

ISSN 0125-2364

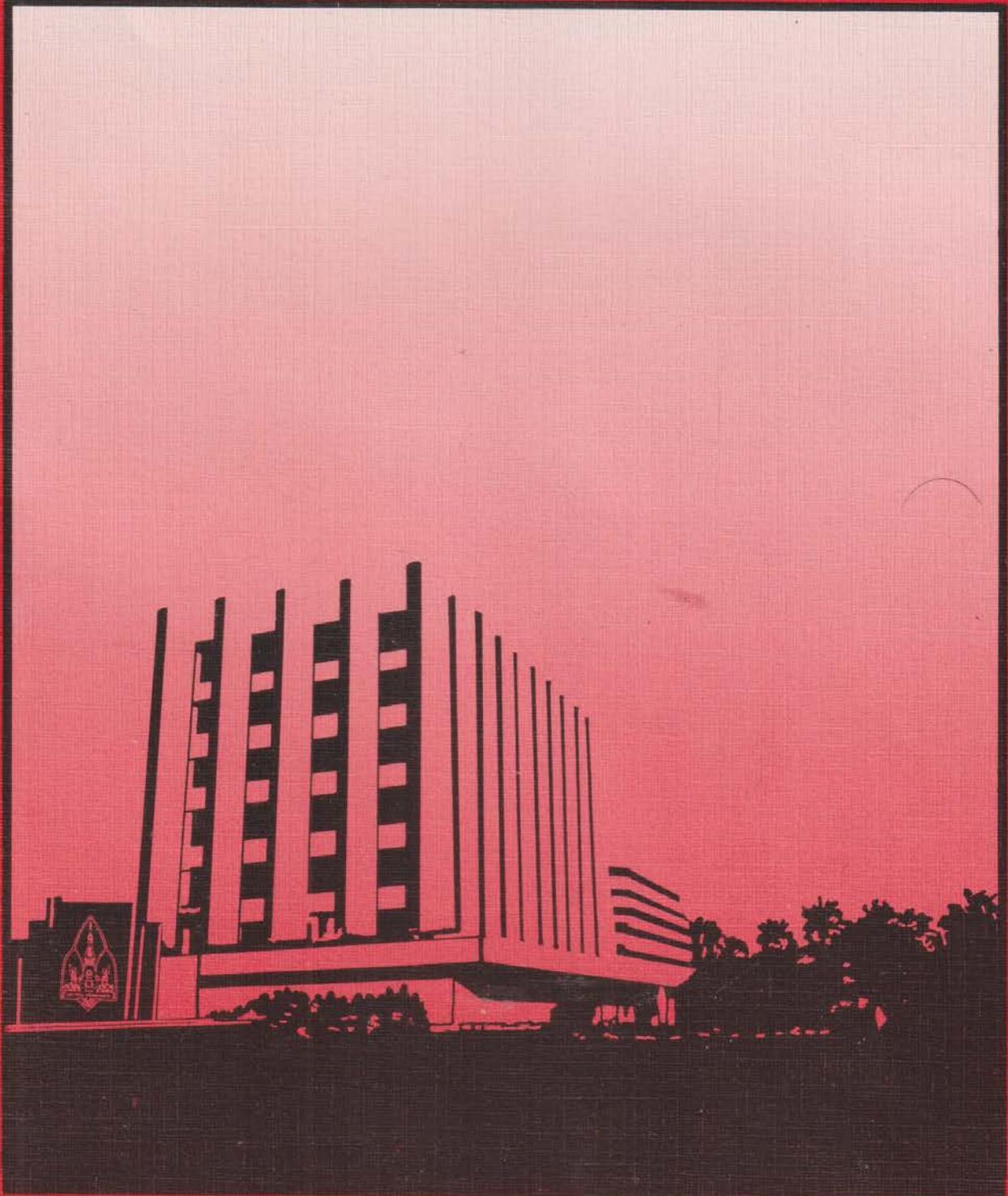


๖๖๕๘๑๖

# วิทยาศาสตร์

THE JOURNAL OF SCIENCE KHONKAEN UNIVERSITY

ปีที่ 20 ฉบับที่ 2 เมษายน - มิถุนายน 2535





### เจ้าของ

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น  
สำนักงาน

ตึก 6 ห้องสมุดคณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

### วัตถุประสงค์

1. เพื่อส่งเสริมและเผยแพร่วิทยาการในสาขาวิชาต่าง ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์
2. เพื่อเผยแพร่ผลงานด้านการวิจัย และการศึกษา ค้นคว้าของอาจารย์และนักศึกษา
3. เพื่อเป็นสื่อกลางการแลกเปลี่ยนความรู้ และ แนวความคิดทางวิชาการระหว่างอาจารย์ นักศึกษาและผู้สนใจ ทั้งภายในและภายนอกสถาบัน

กำหนดออก ปีละ 4 ฉบับ

- ฉบับที่ 1 มกราคม - มีนาคม
- ฉบับที่ 2 เมษายน - มิถุนายน
- ฉบับที่ 3 กรกฎาคม - กันยายน
- ฉบับที่ 4 ตุลาคม - ธันวาคม

ค่าบำรุง ปีละ 40 บาท ทยปสี่เล่มละ 12 บาท  
การบอกรับเป็นสมาชิก

แจ้งความจำนงค์เป็นจดหมาย หรือกรอก-  
ใบสมัครเป็นสมาชิก พร้อมส่งค่าบำรุง เป็น  
ธนาณัติ หรือเช็คไปรษณีย์ในนามของ นาง  
บุญคุ้ม เหลือล้ำ ฝ่ายจัดการ สั่งจ่าย ป.ท.  
มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002

### ที่ปรึกษา

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์  
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ

### บรรณาธิการ

สุวิน บุศราคำ

### บรรณาธิการผู้ช่วย

กรกช อินทราพิเชฐ

### กองบรรณาธิการ

ปฤชณา กลับอุดม

ขวัญใจ ดันสุวรรณ

พิสิฏฐ์ เจริญสุดใจ

สุวรรณา เนียมสนิท

สุพล บริพันธ์

วิชุดา ไชยศิวามงคล

สงวน พงศกิจจิฑูร

### ฝ่ายศิลป์และภาพ

กิเลน ดิฉนรเศรษฐ์

ทรงเวทย์ เป้าชัย

### ฝ่ายเหรียญฉีก

ลักขณา สุขบาง

### ฝ่ายจัดการ

บุญคุ้ม เหลือล้ำ

สนธนี วรชินา

สมศักดิ์ อุ่นจันท์

พยอม เดชพลมาตย์



บทความหรือข้อคิดเห็นใดๆ ในวารสารนี้เป็นของผู้เขียน ไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับทัศนะของกองบรรณาธิการ

**Publisher**

Faculty of Science, Khon Kaen University,  
Thailand.

**Office**

Faculty of Science Library, Building 6,  
Khon Kaen University.

**Objectives**

1. To promote and propagate knowledge in all fields of science.
2. To publish results from research and studies by academic staff and students.
3. To be a medium for the exchange of knowledge and ideas among staff, students and those interested from both inside and outside the institute.

**Publishing terms**

four issues per annual volume  
Issue no. 1 January - March  
Issue no. 2 April - June  
Issue no. 3 July - September  
Issue no. 4 October - December

**Subscription rate**

40 baht per annum. Single issue price 12 baht.

**Membership**

Membership request can be made by letter or by completion the membership form, with the fee paid in the form of a postal order or postal cheque sent to Mrs. Boonkoom Lualon, Managing Committee, Khon Kaen University Post Office, Khon Kaen, University, Khon Kaen 40002.

Advisory Committee	Dean, Faculty of Science
	Associate Dean for Academic Affairs
Editor	Suwin Busaracome
Associate Editor	Korakod Intrapichet
Editorial Board	Prisana Klubudom
	Kwanjai Tansuwan
	Pisit Chareonsudchai
	Suwanna Niamsanit
	Suphol Boripan
	Vichuda Chaisivamonkol
	Sanguan Pongkitwitoon
Artis	Kilen Tinnoraset
	Songwate Bousechai
Treasurer	Luckana Sukban
Managing Committee	Boonkoom Lualon
	Sontanee Varachina
	Somsak Unjantee
	Payom Dejpomataya

The views and opinions expressed in this journal are those of the authors, and do not necessarily reflect the views and opinions of the editorial board.



# ความสัมพันธ์ระหว่างจุลินทรีย์ และการสร้างเอนไซม์ในการทำปุ๋ยหมัก

สิรินทรเทพ    เต้าประยูร \*  
เยาวลักษณ์    จันดาวงศ์ \*\*

## บทคัดย่อ

กลุ่มจุลินทรีย์ที่มีบทบาทในการย่อยสลายปุ๋ยหมัก มีอยู่ 3 กลุ่มได้แก่ Mesophile Thermotolerance mesophile และ Thermophile จุลินทรีย์ Mesophile เจริญในช่วงต้น active stage และสร้างเอนไซม์ amylase เพื่อย่อยสลายแป้งเป็นหลักใหญ่ ส่วน Thermotolerance mesophile เจริญในช่วงท้าย active stage และมีปริมาณลดลงในช่วง Curing stage สร้างเอนไซม์ amylase proteinase และ cellulase ในขณะที่ Thermophile เจริญในช่วงท้าย active stage และต่อเนื่องไปจนถึง curing stage สร้างเอนไซม์ amylase และ proteinase ในช่วง late active stage เฉพาะ cellulase เท่านั้นที่ถูกสร้างโดย Thermophile ในช่วง curing stage

- \* ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาเทคโนโลยีสิ่งแวดล้อม คณะพลังงานและวัสดุ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า ธนบุรี
- \*\* นักวิชาการสาธารณสุข 4 สำนักงานสาธารณสุขจังหวัดอุดรธานี

## บทนำ

การทำปุ๋ยหมักเป็นวิธีการกำจัดขยะรูปแบบหนึ่งที่ใช้กันมานาน สามารถลดปริมาณขยะได้ 30-65 % (1) และยังสามารถทำลายจุลินทรีย์ที่ทำให้เกิดโรคได้ เนื่องจากอุณหภูมิในการทำสูงกว่าอุณหภูมิระดับ pasturization และไม่ทำให้เกิดสารพิษ เทคโนโลยีที่ใช้มีทั้งแบบพื้นฐานและพัฒนา ใช้เวลาค่อนข้างนานในการทำประมาณ 45 วัน - 6 เดือน ขึ้นไปขึ้นอยู่กับเทคโนโลยีที่ใช้ และต้องทำการแยกขยะที่ไม่เหมาะสมเช่นเหล็ก พลาสติก ฯลฯ ออกไปเสียก่อน การทำปุ๋ยหมักเป็นกระบวนการทางชีววิทยาทำให้ขยะอยู่ในสภาพคงที่ (stabilization) ก่อนที่จะนำไปใช้กับพืช จึงเป็นการคืนสารอาหารให้กับธรรมชาติในสภาพที่ปลอดภัย และยังเป็นการฟื้นฟูสภาพของดินอีกด้วย

## ปุ๋ยหมักจากมูลฝอยของกรุงเทพมหานคร

โรงงานทำปุ๋ยหมักของกทม. มี 2 แห่ง คือ ที่ซอยอ่อนนุชผลิตได้ประมาณ 63 ตัน ต่อวัน (กำลังผลิต 180 ตันต่อวัน) และที่หนองแขมผลิตได้ประมาณ 173 ตันต่อวัน (กำลังผลิต 320 ตันต่อวัน) (2) กระบวนการผลิตเป็นแบบ Jersey system และ Dano system ปริมาณขยะที่บำบัดโดยวิธีการทำปุ๋ยหมักนี้มีเพียงประมาณ 5 % ของปริมาณมูลฝอยทั้งหมด (3) มูลฝอยส่วนใหญ่ (90 %) ถูกนำมากองทิ้งไว้เพื่อให้มีการย่อยสลายตามธรรมชาติ อย่างไรก็ตามทางกทม. มีแผนที่จะขยายโรงงานผลิตปุ๋ยหมักในซอยอ่อนนุชเข้าสู่ระดับ 400 ตันต่อวัน เพื่อรองรับปริมาณมูลฝอยที่จะเพิ่มในอนาคต (2) และยังคง

ติดต่อกับบริษัทเอกชนเข้ามาทำการขนย้ายมูลฝอยไปฝังกลบอย่างถูกสุขลักษณะในพื้นที่นอกเขตกรุงเทพฯ ด้วย

## การเปลี่ยนแปลงในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก

กระบวนการทำปุ๋ยหมักใช้เวลาในการทำค่อนข้างนานตั้งแต่ 45 วันถึง 6 เดือน แบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ (4)

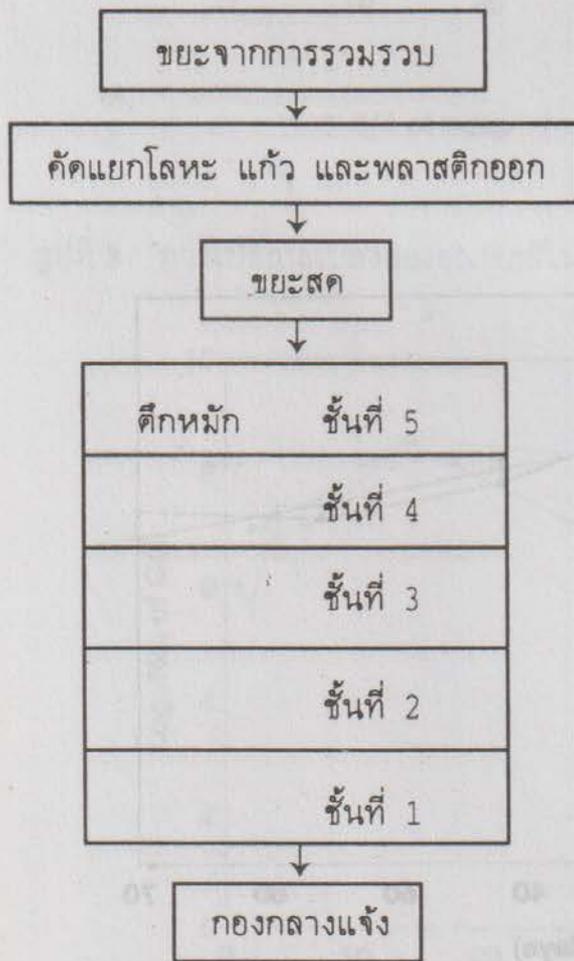
1. active stage
2. curing stage หรือ latent stage

ระยะ active stage เป็นช่วงแรกของการหมัก ประมาณ 1-2 สัปดาห์แรกช่วงนี้ จะมีการ เปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิสูงขึ้นอย่างรวดเร็วอันเป็นผลเนื่องมาจากกิจกรรมต่าง ๆ ของจุลินทรีย์ที่เกิดขึ้น ในการย่อยสลายสารอินทรีย์ต่าง ๆ ในมูลฝอย เช่น เซลลูโลส ลิกนิน เป็นต้น ระยะ curing stage เป็นช่วงหลังจาก 2 สัปดาห์แรกจนถึงสิ้นสุดการหมักการย่อยสลายดำเนินไปอย่างช้า ๆ เพื่อให้เกิดสารอินทรีย์โมเลกุลเล็กที่อยู่ในรูปของสาร humus และไม่เปลี่ยนแปลงไปในทางที่จะทำให้เกิดสารพิษและพืชสามารถนำไปใช้ได้โดยง่าย บางครั้งเรียกการเปลี่ยนในช่วงหลังของการทำปุ๋ยหมักนี้ว่า stabilization

## อุปกรณ์และวิธีดำเนินการ

การเก็บตัวอย่าง เก็บตัวอย่างปุ๋ยหมักจากโรงงานทำปุ๋ยหมักจากมูลฝอยอ่อนนุชซึ่งมีกระบวนการผลิตแบบ Jersey system ซึ่งเป็นการหมักในตึกหมัก 5 ชั้น แต่ละชั้นประกอบด้วยกะทะขนาดใหญ่สำหรับบรรจุขยะจำนวน 120 ใบ

ขยะสดที่ถูกคัดแยกเอาสิ่งที่ไม่ต้องการออกแล้วจะถูกหมักในชั้นที่ 5 ก่อนเมื่อครบหนึ่งวันกะทะจะพลิกเทขยะลงสู่กะทะชั้นที่ 4 ทำเช่นนี้ จนถึงกะทะชั้นที่ 1 และจะมีรถมารับไปกองหมักกลางแจ้งต่อ การเก็บตัวอย่างออกเป็นขยะสด ก่อนเข้าคอกหมัก (วันที่ 0 ของการหมัก) ขยะที่คอกหมัก (วันที่ 1-5 ของการหมัก) และขยะที่ออกจากคอกหมักไปกองไว้กลางแจ้ง (วันที่ 6-70 ของการหมัก) ขั้นตอนการทำ ปุ๋ยหมักของกรุงเทพมหานคร แสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 ขั้นตอนการทำปุ๋ยหมักของกรุงเทพมหานคร

**การตรวจสอบการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิของกองปุ๋ย** วัดอุณหภูมิโดยใช้ thermometer เสียบไว้ที่ฐานบริเวณความสูง 1/2 และ 3/4 ของชั้นหมักหรือกองปุ๋ย โดยใช้ความลึกประมาณหนึ่งฟุตจากภายนอก ทำทั้งหมด 5 ซ้ำ แบบสุ่ม แล้วนำมาหาค่าเฉลี่ย ขนาดของกะทะที่ใช้บรรจุขยะในคอกหมักแต่ละชั้นคือ 70 ซม x 200 ซม x 50 ซม (กว้าง x ยาว x สูง) และขนาดของกองขยะคือ 100 ซม x 300 ซม x 150 ซม (กว้าง x ยาว x สูง)

**การตรวจสอบปริมาณจุลินทรีย์**

ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของจุลินทรีย์ทั้งหมด (total count) โดยวิธี spread plate technique ใช้ plate count agar และ garbage agar (ขยะสด 500 กรัม และน้ำ 1 ลิตร ต้มเคี่ยวนาน 30 นาที กรองเอากากทิ้ง แล้วเติม agar 2 เปอร์เซ็นต์) เป็นอาหารเลี้ยงเชื้อ นับปริมาณจุลินทรีย์ mesophilie โดยนำตัวอย่างไปบ่มที่ 30°C และนับปริมาณ thermophile โดยนำตัวอย่างไปบ่มที่ 60°C

**การเปลี่ยนแปลงกิจกรรมของเอนไซม์**

นำปุ๋ยหมัก 100 กรัม เติมน้ำกลั่น 300 มิลลิลิตร มาบ่มให้ละเอียด แล้วกรองเอาน้ำใสมาตรวจสอบกิจกรรมของเอนไซม์ proteinase (5) เอนไซม์ amylase (6) และเอนไซม์ cellulase (7)

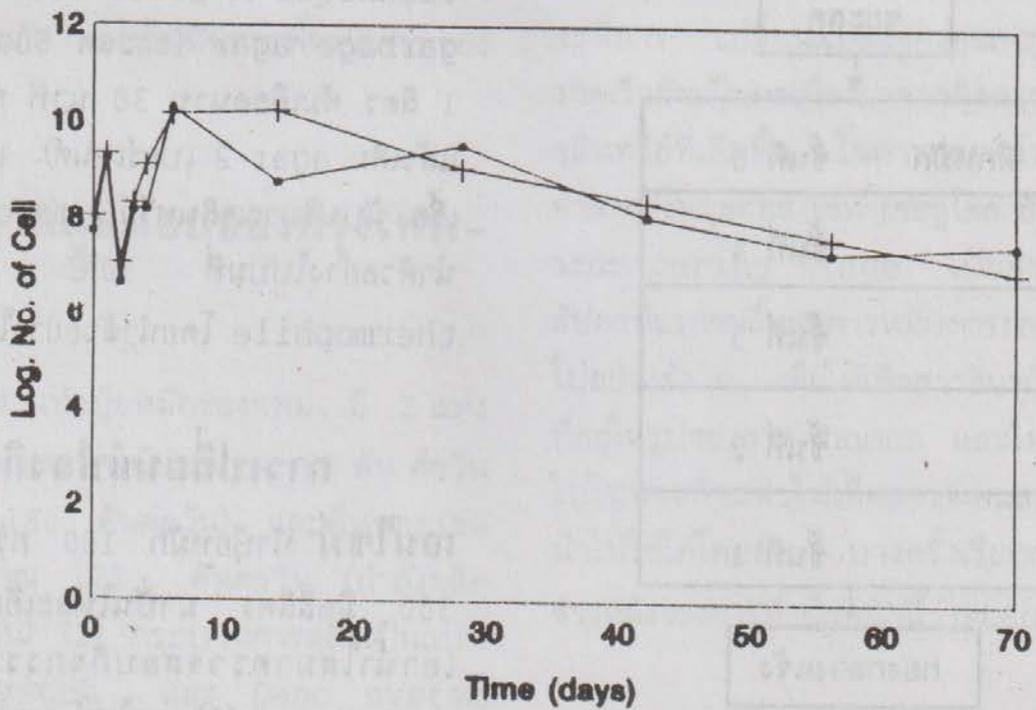
**ผลการทดลอง**

**จุลินทรีย์ในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก**

ตัวการที่มีบทบาทสำคัญที่สุดในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก คือ จุลินทรีย์ที่ทำให้เกิดการย่อยสลายสารอินทรีย์ต่าง ๆ จุลินทรีย์เหล่านี้แบ่งได้เป็น 3 กลุ่ม คือ Mesophile, Thermotolerance mesophile และ Thermophile (6)

