช้ทำให้เห็นภาพหลุมดำอย่างง่าย ๆ คือ เราเปรียบเทียบกับพื้นผ้าใบเป็น กาลอวกาศ (Spacetime) ณ ตำแหน่งที่มีหลุมดำอยู่ กาลอวกาศจะมีความบิดโค้งและ ณ ตำแหน่งเอกฐานความบิดโค้งจะเป็นอนันต์ ดังรูปที่ 2 (ข) อะไรก็ตามที่หลุดเข้าไปเกินขอบฟ้าของเหตุการณ์จะไม่สามารถหนีออกมาได้แม้กระทั่งแสงจึงเป็นเหตุผลที่ทำให้เราไม่สามารถสังเกตหลุมดำได้โดยตรง

ข้อมูลและความหมายเชิงฟิสิกส์

หากถามว่าข้อมูลคืออะไร อาจจะเป็นอะไรที่อธิบายให้เข้าใจได้ยาก ดังนั้นผู้เขียนขอยกตัวอย่างเพื่อเป็นการทำความเข้าใจคำว่าข้อมูล เราเริ่มพิจารณากล่องบรรจุก๊าซอุดมคติ N โมเลกุล จากนั้นให้ “ข้าวเกรียบ” (ลูกชายแสนรักของผู้เขียน) ทำหน้าที่สังเกตการเคลื่อนที่ของทุกโมเลกุลทุกๆ ขณะเวลาจากเริ่มต้น แน่นอนว่าสิ่งที่ข้าวเกรียบต้องทำคือทำตารางบันทึกผลตัวเลขของตำแหน่งของทุกโมเลกุลในกล่อง ณ เวลาต่างๆ ซึ่งชุดตัวเลขทั้งหมดเป็นข้อมูลการเคลื่อนที่ของโมเลกุลทั้งหมดในกล่องดังรูปที่ 3

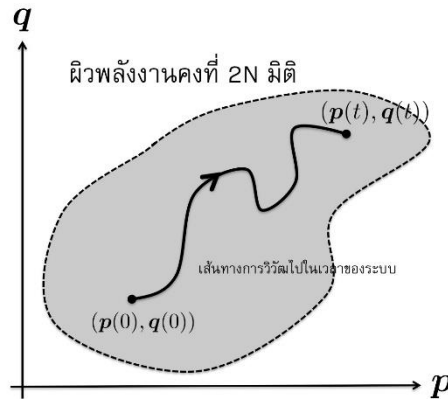


รูปที่ 3 ภาพแสดงกล่องบรรจุก๊าซและข้าวเกรียบผู้บันทึกข้อมูลตำแหน่งของทุกโมเลกุล ณ เวลาต่างๆ

อย่างไรก็ดีหากเราใช้กลศาสตร์แฮมิลโตเนียน (Hamiltonian Mechanics) ในการนำเสนอข้อมูลการเคลื่อนที่ของทุกโมเลกุลบนปริภูมิเฟส (Phase Space) ที่มีขนาดมิติเป็น $2N$ ซึ่งหนึ่งจุดบนปริภูมิเฟสจะบรรจุข้อมูลตำแหน่งและโมเมนตัมของทุกๆ โมเลกุล ณ เวลา t ใดๆ ดังสมการที่ (1)

$$\begin{aligned} & (p(t), q(t)) \\ & = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_N(t), q_1(t), q_2(t), \dots, q_N(t)) \end{aligned} \quad (1)$$

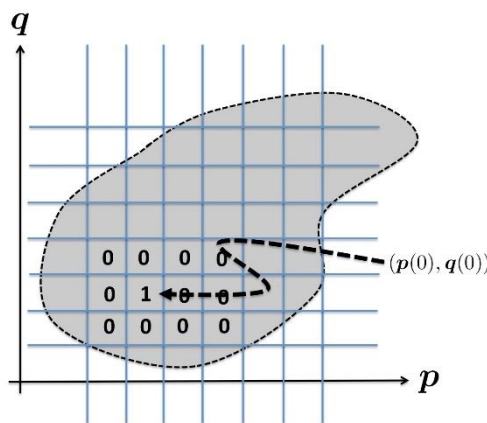
หากเราให้เงื่อนไขเริ่มต้นกับทุกๆ โมเมนต์ (ตำแหน่งเริ่มและโมเมนตัมเริ่มต้น) จากนั้นปล่อยให้ระบบวิวัฒนาการไป เราจะได้เส้นทางการเคลื่อนที่ของระบบบนผิว (ผิวหลายมิติที่ฝังตัวอยู่ในปริภูมิเฟสเรียกว่า แมนิโฟลด์ (Manifold)) ที่มีค่าพลังงานคงที่ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 รูปแสดงเส้นทางการเคลื่อนที่ของระบบบนปริภูมิเฟส (โดยละการแก้สมการแฮมิลตัน)

แน่นอนว่าโดยทั่วไปเราเคยชินการแสดงข้อมูลด้วย บิต (Bit หรือ Binary Digit) 0 และ 1 ซึ่งเราสามารถแสดงได้เหมือนกันบนปริภูมิเฟส โดยคิดว่าผิวพลังงานคงที่นั้นประกอบขึ้นมาจากกล่องขนาดเล็กที่บรรจุได้ 1 จุดสถานะของระบบพอดี โดยเรากำหนดให้ว่า ณ ตำแหน่งกล่องที่บรรจุสถานะเริ่มต้นให้มีค่าบิตเป็น 1 นอกนั้นเป็นบิต 0 ทั้งหมดดังรูปที่ 5 ดังนั้น ณ เวลาเริ่มต้นเราจะมีสายบิตเป็น (โดยนับเรียงจากล่างขึ้นบน)

$$\dots | \dots 0000 \dots | \dots 0100 \dots | \dots 0000 \dots | \dots \quad \text{ณ เวลา } t_0 \quad (2)$$



รูปที่ 5 แสดงการลงตำแหน่งบิต 0 และ 1 บนปริภูมิเฟส ณ เวลาเริ่มต้น (จริงๆ ต้องเติมทุกช่องแต่แสดงเป็นตัวอย่างไว้เบื้องต้น)

เมื่อปล่อยให้ระบบวิวัฒนาการไปในเวลาบนปริภูมิเฟสจำนวนบิต 1 จะเพิ่มขึ้นทุกๆ สเปปเวลาดังสมการ

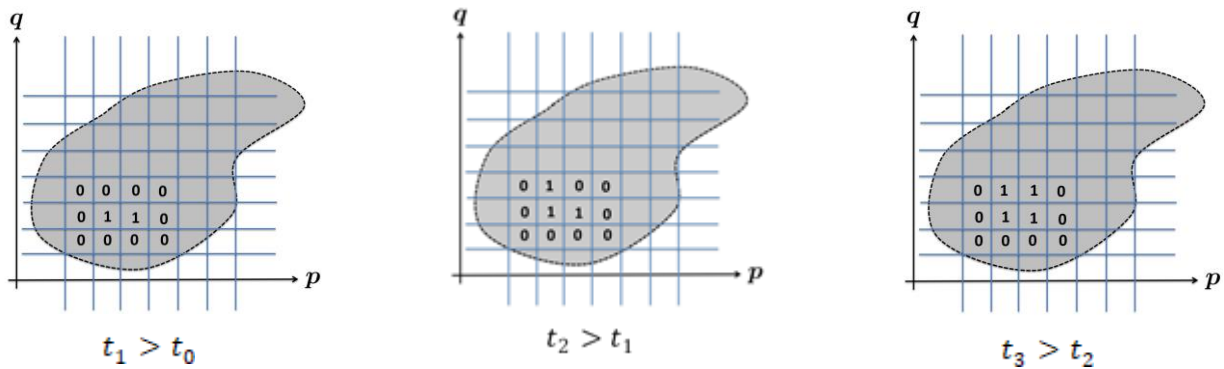
$$\dots | \dots 0000 \dots | \dots 0110 \dots | \dots 0000 \dots | \dots \quad \text{ณ เวลา } t_1 > t_0 \quad (3.1)$$

$$\dots | \dots 0000 \dots | \dots 0110 \dots | \dots 0100 \dots | \dots \quad \text{ณ เวลา } t_2 > t_1 \quad (3.2)$$

$$\dots | \dots 0000 \dots | \dots 0110 \dots | \dots 0110 \dots | \dots \quad \text{ณ เวลา } t_3 > t_2$$

$$(3.3)$$

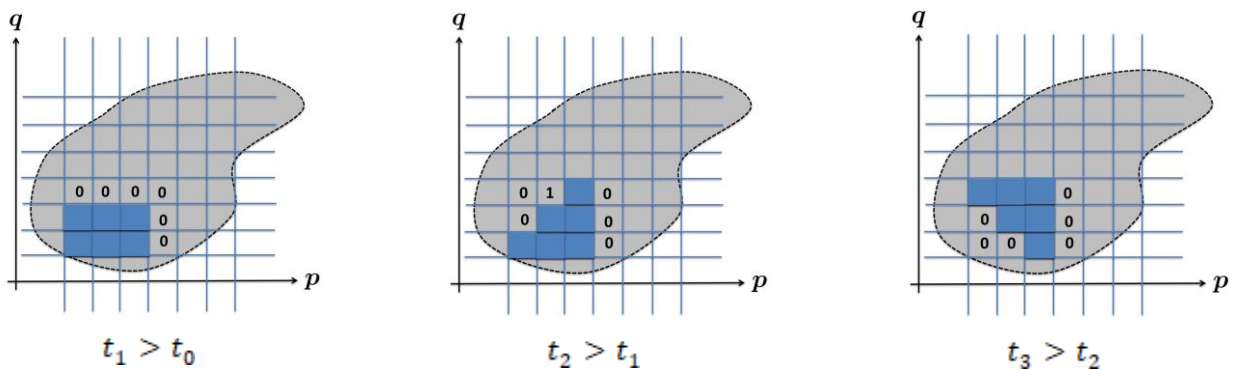
เป็นต้น (ดูรูปที่ 6 ประกอบ)



