

สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก

THE ABSORPTION COEFFICIENTS IN A RIGHT TRIANGULAR QUANTUM DOT

จิรารัตน์ จูนฮวย¹, จินดา พันเวอร์¹, วัชรกร ศรีคำ² และ อรรถพล อ้าทอง^{1*}
Jirarut Joonhuay¹, Jinda Phowen¹, Watcharakorn Srikom², and Attapon Amthong^{1*}

¹ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

²สาขาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุราษฎร์ธานี

¹Department of Physics, Faculty of Science, Naresuan University

²Department of Physics, Faculty of Science and Technology, Suratthani Rajabhat University

*corresponding author e-mail: attapona@nu.ac.th

(Received: 2 March 2021; Revised: 27 April 2021; Accepted: 30 April 2021)

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เราได้ศึกษาโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์และคุณสมบัติทางแสงของควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยอาศัยการประมาณของมวลยังผลในการแก้สมการชโรดิงเงอร์เพื่อหาผลเฉลยเชิงวิเคราะห์ของพลังงานและฟังก์ชันคลื่น หลังจากนั้นนำค่าที่ได้มาคำนวณหาออสซิลเลเตอร์สแตรง และค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง ซึ่งพบว่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนเมื่อแสงตกกระทบโพลาริซในแนวแกน x และแนวแกน y มีการกระจายตัวเหมือนกัน เมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงทั้งแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น พบว่า เมื่อขนาดของควอนตัมดอทเพิ่มขึ้น จุดสูงสุดของการดูดกลืนแสงจะแสดงพฤติกรรมของปรากฏการณ์เรดชิฟท์ โดยค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงของการเปลี่ยนแปลงสถานะจากสถานะพื้นไปยังสถานะกระตุ้นที่ 1 จะมีความโดดเด่นเมื่อขนาดของควอนตัมดอทน้อยกว่า 20 นาโนเมตร ในขณะที่การเปลี่ยนแปลงจากสถานะพื้นไปยังสถานะกระตุ้นที่ 2 จะมีความโดดเด่นเมื่อควอนตัมดอทมีขนาดมากกว่า 20 นาโนเมตร ซึ่งเป็นผลอันเนื่องมาจากขนาดของค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบไม่เป็นเชิงเส้นมีค่าเพิ่มขึ้น โดยคุณสมบัติทางแสงที่เราพบจะเป็นประโยชน์ต่อการออกแบบอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ทางแสงแบบใหม่

คำสำคัญ: ควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก ออสซิลเลเตอร์สแตรง สัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง

Abstract

In this research, we study the electronic structure and optical properties of the right triangular quantum dot. Using effective mass approximation, we solve the Schrödinger equation to obtain analytic solutions of the eigenenergies as well as eigenfunctions and use them to calculate the oscillator strength and absorption coefficients. We found that the probability densities of the transition due to x-polarized and y-polarized light have the same distribution pattern. After considering linear and nonlinear absorption coefficients, it is found that the resonant peaks show redshift phenomenon when the system size increases. The absorption from the ground state to the first excited state is dominant when the system size is less than 20 nm. While that from the ground state to the second excited state is dominant when the system size is greater than 20 nm. This is because of increasing magnitude of the nonlinear term. The optical properties we find will bring benefits to designing novel optoelectronic devices.

Keywords: Right triangular quantum dot, Oscillator strength, Light absorption coefficient

บทนำ

จากความเจริญก้าวหน้าทางเทคโนโลยีในยุคปัจจุบันทำให้ควอนตัมดอท (Quantum dot) ซึ่งเป็นผลึกขนาดนาโนเมตรของสารประกอบที่มีคุณสมบัติเป็นสารกึ่งตัวนำ (Semiconductor) ถูกนำไปประยุกต์ใช้งานอย่างแพร่หลายในไดโอดแบบเปล่งแสง (LEDs) (Liu et al., 2011) เลเซอร์ (Laser) (Huffaker et al., 1998; Sellin et al., 2001) หรือแม้กระทั่งอุปกรณ์อย่างทรานซิสเตอร์ (Transistor) (Yusa & Sakaki, 1997) ที่มีความสำคัญอย่างมากต่อการควบคุมการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจรรีเล็กทรอนิกส์ โดยโครงสร้างควอนตัมดอทนี้สามารถสังเคราะห์ได้โดยกระบวนการปลูกถ่ายฟิล์ม (Growth technique) เช่น Metal Organic Chemical Vapor Deposition (MOCVD) (Fu et al., 2005; Reilly et al., 2020) และ Molecular beam epitaxy (MBE) (Mirin et al., 1995; Sautter et al., 2020) เป็นต้น ซึ่งเป็นกระบวนการที่สามารถกำหนดรูปร่างของควอนตัมดอทได้ ไม่ว่าจะเป็นทรงสี่เหลี่ยม ทรงกลม ทรงหกเหลี่ยม และทรงสามเหลี่ยมก็เป็นหนึ่งในรูปร่างพื้นฐานที่สามารถสังเคราะห์ได้ ทั้งนี้การสังเคราะห์ควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมสามารถทำได้โดยควบคุมปัจจัยต่างๆ ยกตัวอย่างเช่น Jo et al. (2012) พบว่า การเพิ่มอุณหภูมิในการเผาเพื่อให้เกิดผลึก (Crystallizing temperature) ควอนตัมดอทแกลเลียมอาร์เซไนด์ (GaAs) ในการสังเคราะห์ด้วย วิธี MBE แบบ Droplet epitaxy ส่งผลให้ควอนตัมดอททรงหกเหลี่ยมเปลี่ยนรูปร่างเป็นทรงสามเหลี่ยมที่อุณหภูมิ 400°C และ 500°C นอกจากนี้ Schuck et al. (2020) สามารถสังเคราะห์

ควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมด้วยวิธี MBE โดยใช้เตตระอาร์เซนิก (As_4) ในการปลูกผลึก GaAs 3 ชั้นบนชั้นสเตรทที่มีอุณหภูมิ $485^\circ C$ ได้ ดังนั้นการศึกษาโครงสร้างทางอิเล็กทรอนิกส์ (Electronic structure) ของควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยม จึงน่าสนใจและมีความสำคัญยิ่ง