จุลินทรีย์ในกลุ่ม Mesophile เจริญได้ดีในช่วง 2-3 วันแรกของการทำปุ๋ยหมัก

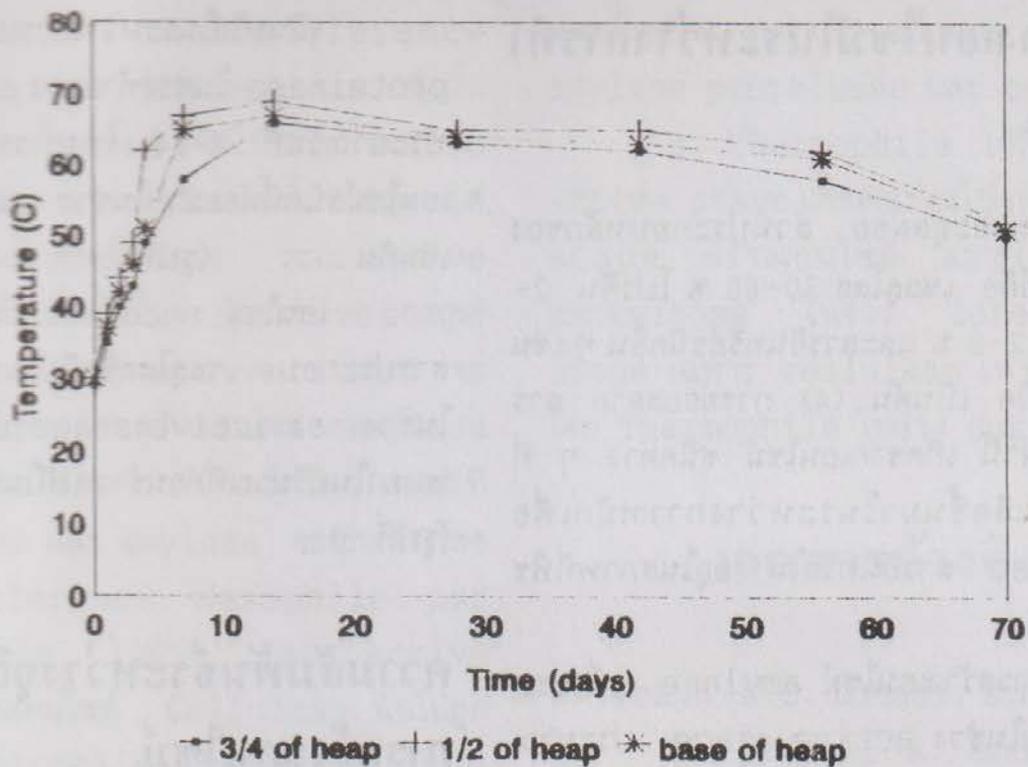
(รูปที่ 2) ซึ่งอุณหภูมิในคอกหมักจะอยู่ประมาณ 30-40°C (รูปที่ 3) ขณะที่การหมักดำเนินต่อไปในช่วง active stage อุณหภูมิเพิ่มขึ้นเรื่อย ๆ ถึง 60-70°C ในประมาณวันที่ 10 ของการหมัก ยังคงพบจุลินทรีย์ Mesophile เพิ่มจำนวนมากขึ้น จุลินทรีย์กลุ่มหลังนี้คือ Thermotolerance mesophile และการเจริญลดน้อยลงในช่วง Curing stage Thermophile มีปริมาณเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็วในช่วง active stage และลดลงเล็กน้อยในช่วง curing stage (รูปที่ 4)



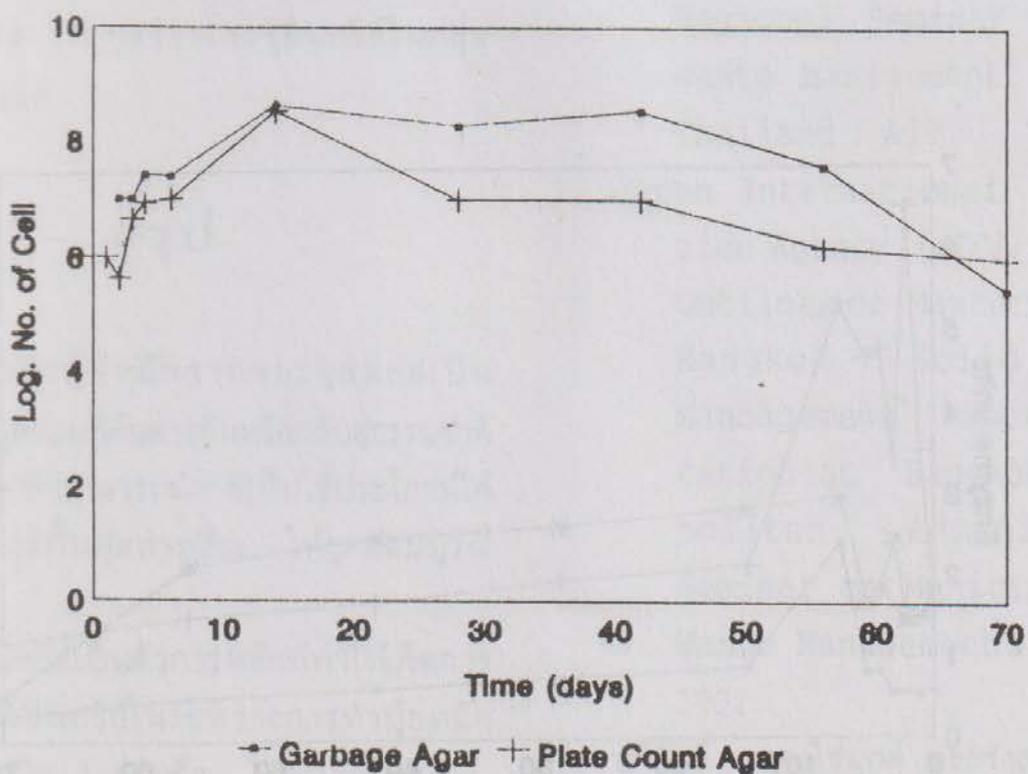
● Garbage Medium + Plate Count Agar

รูปที่ 2 การเปลี่ยนแปลงของ Mesophile ในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก

- Total plate count
- บ่มที่ 30°C



รูปที่ 3 การเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก



รูปที่ 4 การเปลี่ยนแปลงของ Thermophile ในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก

- Total plate count
- ปุ่มที่ 60°C

## การสร้างเอนไซม์ในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก

ในขณะมูลฝอย ส่วนประกอบหลักของสารอินทรีย์คือ เซลลูโลส 30-60 % โปรตีน 2-8 % แป้ง 2-8 % และสารอินทรีย์ชนิดอื่น ๆ เช่น ลิกนิน ลิพิด เป็นต้น (4) การย่อยสลาย สารอินทรีย์เหล่านี้ เกิดจากเอนไซม์ ชนิดต่าง ๆ ที่จุลินทรีย์ผลิตขึ้นมาในระหว่างการหมักเพื่อ hydrolyse สารอินทรีย์ให้อยู่ในสภาพที่พืชนำไปใช้ได้

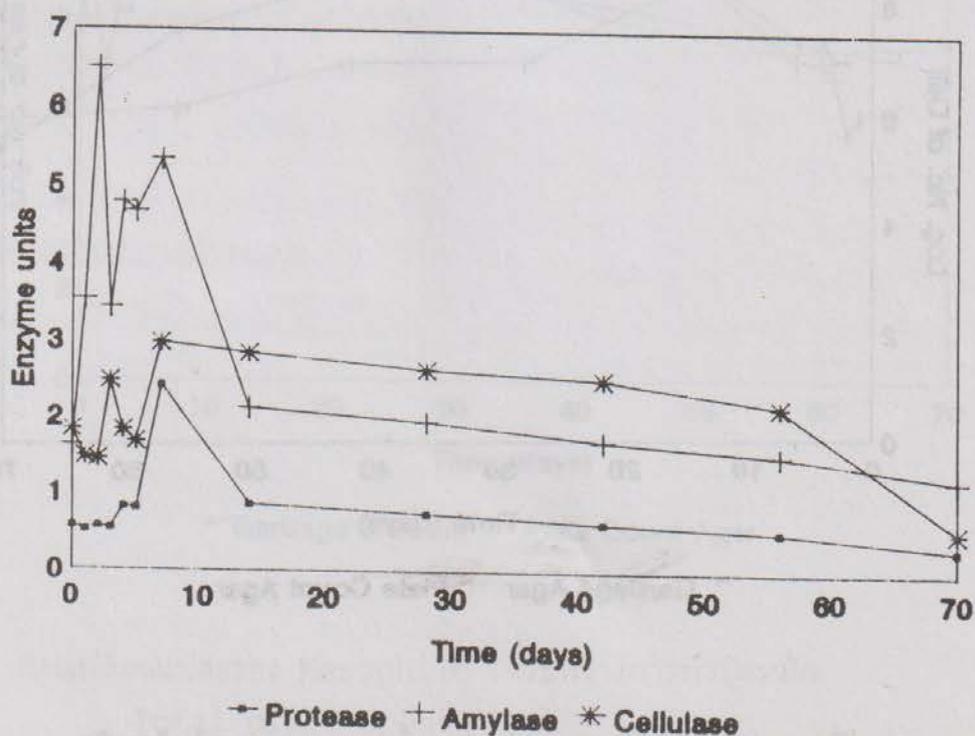
การสร้างเอนไซม์ amylase เพื่อย่อยแป้งนั้นพบในช่วง active stage ประมาณวันที่ 1-14 ของการหมัก ส่วนใน curing stage นั้นพบการสร้างเอนไซม์ชนิดนี้น้อยมาก (รูปที่ 5)

จุลินทรีย์ในระหว่างการหมักสร้างเอนไซม์ proteinase ในช่วงท้ายของ active stage ประมาณวันที่ 7-14 ของการหมัก และสร้างเอนไซม์ชนิดนี้น้อยมากในช่วง curing stage เช่นกัน (รูปที่ 5)

เอนไซม์ cellulase ย่อยสลายสารประกอบ เซลลูโลสซึ่งมีปริมาณมากที่สุดพบในช่วง ของ active stage บ้างเล็กน้อยและพบมากในปริมาณที่ค่อนข้างคงที่ในช่วงของ 2 เดือน (รูปที่ 5)

## ความสัมพันธ์ระหว่างจุลินทรีย์และการสร้างเอนไซม์

ในช่วง 2 สัปดาห์แรกของการทำปุ๋ยหมัก จุลินทรีย์ที่มีบทบาทเป็นทั้ง 3 กลุ่มคือ



รูปที่ 5 การเปลี่ยนแปลงของเอนไซม์ชนิดต่าง ๆ ในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก

Mesophile, Thermotolerance mesophile และ Thermophile ดังนั้นกิจกรรมของเอนไซม์ทั้ง 3 ชนิดในระยะ active stage จึงน่าจะมาจากจุลินทรีย์ทั้ง 3 กลุ่ม แต่หากพิจารณาละเอียดโดยแบ่ง ระยะ active atage ออกเป็นช่วงต้น(early active stage) และช่วงท้าย (late active stage) จะพบว่า mesophile สร้างเอนไซม์ amylase และ cellulase บ้างเล็กน้อยในขณะที่ proteinase และ amylase จะถูกสร้างโดย Thermotolerance mesophile และ Thermophile ในช่วง late active stage ส่วนเอนไซม์ Cellulase นั้นไม่ถูกสร้างโดย mesophile แต่ถูกเหนี่ยวนำให้สร้างในช่วง late active stage ด้วย thermotolerance mesophile และ Thermophile ในช่วงของ curing stage cellulase ถูกสร้างโดยจุลินทรีย์ในกลุ่ม Thermophile

## สรุป

การทำปุ๋ยหมักจากขยะมูลฝอยเป็นวิธีการกำจัดมูลฝอยที่คืบสารอินทรีย์กลับสู่ธรรมชาติ โดยไม่เป็นพิษพิษสามารถนำกลับไปใช้ประโยชน์ได้ รวมทั้งเป็นการฟื้นฟูสภาพดิน ให้อุดมสมบูรณ์อีกด้วย

จุลินทรีย์เป็นตัวการหลักที่ทำให้เกิดการย่อยสลายสารอินทรีย์ในระหว่างการทำปุ๋ยหมัก โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มคือ

1. Mesophile เจริญในช่วงต้น active stage และสร้างเอนไซม์ amylase เพื่อย่อยสลายแป้งเป็นหลักใหญ่
2. Thermotolerance mesophile เจริญในช่วงท้าย active stage และมีปริมาณ

ลดลงในช่วง curing stage สร้างเอนไซม์ amylase proteinase และ cellulase

3. Thermophile เจริญในช่วงท้าย active stage และต่อเนื่องไปจนถึง curing stage สร้างเอนไซม์ amylase และ proteinase ในช่วง late active stage เฉพาะ cellulase เท่านั้นที่ถูกสร้างโดย Thermophile ในช่วง curing stage

## เอกสารอ้างอิง

1. Thanh, N.C. Lohani, B.N., Betts, M., Bidwell, R., and Gunther, T.1979 "Waste Disposal and Resource Recovery" Porceedings of the 2<sup>nd</sup> Regional Seminar on solid waste Management. Bangkok, Thailand : AIT.
2. Japan International Cooperation Agency (JICA) 1991 "The Outlines of Master Plan on Bangkok Solid Waste Management" Paper presentation at Bangkok metropolitan Administration Seminar on Municipal Solid Waste Management 23<sup>rd</sup> anuary 1991.
3. อติศักดิ์ ทองไข่มุกต์ และรังสรรค์ ปิ่นทอง 2531 "การจัดการมูลฝอยและสิ่งปฏิกูล," รายงานสถานการณ์สิ่งแวดล้อม พ.ศ. 2530, กองมาตรฐานคุณภาพสิ่งแวดล้อม สำนักงานคณะกรรมการสิ่งแวดล้อมแห่งชาติ, กรกฎาคม 2531.

# การศึกษาเปรียบเทียบระหว่าง Univariate T-test และ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test ในการทดสอบสมมติฐานของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย สำหรับหนึ่งประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

## (A Comparative Study on Univariate T-Test and Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-Test in Testing Hypothesis About Mean Vector for a Multivariate Normal Population)

ดร. อโนทัย ศรีวานิช \*

### บทคัดย่อ

ในการทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ยสำหรับข้อมูลตัวแปรพหุ  $m$  ตัว จากหนึ่งประชากร (หรือสองประชากร) ที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ โดยทั่วไป เราสามารถกระทำได้โดยอาศัยตัวแบบทดสอบ T สำหรับตัวแปรเดียว (Univariate T-test) หรือ ตัวแบบทดสอบ โฮเทลลิง-ทีกำลังสอง สำหรับตัวแปรพหุ (Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test) ซึ่งการเปรียบเทียบผลของการทดสอบระหว่างการใช้อย่างใดอย่างหนึ่งยังไม่เป็นที่ถกเถียงหรือศึกษากันอย่างแพร่หลาย ในการศึกษาครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาเปรียบเทียบผลของการทดสอบสมมติฐานโดยอาศัยตัวแบบทดสอบทั้งสอง เมื่อพิจารณาในแง่ของร้อยละของความแตกต่างของ ค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test เทียบกับ เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test จากข้อมูลที่ได้จากการจำลองขึ้น (simulation) ด้วยการกระทำซ้ำ ๆ กัน 20,000 ครั้งสำหรับแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา จากการศึกษาครั้งนี้พบว่า ถ้าความแตกต่างสูงสุด (สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร) ระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรจริง ( $\mu$ ) และ ค่าเฉลี่ยประชากร ที่คาดว่าจะจะเป็น ( $\mu_0$ ) มีค่าน้อย แบบทดสอบ Univariate T-test จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test ผลดังกล่าวจะเห็นได้ชัดมากขึ้น ถ้าจำนวนตัวแปรพหุ ( $m$ ) มากขึ้น นอกจากนี้ยังพบว่าเมื่อขนาดตัวอย่าง ( $n$ ) เพิ่มมากขึ้นก็ยิ่งจะทำให้ความแตกต่างระหว่างประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบทั้งสองลดน้อยลง ส่วนกรณีที่ค่าเฉลี่ยประชากรจริง ( $\mu$ ) เท่ากับ ค่าเฉลี่ยประชากรที่คาดว่าจะจะเป็น ( $\mu_0$ ) ประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบทั้งสองจะใกล้เคียงกัน และจะให้ค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุป ว่าปฏิเสธสมมติฐานหลัก ( $H_0$ ) ใกล้เคียงกับค่าระดับนัยสำคัญ ( $\alpha$ ) ที่กำหนดไว้

\* ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

## Abstract

In testing of a hypothesis whether a  $(m \times 1)$  multivariate normal population mean vector has a particular value  $\mu_0$ . Generally we can test by using Univariate T-test or Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test. However the differences between the two tests are not widely investigated or discussed; as we shall see. The objective of this study is to investigate and compare the property of these tests using the percentage difference in relative frequency of the conclusions that reject  $H_0$  for the Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test as compared to the Univariate T-test, for the range of maximum values of  $(\mu_j - \mu_{0j})$ ;  $j=1,2,\dots,m$ . The data were obtained through simulation with repeating 20,000 times for each predicament of the experiment. With this study, I found that when the maximum of the difference in mean values (at least one variable) between the true population means  $(\mu)$  and the expected population means  $(\mu_0)$  is small, using the Univariate T-test is more efficiency than Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test. This result will be more obvious if the number of variables increases. In addition, when the larger the sample size is, the smaller is the difference between the Univariate T-test and Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test. In the case When the true population mean vector equals to the expected population mean vector, there is a little difference between the two tests and each test provides the values of the conclusions that rejects  $H_0$  (approximate) equal the given  $\alpha$  value.

