

การออกแบบและควบคุมสำหรับหุ่นยนต์ดูลยภาพด้วยตัวควบคุมพีดี และแอลคิวอาร์ โดยใช้โปรแกรม Simulink

กฤษนันท์ เจริญสุข¹ กมลวรรณ วงศ์วุฒิ² ดวงกมล อังอำนาจศิริ³ ครรชิต ภาวนานนท์^{4*}

¹สาขาวิชาเทคโนโลยีอุตสาหกรรมและการจัดการนวัตกรรม คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันเทคโนโลยีปทุมวัน,
กรุงเทพมหานคร, ประเทศไทย

²สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี, เพชรบุรี, ประเทศไทย

^{3,4*}สาขาวิศวกรรมหุ่นยนต์และอิเล็กทรอนิกส์อัจฉริยะ คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี,
เพชรบุรี, ประเทศไทย

*ผู้ประพันธ์บรรณกิจ อีเมล : analog_dir99@hotmail.com

รับต้นฉบับ: 14 พฤษภาคม 2565; รับผิดชอบต่อฉบับแก้ไข: 27 กรกฎาคม 2565; ตอบรับบทความ: 19 กันยายน 2565

เผยแพร่ออนไลน์: 22 ธันวาคม 2565

บทคัดย่อ

บทความนี้มีจุดมุ่งหมายที่จะแสดงให้เห็นถึงหลักการออกแบบของหุ่นยนต์ดูลยภาพของตัวควบคุมแบบ พีดี และแอลคิวอาร์ ในการออกแบบนั้น หุ่นยนต์ใช้หลักการเคลื่อนไหวแบบไดนามิกและกฎของนิวตัน แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ จะไม่เป็นแบบเส้นตรง ดังนั้น หุ่นยนต์ต้องแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพไม่เชิงเส้นให้เป็นแบบเชิงเส้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ในการออกแบบตัวควบคุมหลักสำหรับหุ่นยนต์ ปรับสมมูล ผู้วิจัยได้เลือกตัวควบคุมทั้งสองเพราะง่ายต่อการปรับให้เหมาะสมกับระบบของหุ่นยนต์ทรงตัว โดยเลือกใช้ Simulink จำลองการเคลื่อนที่และทดลองตรรกะของตัวควบคุมเพื่อทำให้หุ่นยนต์ทรงตัวให้มีเสถียรภาพ โดยการจำลองระบบของหุ่นยนต์ทรงตัว ที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม และเปรียบเทียบประสิทธิภาพของมุม และทรงตัวของหุ่นยนต์ เพื่อรักษาเสถียรภาพและขจัดสัญญาณรบกวนที่อาจเกิดขึ้นในระบบ ผลการทดสอบได้เปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ใช้ตัวควบคุมทั้งสองแบบ การควบคุมระบบหุ่นยนต์ดูลยภาพจะใช้ตัวควบคุมในการรักษาเสถียรภาพของมุม และทรงตัวของหุ่นยนต์ดูลยภาพ จากผลการทดสอบพบว่าในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพโดยใช้ควบคุมแบบแอลคิวอาร์ให้การรักษาเสถียรภาพดีกว่าตัวควบคุมแบบพีดี

คำสำคัญ : หุ่นยนต์ดูลยภาพ อินเวอร์ทเพนดูลัม ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ตัวควบคุมแบบพีดี ซิมูลิงค์

The Design and Control for the Balancing Robot with PD and LQR Controller Using Program Simulink

Kritchanan Charoensuk¹ Kamolwan Wongwut² Daungkamol Angamnuyasiri³ Kanchit Pawanant^{4*}

¹*Department of Industrial Technology and Innovation Management, Faculty of Science and Technology,
Pathumwan Institute of Technology, Bangkok, Thailand*

²*Department of Electrical Engineering, Faculty of Engineering and Industrial Technology,
Phetchaburi Rajabhat University, Phetchaburi, Thailand*

^{3,4*}*Department of Robots and Smart Electronics Engineering, Faculty of Engineering and Industrial Technology,
Phetchaburi Rajabhat University, Phetchaburi, Thailand*

*Corresponding Author. E-mail address: analog_dir99@hotmail.com

Received: 14 May 2022; Revised: 27 July 2022; Accepted: 19 September 2022

Published online: 22 December 2022

Abstract

In this article, the purpose is to demonstrate PD and LQR balancing robot design principles. In that design, the robot uses the principle of dynamic movement and Newton's laws. The mathematical model of the balancing robot is not linear. Therefore the robot must convert the nonlinear balancing robot mathematical model to a linear one. A mathematical model of the balancing robot is applied to the controller design. In the design of the controller for balancing robots, the researchers chose both controllers because they were easy to adapt to the system of the balancing robot. The Simulink was used to simulate motion and experiment with the controller's logic to stabilize the robot by simulating the system of the robotic balance used in the design of the controller and comparing the efficiency of the robot's angle and balance to maintain stability and eliminate potential interference in the system. The examination results compared the performance index of the balancing robot control system using both controllers. The control of the balancing robot system uses a controller to stabilize the equilibrium robot's angle and balance. The test results showed that stabilizing the balancing robot using the LQR control furnishes better stabilization than the PD controller.

Keywords: Balancing robot, Inverted pendulum, LQR controller, PD controller, Simulink

1) บทนำ

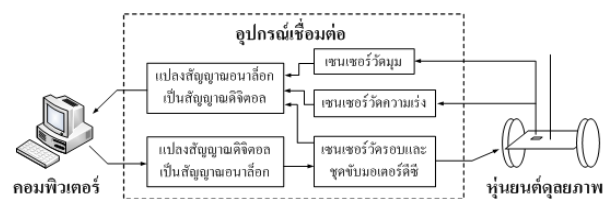
หุ่นยนต์ดุลยภาพ (balancing robot) เป็นอินเวอร์ทเพนดูลัม (invert pendulum) แบบหนึ่งที่มีคุณสมบัติไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ การควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพจำเป็นต้องเลือกตัวควบคุมที่เหมาะสมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดุลยภาพควบคู่กับการปรับปรุงสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ [1]–[4] ในการนำเสนอตัวควบคุมแบบพื้นฐานและการประยุกต์ใช้งานหลักของการออกแบบตัวควบคุมแบบ PID (proportional-integral-derivative) เป็นตัวควบคุมที่ถูกใช้งานกันอย่างแพร่หลาย ทั้งในงานอุตสาหกรรมและมีความเสถียรภาพและเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป ส่วนในงานการศึกษาที่มีการนำไปใช้งานกันอย่างแพร่หลาย บทความนี้จึงนำตัวควบคุมพื้นฐานมาใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ ซึ่งหุ่นยนต์ดุลยภาพนั้นมีความไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพดังที่กล่าวมาแล้ว [5] แต่เนื่องด้วยระบบของหุ่นยนต์ดุลยภาพในบทความนี้มีค่า Integral อยู่ภายในระบบอยู่แล้วจึงใช้แค่ตัวควบคุมแบบ PD controller ลักษณะของการควบคุมที่ผ่านมาในอดีตจะใช้ตัวควบคุมแบบ PD controller ที่เป็นแบบ Single-input และ Single-output ทำให้ง่ายต่อการออกแบบและการคำนวณหาค่าเกณฑ์ของตัวควบคุม

ในปัจจุบันตัวควบคุมนั้นมีความหลากหลายและมีความซับซ้อนในการออกแบบและการคำนวณมากขึ้นซึ่งส่งผลดีกับระบบมากยิ่งขึ้น บทความนี้จึงเลือกใช้ตัวควบคุมแบบ LQR controller โดยจะเป็นแบบ Multi-input และ Multi-output ส่งผลให้การออกแบบและการคำนวณหาค่าเกณฑ์ของตัวควบคุมมีความยากมากกว่าตัวควบคุมแบบ PD controller และนำความสามารถของโปรแกรม MATLAB มาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมและหาค่า State-space ของหุ่นยนต์ดุลยภาพ เพื่อให้ง่ายต่อการศึกษาระบบและเข้าใจถึงหลักการของระบบควบคุม โดยในการออกแบบตัวควบคุม บทความนี้ได้ใช้โปรแกรม Simulink ในการออกแบบตัวควบคุมพื้นฐาน PD controller และที่สำคัญโปรแกรม Simulink ยังสามารถเชื่อมต่อกับบอร์ด Arduino MEGA 2560 แต่ต้องไปโหลด Add-Ons เพิ่ม Get Hardware Support Packages และไปที่ Arduino เมื่อติดตั้งเสร็จจะมีไลบรารีเพิ่มขึ้นมาบนโปรแกรม Simulink ดังนั้นจึงทำให้สามารถนำโปรแกรม Simulink ไปควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพได้ จึงทำให้สะดวกต่อการออกแบบและแก้ไขตัวควบคุมบนโปรแกรม Simulink

อุปกรณ์ที่ใช้ในการวัดค่ามุมของหุ่นยนต์ดุลยภาพได้เลือกใช้ เซนเซอร์ MPU-6050 (gyroscope accelerometer) เป็นโมดูลวัดความเร่ง วัดได้ 3 แกน x, y, z โดยค่าของอัตราเร่งเชิงมุม (วัดได้โดย Accelerometer) และ อัตราเร็วเชิงมุม (วัดได้โดย Gyroscope) เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของเซนเซอร์ และเซนเซอร์มีการสื่อสารกับบอร์ด Arduino ในรูปแบบ I2C โดยจะส่งค่าสัญญาณป้อนกลับไปยังบอร์ดอาดูโนเพื่อทำการประมวลผล และบอร์ดที่ใช้ในการควบคุมมอเตอร์หรือเรียกว่า การควบคุมแบบ H-bridge Drive จะเป็นค่าเอาต์พุต ซึ่งสามารถควบคุมทิศทางและความเร็วโดยใช้สัญญาณควบคุมแบบ Pulse Width Modulation (PWM) ส่วนของค่าสัญญาณอินพุตหรือเรียกว่า Setpoint จะเป็นการติดตั้งเซนเซอร์ให้ขนานกับพื้น