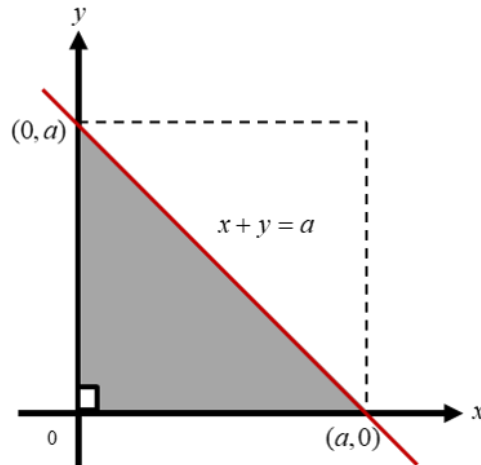
ควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากในพิกัดฉาก (x, y) ได้ถูกศึกษาด้วยวิธีเชิงวิเคราะห์โดย Li (1984) จากการปรับเปลี่ยนเงื่อนไขขอบเขตของควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัส ทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะนำองค์ความรู้ที่นำมาประยุกต์ต่อยอดเพื่อทำความเข้าใจคุณสมบัติของควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก เพื่อตอบสนองต่อความท้าทายในการสังเคราะห์ควอนตัมดอทรูปทรงเรขาคณิตที่แตกต่างกัน และเพื่อค้นหาการกักขังทางควอนตัมดอทที่นำไปสู่การประยุกต์ในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ทางแสงต่อไป

ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงได้ใช้พลังงานและฟังก์ชันคลื่นของควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากจากการคำนวณของ Li (1984) มาคำนวณหาค่าออสซิลเลเตอร์สเตรท (Oscillator Strength) เพื่อเข้าใจโอกาสในการเปลี่ยนแปลงสถานะทางควอนตัม หลังจากควอนตัมดอทได้รับพลังงานจากแสงที่โพลาไรซ์ นอกจากนี้ผู้วิจัยยังศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงทั้งแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้น โดยพบว่าเมื่อขนาดของควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากมีขนาดใหญ่ขึ้น จุดสูงสุดของค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงจะมีพฤติกรรมแบบเรดชิฟต์ (Red shift) ซึ่งความรู้ที่ได้นี้จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการสร้างอุปกรณ์สำหรับการตรวจวัดพลังงานและแสงโพลาไรซ์ได้เป็นอย่างดี

วิธีดำเนินการวิจัย

ในงานวิจัยนี้เป็นการศึกษาระบบของอิเล็กตรอน 1 อนุภาค ที่ถูกขังอยู่ในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากในระบบพิกัดฉาก (x, y) ดังภาพที่ 1 เมื่อ a คือ ความยาวของด้านประกอบมุมฉากและด้านที่ตรงข้ามมุมฉากสามารถอธิบายได้ด้วยสมการ $x + y = a$ เพื่อให้ได้ผลเฉลยของอนุภาสดังกล่าว จำเป็นต้องหาผลเฉลยของอนุภาคที่ถูกขังในควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัส (Square box) ก่อน ซึ่งสามารถเขียนสมการชโรดิงเงอร์ได้ดังสมการที่ 1

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x, y) + V(x, y) \Psi(x, y) = E \Psi(x, y) \quad (1)$$



ภาพที่ 1 แผนภาพควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมมุมฉากในระบบพิกัดฉาก (x, y) ที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว a ตามแนวแกน x และแกน y

เมื่อ m คือ มวลของอิเล็กตรอน $V(x, y)$ คือ พลังงานศักย์ที่มีค่าเป็นศูนย์ เมื่อ $0 \leq x \leq a$ และ $0 \leq y \leq a$ และมีค่าเป็นอนันต์ในบริเวณอื่นๆ หลังจากนั้นใช้วิธีการแยกตัวแปร โดยมีเงื่อนไขขอบเขตดังนี้ $\Psi(x=0)=0$ $\Psi(x=a)=0$ $\Psi(y=0)=0$ และ $\Psi(y=a)=0$ จะสามารถแก้สมการชโรดิงเงอร์ได้ฟังก์ชันคลื่นและพลังงานของอนุภาคที่ถูกขังในควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัส (Liboff, 2003) ดังสมการที่ 2

$$\Psi_{n_x n_y} = \left[\sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right) \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n_y \pi y}{a}\right) \right] \quad (2)$$

โดยมีระดับชั้นพลังงาน ดังสมการที่ 3

$$E_{n_x n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (3)$$

ซึ่งตรงกับผลการคำนวณของ (Pramjorn & Amthong, 2020) เมื่อ n_x และ $n_y = 1, 2, 3, \dots$ โดยที่ n_x สามารถเท่ากับ n_y ได้

ในการหาผลเฉลยของอนุภาคที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก สามารถคำนวณได้โดยเพิ่มเงื่อนไขขอบเขตอีกเงื่อนไขหนึ่ง คือ $\Psi(x, y) = 0$ บนเส้นตรง $x + y = a$ ฟังก์ชันคลื่นที่เป็นไปตามเงื่อนไขนี้เกิดจากผลรวมเชิงเส้น (Linear combination) ของ $\Psi_{n_x n_y}$ และ $\Psi_{n_y n_x}$ ซึ่ง

เป็นสถานะของควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีพลังงานเท่ากัน ก่อให้เกิดฟังก์ชันคลื่นใหม่ (Wai-Kee, 1984) ตามสมการที่ 4 และสมการที่ 5 ดังนี้

$$\begin{aligned}\Psi'_{n_x n_y} &= (\Psi_{n_x n_y} + \Psi_{n_y n_x}) \\ &= \frac{2}{a} \left[\sin\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{a}\right) + \sin\left(\frac{n_y \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_x \pi y}{a}\right) \right]\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}\Psi''_{n_x n_y} &= (\Psi_{n_x n_y} - \Psi_{n_y n_x}) \\ &= \frac{2}{a} \left[\sin\left(\frac{n_x \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{a}\right) - \sin\left(\frac{n_y \pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n_x \pi y}{a}\right) \right]\end{aligned}\quad (5)$$

โดย $\Psi'_{n_x n_y} = 0$ บนเส้นตรง $x + y = a$ เมื่อ $n_x = n_y \pm 1, n_y \pm 3, n_y \pm 5, \dots$ และ $\Psi''_{n_x n_y} = 0$ บนเส้นตรง $x + y = a$ เมื่อ $n_x = n_y \pm 2, n_y \pm 4, n_y \pm 6, \dots$ สังเกตจากสมการที่ 4 และสมการที่ 5 ได้ว่า n_x จะไม่สามารถเท่ากับ n_y ได้ เนื่องจากจะทำให้ $\Psi'_{n_x n_y} = 2\Psi_{n_x n_y}$ และ $\Psi''_{n_x n_y} = 0$ ทำให้ฟังก์ชันคลื่นไม่เป็นไปตามเงื่อนไขหรือทำให้ฟังก์ชันคลื่นเท่ากับศูนย์ทุกตำแหน่ง เราจึงสามารถหาพลังงานของอนุภาคที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากได้จากสมการที่ 6

$$E_{n_x n_y} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} (n_x^2 + n_y^2) \quad (6)$$