## การทดสอบสมมติฐานของค่าเฉลี่ย สำหรับข้อมูลตัวแปรพหุจากหนึ่งประชากร

กำหนดให้  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_m)'$  แทนเวกเตอร์สุ่ม (random vector) ที่ประกอบด้วย  $m$  ตัวแปร และ มีการแจกแจงแบบปกติพหุ (multivariate normal) โดยมี  $m \times 1$  เวกเตอร์ ค่าเฉลี่ยของประชากร (population mean vector) ขนาด  $m \times 1$  ซึ่งแทนด้วย  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)'$  และเมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของประชากร (population covariance matrix) ขนาด  $m \times m$  แทนด้วย  $\Sigma = E(\mathbf{X} - \mu)(\mathbf{X} - \mu)'$  ดังนั้นฟังก์ชันความหนาแน่นของ  $\mathbf{X}$  จะอยู่ในรูป

$$(2\pi)^{-\frac{m}{2}} (\det \Sigma)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{X} - \mu)' \Sigma^{-1} (\mathbf{X} - \mu)\right)$$

สมมติว่าสุ่มตัวอย่างจากประชากรนี้มาขนาด  $n$  อาศัยคุณสมบัติของตัวประมาณค่า (Anderson (1984) and Harris (1975)) จะได้ตัวประมาณค่าสำหรับเวกเตอร์ค่าเฉลี่ยของประชากร  $\mu$  และ

เมตริกซ์ความแปรปรวนร่วมของประชากร  $\Sigma$  คือ

$$\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_m)'$$

และ

$$S = [s_{jk}] = \left[ \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)(x_{ik} - \bar{x}_k) \right] ; j, k = 1, 2, \dots, m$$

ตามลำดับ เมื่อ

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^n x_{ij}}{n} ; j = 1, 2, \dots, m$$

และ  $x_{ij}$  คือ ค่าสังเกตของตัวแปร  $x_j$  ที่วัดได้จากหน่วยตัวอย่างที่  $i$

สุ่มตัวอย่างขนาด  $n$  จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุ  $m$  ตัวแปร ที่ไม่ทราบค่าเมตริกซ์ ความแปรปรวนร่วม ถ้าต้องการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยที่มีสมมติฐานหลัก  $H_0: \mu = \mu_0$  เทียบกับ สมมติฐานรอง  $H_1: \mu \neq \mu_0$  ณ ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  นั้น เราสามารถทำการทดสอบได้โดยอาศัยตัวแบบทดสอบ 2 แบบ คือ

1. ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test
2. ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test

### ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test

Manly (1986) แสดงให้เห็นว่า ถ้าต้องการทดสอบสมมติฐานดังกล่าวด้วยตัวแบบทดสอบชนิดนี้ ก็สามารถกระทำการทดสอบได้ด้วยการคำนวณหาค่าตัวสถิติทดสอบ

$$T_j = \frac{\bar{x}_j - \mu_{0j}}{\sqrt{s_j^2/n}} \quad \text{-----(1)}$$

เมื่อ

$$s_j^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n-1}$$

สำหรับแต่ละตัวแปร  $j = 1, 2, \dots, m$  และ จะปฏิเสธ  $H_0$  ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ถ้ามีอย่างน้อย 1 ค่าของตัวสถิติทดสอบ  $T_j$  ที่  $|T_j| > |t_{\alpha/2m, n-1}|$  หรือ อย่างน้อย 1 ตัวแปรที่มีค่าความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อ  $H_0$  เป็นจริง น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $\alpha/m$

### ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's $T^2$ -test

ในการทดสอบสมมติฐานค่าเฉลี่ย เมื่ออาศัยตัวแบบทดสอบพหุ เราจะต้องคำนวณหาตัวสถิติ Hotelling's  $T^2$  ก่อน โดยที่

$$T^2 = n (\bar{x} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{x} - \mu_0)$$

หลังจากนั้น คำนวณหาค่า

$$W = \frac{(n-m)T^2}{m(n-1)} \quad \text{-----}(2)$$

ซึ่ง  $W$  จะมีการแจกแจงแบบ  $F_{m, n-m}$  ภายใต้ข้อกำหนดว่า  $H_0$  เป็นจริง และจะปฏิเสธ  $H_0$  ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ถ้า  $W > F_{\alpha, m, n-m}$  หรือ  $\text{prob}(F_{m, n-m} > W) < \alpha$

เพื่อให้เข้าใจยิ่งขึ้นลองพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงวิธีการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยที่มีลักษณะสมมติฐานตั้งที่กล่าวมาแล้วข้างต้น โดยใช้ตัวแบบทดสอบทั้งสอง

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาข้อมูลจากตัวอย่างขนาด  $n = 48$  ที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจง แบบปกติพหุ ชนิด  $m = 3$  แต่ไม่ทราบค่า  $\mu$  และ  $\Sigma$  โดยจากตัวอย่างชุดนี้คำนวณค่า  $\bar{x}$  และ  $S$  ได้ดังนี้

$$\bar{x} = (11.23 \quad 6.92 \quad 8.33)\hat{u}$$

$$S = \begin{bmatrix} 110.5638 & -18.1511 & -13.9723 \\ -18.1511 & 15.7383 & -0.7383 \\ -13.9723 & -0.7383 & 18.7809 \end{bmatrix}$$

ผู้วิจัยคาดว่า  $\mu_0 = (10 \quad 10 \quad 10)\hat{u}$  ณ ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$

ดังนั้น จึงต้องทดสอบสมมติฐาน  $H_0: \mu = \mu_0$  เทียบกับ  $H_1: \mu \neq \mu_0$  ที่ระดับนัยสำคัญดังกล่าว

#### วิธีทดสอบ

-อาศัยแบบทดสอบ Univariate T-test

จากสมการ (1) คำนวณตัวสถิติ  $T_j ; j = 1, 2, 3$

$$T_1 = \frac{11.23 - 10}{\sqrt{110.5638/48}} = 0.81$$

$$T_2 = \frac{6.92 - 10}{\sqrt{15.7383/48}} = -5.38 *$$

$$T_3 = \frac{8.33 - 10}{\sqrt{18.7809/48}} = -2.66 *$$

เมื่อนำค่า |T<sub>j</sub>| เทียบกับ |t(0.05)/6, 47| = 2.4827 (เปิดจากตารางการแจกแจง t)

เราจะได้ว่า |T<sub>2</sub>| และ |T<sub>3</sub>| มีค่ามากกว่า |t(0.05)/6, 47|

ดังนั้น ณ ระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ที่กำหนด จึงปฏิเสธ H<sub>0</sub> ที่ว่า μ = (10 10 10)'

-อาศัยแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test

จากข้อมูลที่กำหนด จะได้  $(\bar{x} - \mu_0)' = (1.23 \ -3.08 \ -1.67)'$

และ 
$$T^2 = n (\bar{x} - \mu_0)' S^{-1} (\bar{x} - \mu_0)$$

$$= 48 (1.23 \ -3.08 \ -1.67) \begin{bmatrix} 0.0128 & 0.0183 & 0.0102 \\ 0.0183 & 0.0818 & 0.0146 \\ 0.0102 & 0.0146 & 0.0614 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.23 \\ -3.08 \\ -1.67 \end{bmatrix}$$

$$= 48 \times 0.9604$$

$$= 46.0992$$

จากสมการ (2) 
$$W = \frac{(n-m)T^2}{m(n-1)}$$

แทนค่า n, m และ T<sup>2</sup>

จะได้ 
$$W = 14.7130$$

เมื่อนำค่า W เทียบกับ F<sub>0.05, 3, 45</sub> = 2.8115 (เปิดจากตารางการแจกแจง F) จะเห็นได้ว่า

ค่า 
$$W > F_{0.05, 3, 45}$$

ดังนั้น ณ ระดับนัยสำคัญ α = 0.05 ที่กำหนด จึงปฏิเสธ H<sub>0</sub> ที่ว่า μ = (10 10 10)'

ตัวอย่างที่ 2 สมมติสุ่มตัวอย่างขนาด n = 48 จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุชนิด m = 3 แต่ไม่ทราบค่า μ และ Σ พบว่า

$$\bar{x} = (0.41 \ -0.05 \ -0.08)'$$

$$S = \begin{bmatrix} 1.1883 & -0.1892 & -0.1066 \\ -0.1892 & 0.8891 & 0.1182 \\ -0.1066 & 0.1182 & 1.1169 \end{bmatrix}$$

ต้องการทดสอบสมมติฐาน  $H_0: \mu = (0 \ 0 \ 0)'$  เทียบกับ  $H_1: \mu = (0 \ 0 \ 0)'$  ว่า มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$

วิธีทดสอบ

ถ้าใช้ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test เราจะคำนวณค่าสถิติ  $T_j$  โดยอาศัยสมการ (1) สำหรับตัวแปรแต่ละตัว ซึ่งจะได้

$$T_1 = 2.609^* \quad T_2 = -0.367 \quad T_3 = -0.524$$

จะเห็นว่า  $|T_1| > |t_{0.00833, 47}|$  ดังนั้น ณ ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$  ที่กำหนด จึงปฏิเสธ  $H_0$  ที่ว่า  $\mu = (0 \ 0 \ 0)'$

ถ้าใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test

จะคำนวณได้  $T^2 = 48 \times 0.1436 = 6.8928$  และ  $W = 2.1998$  ซึ่งมีค่าน้อยกว่า  $F_{0.05, 3, 45}$  ดังนั้นจากข้อมูลนี้ ณ ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$  ที่กำหนด เราไม่สามารถปฏิเสธ  $H_0$  ที่ว่า  $\mu = (0 \ 0 \ 0)'$

ตัวอย่างที่ 3 สำหรับตัวอย่างนี้สุ่มตัวอย่างขนาด  $n = 48$  จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ พหุชนิด  $m = 3$  แต่ไม่ทราบค่า  $\mu$  และ  $\Sigma$  โดยพบว่า

$$\bar{x} = (0.29 \ -0.22 \ -0.02)'$$

$$S = \begin{bmatrix} 1.0358 & 0.1935 & -0.1419 \\ -0.1935 & 0.7719 & 0.0260 \\ -0.1419 & 0.0260 & 0.8934 \end{bmatrix}$$

เช่นเดียวกันต้องการทดสอบสมมติฐาน  $H_0: \mu = (0 \ 0 \ 0)'$  เทียบกับ  $H_1: \mu = (0 \ 0 \ 0)'$  ว่ามีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$

วิธีการทดสอบ

ในทำนองเดียวกัน ถ้าใช้ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test เราคำนวณหาค่าสถิติ  $T_j$  โดยอาศัยสมการ (1) สำหรับตัวแปรแต่ละตัวจะได้

$$T_1 = 1.974 \quad T_2 = -1.735 \quad T_3 = -0.147$$

จะเห็นว่าไม่มี  $|T_j|$  ใดที่มีค่ามากกว่า  $|t_{0.00833, 47}|$  ดังนั้นจากข้อมูลนี้ ณ ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$  ที่กำหนด เราไม่สามารถปฏิเสธ  $H_0$  ที่ว่า  $\mu = (0 \ 0 \ 0)'$

แต่ถ้าใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test จะได้  $T^2 = 48 \times 0.1881 = 8.8848$  และ  $W = 2.8356$  ซึ่งมีค่ามากกว่า  $F_{0.05, 3, 45}$  ดังนั้นจากข้อมูลนี้ ณ ระดับนัยสำคัญ  $\alpha = 0.05$  ที่กำหนด จึงปฏิเสธ  $H_0$  ที่ว่า  $\mu = (0 \ 0 \ 0)'$

จากตัวอย่างที่ 1 ตัวอย่างที่ 2 และ ตัวอย่างที่ 3 ที่กล่าวมา จะเห็นว่าในตัวอย่างที่ 1 ไม่ว่าจะใช้ตัวแบบทดสอบใดผลของการทดสอบที่ได้ก็เหมือนกัน แต่ในตัวอย่างที่ 2 และ ตัวอย่างที่ 3 ผลของการทดสอบ จากการใช้ตัวแบบทดสอบทั้งสองจะให้ผลต่างกัน ดังนั้นจึงเป็นเหตุให้สนใจว่า โดยทั่วไป แล้วประสิทธิภาพของ ตัวแบบทดสอบทั้งสองสำหรับทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยพหุ จากหนึ่ง ประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติพหุจะต่างกันหรือคล้ายคลึงกันอย่างไร ดังจะได้กล่าวต่อไป

### ขอบเขตของการศึกษาครั้งนี้

1. สมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบครั้งนี้ คือ  $H_0: \mu = (0 \ 0 \ 0)'$  เทียบกับ  $H_1: \mu = (0 \ 0 \ 0)'$  โดยทดสอบว่ามีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่ ที่ระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  เท่ากับ 0.05 (จะได้  $\mu_0 = (0 \ 0 \ 0)'$ )

2. ศึกษาจำนวนตัวแปร ( $m$ ) ณ ระดับ 3 5 10 และ 15 ตัวแปร ที่ขนาดตัวอย่าง ( $n$ ) เท่ากับ 20 30 50 และ 100 ตามลำดับ

3. แต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา จะจำลองข้อมูล (simulation) ด้วยการกระทำซ้ำ ๆ กัน 20,000 ครั้ง โดยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo) และ ภาษาโปรแกรม 77 โดยสมมติว่า ตัวแปร  $m$  ตัว มีการแจกแจงแบบปกติพหุ ที่มี  $\mu$  มีลักษณะดังนี้

3.1.0 สำหรับทุกตัวแปร

3.2 มีอยู่ 1 ตัวแปรที่มีค่าเฉลี่ยประชากรเท่ากับ 0.05 0.10 0.15 0.2 0.25 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.75 0.8 0.9 1.0 1.1 1.2 1.25 1.3 1.4 1.5 1.75 2.0 3.0 หรือ 5.0 นอกนั้นมีค่าเท่ากับ 0

3.3 มีอยู่ 2 ตัวแปรที่มีค่าเฉลี่ยประชากรเท่ากับ 0.10 0.25 0.50 0.75 1.0 1.25 1.50 2.0 หรือ 3 นอกนั้นมีค่าเท่ากับ 0

3.4 มีอยู่ 3 ตัวแปรที่มีค่าเฉลี่ยประชากรเท่ากับ 0.25 0.50 0.75 1.0 1.50 หรือ 2.0 นอกนั้นมีค่าเท่ากับ 0

หมายเหตุ ทุกตัวแปรจะมีค่าความแปรปรวนของประชากรเท่ากับ 1 (ถ้าทดสอบสมมติฐาน)

4. เกณฑ์ในการเปรียบเทียบตัวแบบทดสอบทั้งสอง

4.1 ในกรณี ที่  $H_0: \mu = \mu_0$  เป็นจริง (กรณี 3.1) สำหรับแต่ละตัวแบบทดสอบ คำนวณหาค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  แล้วนำมาเปรียบเทียบกับ ค่าระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ที่กำหนดไว้

4.2 สำหรับกรณีที่  $H_0: \mu = \mu_0$  ไม่เป็นจริง (กรณี 3.2 3.3 และ 3.4) เปรียบเทียบตัวแบบทดสอบทั้งสองจากร้อยละของความแตกต่างของค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test เทียบกับ ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test ซึ่งแทนด้วย C.M.U. โดย

$$C.M.U. = 100 \times \frac{f_U - f_M}{f_U}$$

เมื่อ  $f_U$  = ค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อใช้ตัวแบบ ทดสอบ Univariate T-test

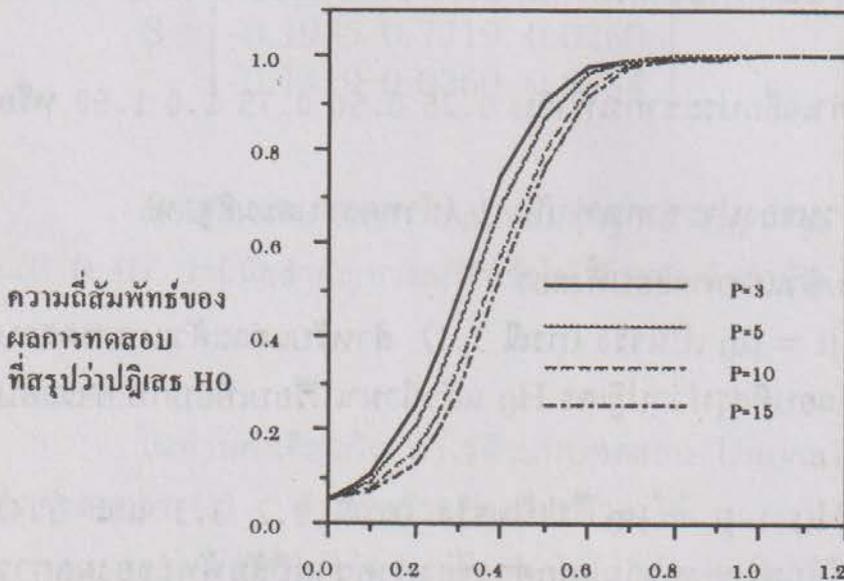
$f_M$  = ค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  เมื่อใช้ตัวแบบ ทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test

**ผลการศึกษา**

ในกรณีที่  $H_0 : \mu = \mu_0$  เป็นจริง (กรณี 3.1) พบว่าไม่ว่าจะใช้ตัวแบบทดสอบใด ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  จะมีค่าใกล้เคียงกับค่าระดับนัยสำคัญ  $\alpha$  ที่ตั้งไว้ ส่วนในกรณีที่  $H_0 : \mu = \mu_0$  ไม่เป็นจริง ผลสรุปสามารถแยกตามประเภทของตัวแบบทดสอบได้ดังนี้

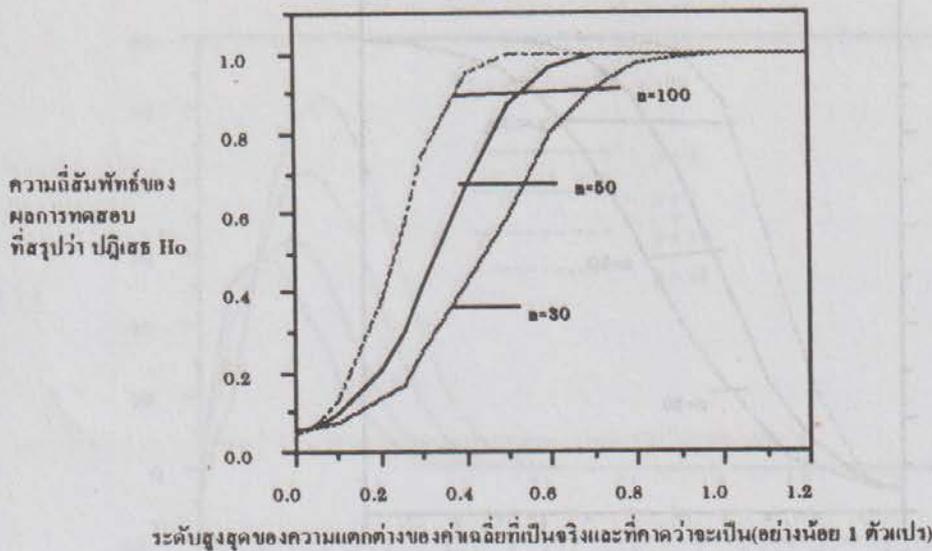
*-ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test*

ณ ระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่าง  $(\mu_j - \mu_{0j})$  สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร ที่มีค่าน้อยกว่า หรือเท่ากับ 0.9 พบว่า ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  ( $f_U$ ) จะมีการลดลงถ้าจำนวน ตัวแปรเพิ่มขึ้น (ดังแสดงในรูปที่ 1.) ซึ่งหมายความว่า ประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบจะลดลงถ้าจำนวนตัวแปรเพิ่มขึ้น ส่วนในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น พบว่า ณ ระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่าง  $(\mu_j - \mu_{0j})$  สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร ที่มีค่าน้อยกว่าหรือ เท่ากับ 1.1 ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  หรือประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบ จะมีค่าเพิ่มขึ้นถ้าขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น (ดังแสดงในรูปที่ 2.)



ระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริงและที่คาดว่าจะเป็น(อย่างน้อย 1 ตัวแปร)

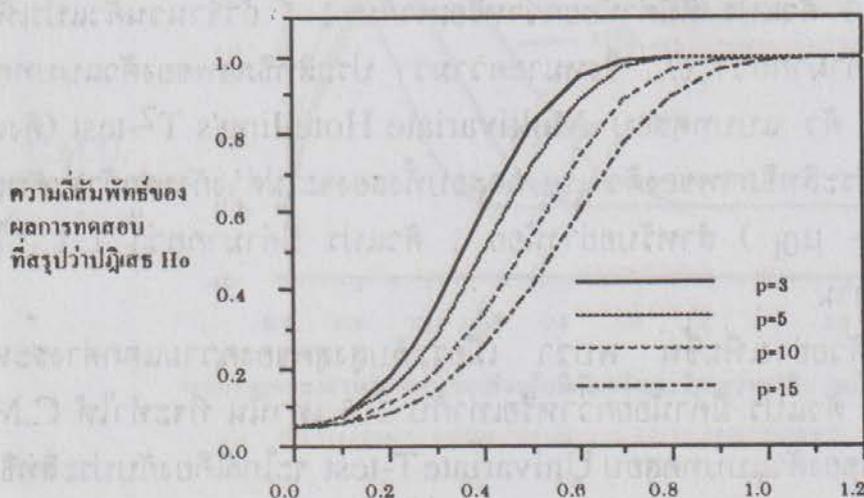
รูปที่ 1. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  และระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริง ( $\mu$ ) และที่คาดว่าจะเป็น ( $\mu_0$ ) เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test ณ ระดับตัวอย่างขนาด 50



รูปที่ 2. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  และระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริง ( $\mu$ ) และที่คาดว่าจะเป็น ( $\mu_0$ ) เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test ณ ระดับจำนวนตัวแปรเท่ากับ 5

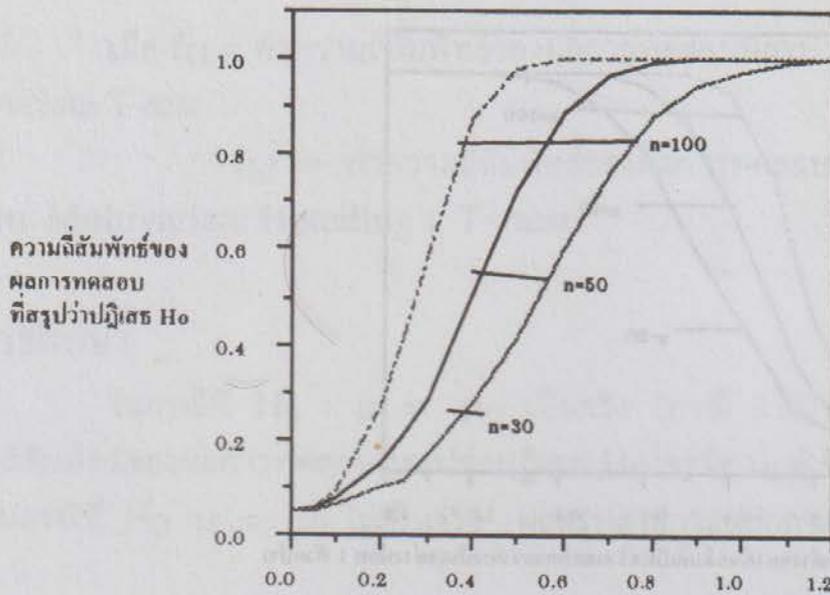
-ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test

กราฟรูปที่ 3 และ รูปที่ 4 จะแสดงให้เห็นว่า ความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  จากการใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test ( $f_M$ ) จะมีลักษณะคล้ายคลึงกันกับกราฟรูปที่ 1 และ กราฟรูปที่ 2 ซึ่งอธิบายมาแล้วสำหรับการทดสอบสมมุติฐานดังกล่าวเมื่ออาศัยตัวแบบทดสอบ Univariate T-test



ระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริงและที่คาดว่าจะเป็น(อย่างน้อย 1 ตัวแปร)

รูปที่ 3. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  และระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริง ( $\mu$ ) และที่คาดว่าจะเป็น ( $\mu_0$ ) เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test ณ ระดับตัวอย่างขนาด 50

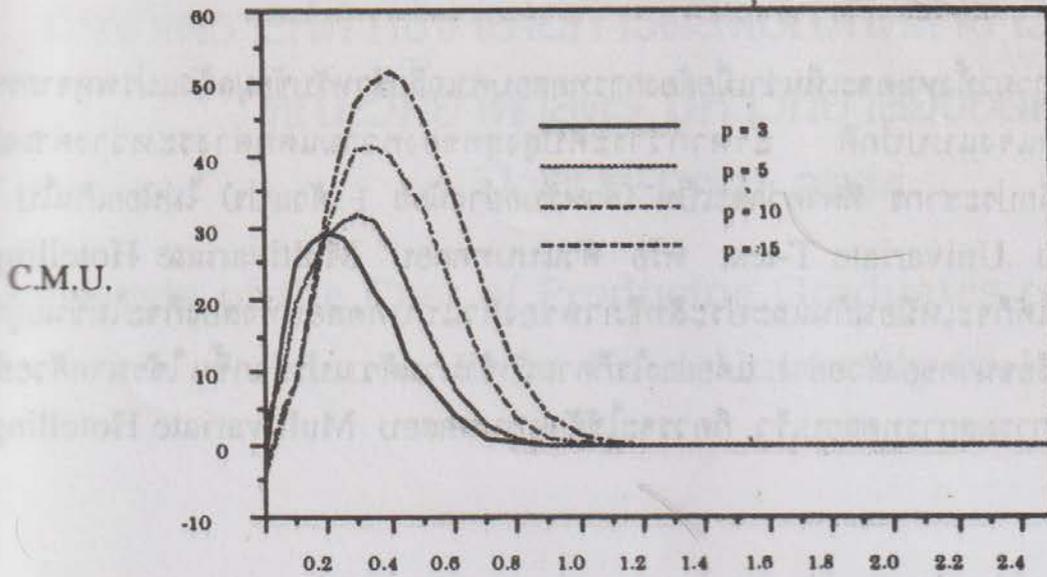


ระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริงและที่คาดว่าจะเป็น (อย่างน้อย 1 ตัวแปร)

รูปที่ 4. แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่าความถี่สัมพัทธ์ของผลการทดสอบที่สรุปว่าปฏิเสธ  $H_0$  และระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่เป็นจริง ( $\mu$ ) และที่คาดว่าจะเป็น ( $\mu_0$ ) เมื่อใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test ณ ระดับจำนวนตัวแปรเท่ากับ 5

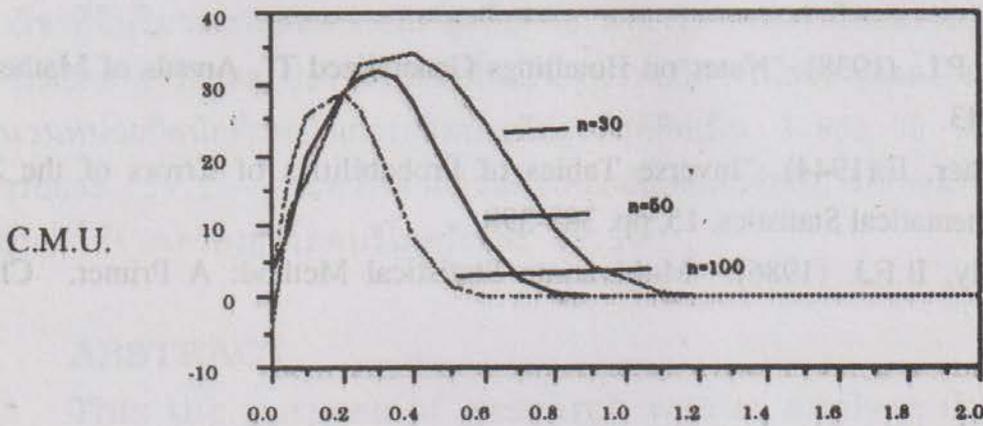
แต่ถ้าเปรียบเทียบระหว่างตัวแบบทดสอบ Univariate T-test และ ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test แล้วจะพบว่า ณ ระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่าง ( $\mu_j - \mu_{0j}$ ) สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร ที่มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1.1 ถ้าจำนวนตัวแปรเพิ่มขึ้นค่า C.M.U. จะเพิ่มขึ้น (และมีค่ามากกว่า 0) ซึ่งหมายความว่า ประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบ Univariate T-test จะสูงกว่า ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test (ดังแสดงในรูปที่ 5.) นอกจากนี้ยังพบว่าประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบทั้งสองจะไม่ต่างกันเลยถ้าระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่าง ( $\mu_j - \mu_{0j}$ ) สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร มีค่ามากกว่า 1.1 ไม่ว่าจำนวนตัวแปรจะเพิ่มขึ้นหรือไม่ก็ตาม

ส่วนในกรณีที่ขนาดตัวอย่างเพิ่มขึ้น พบว่า เมื่อระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่าง ( $\mu_j - \mu_{0j}$ ) สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร มีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1.5 เท่านั้น ที่จะทำให้ C.M.U. มีค่าลดลง กล่าวคือ ประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบ Univariate T-test จะใกล้เคียงกับประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test มากขึ้น ส่วนเมื่อ ระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่าง ( $\mu_j - \mu_{0j}$ ) สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร ที่มีค่ามากกว่า หรือเท่ากับ 1.5 พบว่าประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบทั้งสองจะคล้ายคลึงกันไม่ว่าขนาดตัวอย่าง จะเป็นเท่าไรก็ตาม (ดังแสดงในรูปที่ 6.)



ระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่ป็นจริงและที่คาดว่าจะเป็น (อย่างน้อย 1 ตัวแปร)

รูปที่ 5. แสดงการเปรียบเทียบระหว่างตัวแบบทดสอบ Univariate T-test และ ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test เมื่อจำนวนตัวแปรเปลี่ยนไป ณ ระดับตัวอย่างขนาด 50



ระดับสูงสุดของความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่ป็นจริงและที่คาดว่าจะเป็น (อย่างน้อย 1 ตัวแปร)

รูปที่ 6 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างตัวแบบทดสอบ Univariate T-test และ ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's T<sup>2</sup>-test เมื่อจำนวนตัวแปรเปลี่ยนไป ณ ระดับจำนวนตัวแปร 5

## สรุป

จากที่กล่าวมาทั้งหมดจะเห็นว่าเมื่อต้องการทดสอบค่าเฉลี่ยสำหรับข้อมูลตัวแปรพหุจากหนึ่งประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ถ้าหากว่าระดับสูงสุดของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากรจริงกับค่าเฉลี่ยประชากร ที่คาดว่าจะเป็น (สำหรับอย่างน้อย 1 ตัวแปร) ไม่น้อยเกินไป ไม่ว่าจะใช้ตัวแบบทดสอบ Univariate T-test หรือ ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test ผลสรุปที่ได้ก็จะเหมือนกันและประสิทธิภาพของตัวแบบทดสอบทั้งสองก็จะไม่ขึ้นอยู่กับขนาดจำนวนตัวแปรหรือขนาดของตัวอย่าง แต่อย่างไรก็ตามถ้าจำนวนตัวแปรมากขึ้น ใช้ขนาดตัวอย่างพอประมาณ และต้องการผลการทดสอบเร็ว ก็ควรจะใช้ตัวแบบทดสอบ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -test

## เอกสารอ้างอิง

1. Anderson, T.W. (1984). An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. John Wiley & Son, New York.
2. Chatfield, C. and Collins, A.J. (1980). Introduction to Multivariate Analysis. Chapman and Hall Ltd. (London).
3. Cooley, W.W and Lohnes, P.R. (1971). Multivariate Data Analysis. John Wiley & Sons Inc. New York.
4. Harris, R.J. (1975). A Primer of Multivariate Statistical Analysis. John Wiley, Inc. New York.
5. Hsu, P.L. (1938). "Notes on Hotellings Generalized T", Annals of Mathematical Statistics, 9, pp. 231-243.
6. Lehmer, E. (1944). "Inverse Tables of Probabilities of Errors of the Second Kind", Annals of Mathematical Statistics, 15, pp. 388-398.
7. Manly, B.F.J. (1986). Multivariate Statistical Method: A Primer. Chapman and Hall, inc. London.

# การวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายในการผลิตบัณฑิตสาขาวิชาต่างๆ ของ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปีงบประมาณ 2534

(Analysis of the Cost of Producing Graduates of the Faculty of  
Science, Khon Kaen University in 1991)

วิชา ไซคีวิทยา มงคล \*

ปรามอทย์ ครอบยุทธ \*

จินตนา สุประคิษฐอาภรณ์ \*\*

วัลยา สุนทรพิทักษ์ \*\*\*

## บทคัดย่อ

จากการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายในการลงทุนผลิตบัณฑิตระดับปริญญาตรี ในปีงบประมาณ 2534 ของสาขาวิชาต่างๆ ในคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น พบว่าโดยเฉลี่ยแล้วมีค่าใช้จ่ายต่อหัวนักศึกษา (COST/HEAD) เท่ากับ 189,970.08 บาท คิดเป็นงบดำเนินการ<sup>(1)</sup> ร้อยละ 38.67 นอกนั้นเป็นงบลงทุน<sup>(2)</sup> สำหรับค่าใช้จ่ายต่อหน่วยกิตนักศึกษา (COST/SCH) โดยเฉลี่ยแล้วเท่ากับ 508.47 บาท คิดเป็นหมวดเงินเดือนค่าจ้างร้อยละ 67.86 นอกนั้นเป็นหมวดค่าตอบแทนใช้สอยวัสดุ สาขาวิชาที่มีปริมาณงานสอน (SCH) สูงที่สุดคือ สาขาวิชาเคมีเท่ากับ 21,031 SCH คิดเป็น SCH ที่ให้บริการนอกสาขาร้อยละ 81.77 นอกนั้นเป็นการให้บริการในสาขาตนเอง สาขาวิทยาการคอมพิวเตอร์ มีจำนวนหน่วยกิตนักศึกษาในการผลิตบัณฑิตสูงที่สุดคิดเป็น 3,853.00 SCH โดยรับบริการจากนอกสาขาร้อยละ 57.25 และค่าใช้จ่ายส่วนตัวโดยเฉลี่ยต่อหัวต่อปีการศึกษาเท่ากับ 23,444.14 บาท คิดเป็นค่าใช้จ่ายเครื่องอุปโภคบริโภคร้อยละ 89.54

## ABSTRACT

This the purpose of research was to analyse the cost of producing graduates of the FACULTY OF SCIENCE , Khon Kaen University in 1991. The results showed that the COST/HEAD was 189,970.08 baht. Of this, 38.67 % was the operating budget and 61.33 % wass the capital budget . The

\* อาจารย์ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

\*\* เจ้าหน้าที่วิเคราะห์นโยบายและแผน คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

\*\*\* นักวิชาการศึกษาระดับ 5 คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

(1) คือค่าใช้จ่ายในกลุ่มของเงินเดือนค่าจ้างและค่าตอบแทนใช้สอยวัสดุ

(2) คือค่าใช้จ่ายในกลุ่มของค่าครุภัณฑ์ ค่าที่ดินและสิ่งก่อสร้าง

average COST/SCH was 508.47 baht, 67.86 % of which was salaries and 32.14 % was expenses. The Chemistry Department had 21,031 SCH, which was the highest. Of this 81.77 % was for servicing outside the Department. The Computer Science Department had the maximum SCH for graduate production which was 3,853 SCH. Of this, 57.25 % was for servicing students from outside Department. The average student expense/head/year was 23,444.14 baht. Of the 89.54 % was for living expenses.

### บทนำ

การศึกษาเป็นปัจจัยสำคัญที่ก่อให้เกิดการเรียนรู้ ซึ่งในการศึกษาระดับอุดมศึกษานั้นเป็นการผลิตกำลังคนให้มีประสิทธิภาพและใช้เงินลงทุนต่อคนค่อนข้างสูงเมื่อเทียบกับการศึกษาระดับอื่น ๆ ดังจะเห็นได้ว่างบประมาณที่ให้แก่นักศึกษาในมหาวิทยาลัย 1 คนนั้น ถ้านำไปใช้ในโรงเรียนประถมศึกษาจะรับนักเรียนได้ถึง 12 คน หรือถ้านำไปให้โรงเรียนมัธยมศึกษาจะรับนักเรียนได้ถึง 9 คน (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ : 2526) อย่างไรก็ตาม การศึกษาระดับอุดมศึกษานั้น ถือว่าเป็นการลงทุนทางการศึกษาที่สำคัญของประเทศชาติ ดังนั้น มหาวิทยาลัยจึงต้องมีการวางแผนและบริหารงบประมาณทางการศึกษาให้เป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด

คณะวิทยาศาสตร์ได้เปิดสอนและให้บริการทางการศึกษามาตั้งแต่ปี พ.ศ.2507 ได้พยายามวางแผนบริหารงบประมาณดังกล่าวให้มีประสิทธิ-

ภาพมากที่สุดเช่นกัน ซึ่งทางคณะจำเป็นจะต้องทราบการดำเนินงานเรื่องค่าใช้จ่ายในการผลิตบัณฑิตของสาขาวิชาต่าง ๆ ในคณะว่าจะต้องจ่ายเงินเป็นจำนวนเท่าใด ดังนั้นทางคณะจึงจัดทุนอุดหนุนการวิจัยดังกล่าวขึ้น และทางคณะผู้วิจัยเห็นว่าควรจะดำเนินการด้วยวิธีการวิเคราะห์ที่เหมาะสม เช่น ในการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายจะต้องคำนึงถึงปริมาณงานสอนที่สอนนักศึกษาภายในคณะของตนเอง และให้บริการสอนแก่นักศึกษาคณะอื่นด้วย ทั้งนี้เพื่อจะหาหยอดค่าใช้จ่ายในลักษณะของค่าใช้จ่ายต่อหน่วย (Unit Cost) ในการผลิตบัณฑิตสาขาวิชาต่าง ๆ อย่างแท้จริงหรือใกล้เคียงความเป็นจริงมากที่สุด

### วัตถุประสงค์

1. เพื่อวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายของคณะวิทยาศาสตร์ ในการลงทุนเพื่อผลิตบัณฑิตปริญญาตรีสาขาวิชาต่าง ๆ
2. เพื่อวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายต่อหน่วยกิตนักศึกษา (Cost per Student Credit Hour: COST/SCH) ของสาขาวิชาต่าง ๆ ในคณะวิทยาศาสตร์
3. เพื่อคำนวณค่าใช้จ่ายต่อหัวของนักศึกษา (Cost per Student Head: COST/HEAD) โดยแยกพิจารณาเป็นค่าใช้จ่ายงบดำเนินงาน และค่าใช้จ่ายงบลงทุน ทั้งส่วนที่จ่ายจากงบประมาณแผ่นดิน และงบประมาณเงินรายได้ ของแต่ละสาขาวิชา
4. เพื่อประเมินค่าใช้จ่ายส่วนตัวของนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ ในสาขาวิชาต่าง ๆ

### ขอบเขตของการวิจัย

1. ข้อมูลที่ใช้ในการวิเคราะห์ใช้ข้อมูลของปีงบประมาณ 2534 (1 ตค. 33 ถึง 30 กย. 34)

เป็นเกณฑ์ โดยแยกออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่  
งบดำเนินการกับงบลงทุน

2. การวิจัยครั้งนี้ศึกษาเฉพาะนักศึกษา  
ระดับปริญญาตรี ที่ลงทะเบียนเรียนในปีการศึกษา  
2534 เท่านั้น

3. จำนวนหน่วยกิตนักศึกษาต่อภาระงาน  
คิดตามช่วงปีงบประมาณ 2534 เช่นเดียวกัน

4. การวิจัยครั้งนี้มุ่งที่จะหาข้อเท็จจริง  
เกี่ยวกับค่าใช้จ่าย ในการผลิตบัณฑิตระดับ  
ปริญญาตรีของคณะวิทยาศาสตร์จำแนกตามสาขา  
วิชา ไม่ได้มุ่งที่จะประเมินประสิทธิภาพภายใน  
ของสถาบันว่ามีการใช้ทรัพยากรต่าง ๆ เต็มที่  
มากน้อยเพียงใด

5. ข้อมูลเกี่ยวกับค่าใช้จ่ายส่วนตัวของ  
นักศึกษา ส่วนใหญ่เกิดจากการประมาณของ  
ผู้ตอบซึ่งอาจจะคลาดเคลื่อนจากสภาพการใช้จ่าย  
ตามความเป็นจริง

6. ในการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายส่วนตัวนั้น  
จะไม่รวมค่าหอพักกรณีพักในหอพักที่มหาวิทยาลัย  
จัดให้ และไม่รวมค่าธรรมเนียมการศึกษา เพราะ  
ถือว่ารวมอยู่ในเงินรายได้ของมหาวิทยาลัย  
เรียบร้อยแล้ว

## วิธีดำเนินการวิจัย

### 1. การเก็บรวบรวมข้อมูล

ทำการเก็บรวบรวมข้อมูลในปีงบประมาณ  
2534 แบ่งเป็น งบประมาณแผ่นดิน และงบ  
ประมาณรายได้ โดยจำแนกงบประมาณออกเป็น  
งบดำเนินการ [กลุ่มที่ 1 (หมวดเงินเดือนค่าจ้าง)  
กลุ่มที่ 2 (หมวดค่าตอบแทน วัสดุวัสดุ)] และ  
งบลงทุน สำหรับค่าใช้จ่ายส่วนตัวของนักศึกษา

ได้จากการเก็บแบบสอบถามจากนักศึกษา  
ปริญญาตรีของคณะวิทยาศาสตร์ ตั้งแต่เดือน  
พฤษภาคม 2534 ถึงเดือนเมษายน 2535

## 2. การวิเคราะห์ข้อมูล

วิธีวิเคราะห์ข้อมูลของการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น  
4 ขั้นตอน ได้แก่

2.1 วิเคราะห์ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการ  
ต่อหัวนักศึกษา (Operating Cost per Student  
Head)

2.2 วิเคราะห์ค่าใช้จ่ายงบลงทุนต่อ  
หัวนักศึกษา (Capital Cost per Student Head)

2.3 วิเคราะห์ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อหัว  
นักศึกษา

2.4 วิเคราะห์ค่าใช้จ่ายส่วนตัวของ  
นักศึกษา

รายละเอียดของวิธีการมีดังต่อไปนี้

2.1 วิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายงบ  
ดำเนินการต่อหัวนักศึกษา (Operating Cost per  
Student Head)

ก. คำนวณจำนวนหน่วยกิตนักศึกษา  
(SCH) ทั้งหมด

- ผลรวมของผลคูณระหว่าง  
จำนวนหน่วยกิตของวิชาต่างๆที่เปิดสอนกับ  
จำนวนผู้ลงทะเบียนเรียนใน วิชานั้น

ข. คำนวณค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อ  
หน่วยกิตนักศึกษา

- ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการทั้งหมด  
ของสาขาวิชานั้นๆ

จำนวนหน่วยกิตนักศึกษาทั้งหมด  
ที่สาขานั้นๆให้บริการ

ค. ค่าใช้จ่ายเพื่อการเรียนการสอน  
นักศึกษาในสาขาของตนเอง

- ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อ  
หน่วยกิตนักศึกษาในสาขาวิชานั้นๆ x จำนวน  
หน่วยกิตนักศึกษา ทั้งหมดที่สาขา  
นั้นๆให้บริการแก่นักศึกษาในสาขาของตนเอง

ง. ค่าใช้จ่ายเพื่อการเรียนการสอนที่  
รับบริการจากสาขาอื่นหรือคณะอื่น

- ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อ  
หน่วยกิตนักศึกษาที่รับบริการจากคณะอื่นหรือ  
สาขาอื่น x จำนวน หน่วยกิตนักศึกษาที่  
รับบริการจากคณะอื่นหรือสาขาอื่น

จ. คำนวณค่าใช้จ่ายงบดำเนินการ  
ตามแผนงานผลิตบัณฑิตของแต่ละสาขาวิชา

- ค่าใช้จ่ายเพื่อการเรียนการสอน  
นักศึกษาในสาขาของตนเอง + ค่าใช้จ่ายเพื่อ  
การเรียน

การสอนที่รับบริการจากสาขา  
อื่นหรือคณะอื่น

ฉ. ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อหัวนัก  
ศึกษาของสาขาวิชาต่างๆ

- ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการตาม  
แผนงานผลิตบัณฑิตของแต่ละสาขาวิชานั้นๆ +  
จำนวนนักศึกษา  
ทั้งหมดของสาขาวิชานั้นๆ

ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการตาม  
แผนงานผลิตบัณฑิตของนักศึกษาชั้นปีที่ 1 +  
จำนวนนักศึกษาชั้น  
ปีที่ 1 ทั้งหมด

ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการของสำนักงาน  
อธิการบดี + ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการของ

สำนักงานคณบดี

จำนวนนักศึกษาทั้งหมดของมหา  
วิทยาลัย จำนวนนักศึกษาทั้งหมดของคณะ  
วิทยาศาสตร์

2.2 วิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายงบลง  
ทุนต่อหัวนักศึกษา (Capital Cost per Student  
Head)

การคำนวณต้นทุนรายปี (Annual Cost)  
ของเงินลงทุนปัจจุบันคำนวณจากแฟคเตอร์ได้ทุนคืน  
(Capital recovery factor : CRF) ตามสูตรดังต่อไปนี้

$$R = P \left[ \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right]$$

P- ค่าใช้จ่ายงบลงทุนใน  
ปัจจุบัน

i - อัตราดอกเบี้ยที่ได้รับ  
ในการวิเคราะห์ครั้งนี้ใช้ร้อยละ 12

R- จำนวนเงินที่ต้องกันไว้  
ในแต่ละปี

n- จำนวนปีที่ครุภัณฑ์  
หมดอายุการใช้งาน ในการวิเคราะห์ครั้งนี้สำหรับ  
ครุภัณฑ์ใช้ 10 ปี ส่วนอาคาร  
ที่ดินและสิ่งก่อสร้างใช้ 50 ปี

สำหรับแฟคเตอร์ได้ทุนคืนนั้นมีตาราง  
สำเร็จรูป (ตาราง Capital recovery factor)  
ซึ่งจะเป็นการเปลี่ยน เงินลงทุนในปัจจุบัน 1

บาทให้เป็นต้นทุนรายปีซึ่งมีค่าเท่ากัน (equivalent annual cost)

ก.