รูปที่ 6 แสดงการพลิกไปของบิต 0 เป็นบิต 1 ที่เกิดการการวิวัฒนาการไปในเวลาของระบบ

ข้อสังเกต: สายบิตที่เราจินตนาการมีจำนวนบิตมหาศาลแต่เริ่มต้นจากการจัดเรียงในรูปแบบที่ง่ายที่สุดดังสมการ (2) แต่เมื่อเวลาผ่านไปการเรียงตัวของบิตในสายนั้นจะเริ่มยุ่งขึ้นเรื่อยๆ ดังสมการ (3.1)-(3.3) ตามลำดับ ตรงนี้สอดคล้องกับการเพิ่มขึ้นของเอนโทรปีของระบบซึ่งจะทำการอธิบายต่อไป

สิ่งที่สำคัญของระบบที่วิวัฒนาการไปปริภูมิเฟสคือ ทฤษฎีบทลิอูวิลล์ (Liouville's Theorem) ซึ่งอธิบายง่ายๆ ว่า หากเราสนใจบริเวณหนึ่งบนปริภูมิเฟส (กล่อง 6 กล่องที่ระบายสีไว้) เมื่อเวลาผ่านไปรูปร่างของบริเวณที่สนใจเปลี่ยนไปแต่ยังคงมีปริมาตรเท่าเดิมคือ 6 กล่อง ดังรูปที่ 7



รูปที่ 7 แสดงการคงตัวของปริมาตรของบริเวณที่สนใจ ณ เวลาต่างๆ

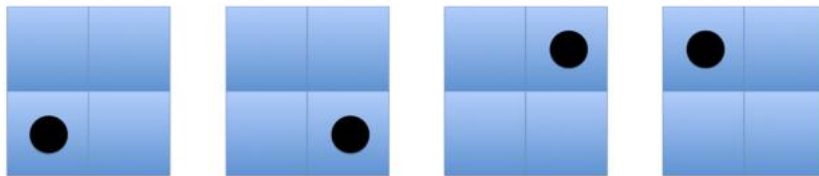
ดังนั้นเราบอกได้ว่าจำนวนจุดสถานะในบริเวณที่เราสนใจนั้นคงที่ตลอดเวลาหรือเราสามารถบอกได้ว่าความหนาแน่นของจุดบนปริภูมิเฟสนั้นคงที่ ทำให้เราตีความได้ว่า ข้อมูลนั้นไม่สามารถทำลายได้ (กฎอนุรักษ์ข้อมูล) ตามเวลา เงื่อนไขนี้สำคัญมากเพราะเป็นเงื่อนไขที่บอกเราว่าข้อมูลนั้นเหมือนจะจับต้องไม่ได้แต่มันมีอยู่จริงไม่ต่างจากพลังงานที่ไม่สามารถสร้างหรือทำลายได้แต่เปลี่ยนรูปได้ (กฎอนุรักษ์พลังงาน)

อย่างไรก็ดี ข้อมูลนั้นสามารถอธิบายผ่านกลศาสตร์สถิติ (Statistical Mechanics) โดยใช้ โบลต์ซมันน์เอนโทรปี (Boltzmann's Entropy)

$$S = k_B \ln \Omega \quad (4)$$

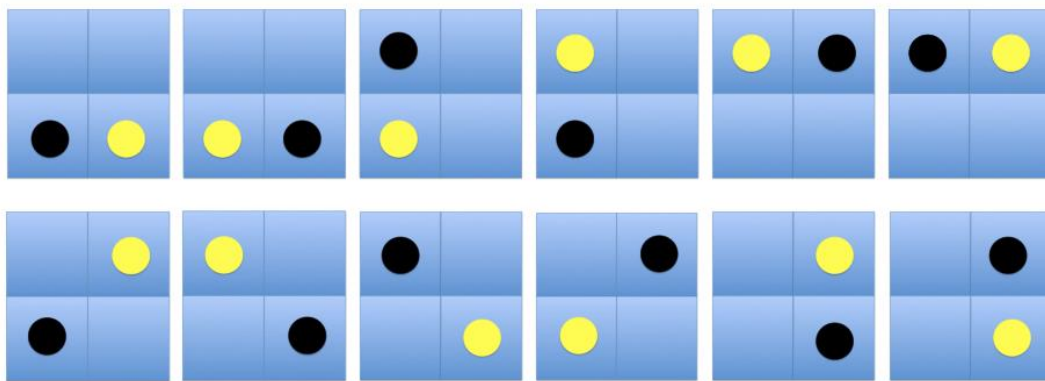
โดย $k_B = 1.38065 \times 10^{-23}$ J/K คือค่าคงที่ของโบลต์ซมันน์ และ Ω คือจำนวนสถานะย่อยทั้งหมดที่ระบบจะมีได้ เพื่อให้เห็นภาพ เราพิจารณา

กรณี ก) ระบบที่ประกอบไปด้วยอนุภาค 1 ตัวในกล่อง หากเราแบ่งกล่องเป็น 4 ห้องย่อยเท่าๆ กัน หากเราถามว่ามีกี่วิธีในการจัดเรียงอนุภาคในกล่อง $\Omega = ?$ คำตอบคือ 4 วิธี ดังรูปที่ 8 ดังนั้น $\Omega = 4$ เมื่อทำการคำนวณค่าเอนโทรปีจะได้ $S \approx 1.38$ (เพื่อให้ง่ายได้ละค่าคงที่ k_B ในการคำนวณ)



รูปที่ 8 แสดงวิธีการจัดเรียงอนุภาคในกล่องที่ประกอบด้วย 4 ห้องย่อย

กรณี ข) หากเราทำการเพิ่มอนุภาคเข้าไปอีกตัวที่แตกต่างกัน แล้วถามเหมือนเดิมว่าจะมีกี่วิธีในการจัดเรียงอนุภาคในกล่อง สำหรับกรณีนี้มีทั้งหมด 12 วิธี หรือ $\Omega = 12$ ดังรูปที่ 9 ดังนั้นเอนโทรปีมีค่าเป็น $S \approx 2.48$



รูปที่ 9 แสดงวิธีการจัดเรียงอนุภาค 2 ตัวที่แตกต่างกันในกล่องที่ประกอบด้วย 4 ห้องย่อย

เราสังเกตเห็นได้ว่า กรณี ก) (รูปที่ 8) เอนโทรปีนั้นน้อยกว่ากรณี ข) (รูปที่ 9) ด้วยเงื่อนไขที่มีจำนวนรูปแบบของการจัดเรียงนั้นน้อยกว่า หากเราตั้งคำถามดังต่อไปนี้

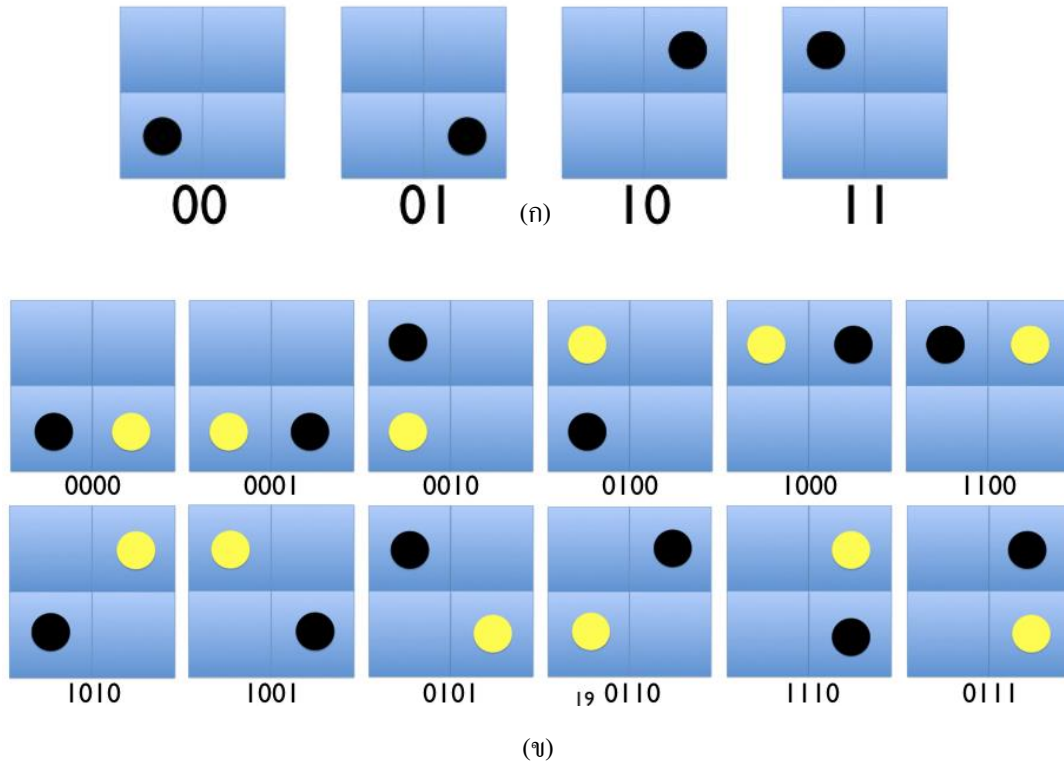
สำหรับกรณีที่มี 1 อนุภาคนั้น หากเพื่อนเราทำการวางอนุภาคในกล่องแล้วปิด จากนั้นถามเราว่าอนุภาคจะอยู่ห้องย่อยไหนใน 4 ห้องที่เป็นไปได้ คำตอบที่เรามีคือ 'ไม่รู้(ก)' แต่เดาว่าน่าจะเป็น 1 ใน 4 แบบที่เป็นไปได้