เมื่อ n_x และ $n_y = 1, 2, 3, \dots$ โดยที่ $n_x \neq n_y$ สังเกตได้ว่าในกรณีของควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัสฟังก์ชันคลื่น $\Psi_{n_x n_y}$ และ $\Psi_{n_y n_x}$ มีการกระจายตัวต่างกันและพลังงานเท่ากัน จึงถือเป็น Degenerate states แต่ในกรณีของควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากพบว่า $\Psi'_{n_x n_y}$ และ $\Psi'_{n_y n_x}$ มีการกระจายตัวของฟังก์ชันคลื่นเหมือนกันทุกประการ ในทำนองเดียวกัน $\Psi''_{n_x n_y}$ และ $\Psi''_{n_y n_x}$ ก็มีการกระจายตัวของฟังก์ชันคลื่นเหมือนกันทุกประการเช่นกัน ดังนั้นในระบบควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากจึงไม่มี Degenerate state อย่างเช่นกรณีของควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ในงานวิจัยนี้ยังพิจารณาถึงปริมาณที่แสดงถึงโอกาสของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอน ภายหลังจากดูดกลืนพลังงานจากแสง จากสถานะที่ต่ำกว่าไปยังสถานะที่สูงขึ้น ซึ่งถูกเรียกว่า ออสซิลเลเตอร์สเทรNGTH (Oscillator Strength) (Wu et al., 2014) และสามารถคำนวณได้จากสมการที่ 7

$$P_{ff', ii'}^{r=x,y} = \frac{2m\Delta E_{ff', ii'}}{\hbar^2} |M_{ff', ii'}^{r=x,y}|^2 \quad (7)$$

เมื่อ $\hbar$ คือ ค่าคงตัวของพลังค์ และ $M_{ff', ii'}^{r=x,y} = \langle \Psi_{ff'} | r | \Psi_{ii'} \rangle = \int_0^a \int_0^a \Psi_{ff'}^* r \Psi_{ii'} dx dy$ คือ ไดโพลทรานซิชันเมทริกซ์เอลิเมนต์ (Dipole transition matrix element) ระหว่างระดับสถานะ

ที่ต่ำกว่า ($\Psi_{ii'}$) ไปยังสถานะที่สูงกว่า ($\Psi_{ff'}$) เมื่อ $\vec{r}$ แสดงทิศทางของการโพลาไรซ์ของแสง ซึ่งในงานวิจัยนี้สนใจกรณีที่ $\vec{r} = x\hat{i}$ และ $\vec{r} = y\hat{j}$ ความแตกต่างระหว่างชั้นพลังงาน $\Delta E_{ff',ii'} = E_{ff'} - E_{ii'}$ เมื่อ $E_{ii'}$ คือ พลังงานของสถานะเริ่มต้น $E_{ff'}$ คือ พลังงานของสถานะสุดท้าย ในกรณีของการเปลี่ยนแปลงจากชั้นสถานะพื้น ($ii' = 12$) ไปยังสถานะกระตุ้นที่ 1 ($ff' = 13$) โดยแสงที่โพลาไรซ์ในแนวแกน y สามารถคำนวณ $M_{13,12}^y = \langle \Psi_{13} | y | \Psi_{12} \rangle$ ได้จาก $\int_0^a \int_0^{a-y} \Psi_{13}^* y \Psi_{12} dx dy$ ตามสมการที่ 8 โดยที่

$$\begin{aligned} \int_0^{a-y} \Psi_{13}^* y \Psi_{12} dx = & \frac{1}{a^2} 16y \sin^2\left(\frac{\pi y}{a}\right) \left(-\frac{1}{480\pi} a\right) \left(30 \sin\left(\frac{\pi(2x-3y)}{a}\right) - 60 \sin\left(\frac{\pi(x-y)}{a}\right) + \right. \\ & 20 \sin\left(\frac{\pi(3x-2y)}{a}\right) + 30 \sin\left(\frac{\pi(2x-y)}{a}\right) + 15 \sin\left(\frac{\pi(4x-y)}{a}\right) + \\ & 30 \sin\left(\frac{\pi(2x+y)}{a}\right) + 15 \sin\left(\frac{\pi(4x+y)}{a}\right) - 60 \sin\left(\frac{\pi(x+2y)}{a}\right) + \\ & 20 \sin\left(\frac{\pi(3x+2y)}{a}\right) + 30 \sin\left(\frac{\pi(2x+3y)}{a}\right) - 120 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \\ & \left. 20 \sin\left(\frac{3\pi x}{a}\right) + 12 \sin\left(\frac{5\pi x}{a}\right) + \frac{1}{2} x \cos\left(\frac{\pi y}{a}\right) + \frac{1}{4} x \cos\left(\frac{3\pi y}{a}\right) \right) \Big|_0^{a-y} \end{aligned} \quad (8)$$

นอกจากนี้เพื่ออธิบายผลการทดลองสำหรับการประยุกต์ใช้งานอุปกรณ์ทางด้านแสง ผู้วิจัยสนใจความสามารถของการดูดกลืนแสงของควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก และได้ศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนทางแสง (Absorption coefficient) (Duque et al., 2013) ซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ 9

$$\alpha^{r=x,y}(\omega, I) = \alpha^{(1)}(\omega) + \alpha^{(3)}(\omega, I) \quad (9)$$

โดยที่

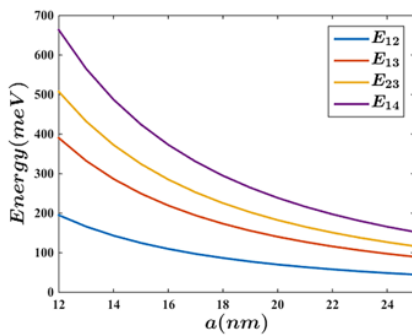
$$\alpha^{(1)}(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_R}} \left[\frac{e^2 |M_{ff',ii'}^{r=x,y}|^2 \sigma \hbar \Gamma}{(\Delta E_{ff',ii'} - \hbar \omega)^2 + (\hbar \Gamma)^2} \right] \quad (10)$$

$$\alpha^{(3)}(\omega, I) = -\omega \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_R}} \left[\frac{I}{2\varepsilon_0 n_r c} \frac{e^4 \sigma \hbar \Gamma |M_{ff',ii'}^{r=x,y}|^2}{[(\Delta E_{ff',ii'} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma)^2]^2} \right] \\ \times \left\{ 4 |M_{ff',ii'}^{r=x,y}|^2 - \frac{|M_{ff'}^{r=x,y} - M_{ii'}^{r=x,y}|^2 [3(\Delta E_{ff',ii'})^2 - 4\Delta E_{ff',ii'} \hbar\omega + \hbar^2(\omega^2 - \Gamma^2)]}{(\Delta E_{ff',ii'})^2 + (\hbar\Gamma)^2} \right\} \quad (11)$$