คำนวณหาค่าของต้นทุนของครุภัณฑ์และค่าของ  
 ทุนของอาคารที่ดินและสิ่งก่อสร้างต่อหัวนักศึกษา

-  $R$  (ของแต่ละสาขาวิชา)

+  $R$  (ของสำนักงานอธิการบดี)

+

จำนวนนักศึกษาทั้งหมดของสาขา  
 วิชานั้นๆ จำนวนนักศึกษาทั้งหมดของมหา  
 วิทยาลัย

$R$  (ของสำนักงานคณบดีคณะ  
 วิทยาศาสตร์)

จำนวนนักศึกษาทั้งหมดของคณะ  
 วิทยาศาสตร์

ข. ค่าใช้จ่ายงบลงทุนต่อหัวนักศึกษา

- งบลงทุนของอาคารสิ่งก่อสร้างต่อหัวของนักศึกษา

+

งบลงทุนของครุภัณฑ์ต่อหัวนักศึกษา

### 2.3 วิธีวิเคราะห์ค่าใช้จ่าย ทั้งหมดต่อหัวนักศึกษา

ค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อหัวนักศึกษา - ค่า  
 ใช้จ่ายงบดำเนินการต่อหัวนักศึกษาของสาขาวิชา  
 นั้นๆ +

ค่าใช้จ่ายงบลงทุนต่อหัวนักศึกษาของสาขาวิชานั้นๆ

### 2.4 การวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายส่วน ตัวของนักศึกษา

สำหรับการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายส่วน  
 ตัวของนักศึกษานั้น ข้อมูลได้จากการแจกแบบ  
 สอบถาม โดยแบ่ง ข้อถามออกเป็น 4 หมวด ได้แก่

หมวดที่ 1 ข้อมูลส่วนตัว

หมวดที่ 2 ค่าใช้

จ่ายเพื่อการศึกษา

หมวดที่ 3 ค่าใช้จ่ายประจำ

แบ่งออกเป็น 3 หัวข้อใหญ่ๆ ได้แก่

- เครื่องอุปโภคบริโภค

- ค่าที่พัก (กรณีพักนอกมหาวิทยาลัย)

- ค่าใช้จ่ายเป็นครั้ง

คราวที่ต้องเสียในระหว่างการศึกษา

หมวดที่ 4 ความคิดเห็นที่

เกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการผลิตบัณฑิต

#### ก. แผนการสุ่มตัวอย่าง

ประชากรในที่นี้คือ นักศึกษาทั้งหมด  
 ของคณะวิทยาศาสตร์ที่ศึกษาอยู่ในช่วงปี งบประมาณ 2534 (ภาค ปลายปีการศึกษา 33  
 ภาคฤดูร้อนปีการศึกษา 33 ภาคต้นปีการศึกษา 34) โดยแบ่งประชากรออกเป็นชั้นภูมิ ตามสาขา  
 วิชา สำหรับการแจกแบบสอบถามพยายาม  
 แจกนักศึกษาทุกคนในแต่ละสาขาวิชา เพื่อให้ได้  
 ข้อมูลมากที่สุด คือมากกว่าร้อยละ 30 (โดย  
 ประมาณ) ของจำนวนนักศึกษาในแต่ละสาขาวิชา

#### ข. การวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น จะ  
 วิเคราะห์เป็นภาพรวม โดยจำแนกตามสาขาวิชา  
 ดังนี้

ข.1) วิเคราะห์สถานภาพทั่วไป ของนักศึกษาทั้งหมดที่สุ่มมาได้จำแนกตามสาขาวิชา

ข.2) สำหรับเรื่องค่าใช้จ่ายนั้น ทำการวิเคราะห์จำแนกตามสาขาวิชา โดยค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่าย ที่ได้จากการสุ่มตัวอย่างในครั้งนี้ จะถือว่าเป็นตัวแทนของแต่ละสาขาวิชาทันที

ข.3) ค่าใช้จ่ายในหมวดที่ 2 และ 3 จะประมาณค่าเฉลี่ยและค่าความแปรปรวนในแต่ละหมวด พร้อมทั้งค่าสัมประสิทธิ์ความผันแปร (C.V.)

- สัญลักษณ์ที่ใช้มีดังนี้

ประชากรในที่นี้คือนักศึกษาคณะวิทยาศาสตร์ แบ่งออกเป็น 8 ชั้นภูมิตาม สาขาวิชา ให้สัญลักษณ์ h แทนชั้นภูมิที่ h

<u>คำอธิบาย</u>	<u>ประชากร</u>	<u>ตัวอย่าง</u>
จำนวนหน่วยทั้งหมด	$N$	$n$
จำนวนหน่วยในชั้นภูมิ h	$N_h$	$n_h$
<u>คำอธิบาย</u>	<u>ประชากร</u>	<u>ตัวอย่าง</u>
ค่าของหน่วยที่ i	$Y_{hi}$	$y_{hi}$
ค่าเฉลี่ยในชั้นภูมิ h	$\bar{Y}_h = \frac{1}{N_h} \sum_{i=1}^{N_h} Y_{hi}$	$\bar{y}_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}$
ความแปรปรวนในชั้นภูมิ h	$S_h^2 = \sum_{i=1}^{N_h} \frac{[y_{hi} - \bar{Y}_h]^2}{N_h - 1}$	$s_h^2 = \sum_{i=1}^{n_h} \frac{[y_{hi} - \bar{y}_h]^2}{n_h - 1}$

- สูตรที่ใช้ในการวิเคราะห์

1) ประมาณค่าเฉลี่ยของค่าใช้จ่าย

$$\widehat{\bar{Y}} = \frac{\sum_{h=1}^8 N_h \bar{y}_h}{N} \dots\dots\dots (1)$$

- h คือสาขาวิชา
- 1 คือ สาขาวิชาเคมี
  - 2 คือ สาขาวิชาชีววิทยา
  - 3 คือ สาขาวิชาฟิสิกส์
  - 4 คือ สาขาวิชาคณิตศาสตร์
  - 5 คือ สาขาวิชาสถิติ
  - 6 คือ สาขาวิชาวิทยาการคอมพิวเตอร์
  - 7 คือ สาขาวิชาจุลชีววิทยา
  - 8 คือ ไม่สังกัดสาขา (ชั้นปีที่ 1)

2) ความคลาดเคลื่อนของค่าเฉลี่ย

$$\text{Var}(\hat{Y}) = \sum_{h=1}^8 [1-f_h] \frac{w_h^2 s_h^2}{n_h} \dots\dots\dots (2)$$

โดย

$$f_h = \frac{n_h}{N_h} \quad \text{และ} \quad w_h^2 = \frac{N_h}{N}$$

3) เปรียบเทียบความแปรปรวนของตัวประมาณ

ในการวิจัยครั้งนี้จึงใช้ค่าสัมประสิทธิ์ความแปรผัน (Coefficient of Variation : c.v.) ในการเปรียบเทียบความแปรปรวนซึ่งมีสูตรดังนี้

$$\text{C.V.}(\hat{Y}) = \frac{s_{\bar{y}}}{\bar{y}} \times 100 \dots\dots\dots (3)$$

โดย  $s_{\bar{y}} = \text{S.E.}[\bar{y}] = \sqrt{\text{Var}[\hat{Y}]}$

ข.4) วิเคราะห์หาร้อยละเกี่ยวกับความคิดเห็นของนักศึกษา เรื่องค่าใช้จ่ายสมทบในการผลิตบัณฑิต 1 คน

**ผลการวิจัย**

การวิเคราะห์นั้นแยกเป็นค่าใช้จ่ายงบดำเนินการ ค่าใช้จ่ายงบลงทุน และค่าใช้จ่ายทั้งหมดต่อหัวนักศึกษา โดยคำนึงถึงจำนวนหน่วยกิตนักศึกษา ตลอดจนค่าใช้จ่ายส่วนตัวของนักศึกษา ดังสรุปไว้ในตารางที่ 1 และภาพที่ 1 ผลการวิจัยพบว่า

1. ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อหน่วยกิตนักศึกษา (COST/SCH) ที่คณะวิทยาศาสตร์ให้บริการจัดการเรียนการสอน ทั้งในสาขาวิชาต่าง ๆ ของตนเองและสาขาวิชาอื่นเฉลี่ย 508.47 บาท ต่อหน่วยกิตนักศึกษาแยกเป็นงบเงินเดือนและค่าจ้าง 345.64 (ร้อยละ 67.86) เป็นงบค่าตอบแทนใช้สอยและวัสดุ 163.44 บาท (ร้อยละ 32.14) โดยค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อหน่วยกิตนักศึกษานี้สามารถนำไปคำนวณเป็นงบประมาณสำหรับการจัดการเรียนการสอนของสาขาวิชาต่าง ๆ ในคณะวิทยาศาสตร์ได้ต่อไป ในการจัดทำค่าของงบประมาณประจำปี

2. ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการต่อหัวนักศึกษา (COST/HEAD) ในการผลิตบัณฑิตปีงบประมาณ พ.ศ. 2534 ของคณะวิทยาศาสตร์ 1 คนมีค่าใช้จ่ายเฉลี่ย 189,970.08 บาท เป็นงบดำเนินการ 73,469.79 บาท (ร้อยละ 38.67) เป็น

งบลงทุน 116,500.29 บาท (ร้อยละ 61.33) โดยในค่าใช้จ่ายงบดำเนินการ 73,469.79 บาทนั้น แยกเป็น งบเงินเดือนและค่าจ้าง 46,899.39 บาท (ร้อยละ 63.83) งบดำเนินการตอบแทนใช้สอยและวัสดุ 26,570.40 บาท (ร้อยละ 36.17) ซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายในการจัดการเรียนการสอนเพื่อผลิตบัณฑิตทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งงบประมาณส่วนใหญ่ในการลงทุนผลิตบัณฑิตนี้มาจากภาครัฐบาลถึงร้อยละ 95.75 นอกนั้นเป็นงบประมาณเงินรายได้และค่าใช้จ่ายส่วนตัวและแหล่งอื่น ๆ

3. ค่าใช้จ่ายส่วนตัวโดยเฉลี่ยต่อปีต่อหัวนักศึกษา ในปีงบประมาณ 2534 พบว่า ค่าใช้จ่ายส่วนตัวโดยเฉลี่ย ประมาณคนละ 23,444.14 บาท ส่วนใหญ่ใช้จ่ายในด้านเครื่องอุปโภคบริโภค 20,992.28 บาท (ร้อยละ 89.54) รองลงมาเป็นด้านการศึกษา 1,863.18 บาท (ร้อยละ 7.90) และด้านอื่น ๆ

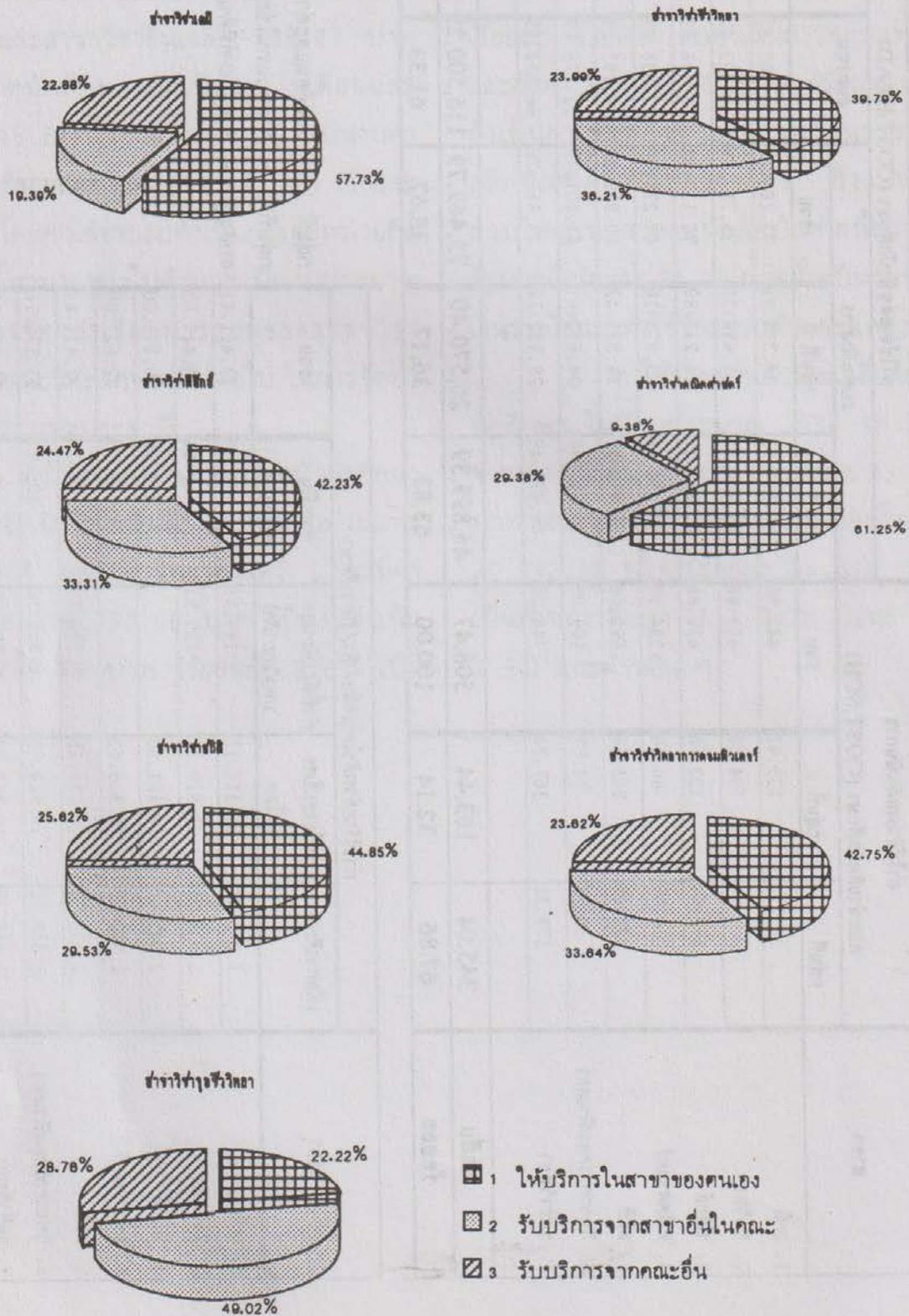
**ตารางที่ 1** สรุปค่าใช้จ่ายในการผลิตบัณฑิตสาขาวิชาต่างๆ ในคณะวิทยาศาสตร์ ประจำปีงบประมาณ 2534  
(หน่วย : บาท)

สาขา	ค่าใช้จ่ายงบดำเนินการ (COST/SCH)				ค่าใช้จ่ายต่อหัวนักศึกษา (COST/HEAD)				รวมทั้งสิ้น
	ต่อหน่วยนักศึกษา		รวม		งบดำเนินการ		งบลงทุน		
	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	รวม	กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	รวม			
1. เคมี	303.14	139.42	442.56	45,969.91	26,318.91	72,288.82	32,803.87	105,092.69	
2. ชีววิทยา	499.20	154.68	653.88	49,058.85	26,658.31	75,717.16	43,623.92	119,341.08	
3. ฟิสิกส์	497.00	133.68	630.68	49,913.19	26,213.89	76,127.08	103,526.73	179,653.81	
4. คณิตศาสตร์	218.59	66.30	284.89	43,354.64	23,919.36	67,274.00	517,938.47	585,212.47	
5. สถิติ	488.48	203.66	692.14	51,810.91	28,999.42	80,810.33	28,797.89	109,608.22	
6. วิทยาการคอมพิวเตอร์	30.52	78.57	109.09	39,710.78	24,690.61	64,401.39	22,476.69	86,878.08	
7. ดุริยวิทยา	378.32	367.74	746.06	48,477.48	29,192.28	77,669.76	66,334.43	144,004.19	
<b>เฉลี่ย</b>	<b>345.04</b>	<b>163.44</b>	<b>508.47</b>	<b>46,899.39</b>	<b>26,570.40</b>	<b>73,469.79</b>	<b>116,500.29</b>	<b>189,970.08</b>	
<b>ร้อยละ</b>	<b>67.86</b>	<b>32.14</b>	<b>100.00</b>	<b>63.83</b>	<b>36.17</b>	<b>38.67</b>	<b>61.33</b>	<b>100.00</b>	

สาขา	ค่าใช้จ่ายส่วนตัวโดยเฉลี่ย/หัว/ปีการศึกษา						รวม
	เพื่อการศึกษา	เครื่องอุปโภคบริโภค	ค่าที่พัก(พักนอกมหาวิทยาลัย)	จ่ายเป็นครั้งคราว	รวม		
1. เคมี	1,973.03	20,116.13	189.33	182.92	22,461.41		
2. ชีววิทยา	1,737.21	23,828.37	720.93	161.16	26,447.67		
3. ฟิสิกส์	2,040.00	24,481.00		350.00	26,871.00		
4. คณิตศาสตร์	1,300.00	21,300.00		27.00	22,627.00		
5. สถิติ	1,836.79	20,224.15	200.75	166.79	22,428.48		
6. วิทยาการคอมพิวเตอร์	1,859.72	20,614.81	896.30	205.93	23,576.76		
7. ดุริยวิทยา	1,448.25	19,862.50	156.25	197.50	21,664.50		
<b>เฉลี่ย</b>	<b>1,853.18</b>	<b>20,992.28</b>	<b>411.24</b>	<b>187.43</b>	<b>23,444.14</b>		
<b>ร้อยละ</b>	<b>7.90</b>	<b>89.54</b>	<b>1.75</b>	<b>0.80</b>	<b>100.00</b>		

กลุ่มที่ 1 - เงินเดือนและค่าจ้าง  
 กลุ่มที่ 2 - ค่าตอบแทนใช้สอยและวัสดุ  
 งบลงทุน - ค่าครุภัณฑ์ที่ดินและสิ่งก่อสร้าง

ภาพที่ 1 แสดงการเปรียบเทียบจำนวนหน่วยกิตนักศึกษาในการผลิตบัณฑิตของแต่ละสาขาวิชา โดยกราฟวงกลม



