

ผลของศักย์เวกเตอร์แม่เหล็กต่อการดูดกลืนแสงโพลาไรซ์ ในระบบอิเล็กตรอนแก๊ส 2 มิติ

THE EFFECTS OF MAGNETIC VECTOR POTENTIALS ON ABSORBING POLARIZED LIGHT IN A TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS

ศุภวิชญ์ จินดาเนตร และ อรรถพล อ้าทอง*

Suphawich Jindanate, and Attapon Amthong*

ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

Department of Physics, Faculty of Science, Naresuan University

*corresponding author e-mail: attapona@nu.ac.th

(Received: 13 November 2023; Revised: 28 December 2023; Accepted: 2 February 2024)

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ศึกษาระบบแก๊สอิเล็กตรอน 2 มิติ ภายใต้สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้งหมด 3 รูปแบบ ได้แก่ เกจสมมาตร เกจแลนดาวเอ็กซ์ และเกจแลนดาววาย มาอธิบายสนามแม่เหล็ก โดยมีจุดประสงค์เพื่อเปรียบเทียบคุณสมบัติทางแสงจากการคำนวณโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบนี้ หลังจากการแก้สมการชโรดิงเงอร์เชิงวิเคราะห์ พบว่า การใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบในการคำนวณให้ค่าออสซิลเลเตอร์สเทรngth ที่มีค่าบวกเมื่อเกิดการดูดกลืนพลังงาน และมีค่าลบเมื่อเกิดการคายพลังงาน นอกจากนี้ยังพบว่า สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงที่คำนวณจากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบมีลักษณะเหมือนกัน โดยค่าสูงสุดของสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงจะแสดงพฤติกรรมแบบบลูชิฟต์เมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น อย่างไรก็ตามการคำนวณสัมประสิทธิ์การดูดกลืนจากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบ จะสามารถคำนวณได้ ณ มุมของแสงโพลาไรซ์ที่แตกต่างกัน จากการศึกษาทำให้เข้าใจถึงผลของศักย์เวกเตอร์แต่ละรูปแบบที่ส่งผลต่อคุณสมบัติทางแสง ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการเลือกศักย์เวกเตอร์ที่เหมาะสมกับระบบที่สนใจอื่นๆ ได้ รวมถึงนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบการควบคุมคุณสมบัติทางแสงของอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์สมัยใหม่โดยใช้สนามแม่เหล็ก

คำสำคัญ: ศักย์เวกเตอร์แม่เหล็ก สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง แสงโพลาไรซ์

Abstract

In this work, a two-dimensional electron gas system under a uniform magnetic field is studied. This field is described by three vector potentials: Symmetric gauge, Landau gauge X and Landau gauge Y. The aim of this research is to compare the optical properties calculated using these three vector potentials. After solving the Schrödinger equation analytically, it is found that using all three vector potentials results in positive oscillator strengths for energy absorption and negative oscillator strength values for energy emission. In addition, it is found that the light absorption coefficients calculated from these three vector potentials are identical; the highest values of the absorption coefficients exhibit a blue shift behavior when the magnetic field increases. However, the absorption coefficients from these three vector potentials can be calculated at particular different angles of polarized light. This study provides an understanding of the behavior of each form of vector potentials that affects the optical properties, which can be used to select the appropriate vector potentials for other interested systems. It can also be applied in the design of controlling the optical properties of modern electronic devices by tuning magnetic fields.

Keywords: Magnetic vector potentials, Optical absorption coefficients, Polarized light

บทนำ

โพลาริเซชัน คือ คุณสมบัติทางแสงที่ใช้อธิบายทิศทางการสั่นของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า และถูกนำมาประยุกต์ใช้อย่างมากมาย ได้แก่ การสร้างภาพ 3 มิติ (Xiong et al., 2021) การออกแบบ โซลาร์เซลล์ (Ma, Wang & Li., 2021) การศึกษาทางดาราศาสตร์ (Komatsu, 2022) รวมถึง เทคโนโลยีควอนตัม (Wang et al., 2020) เนื่องจากแสงโพลาริซ์มีความสำคัญต่อเทคโนโลยีต่างๆ ดังได้กล่าวมาแล้วข้างต้น จึงมีงานวิจัยจำนวนมากทำการศึกษาคุณสมบัติทางแสงในโครงสร้างนาโน เพื่อควบคุมและตรวจวัดทิศทางการโพลาริซ์ของแสง เช่น อุปกรณ์ตรวจจับแสงจากกราฟีน-ซิลิกอน ที่สามารถตรวจวัดค่าความเข้มแสงที่โพลาริซ์ได้ทั้งกรณีเชิงเส้น (Linear polarization) และแบบ วงกลม (Circular polarization) ในช่วง Near-Infrared (Li et al., 2020) หรือเซ็นเซอร์ที่ผลิตจากกราฟีน ซึ่งมีความไวสูงต่อแสงในช่วงเทอเรเฮิรตซ์และใช้พลังงานต่ำ (He et al., 2020)

สนามแม่เหล็กนั้นมีอิทธิพลต่อคุณสมบัติทางแสงในโครงสร้างนาโน จากการศึกษาที่ผ่านมา Al et al. (2021) ศึกษาควอนตัมดอททรงกลมที่มีสารเจือปนผู้ให้ (Donor impurity) ภายใต้สนามแม่เหล็ก พบว่า พลังงานของอิเล็กตรอนและพลังงานยึดเหนี่ยวเพิ่มมากขึ้นเมื่อได้รับสนามแม่เหล็ก อีกทั้ง ยังพบว่า ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงมีพฤติกรรมแบบเรดชิฟต์ (Red shift) เมื่อขนาดรัศมี

ของควอนตัมดอทเพิ่มขึ้น แต่จะมีพฤติกรรมแบบบลูชิฟต์ (Blue shift) เมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น Khordad (2013) ศึกษาควอนตัมไวร์ภายใต้สนามแม่เหล็ก พบว่า เมื่อสนามแม่เหล็กมีค่ามาก ทำให้ความเป็นสภาพย้อนสถานะ (Degeneracy) ของสถานะควอนตัมหายไป และทำให้ผลต่างของพลังงานระหว่างสถานะเพิ่มขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่า ความเข้มข้นของอันตรกิริยาของสปินกับออร์บิต (Spin-orbit interaction) ส่งผลให้พลังงานระหว่างสถานะเพิ่มขึ้นเช่นเดียวกับสนามแม่เหล็ก (Mandal et al., 2015) ศึกษาควอนตัมดอทที่มีสัญญาณรบกวน (Gaussian white noise) ภายใต้สนามแม่เหล็กและสนามไฟฟ้า พบว่า การเพิ่มขึ้นของสนามแม่เหล็กส่งผลให้เกิดการกักขังที่แรง (Strong confinement) จนกระทั่งฟังก์ชันคลื่นถูกบีบและเกิดการแยกระหว่างชั้นพลังงาน