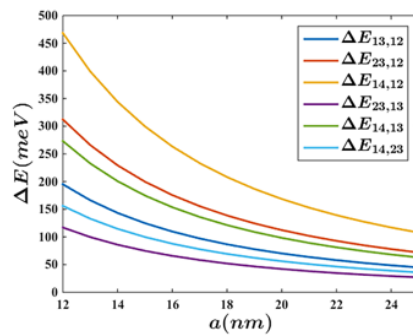
จากสมการที่ 10 และสมการที่ 11 กำหนดให้ $\alpha^{(1)}(I)$ และ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนทางแสงแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นตามลำดับ โดยที่ $\hbar\omega$ คือ ค่าพลังงานของโฟตอนที่ตกกระทบ μ_0 คือ สภาพให้ซึมผ่านได้ของสุญญากาศ ε_0 คือ สภาพยอมของสุญญากาศ ε_R คือ สภาพยอมสัมพัทธ์ของวัสดุ e คือ ประจุของอิเล็กตรอน σ คือ ค่าความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในระบบ $\Gamma = \frac{1}{\tau}$ เมื่อ τ คือ Relaxation time I คือ ความเข้มของแสงที่ตกกระทบโพลาริซ

ผลการวิจัย

ผลการศึกษาควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยทำการศึกษาพฤติกรรม การเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของสถานะที่ถูกขัง 4 สถานะแรก ได้แก่ E_{12} E_{13} E_{23} และ E_{14} ตามลำดับ พบว่า สามารถแสดงความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานของอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 สถานะแรก ($E_{ii'}$) กับขนาดของ a และความสัมพันธ์ระหว่างผลต่างพลังงานของอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก ($\Delta E_{ff',ii'}$) กับขนาดของ a ดังแสดงในภาพที่ 2(ก) และภาพที่ 2(ข) ตามลำดับ



(ก)

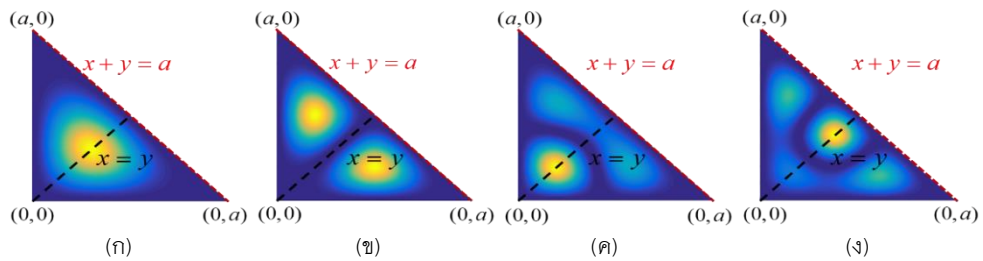


(ข)

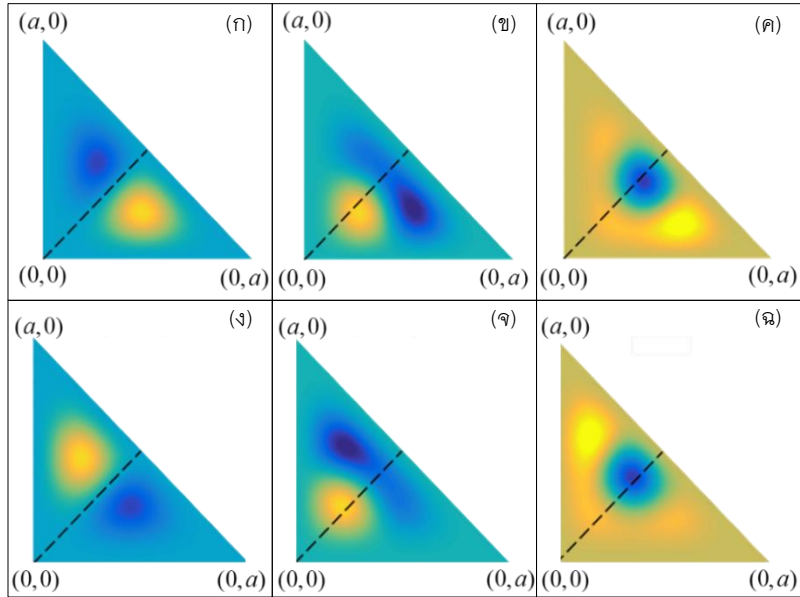
ภาพที่ 2 ก) ความสัมพันธ์ระหว่างพลังงานของอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 สถานะแรก ($E_{ii'}$) กับขนาดของ a ข) ความสัมพันธ์ระหว่างผลต่างพลังงานของอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก ($\Delta E_{ff',ii'}$) กับขนาดของ a

โดยความหนาแน่นความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่น (Probability density of wavefunction) ของอิเล็กตรอนและความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงาน (Probability density for transition) ของอิเล็กตรอน ดังภาพที่ 3 และภาพที่ 4 ตามลำดับ

จากนั้นเมื่อพิจารณาโอกาสของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนจากการดูดกลืนพลังงานของแสงโพลาไรซ์หรือออสซิลเลเตอร์สตรง ($P_{ff',ii'}^x, P_{ff',ii'}^y$) ซึ่งเป็นไปตามสมการที่ 7 โดยค่าที่ได้จะขึ้นอยู่กับ $\Delta E_{ff',ii'}$ และ $|M_{ff',ii'}|$ สามารถแสดงผลได้ดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2



ภาพที่ 3 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่น (Probability density of wavefunction $|\Psi|^2$) ของอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก 4 สถานะแรก ก) สถานะพื้น Ψ_{12} ข) สถานะกระตุ้นระดับที่ 1 Ψ_{13} ค) สถานะกระตุ้นระดับที่ 2 Ψ_{23} และ ง) สถานะกระตุ้นระดับที่ 3 Ψ_{14} ในระบบพิกัดฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว a ตามแนวแกน x และ y