## บทสรุปและวิจารณ์

จากผลการวิจัย สามารถนำไปใช้กำหนดทิศทางการจัดการเรียนการสอนและผลิตบัณฑิตสาขาวิชาต่างๆ ในคณะวิทยาศาสตร์ และการวางแผนและจัดสรรงบประมาณได้ดังนี้

1. การเรียนการสอนในสาขาวิชา หรือภาควิชาต่าง ๆ ของคณะวิทยาศาสตร์ ส่วนใหญ่เป็นการให้บริการ การสอนวิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์พื้นฐานให้แก่ นักศึกษา คณะต่าง ๆ ทั้งมหาวิทยาลัย ถึงร้อยละ 73.55 ของ ภาระงานสอนทั้งหมดสอนนักศึกษาในคณะวิทยาศาสตร์เพียงร้อยละ 26.45 เท่านั้น ยิ่งกว่านั้นจะสอนนักศึกษา เพื่อผลิตบัณฑิตในสาขาของตนเองเพียงร้อยละ 13.39 ดังนั้นไม่ว่าคณะใดจะเพิ่มเป้าหมายการรับนักศึกษาก็จะกระทบกระเทือนถึงคณะวิทยาศาสตร์ด้วย โดยเฉพาะด้านอัตรากำลังงบประมาณและการจัดการเรียนการสอนให้มาตรฐานและมีคุณภาพ จึงควรมีการวางแผนประสานงานระหว่างคณะและมหาวิทยาลัย ให้ครอบคลุมและชัดเจน

2. การวิเคราะห์และจัดสรรงบประมาณ ให้แก่งานจัดการศึกษาสาขาวิชาต่าง ๆ ของคณะวิทยาศาสตร์ควร วิเคราะห์จากภาระงานสอนที่วัดจากหน่วยกิตนักศึกษา (SCH) ที่รวมทั้งการสอนในคณะตนเองและให้บริการคณะอื่น ๆ แทน การคิดจากจำนวนนักศึกษา (Student Head) เพียงอย่างเดียว ทั้งนี้ค่าใช้จ่ายดำเนินการ เช่น ค่าตอบแทนใช้สอยและวัสดุในปีงบประมาณ 2534 เท่ากับ 163.44 บาทต่อ SCH และใช้เป็นฐานในการคำนวณวงเงินของปีงบประมาณต่อ ๆ ไปได้ตามอัตราเพิ่มของงบประมาณ อัตราการเพิ่มของนักศึกษาและอัตราเงินเฟ้อ ทั้งนี้การเรียนการสอนทางด้านวิทยาศาสตร์ ต้องมีการทดลองและ

ปฏิบัติการ ซึ่งสารเคมีและวัสดุวิทยาศาสตร์ต่าง ๆ มีราคาสูงมากต้องได้รับมอบหมายอย่างพอเพียง จึงจะส่งผลให้การเรียนการสอนมีคุณภาพ

3. งบประมาณที่คำนวณหรือประมาณได้ตามข้อ 2 ไม่ใช่งบประมาณของภาควิชา หรือสาขาวิชานั้นๆ เพียงแห่งเดียว ต้องจัดสรรไปยังภาควิชาอื่น คณะอื่นที่ให้บริการสอนด้วย

4. เพื่อให้การวิเคราะห์ถูกต้องและแม่นยำยิ่งขึ้นงบประมาณที่ใช้เป็นฐานในการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายควร เป็นรายจ่ายจริงจากทุกแห่งงบประมาณในการจัดการเรียนการสอนสาขาวิชาต่าง ๆ จะทำค่าใช้จ่ายต่อหน่วยใกล้เคียง ความจริงมากยิ่งขึ้น

5. งบประมาณค่าใช้จ่ายเพื่อการศึกษาส่วนใหญ่จะมาจากงบประมาณแผ่นดินหรือภาครัฐบาลซึ่งมีงบประมาณจำกัด ดังนั้นการจะเพิ่มงบประมาณในการดำเนินการมากขึ้น จึงควรให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมรับผิดชอบมากขึ้น เช่น การเพิ่มค่าหน่วยกิต หรือค่าบริการทางวิชาการอื่น ๆ และจัดสรรให้เหมาะสมยิ่งขึ้น

6 การวิเคราะห์ครั้งนี้มีการศึกษาเปรียบเทียบกับ การผลิตบัณฑิตด้านวิทยาศาสตร์ของมหาวิทยาลัยอื่นๆ ด้วย ทั้งในด้านระเบียบวิธีการวิจัยและผลสรุปที่ได้

## กิติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณคณะกรรมการกองทุนพัฒนา และส่งเสริมด้านวิชาการของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่จัดสรรงบประมาณสนับสนุนโครงการวิจัยนี้ และขอขอบคุณคณาจารย์ในภาควิชาทุกท่าน รวมทั้ง ผศ.บุญส่ง วัฒนกิจ และ ผศ.ดร. ลัดดาวัลย์ ชุนชาติประเสริฐ ที่ให้คำแนะนำมาโดยตลอด

## เอกสารอ้างอิง

- กำจร มนูญปิฎ . "ค่าใช้จ่ายของการศึกษา." รายงานที่นำเสนอในการประชุม อบรมศึกษาแพทย์-  
ศาสตร์ของชาติ ครั้งที่ 4 ณ โรงแรมแอมบาสซาเดอร์, 29 ตุลาคม ถึง 2 พฤศจิกายน 2522.  
(อัครสำเนา)
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, สำนักงาน. ค่าใช้จ่ายและการลงทุนในมหาวิทยาลัย และวิทยาลัย  
เอกชน. กรุงเทพฯ, 2528.
- จุฑา นัครคุปต์ และ ชนิกา ศิลปอนันต์. "รายงานการวิจัยค่าใช้จ่ายต่อหัวนิสิต ในส่วนที่มหา-  
วิทยาลัยจ่ายจากเงินงบประมาณแผ่นดินและเงินนอกงบประมาณแผ่นดิน." โครงการ  
ทดลองหน่วยผลิตเอกสารมหาวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.
- นิตยา กรุดสมัย . "ค่าใช้จ่ายรายหัวของนักศึกษามหาวิทยาลัยขอนแก่นปีการศึกษา 2517." วิทยา-  
นิพนธ์ คุรุศาสตร์บัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.
- วิไลวรรณ พิริยานุวัฒน์ และคณะ. "รายงานการวิจัย การวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายรายนิสิต ปีงบประมาณ  
2522 และค่าใช้จ่ายรายนิสิตในแผนพัฒนา ระยะที่ 5 (พ.ศ. 2525-2529)." งาน  
วิเคราะห์แผนงบประมาณ กองแผนงาน สำนักงานอธิการบดี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,  
2523.
- สงขลานครินทร์, มหาวิทยาลัย. "รายงานการวิจัยค่าใช้จ่ายต่อหัวนักศึกษา มหาวิทยาลัยสงขลานคร  
ินทร์  
ปีการศึกษา 2520-2524." กองแผนงาน, 2525.
- สุนา สิทธิเลิศประสิทธิ์. "รายงานการวิจัยการวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายต่อหัวของนักศึกษามหาวิทยาลัยขอนแก่น  
ในส่วนที่จ่ายจากงบประมาณแผ่นดินและงบประมาณเงินรายได้ ประจำปีการศึกษา 2522."  
โครงการวิจัยมหาวิทยาลัยขอนแก่น, 2524.
- รุ่ง แก้วแดง . "การลงทุนเพื่อการศึกษาของประเทศไทย." วารสารการศึกษาแห่งชาติ. 4(มีนาคม  
2513) : 51-67.
- ประกอบ คุณารักษ์, "รายงานการวิจัย ค่าใช้จ่ายต่อหัวนักศึกษาในส่วนที่มหาวิทยาลัยศิลปกร  
จ่ายจากเงินงบประมาณแผ่นดินและเงินนอกงบประมาณ." หน่วยวิจัยสถาบัน สำนักงาน  
อธิการบดี มหาวิทยาลัยศิลปกร, 2521.

## วิธีการใหม่ในการหาแรงค์ของเมทริกซ์

เกียรติ แสงอรุณ\*

แรงค์ของเมทริกซ์ (rank of a matrix) เป็นลักษณะเฉพาะที่สำคัญอย่างหนึ่งของเมทริกซ์ ซึ่ง ความหมายของแรงค์ของเมทริกซ์  $A$  คือจำนวนเต็มค่ามากที่สุด  $r$  โดยที่สับเมทริกซ์ (submatrix) อันดับ  $r$  ของเมทริกซ์  $A$  มีดีเทอร์มิแนนต์ไม่เท่ากับศูนย์ และกำหนดแรงค์ของเมทริกซ์ศูนย์เท่ากับศูนย์ ถ้าเมทริกซ์มีหลายแถวหรือหลายหลักจะทำให้การหาแรงค์โดยอาศัยนิยามค่อนข้างยุ่งยาก ในการหาแรงค์ของเมทริกซ์โดยทั่ว ๆ ไปแล้วเรามักคุ้นเคยการหาแรงค์ของเมทริกซ์  $A$  โดยใช้การดำเนินการมูลฐานตามแถวกระทำเมทริกซ์  $A$  ให้เป็น เมทริกซ์ลดรูป แล้วจะได้ว่าจำนวนของแถวที่มีสมาชิกอย่างน้อยหนึ่งตัวไม่เป็นศูนย์ของเมทริกซ์ลดรูป คือ แรงค์ของเมทริกซ์  $A$  ในบางครั้งขั้นตอนการดำเนินการของมูลฐานตามแถวกระทำเมทริกซ์  $A$  ให้เป็นเมทริกซ์ลดรูป ทำให้เสียเวลาและถ้าขั้นตอนในการคิดคำนวณมีเศษส่วนอาจทำให้เกิดข้อผิดพลาดได้ง่าย

จุดมุ่งหมายของบทความนี้ต้องการเสนอวิธีการใหม่ในการหาแรงค์ของเมทริกซ์ ในขั้นตอนการคำนวณของวิธีที่จะเสนอใหม่นี้ ไม่จำเป็นต้องทำสมาชิกตัวแรกของแถวที่ไม่เป็นศูนย์ให้เป็น 1 และในกรณีตัวหารก็จะไม่เกิดขึ้นในระหว่างการคำนวณหาแรงค์

เราจะเริ่มด้วยการกำหนดบางสัญลักษณ์ดังนี้ ให้  $F$  เป็นฟีลด์ และ  $M_{m \times n}(F)$  แทนเซตของ  $m \times n$  เมทริกซ์บน  $F$  สำหรับแต่ละเมทริกซ์  $A = [a_{ij}] \in M_{m \times n}(F)$  และแต่ละคู่ของดัชนี  $i, j$  ซึ่ง  $2 \leq i \leq m$  และ  $2 \leq j \leq n$  เรานิยาม  $2 \times 2$  ดีเทอร์มิแนนต์ดังนี้

$$d_{ij} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1j} \\ a_{i1} & a_{ij} \end{vmatrix} = a_{11}a_{ij} - a_{i1}a_{1j}$$

การหาแรงค์ของเมทริกซ์ตามจุดมุ่งหมายของบทความนี้พิจารณาได้จากทฤษฎีบทต่อไปนี้

\* อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

**ทฤษฎีบท** ให้  $A = [a_{ij}] \in M_{m \times n}(F)$  และ  $a_{11} \neq 0$  จะได้ว่า

$$\text{แรงค์ } A = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix}$$

**พิสูจน์** เราใช้  $\sim$  สำหรับการสมมูลแบบแถวของเมทริกซ์ โดยการเอา  $a_{11}$  คูณแถวที่  $i$  ( $a_{11} R_i$ ),  $2 \leq i \leq m$  ของเมทริกซ์  $A$  จะได้

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{11}a_{21} & a_{11}a_{22} & \cdots & a_{11}a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{11}a_{m1} & a_{11}a_{m2} & \cdots & a_{11}a_{mn} \end{bmatrix}$$

จากเมทริกซ์ใหม่ที่ได้ ถ้าเอา  $a_{11}$  คูณกับแถวที่ 1 แล้วนำไปลบออกจากแถวที่  $i$  ( $R_i - a_{11}R_1$ ) สำหรับแต่ละ แถวที่  $i$ ,  $2 \leq i \leq m$  จะได้

$$A \sim \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} & \cdots & a_{11}a_{2n} - a_{21}a_{1n} \\ \vdots & & & \\ 0 & a_{11}a_{m2} - a_{m1}a_{12} & \cdots & a_{11}a_{mn} - a_{m1}a_{1n} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & & & \\ 0 & d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix}$$

ดังนั้นเราสรุปได้ว่า

$$\text{แรงค์ } A = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} d_{22} & \cdots & d_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{m2} & \cdots & d_{mn} \end{bmatrix}$$

ทั้งนี้เพราะว่า  $a_{11} \neq 0$  และแถวแรกของเมทริกซ์สุดท้ายไม่เป็นผลรวมเชิงเส้น (linear combination) ของแถวอื่น ๆ

#

ต่อไปจะเป็นตัวอย่างของการหาแรงค์ โดยใช้ทฤษฎีข้างต้นและจะใช้ทฤษฎีติดต่อกันไปจนกระทั่งได้เมทริกซ์แถวหรือเมทริกซ์หลัก ซึ่งจะให้ได้แรงค์ของเมทริกซ์ที่เห็นได้ชัด

**ตัวอย่าง**

$$(1) \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 3 & -8 & 7 \\ 5 & -4 & 9 \\ 2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} 28 & -8 \\ 25 & 4 \end{bmatrix} = 2 + \text{แรงค์} [312] = 3$$

$$(2) \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 \end{bmatrix} = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 7 & 7 \end{bmatrix} = 2 + \text{แรงค์} [0] = 2$$

$$(3) \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -2 & 7 \end{bmatrix} = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} -2 & 3 & 10 \\ 2 & -3 & 10 \end{bmatrix} = 2 + \text{แรงค์} [0 \ 0] = 2$$

$$(4) \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix} = 2 + \text{แรงค์} [0 \ 4] = 3$$

$$(5) \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 4 & 3 & -5 & 6 \\ 6 & 2 & 0 & 2 \\ 3 & 5 & -12 & 5 \\ 2 & 2 & -4 & 2 \end{bmatrix} = 1 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} -10 & 30 & -28 \\ 11 & -33 & 2 \\ 2 & -6 & -4 \end{bmatrix}$$

$$= 2 + \text{แรงค์} \begin{bmatrix} 0 & 288 \\ 0 & 96 \end{bmatrix} = 3$$

$$\begin{aligned}
 (6) \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} &= 1 + \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 \\ -2 & -4 & -6 & -8 \\ -3 & -6 & -9 & -12 \end{bmatrix} \\
 &= 2 + \text{ แรงค์ } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2
 \end{aligned}$$

#

## เอกสารอ้างอิง

1. Campbell, H.G., Linear Algebra with Applications Including Linear Programming. New York : Appleton-Century-Crofts, (1971).
2. Gerstein, L, J., A New Algorithm for Computing the Rank of a Matrix .  
The Teaching of Math., p.950-952 (1988).
3. Wylie , C.R. and L.C. Barrett , Advanced Engineering Mathematics.  
Singapore : Mc Graw-Hill ,Inc.,(1985).

# Influence of EL2 on the Electretical Activation of Si Implanted in GaAs

P.Kengkan, R.A. Morrow

Department of Physics and Astronomy, University of Maine, Bennett Hall Orono, ME, 04469-5709

We present a model of defect reactions that describes the electrical activation of Si implanted in the semiconductor GaAs. The model is fit to existing data that exhibit the concentration of the native mid-gap electron trap EL2. A restriction on the possible atomic structure of EL2 is obtained.

## Introduction

GaAs is a semiconductor which has many interesting properties. One of its applications uses gallium-arsenide grown under arsenic rich condition which yields a high resistivity material used in Integrated Circuits. When this semi-insulating material is implanted with silicon and annealed at temperature about 950 °C. the implanted region will become conducting. This is how Field Effect Transistors in Integrated Circuits are built.

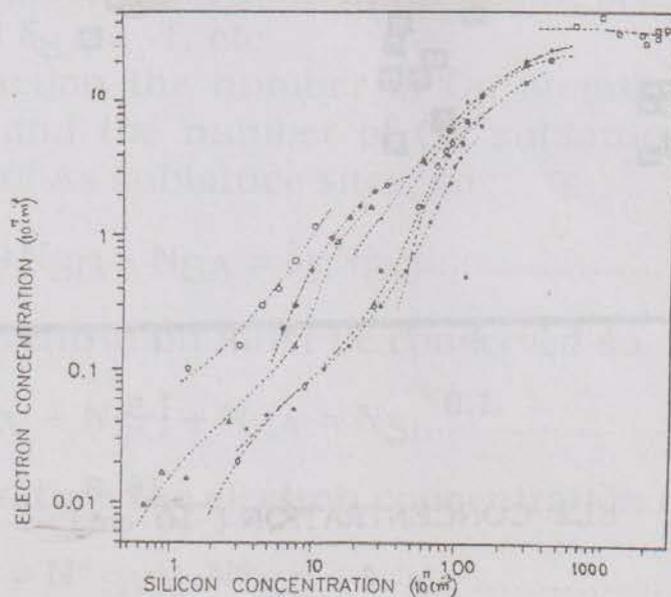
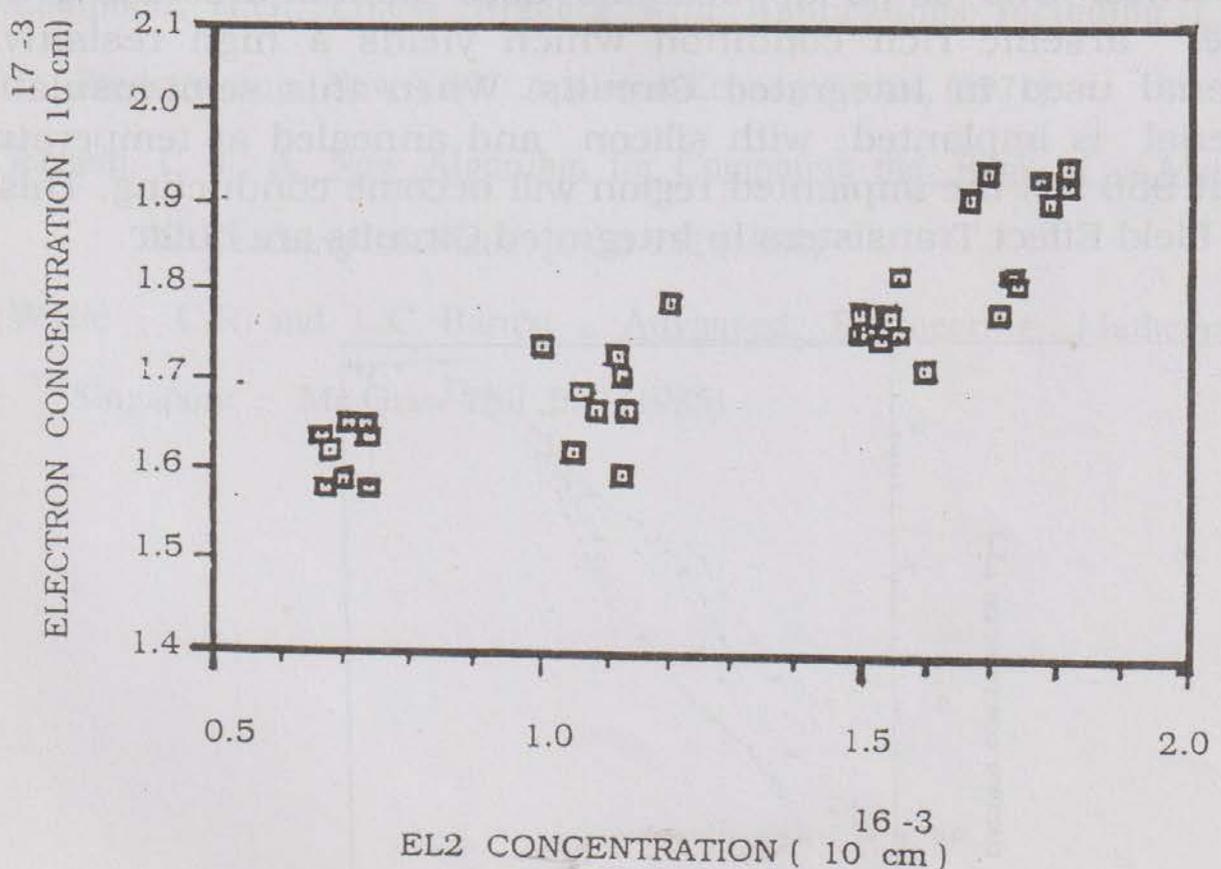


Figure 1 shows the dependence of electron concentration in the conduction band on the concentration of implanted silicon. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

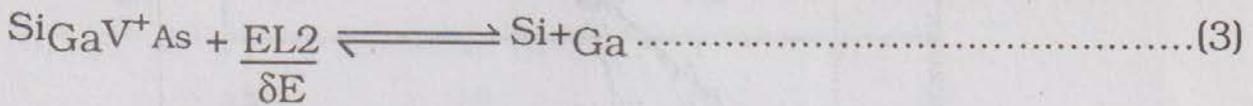
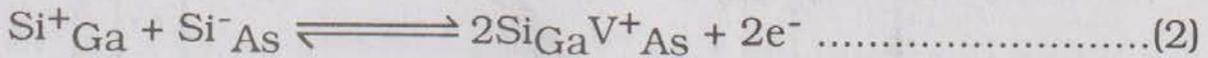
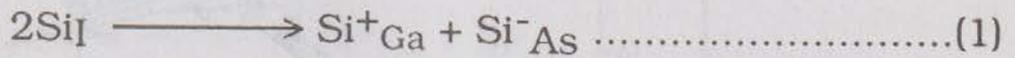
When we consider the properties of GaAs and Si, both of them are semiconductors. So it is interesting when they are combined together, how the material become n-type. This property has been investigated for many years. Also from many sources, it has been concluded that there is a deep electronic trap called EL2 responsible for the semi-insulating property of GaAs.<sup>2</sup> It is found that this defect can react with implanted silicon and give electron to the conduction band. The mechanism

for this is unknown and is the main purpose of this study. Many papers over the years have suggestion that EL2 contains  $As_{Ga}$ , perhaps in association with another point defect. We can increase the EL2 concentration in GaAs by increasing the As fraction. The dependence of electron concentration in the conduction band on the concentration of implanted silicon and the concentration of EL2 are shown in Figs. 1 and 2 respectively.