สำหรับกรณีที่มี 2 อนุภาคนั้น หากเพื่อนเราทำการวางอนุภาคทั้ง 2 ในกล่องแล้วปิด จากนั้นถามเราว่าอนุภาคทั้ง 2 จะอยู่ห้องย่อยไหนบ้างใน 4 ห้องที่เป็นไปได้ คำตอบที่เรามีคือ 'ไม่รู้(ข)' แต่เดาว่าน่าจะเป็น 1 ใน 12 แบบที่เป็นไปได้

ความน่าสนใจคือ คำตอบคือ 'ไม่รู้ทั้งคู่' แต่ 'ไม่รู้ทั้งสองนั้น' แตกต่างกัน กล่าวคือ 'ไม่รู้(ข)' นั้นดีกว่า 'ไม่รู้(ก)' คำว่า 'ดีกว่า' ในที่นี้คือ 'ไม่รู้(ข)' คือไม่รู้ใน 12 แบบที่เป็นไปได้ ขณะที่ 'ไม่รู้(ก)' นั้นคือไม่รู้แค่ 4 แบบ

ดังนั้น 'ไม่รู้' คือการเข้าไม่ถึงนั่นเอง สำหรับกรณี ก) และ ข) การเข้าไม่ถึง ('ไม่รู้') ของตำแหน่งการวางตัวของอนุภาคในระบบบ่งบอกถึงข้อมูลที่บรรจุในระบบนั่นเอง ดังนั้นสำหรับกรณี 2 อนุภาคการเข้าไม่ถึงสถานะย่อยๆ นั้นมีเยอะกว่าซึ่งสอดคล้องกับค่าของเอนโทรปีที่เยอะกว่านั่นเอง

ข้อสังเกต หากเราต้องการใช้ บิต ในการแสดงสถานะย่อยของระบบ สำหรับกรณี 1 อนุภาคนั้นเราต้องการแค่ 2 บิต ดังแสดงในรูปที่ 10 (ก) สำหรับกรณี 2 อนุภาคนั้นเราต้องการ 4 บิต ในการนำเสนอ ดังรูปที่ 10 (ข)



รูปที่ 10 แสดงการใช้บิต 0 และ 1 ในการแสดงสถานะย่อยๆของการจัดวางตัวอนุภาคในกล่อง

ตอนนี้หากในแต่ละสถานะย่อย Ω_i นั้นมีความน่าจะเป็น p_i กำกับอยู่ โดยมีเงื่อนไข

$$\sum_{i=1}^{\Omega} p_i = 1 \quad \text{โดยที่ } \Omega_i \text{ เป็นจำนวนสถานะย่อยทั้งหมดที่เป็นไปได้} \quad (5)$$

ดังนั้นเราเขียน (4) ใหม่เป็น

$$\begin{aligned} S &= -k_B \ln \left(\frac{1}{\Omega} \right) = -k_B \Omega \frac{1}{\Omega} \ln \left(\frac{1}{\Omega} \right) \\ &= -k_B \sum_i \frac{1}{\Omega} \ln \left(\frac{1}{\Omega} \right) = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \end{aligned} \quad (6)$$

โดยที่ $p_i = 1/\Omega$ สมการ (6) รู้จักกันในชื่อ **เอนโทรปี (Gibbs Entropy)**

ในปี 1949 คล็อด แชนนอน (Claude Shannon) ได้เสนอเอนโทรปีในรูปแบบ (คล้ายคลึงกับของกิบส์)

$$S = - \sum_{i=1}^L p_i \log_2 p_i \quad (7)$$

เพื่อใช้ในการวัดข้อมูลในระบบ โดยเป็นไปตามสมบัติ

(1) เอนโทรปีมีค่าต่อเนื่องและมีค่ามากที่สุดเมื่อ $p_1 = p_2 = \dots = p_L = 1/L$

(2) เอนโทรปีมีค่าเป็นศูนย์เมื่อหนึ่งในความน่าจะเป็นมีค่า $p_i = 1$ ที่เหลือเป็น 0

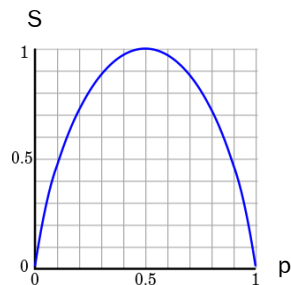
คำถามคือ แชนนอนเอนโทรปี นั้นใช้วัดข้อมูลที่บรรจุอยู่ในระบบอย่างไร เพื่อให้เห็นภาพเราขอยกตัวอย่างการโยนเหรียญแล้วทายว่าจะออก หัว หรือ ก้อย ดังนั้นสถานะย่อยมีทั้งหมด 2 แบบและความน่าจะเป็นที่จะออกหัวและก้อยนั้นเท่ากันคือ 50% หรือ $1/2$ นั้นเองดัง รูปที่ 11 หากทำการคำนวณ แชนนอนเอนโทรปี จะได้

$$S = \frac{1}{2} \log_2 2 + \frac{1}{2} \log_2 2 = 1 \quad (8)$$

เลข 1 นี้หมายถึง 1 บิตของข้อมูลของการเข้าไม่ถึงของผลลัพธ์ว่าจะออกมาเป็นหัวหรือก้อยกันแน่ตัวเอง หากเราใช้บิตในการแสดงสถานะย่อยของการโยนเหรียญเราใช้เพียงแค่ 1 บิตเท่านั้น โดย 0 แทนหัวและ 1 แทนก้อย



(ก)



(ข)

รูปที่ 11 (ก) แสดงรูปแบบทั้งหมดที่เป็นไปได้ของการโยนเหรียญ (ข) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเอนโทรปีและความน่าจะเป็น [คัดแปลงมาจาก Wikipedia]

กราฟในรูปที่ 11(ข) แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเอนโทรปี S และความน่าจะเป็น p ที่จะออกหัว (ส่วนความน่าจะเป็นที่จะออกก้อยคือ $1-p$) ซึ่งเอนโทรปีมีค่าสูงสุดเมื่อ $p=1/2$ นั่นคือความได้ว่า เราไม่รู้(ข้อมูล)ว่าเหรียญจะออกหัวหรือก้อยเท่าๆ กัน หรือพูดอีกอย่างคือการเข้าถึงผลลัพธ์นั้นยากสุดสำหรับกรณีนี้ เพื่อให้เห็นภาพเราพิจารณาตัวอย่างเดิมแต่ตอนนี้เหรียญเรานั้นมีการถ่วงน้ำหนักด้านหัว ดังนั้นเวลาโยนเหรียญโอกาสที่จะออกหัวนั้นมีมากกว่า สมมุติให้เป็น $p=3/4$ ดังนั้น โอกาสที่จะออกก้อยเป็น $1-p=1/4$ ค่าเอนโทรปีในกรณีเป็น

$$S = -\frac{3}{4} \log_2 \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \log_2 \frac{1}{4} \approx 0.81 \quad (9)$$

จะเห็นได้ว่าน้อยกว่า 1 และแสดงถึงข้อมูลที่ลดลงด้วยเพราะการเข้าถึงคำตอบที่ง่ายขึ้นกว่ากรณีแรกนั่นเอง (เราได้ดีขึ้นหรือความไม่รู้ น้อยลง) สำหรับกรณีที่เรถ่วงน้ำหนักเหรียญดีมากให้ออกแต่หัวอย่างเดียว $p=1$ ค่าเอนโทรปี $S=0$ นั้นหมายความว่าไม่มีข้อมูลสำหรับกรณีนี้เพราะเรารู้คำตอบทุกครั้งที่ยื่นเหรียญ (ไม่มีคำว่า 'ไม่รู้' อีกแล้ว) ดังนั้นเราอาจจะพูดได้ง่ายๆ ว่า ยิ่งเดาคำตอบได้ง่ายขึ้น ข้อมูลยิ่งน้อยนั่นเอง

หากตอนนี้เราขยับมายังกรณี 2 เหรียญ เราจะมีรูปแบบการออกหัวก้อยทั้งหมด 4 แบบที่เป็นไปได้โดยที่มีความน่าจะเป็นเท่ากันคือ $1/4$ ค่าเอนโทรปีในกรณีนี้คือ

$$S = \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{1}{4} \log_2 4 + \frac{1}{4} \log_2 4 = 2 \quad (10)$$

เลข 2 นี้ คือ จำนวนบิตข้อมูลของระบบ และแน่นอนว่าหากเราต้องการใช้บิตแสดงสถานะย่อยทั้งหมดที่เป็นไปได้เราต้องการ 2 บิตดังรูปที่ 12 การที่เอนโทรปีในกรณี 2 เหรียญนี้มากกว่ากรณี 1 เหรียญนั้นบอกว่าการเดาผลลัพธ์นั้นยากกว่าหรือความไม่รู้ในผลการออกหัวก้อย โทกว่านั่นเอง



รูปที่ 12 แสดงผลลัพธ์ทั้งหมดของการ โยนเหรียญ 2 เหรียญ

ที่กล่าวมาข้างต้นนั้นเป็นกรณีที่ระบบเป็นระบบคลาสสิกแบบมหภาค หากเราต้องการศึกษาระบบควอนตัม การนิยามข้อมูลมีความแตกต่างกันเพราะพื้นฐานของการเข้าไม่ถึงนั้นมีธรรมชาติที่ต่างกัน กล่าวคือ ฟังก์ชันคลื่น (Wave Function) ของระบบนั้นสามารถเขียนในรูปของผลรวมเชิงเส้นของสถานะย่อยทั้งหมด $\{|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle, \dots\}$ ที่เป็นไปได้เรียกว่า การซ้อนทับ (Superposition)

$$|\psi\rangle = \sum_i a_i |\psi_i\rangle \quad (11)$$

โดย a_i เป็นจำนวนเชิงซ้อนที่เป็นไปตามเงื่อนไข $\sum_i |a_i|^2 = 1$ และ $p_i = |a_i|^2$ ก็ความน่าจะเป็นที่สอดคล้องกับสถานะย่อย $|\psi_i\rangle$