ภาพที่ 4 ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอน (Probability density for transition) ที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากในระบบ พิกัดฉากที่มีด้านประกอบมุมฉากยาว a ตามแนวแกน x และ y จากสถานะพื้น ($ii'=12$) ไปยัง ก) สถานะกระตุ้นระดับที่ 1 ($ff'=13$) ข) สถานะกระตุ้นระดับที่ 2 ($ff'=13$) ค) สถานะกระตุ้นระดับที่ 3 ($ff'=14$) เมื่อแสงโพลาไรซ์ตกกระทบในแนวแกน x และจากสถานะพื้น ($ii'=12$) ไปยัง ง) สถานะกระตุ้นระดับที่ 1 ($ff'=13$) จ) สถานะกระตุ้นระดับที่ 2 ($ff'=13$) และ ฉ) สถานะกระตุ้นระดับที่ 3 ($ff'=14$) เมื่อแสงโพลาไรซ์ตกกระทบในแนวแกน y

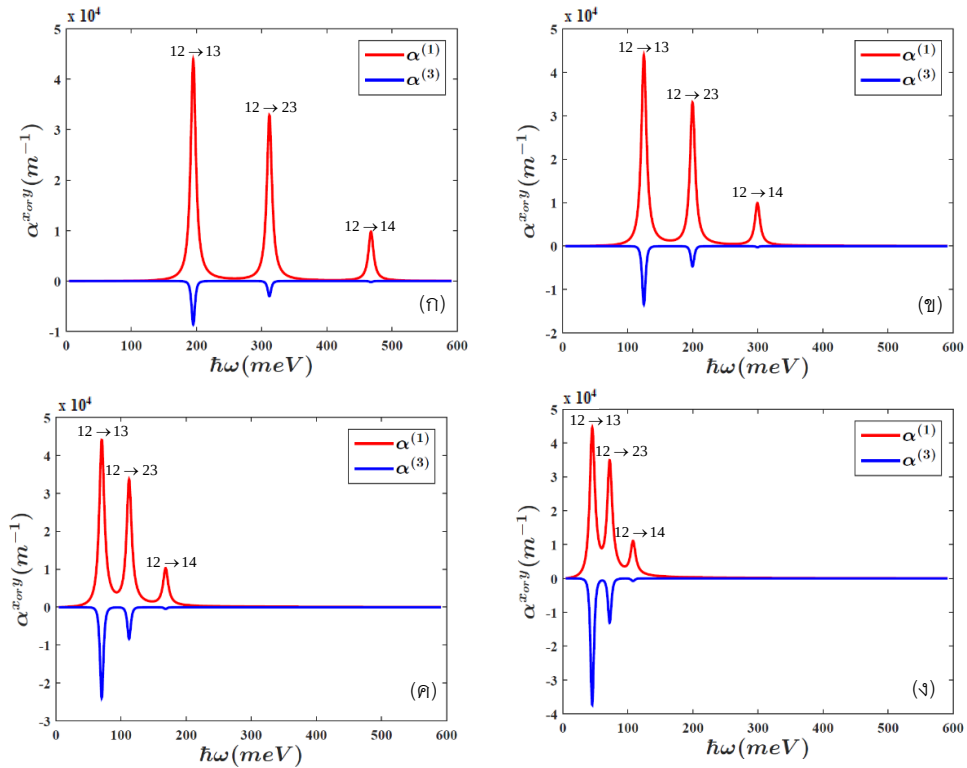
ตารางที่ 1 โอกาสของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนหลังจากการดูดกลืนพลังงานจากแสงที่โพลาไรซ์ในแนวแกน x และ y

สถานะเริ่มต้น (ii')	สถานะสุดท้าย (ff')	$P_{ff',ii'}^x$	$P_{ff',ii'}^y$
12	13	0.4669	0.4669
12	23	0.3491	0.3491
12	14	0.1034	0.1034
13	23	0.2402	0.2402
13	14	0.6806	0.6806
23	14	0.0570	0.0570

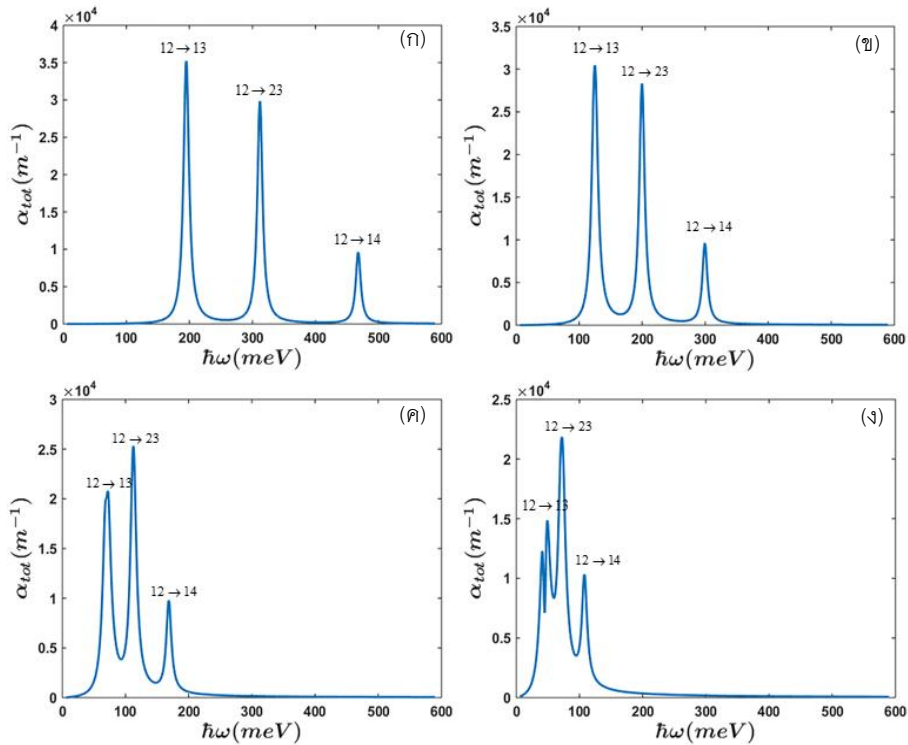
ตารางที่ 2 โอกาสของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนหลังจากการดูดกลืนพลังงานจากแสงที่โพลาไรซ์ในแนวแกน x และ y เมื่อ a มีขนาด 12 15 20 และ 25 นาโนเมตร