**Model of Defects Reaction**

In our model we can assume without loss of generality that the implanted silicon is initially distributed on both Ga sites and As sites equally. During the activation anneal at 950 °C, thermal equilibrium is established or the bulk of the silicon occupies Ga sites. We may explain the net reactions during the annealing temperature as follows.



**Method of Calculation**

In order to find the relation between implanted silicon concentration, and electron concentration in the conduction band, we use the mass action equations. For this model the reactions in eqs.(2) and (3), we can write the mass action equations as

$$N_{SG} N_{SA} = K_1 N_{SV}^2 n^2_H \dots\dots\dots(4)$$

and  $N_{SV} N_E^{1/\delta E} = K_2 N_{SG} \dots\dots\dots(5)$

In order to define the characters of each defect, we define the stoichiometric signature of each defect A as  $\delta A$

Where  $\delta A$  = number of As atom in the point defect A

- number of Ga atom in that point defect. ....(6)

so  $\delta_{SG} = 1$  and  $\delta_{SA} = -1$ , etc.

During the reaction the number of Ga atoms and As atoms must be conserved, and the number of Ga sublattice sites must equal to the number of As sublattice sites, so

$$\delta_E N_E + N_{SG} - N_{SA} = \delta_E N_{EO} \dots\dots\dots(7)$$

The silicon concentration must be conserved so

$$N_{SV} + N_{SG} + N_{SA} = N_{Si} \dots\dots\dots(8)$$

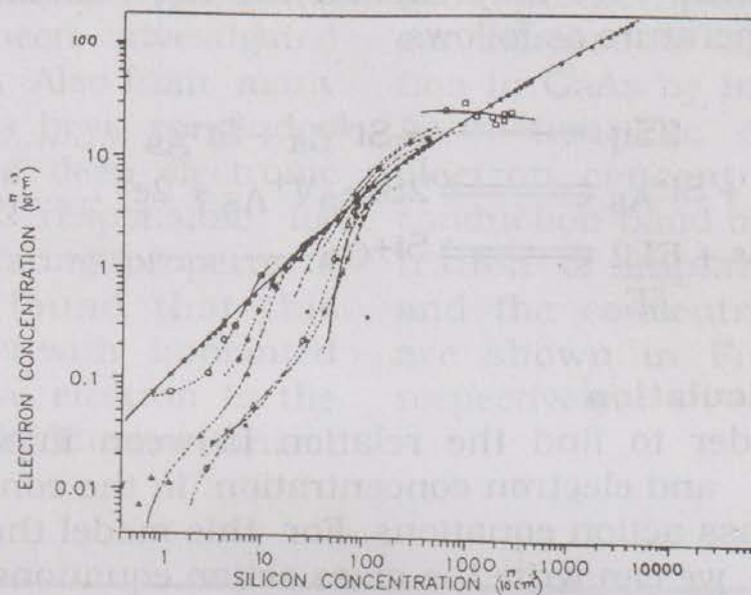
At room temperature the electron concentration of the sample will be

$$n_L = N^+_{SV} + N^+_{SG} - N^-_{SA} \dots\dots\dots(9)$$

and at high temperature

$$n_H - n_i^2 = N^+_{SV} + N^+_{SG} - N^-_{SA} \dots\dots\dots(10)$$

From all of these relations we can calculate the concentration of electron in the conduction band,  $n_L$ , at various concentration of EL2 and implanted silicon, when we choose the appropriate values of the constants of reaction,  $K_1$  and  $K_2$ .



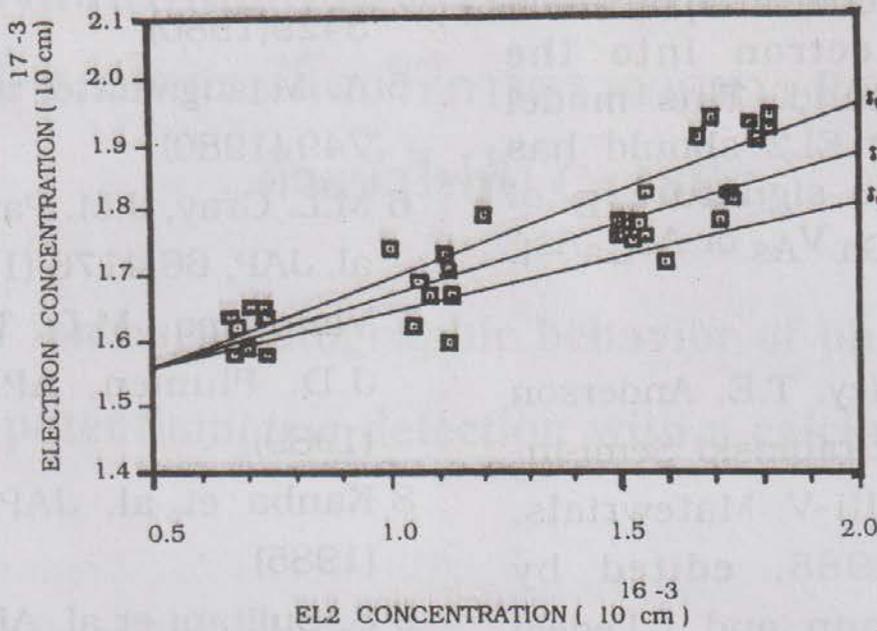
**Figure 3** shows the electron concentration in the conduction band as a function of the concentration of the concentration of implanted silicon at a constant concentration of EL2. \*-\*-\*-\* is the result from modelling.

The other curves are from experiments. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

### The results of model Calculation

The results of calculations from the above model are shown in Figs. 3 and 4. From Fig. 3, at a constant concentration of EL2, the model predicts that the electron concentration will increase as the concentration of implanted silicon increases. When compared with the experimental data, this model explains the general trend. However from experiments the

electron concentrations at very low and very high silicon concentrations are lower than the result from modelling. In Fig. 4, at a constant silicon concentration of  $2.33 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , when the concentration of EL2 increases<sup>1</sup>, the concentration of electron in the conduction band increases. This prediction is the same as the experimental result. The value of stoichiometric signature of EL2, which gives the best result is  $E = 3$ .



**Figure 4** shows the change of electron concentration in the conduction band as a function of the concentration of the concentration of EL2 at a constant value of implanted silicon concentration. The result of experiment is from Brierley data.<sup>1</sup>

### Conclusion

At a constant value of EL2, the model can predict the change of electron concentration as a function of silicon concentration that corresponds to the experimental results in some region. At the highest values of silicon concentration, the model predicts a value of electron concentration that higher than experiment. In order to improve the model to predict the value that corresponds to the experimental result, the new model should include other reactions and other defects which will reduce the electron concentration. At low silicon concentration, the model

predicts an electron concentration higher than the experimental result. This may be because in the real material, there are some acceptors, notably  $C_{AS}$ , so at low silicon concentration, these dominate and cause the lower electron concentration.

When we implant at a constant concentration in the substrates which have difference EL2 concentration, the model predicts that the concentration of electron will increase as the concentration of EL2 increases, which is the same as what Brierley<sup>1</sup> found in his experiment. This is because EL2 in the reaction in eq.(3) has reacted with  $Si_{GAVAS}$  and

produces  $\text{Si}_{\text{Ga}}$  which will be used in the reaction in eq.(2) which produces electron into the conduction band. This model suggests that EL2 should has stoichiometric signature E of three, i.e.  $\text{As}_{\text{Ga}} \text{V}_{\text{As}}$  or  $\text{As}_{\text{Ga}} \text{As}_{\text{I}}$ .

### References

- 1 S.K. Brierley, T.E. Anderson and A.K. Grabinski Semi-insulating III-V Materials, Malmo 1988, edited by G.Grossmann and L.Ledelo (Kilger, Bustal 1988), pp.21.
- 2 R.A. Morrow, J.Matter Res.2(5) 681(1987)
- 3 J.F. Wager and J.A. Van Vechten PHYSICAL REVIEW B 35 2330 (1987)
- 4 Anbolt et al., JAP, 64 3429(1980)
- 5 A. Masugama et al APL. 36 749 (1980)
- 6 M.L. Gray, J.M. Parsey Jr. et al, JAP, 66,4176 (1989)
- 7 Vanasupa, M.D. Deal, and J.D. Plumen, APL 55,274 (1989)
- 8 Kanba et al, JAP,57 4732 (1985)
- 9 S. Sujitani et al. APL 51 806 (1987)
- 10 F. Hyuga, JAP, 64,3880 (1988)

# การศึกษาพฤติกรรมของไอออนฟอสเฟตในเทคนิค ไอออนโครมาโตกราฟีโดยวิธีการตรวจวัดทาง Potentiometry ด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE

## Study of ion chromatographic behavior of phosphate ions by potentiometric detection with a calcium ISE.

เยาวภา บริพันธ์ \*

### บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาและประยุกต์ใช้ขั้วไฟฟ้า Ca ISE (Calcium ion selective electrode) เป็นขั้วไฟฟ้าอินดิเคเตอร์สำหรับตรวจวัดไอออนฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ในเทคนิคไอออนโครมาโตกราฟี ได้ศึกษาสภาวะการทดลองโครมาโตกราฟีที่เหมาะสมสำหรับแยกวิเคราะห์ฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ในคอลัมน์โครมาโตกราฟี และศึกษาเปรียบเทียบสภาวะการทดลองเพื่อวิเคราะห์ฟอสเฟตที่ออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟีด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE โดยวิธีตรง (direct detection) และวิธีอ้อม (post-column reaction detection) และเสนอการวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ในสารซักฟอกตัวอย่างโดยใช้ระบบตรวจวัดที่ได้พัฒนาขึ้น

The applicability of the Ca ISE as detector to monitor the separation of phosphates by ion-exchange chromatography (IC) was investigated. Experimental conditions for chromatographic separation of phosphate species were studied. Post-column reaction detection of phosphate ions in the column effluent was examined in comparison to the direct detection with Ca ISE detector. Finally, the application of Ca ISE as an IC detector is demonstrated in the determination of phosphate ions in detergent samples and the results obtained were compared to those obtained with spectrophotometric post-column detection.

---

\* ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

## 1. บทนำ

การวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตที่มีรูปแบบและคุณสมบัติต่างกันมีประโยชน์ทางวิทยาศาสตร์หลายสาขา เช่น ชีววิทยา วิทยาศาสตร์การแพทย์ การเกษตร อุตสาหกรรม รวมทั้งนิเวศวิทยา (1) เทคนิควิเคราะห์ฟอสเฟตที่สามารถวิเคราะห์ได้ทั้งชนิดและปริมาณฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ในเวลาเดียวกัน ได้แก่ เทคนิคสีกโครมาโตกราฟีแบบประสิทธิภาพสูง (High performance liquid chromatography, HPLC) ซึ่งมีหลายเทคนิคขึ้นอยู่กับขบวนการแยกวิเคราะห์ (mode of separation) วิธีการตรวจวัดและชนิดของเครื่องตรวจวัดฟอสเฟต

การตรวจวัดการตอบสนองของสารที่ใช้ในเทคนิค HPLC แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ การตรวจวัดโดยตรง (Direct detection) และการตรวจวัดโดยอ้อม (Post column reaction detection) โดยวิธีแรกเครื่องตรวจวัดสามารถตอบสนองต่อสมบัติของสาร eluate ที่ออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟีได้โดยตรง ส่วนในวิธีที่สองเครื่องตรวจวัดจะตอบสนองต่อสมบัติบางประการของสารละลาย mobile phase ซึ่งสาร eluate สามารถทำให้สมบัตินั้นมีค่ามากขึ้นหรือลดลงได้ เมื่อ mobile phase พา eluate ออกจากคอลัมน์มายังเครื่องตรวจวัด เครื่องตรวจวัดจะแสดงสัญญาณตอบสนองที่สอดคล้องกับปริมาณ eluate นั้น การตรวจวัดที่ใช้ในการศึกษาพฤติกรรมทางโครมาโตกราฟีของไอออนฟอสเฟต มักใช้การตรวจวัดสมบัติทางแสงหรือทางเคมีไฟฟ้า เช่น การดูดกลืนคลื่นแสงในช่วง UV-Visible โดยวิธีตรง (2) และวิธีอ้อม (3,4) การวัดดัชนีหักเหของแสง (5,6) Flame photometry (7) Atomic absorption spectrophotometry (AAS) (8,9) ICP emission spectrometry (10)

การวัดค่าการนำไฟฟ้า (5,7,11) และ coulometry (11) วิธีการที่นิยมใช้มาก (3,4) เป็นวิธีอ้อมซึ่งต้องทำให้เกิดสารมีสีโดยให้สารที่ต้องการวิเคราะห์เกิดปฏิกิริยากับสารที่ทำให้เกิดสีหลังจากเคลื่อนที่ออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟี ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีบีมสำหรับบีมสารที่ทำให้เกิดสีเข้าทำปฏิกิริยากับ eluate ที่ออกจากคอลัมน์ สำหรับเทคนิค AAS จำเป็นต้องใช้เครื่องมือที่ซับซ้อนและราคาแพง ส่วนการใช้ขั้วไฟฟ้าแบบ ion-selective electrode (ISE) เป็นเครื่องตรวจวัดเป็นวิธีการที่ไม่ยุ่งยากและเครื่องมือที่ใช้มีราคาไม่แพงได้มีการประยุกต์ใช้ ISE สำหรับการวิเคราะห์ไอออนชนิดอื่นยกเว้นฟอสเฟต โดยเทคนิคโครมาโตกราฟี เช่น ขั้วไฟฟ้า silver halide (12) และ ขั้วไฟฟ้า iodide (13)

งานวิจัยนี้เป็นการศึกษาการประยุกต์ใช้ขั้วไฟฟ้า Calcium ion selective electrode (Ca ISE) เพื่อใช้เป็นเครื่องตรวจวัดฟอสเฟตโดยเทคนิค HPLC โดยวิธีตรงและวิธีอ้อม รวมทั้งศึกษาสภาวะโครมาโตกราฟีที่เหมาะสมในการวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ในตัวอย่างสารชักล้าง

## 2. อุปกรณ์และวิธีการทดลอง

### 2.1 อุปกรณ์และเครื่องมือ

เครื่องมือที่ใช้ในระบบโครมาโตกราฟีในการศึกษานี้ประกอบด้วยส่วนสำคัญต่าง ๆ คือ บีมที่ใช้สำหรับบีมสารละลาย eluent เข้าไปในระบบ (Waters solvent delivery system Model M-45) injector สำหรับฉีดสารละลายตัวอย่าง (Waters loop injector Model U6K) คอลัมน์โครมาโตกราฟีที่ใช้ในการแยกวิเคราะห์ฟอสเฟต คือ Waters

IC-PAK A ซึ่งเป็นคอลัมน์เหล็กกล้าไร้สนิมบรรจุ anion exchange gel ชนิด polymethacrylate ขนาด 10  $\mu\text{m}$  เครื่องตรวจวัดที่ใช้ คือ ขั้วไฟฟ้า Ca ISE สวมใน flow-through cap (14) วัดค่าศักย์ไฟฟ้าจากเครื่อง Activon pH/mV meter เทียบกับ ขั้วไฟฟ้าอ้างอิง Ag/AgCl ชนิด double junction ระบบวัดศักย์ไฟฟ้าต่อเข้าเครื่องบันทึกผลแบบต่อเนื่อง (chart recorder) และไมโครคอมพิวเตอร์ (15) การตรวจวัดโดยวิธีอัตโนมัติ Desaga Pump Model 131900 ทำหน้าที่บีบสารละลายซึ่งประกอบด้วย  $\text{Ca}^{2+}$  เข้มข้น  $5.0 \times 10^{-5} \text{M}$  และบัฟเฟอร์บอเรตเข้มข้น 0.04 M สารละลายนี้มี pH 9.4 และไหลในอัตราเร็ว 1.25 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที สารละลายที่ออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟีจะทำปฏิกิริยากับ  $\text{Ca}^{2+}$  ในขณะที่เคลื่อนที่ไปยังขั้วไฟฟ้า CaISE การทดลองกระทำที่ 26 C

## 2.2 สารเคมี

การศึกษานี้ใช้สารเคมีเกรดเออาร์น้ำที่ใช้เตรียมสารละลายเป็นน้ำกลั่นที่ผ่านระบบทำน้ำให้บริสุทธิ์ (Milli Q water purification system) สารละลายที่ฉีดเข้าในระบบโครมาโตกราฟีต้องกรองผ่านเยื่อกรองขนาด 0.45  $\mu\text{m}$  การปรับ pH ของสารละลาย trimesic acid ซึ่งใช้เป็นสารละลาย eluent กระทำโดยใช้สารละลาย NaOH อัตราเร็วของสารละลาย eluent มีค่า 1.1 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที ใช้เข็มฉีดสารขนาด 100  $\mu\text{l}$  สำหรับฉีดสารละลายเข้าระบบโครมาโตกราฟี สารละลายมาตรฐานฟอสเฟตที่ใช้ ได้แก่ สารละลายออร์โธฟอสเฟต (orthophosphate,  $\text{PO}_4^{3-}$ ) ไพโรฟอสเฟต (pyrophosphate,  $\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$ ) และไตรโพลีฟอสเฟต (tripolyphosphate,  $\text{P}_3\text{O}_{10}^{5-}$ )

## 3. ผลการทดลองและวิจารณ์

### 3.1 การศึกษาสภาวะโครมาโตกราฟีที่เหมาะสม

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาสภาวะการทดลองไอออนโครมาโตกราฟี (Ion Chromatography, IC) ที่เหมาะสมสำหรับการแยกวิเคราะห์ฟอสเฟต ซึ่งได้แก่ การศึกษาชนิด และความเข้มข้นของสารละลาย eluent รวมทั้ง pH และอัตราการไหล ซึ่งทำให้ผลการแยกวิเคราะห์มี resolution และ retention ที่เหมาะสม

#### 3.1.1 ชนิดของ eluent

ปัจจัยสำคัญ 2 ปัจจัยที่ต้องพิจารณาในการเลือกชนิด eluent ที่เหมาะสมในเทคนิค IC คือ relative affinity ของ eluent ชนิดนั้น และของสารละลายที่จะวิเคราะห์ที่มีต่อสารตัวกลางที่ใช้เป็นสารแลกเปลี่ยนไอออน (ion exchange medium) และความเหมาะสมของเครื่องตรวจวัดที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์สารในสิ่งแวดล้อมซึ่งประกอบด้วย eluent นั้น มีรายงานเกี่ยวกับการใช้ eluent ชนิดต่าง ๆ ในการ elute ไอออนฟอสเฟตออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟีแบบแลกเปลี่ยนไอออน เช่น สารละลาย HCl (9) สารละลายผสม EDTA และ KCl (3,4) สารละลายผสม gluconate และ borate (16) สารละลาย phthalate (2,5,17) และสารละลาย trimesate (5,17) ซึ่งจากการศึกษาเบื้องต้นโดยใช้วิธีตรวจวัดแบบ Potentiometry ในงานวิจัยนี้ พบว่า eluent ที่เหมาะสมสำหรับแยกไอออนฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ในคอลัมน์ IC ซึ่งตรวจวัดฟอสเฟตด้วยขั้วไฟฟ้า CaISE คือ สารละลาย trimesate และอัตราการไหลของ eluent ที่ใช้คือ 1.1 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาทีซึ่งต่ำกว่าอัตราการไหลสูงสุดที่บริษัทผู้ผลิตกำหนดสำหรับคอลัมน์ IC