เมื่อเราทำการตรวจวัดว่าระบบอยู่ในสถานะย่อยอันไหน จะทำให้เกิดการยุบตัว (Collapse) ของฟังก์ชันคลื่นให้ผลลัพธ์อย่างสุ่มออกมาเป็น 1 ในสถานะย่อยทั้งหมดที่เป็นไปได้ ซึ่งตรงนี้เป็นกรณีการเข้าไม่ถึง (หรือความไม่รู้) ของผลลัพธ์ที่จะออกมาและเป็นบ่งบอกถึงการมีอยู่ของข้อมูลที่บรรจุในระบบนั่นเอง สิ่งที่สำคัญต่อไปคือฟังก์ชันคลื่นนั้นวิวัฒนาการไปในเวลาผ่านตัวดำเนินการยูนิแทรี (Unitary Operator) U ดังสมการ

$$|\psi(t+\tau)\rangle = U(\tau)|\psi(t)\rangle \quad (12)$$

โดยที่เงื่อนไข $\sum_i |a_i|^2 = 1$ ยังคงเป็นจริง นั้นหมายความว่า การเข้าไม่ถึงข้อมูลของสถานะย่อยที่จะออกมาเป็นผลลัพธ์ยังคงอยู่

เหมือนเดิมหรือพูดอีกอย่างว่า ข้อมูลไม่สูญหาย (กฎอนุรักษ์ข้อมูลในแบบควอนตัม)

เพื่อให้เห็นภาพข้างต้นมากขึ้น เราจึงขอยกตัวอย่าง การวัดสถานะสปินของอิเล็กตรอนในสนามแม่เหล็กซึ่งในตอนเริ่มต้นอยู่ในสถานะซ้อนทับกันระหว่าง ขึ้น และ ลง ด้วยความจะเป็นเท่ากันคือ $\frac{1}{2}$

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|UP\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|DOWN\rangle \quad (13)$$

เมื่อทำการคำนวณค่าแชนนอนเอนโทรปีสำหรับกรณีนี้เราจะได้อเอนโทรปีเท่ากับ 1 นั้นบอกเราว่าระบบมีข้อมูลบรรจุอยู่ 1 บิตนั่นเอง ดังนั้นหากเราจะใช้บิตในการแสดงสถานะย่อยเราสามารถกำหนดให้ $0 = UP$ และ $1 = DOWN$ เราจะเขียนสถานะสปินของอิเล็กตรอนใหม่ได้เป็น

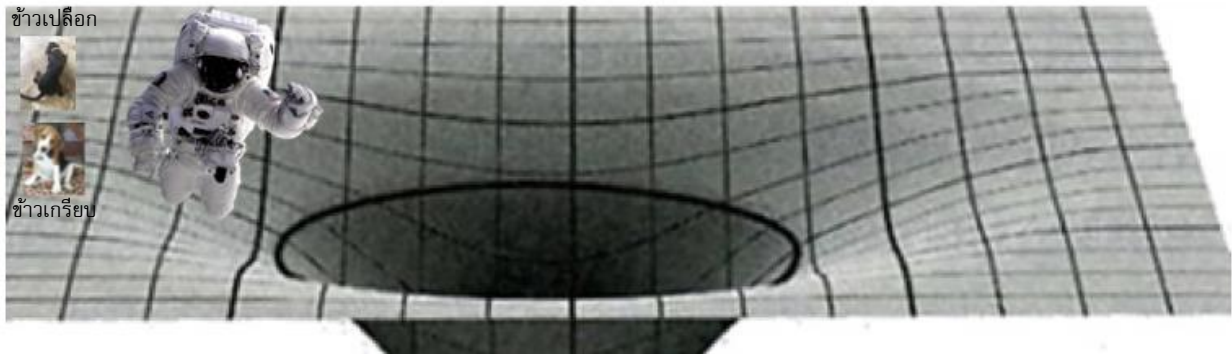
$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle \quad (14)$$

ซึ่งบอกเราว่า 1 บิตเพียงพอที่จะแสดงผลสถานะย่อยทั้งหมดของสปินอิเล็กตรอน 1 ตัว

ข้อสังเกต แน่นอนว่าคำอธิบายการเข้าไม่ถึงสถานะย่อยนั้นไม่ต่างกับกรณีระบบคลาสสิกมหภาค แต่สิ่งที่พิเศษกว่าคือข้อมูลแบบควอนตัมนั้นอยู่ในสถานะซ้อนทับเรียกว่า คิวบิต (Qubit) โดย Q_u นั้นย่อมาจาก Quantum นั่นเอง

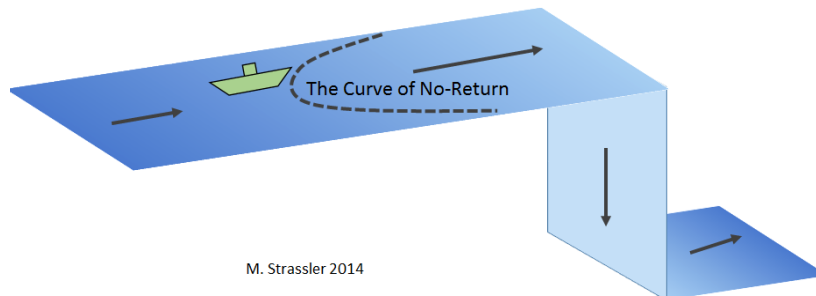
การก้าวข้ามขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ: คำอธิบายของทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไป

ในหัวข้อที่แล้วเราได้ทำการอธิบายความหมายของข้อมูลไปพอสมควร ตอนนี้เรากลับมายังพระเอกของเราคือเจ้าหลุมดำนั่นเอง คำถามคือหากเราก้าวข้ามขอบฟ้าเหตุการณ์จะเกิดอะไรขึ้น เราขอกล่าวอย่างดังต่อไปนี้ สมมุติให้มินกบินอวกาศกำลังลอยเข้าใกล้เส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ โดยมีข้าวเกรียบและข้าวเปลือก (ลูกรักอีกคนของผู้เขียน) เป็นผู้สังเกตอยู่ด้านนอกดังรูปที่ 13



รูปที่ 13 แสดงสถานการณ์ที่นักบินอวกาศกำลังลอยเข้าใกล้เส้นขอบฟ้าเหตุการณ์

นักบินอวกาศจะพบว่าเขาลอยผ่านเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ไปอย่างปกติ (No Drama) (สำหรับหลุมดำขนาดใหญ่) ซึ่งเป็นผลจากทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปที่บอกเราว่า กาลอวกาศบริเวณรอยต่อด้านในขอบฟ้าเหตุการณ์ไม่ได้พิเศษไปกว่ากาลอวกาศด้านนอกเลย เราอาจจะเปรียบเทียบสถานการณ์ได้กับการที่เรานั่งเรือไปตามลำน้ำซึ่งด้านหน้าเป็นน้ำตกใหญ่ ขณะที่เรานั่งไปเราจะไม่รับรู้ถึงว่าเราผ่านเส้นกันเขต (เส้นปะโค้ง) ที่เราจะหวนกลับไม่ได้ หรือหากเราข้ามเส้นปะนี้ไปถึงเราจะเร่งเครื่องเรืออย่างไรก็ไม่มีทางเอาชนะความแรงของกระแสได้ และแน่นอนว่าเราต้องมุ่งหน้าไปยังน้ำตก (เทียบได้กับจุดเอกฐาน) ดังรูปที่ 14

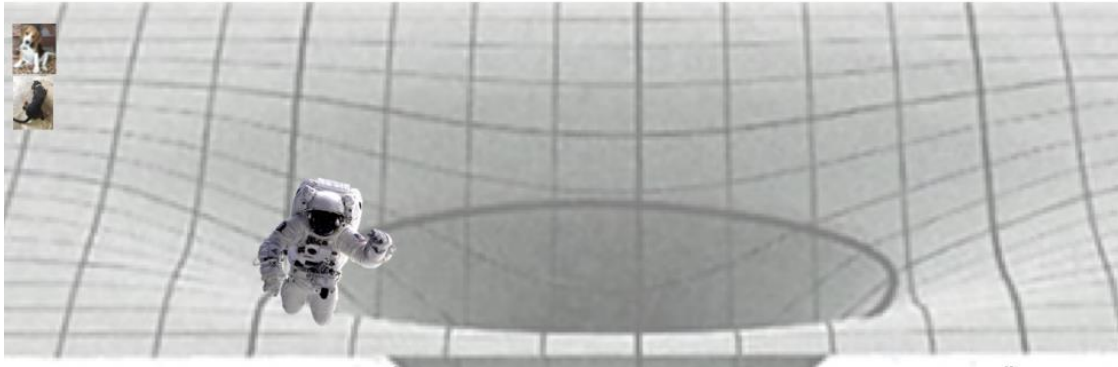


รูปที่ 14 แสดงภาพเปรียบเทียบของการก้าวข้ามเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ผ่านสถานการณ์น้ำตก

[https://profmattstrassler.files.wordpress.com/2014/02/bhip_waterfall.png]

เมื่อนักบินอวกาศไม่สามารถถอยกลับออกมาได้และมุ่งหน้าเข้าหาจุดเอกฐาน แรงโน้มถ่วงจะเริ่มทำงาน โดยแรงโน้มถ่วงจะดึงบริเวณครึ่งล่างของนักบินอวกาศมากกว่าครึ่งบน (Tidal Force) ทำให้ตัวนักบินอวกาศนั้นยืดออก ยิ่งเคลื่อนที่เข้าใกล้จุดเอกฐานมากเท่าไรก็ยิ่งยืดออกมากเท่านั้น เรียกปรากฏการณ์นี้ว่า ปรากฏการณ์การยืดออกเป็นเส้นสปาเก็ตตี้ (Spaghettification Effect) และแน่นอนว่านักบินอวกาศจะมีจุดจบที่จุดเอกฐาน