สถานะเริ่มต้น (ii')	สถานะสุดท้าย (ff')	$P_{ff',ii'}^x$ และ $P_{ff'}^y$ เมื่อ a มีขนาดเท่ากับ (นาโนเมตร)			
		12	15	20	25
12	13	0.4669	0.4669	0.4669	0.4669
12	23	0.3491	0.3491	0.3491	0.3491
12	14	0.1034	0.1034	0.1034	0.1034
13	23	0.2402	0.2402	0.2402	0.2402
13	14	0.6806	0.6806	0.6806	0.6806
23	14	0.0570	0.0570	0.0570	0.0570

ผลการศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนทางแสงของอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก เมื่อ a มีขนาด 12 15 20 และ 25 นาโนเมตร ตามลำดับ ในงานวิจัยนี้พิจารณาโครงสร้างควอนตัมดอทของ GaAs ซึ่งมีค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ในการคำนวณดังนี้ $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$ $\epsilon_R = 12.53$ $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $\sigma = 3 \times 10^{22} \text{ m}^{-3}$ $\Gamma = 0.14 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$ และ $m^* = 0.067m_e$ โดยพิจารณาอิเล็กตรอนที่มีสถานะเริ่มต้น $ii' = 12$ แล้วถูกกระตุ้นโดยแสงที่โพลาไรซ์ในแนวแกน x และ y ไปยังสถานะ $ff' = 13$ 23 14 ตามลำดับ ดังภาพที่ 5 และภาพที่ 6



ภาพที่ 5 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงของอิเล็กตรอนที่ถูกขังอยู่ในควอนตัมดอททสามเหลี่ยมมุมฉากจากสถานะพื้น $ii' = 12$ ไปยังสถานะกระตุ้นระดับที่ 1 – 3 ($ff' = 13$ 23 และ 14) เส้นสีแดง คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบเชิงเส้น และสีน้ำเงิน คือ ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบไม่เป็นเชิงเส้น เมื่อ a มีขนาดเป็น ก) 12 นาโนเมตร ข) 15 นาโนเมตร ค) 20 นาโนเมตร และ ง) 25 นาโนเมตร



ภาพที่ 6 ความสัมพันธ์ระหว่างค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงรวมของอิเล็กตรอนที่ถูกขังอยู่ในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากจากสถานะพื้น $ii' = 12$ ไปยังสถานะกระตุ้นระดับที่ 1 – 3 ($ff' = 13 \ 23 \ 14$) เมื่อ a มีขนาดเป็น ก) 12 นาโนเมตร ข) 15 นาโนเมตร ค) 20 นาโนเมตร และ ง) 25 นาโนเมตร

อภิปรายผล

จากภาพที่ 2 พบว่า เมื่อขนาด a เพิ่มขึ้น พลังงานในแต่ละสถานะจะมีแนวโน้มลดลง โดย E_{14} มีลักษณะการลดของพลังงานที่เร็วกว่าสถานะอื่นๆ ดังภาพที่ 2(ก) ซึ่งเป็นผลเนื่องจากการลดพื้นที่การกระจายตัวของอิเล็กตรอนและเป็นไปตามสมการที่ 3 ดังนั้นจึงสามารถกล่าวได้ว่า พลังงานของแต่ละสถานะมีค่าขึ้นกับขนาดของ a หลังจากคำนวณหาผลต่างของพลังงานทั้ง 4 สถานะ จะได้ผลต่างของชั้นพลังงานทั้งหมด 6 ค่า ดังภาพที่ 2(ข) ซึ่งแสดงถึงพลังงานที่อิเล็กตรอนต้องใช้ในการเปลี่ยนแปลงจากสถานะ ii' ไปสถานะ ff' ($\Delta E_{ff',ii'} = E_{ff'} - E_{ii'}$) โดยเมื่อขนาด a เพิ่มขึ้น $\Delta E_{ff',ii'}$ จะมีแนวโน้มลดลงเช่นเดียวกัน ซึ่งเป็นปัจจัยสำคัญที่ส่งผลต่อโอกาสของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนและค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง

จากภาพที่ 3 พบว่า ความหนาแน่นความน่าจะเป็นของฟังก์ชันคลื่น พบว่า มีลักษณะที่สมมาตรกันตามแนวเส้นปะ $x=y$ และมีค่าเป็นศูนย์บนเส้นตรง $x+y=a$ หรือแนวทแยงมุมตามเงื่อนไขขอบเขตที่กำหนด ซึ่งเป็นฟังก์ชันคลื่นที่แตกต่างจากฟังก์ชันคลื่นของควอนตัมดอทสี่เหลี่ยมจัตุรัส นอกจากนี้เมื่อพิจารณาถึงความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอน (Probability density for transition) เมื่อแสงตกกระทบโพลาริซในแนวแกน x และ y ซึ่งคำนวณจาก $\Psi_{ff',ii'}^* x \Psi_{ii'}$ และ $\Psi_{ff',ii'}^* y \Psi_{ii'}$ ดังภาพที่ 4 โดยบริเวณสีน้ำเงินแสดงถึงตำแหน่งที่อิเล็กตรอนไม่ชื่นชอบในการเปลี่ยนแปลงสถานะ และบริเวณสีเหลืองแสดงถึงตำแหน่งที่อิเล็กตรอนชื่นชอบในการเปลี่ยนแปลงจากสถานะ ii' ไปยังสถานะ ff' พบว่า แสงที่โพลาริซในแนวแกน x และ y จะส่งผลให้รูปแบบการกระจายตัวของความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนเหมือนกัน กล่าวคือ รูปแบบการกระจายตัวของฟังก์ชัน ดังภาพที่ 4(ก) เหมือนกับภาพที่ 4(ง) ภาพที่ 4(ข) เหมือนกับภาพที่ 4(จ) และภาพที่ 4(ค) เหมือนกับภาพที่ 4(ฉ) แต่แตกต่างกันที่รูปแบบการกระจายตัวดังภาพที่ 4(ก)–ภาพที่ 4(ค) จะสลับกับรูปแบบการกระจายตัวดังภาพที่ 4(ง)–ภาพที่ 4(ฉ) เมื่อปฏิบัติตามแนวเส้นปะสีดำ