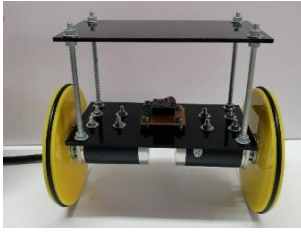
2) วัสดุ อุปกรณ์ และวิธีการวิจัย

การออกแบบหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อใช้ในการศึกษาและทดลองเนื่องจากคุณสมบัติที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ โดยแบ่งออกเป็น 3 ส่วนคือ โครงสร้างหุ่นยนต์ดุลยภาพที่มีลักษณะแบบไม่เป็นเชิงเส้น บอร์ดไมโครคอนโทรลเลอร์ทำหน้าที่ในการเชื่อมต่อเซนเซอร์ที่ติดตั้งอยู่บนโครงสร้างหุ่นยนต์ดุลยภาพ และคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการประมวลผลสัญญาณและควบคุมการทำงานของระบบ (รูปที่ 1)

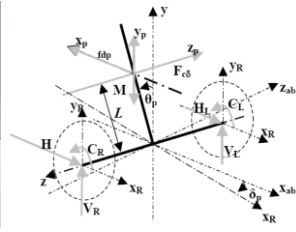


รูปที่ 1 : โครงสร้างระบบควบคุมหุ่นยนต์ดุลยภาพ

หุ่นยนต์ดุลยภาพประกอบด้วย อินเวอร์ทเพนดูลัม (โครงสร้าง) ล้อสองล้อ และมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง โดยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง ทำหน้าที่รักษาสถิตของหุ่นยนต์ดุลยภาพและขับเคลื่อนหุ่นยนต์ดุลยภาพเพื่อรักษาสถิต [6]–[8] ล้อสองล้อ ทำหน้าที่เคลื่อนที่เพื่อรักษาสถิตของหุ่นยนต์ดุลยภาพ อินเวอร์ทเพนดูลัม ทำหน้าที่เปลี่ยนแปลงจุดสมดุลของหุ่นยนต์ดุลยภาพ [9] ซึ่งเป็นไปตามแผนภาพอิสระ และแบบจำลองหุ่นยนต์ดุลยภาพ ดังแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 : แบบจำลองหุ่นยนต์คู่ลูกภาพ



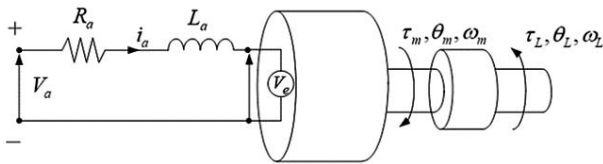
$$\tau_m = \tau_L + b_m \omega_m + I_m \ddot{\theta}_m \quad (4)$$

ค่าของสัมประสิทธิ์ความหนืด b_m มีค่าน้อยมากจึงสามารถประมาณ $b_m \approx 0$ นำสมการได้ สมการที่ 2 และนำสมการที่ 3 แทนค่าลงในสมการที่ 4 และพิจารณาค่าของสัมประสิทธิ์โมเมนต์ความเฉื่อยมอเตอร์ $I_m \ll \tau_L$ จึงส่งผลให้ $I_m \approx 0$ จะได้สมการที่ 5

$$\tau_L = \frac{K_m V_a - K_m K_e \dot{\theta}_m}{R_a} \quad (5)$$

2.1) โครงสร้างระบบขับเคลื่อน

ในการขับเคลื่อนหุ่นยนต์คู่ลูกภาพโดยมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสองตัว [9] แบบจำลองของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงสามารถพิจารณาดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 : แบบจำลองมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง

แรงดันไฟฟ้าอาร์เมเจอร์ V_a เท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าบนตัวต้านทานของอาร์เมเจอร์ R_a ความเหนี่ยวนำไฟฟ้าของอาร์เมเจอร์ L_a และแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ (back EMF) V_e ดังสมการที่ 1

$$V_a = i_a R_a + L_a \frac{d i_a}{dt} + V_e \quad (1)$$

เนื่องจากค่าความเหนี่ยวนำไฟฟ้าที่อาร์เมเจอร์มีค่าน้อยมากจึงสามารถประมาณ $L_a \approx 0$ จากสมการที่ 2.1 สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็นสมการที่ 2

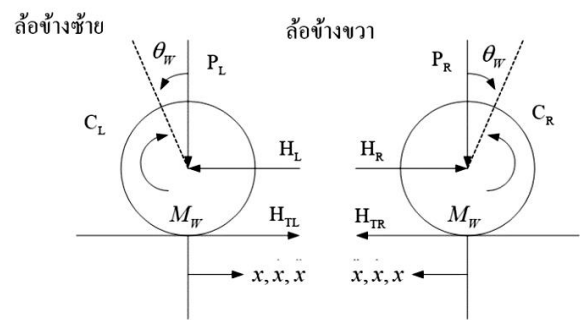
$$i_a = \frac{V_a - V_e}{R_a} \quad (2)$$

เมื่อมีกระแส i_a ที่อาร์เมเจอร์ มอเตอร์จะสร้างแรงบิด τ_m โดยจะแปรผันกับค่าของกระแส i_a ดังสมการที่ 3

$$\tau_m = K_m i_a \quad (3)$$

แรงบิดที่อาร์เมเจอร์จะมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงบิด [10], [11] ที่เกิดจากความเสียดทานสถิต τ_L โดยแรงบิดที่เกิดจากความเสียดทานจลน์นั้น จะมีค่าสัมประสิทธิ์ความหนืด b_m ซึ่งเกิดขึ้นขณะที่เพลาหมุน และแรงบิดที่ทำให้อาร์เมเจอร์ซึ่งมีค่าโมเมนต์ความเฉื่อย I_m เกิดความเร่งเชิงมุม ดังสมการที่ 4

2.2) แบบจำลองล้อสองล้อของหุ่นยนต์คู่ลูกภาพ



รูปที่ 4 : แบบจำลองล้อสองล้อของหุ่นยนต์คู่ลูกภาพ

จากรูปที่ 4 มุมที่ล้อทั้งสองหมุน จะได้ผลรวมของแรงในแนวแกนนอน โดยมีโมเมนต์รวมรอบจุดศูนย์กลางของล้อแกนของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรงที่ต่ออยู่กับล้อของหุ่นยนต์คู่ลูกภาพ จะได้แรงที่ล้อของหุ่นยนต์คู่ลูกภาพ จากสมการที่ 5 เมื่อ $\theta_w = \theta_m$ สามารถเขียนสมการใหม่ได้ ดังสมการที่ 6

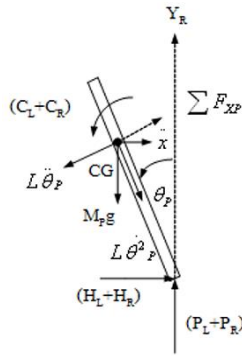
$$C_L = \tau_L = \frac{K_m V_a - K_m K_e \dot{\theta}_w}{R_a} \quad (6)$$

เนื่องจากโมเมนต์ล้อซ้ายและล้อขวามีค่าเท่ากัน ดังนั้นผลรวมโมเมนต์ล้อซ้ายและล้อขวา สามารถเขียนสมการใหม่ ดังสมการที่ 7

$$2 \left(M_w + \frac{I_w}{r^2} \right) \ddot{x} = - \frac{2 K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2} + \frac{2 K_m V_a}{R_a r} - (H_L + H_R) \quad (7)$$

2.3) แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม

ผลรวมของแรงที่ได้จากแบบจำลองของอินเวอร์ทเพนดูลัม ดังแสดงรูปที่ 5 ในแนวแกนนอนผลรวมของแรงในแนวตั้งฉากของอินเวอร์ทเพนดูลัม



รูปที่ 5 : แบบจำลองอินเวอร์ทเพนดูลัม

จากผลรวมของโมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดศูนย์กลางของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังสมการที่ 8

$$I_p \ddot{\theta}_p = -(H_L + H_R)L \cos \theta_p - (P_L + P_R)L \sin \theta_p - (C_L + C_R) \quad (8)$$

ผลรวมของแรงที่ล้อของหุ่นยนต์ดูดยภาพ ดังสมการที่ 6 สามารถเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้น $\theta_w = \dot{x}/r$ จากนั้นแทนค่าลงในสมการที่ 8 สามารถเขียนสมการใหม่ได้ดังสมการที่ 9

$$-(H_L + H_R)L \cos \theta_p - (P_L + P_R)L \sin \theta_p = I_p \ddot{\theta}_p + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r} \quad (9)$$

และนำ -L คูณสมการทั้งสองข้าง และกำจัด $(H_L + H_R)$ ออกจากระบบพลวัตของมอเตอร์จะได้

$$\begin{aligned} & \left(2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p \right) \ddot{x} \\ & = -\frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2} + \frac{2K_m V_a}{R_a r} - M_p L \ddot{\theta}_p \cos \theta_p + M_p L \dot{\theta}_p^2 \sin \theta_p \end{aligned} \quad (10)$$

2.4) การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลล่าง

การประมาณค่าเชิงเส้นของสมการปริภูมิสถานะ โดยการประมาณให้ $\theta_p = \pi + \phi_p$ เมื่อ ϕ_p เป็นมุมขนาดเล็กมาก ที่อยู่ในแนวแกนตั้ง ดังนั้นจะได้สมการการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ 10

$$\ddot{\phi}_p = \frac{M_p L \ddot{x}}{\alpha} + \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r \alpha} - \frac{2K_m V_a}{R_a r \alpha} + \frac{M_p g L \phi_p}{\alpha} \quad (11)$$

$$\ddot{x} = \frac{2K_m V_a}{R_a r \beta} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2 \beta} + \frac{M_p L \ddot{\phi}_p}{\beta} \quad (12)$$

$$\text{เมื่อ } \alpha = I_p + M_p L^2, \quad \beta = 2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p$$