สำหรับสมการชโรดิงเงอร์ ซึ่งอธิบายสถานะและพลังงานของอิเล็กตรอนในสนามแม่เหล็ก จะปรากฏตัวแยกแยะ (V) ซึ่งมีความสัมพันธ์กับสนามแม่เหล็ก ($\vec{B}$) ดังสมการ $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ โดยเป็นที่ทราบกันดีว่า ในกรณีที่สนามแม่เหล็กสม่ำเสมอ ($\vec{B} = B\hat{k}$) ศักย์เวกเตอร์ที่สอดคล้องกับสนามแม่เหล็ก มี 3 รูปแบบ ได้แก่ Symmetric gauge ($\vec{A}_s$) Landau gauge X ($\vec{A}_x$) และ Landau gauge Y ($\vec{A}_y$) ซึ่งทั้ง 3 รูปแบบล้วนสามารถนำไปใช้ในการแก้สมการชโรดิงเงอร์แล้วได้พลังงานเท่ากัน ในงานวิจัยก่อนหน้านี้ Al et al. (2021); Khordad (2013); Mandal et al. (2015) จึงมีการเลือกใช้ศักย์เวกเตอร์แบบใดแบบหนึ่งเท่านั้นในการแก้สมการชโรดิงเงอร์ อย่างไรก็ตามการแก้สมการชโรดิงเงอร์ด้วยศักย์เวกเตอร์ที่ต่างกันย่อมทำให้ฟังก์ชันคลื่นมีลักษณะต่างกัน จึงอาจส่งผลให้การคำนวณคุณสมบัติทางแสงได้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกันออกไปได้

งานวิจัยนี้จึงมีจุดประสงค์เพื่อศึกษาผลของศักย์เวกเตอร์ในรูปแบบต่างๆ ต่อคุณสมบัติในการดูดกลืนแสงที่โพลาริซในระบกกึ่งอิเล็กตรอน 2 มิติ (2DEG) (Shi et al., 2021) ซึ่งเป็นระบบที่อนุญาตให้อิเล็กตรอนเคลื่อนที่ได้อย่างอิสระในระนาบ 2 มิติ ณ บริเวณรอยต่อระหว่างสารกึ่งตัวนำ 2 ชนิดที่ต่างกัน ส่งผลให้ผลการทดลองจากงานวิจัยนี้ได้รับอิทธิพลจากศักย์เวกเตอร์เท่านั้น เนื่องจากอิเล็กตรอนใน 2DEG ไม่ถูกรบกวนจากขนาดหรือบัพพลังงานศักย์ตามแนวระนาบ 2 มิติ อย่างเช่นกรณีของควอนตัมดอท โดยการแก้สมการชโรดิงเงอร์ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ พบว่า ศักย์เวกเตอร์แต่ละรูปแบบส่งผลต่อข้อจำกัดในการศึกษาทิศของการโพลาริซของแสงที่แตกต่างกัน

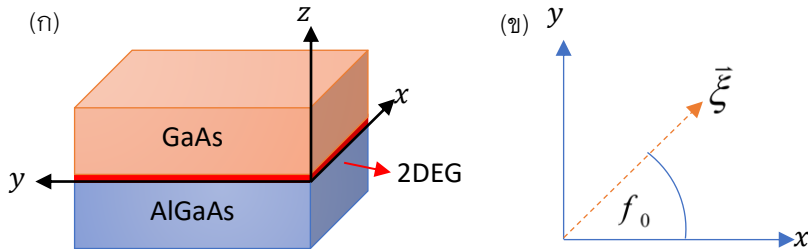
วิธีดำเนินการวิจัย

1. การศึกษาพฤติกรรมของอิเล็กตรอนในระบบ 2DEG ภายใต้สนามแม่เหล็ก

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาระบบของอิเล็กตรอนที่ถูกกักขังใน 2DEG ซึ่งอยู่ระหว่างสารกึ่งตัวนำ GaAs และ AlGaAs ดังภาพที่ 1(ก) ณ บริเวณรอยต่อระหว่างสารกึ่งตัวนำ 2 ชนิดนี้ จะมี Triangular potential ที่มีความหนาไม่เกิน 5 นาโนเมตร (Baines, 2010) ทำหน้าที่กักขังอิเล็กตรอนให้เคลื่อนที่ในระนาบ $z = 0$ ในงานวิจัยนี้ยังศึกษาคุณสมบัติการดูดกลืนแสงของ

2DEG โดยกำหนดให้ $\hat{\xi}$ คือ Unit vector ที่แสดงทิศทางการโพลาไรซ์ของแสง และ f_0 คือ มุมระหว่าง Unit vector $\hat{\xi}$ กับ แกน x ดังภาพที่ 1(ข) ฮามิลโตเนียนที่อธิบายพลังงานของอิเล็กตรอนใน 2DEG ภายใต้สนามแม่เหล็ก $\vec{B} = B\hat{k}$ (Landau & Lifshitz, 1977) ดังสมการที่ 1

$$H = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} + e\vec{A})^2 \quad (1)$$



ภาพที่ 1 (ก) แผนภาพของ 2DEG ของโครงสร้าง GaAs และ AlGaAs และ (ข) unit vector $\hat{\xi}$ แสดงถึงทิศทางการโพลาไรซ์ของแสง

โดยที่ m^* คือ มวลยังผลของอิเล็กตรอน (Effective mass) $\vec{p}$ คือ ตัวดำเนินการโมเมนตัม (Momentum operator) e คือ ประจุของอิเล็กตรอน และ $\vec{A}$ คือ ศักย์เวกเตอร์ ซึ่งจะมีรูปแบบที่เป็นไปได้ 3 รูปแบบ ได้แก่ Symmetric gauge ($\vec{A}_s$) Landau gauge X ($\vec{A}_x$) และ Landau gauge Y ($\vec{A}_y$) ดังสมการที่ 2-4 โดย x และ y แสดงถึงตำแหน่งในแนวแกน x และ y ตามลำดับ

$$\vec{A}_s = \frac{1}{2}xB\hat{i} + \frac{1}{2}yB\hat{j} \quad (2)$$

$$\vec{A}_x = xB\hat{i} \quad (3)$$

$$\vec{A}_y = -yB\hat{j} \quad (4)$$

ในกรณี Symmetric gauge จะสามารถแก้สมการชโรดิงเงอร์ $H\Psi^s = E^s\Psi^s$ ได้ฟังก์ชันคลื่น ดังสมการที่ 5-6

$$\Psi_{nm}^s(r, \phi) = e^{im\phi} \psi_{nm}^s(r) \quad (5)$$

$$\psi_{nm}^s(r) = \frac{1}{l_B |m|!} \left[\frac{(|m|+n)!}{2^{|m|} n!} \right]^{\frac{1}{2}} e^{\frac{-r^2}{4l_B^2}} \left(\frac{r}{l_B} \right)^{|m|} M(-n, |m|+1, r^2/2l_B^2) \quad (6)$$

เมื่อ $l_B = \sqrt{\hbar/eB} = \sqrt{\hbar/m^*\omega_c}$ โดยที่ $\hbar$ คือ ค่าคงที่ของพลังค์ ω_c คือ ความถี่ไซโคลตรอน (Cyclotron frequency) M คือ Hypergeometric function n คือ ระดับชั้นพลังงาน และ m คือ Magnetic quantum number ทั้งนี้ได้พลังงานของอิเล็กตรอนจากการแก้สมการชโรดิงเงอร์ ดังสมการที่ 7

$$E_{nm}^s = \hbar\omega_c \left(n + \frac{m}{2} + \frac{|m|}{2} + \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