เนื่องจาก $|M_{ff',ii'}|$ สามารถหาได้จากการอินทิเกรตความหนาแน่นความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอน ($\Psi_{ff',ii'}^* x \Psi_{ii'}$ หรือ $\Psi_{ff',ii'}^* y \Psi_{ii'}$) ดังภาพที่ 4 โดย $\Psi_{ff',ii'}^* x \Psi_{ii'}$ และ $\Psi_{ff',ii'}^* y \Psi_{ii'}$ มีรูปแบบการกระจายตัวเหมือนกัน จึงส่งผลให้ $P_{ff',ii'}$ ของแสงที่โพลาริซในแนวแกน x และ y มีค่าเท่ากัน ดังตารางที่ 1 อีกทั้งยังพบว่า อิเล็กตรอนมีโอกาสในการเปลี่ยนแปลงจากสถานะพื้น ($ii'=12$) ไปยังสถานะกระตุ้นที่ 1 ($ff'=13$) มากที่สุด ทั้งกรณี que แสงโพลาริซในแนวแกน x และ y นอกจากนี้การเปลี่ยนแปลงขนาดของ a ไม่ส่งผลต่อโอกาสการเปลี่ยนแปลงสถานะของอิเล็กตรอนแต่อย่างใด ดังตารางที่ 2

นอกจากนี้เมื่อพิจารณาภาพที่ 5 พบว่า จุดสูงสุดของค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบเชิงเส้น ($\alpha^{(1)}$) ในทุกสถานะที่พิจารณา ($12 \rightarrow 13$ $12 \rightarrow 23$ $12 \rightarrow 14$) เกิดขึ้นที่ตำแหน่ง $\hbar\omega = \Delta E_{13,12}$ $\hbar\omega = \Delta E_{23,12}$ $\hbar\omega = \Delta E_{14,12}$ คล้ายสอดคล้องกับงานวิจัยของ Osorio et al. (2020) เนื่องจากเมื่อพิจารณาหาความชันของ $\alpha^{(1)}(\omega)$ ซึ่งคำนวณได้จาก $\frac{d\alpha^{(1)}(\omega)}{d\omega} = 0$ ในการคำนวณนี้ $(\hbar\Gamma)^2$ มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับ $(\Delta E_{ff',ii'})^2$ จึงทำให้ได้ค่าความถี่ที่เหมาะสมที่ทำให้เกิดค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงที่สูงที่สุด คือ $\omega \approx \frac{\Delta E_{ff',ii'}}{\hbar}$ นั่นคือ $\hbar\omega \approx \Delta E_{ff',ii'}$ โดยจุดสูงสุดของค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงนี้แสดงถึงพลังงานของแสงที่จะถูกดูดกลืนในปริมาณที่สูงที่สุดนั่นเอง ทั้งนี้ $\alpha^{(1)}(\omega)$ จะมีค่าเป็นบวก และค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงทั้งแบบไม่เป็นเชิงเส้น ($\alpha^{(3)}(\omega, I)$) มีค่าเป็นลบเสมอ แต่จุดสูงสุดของ $\alpha^{(1)}(\omega)$ และ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ เกิดขึ้นที่ตำแหน่งเดียวกัน โดยการเปลี่ยนแปลงของสถานะ $12 \rightarrow 13$ มีค่า $\alpha^{(1)}(\omega)$ และ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ สูงที่สุดเมื่อ

เทียบกับการเปลี่ยนแปลงของสถานะ $12 \rightarrow 23$ และ $12 \rightarrow 14$ ในทุกขนาดของ a ที่พิจารณา แสดงถึงเมื่อแสงโพลาไรซ์ในแนวแกน x และ y มีพลังงานที่เหมาะสม อิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากจะเปลี่ยนแปลงสถานะจาก $ii' = 12$ ไปยัง $ff' = 13$ มากที่สุด โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงในแนวแกน x และ y มีค่าเท่ากัน ($\alpha^x = \alpha^y$) เนื่องจาก $P_{ff',ii'}^x = P_{ff',ii'}^y$ ดังตารางที่ 1 โดยผลที่ได้นี้สอดคล้องกับผลที่ได้จากงานวิจัยของ Tiutiunnyk et al. (2014) ซึ่งศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงในแนวแกน x และ y ของควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมด้านเท่า นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อขนาดของ a เพิ่มขึ้น ค่า $\alpha^{(1)}(\omega)$ และ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ จะมีพฤติกรรมแบบเรดชิฟต์ (Red shift) กล่าวคือ เมื่อ a เพิ่มขึ้น พลังงานโฟตอนที่ต้องใช้ในการกระตุ้นอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉากจะมีค่าลดลง ดังภาพที่ 2(ข)

เมื่อพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนทางแสงรวม (α_{tot}) ดังภาพที่ 6 พบว่า เมื่อขนาดของ a เพิ่มขึ้น จุดสูงสุดของ α_{tot} มีการเปลี่ยนแปลงไป โดยปกติแล้วค่าสูงสุดของ α_{tot} จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงระหว่างสถานะ $12 \rightarrow 13$ แต่เราพบว่า เมื่อ a เพิ่มขึ้นจนกระทั่งมีขนาดเป็น 20 นาโนเมตร ค่าสูงสุดของ α_{tot} จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงสถานะ $12 \rightarrow 23$ ดังภาพที่ 6(ค) ที่เป็นเช่นนี้เนื่องจากเมื่อ a มีขนาดเพิ่มขึ้นส่งผลให้ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ ของการเปลี่ยนแปลงสถานะ $12 \rightarrow 13$ ลดลงอย่างรวดเร็ว ดังภาพที่ 5 นอกจากนี้การลดลงของ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ ยังทำให้จุดสูงสุดของ α_{tot} ที่เกิดจาก $12 \rightarrow 13$ นี้ แยกออกเป็นจุดสูงสุดที่ใกล้กันมากๆ 2 จุดสูงสุด เนื่องจากค่า α_{tot} เกิดจากผลรวมของค่า $\alpha^{(1)}(\omega)$ และ $\alpha^{(3)}(\omega, I)$ ที่มีความกว้างของฐานของจุดสูงสุดที่ต่างกัน ผลรวมที่ได้จึงทำให้เกิดเป็นจุดสูงสุด 2 จุด ดังภาพที่ 6(ง) จึงกล่าวได้ว่า α_{tot} ที่เกิดจาก $12 \rightarrow 13$ มีความสำคัญต่อการดูดกลืนแสงเมื่อ a มีค่าน้อยกว่า 15 นาโนเมตร ในขณะที่ α_{tot} ที่เกิดจาก $12 \rightarrow 23$ มีความสำคัญเมื่อ a มีขนาด 20 ถึง 25 นาโนเมตร