สำหรับข้าวเกรียบและข้าวเปลือกที่เป็นผู้สังเกตด้านนอกนั้นจะเห็นว่านักบินอวกาศใช้เวลาเป็นอนันต์ (ผลของแรงโน้มถ่วงต่อเวลา) ในการที่จะข้ามขอบฟ้าเหตุการณ์ พุดง่ายๆ คือนักบินอวกาศไปติดอยู่ขอบฟ้าเหตุการณ์นั่นเองดังรูปที่ 15



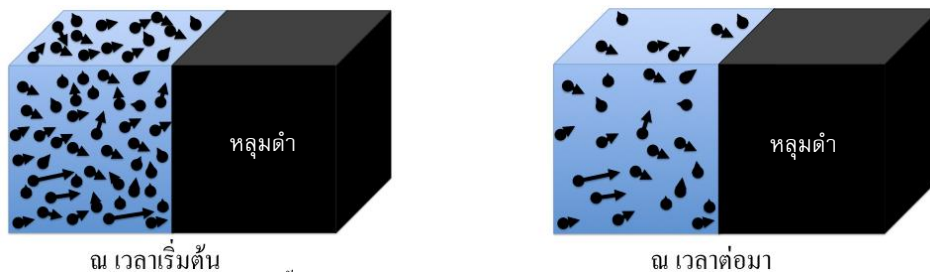
รูปที่ 15 ในมุมมองของผู้สังเกตภายนอกเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์จะเห็นนักบินอวกาศติดอยู่ที่ขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ

เราสรุปประเด็นได้ดังนี้

- (1) สำหรับตัวนักบินเองเขาจะตกเข้าไปในหลุมดำผ่านขอบฟ้าเหตุการณ์แบบไม่รู้สึกรู้สึอะไรที่ขอบฟ้าเหตุการณ์และไปพบจุดจบที่จุดเอกฐาน ดังนั้นข้อมูลเกี่ยวกับตัวเขาจะโดนล๊อคอยู่ด้านในหลุมดำตลอดกาล
- (2) สำหรับชาวกรีบบและชาวเปลือกซึ่งเป็นผู้สังเกตอยู่ภายนอกเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์จะเห็นก๊วักนักบินอวกาศติดอยู่ที่ขอบฟ้าเหตุการณ์ ดังนั้นเขาไม่ได้หายไปในไหนและข้อมูลเกี่ยวกับตัวเขาก็ไม่ได้หายไปในไหนด้วย

เอนโทรปีที่ลดลงของระบบที่มีหลุมดำ

เป็นที่รู้กันที่ดีกว่าเอนโทรปีของระบบโดดเดี่ยวที่วิวัฒนาการไปในกระบวนการที่ผันกลับไม่ได้ นั่นเอนโทรปีมีค่าเพิ่มขึ้นเสมอตามกฎข้อที่ 2 ของเทอร์โมไดนามิกส์ ตอนนี้เราพิจารณาสถานการณ์ที่เราเอากล่องบรรจุแก๊สมาต่อกับกล่องที่ทำตัวเป็นหลุมดำ หากโมเลกุลวิ่งผ่านผนังรอยต่อระหว่างกล่องซึ่งทำตัวเป็นขอบฟ้าเหตุการณ์จะไม่สามารถกลับออกมาจากกล่องหลุมดำได้ เราพบว่าเมื่อเวลาผ่านไปจำนวนโมเลกุลจะมีจำนวนลดลงตามลำดับดังรูปที่ 16 ซึ่งบ่งบอกถึงจำนวนรูปแบบการวางตัวของโมเลกุลที่ลดลงด้วย ซึ่งเป็นผลทำให้เอนโทรปีของระบบลดลง แน่นอนว่าขัดกับกฎข้อที่ 2 ของเทอร์โมไดนามิกส์อย่างเห็นได้ชัดจน



รูปที่ 16 แสดงการลดลงของเอนโทรปีผ่านการที่จำนวนโมเลกุลในกล่องลดลงเพราะต่อกับหลุมดำ

ในปี 1972 จาคอบ เบเคนสไตน์ (Jacob Bekenstein) ได้เสนอทางออกว่าต้องรวมหลุมดำเข้าไปในระบบด้วยและตัวหลุมดำเองต้องมีเอนโทรปีซึ่งทำให้กฎข้อที่ 2 ของเทอร์โมไดนามิกส์กลับมาเป็นจริงอีกครั้ง $\Delta S_{\text{gas}} + \Delta S_{\text{BH}} > 0$ โดยที่เอนโทรปีของหลุมดำขึ้นกับพื้นที่ของขอบฟ้าเหตุการณ์ตามสมการ [2]

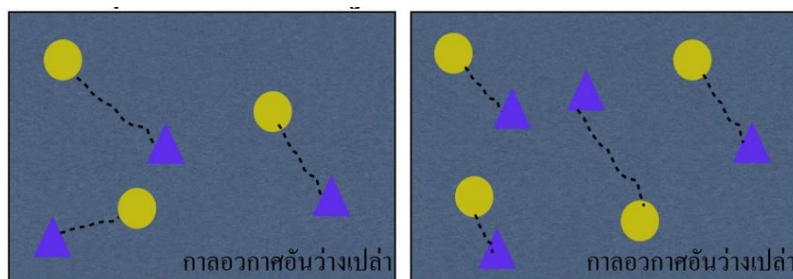
$$S_{\text{BH}} = \frac{A}{4l_p^2} \quad (15)$$

โดยที่ A คือพื้นที่ขอบฟ้าเหตุการณ์ และ l_p คือความยาวแพลงค์ (Planck Length)

การแผ่รังสีของหลุมดำ: ผลของควอนตัมฟิสิกส์

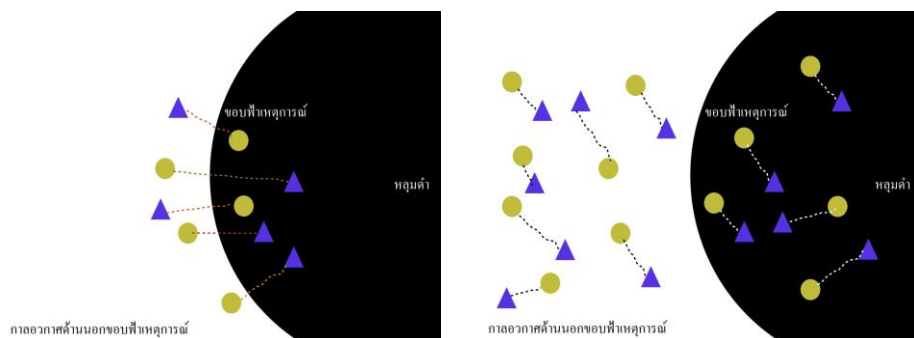
การเสนอว่าหลุมดำมีเอนโทรปีของเบเคนสไตน์นั้น แก้ปัญหาข้อขัดแย้งกับกฎข้อที่ 2 ของเทอร์โมไดนามิกส์ แต่กลับนำไปสู่ปัญหาที่ยิ่งใหญ่กว่า เพราะการเปลี่ยนเอนโทรปีนั้นบอกว่าระบบต้องมีอุณหภูมิค่าหนึ่ง: $\delta S = \delta Q/T$ และนำไปสู่การแผ่รังสี ประเด็นอยู่ที่ว่าปกติแล้วหลุมดำจะดูดกลืนทุกอย่างที่ก้าวข้ามผ่านเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์แล้วจะปลดปล่อยรังสีออกมาอย่างไร?

ในปี 1974 สตีเฟน ฮอว์กิง (Stephen Hawking) ได้เสนอว่าหลุมดำนั้นระเหยได้โดยผ่านกระบวนการแผ่รังสี ซึ่งต่อมารู้จักกันในชื่อ การแผ่รังสีของฮอว์กิง (Hawking's Radiation) [3] ซึ่งเป็นผลโดยตรงจากความแปรปรวนของทฤษฎีควอนตัม กล่าวคือ ตามแนวคิดทฤษฎีควอนตัมสำหรับบริเวณกาลอวกาศที่มองว่าว่างเปล่าแต่อันที่จริงแล้วมีกิจกรรมอันยุ่งเหยิงเกิดขึ้นตลอดเวลา กิจกรรมนั้นคือการเกิดคู่อนุภาคเสมือน (Virtual Particle Pair) ซึ่งเกิดในช่วงเวลาอันสั้นแล้วหายไปหรืออาจบอกได้ว่าการเกิดดับๆของคู่อนุภาคเสมือนจำนวนมากมาตลอดเวลาดังรูปที่ 17



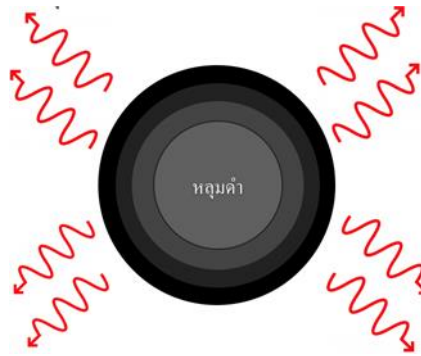
รูปที่ 17 ภาพแสดงคู่อนุภาคเสมือนที่เกิดขึ้นบริเวณกาลอวกาศอันว่างเปล่า ณ เวลาต่างกัน