ในกรณี Landau gauge X ($\vec{A}_x$) และ Landau gauge Y ($\vec{A}_y$) จะสามารถแก้สมการชโรดิงเงอร์ $H\Psi^x = E^x\Psi^x$ และ $H\Psi^y = E^y\Psi^y$ แล้วได้ฟังก์ชันคลื่นเป็น (Landau & Lifshitz, 1977) ดังสมการที่ 8–9

$$\Psi_{n,k_y}^x(x, y) = e^{ik_y y} e^{\frac{-m^*\omega_c(x-x_0)^2}{2\hbar}} H_n \left(\sqrt{\frac{-m^*\omega_c}{\hbar}} (x-x_0) \right) \quad (8)$$

และ $\Psi_{n,k_x}^y(x, y) = e^{ik_x x} e^{\frac{-m^*\omega_c(y-y_0)^2}{2\hbar}} H_n \left(\sqrt{\frac{-m^*\omega_c}{\hbar}} (y-y_0) \right) \quad (9)$

เมื่อ Ψ_{n,k_y}^x และ Ψ_{n,k_x}^y คือ ฟังก์ชันคลื่นจากการแก้สมการชโรดิงเงอร์ โดยใช้ $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ ตามลำดับ k_x และ k_y คือ คลื่นเวกเตอร์ในแนวแกน x และ y ตามลำดับ และ H_n คือ Hermite polynomial โดยที่ $x_0 = p_y/eB$ และ $y_0 = p_x/eB$ นอกจากนี้การแก้สมการชโรดิงเงอร์โดยใช้ $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ จะได้พลังงานที่เท่ากัน ดังสมการที่ 10

$$E_n^x = E_n^y = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) \quad (10)$$

เมื่อ E_n^x และ E_n^y คือ พลังงานจากการแก้สมการชโรดิงเงอร์ โดยใช้ $\vec{A}_x$ และ $\vec{A}_y$ ตามลำดับ

2. การศึกษาค่าออสซิลเลเตอร์สเทรNGTH

ในงานวิจัยนี้ได้นำฟังก์ชันคลื่นและพลังงานมาคำนวณคุณสมบัติทางแสง ได้แก่ โอกาสการเปลี่ยนแปลงของระดับชั้นพลังงานเมื่อได้รับแสงจากสถานะเริ่มต้น (Ψ_i) ไปยังสถานะสุดท้าย (Ψ_f) หรือที่เรียกว่า ออสซิลเลเตอร์สเทรNGTH (Oscillator Strength) โดยคำนวณได้จาก (Tutiunnyk et al., 2014) ดังสมการที่ 11

$$P_{f,i} = \frac{2m\Delta E_{fi}}{\hbar^2} |M_{f,i}|^2 \quad (11)$$

เมื่อ $\Delta E_{fi} = E_f - E_i$ คือ ผลต่างระหว่างพลังงานในสถานะเริ่มต้น (E_i) และพลังงานในสถานะสุดท้าย (E_f) โดย ΔE_{fi} ที่มีค่าเป็นบวกแสดงถึงการดูดกลืนพลังงาน และติดลบแสดงถึงการคายพลังงาน ซึ่งสามารถคำนวณพลังงานได้จากสมการที่ 7 และ 10 และ $M_{f,i} = \langle \Psi_f | \vec{\xi} \cdot \vec{r} | \Psi_i \rangle$ คือ ไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์เอลีเมนต์ (Dipole transition matrix element) เมื่อ $\vec{r}$ คือ เวกเตอร์ตำแหน่ง ซึ่งงานวิจัยนี้เรามุ่งเน้นไปที่การศึกษาค่าของสเกลเลเตอร์สแตรง เมื่อแสงมีการโพลาไรซ์ในมุมต่างๆ จากฟังก์ชันคลื่นทั้ง 3 รูปแบบ (Ψ_{nm}^s , Ψ_{n,k_y}^x และ Ψ_{n,k_x}^y)

สำหรับ Symmetric gauge ในกรณีสถานะเริ่มต้นคือสถานะพื้น ($\Psi_i^s = \Psi_{00}^s$) และสถานะสุดท้าย คือ สถานะกระตุ้นที่ 1 ($\Psi_f^s = \Psi_{01}^s$) ไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์เอลีเมนต์ สามารถคำนวณได้ ดังสมการที่ 12 $M_{01,00} = \langle \Psi_{01}^s | \vec{\xi} \cdot \vec{r} | \Psi_{00}^s \rangle = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (\Psi_{01}^s)^* \vec{\xi} \cdot \vec{r} \Psi_{00}^s r dr d\phi$ โดย

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty (\Psi_{01}^s)^* \vec{\xi} \cdot \vec{r} \Psi_{00}^s r dr d\phi &= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{-i\phi} (\cos \phi_0 \cos \phi + \sin \phi_0 \sin \phi) d\phi \int_0^\infty (\psi_{01}^s)^* r \psi_{00}^s r dr \\ &= \left[\frac{1}{2} (\cos \phi_0 - i \sin \phi_0) \right] \cdot \left[\int_0^\infty \frac{1}{l_B} e^{-\frac{r^2}{4l_B^2}} \cdot r \cdot \frac{1}{l_B} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{r}{l_B} \right) e^{-\frac{r^2}{4l_B^2}} r dr \right] \\ &= \left[\frac{1}{2} (\cos \phi_0 - i \sin \phi_0) \right] \cdot [\sqrt{2} l_B] \\ &= \frac{l_B}{\sqrt{2}} (\cos \phi_0 - i \sin \phi_0) \end{aligned} \quad (12)$$

จากนั้นสามารถคำนวณหาโอกาสการเปลี่ยนแปลงของระดับชั้นพลังงาน $P_{01,00}$ ดังสมการที่ 13

$$\begin{aligned} P_{01,00} &= \frac{2m(E_{01}^s - E_{00}^s)}{\hbar^2} |M_{01,00}|^2 \\ &= \frac{2m(\hbar\omega_c)}{\hbar^2} \frac{l_B^2}{2} \left(\sqrt{\cos^2 \phi_0 + (-\sin)^2 \phi_0} \right)^2 \\ &= \frac{2m(\hbar\omega_c)}{\hbar^2} \frac{l_B^2}{2} = 1 \end{aligned} \quad (13)$$

สำหรับ Landau gauge X ในกรณีสถานะเริ่มต้น คือ สถานะพื้น ($\Psi_i^x = \Psi_{0,k_y}^x$) และสถานะสุดท้าย คือ สถานะกระตุ้นที่ 1 ($\Psi_f^x = \Psi_{1,k_y}^x$) ไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์เอลีเมนต์สามารถ

คำนวณได้จาก $M_{1,0} = \left\langle \Psi_{1,k_y}^x \left| \vec{\xi} \cdot \vec{r} \right| \Psi_{0,k_y}^x \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\Psi_{1,k_y}^x)^* \vec{\xi} \cdot \vec{r} \Psi_{0,k_y}^x dx dy$ โดย

$$\begin{aligned} M_{1,0} &= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{ik_y y} \psi_1^x (x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0) e^{-ik'_y y} \psi_0^x dx dy \\ &= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{ik_y y} \psi_1^x e^{-ik'_y y} \psi_0^x (x \cos \phi_0) dx dy + \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{ik_y y} \psi_1^x e^{-ik'_y y} \psi_0^x (y \sin \phi_0) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^x \psi_0^x (x \cos \phi_0) dx \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{i(k_y - k'_y)y} dy + \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^x \psi_0^x dx \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} (y \sin \phi_0) e^{i(k_y - k'_y)y} dy \end{aligned}$$

$$\text{เมื่อ } \psi_1^x = e^{-\frac{m^* \omega_c (x-x_0)^2}{2\hbar}} H_1 \left(\sqrt{\frac{-m^* \omega_c}{\hbar}} (x-x_0) \right)$$

$$\text{และ } \psi_0^x = e^{-\frac{m^* \omega_c (x-x_0)^2}{2\hbar}} H_0 \left(\sqrt{\frac{-m^* \omega_c}{\hbar}} (x-x_0) \right)$$