สรุปผลการวิจัย

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาอิเล็กตรอนที่ถูกขังในควอนตัมดอทสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยใช้วิธีเชิงวิเคราะห์ในการแก้สมการชโรดิงเงอร์ เพื่อหาผลเฉลยของพลังงานและฟังก์ชันคลื่น พบว่าเมื่อขนาดของ a เพิ่มขึ้น พลังงานและผลต่างของพลังงานมีแนวโน้มลดลง และพบว่าการกระจายตัวของฟังก์ชัน $\Psi_{ff'}^* x \Psi_{ii'}$ และ $\Psi_{ff'}^* y \Psi_{ii'}$ มีรูปแบบการกระจายตัวเหมือนกันส่งผลให้ $P_{ff',ii'}^x = P_{ff',ii'}^y$ นอกจากนี้พบว่า โอกาสของการเปลี่ยนแปลงระดับชั้นพลังงานของอิเล็กตรอนจากสถานะพื้นไปยังสถานะกระตุ้นที่ 1 มีค่ามากที่สุด สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง ค่าสูงสุดของสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงจะเกิดขึ้นเมื่อแสงตกกระทบบนพลังงานเท่ากับ $\Delta E_{ff',ii'}$ โดยเมื่อขนาดของ a เพิ่มขึ้น ทั้งค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบเชิงเส้นและไม่เป็นเชิงเส้นจะมีพฤติกรรมแบบเรดชิฟต์ (Red shift) อีกทั้งยังพบว่า ค่าสูงสุดของค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสง (α_{tot})

จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงสถานะ $12 \rightarrow 13$ เมื่อ a มีขนาดน้อยกว่า 20 นาโนเมตร แต่ค่าสูงสุดของ α_{tot} จะเกิดจากการเปลี่ยนแปลงสถานะ $12 \rightarrow 23$ และเมื่อ a มีขนาดมากกว่า 20 นาโนเมตร เพราะการลดลงของค่าสัมประสิทธิ์การดูดกลืนแสงแบบไม่เป็นเชิงเส้นจากการเปลี่ยนแปลง $12 \rightarrow 13$ โดยผลจากการศึกษาในงานวิจัยชิ้นนี้ จะเป็นพื้นฐานสำคัญต่อการศึกษาคูณสมบัติของควอนตัมดอททรงสามเหลี่ยมมุมฉากที่สามารถสังเคราะห์ขึ้นด้วยกระบวนการต่างๆ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้งานในอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์ทางแสง (Optoelectronic devices) ต่อไป

เอกสารอ้างอิง

- Duque, C.A., Mora-Ramos, M.E., Kasapoglu, E.S.İ.N., Ugan, F.A.T.İ.H., Yesilgul, U., Sakiroglu, S., ... & Sökmen, I. (2013). Impurity-related linear and nonlinear optical response in quantum-well wires with triangular cross section. **Journal of luminescence**, **143**, 304–313.
- Fu, L., Lever, P., Sears, K., Tan, H.H., & Jagadish, C. (2005). In/sub 0.5/Ga/sub 0.5/As/GaAs quantum dotinfrared photodetectors grown by metal–organic chemical vapor deposition. **IEEE electron device letters**, **26**(9), 628–630.
- Huffaker, D.L., Park, G., Zou, Z., Shchekin, O.B., & Deppe, D.G. (1998). 1.3 room-temperature GaAs-based quantum-dot laser. **Applied Physics Letters**, **73**(18), 2564–2566.
- Jo, M., Mano, T., Abbarchi, M., Kuroda, T., Sakuma, Y., & Sakoda, K. (2012). Self-limiting growth of hexagonal and triangular quantum dots on (111) A. **Crystal growth & design**, **12**(3), 1411–1415.
- Liboff, R.L. (2003). **Introductory quantum mechanics**. India: Pearson Education India.
- Liu, H., Wang, T., Jiang, Q., Hogg, R., Tutu, F., Pozzi, F., & Seeds, A. (2011). Long-wavelength InAs/GaAs quantum-dot laser diode monolithically grown on Ge substrate. **Nature Photonics**, **5**(7), 416–419.
- Li, W.K. (1984). A particle in an isocles right triangle. **Journal of Chemical Education**, **61**(12), 1034.
- Mirin, R.P., Ibbetson, J.P., Nishi, K., Gossard, A.C., & Bowers, J.E. (1995). 1.3 photoluminescence from InGaAs quantum dots on GaAs. **Applied physics letters**, **67**(25), 3795–3797.
- Osorio, J.A., Caicedo-Paredes, D., Vinasco, J.A., Morales, A.L., Radu, A., Restrepo, R.L., ... & Duque, C.A. (2020). Pyramidal core-shell quantum dot under applied electric and magnetic fields. **Scientific Reports**, **10**(1), 1–14.
- Pramjorn, N., & Amthong, A. (2020). Donor binding energies in a curved two-dimensional electron system. **Applied Surface Science**, **508**, 145195.
- Reilly, C.E., Nakamura, S., DenBaars, S.P., & Keller, S. (2020). MOCVD growth and characterization of InN quantum dots. **Physica status solidi (b)**, **257**(4), 1900508.
- Sautter, K.E., Vallejo, K.D., & Simmonds, P.J. (2020). Strain-driven quantum dot self-assembly by molecular beam epitaxy. **Journal of Applied Physics**, **128**(3), 031101.

- Schuck, C.F., Vallejo, K.D., Garrett, T., Yuan, Q., Wang, Y., Liang, B., & Simmonds, P. J. (2020). Impact of arsenic species on self-assembly of triangular and hexagonal tensile-strained GaAs (111) A quantum dots. **Semiconductor Science and Technology**, **35**(10), 105001.
- Sellin, R.L., Ribbat, C., Grundmann, M., Ledentsov, N.N., & Bimberg, D. (2001). Close-to-ideal device characteristics of high-power InGaAs/GaAs quantum dot lasers. **Applied Physics Letters**, **78**(9), 1207–1209.
- Tiutiunnyk, A., Tulupenko, V., Mora-Ramos, M.E., Kasapoglu, E.S.İ.N., Urgan, F.A.T.İ.H., Sari, H.Ü.S.E.Y.İ.N., ... & Duque, C.A. (2014). Electron-related optical responses in triangular quantum dots. **PhysicaE:Low-dimensional Systems and Nanostructures**, **60**, 127–132.
- Wu, S., Wang, L., Li, H., & Zeng, X. (2014). Tuning of the intersubband absorption in a shallow InAs/InP quantum wire by a transverse electric field. **Superlattices and Microstructures**, **67**, 33–39.
- Yusa, G., & Sakaki, H. (1997). Trapping of photogenerated carriers by InAs quantum dots and persistent photoconductivity in novel GaAs/n-AlGaAs field-effect transistor structures. **Applied physics letters**, **70**(3), 345–347.