แน่นอนว่ากาลอวกาศรอบๆ หลุมดำย่อมเกิดคู่อนุภาคเสมือนมากมายตลอดเวลา หากคู่ใดเกิดขึ้นด้านนอกหรือด้านในขอบฟ้าเหตุการณ์นั้นจะเกิดดับๆ ดังรูปที่ 18



รูปที่ 18 ภาพจำลองแสดงการเกิดคู่อนุภาคเสมือนรอบบริเวณขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ

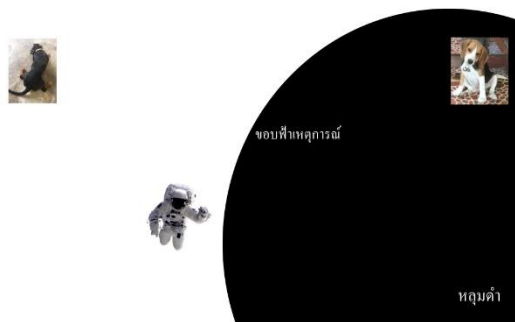
สำหรับกรณีที่เกิดแบบว่าตัวหนึ่งอยู่ด้านนอกขอบฟ้าเหตุการณ์และอีกตัวตกอยู่ด้านในขอบฟ้าเหตุการณ์ จะไม่สามารถกลับมารวมและหายไปได้ ทำให้อนุภาคที่อยู่ด้านนอกนั้นเป็นอิสระเกิดเป็นอนุภาคจริงขึ้นมา (Real Particle) หรือเรียกว่า อนุภาคฮอว์กิง (Hawking Particle) หนีออกไปจากหลุมดำดังรูปที่ 18 การที่จะทำให้คู่อนุภาคเสมือนกลายเป็นอนุภาคจริง 1 ตัวที่วิ่งออกจากหลุมดำนั้นต้องใช้พลังงาน ซึ่งแน่นอนว่าพลังงานและมวลนั้นสัมพันธ์กันดังนั้นกระบวนการดังกล่าวทำให้มวลของหลุมดำลดลงดังรูปที่ 19 เมื่อเวลาผ่านไปหลุมดำจะระเหยและหายไปในที่สุดเหลือไว้แต่รังสีฮอว์กิงที่เคยแผ่ออกมา ดังนั้นข้อมูลของสิ่งต่างๆ ที่ตกเข้าไปในหลุมดำก็จะหายไปตลอดกาล



รูปที่ 19 แสดงการหดตัวลงเนื่องจากหลุมดำนั้นแผ่รังสี

หลักการเติมเต็มของหลุมดำ

ในปี 1992 เจอราด ทูฟ (Gerard 't Hooft) และ ลีโอนาร์ด ซัสกินด์ (Leonard Susskind) และ ลาร์ส ทอร์ลาเซียส (Larus Thorlacius) ได้เสนอแนวคิด หลักการเติมเต็มของหลุมดำ (Principle of Black Hole Complementarity) [4,5,6] โดยมีใจความว่า หากมีผู้สังเกต 2 คน คนหนึ่งอยู่ด้านนอกขอบฟ้าเหตุการณ์ (ข่าวเปลือก) อีกคนอยู่ด้านในขอบฟ้าเหตุการณ์ (ข่าวเกรียบ) โดยทั้งคู่สังเกตนักบินอวกาศที่กำลังลอยข้ามเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์

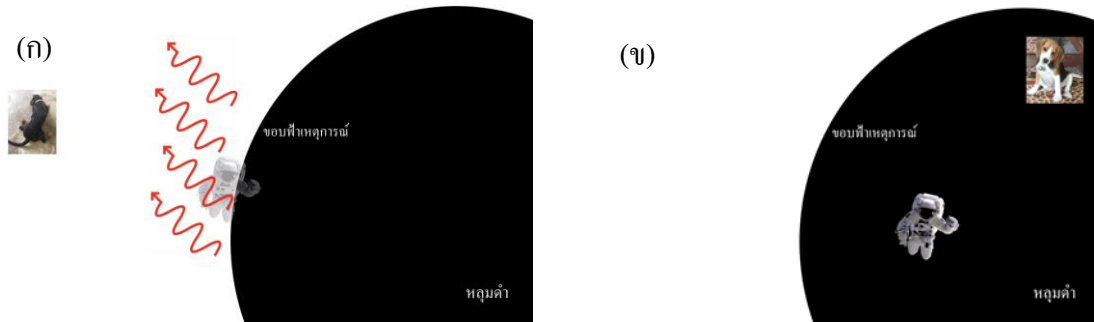


รูปที่ 20 ข่าวเปลือกและข่าวเกรียบสังเกตนักบินอวกาศกำลังลอยข้ามขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ

ในมุมมองของข่าวเปลือกที่อยู่ด้านนอกนั้น จะเห็นว่านักบินอวกาศติดอยู่ที่ขอบฟ้าเหตุการณ์แล้วแปลงสภาพไปเป็นรังสีฮอว์กิงในที่สุด ซึ่งข้อมูลของนักบินจะติดกลับมาที่รังสีฮอว์กิงแต่เป็นข้อมูลที่ละปะ (Scramble Information) ดังรูปที่ 21(ก)

ในมุมมองของข่าวเกรียบที่อยู่ด้านในนั้น จะเห็นว่านักบินอวกาศผ่านเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์มาอย่างไม่มีอะไรเกิดขึ้นเป็นพิเศษ และไปเจอจุดจบที่จุดเอกฐานของหลุมดำ ข้อมูลของเขายจะถูกกักเก็บไว้ภายในหลุมดำ ดังรูปที่ 21(ข)

ถึงแม้ข่าวเปลือกและข่าวเกรียบสังเกตพบปรากฏการณ์ที่แตกต่างกันมาก แต่ขอบฟ้าเหตุการณ์ทำให้ไม่มีผู้สังเกตคนใดที่สามารถสังเกตเหตุการณ์ทั้งสองได้พร้อมกันโดยหลักการ จึงไม่มีปัญหาในการเปรียบเทียบกัน คล้ายๆ กับ หลักการเติมเต็ม (Principle of Complementarity) ในทฤษฎีควอนตัม ที่ผู้สังเกตไม่สามารถวัดค่าที่แน่นอนของตำแหน่งและโมเมนตัมพร้อมกันได้

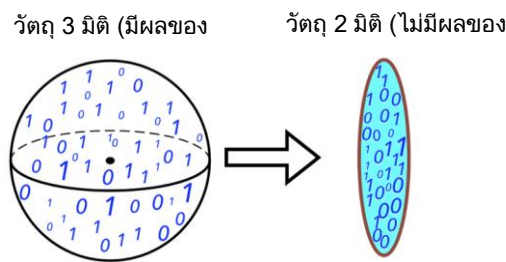


รูปที่ 21 แสดงผลของผู้สังเกตที่มีต่อนักบินอวกาศ

(ก) ผู้สังเกตอยู่ด้านนอกขอบฟ้าเหตุการณ์ (ข) ผู้สังเกตอยู่ด้านในขอบฟ้าเหตุการณ์

หลักการโฮโลกราฟฟิก

แนวคิดของ ฮูฟ และ ซัสคินด์ นั้นมีคำอธิบายสำคัญหนึ่งที่ต่อมาเรียกว่า หลักการโฮโลกราฟฟิก (Holographic Principle) [7] อธิบายได้ง่ายๆ ว่า วัตถุใน 3 มิติ (ที่มีผลของความโน้มถ่วง) สามารถอธิบายได้ด้วยวัตถุใน 2 มิติ (ไม่มีผลของแรงโน้มถ่วง) ดังนั้นเราอาจจะมองได้ว่า ข้อมูลที่บรรจุอยู่ด้านในหลุมดำ (สำหรับผู้สังเกตที่อยู่ด้านในเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์) นั้น สามารถอธิบายได้เหมือนกับข้อมูลที่เก็บอยู่ที่ผิวของขอบฟ้าเหตุการณ์ (สำหรับผู้สังเกตที่อยู่ด้านนอกเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์) และข้อมูลส่วนที่ผิวนี้จะถูกรังสีฮอว์คิงพาออกมานั่นเอง



รูปที่ 22 ภาพแสดงหลักการ โฮโลกราฟฟิก

ดังนั้นข้อมูลของนักบินอวกาศไม่ได้หายไปแต่หลุดออกมาพร้อมกับรังสีฮอว์คิง ถึงแม้หลุมดำจะระเหยหายไปข้อมูลก็ไม่ได้หายไป

ข้อสังเกต ตอนนี้เรามีข้อมูล 2 ชุดที่เหมือนกัน แต่หลักการควอนตัมไม่อนุญาตให้เราโคลนข้อมูล (ละเทะ) ที่เหมือนกัน 2 ชุดได้ (No Cloning Theorem) อย่างไรก็ตามเมื่อผู้สังเกตทั้ง 2 สื่อสารกันไม่ได้ (เนื่องจากโดนกันด้วยขอบฟ้าเหตุการณ์) ก็ไม่เกิดปัญหาเพราะไม่สามารถนำเอาข้อมูลมาเปรียบเทียบกันได้ทำนองเดียวกับหลักการเติมเต็มของการวัดในกลศาสตร์ควอนตัม