จะเห็นว่า $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^x \psi_0^x dx$ มีค่าเท่ากับ 0 เนื่องจากคุณสมบัติ Orthogonal จึงทำให้พจน์หลังเท่ากับ 0 และเมื่อพิจารณาพจน์แรกพบว่า $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{i(k_y - k'_y)y} dy$ มีค่าที่เป็นไปได้เป็นจำนวนอนันต์ เนื่องจาก k_y และ k'_y เป็นจำนวนจริงใดๆ ดังนั้นการคำนวณหาค่า $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} e^{i(k_y - k'_y)y} dy$ จึงสามารถคำนวณได้ในกรณีเฉพาะเท่านั้น โดยในกรณีที่มุม $f_0 = 0$ แสงโพลาไรซ์จะทำให้อนุภาคอิเล็กตรอนสั่นในแกน x เท่านั้น (Scherrer, 2006) จึงสามารถสมมุติได้ว่า ในกรณีนี้อนุภาคจะมีโมเมนตัมในแกน y เท่าเดิม หรือ $k_y = k'_y$ นั่นเอง ซึ่งสามารถคำนวณหาค่าไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์ได้ ดังสมการที่ 14

$$M_{1,0} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \psi_0 (x \cos 0) dx = \frac{l_B}{\sqrt{2}} \quad (14)$$

จากนั้นสามารถคำนวณหาโอกาสการเปลี่ยนแปลงของระดับชั้นพลังงาน $P_{1,0}$ ได้ดังสมการที่ 15

$$P_{1,0} = \frac{2m(E_1^x - E_0^x)}{\hbar^2} |M_{1,0}|^2$$

$$= \frac{2m(\hbar\omega_c)}{\hbar^2} \frac{l_B^2}{2} = 1 \quad (15)$$

ในการทำงานเดียวกัน สำหรับ Landau gauge Y ค่าไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์สามารถคำนวณได้ในกรณีเฉพาะ คือ กรณี $f_0 = \frac{p}{2}$ ซึ่งแสงโพลาไรซ์จะทำให้อนุภาคอิเล็กตรอนสั่นในแกน y เท่านั้น จึงสามารถสมมุติได้ว่า ในกรณีนี้อนุภาคจะมีโมเมนตัมในแกน x เท่าเดิม หรือ $k_x = k_x^0$ นั่นเอง ในกรณีเฉพาะนี้จะสามารถคำนวณหาค่าไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์ได้ ดังสมการ

$$\text{ที่ 16 } M_{1,0} = \langle \Psi_{1,k_x}^y | \vec{\xi} \cdot \vec{r} | \Psi_{0,k_x}^y \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\Psi_{1,k_x}^y)^* \vec{\xi} \cdot \vec{r} \Psi_{0,k_x}^y dx dy \quad \text{โดย}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (\Psi_{1,k_x}^y)^* \vec{\xi} \cdot \vec{r} \Psi_{0,k_x}^y dx dy = \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{ik_x x} \psi_1^y \left(x \cos \frac{\pi}{2} + y \sin \frac{\pi}{2} \right) e^{-ik_x x} \psi_0^y dx dy$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} e^{ik_x x} \psi_1^y e^{-ik_x x} \psi_0^y y dx dy$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} dx \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^y \psi_0^y y dy = \frac{l_B}{\sqrt{2}} \quad (16)$$

$$\text{เมื่อ } \psi_1^y = e^{\frac{-m^* \omega_c (y-y_0)^2}{2\hbar}} H_1 \left(\sqrt{\frac{-m^* \omega_c}{\hbar}} (y-y_0) \right)$$

$$\text{และ } \psi_0^y = e^{\frac{-m^* \omega_c (y-y_0)^2}{2\hbar}} H_0 \left(\sqrt{\frac{-m^* \omega_c}{\hbar}} (y-y_0) \right)$$

จากนั้นสามารถคำนวณหาโอกาสการเปลี่ยนแปลงของระดับชั้นพลังงาน $P_{1,0}$ ได้ ดังสมการที่ 17

$$P_{1,0} = \frac{2m(E_1^y - E_0^y)}{\hbar^2} |M_{1,0}|^2$$

$$= \frac{2m(\hbar\omega_c)}{\hbar^2} \frac{l_B^2}{2} = 1 \quad (17)$$

3. การศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง

นอกจากนี้เรายังได้ศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง (Absorption coefficients) ซึ่งแสดงถึงความสามารถในการดูดกลืนแสงในช่วงพลังงานของแสงต่างๆ โดยคำนวณได้จาก (Heyn & Duque, 2020; Thongnak, Joonhuay, & Amthong, 2021) ดังสมการที่ 18

$$\alpha(E_p) = \left(\frac{\pi \sigma e^2 E_p}{\hbar c \sqrt{\epsilon_r \epsilon_0}} \right) |M_{fi}|^2 \delta(E_{fi} - E_p) \quad (18)$$

โดยที่ S คือ ค่าความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในระบบ E_p คือ ค่าพลังงานของแสงที่ตกกระทบ c คือ ความเร็วแสง ϵ_r คือ สภาพยอมของวัสดุ ϵ_0 คือ สภาพยอมของสุญญากาศ และ $\delta(E_{fi} - E_p)$ สามารถคำนวณได้ ดังสมการที่ 19 (Heyn & Duque, 2020)

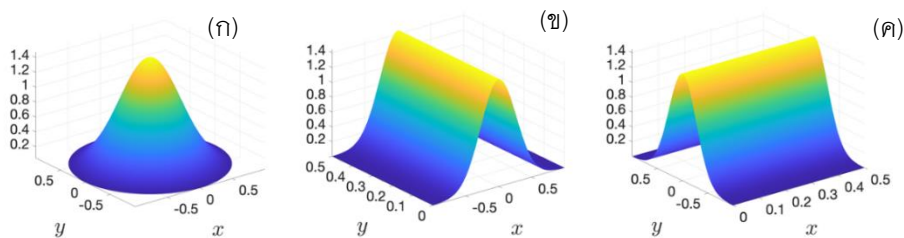
$$\delta(E_{fi} - E_p) \cong \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma}{(E_{fi} - E_p)^2 + \Gamma^2} \quad (19)$$

โดย Γ คือ พลังงานที่สัมพันธ์กับ Relaxation time ของอิเล็กตรอนใน GaAs สำหรับการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นที่ไม่ใช่สถานะพื้นไปยังสถานะอื่นๆ สามารถคำนวณได้จากสมการที่ 11 ในทำนองเดียวกันกับการคำนวณข้างต้น