นำสมการที่ 11 แทนลงในสมการที่ 12 และนำสมการที่ 12 แทน

ลงในสมการที่ 11 จากนั้นนำสมการมาจัดเรียงกัน โดยทางพีชคณิตจะได้รูปแบบของปริภูมิสถานะเชิงเส้น (linear state space) $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ ดังสมการที่ 13

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi}_p \\ \ddot{\phi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \phi_p \\ \dot{\phi}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} V_a \quad (13)$$

$$\text{เมื่อ } A_{22} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\beta} \right) \left(\frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha} \right) - \frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta}$$

$$A_{23} \text{ คือ } \frac{(M_p L)^2 g}{\alpha \beta}$$

$$A_{42} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\alpha} \right) \left(-\frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta} \right) + \frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha}$$

$$A_{43} \text{ คือ } \frac{M_p L g}{\alpha}$$

$$B_{21} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\beta} \right) \left(-\frac{2K_m}{R_a r \alpha} \right) + \frac{2K_m}{R_a r \beta}$$

$$B_{41} \text{ คือ } \left(\frac{M_p L}{\alpha} \right) \left(\frac{2K_m}{R_a r \beta} \right) - \frac{2K_m}{R_a r \alpha}$$

$$u \text{ คือ } V_a$$

2.5) การประมาณเชิงเส้น ณ จุดสมดุลบน

การประมาณค่าเชิงเส้นของสมการปริภูมิสถานะ โดยการประมาณให้ เมื่อเป็นมุมขนาดเล็กมาก ที่อยู่ในแนวแกนตั้ง ดังนั้นจะได้สมการการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นจากสมการที่ 10

$$\ddot{\theta}_p = -\frac{M_p L \ddot{x}}{\alpha} + \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r \alpha} - \frac{2K_m V_a}{R_a r \alpha} - \frac{M_p g L \theta_p}{\alpha} \quad (14)$$

$$\ddot{x} = \frac{2K_m V_a}{R_a r \beta} - \frac{2K_m K_e \dot{x}}{R_a r^2 \beta} - \frac{M_p L \ddot{\theta}_p}{\beta} \quad (15)$$

$$\text{เมื่อ } \alpha = I_p + M_p L^2, \quad \beta = 2M_w + \frac{2I_w}{r^2} + M_p$$

นำสมการที่ 14 แทนลงในสมการที่ 15 และนำสมการที่ 15 แทนลงในสมการที่ 14 จากนั้นนำสมการมาจัดเรียงกัน โดยทางพีชคณิตจะได้รูปแบบของปริภูมิสถานะเชิงเส้น (linear state space) $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ ดังสมการที่ 16

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta}_p \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta_p \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{21} \\ 0 \\ B_{41} \end{bmatrix} V_a \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } A_{22} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\beta} \right) \left(\frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha} \right) - \frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta} \\ A_{23} & \text{ คือ } \frac{(M_p L)^2 g}{\alpha \beta} \\ A_{42} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\alpha} \right) \left(-\frac{2K_m K_e}{R_a r^2 \beta} \right) + \frac{2K_m K_e}{R_a r \alpha} \\ A_{43} & \text{ คือ } -\frac{M_p L g}{\alpha} \\ B_{21} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\beta} \right) \left(-\frac{2K_m}{R_a r \alpha} \right) + \frac{2K_m}{R_a r \beta} \\ B_{41} & \text{ คือ } \left(-\frac{M_p L}{\alpha} \right) \left(\frac{2K_m}{R_a r \beta} \right) - \frac{2K_m}{R_a r \alpha} \\ u & \text{ คือ } V_a \end{aligned}$$

2.6) ฟังก์ชันถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดูลยภาพ

แบบจำลองเบื้องต้นของงานวิจัยนี้ สมมติให้ล้อของหุ่นยนต์ดูลยภาพไม่มีการสั่นไหว โดยจะพิจารณาในการเคลื่อนที่ของอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นมุมขนาดเล็กมาก ในการชั่งน้ำหนักของหุ่นยนต์ดูลยภาพและวัดระยะระหว่างจุดหมุนกับจุดศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม และหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของหุ่นยนต์ดูลยภาพแล้ว สามารถรวบรวมค่าคงที่ของพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 : ค่าคงที่ของพารามิเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ

พารามิเตอร์	ค่าคงที่
แรงบิดคงที่ของมอเตอร์ (K_m)	0.3674 (N-m/A)
แรงดันไฟฟ้าย้อนกลับมอเตอร์ (K_e)	0.7661 (V-s/rad)
มวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม (M_p)	1.5 (kg)
มวลของล้อ (M_w)	0.2 (kg)
ความต้านทานที่ขดลวดอาร์เมเจอร์ของมอเตอร์ (R_a)	14 (Ω)
รัศมีของล้อ (r)	0.06 (m)
ระยะระหว่างจุดหมุนกับศูนย์กลางมวลของอินเวอร์ทเพนดูลัม (L)	0.05 (m)
ความเร่งของแรงโน้มถ่วงของโลก (g)	9.81 (m/sec ²)
โมเมนต์ความเฉื่อยของล้อ (I_w)	0.00036 (kg-m ²)
โมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (I_p)	0.003278 (kg-m ²)

การประมาณเชิงเส้นของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนนั้น มีวัตถุประสงค์เพื่อนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ได้จากการประมาณเชิงเส้นไปใช้ออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ จากนั้นแทนค่าพารามิเตอร์ที่

แสดงในตาราง 1 ลงในสมการที่ 16 ดังนั้นสามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็นสมการที่ 17

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6304 & 2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 30.4676 & 82.6407 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta_p \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix} V_a \quad (17)$$

และ

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} [x \ \dot{x} \ \theta_p \ \dot{\theta}_p]^T \quad (18)$$

และมีฟังก์ชันถ่ายโอน (transfer function)

$$\frac{\theta_p(s)}{V_a(s)} = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (19)$$

จากนั้นทำการหาค่าเมทริกซ์ผกผันที่แสดงในสมการที่ 20 ดังนี้

$$\det(sI - A) = \begin{vmatrix} s & -1 & 0 & 0 \\ 0 & s + 2.6304 & -2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & s & -1 \\ 0 & -30.4676 & -82.6407 & s \end{vmatrix} \quad (20)$$

$$= s^4 + 2.6304s^3 - 82.64s^2 - 307.3s$$

เพราะฉะนั้นจะได้ฟังก์ชันถ่ายโอนดังนี้

$$\frac{\theta_p(s)}{V_a(s)} = \frac{101.8s + 173.5}{s^3 + 2.63s^2 - 82.64s - 307.3} \quad (21)$$

ในการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของตำแหน่งก็ทำในลักษณะเดียวกันกับการหาฟังก์ชันถ่ายโอนของมุม

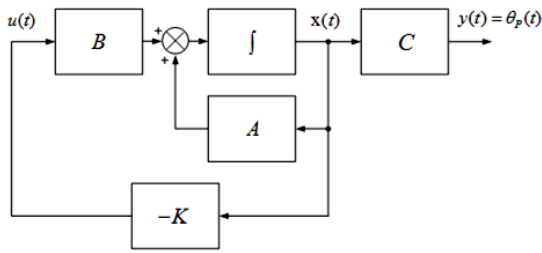
$$\frac{X(s)}{V_a(s)} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \left(\frac{1}{\det(sI - A)} \text{adj}(sI - A) \right) \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix} + [0]$$

$$\frac{X(s)}{V_a(s)} = \frac{-3.093s^2 + 555.9}{s^4 + 2.63s^3 - 82.64s^2 - 307.3s} \quad (22)$$

จากสมการที่ 17 กับสมการที่ 21 จะได้ปริภูมิสถานะของหุ่นยนต์ดูลยภาพและฟังก์ชันถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่พิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลบนเพื่อนำไปใช้ในการออกแบบตัวควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพตามลำดับ

2.7) ทฤษฎีตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

การควบคุมแบบแอลคิวอาร์เป็นวิธีการควบคุมที่อาศัยหลักการป้อนกลับของสัญญาณสถานะภายในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพ [4] โดยในการคำนวณหาอัตราขยาย K ของสัญญาณควบคุม นั้น ดังแสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 6 : โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอสคิวอาร์

จะต้องออกแบบให้ค่าดัชนีสมรรถนะ (performance index) มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (23)$$

โดยเป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นค่ากึ่งบวกแน่นอน (positive-semi definite) ซึ่งเป็นเมทริกซ์ถ่วงน้ำหนักที่มีความสำคัญในการควบคุมตัวแปรสถานะในแต่ละตัว และเป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน (positive-definite) และทำหน้าที่ถ่วงน้ำหนักสำหรับสัญญาณควบคุม และสัญญาณควบคุมนี้ถูกกำหนดให้ไม่มีข้อจำกัด (unconstraint) ในการพิจารณาแบบจำลองของตัวควบคุมแบบแอสคิวอาร์จะได้สมการดังนี้

$$\dot{x} = Ax + Bu \text{ และ } y = Cx \quad (24)$$

$$u = -Kx \quad (25)$$

นำสมการที่ 25 แทนลงในสมการที่ 23 และสามารถเขียนสมการใหม่ได้คือ

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (26)$$

กำหนดให้เมทริกซ์ $A - BK$ มีเสถียรภาพหรือมีค่าของผลลัพธ์ที่มีเครื่องหมายเป็นลบทั้งหมด เมื่อแทนค่า $u(t)$ ในสมการดัชนีสมรรถนะในสมการที่ 24 จะได้