เราขอใช้พื้นที่ตรงนี้อธิบายหลักการว่าทำไมโคลนข้อมูลควอนตัมไม่ได้ สมมุติเริ่มต้นเราต้องการที่จะโคลน (สร้างอีกอัน) ของสถานะควอนตัมใดใด $|\Psi\rangle$ โดยมีเบสิส (basis: สถานะฐานหลักที่สามารถใช้พื้นฐานในการกระจายสถานะทั่วไป) คือ $|0\rangle$ และ $|1\rangle$ ผ่านลงไปยังสถานะเตรียมถูกโคลนซึ่งให้เป็น $|0\rangle$ (เป็นหนึ่งในเบสิสของสถานะ) ดังนั้นในตอนเริ่มต้น สถานะควอนตัมเขียนได้เป็นสถานะร่วม (Joint State) ผ่านการคูณแบบเทนเซอร์ (Tensor Product)

$$|\Psi\rangle \otimes |0\rangle = |\Psi\rangle |0\rangle \quad (16)$$

สิ่งที่เราต้องการหาคือตัวดำเนินการยูนิแทรี U ที่ทำให้

$$U|\Psi\rangle |0\rangle = |\Psi\rangle |\Psi\rangle \quad (17)$$

จากเงื่อนไขด้านบนหากตัวดำเนินการ มีอยู่จริงเราสามารถโคลนเบสิสของระบบได้ดังต่อไปนี้

$$U|0\rangle|0\rangle=|0\rangle|0\rangle \quad (18.1)$$

$$U|1\rangle|0\rangle=|1\rangle|1\rangle \quad (18.2)$$

ซึ่งก็ดูไม่ได้มีปัญหาอะไร ตอนนี้เราต้องการโคลนสถานะควอนตัมใดได้อีกอัน $|\Phi\rangle$ (โดยมีเบสคือ $|0\rangle$ และ $|1\rangle$ เช่นกัน)

$$U|\Phi\rangle|0\rangle=|\Phi\rangle|\Phi\rangle \quad (19)$$

ประเด็นอยู่ที่ว่าหากเราเริ่มต้นพิจารณาผลคูณภายใน (Inner Product) ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} &(\langle 0|\otimes\langle\Psi|)(|\Phi\rangle\otimes|0\rangle) \\ &=\langle\Psi|\Phi\rangle\otimes\langle 0|0\rangle=\langle\Psi|\Phi\rangle\otimes I=\langle\Psi|\Phi\rangle \end{aligned} \quad (20)$$

อาศัยสมบัติของตัวดำเนินการยูนิแทรี $U^\dagger U=I$ เติมนำไปทางด้านซ้ายของสมการ (20) ได้ว่า

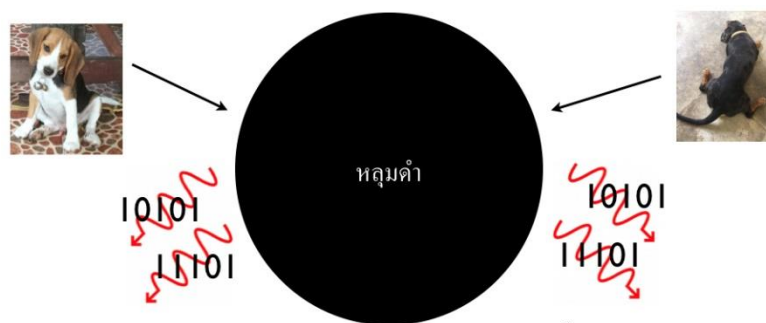
$$\begin{aligned} &(\langle 0|\otimes\langle\Psi|)U^\dagger U(|\Phi\rangle\otimes|0\rangle) \\ &=\langle\Psi|\langle\Psi|\otimes|\Phi\rangle|\Phi\rangle \\ &=\langle\Psi|\Phi\rangle\langle\Psi|\Phi\rangle=|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2 \end{aligned} \quad (21)$$

เทียบทางด้านขวาของสมการ (20) และ (21) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} &|\langle\Psi|\Phi\rangle|^2=\langle\Psi|\Phi\rangle \\ &\Rightarrow (\langle\Psi|\Phi\rangle-1)\langle\Psi|\Phi\rangle=0 \end{aligned} \quad (22)$$

สมการที่ (22) เป็นจริงเมื่อ ก) $\langle\Psi|\Phi\rangle=0$ หรือ ข) $\langle\Psi|\Phi\rangle=1$ ดังนั้น ตั้งฉากหรือไม่ก็เป็นสถานะเดียวกับ $|\Phi\rangle$ ซึ่งขัดแย้งกับข้อสมมุติของการพิสูจน์ว่า $|\Psi\rangle$ และ $|\Phi\rangle$ เป็นสถานะใดก็ได้ ทำให้เราสรุปได้ว่ากระบวนการโคลนสถานะควอนตัมไม่สามารถทำได้อย่างทั่วไป หรือตัวดำเนินการ ดังกล่าวไม่มีอยู่จริง

ปัญหาข้อมูลที่หายไปเหมือนจะได้รับการแก้ไข แต่หากเราพิจารณาดีๆ แล้วนั้นเราจะพบว่าปัญหายังคงอยู่ เพราะว่าถึงแม้ข้อมูลไม่ได้หายไปกับหลุมดำและออกมากับรังสีฮอว์กิง แต่ก็ยังเป็นข้อมูลที่ไม่มีประโยชน์อะไรไม่ได้ เช่น หากข้าวเปลือกและข้าวเกรียบซึ่งสมมุติให้มีมวล 1 กิโลกรัมเท่ากันตกลงไปในหลุมดำ สิ่งที่เราจะได้กลับออกมาคือรังสีฮอว์กิงที่ละเอียเหมือนกัน ทำให้เราไม่สามารถบอกได้ว่าอันไหนเกิดจากข้าวเกรียบ อันไหนเกิดจากข้าวเปลือก ว่าง่ายๆ คือ สืบกลับไปได้ไม่ได้นั่นเอง

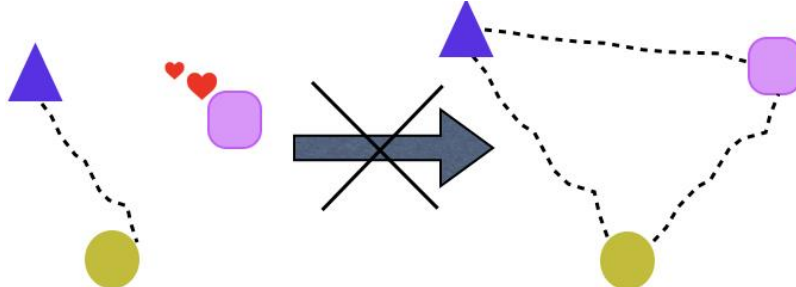


รูปที่ 23 แสดงข้อมูลและเทะที่ออกมาจากหลุมดำเหมือนกันของข้าวเกรียบและข้าวเปลือกที่ตกลงไป

ปัญหากำแพงไฟ

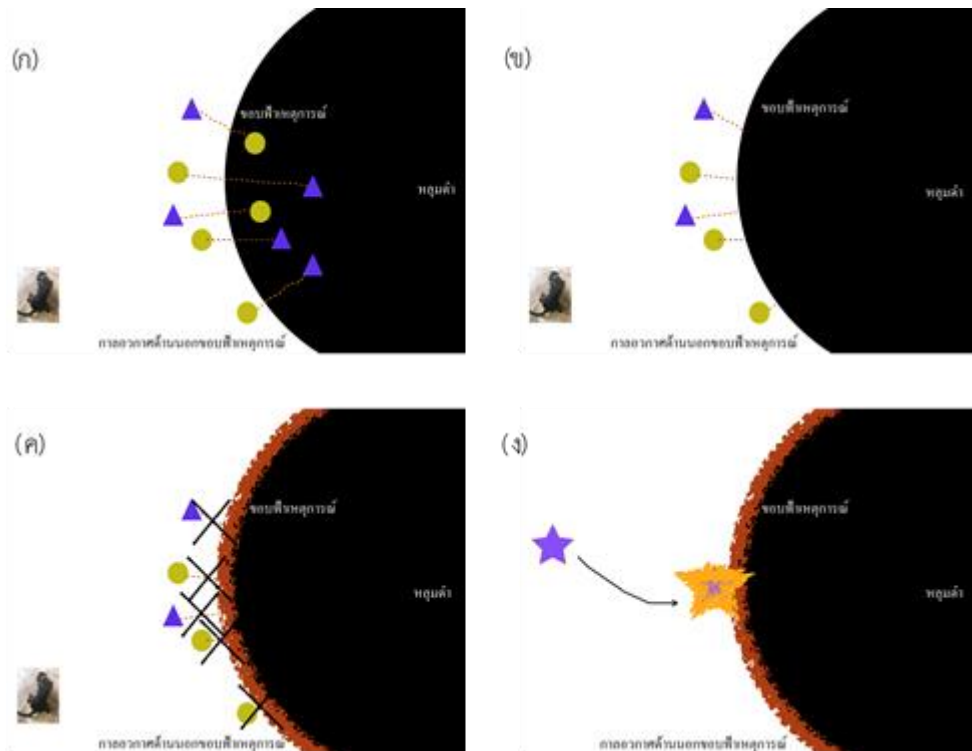
ปัญหาเก่าเรื่องข้อมูลที่ละเอียยังไม่ได้รับการแก้ไข ปัญหาใหม่อีกมา ในปี 2012 โจเซฟ โพลชินสกี (Joseph Polchinski) และเพื่อนร่วมงานได้เสนอแนวคิดที่ว่า รังสีฮอว์กิงนั้นละเอียตัวปัญหา ซึ่งอาจจะนำไปสู่การทบทวนทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปหรือทฤษฎีควอนตัมกันใหม่เลยทีเดียว [8]

เรากลับไปยังต้นตอของรังสีฮอร์ลิง ซึ่งเกิดมาจากคู่อนุภาคเสมือน ความพิเศษของคู่เสมือนนี้คือเมื่อเกิดขึ้นมาทั้งคู่จะมีความสัมพันธ์พิเศษที่เรียกว่า เอนแทงเกิลเมนต์ (Entanglement) เชื่อมโยงกันอยู่ในสถานะเป็นแบบสูงสุด (Maximally Entangled state) ดังนั้นเปรียบเทียบทั้งคู่จะมีความสัมพันธ์เชิงคู่เดียวเมียเดียว (Monogamy) หรือพูดง่ายๆ ก็คือ จะแชร์ความสัมพันธ์เอนแทงเกิลเมนต์นี้เฉพาะด้วยกัน 2 ตัว หากมีอนุภาคอีกตัวเข้ามา ทั้งสองก็จะไม่สนใจแชร์ความสัมพันธ์ให้เกิดเป็นรักสามเส้า (Polygamy) ดังรูปที่ 24