ผลการวิจัย

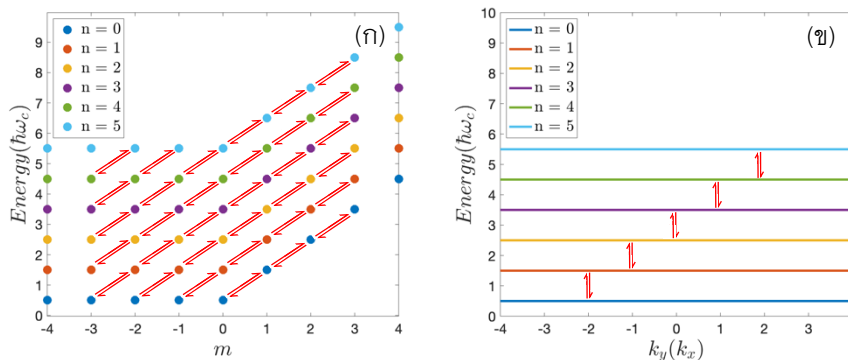
1. ผลการศึกษาพฤติกรรมของอิเล็กตรอนในระบบ 2DEG ภายใต้สนามแม่เหล็ก

จากการศึกษาพฤติกรรมของอิเล็กตรอนในระบบ 2DEG ภายใต้สนามแม่เหล็ก โดยการแก้สมการชโรดิงเงอร์ ทำให้เราทราบถึงฟังก์ชันคลื่นและระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนจากการใช้ศักย์เวกเตอร์แต่ละรูปแบบ พบว่า ฟังก์ชันคลื่นของ Symmetric gauge ที่สถานะพื้น ($n = 0, m = 0$) ดังภาพที่ 2(ก) มีลักษณะสมมาตรเชิงหมุน (Rotational symmetry) ซึ่งค่าของฟังก์ชันคลื่นมีค่าเท่าเดิมหากหมุนรอบแกน z ในขณะที่ฟังก์ชันคลื่นที่สถานะพื้นของ Landau gauge X ($n = 0, k_y = 0$) และ Landau gauge Y ($n = 0, k_x = 0$) มีลักษณะเป็นฟังก์ชันคู่ตามแนวแกน x และตามแนวแกน y ตามลำดับ ดังภาพที่ 2(ข-ค)



ภาพที่ 2 ฟังก์ชันคลื่นของอิเล็กตรอนภายใต้สนามแม่เหล็กโดยเลือกใช้ศักย์เวกเตอร์ที่แตกต่างกันได้แก่ (ก) Symmetric gauge (ข) Landau gauge X และ (ค) Landau gauge Y

ระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนภายใต้สนามแม่เหล็ก ดังภาพที่ 3(ก-ข) พบว่าในทุกๆระดับชั้นพลังงานจะมีจำนวนสถานะทับซ้อน (Degenerate states) เป็นจำนวนอนันต์ทั้งกรณีของ Symmetric gauge Landau gauge X และ Landau gauge Y โดยสถานะทางควอนตัมจาก Symmetric gauge จะขึ้นอยู่กับการเลขควอนตัม 2 ตัวได้แก่ n และ m เมื่อ $m \neq 0$ สถานะเหล่านี้จะมีพลังงานเท่ากันก็ต่อเมื่อ n มีค่าเท่ากัน แต่เมื่อ $m > 0$ สถานะเหล่านี้จะมีพลังงานเท่ากันก็ต่อเมื่อ $n + m$ มีค่าเท่ากัน แตกต่างกับกรณี Landau gauge X (Y) ที่สถานะทางควอนตัมจะขึ้นกับควอนตัม 2 ตัวได้แก่ n และ k_y (k_x) โดยระดับชั้นพลังงานจะขึ้นอยู่กับการค่า n เท่านั้นและไม่ขึ้นกับการค่าคลื่นเวกเตอร์ k_y (k_x) เลย



ภาพที่ 3 ระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนภายใต้สนามแม่เหล็กโดยลูกศรแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะสุดท้ายที่เป็นไปได้ จากศักย์เวกเตอร์ที่แตกต่างกัน ได้แก่ (ก) Symmetric gauge และ (ข) Landau gauge X (Y)

2. ผลการศึกษาค่าออสซิลเลเตอร์สแตรง

เมื่อทราบฟังก์ชันคลื่นและพลังงานของอิเล็กตรอน สามารถนำมาคำนวณออสซิลเลเตอร์สแตรงได้ โดยพบว่า การเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้น (i) ไปยังสถานะสุดท้าย (f) ที่เป็นไปได้หรือ $P_{f,i} \neq 0$ มีลักษณะดังลูกศร ดังภาพที่ 3 โดยลูกศรชี้ขึ้นแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากการดูดกลืนพลังงานจากแสงและลูกศรชี้ลงแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงจากการคายพลังงาน ในกรณี Symmetric gauge พบว่า มีการเปลี่ยนแปลงจากสถานะ m ใดๆ ไปยังสถานะที่ $m \pm 1$ เท่านั้น หากพิจารณาสถานะเริ่มต้นที่ $m > 0$ จะเปลี่ยนแปลงไปยังสถานะที่ n มีค่าเท่าเดิม แต่หากพิจารณาสถานะเริ่มต้นที่ $m < 0$ จะเปลี่ยนแปลงจากสถานะ n ใดๆ ไปยังสถานะที่ $n + 1$ สำหรับการดูดกลืนพลังงานและไปยังสถานะที่ $n - 1$ สำหรับการคายพลังงาน ดังภาพที่ 3(ก) สอดคล้องกับกรณี Landau gauge X และ Y ดังภาพที่ 3(ข) ที่มีเปลี่ยนแปลงจากสถานะ n ใดๆ ไปยังสถานะที่ $n + 1$ สำหรับการดูดกลืนพลังงานและไปยังสถานะที่ $n - 1$ สำหรับการคายพลังงาน

ต่อมาเมื่อพิจารณาค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงจากการใช้ศักย์เวกเตอร์รูปแบบต่างๆ ดังตารางที่ 1–3 พบว่า ในกรณีที่สถานะเริ่มต้นเป็นสถานะที่ $m > 0$ การใช้ Symmetric gauge จะทำให้ค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงของการดูดกลืนพลังงาน มีค่าเท่ากับ $n + m$ ของสถานะสุดท้าย ในขณะที่ค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงของการคายพลังงานระหว่างสองสถานะใดๆ จะมีเครื่องหมายตรงข้ามกับค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงของการดูดกลืนพลังงานระหว่างสองสถานะนั้นเสมอ ดังตารางที่ 1 นอกจากนี้ผลการศึกษาดังตารางที่ 2 พบว่า ในกรณีที่สถานะเริ่มต้นเป็นสถานะที่ $m < 0$ การใช้ Symmetric gauge จะทำให้ค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงของการดูดกลืนพลังงานมีค่าเท่ากับ n ของสถานะสุดท้าย ในขณะที่ค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงของการคายพลังงานระหว่างสองสถานะใดๆ จะมีเครื่องหมายตรงข้ามกับค่าออสซิลเลเตอร์สแตรงของการดูดกลืนพลังงานระหว่างสองสถานะนั้นเสมอ

ตารางที่ 1 ค่าออสซิลเลเตอร์สแตรง ($P_{f,i}$) จากการใช้ Symmetric gauge ของการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะสุดท้าย สำหรับกรณีที่สถานะเริ่มต้นเป็นสถานะที่ $m^3 0$ ทั้งการดูดกลืนพลังงานและการคายพลังงาน