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt \quad (27)$$

กำหนดให้

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt} (x^T P x) \quad (28)$$

เมื่อ P เป็นเมทริกซ์สมมาตรกึ่งบวกแน่นอนเราจะได้

$$x^T (Q + K^T R K) x = x^T P x - x^T P \dot{x} = -x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)] x$$

ดังนั้น

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T R K) \quad (29)$$

เมื่อ $A - BK$ เป็นเมทริกซ์ที่มีเสถียรภาพ จะมี P เป็นเมทริกซ์สมมาตรบวกแน่นอนโดยสอดคล้องกับสมการที่ 29 และในกรณี

ที่ระบบมีเสถียรภาพแล้วสามารถหาค่า P ที่เป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน ได้เพียงค่าเดียว ดังนั้นค่า P อื่น ที่ได้จากการแก้สมการที่ 29 จะไม่เป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน จากดัชนีสมรรถนะจะได้

$$J = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt = -x^T(\infty) P x(\infty) + x^T(0) P x(0) \quad (30)$$

และเนื่องจากค่าเจาะจงของ $A - BK$ ถูกกำหนดให้เป็นลบทั้งหมดหรือ $x(\infty) \rightarrow 0$ ดังนั้นจะได้

$$J = x^T(0) P x(0) \quad (31)$$

แสดงว่าดัชนีสมรรถนะเป็นฟังก์ชันของค่าเริ่มต้น $x(0)$ และเมทริกซ์ P โดยกำหนดให้

$$R = T^T T \quad (32)$$

เมื่อ R เป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน และ T ไม่เป็นเมทริกซ์หนึ่งหน่วย จากสมการที่ 30 สามารถเขียนได้ดังนี้

$$(A^T - K^T B^T) P + P(A - BK) + Q + K^T T^T T K = 0 \quad (33)$$

โดยพยายามทำให้ค่า J ต่ำที่สุดโดยการปรับค่า K หรือต้องการค่าต่ำที่สุดของ

$$x^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad (34)$$

ซึ่งเป็นพจน์ที่มีค่าเป็นกึ่งบวกแน่นอนจึงมีค่าต่ำที่สุดคือศูนย์ ซึ่งจะเป็นเช่นนั้นเมื่อ

$$TK = (T^T)^{-1} B^T P \quad (35)$$

ดังนั้น

$$K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (36)$$

จากสมการที่ 36 เป็นสมการที่ให้ค่า K ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับระบบดังกล่าว ดังนั้นสามารถคำนวณหาสัญญาณควบคุมที่เหมาะสมที่สุดคือ

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1} B^T P x(t) \quad (37)$$

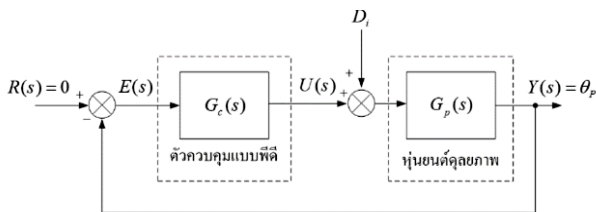
ซึ่งเมทริกซ์ P ในสมการที่ 37 ต้องสอดคล้องกับสมการที่ 29 หรือสามารถลดสมการลงได้คือ

$$A^T P + PA - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (38)$$

ในการออกแบบตัวควบคุมจากสมการที่ 38 นั้น เป็นการหาค่าเมทริกซ์ P และเมื่อปรากฏค่า P ที่เป็นเมทริกซ์สมมาตรที่เป็นบวกแน่นอน แสดงได้ว่าระบบมีเสถียรภาพหรือเมทริกซ์ $A - BK$ มีเสถียรภาพและแทนค่าเมทริกซ์ P ในสมการที่ 36 เพื่อคำนวณหา K ที่เหมาะสมที่สุด

2.8) การออกแบบตัวควบคุมแบบพีดี

การออกแบบตัวควบคุมให้สามารถรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพได้นั้น จะต้องทำการกำจัดสัญญาณรบกวน Di (disturbance) ของระบบควบคุม [12] โดยในบทนี้ได้นำเสนอตัวควบคุมพื้นฐานคือตัวควบคุมแบบพีดี โดยตัวควบคุมที่แบบจะทำหน้าที่รักษาสถิตของหุ่นยนต์ดูลยภาพให้มีเสถียรภาพ [13]–[15] ระบบควบคุมเพื่อรักษาสถิตของหุ่นยนต์ดูลยภาพให้มีเสถียรภาพโดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบพีดีในรูปที่ 7



รูปที่ 7 : โครงสร้างระบบควบคุมแบบพีดี

ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ โดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีเป็นตัวป้อนกลับสัญญาณสถานะให้กับระบบ เพื่อรักษาสถิตของหุ่นยนต์ดูลยภาพด้วยวิธีการวางโพล โดยมีฟังก์ชันการถ่ายโอนของตัวควบคุมแบบพีดีดังนี้

$$G_c(s) = K_d s + K_p \quad (39)$$

จากฟังก์ชันการถ่ายโอนของหุ่นยนต์ดูลยภาพ ในสมการที่ 20 และสัมประสิทธิ์ของพหุนามคุณลักษณะของฟังก์ชันการถ่ายโอนคือ $a_0 = -307.3$, $a_1 = -82.64$ และ $a_2 = 2.63$ ดังนั้นในการหาค่าที่เหมาะสมในการป้อนกลับเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพนั้นจะทำการวางค่าโพลตัวใหม่เข้าไปในระบบเพื่อทำให้ระบบมีเสถียรภาพ โดยในการเลือกค่าโพลจะอ้างอิงจากวิธีลดลงด้วยอัตราหนึ่งในสี่ (quarterly-decay) โดยค่าโพลตัวใหม่มีค่าเท่ากับ $-2.2499 + 14.0737i$, $-2.2499 - 14.0737i$, -0.8787 ดังนั้นจากสมการที่ 39 จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ค่า $P(s)$ คือ

$$s^3 + 2.63s^2 - 82.64s - 307.3 + [(K_d s + K_p) \cdot (101.8s + 173.5)] \quad (40)$$

เทียบสัมประสิทธิ์หาค่าของ K_p และ K_d จะได้

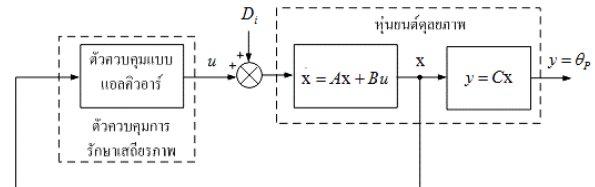
$$K_p = \frac{178.5 + 307.3}{173.5} = 2.8 \quad (41)$$

$$K_d = \frac{(5.3786 - 2.63)}{101.8} = 0.0270 \quad (42)$$

เพราะฉะนั้นจะได้ค่า $K_p = 2.8$ และ $K_d = 0.0270$

2.9) การออกแบบตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพด้วยตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์

ระบบควบคุมเพื่อรักษาสถิตของหุ่นยนต์ดูลยภาพให้มีเสถียรภาพโดยมีโครงสร้างของระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์ในรูปที่ 8



รูปที่ 8 : โครงสร้างระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์

ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ โดยใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์เป็นตัวป้อนกลับสัญญาณสถานะของระบบ เพื่อรักษาสถิตของหุ่นยนต์ดูลยภาพ

ดังนั้นในการหาค่าที่เหมาะสม [14], [15] ในการป้อนกลับเพื่อให้ระบบมีเสถียรภาพนั้นจะต้องทำให้ค่าดัชนีสมรรถนะในสมการที่ 23 นั้นมีค่าน้อยที่สุด ดังแสดง คือ

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt$$

และกำหนดให้เมทริกซ์ $R = [0.1]$ และเมทริกซ์

$$Q = \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.9671 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.069975 \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ของหุ่นยนต์ดูลยภาพดังแสดงอยู่ใน

รูปของปริภูมิสถานะ คือ $\dot{x} = Ax + Bu$ โดยสมการหุ่นยนต์ดูลยภาพที่พิจารณาจะได้เมทริกซ์ A คือ เมทริกซ์ระบบ และเมทริกซ์ B คือ เมทริกซ์อินพุต ตามลำดับดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2.6304 & 2.9515 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 30.4676 & 82.6407 & 0 \end{bmatrix}$$

และ

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -3.0925 \\ 0 \\ 101.7638 \end{bmatrix}$$

จากนั้นสามารถหาค่าของเมทริกซ์ P จากสมการที่ 38

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.0451 & 0.0260 & 0.0100 & 0.0009 \\ 0.0260 & 0.0177 & 0.0088 & 0.0009 \\ 0.0100 & 0.0088 & 1.4137 & 0.0150 \\ 0.0009 & 0.0009 & 0.0150 & 0.0010 \end{bmatrix}$$

จะได้อัตราขยายของระบบคือ

$$K = R^{-1}B^T P \\ = [0.1000 \quad 0.3811 \quad 15.0000 \quad 1.0000]$$

จะได้สัญญาณควบคุมคือ

$$u(t) = -Kx = -R^{-1}B^T P x \\ u = [-0.1000 \quad -0.3811 \quad -15.0000 \quad -1.0000] \begin{bmatrix} x & \dot{x} & \theta_p & \dot{\theta}_p \end{bmatrix}^T$$

ดังนั้นสมการคุณลักษณะตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพคือ

$$|sI - A + BK| = s^4 + 103.2s^3 + 1617s^2 + 2506s + 55.59 = 0$$

โดยค่าโพลตัวใหม่มีค่าเท่ากับ -84.40166, -17.0680, -1.7145 และ -0.00225 ตามลำดับ ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ สามารถสรุปผลการออกแบบได้ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 : ผลการออกแบบตัวควบคุม

ตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพพีดี		ตัวควบคุมเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพแอลคิวอาร์			
K_p	K_d	k_1	k_2	k_3	k_4
2.800	0.0270	0.1000	0.3811	15.0000	1.0000

ตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้แล้วนี้ จะนำไปควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพเพื่อศึกษาถึงผลของการควบคุม โดยจะศึกษาทั้งผลที่ได้จากการจำลองระบบด้วยโปรแกรมแมตแล็บและผลการทดลองที่นำไปใช้ควบคุมระบบจริง

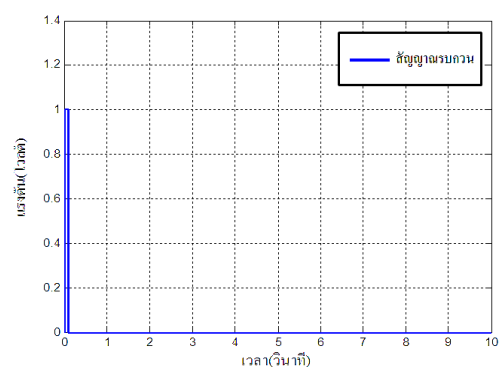
3) ผลการวิจัยและอภิปรายผล

การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ โดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ในหัวข้อที่ 2 และกล่าวถึงการทดลองการทำงานของตัวควบคุม เพื่อใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ได้ออกแบบไว้ในหัวข้อที่ 2 ซึ่งในการทดลองนี้จะแบ่งออกเป็นหกส่วนดังนี้ ส่วนที่หนึ่ง เป็นการจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ ส่วนที่สอง เป็นการจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบพีดีที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพ ต่อมาในส่วนที่ สามและสี่ เป็นการนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบกับผลการทดลองจากโครงสร้างจริง

โดยวัดค่ามุม และตำแหน่งในการทดลอง ส่วนที่ห้าจะนำตัวควบคุมทั้ง พีดี และแอลคิวอาร์ เพื่อหาการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดูลยภาพ โดยนำตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุล และสุดท้ายเพื่อเป็นแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมทั้งสองมีความแตกต่างกัน โดยค่าที่ได้จากทดลองจากโครงสร้างจริงกับค่าที่ได้จากแบบจำลองมาเปรียบเทียบโดยใช้อินทิเกรทเออเรอสแควร์ (ISE : integral of the square of the error) โดยทั้งหกส่วนจะถูกอธิบายให้หัวข้อถัดไป

3.1) การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ

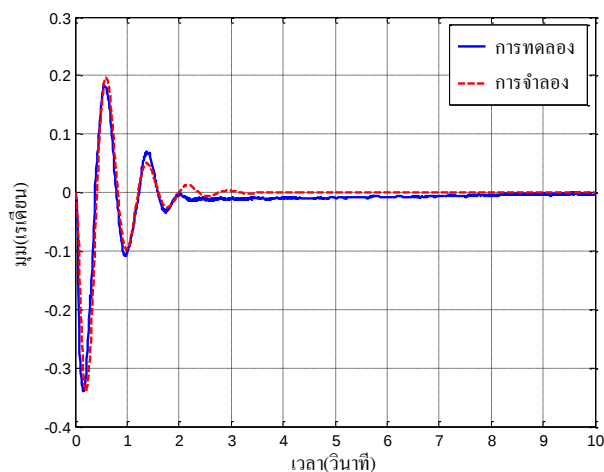
การจำลองด้วยคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพพิจารณา ณ ตำแหน่งจุดสมดุลล่างของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพ เพื่อหาค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของอินเวอร์ทเพนดูลัม (I_p) โดยทำการปรับเปลี่ยนค่าโดยอ้างอิงแนวโน้มจากการวิจัยที่ได้รับการตีพิมพ์วารสารวิชาการ และเอกสารสืบเนื่องในระดับนานาชาติ [13]–[16] และใช้สัญญาณแบบพัลส์ เป็นสัญญาณรบกวนที่ใส่เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพ โดยมีขนาดของสัญญาณดังนี้ ความสูงของสัญญาณเท่ากับ 1 โวลต์ ความกว้างของสัญญาณเท่ากับ 0.1 วินาที และเวลาที่ใช้ในการทดสอบระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพเท่ากับ 10 วินาที [16] เพื่อหาผลตอบสนองวงเปิดการแกว่งอินเวอร์ทเพนดูลัมที่ทดลองกับโครงสร้างจริงและแบบจำลองคณิตศาสตร์ จากนั้นนำมาเปรียบเทียบเพื่อสร้างแบบจำลองคอมพิวเตอร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพตามลำดับ ดังแสดงในรูปที่ 9 และรูปที่ 10



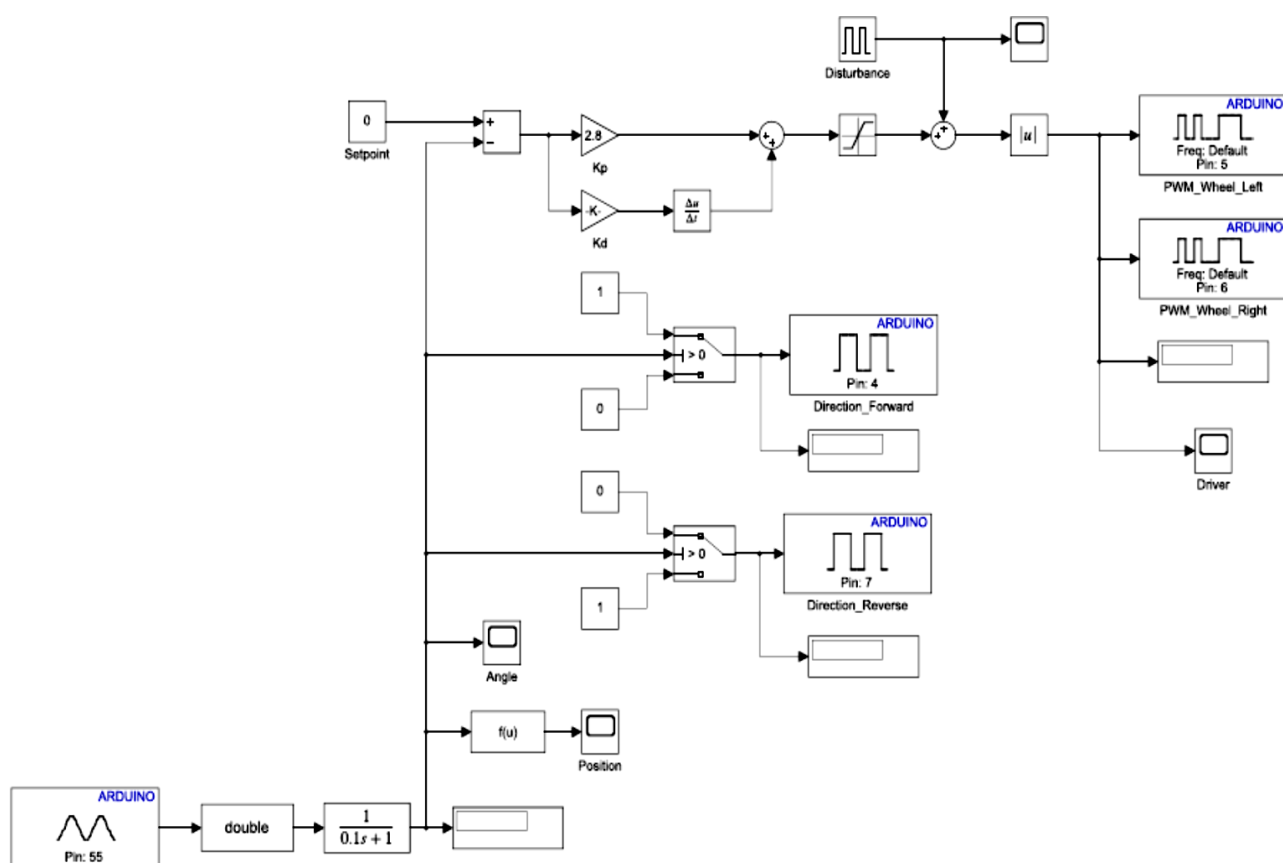
รูปที่ 9 : สัญญาณรบกวนแบบพัลส์

3.2) การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบพีดีที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพ

ในหัวข้อนี้จะเป็นการจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพ ณ จุดสมดุลบนโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการออกแบบและทดลองกับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลายภาพ และทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดูลายภาพตามลำดับ การจำลองทางคอมพิวเตอร์และการควบคุมกับโครงสร้างจริงเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพนั้น ในบทนี้จะใส่สัญญาณรบกวนแบบพัลส์เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพเพื่อให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพไม่มีเสถียรภาพ ดังบล็อกไดอะแกรมที่แสดงในรูปที่ 11 และสัญญาณรบกวนดังแสดงในรูปที่ 10 จึงส่งผลให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลายภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีดีในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลายภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลนั้น [17] แสดงในรูปที่ 10