รูปที่ 24 ภาพแสดงความสัมพันธ์ควอนตัมโมนิกามีและควอนตัมโพลิกามี

ตอนนี้เรากลับไปพิจารณาอนุภาคเสมือนที่เกิดขึ้นบริเวณขอบฟ้าเหตุการณ์ โดยตัวหนึ่งตกเข้าไปในเขตขอบฟ้าเหตุการณ์แน่นอนว่าในแต่ละคู่อนุภาคเสมือนนั้นแชร์ความสัมพันธ์เอนแทงเกิลเมนต์กันอยู่ดังรูปที่ 25(ก) ดังนั้นสำหรับมุมมองของข้าวกเลือกซึ่งสังเกตอยู่ภายนอกเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ ย่อมเข้าไม่ถึงคู่อนุภาคที่ตกเข้าไปในหลุมดำ ทำให้เห็นว่าอนุภาคทั้งหมดที่เหลืออยู่นั้น เชื่อมความสัมพันธ์กับ ขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ เหมือนกันหมดดังรูปที่ 25(ข) แต่อย่างที่ได้อธิบายก่อนหน้านี้ว่าแต่ละคู่ก็รักเดียวใจเดียว ดังนั้นทางออกที่เป็นไปได้ก็คือแต่ละคู่ต้องตัดความสัมพันธ์กันนำไปสู่การก่อตัวของพลังงานที่ขอบฟ้าเหตุการณ์ เกิดเป็น กำแพงไฟ (Fire Wall) ดังรูปที่ 25(ค) หากตอนนี้มีอะไรตกลงไปในหลุมดำ เมื่อถึงขอบฟ้าเหตุการณ์ชะตากรรมเดียวที่จะเจอคือโดนปั้งสควาใหม่เป็นรูติ ดังรูปที่ 25(ง)



รูปที่ 25 แสดงกระบวนการก่อเกิดกำแพงไฟที่ขอบฟ้าเหตุการณ์ของหลุมดำ

การก่อกำแพงไฟที่ขอบฟ้าเหตุการณ์นั้นทำให้เวลานักบินอวกาศผ่านเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์จะรับรู้ทันทีเพราะเขาจะโดนเผาไหม้ (So Drama) ทำให้เกิดข้อขัดแย้งกันระหว่าง 2 ทฤษฎี กล่าวคือ ทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปบอกว่านักบินอวกาศลอยผ่านเส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ไม่ได้มีอะไรพิเศษแต่เมื่อผ่านเข้าไปแล้วกลับออกมาไม่ได้ ขณะที่ทฤษฎีควอนตัมบอกว่านักบินอวกาศจะโดนเผาเป็นจุดที่เส้นขอบฟ้าเหตุการณ์ไม่ได้เข้าไปข้างใน คำถามคือแนวคิดทฤษฎีไหนถูก ตอนนี้อย่างไรก็ตามคำตอบ แต่นักฟิสิกส์หลายคนเชื่อว่าทางออกของปัญหานี้ต้องการทฤษฎีที่ทั่วไปยิ่งกว่าหรือทฤษฎีที่ผลการทำนายทางควอนตัมและสัมพัทธภาพทั่วไปสอดคล้องกัน



รูปที่ 26 ภาพสรุปประเด็นข้อขัดแย้งระหว่างทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปและทฤษฎีควอนตัม

ER=EPR

ในปี 2013 ลีโอนาร์ด ซัสกินด์ (Leonard Susskind) และ ฮวน มัลดาเซนา (Juan Maldacena) ได้เสนอแนวคิดอันแปลกประหลาดแต่น่าสนใจมากๆ โดยเป็นที่รู้จักกันในชื่อ ER=EPR [9]

โดย ER นั้นย่อมาจาก Einstein-Rosen Bridge หรือ รูหนอน (Wormhole) ซึ่งเป็นการเชื่อมต่อกาลอวกาศ 2 บริเวณเข้าด้วยกันผ่านช่องทางพิเศษ ซึ่งเจ้าช่องทางพิเศษนี้เป็นไปได้ในกาลอวกาศโค้งดังรูปที่ 27(ก) กาลอวกาศโค้งแบบรูหนอนนั้นเป็นผลเฉลยชนิดหนึ่งของสมการไอน์สไตน์ในทฤษฎีสัมพัทธภาพทั่วไปโดยตรง

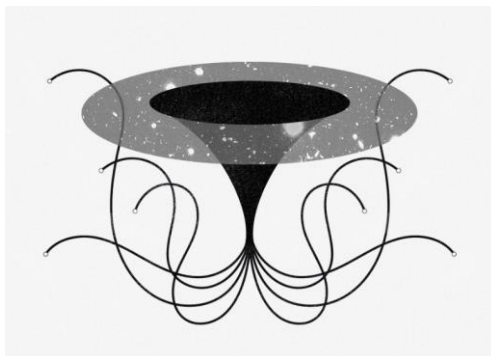
ขณะที่ EPR นั้นย่อมาจาก Einstein- Podolsky-Rosen paradox หรือ เอนแทงเกิลเมนต์ที่เชื่อมโยงอนุภาคเอาไว้ดังที่ได้อธิบายไปในข้างต้นแล้วอันเป็นผลจากทฤษฎีควอนตัมฟิสิกส์โดยตรง ดูรูปที่ 27(ข)



รูปที่ 27 (ก) ความโน้มถ่วงทำให้มีการเชื่อมโยงระหว่าง 2 บริเวณของกาลอวกาศผ่านรูหนอน

(ข) ควอนตัมฟิสิกส์ทำให้เกิดความเชื่อมโยงเอนแทงเกิลเมนต์ระหว่างอนุภาคที่อยู่คนละตำแหน่งในกาลอวกาศ (ดัดแปลงมาจาก [9])

แนวคิดสำคัญที่รวม ER และ EPR เข้าด้วยกันคือเราคิดว่าอนุภาคควอนตัมทั้ง 2 ที่มีความสัมพันธ์เอนแทงเกิลเมนต์นั้นเชื่อมโยกันผ่านรูหนอนขนาดเล็ก (Tiny Wormhole) ดังนั้นอนุภาคที่ตกข้ามเข้าไปในขอบฟ้าเหตุการณ์ยังคงเชื่อมต่อกับอนุภาคที่อยู่ด้านนอกผ่านรูหนอนขนาดเล็กดังรูปที่ 28 ดังนั้นกำแพงไฟจึงไม่มีความจำเป็นอีกต่อไปและข้อมูลก็ไม่ได้สูญหายตามแนวคิดนี้



รูปที่ 28 ภาพวาดแสดงการเชื่อมโยงระหว่างอนุภาคเสมือนผ่านรูหนอนขนาดเล็กโดยในรูปนี้ถูกออกแบบให้มีลักษณะเหมือนปลาหมึก
[<https://www.quantamagazine.org/wormhole-entanglement-and-the-firewall-paradox-20150424>]

สรุป

ปัญหาข้อมูลที่หายไปของหลุมดำที่ฮอว์กิงจุดขึ้นมานั้นดูเหมือนจะยังไม่จบลงไปง่ายๆ นักฟิสิกส์ทั่วโลกยังคงให้ความสนใจเป็นเอกฉันท์ในวงกว้าง อย่างไรก็ตามการพยายามในการแก้ปัญหานักฟิสิกส์หลายๆ ท่านก็ได้ช่วยให้เราเห็นมุมมองใหม่ๆ ทั้งในแง่ของฟิสิกส์และคณิตศาสตร์ ถึงแม้จะยังไม่ได้นำมาซึ่งประโยชน์โดยตรงแต่การเข้าใจธรรมชาติในระดับรากฐานนั้นเป็นสิ่งจำเป็นในการขับเคลื่อนเทคโนโลยีในอนาคต

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ชาญกิจ คันฉ่อง สำหรับข้อเสนอแนะและเสียสละเวลาในการช่วยแก้คำผิด อีกทั้งผู้เขียนขอขอบคุณคณะกรรมการของวารสารฟิสิกส์ไทยที่เชิญให้เรียบเรียงบทความขึ้นนี้

เอกสารอ้างอิง

- [1] ฟิสิกส์หมาหมา, "หลุมดำและข้อมูลที่หายไป...ไหน?? (Black Hole Information Paradox)," [https://www.facebook.com/pg/ฟิสิกส์หมาหมา-231145930802950/photos/?tab=album&album_id=231393184111558]
- [2] J. D. Bekenstein, "Black holes and the second law," Lettere al Nuovo Cimento 4, 737 (1972).
- [3] S. W. Hawking, "Black hole explosions," Nature 248(5443), 30 (1974).
- [4] G. 't Hooft, "The black hole interpretation of string theory," Nucl. Phys. B, 335, 138 (1990).
- [5] G. 't Hooft, "On the quantum structure of a black hole," Nucl. Phys. B, 256, 727 (1985).
- [6] L. Susskind, L. Thorlacius and J. Uglum, "The stretched horizon and black hole complementarity," Phys. Rev. D 48(8), 3743-3761 (1993).
- [7] R. Bousso, "The holographic principle," Rev. Mod. Phys. 74(3), 825 (2002).
- [8] A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski and J. Sully, "Black holes: complementarity or firewalls?" J. High Energ. Phys. 2013, 62 (2013).
- [9] J. Maldacena and L. Susskind L, "Cool horizons for entangled black holes," Fortsch. Phys. 61, 781 (2013).