ดูดกลืนพลังงาน		คายพลังงาน	
สถานะเริ่มต้น --> สถานะสุดท้าย	$P_{f,i}$	สถานะเริ่มต้น --> สถานะสุดท้าย	$P_{f,i}$
($n = 0, m = 0$) --> ($n = 0, m = 1$)	1	($n = 0, m = 1$) --> ($n = 0, m = 0$)	-1
($n = 0, m = 1$) --> ($n = 0, m = 2$)	2	($n = 0, m = 2$) --> ($n = 0, m = 1$)	-2
($n = 0, m = 2$) --> ($n = 0, m = 3$)	3	($n = 0, m = 3$) --> ($n = 0, m = 2$)	-3
($n = 1, m = 0$) --> ($n = 1, m = 1$)	2	($n = 1, m = 1$) --> ($n = 1, m = 0$)	-2
($n = 1, m = 1$) --> ($n = 1, m = 2$)	3	($n = 1, m = 2$) --> ($n = 1, m = 1$)	-3
($n = 1, m = 2$) --> ($n = 1, m = 3$)	4	($n = 1, m = 3$) --> ($n = 1, m = 2$)	-4

ตารางที่ 2 ค่าออสซิลเลเตอร์สเทรท ($P_{f,i}$) จากการใช้ Symmetric gauge ของการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะสุดท้าย สำหรับกรณีที่สถานะเริ่มต้นเป็นสถานะที่ $m < 0$ ทั้งการดูดกลืนพลังงานและการคายพลังงาน

ดูดกลืนพลังงาน		คายพลังงาน	
สถานะเริ่มต้น --> สถานะสุดท้าย	$P_{f,i}$	สถานะเริ่มต้น --> สถานะสุดท้าย	$P_{f,i}$
($n=0, m=-3$) --> ($n=1, m=-2$)	1	($n=1, m=-2$) --> ($n=0, m=-3$)	-1
($n=0, m=-2$) --> ($n=1, m=-1$)	1	($n=1, m=-1$) --> ($n=0, m=-2$)	-1
($n=0, m=-1$) --> ($n=1, m=0$)	1	($n=1, m=0$) --> ($n=0, m=-1$)	-1
($n=1, m=-3$) --> ($n=2, m=-2$)	2	($n=2, m=-2$) --> ($n=1, m=-3$)	-2
($n=1, m=-2$) --> ($n=2, m=-1$)	2	($n=2, m=-1$) --> ($n=1, m=-2$)	-2
($n=1, m=-1$) --> ($n=2, m=0$)	2	($n=2, m=0$) --> ($n=1, m=-1$)	-2
($n=2, m=-3$) --> ($n=3, m=-2$)	3	($n=3, m=-2$) --> ($n=2, m=-3$)	-3
($n=2, m=-2$) --> ($n=3, m=-1$)	3	($n=3, m=-1$) --> ($n=2, m=-2$)	-3
($n=2, m=-1$) --> ($n=3, m=0$)	3	($n=3, m=0$) --> ($n=2, m=-1$)	-3

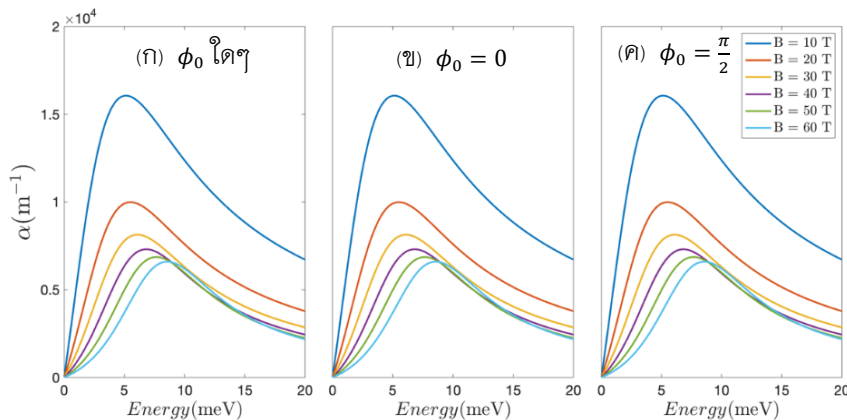
ในกรณี Landau gauge X (Y) พบว่า ค่าออสซิลเลเตอร์สเทรทของการดูดกลืนพลังงานมีค่าเท่ากับ n ของสถานะสุดท้าย ในขณะที่ค่าออสซิลเลเตอร์สเทรทของการคายพลังงานระหว่างสองสถานะใดๆ จะมีเครื่องหมายตรงข้ามกับค่าออสซิลเลเตอร์สเทรทของการดูดกลืนพลังงานระหว่างสองสถานะนั้นเสมอ ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ค่าออสซิลเลเตอร์สเทรท ($P_{f,i}$) จากการใช้ Landau gauge X (Y) ของการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะสุดท้าย สำหรับกรณีที่สถานะเริ่มต้นและสถานะสุดท้ายมีค่า k_y (k_x) เท่ากัน ทั้งการดูดกลืนพลังงานและการคายพลังงาน

ดูดกลืนพลังงาน		คายพลังงาน	
สถานะเริ่มต้น --> สถานะสุดท้าย	$P_{f,i}$	สถานะเริ่มต้น --> สถานะสุดท้าย	$P_{f,i}$
($n=0$) --> ($n=1$)	1	($n=1$) --> ($n=0$)	-1
($n=1$) --> ($n=2$)	2	($n=2$) --> ($n=1$)	-2
($n=2$) --> ($n=3$)	3	($n=3$) --> ($n=2$)	-3
($n=3$) --> ($n=4$)	4	($n=4$) --> ($n=3$)	-4
($n=4$) --> ($n=5$)	5	($n=5$) --> ($n=4$)	-5

3. ผลการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง

จากภาพที่ 4 แสดงสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงจากการคำนวณโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบ ซึ่งคำนวณได้จากการเปลี่ยนแปลงจากสถานะพื้นไปยังสถานะกระตุ้นที่ 1 โดยในกรณีของ Symmetric gauge จะคำนวณจากสถานะพื้น ($n = 0$, $m = 0$) ไปยังสถานะ ($n = 0$, $m = 1$) และในกรณีของ Landau gauge X และ Y จะคำนวณจากสถานะพื้น ($n = 0$) ไปยังสถานะ ($n = 1$) พบว่า การเพิ่มขึ้นของสนามแม่เหล็กส่งผลให้ค่าสูงสุดของสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงมีค่าลดลงและยังส่งผลให้จุดสูงสุดเลื่อนไปทางขวามือหรือเกิดพฤติกรรมแบบบลูชิฟต์ (Blue shift) นั่นเอง นอกจากนี้ยังสังเกตได้อย่างชัดเจนว่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงจากการคำนวณโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบมีค่าเท่ากันในทุกๆ ค่าของสนามแม่เหล็ก เมื่อ $f_0 = 0$ สำหรับกรณี Landau gauge X ที่มุม $f_0 = \frac{p}{2}$ สำหรับกรณี Landau gauge Y และมุม f_0 ใดๆ สำหรับกรณี Symmetric gauge



ภาพที่ 4 สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงของอิเล็กตรอนภายใต้สนามแม่เหล็ก 10 20 30 40 50 และ 60 T โดยเลือกใช้ศักย์เวกเตอร์ที่แตกต่างกัน ได้แก่ (ก) Symmetric gauge (ที่มุม f_0 ใดๆ) (ข) Landau gauge X (ที่มุม $f_0 = 0$) และ (ค) Landau gauge Y (ที่มุม $f_0 = \frac{p}{2}$)