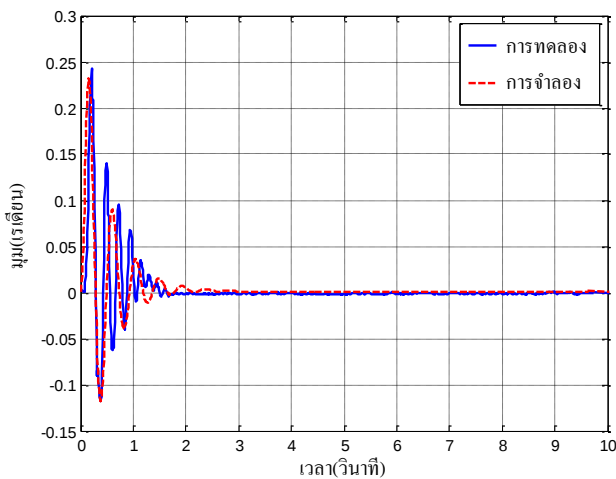


รูปที่ 10 : การเปรียบเทียบผลตอบสนองวงเปิด

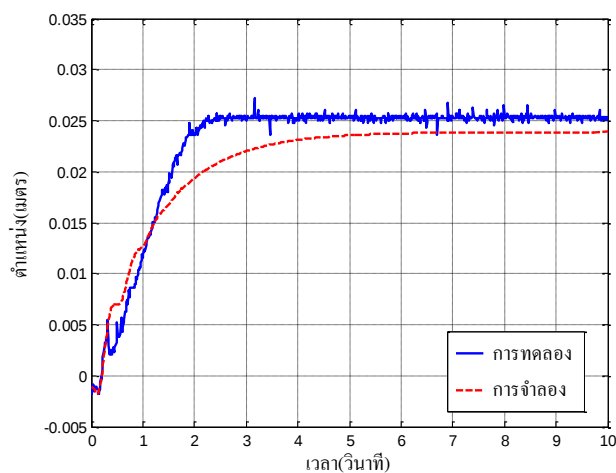


รูปที่ 11 : ระบบควบคุมแบบพีดีด้วยโปรแกรม (Simulink)

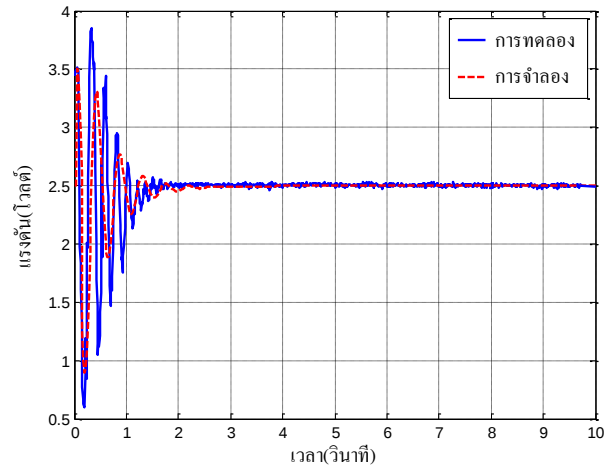
จากการจำลองและการควบคุมระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพในบทนี้ จะทำการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูดยภาพ และตัวควบคุมแบบพีดีที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดูดยภาพ [18] โดยเริ่มจากค่ามุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 12 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดูดยภาพดังแสดงในรูปที่ 13 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพดังแสดงในรูปที่ 14



รูปที่ 12 : การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมแบบพีดี



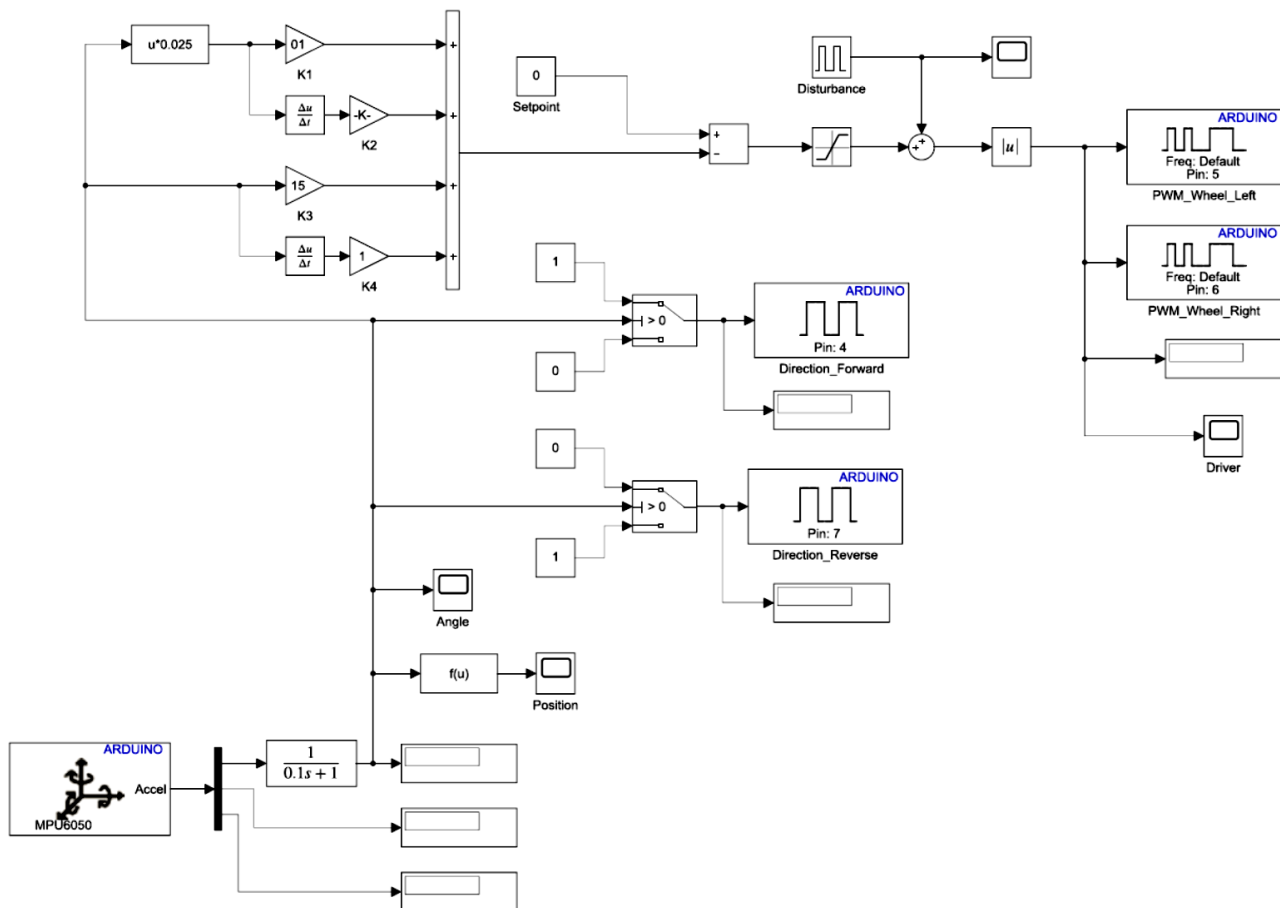
รูปที่ 13 : การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมแบบพีดี



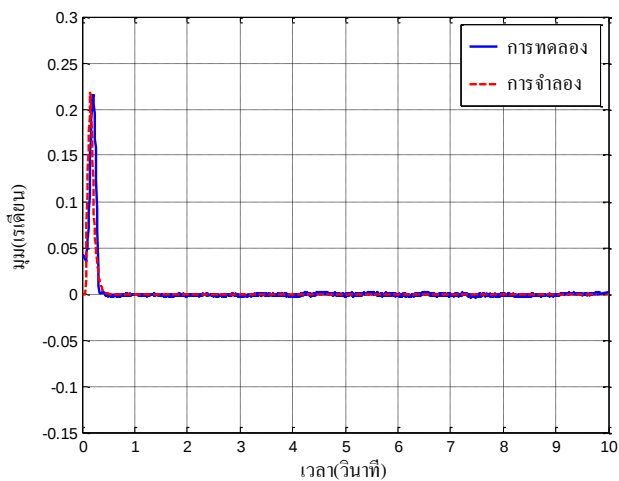
รูปที่ 14 : สัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดี

3.3) การจำลองและการทดลองตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพ

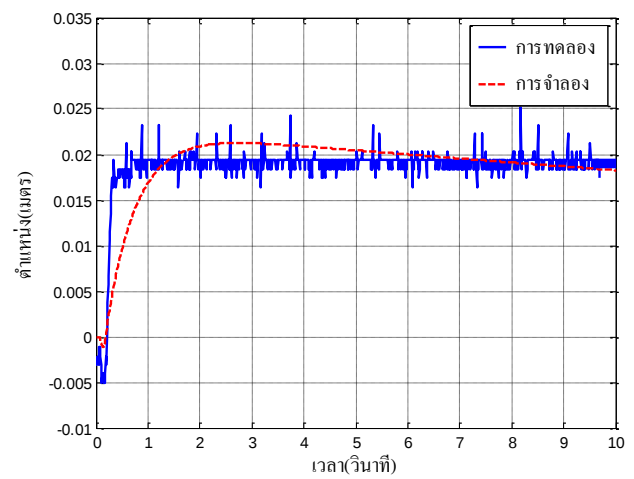
การจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพ ณ จุดสมดุลโดยใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ที่ได้จากการออกแบบและทดลองกับแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูดยภาพ และทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดูดยภาพตามลำดับ การจำลองทางคอมพิวเตอร์และการควบคุมกับโครงสร้างจริงเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพนั้น ในบทนี้จะใส่สัญญาณรบกวนแบบพัลส์เข้าไปในระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพเพื่อให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพไม่มีเสถียรภาพ ดังบล็อกไดอะแกรมที่แสดงในรูปที่ 15 และสัญญาณรบกวนดังแสดงในรูปที่ 9 จึงส่งผลให้ระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุลนั้น เกิดการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมและตำแหน่งของหุ่นยนต์ดูดยภาพ และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพ จากการจำลองและการควบคุมระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพในบทนี้ จะทำการเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูดยภาพ และตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ ที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์ดูดยภาพ โดยเริ่มจากค่ามุมของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 16 และตำแหน่งของหุ่นยนต์ดูดยภาพดังแสดงในรูปที่ 17 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูดยภาพดังแสดงในรูปที่ 18 ตามลำดับดังนี้



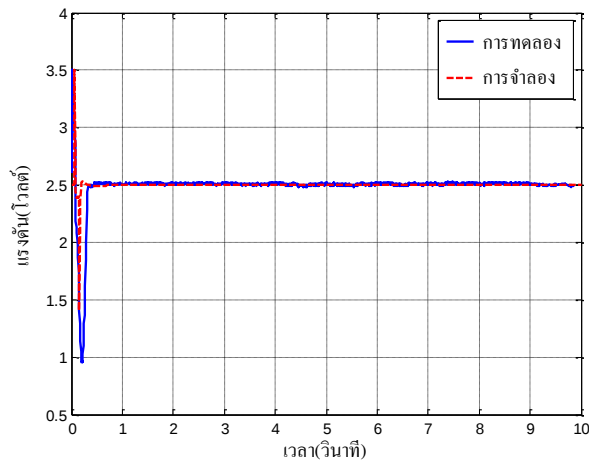
รูปที่ 15 : ระบบควบคุมแบบแอลคิวอาร์ด้วยโปรแกรม (Simulink)



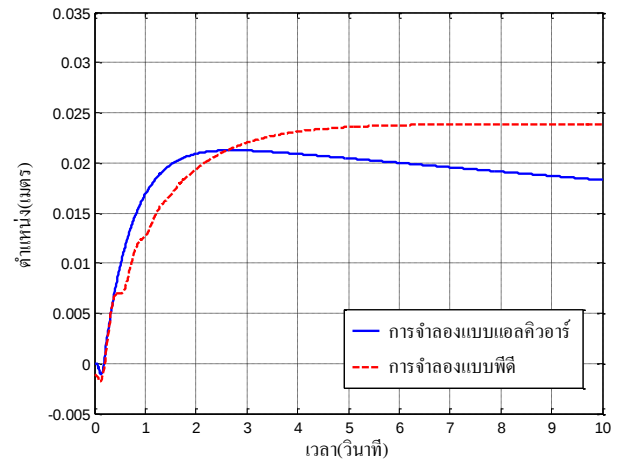
รูปที่ 16 : การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์



รูปที่ 17 : การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์



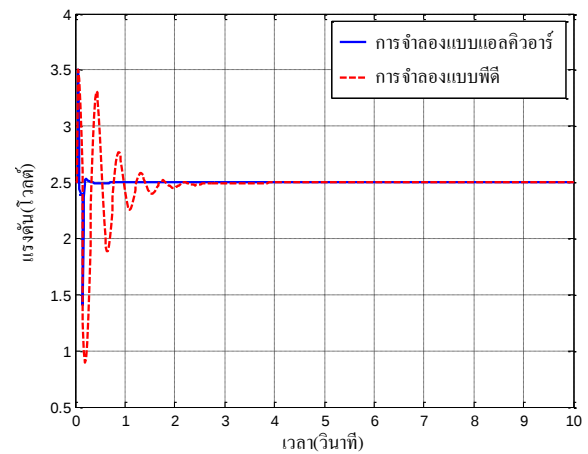
รูปที่ 18 : การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมแบบแอลคัวอาร์



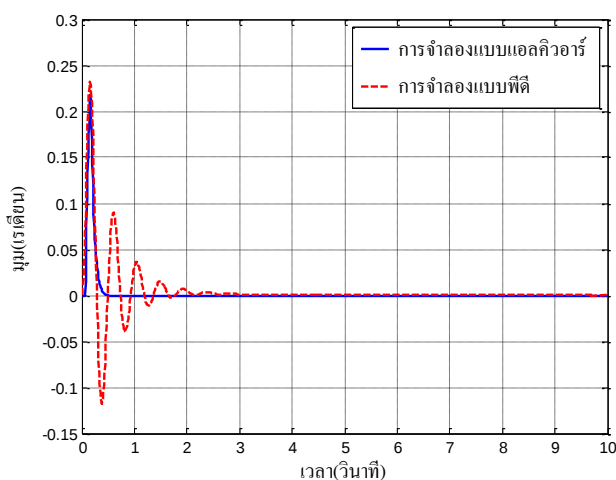
รูปที่ 20 : การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง

3.4) การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุม แบบแอลคัวอาร์ที่ใช้กับการจำลองของหุ่นยนต์คูลยภาพ

ภาพการจำลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์คูลยภาพ ณ จุดสมดุลโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคัวอาร์ ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์คูลยภาพ การจำลองทางคอมพิวเตอร์ที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์คูลยภาพ โดยนำตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคัวอาร์ที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์คูลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุล มาทำการเปรียบเทียบการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 19 และตำแหน่งของหุ่นยนต์คูลยภาพดังแสดงในรูปที่ 20 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์คูลยภาพดังแสดงในรูปที่ 21 ตามลำดับดังนี้



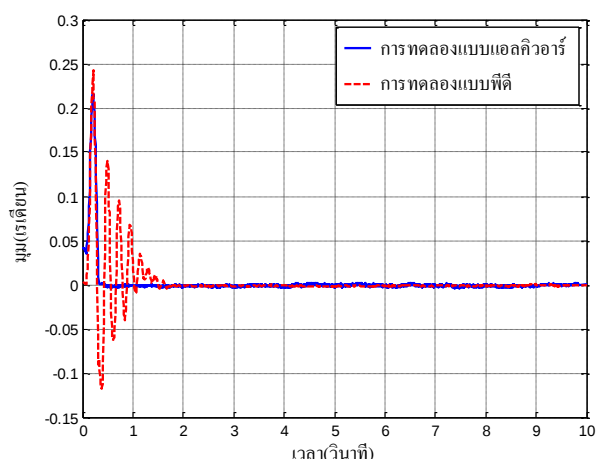
รูปที่ 21 : การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง



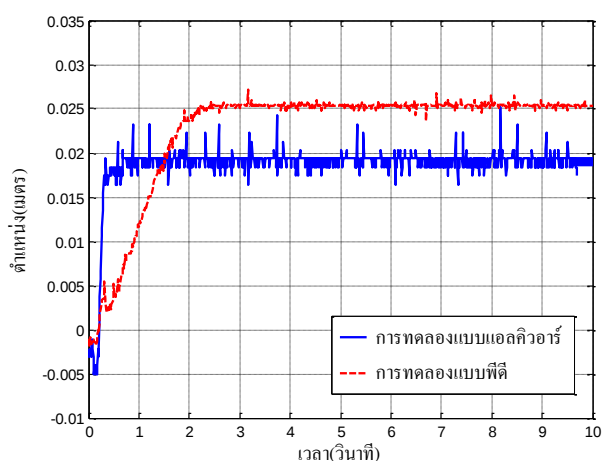
รูปที่ 19 : การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการจำลอง

3.5) การเปรียบเทียบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคัวอาร์ที่ใช้กับการทดลองของหุ่นยนต์คูลยภาพ

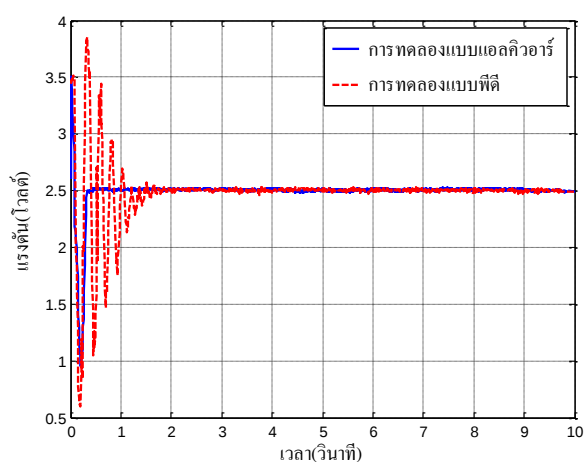
การทดลองการควบคุมเพื่อรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์คูลยภาพ ณ จุดสมดุลโดยใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคัวอาร์ ที่ได้จากการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์คูลยภาพการทดลองกับโครงสร้างจริงของหุ่นยนต์คูลยภาพ โดยนำตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคัวอาร์ที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์คูลยภาพให้อยู่ที่ตำแหน่งสมดุล มาทำการเปรียบเทียบการแกว่งของอินเวอร์ทเพนดูลัมดังแสดงในรูปที่ 21 และตำแหน่งของหุ่นยนต์คูลยภาพดังแสดงในรูปที่ 22 และสัญญาณควบคุมที่ใช้ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์คูลยภาพดังแสดงในรูปที่ 23 ตามลำดับดังนี้



รูปที่ 22 : การเปรียบเทียบมุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง



รูปที่ 23 : การเปรียบเทียบตำแหน่งของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง



รูปที่ 24 : การเปรียบเทียบสัญญาณควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลอง

3.6) การเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะ

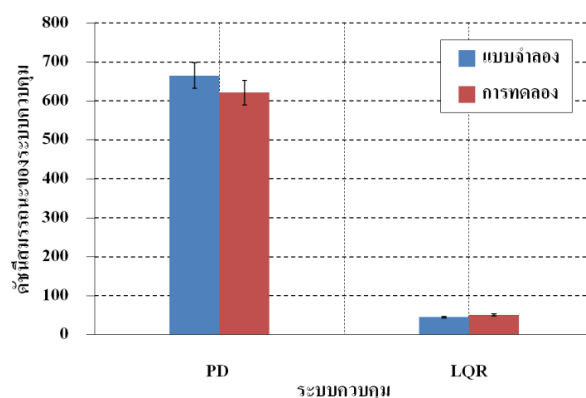
จากผลการทดลองในรูปที่ 18 ที่ได้จากการจำลองและรูปที่ 21 ที่ได้จากการทดลองจะเห็นว่า ตัวควบคุมแบบแอลคิวนาร์สามารถที่จะควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพให้มีเสถียรภาพได้ตามแบบที่ต้องการและยังมีประสิทธิภาพในการเข้าสู่จุดสมดุลได้เร็วกว่าตัวควบคุมแบบพีดีการทดสอบหาค่าดัชนีสมรรถนะ (performance index) ของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูดยภาพในงานวิจัยฉบับนี้เลือกใช้ อินทิเกรทเออเรอสแควร์ ดังสมการที่ 43