อภิปรายผล

หลังจากศึกษาอิเล็กตรอนในระบบแก๊สอิเล็กตรอน 2 มิติ ภายใต้สนามแม่เหล็กด้วยการแก้สมการชโรดิงเงอร์โดยใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบ ได้แก่ Symmetric gauge Landau gauge X และ Landau gauge Y ทำให้ทราบว่า รูปแบบของศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบส่งผลต่อความเหมือนและความแตกต่างของผลลัพธ์ในประเด็นต่างๆ ต่อไปนี้

หากพิจารณาพลังงานของอิเล็กตรอนภายใต้สนามแม่เหล็กโดยใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบ พบว่า ถึงแม้ว่าเลขควอนตัมที่ใช้ระบุสถานะจากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบ

จะต่างกัน แต่ระดับชั้นพลังงานจากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบมีค่าเท่ากัน นั่นคือ ระดับชั้นพลังงานจะมีค่าเป็น $E = \frac{1}{2}h\omega_c, \frac{3}{2}h\omega_c, \frac{5}{2}h\omega_c, \dots$ อย่างไรก็ตามรูปแบบทั้ง 3 ของศักย์เวกเตอร์มีผลต่อสมมาตรและลักษณะของฟังก์ชันคลื่นที่แตกต่างกัน ดังภาพที่ 2

แม้ว่าฟังก์ชันคลื่นจากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบจะแตกต่างกัน แต่การศึกษานี้ พบว่าคุณสมบัติทางแสงที่คำนวณได้จากฟังก์ชันคลื่นที่แตกต่างกันนี้มีความสอดคล้องกันอย่างน่าสนใจ กล่าวคือ เมื่อพิจารณาลูกศรในการเปลี่ยนแปลงสถานะของทั้ง 3 รูปแบบ ดังภาพที่ 3 พบว่าทั้ง 3 รูปแบบมีลักษณะที่เหมือนกัน คือ จะมีการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะสุดท้ายที่มีระดับพลังงานที่สูงขึ้นถัดไปเพียงสถานะเดียวเท่านั้น ในกรณีการดูดกลืนพลังงาน และจะมีการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้นไปยังสถานะสุดท้ายที่มีระดับพลังงานที่ต่ำกว่าถัดไปเพียงสถานะเดียวเท่านั้น ในกรณีการคายพลังงาน ผลการศึกษานี้จึงแตกต่างไปจากการเปลี่ยนแปลงสถานะของระบบที่ไม่อยู่ในสนามแม่เหล็กซึ่งอิเล็กตรอนจะการดูดกลืนพลังงานแล้วมีการเปลี่ยนแปลงไปยังสถานะสุดท้ายได้หลายสถานะ (จิรารัตน์ และคณะ, 2021; Dakhlaoui et al. 2023; Joonhuay, Sathongpaen & Amthong, 2023) ดังนั้นผลการศึกษานี้จึงสร้างความเข้าใจและสามารถนำไปอธิบายการเปลี่ยนแปลงสถานะของอิเล็กตรอนในระบบที่อยู่ในสนามแม่เหล็กได้ (Sabaeian & Maryam, 2017)

นอกจากนี้หากพิจารณาค่าออสซิลเลเตอร์สเทรngth จากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบ พบว่ามีผลลัพธ์ที่สอดคล้องกัน กล่าวคือ เมื่อพิจารณาการเปลี่ยนแปลงจากสถานะเริ่มต้น (i) ใดๆ ไปยังสถานะสุดท้าย (f) ผลรวมของออสซิลเลเตอร์สเทรngth จะมีค่าเท่ากับ 1 เสมอ นั่นคือ $\sum_{f \neq i} P_{f,i} = 1$

สำหรับทุกๆ สถานะเริ่มต้น (i) ซึ่งเป็นไปตามกฎของ Thomas-Reiche-Kuhn sum rule (Savasta, Di Stefano & Nori, 2020) ยกตัวอย่างเช่น ในกรณี Symmetric gauge สถานะ ($n=0, m=1$) เมื่อดูดกลืนพลังงานจะเปลี่ยนแปลงไปยังสถานะ ($n=0, m=2$) ซึ่งมีค่าออสซิลเลเตอร์สเทรngth เท่ากับ 2 และเมื่อคายพลังงานจะเปลี่ยนแปลงไปยังสถานะ ($n=0, m=0$) มีค่าออสซิลเลเตอร์สเทรngth เท่ากับ -1 ทำให้ผลรวมของออสซิลเลเตอร์สเทรngth มีค่าเท่ากับ 1 การที่ค่าออสซิลเลเตอร์สเทรngth จากศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบนี้สอดคล้องกับกฎของ Thomas-Reiche-Kuhn sum rule (Savasta, Di Stefano & Nori, 2020) นั้นช่วยยืนยันความถูกต้องของการคำนวณในงานวิจัยนี้ได้เป็นอย่างดี

สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงของอิเล็กตรอนในระบบแก๊สอิเล็กตรอน 2 มิติ ภายในสนามแม่เหล็ก ดังภาพที่ 4 ซึ่งแสดงพฤติกรรมแบบบอลลิสต์เมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น สอดคล้องกับการศึกษาเชิงแบบจำลอง (Simulation) ก่อนหน้าของ Al et al. (2021); Mandal et al. (2015) และได้แสดงเหตุผลว่าพฤติกรรมแบบบอลลิสต์นั้นเกิดจากการเพิ่มขึ้นของความแตกต่างระหว่างชั้นพลังงานเมื่อสนามแม่เหล็กเพิ่มขึ้น แม้ว่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงจากศักย์เวกเตอร์

ทั้ง 3 รูปแบบ จะเหมือนกันทุกประการ ดังภาพที่ 4 แต่ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบนั้นมีข้อจำกัดในการคำนวณที่ต่างกัน กล่าวคือ ศักย์เวกเตอร์รูปแบบ Landau gauge X และ Y สามารถคำนวณได้เพียงมุมที่แสงโพลาไรซ์มีค่าเป็น $f_0 = 0$ และ $f_0 = \frac{p}{2}$ เท่านั้นตามลำดับ ในขณะที่ศักย์เวกเตอร์รูปแบบ Symmetric gauge สามารถคำนวณได้ทุกมุม f_0 ใดๆ โดยทิศทางการโพลาไรซ์ของแสงไม่มีผลต่อสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงและพฤติกรรมแบบบลูชิฟต์ งานวิจัยนี้จึงเป็นประโยชน์ต่อการศึกษาลักษณะการดูดกลืนแสงในระบบอื่นๆ ในอนาคตต่อไป เช่น ควอนตัมดอท (Quantum dots) หรือเส้นลวดนาโน (Nanowire) ที่อยู่ภายใต้สนามแม่เหล็กกว่า ควรใช้ Symmetric gauge ในการคำนวณ เนื่องจากสามารถนำมาคำนวณและอธิบายสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงในกรณีที่มีแสงโพลาไรซ์ในทิศทางที่หลากหลายได้ อย่างเช่นการศึกษาเชิงแบบจำลอง (Cao, 2018; Stevanović, Filipović & Pavlović, 2019) นอกจากนี้ความรู้ที่ได้จากงานวิจัยนี้ยังสามารถต่อยอดเพื่อนำไปอธิบายการดูดกลืนแสงภายใต้สนามแม่เหล็กในการทดลองของสารกึ่งตัวนำ เช่น $KMnF_3$ (Wang et al., 2020) และ $InAs$ (Shayegan, 2022)