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (43)$$

ในการวัดสมรรถนะของระบบควบคุมแบบพีดีและระบบควบคุมแบบแอลคิวนาร์มีค่าความละเอียดที่ใช้ในการสุ่มจำนวนห้าร้อยค่าดังนี้ สามารถสรุปค่าได้ดังแสดงในตารางที่ 3

ตารางที่ 3 : ผลการออกแบบตัวควบคุม

กรณีศึกษา	ดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุม	
	แบบพีดี	แบบแอลคิวนาร์
การจำลอง	665.1601	45.0976
การทดลอง	621.2751	50.8856



รูปที่ 25 : ดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลองและแบบจำลอง

เมื่อนำค่าที่ได้มาแสดงลงบนแผ่นภูมิแท่งดังแสดงในรูปที่ 25 เพื่อเปรียบเทียบดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมของตัวควบคุมทั้งสองแบบที่ได้จากการทดลองและแบบจำลอง ผู้วิจัยได้เลือกระบบความคลาดเคลื่อนที่ระดับนัยสำคัญ 0.95 นั้นทำให้เห็นว่า ผลแบบจำลองและจากการทดลองมีผลใกล้เคียงกันในระดับนัยสำคัญที่ใช้เปรียบเทียบ และเมื่อเปรียบเทียบระหว่างตัวควบคุมทั้งสอง แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมแบบพีดีจะมีค่าที่สูงใน

ทั้งแบบจำลองและการทดลอง ในทำนองเดียวกันตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์จะมีค่าที่ต่ำในทั้งแบบจำลองและการทดลองนั้นแสดงว่าตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์จะสามารถควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพมีรักษาเสถียรภาพดีกว่าตัวควบคุมแบบพีดีที่ค่าสมรรถนะสูงนั่นเอง

4) สรุป

บทความฉบับนี้ได้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยตัวควบคุมทั้งสองแบบนี้จะทำหน้าที่รักษาเสถียรภาพเพื่อให้หุ่นยนต์ดูลยภาพสามารถรักษาสถิตได้นั้น ในการออกแบบตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์จำเป็นจะต้องทราบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพก่อน โดยในวิจัยฉบับนี้ได้ใช้กฎของนิวตันในการออกแบบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ โดยหลักที่ใช้ในการพิจารณาเพื่อออกแบบแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพนั้นจะพิจารณาในรูปแบบของพลังงานจลน์รวมของระบบ แต่แบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่หาได้จากกฎของนิวตันนั้นจะเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ดังนั้นจะต้องทำการเปลี่ยนแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ไม่เป็นเชิงเส้นให้มาอยู่ในรูปแบบเชิงเส้นก่อน แล้วจึงนำแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่เป็นเชิงเส้นมาใช้ในการออกแบบตัวควบคุมต่อไป

ในการจำลองและการทดลอง ความสามารถของตัวควบคุมที่ใช้ในการควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพให้มีเสถียรภาพ โดยการจำลองระบบของหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุมที่ได้จากโครงสร้างจริงและเปรียบเทียบกับสมรรถนะมุมอินเวอร์ทเพน-ดูลัมของหุ่นยนต์ดูลยภาพกับตัวควบคุมที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพ และทำการเปรียบเทียบค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมหุ่นยนต์ดูลยภาพที่ใช้ตัวควบคุมแบบพีดีกับตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ โดยการควบคุมระบบหุ่นยนต์ดูลยภาพจะใช้ตัวควบคุมแบบพีดีและตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ในการรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพ ในการทดสอบตัวควบคุมทั้งสองตัวนี้ที่ได้มาจากการคำนวณในแบบของสมการเชิงเส้นที่ได้มาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ดูลยภาพนั้นสามารถควบคุมและรักษาเสถียรภาพของหุ่นยนต์ดูลยภาพให้สามารถรักษาสถิตไว้

5) ข้อเสนอแนะ

จากผลการทดสอบและสรุปผลการทดลอง แสดงให้เห็นข้อจำกัดในรักษาคุณภาพจากค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมในการตอบสนองเมื่อทำการทดสอบจริงกับการจำลอง โดยผลต่างของดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมของตัวควบคุมแบบพีดีประมาณ 44 และ ตัวควบคุมแบบแอลคิวอาร์ประมาณ 5 ทางคณะผู้วิจัยถ้าหากสามารถหาค่าคงที่ของพารามิเตอร์ที่เหมาะสมจะให้ค่าดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมผลต่างลดน้อยลงได้ หรือ อาจจะใช้ตัวควบคุมอื่น เช่น Slide mode control หรือ Fuzzy control เนื่องจากมีการตั้งกฎควบคุมนั้นยืดหยุ่นกว่าซึ่งจะทำให้การตอบสนอง และดัชนีสมรรถนะของระบบควบคุมดีขึ้นต่อไป

REFERENCES

- [1] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi, and A. C. Rufer, "JOE: A mobile, inverted pendulum," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 49, no. 1, pp. 107–114, Feb. 2002, doi: 10.1109/41.982254.
- [2] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad, and J. H. S. Osman, "Development of a two-wheeled inverted pendulum mobile robot," in *Proc. 5th Student Conf. Res. and Develop.*, Selangor, Malaysia, Dec. 2007, pp. 1–5, doi: 10.1109/SCORED.2007.4451379.
- [3] T. Nomura, Y. Kitsuka, H. Suemitsu, and T. Matsuo, "Adaptive backstepping control for a two-wheeled autonomous robot," in *Proc. ICROS-SICE Int. Joint Conf.*, Fukuoka, Japan, Aug. 2009, pp. 4687–4692.
- [4] R. M. Brisilla and V. Sankaranarayanan, "Nonlinear control of mobile inverted pendulum," *Robot. Auton. Syst.*, vol. 70, pp. 145–155, Aug. 2015.
- [5] W. An and Y. Li, "Simulation and control of a two-wheeled self-balancing robot," in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. and Biomimetics (ROBIO)*, Shenzhen, China, Dec. 2013, pp. 456–461.
- [6] Y. Takahashi, S. Ogawa, and S. Machida, "Experiments on step climbing and simulations on inverse pendulum control using robotic wheelchair with inverse pendulum control," *Trans. Inst. Meas. Control*, vol. 30, no. 1, pp. 47–61, 2008, doi: 10.1177/0142331206075538.
- [7] O. Jamil, M. Jamil, Y. Ayaz, and K. Ahmad, "Modeling, control of a two-wheeled self-balancing robot," in *Proc. Int. Conf. Robot. and Emerging Allied Technol. Eng. (iCREATE)*, Islamabad, Pakistan, Apr. 2014, pp. 191–199.



- [8] M. Ahmad and H. Osman, "Real-time control system for a two-wheeled inverted pendulum mobile robot," in *Advanced Knowledge Application in Practice*. London, U.K.: IntechOpen, 2010, doi: 10.5772/10362.
- [9] G. Sziebig, B. Takarics, and P. Korondi, "Control of an embedded system via internet," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 57, no. 10, pp. 3324–3333, Oct. 2010, doi: 10.1109/TIE.2010.2041132.
- [10] C. U. Maheswararao, Y. S. K. Babu, and K. Amaresh, "Sliding mode speed control of a DC motor," in *Proc. Int. Conf. Commun. Syst. Netw. Technol.*, Katra, India, Jun. 2011, pp. 387–391.
- [11] H. Maghfiroh, O. Wahyunggoro, A. I. Cahyadi, and S. Praptodiyono, "PID-hybrid tuning to improve control performance in speed control f DC motor base on PLC," in *Proc. 3rd Int. Conf. Instrum. Control and Automat. (ICA)*, Ungasan, Indonesia, Aug. 2013, pp. 233–238.
- [12] K. -K. D. Young, "Controller Design for a Manipulator Using Theory of Variable Structure Systems," *IEEE Trans. Syst. Man Cybern.*, vol. 8, no. 2, pp. 101–109, Feb. 1978, doi: 10.1109/TSMC.1978.4309907.
- [13] M. A. Imtiaz, M. Naveed, N. Bibi, S. Aziz, and S. Z. H. Naqvi, "Control system design, analysis & implementation of two wheeled self balancing robot (TWSBR)," *IEEE 9th Annu. Inf. Technol., Electron. and Mobile Commun. Conf. (IEMCON)*, Vancouver, Canada, Nov. 2018, pp. 431–437.
- [14] A. Y. Zimit, H. J. Yap, M. F. Hamza, I. Siradjuddin, B. Hendrik, and T. Herawan, "Modelling and experimental analysis two-wheeled self balance robot using PID controller," in *Proc. 18th Int. Con. Comput. Sci. and Its Appl.*, Melbourne, Australia, Jul. 2018, pp. 683–698.
- [15] J. Fang, "The LQR controller design of two-wheeled self-balancing robot based on the particle swarm optimization algorithm," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2014, Jun. 2014, Art. No. 729095.
- [16] S. I. Han and J. M. Lee, "Balancing and velocity control of a unicycle robot based on the dynamic model," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 62, no. 1, pp. 405–413, Jan. 2015, doi: 10.1109/TIE.2014.2327562.
- [17] H. Jin, J. Hwang, and J. Lee, "A balancing control strategy for a one-wheel pendulum robot based on dynamic model decomposition: Simulations and experiments," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 16, no. 4, pp. 763–768, Aug. 2011, doi: 10.1109/TMECH.2010.2054102.
- [18] D. Bucciari, D. Perritaz, P. Mullhaupt, Z. -P. Jiang, and D. Bonvin, "Velocity-scheduling control for a unicycle mobile robot: Theory and experiments," *IEEE Trans. Robot.*, vol. 25, no. 2, pp. 451–458, Apr. 2009, doi: 10.1109/TRO.2009.2014494.