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาอิเล็กทรอนิกส์ภายใต้สนามแม่เหล็กในระบบแก๊สอิเล็กตรอน 2 มิติ ของโครงสร้าง GaAs/AlGaAs ด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์ โดยใช้ศักย์เวกเตอร์ 3 รูปแบบ ซึ่งส่งผลให้ฟังก์ชันคลื่นมีลักษณะไม่เหมือนกันนั้น เมื่อนำมาใช้ในการศึกษาคุณสมบัติต่างๆ กลับพบว่า ให้ผลลัพธ์ที่เหมือนกันในทุกๆ ค่าของสนามแม่เหล็ก ไม่ว่าจะเป็นระดับชั้นพลังงาน ออสซิลเลเตอร์สเทรงในการเปลี่ยนแปลงระหว่างชั้นพลังงาน รวมถึงค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงซึ่งแสดงพฤติกรรมแบบบลูชิฟต์เมื่อสนามแม่เหล็กมีค่าเพิ่มขึ้น แต่ความแตกต่างของการใช้ศักย์เวกเตอร์ทั้ง 3 รูปแบบคือ ข้อจำกัดในการศึกษามุมที่แสงโพลาไรซ์ กล่าวคือ Landau gauge X และ Landau gauge Y ใช้ศึกษาได้เพียงแสงที่โพลาไรซ์ในแนวแกน x และ y เท่านั้น ตามลำดับ ในขณะที่ Symmetric gauge เป็นศักย์เวกเตอร์ที่มีความเหมาะสมสำหรับการนำมาใช้ในการคำนวณมากกว่าเพราะสามารถอธิบายการเปลี่ยนแปลงสถานะและสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงสำหรับทุกมุมที่แสงโพลาไรซ์ได้ องค์ความรู้จากงานวิจัยนี้จึงเป็นประโยชน์ในการศึกษาและออกแบบการทดลองเพื่อควบคุมคุณสมบัติทางแสงในช่วงที่ต้องการได้ด้วยสนามแม่เหล็กภายนอก

เอกสารอ้างอิง

- จิรารัตน์ จันทวย, จินดา พันเวร, วัชรกร ศรีคำ, และอรรณพ อำทอง. (2021). สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก. **PSRU Journal of Science and Technology**, 6(2), 36–51.
- Al, E.B., Kasapoglu, E., Sari, H.Ü.S.E.Y.İ.N., & Sökmen, I. (2021). Optical properties of spherical quantum dot in the presence of donor impurity under the magnetic field. **Physica B: Condensed Matter**, 613, 412874.
- Baines, Y.D. (2010). **Kondo physics in side coupled quantum dots**. (Doctoral dissertation) Université Joseph–Fourier–Grenoble I.
- Cao, L. (2018). Comparative study on calculated terahertz absorption spectra of different heterostructure materials with external magnetic field. **Journal of Physics Communications**, 2(9), 095003.
- Dakhlaoui, H., Belhadj, W., Kasapoglu, E., & Ungan, F. (2023). Position–dependent–mass and laser field impact on the optical characteristics of Manning–like double quantum well. **Physica E: Low–dimensional Systems and Nanostructures**, 151, 115737.
- He, Z., Cui, W., Ren, X., Li, C., Li, Z., Xue, W., ..., & Zhao, R. (2020). Ultra–high sensitivity sensing based on tunable plasmon–induced transparency in graphene metamaterials in terahertz. **Optical materials**, 108, 110221.
- Heyn, C., & Duque, C.A. (2020). Donor impurity related optical and electronic properties of cylindrical GaAs–Al x Ga1– x As quantum dots under tilted electric and magnetic fields. **Scientific Reports**, 10(1), 9155.
- Joonhuay, J., Sathongpaen, P., & Amthong, A. (2023). Structural design of triangular core–shell nanowires for sensing polarized mid–infrared light. **Materials & Design**, 230, 111983.
- Khordad, R. (2013). Optical properties of quantum wires: Rashba effect and external magnetic field. **Journal of luminescence**, 134, 201–207.
- Komatsu, E. (2022). New physics from the polarized light of the cosmic microwave background. **Nature Reviews Physics**, 4(7), 452–469.
- Landau, L.D., & Lifshitz, E.M. (1977). **Quantum mechanics: non–relativistic theory** (3rd Edition). U.S.A: New York.
- Li, L., Wang, J., Kang, L., Liu, W., Yu, L., Zheng, B., ..., & Wang, X. (2020). Monolithic full–Stokes near–infrared polarimetry with chiral plasmonic metasurface integrated graphene–silicon photodetector. **ACS nano**, 14(12), 16634–16642.
- Ma, J., Wang, H., & Li, D. (2021). Recent progress of chiral perovskites: materials, synthesis, and properties. **Advanced Materials**, 33(26), 2008785.
- Mandal, A., Sarkar, S., Ghosh, A.P., & Ghosh, M. (2015). Analyzing total optical absorption coefficient of impurity doped quantum dots in presence of noise with special emphasis on electric field, magnetic field and confinement potential. **Chemical Physics**, 463, 149–158.

- Sabaeian, M., & Riyahi, M. (2017). Truncated pyramidal-shaped InAs/GaAs quantum dots in the presence of a vertical magnetic field: An investigation of THz wave emission and absorption. **Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures**, **89**, 105–114.
- Savasta, S., Di Stefano, O., & Nori, F. (2020). Thomas–Reiche–Kuhn (TRK) sum rule for interacting photons. **Nanophotonics**, **10**(1), 465–476.
- Scherrer, R. (2006). **Quantum Mechanics: An Accessible Introduction**. India: Pearson Education India.
- Shayegan, K.J., Zhao, B., Kim, Y., Fan, S., & Atwater, H.A. (2022). Nonreciprocal infrared absorption via resonant magneto-optical coupling to InAs. **Science Advances**, **8**(18), eadm4308.
- Shi, J., Zhang, J., Yang, L., Qu, M., Qi, D.C., & Zhang, K.H. (2021). Wide bandgap oxide semiconductors: from materials physics to optoelectronic devices. **Advanced materials**, **33**(50), 2006230.
- Stevanović, L., Filipović, N., & Pavlović, V. (2019). Effect of magnetic field on absorption coefficients, refractive index changes and group index of spherical quantum dot with hydrogenic impurity. **Optical Materials**, **91**, 62–69.
- Thongnak, V., Joonhuay, J., & Amthong, A. (2021). Polarization-selective absorption in an off-centered core-shell square quantum wire. **Optics Letters**, **46**(13), 3259–3262.
- Tiutiunnyk, A., Tulupenko, V., Mora-Ramos, M.E., Kasapoglu, E.S.İ.N., Ungan, F.A.T.İ.H., Sari, H.Ü.S.E.Y.İ.N., ..., & Duque, C.A. (2014). Electron-related optical responses in triangular quantum dots. **Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures**, **60**, 127–132.
- Wang, J., Sciarrino, F., Laing, A., & Thompson, M.G. (2020). Integrated photonic quantum technologies. **Nature Photonics**, **14**(5), 273–284.
- Wang, R.T., Xu, A.F., Yang, L.W., Chen, J.Y., Kitai, A., & Xu, G. (2020). Magnetic-field-induced energy bandgap reduction of perovskite KMnF₃. **Journal of Materials Chemistry C**, **8**(12), 4164–4168.
- Xiong, J., Hsiang, E. L., He, Z., Zhan, T., & Wu, S.T. (2021). Augmented reality and virtual reality displays: emerging technologies and future perspectives. **Light: Science & Applications**, **10**(1), 216.