ชนิดนี้ คือ 1.2 ลูกบาศก์เซนติเมตรต่อนาที (16) นอกจากนี้ ยังพบว่า ขั้วไฟฟ้า Ca ISE มีปฏิกิริยาตอบสนองต่อ  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  เท่านั้น แต่ไม่ตอบสนองต่อ  $PO_4^{3-}$

3.1.2 ความเข้มข้นของ eluent พฤติกรรมทางโครมาโตกราฟีของฟอสเฟตแต่ละชนิดในคอลัมน์ IC สามารถอธิบายในเทอมของค่า retention time ( $t_R$ ) และ capacity factor ( $k'$ ) ของไอออนแต่ละชนิด ซึ่งคำนวณได้จากสมการต่อไปนี้ (18)

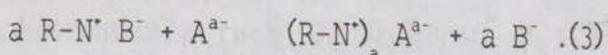
$$k' = (t_R - t_0) / t_0 \dots\dots(1)$$

โดยที่  $t_R$  และ  $t_0$  เป็นค่า retention time ของ ion ที่สนใจและของสารอื่นที่ไม่ถูกจับในคอลัมน์ (unretained species) ตามลำดับ

ผลการทดลองในตารางที่ 1 แสดงให้เห็นว่า retention time ของไอออนฟอสเฟตแต่ละชนิดลดลงเมื่อใช้ eluent ที่มีความเข้มข้นเพิ่มขึ้น เมื่อความเข้มข้นของ trimesate ลดลง การแข่งขันระหว่าง eluting ion กับไอออนฟอสเฟตที่จะเข้าไปแทนที่บนตัวกลางเพื่อให้เกิดการแลกเปลี่ยนไอออนก็ลดลงด้วย เป็นเหตุให้ retention time ของฟอสเฟตมีค่าสูงเมื่อใช้ eluent ที่มีความเข้มข้นต่ำ ความสัมพันธ์ระหว่าง  $k'$  และความเข้มข้นของ eluent แสดงโดยใช้สมการต่อไปนี้ (19)

$$k' = K_c [B]_r^a / [B]_m^a \dots(2)$$

เมื่อ  $K_c$  เป็นค่าคงที่ของสมดุลการแลกเปลี่ยนไอออนระหว่างสารที่สนใจวิเคราะห์ (A) และ eluent ion (B) ดังสมการ (3)



$V_s$  และ  $V_m$  เป็นปริมาตรของ stationary phase และ mobile phase ในคอลัมน์โครมาโตกราฟีตามลำดับ ความสัมพันธ์ระหว่าง  $k'$

และความเข้มข้นของ trimesate ในลักษณะที่พบนี้สอดคล้องกับรายงานการศึกษาเรื่อง IC หลายเรื่อง (3,4,17) แต่อย่างไรก็ตามความเข้มข้น ของ trimesate ซึ่งเป็นมีผลต่อ retention ของ  $PO_4^{3-}$  น้อยมาก ซึ่งเป็นเพราะ  $PO_4^{3-}$  มีจำนวนประจุน้อยกว่า  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  สำหรับความเข้มข้นของ eluent ค่าใดค่าหนึ่ง  $t_R$  ของไอออนฟอสเฟตมีค่าเพิ่มขึ้นตามจำนวนประจุที่เพิ่มขึ้นของไอออนนั้น เพราะแรง affinity ของอนุภาคมีประจุที่มีต่อตัวกลาง การแลกเปลี่ยนไอออนจะเพิ่มขึ้นเมื่อประจุของไอออนเพิ่มขึ้น ทำนองเดียวกับในโครมาโตกราฟีชนิดแลกเปลี่ยนแอนไอออนแบบธรรมดา (17,18) อย่างไรก็ตาม เมื่อใช้การตรวจวัดโดยวิธีอ้อม ซึ่งใช้ post-column reaction ภายใต้สภาวะการทดลอง ดังแสดงในตารางที่ 1 พบว่า ขั้วไฟฟ้า CaISEตอบสนองต่อ  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  เท่านั้น แต่ไม่ตอบสนองต่อ  $PO_4^{3-}$  ผลการทดลองค่า  $t_R$  และ capacity factor ( $k'$ ) ของ  $PO_4^{3-}$  ที่แสดงในตารางที่ 1 ได้จากปฏิกิริยาการตอบสนองของขั้วไฟฟ้าเส้นลวดทองแดง (20)

ตารางที่ 1 ผลของความเข้มข้นของ trimesate ต่อค่า Retention ของฟอสเฟต ใน IC

สภาวะการทดลอง:

Eluent : Sodium trimesate

pH 9.4

Injected phosphates : 0.1 M  $PO_4^{3-}$ , 0.01 M  $P_2O_7^{4-}$ , 0.01 M  $P_3O_{10}^{5-}$

ปริมาตรที่ฉีด : 100  $\mu$ l

วิธีการตรวจวัด: post column reaction with Ca ISE

คอลัมน์: Waters IC-PAK A

ความเข้มข้น [trimesate] mM	Retention Time (min)			Capacity Factor (k')		
	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P <sub>2</sub> O <sub>7</sub> <sup>4-</sup>	P <sub>3</sub> O <sub>10</sub> <sup>5-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P <sub>2</sub> O <sub>7</sub> <sup>4-</sup>	P <sub>3</sub> O <sub>10</sub> <sup>5-</sup>
1.5	6.71	19.28	34.52	1.24	5.14	10.00
2.0	6.54	14.94	24.21	1.18	3.76	6.71
2.5	6.37	12.55	18.83	1.13	3.00	5.00
4.0	6.22	9.26	11.95	1.08	2.10	3.00

3.1.3 pH ของสารละลาย eluent จากการศึกษอิทธิพลของ pH ของสารละลาย eluent ที่มีต่อ retention ของฟอสเฟตดังแสดงในรูปที่ 1 ซึ่งใช้สารละลาย trimesate เข้มข้น 1.5 mM เป็น eluent และการตรวจวัดโดยวิธีอ้อม พบว่า สำหรับการ ใช้สารละลาย trimesate ที่มีความเข้มข้นค่าหนึ่งค่าใด เมื่อ pH ของสารละลาย eluent เพิ่มขึ้น retention time ของฟอสเฟตเพิ่มขึ้นด้วย ทั้งนี้เป็นเพราะในสารละลายที่มี pH สูง ไอออนฟอสเฟตจะอยู่ในรูปไอออนซึ่งมีประจุสูงสุดซึ่งพิจารณาได้จากค่า  $f_p$  และ protonation constant ของฟอสเฟต (PO<sub>4</sub><sup>3-</sup>, P<sub>2</sub>O<sub>7</sub><sup>4-</sup> และ P<sub>3</sub>O<sub>10</sub><sup>5-</sup> มีค่า pK<sub>1</sub> เท่ากับ 11.74 8.37 และ 8.00 ตามลำดับ) ตามสมการต่อไปนี้ (21)

$$f_p = \frac{[HA^{n-1}]}{[A^{n-1}] + [OH^-]} = \frac{K_{H1}}{K_{H1} + [OH^-]}$$

เมื่อ  $f_p$  คือ เศษส่วนของจำนวนไอออนที่ถูก protonated

เมื่อ pH เพิ่มขึ้น จำนวนไอออนที่ถูก protonated จะมีจำนวนน้อยลง ไอออนที่มีประจุสูงมีจำนวนมากขึ้น สามารถจับกับตัวกลาง การแลกเปลี่ยนไอออนได้ดี (25) ซึ่งมีผลทำให้ retention time เพิ่มขึ้น นอกจากนี้ pH ที่เพิ่มขึ้น มีส่วนทำให้ ionic strength

ของสารละลายเพิ่มขึ้น ซึ่งมีผลทำให้ retention time เพิ่มขึ้นเช่นกัน ดังปรากฏเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่ retention ของสารที่วิเคราะห์ขึ้นอยู่กับ ionic strength ในการศึกษาที่ใช้ anion exchanger ชนิดอื่น ๆ (22) ดังนั้น retention time ที่เพิ่มขึ้นเมื่อ pH เพิ่มขึ้น จึงเป็นผลมาจากการเกิด protonation น้อยลง ไอออนที่มีประจุสูงมีจำนวนมากขึ้น และการเพิ่มของค่า ionic strength ของสารละลายด้วย

3.1.4 การแยกวิเคราะห์ไอออนฟอสเฟตโดยเทคนิคไอออนโครมาโตกราฟี

จากผลการทดลองซึ่งแสดงในตารางที่ 1 สรุปได้ว่า เราสามารถแยกวิเคราะห์ไอออนฟอสเฟตในรูปแบบต่าง ๆ ได้โดยใช้เทคนิค IC โดยชนิด IC PAK A โดยใช้สารละลาย trimesate เป็น eluent สำหรับแยก PO<sub>4</sub><sup>3-</sup> และ P<sub>2</sub>O<sub>7</sub><sup>4-</sup> รูปที่ 2 แสดงโครมาโตแกรมที่ได้จากการทดลอง พิคแรกทางซ้ายมือในโครมาโตแกรมแต่ละอัน แสดงลักษณะเฉพาะตัวของ anion-exchange chromatography ซึ่งมีความสามารถละลายตัวอย่างที่ไม่ถูกตัวกลางของเหลวที่ไหล (unretained species) เป็นไอออนบวก ตัวอย่างจะเข้าไปแทนที่ anion-exchange eluent

ซึ่งจับกับตัวกลางแลกเปลี่ยนไอออนบริเวณส่วนบนสุดของคอลัมน์ ไอออนที่ถูกแทนที่เหล่านี้รวมทั้งแคทไอออนในสารตัวอย่างจะถูกตัวทำละลายพาออกไปยังเครื่องตรวจวัด ถ้าไอออนเหล่านี้ทำให้ศักย์ไฟฟ้าของสารละลาย eluent เพิ่มขึ้นหรือลดลง จะมีพีคเกิดขึ้น ซึ่งเรียกว่า void peak หรือ solvent peak พีคลักษณะนี้ปรากฏใน IC ซึ่งใช้การตรวจวัดแบบอื่น ๆ เช่นกัน (2,6,7,17)

จากโครมาโตแกรมดังกล่าว สามารถคำนวณค่า resolution ( $R_s$ ) ได้ (18) ซึ่งค่า

นี้ใช้บอกประสิทธิภาพของคอลัมน์โครมาโตกราฟีที่ใช้แยกตัวถูกละลาย 2 ชนิด การแยกที่มีค่า  $R_s$  สูงกว่า 1.5 จัดเป็นการแยกสมบูรณ์ และการแยกเกิดไม่สมบูรณ์เมื่อ  $R_s$  มีค่าน้อยกว่า 0.8 ตารางที่ 2 แสดงค่า  $R_s$  ระหว่าง  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  เมื่อใช้สารละลาย trimesate ที่มีความเข้มข้นต่าง ๆ กัน เมื่อพิจารณาว่า  $R_s$  และ เวลาที่ใช้ในการแยกแต่ละครั้ง สรุปได้ว่า สารละลาย eluent ที่เข้มข้น 2.0 - 2.5 mM สามารถแยกไอออนทั้งสองได้ดี

ตารางที่ 2 Resolution ในแยกการวิเคราะห์  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  โดยโครมาโตกราฟี เมื่อใช้สารละลาย trimesate ที่มีความเข้มข้นต่าง ๆ กันเป็น eluent

[trimesate] (mM)	pH	$R_s$
1.5	9.4	2.49
2.0	9.4	1.68
2.5	9.4	1.27
4.0	9.4	0.64
1.5	10.0	3.54
2.0	10.0	1.85
2.2	10.0	1.56
2.5	10.0	1.12
3.0	10.0	0.41

3.1.5 ผลของปริมาตรสารละลายที่ฉีด

การศึกษาผลของปริมาตรสารละลายที่ฉีดที่มีต่อความไว (sensitivity) และ retention time กระทำโดยใช้สารละลาย trimesate เข้มข้น 2.5 mM pH 9.4 เป็น eluent และใช้สารละลาย  $Ca^{2+}$  เข้มข้น  $5.0 \times$

$10^{-5}$  M ในสารละลายบอเรตเข้มข้น 0.04 M เป็น reagent สำหรับการตรวจวัดแบบ post column reaction เมื่อฉีดสารละลายมาตรฐาน  $P_2O_7^{4-}$  เข้มข้น 0.01M ปริมาตรต่าง ๆ เข้าไปในคอลัมน์ จะได้พีคที่มีความสูงต่าง ๆ ดังกราฟ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของพีค และ ปริมาตรสารละลายที่ฉีด (ul) ในรูปที่ 3 (a)

จากผลการทดลองที่ได้สรุปได้ว่า ความไวของการวิเคราะห์ (ในทอมความสูงของพีค) มีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อปริมาตรสารละลายที่ฉีดเพิ่มขึ้น ปริมาตรสารที่ฉีดมีผลต่อค่า retention time ไม่มากนัก แต่ทำให้ความกว้างของพีคเพิ่มขึ้น ความกว้างนี้เป็นความกว้างของพีคซึ่งวัดที่ระดับเหนือ baseline เท่ากับครึ่งหนึ่งของความสูงของพีคนั้นความกว้างนี้เกิดจากสารที่สนใจวิเคราะห์ diffuse เข้าไปอยู่ระหว่าง stationary phase และ mobile phase ขนาดของ diffusion ขึ้นอยู่กับปริมาณของสารในแถบสารตัวอย่างที่ฉีด (18) เราไม่ต้องการพีคที่กว้างมากในการแยกวิเคราะห์สารโดยโครมาโตกราฟี เพราะทำให้ resolution ต่ำลง ดังนั้นจึงต้องเลือกค่าปริมาตรสารที่ฉีดให้เหมาะสมเพื่อให้ได้การแยกที่สมบูรณ์ และ resolution ที่ต้องการในการทดลองขั้นต่อไป จึงใช้ปริมาตรสารละลายที่ฉีดเป็น 100  $\mu$ l

### 3.2 การเปรียบเทียบวิธีการตรวจวัดโดยตรงและวิธีอ้อม (post column reaction)

การประยุกต์ใช้ขั้วไฟฟ้า Ca ISE เป็นหัวตรวจวัดในเทคนิค IC อาศัยปฏิกิริยาตอบสนองของขั้วไฟฟ้า Ca ISE ในลักษณะการทำงาน 2 ลักษณะ คือ การทำหน้าที่ตอบสนองต่อคุณสมบัติของสารละลายโดยรวม (bulk property detector) และการตอบสนองต่อคุณสมบัติของสารที่สนใจ (solute property detector) ในกรณีแรก การตรวจวัดอาศัยปฏิกิริยาตอบสนองของขั้วไฟฟ้า Ca ISE ต่อปริมาณ  $Ca^{2+}$  ที่เปลี่ยนแปลงในสารละลาย reagent ซึ่งนำมาผสมกับสารละลายที่ออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟีตามวิธีการที่ได้อธิบายแล้ว(14) สำหรับการตรวจวัดโดยตรงนั้นอาศัยปฏิกิริยา

ตอบสนองของแผ่นเมมเบรน PVC ซึ่งทำหน้าที่ยึดเกาะสารตอบสนองต่อ  $Ca^{2+}$  (Calcium sensor) ในขั้วไฟฟ้า Ca ISE แผ่นเมมเบรนนี้มีปฏิกิริยาตอบสนองต่อแอนไอออนที่สามารถเกิดปฏิกิริยา complexation ได้ นั่นคือ ขั้วไฟฟ้า Ca ISE จะตอบสนองต่อไอออนฟอสเฟตที่มีความเข้มข้นในช่วงหนึ่งโดยที่ความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับความเข้มข้นของไอออนในสารละลายที่ปราศจาก  $Ca^{2+}$  มีความชันเป็นลบ ซึ่งมีรายงานยืนยันพฤติกรรมทำนองเดียวกันนี้ของขั้วไฟฟ้า Ca ISE ในงานวิจัยอื่น ๆ (23-26) Frensd และคณะ (23) พบว่า เมื่อ จุ่มขั้วไฟฟ้า Ca ISE (ชนิดเดียวกับที่ใช้ในงานวิจัยนี้) ในสารละลายที่ประกอบด้วย  $Ca^{2+}$  dodecylsulphate และ tetradecylbenzene-sulphonate ซึ่งเป็นสารลดแรงตึงผิวชนิดแอนไอออน ศักย์ไฟฟ้าของขั้วไฟฟ้าลดลงอันเป็นผลมาจากการตอบสนองต่อ calcium-surfactant complex ซึ่งมีความเข้มข้นแตกต่างไปจากที่มีอยู่ในเมมเบรนของขั้วไฟฟ้า Llenado (24) ได้ศึกษาพฤติกรรมของขั้วไฟฟ้า Ca ISE ในสารละลายที่มีสารลดแรงตึงผิวชนิดแอนไอออนและแคทไอออนรายงานว่าสามารถใช้ขั้วไฟฟ้างดกล้าววิเคราะห์สารลดแรงตึงผิวได้ (surfactant sensitive electrode) Birch (25) และ Crapps (26) พบว่า ขั้วไฟฟ้าตอบสนองโดยตรงต่อสารลดแรงตึงผิวชนิดแอนไอออนที่มีความเข้มข้นต่ำ และพฤติกรรมนี้ขึ้นอยู่กับองค์ประกอบของเมมเบรนที่ใช้ทำขั้วไฟฟ้าด้วย

รูปที่ 2 แสดงโครมาโตแกรมที่ได้จากการตรวจวัด  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  ด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE โดยวิธี post column reaction (a) และ โดยวิธีตรง (b) ส่วนรูปที่ 3 แสดงกราฟมาตรฐานสำหรับ  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  ที่ออกจากคอลัมน์ เมื่อตรวจวัดปริมาณด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE โดยวิธีทั้งสองอย่างตามวิธีการ

ตรวจวัดโดยตรงมีความไวสูงกว่า คือสามารถวิเคราะห์  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  ที่มีความเข้มข้น  $1.0 \times 10^{-4}$  M ได้ หรือคิดเป็นฟอสฟอรัสปริมาณเท่ากับ 6ppm สำหรับ  $P_2O_7^{4-}$  และ 9 ppm สำหรับ  $P_3O_{10}^{5-}$  ส่วนวิธี post column reaction นั้นสามารถวิเคราะห์  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  ที่เข้มข้นสูงกว่า คือ  $5.0 \times 10^{-3}$  M (30 ppm P) และ  $1.0 \times 10^{-3}$  M (90 ppm P) ตามลำดับ ขั้วไฟฟ้า Ca ISE มีความไวต่อ  $P_3O_{10}^{5-}$  สูงกว่าต่อ  $P_2O_7^{4-}$  ดังนั้นในการวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตจึงควรใช้วิธีการวัดโดยตรง และสารละลาย eluent ที่ทำให้การแยกวิเคราะห์ฟอสเฟตโดยโครมาโตกราฟีได้พีคที่ดี และมี  $R_s$  ที่เหมาะสม คือ สารละลาย trimesate เข้มข้น 2.2 mM pH 10.0 ในการแยกวิเคราะห์ฟอสเฟตในตัวอย่างสารชักล้าง จึงใช้สารละลายดังกล่าวเป็น eluent และตรวจวัดฟอสเฟตโดยวิธีตรง

### 3.3 การวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตโดยเทคนิค IC และ Ca ISE

การคำนวณปริมาณฟอสเฟตแต่ละชนิดในตัวอย่างสารชักล้างที่ถูกแยกวิเคราะห์ในคอลัมน์โครมาโตกราฟีใช้วิธีเทียบความสูงของพีคสารตัวอย่างกับกราฟมาตรฐานซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของพีคของสารละลายมาตรฐานฟอสเฟต 2 ชนิด กับค่าลอการิทึมของความเข้มข้นฟอสเฟต ดังตัวอย่างในรูปที่ 4 ซึ่ง

เห็นได้ว่ากราฟไม่เป็นเส้นตรง แต่เราสามารถใช้ซอฟต์แวร์คอมพิวเตอร์ ชื่อ Curve Fitter ทำสมการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของพีคฟอสเฟตกับค่าลอการิทึมของความเข้มข้นฟอสเฟตได้ พบว่า กราฟสำหรับ  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  มีค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ (correlation coefficient) เท่ากับ 0.9987 และ 0.9995 ตามลำดับ การคำนวณปริมาณฟอสเฟตในตัวอย่างสารชักล้างใช้โปรแกรม Curve Fitter ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานสัมพัทธ์ (RSD) ของการวิเคราะห์สารละลายมาตรฐานที่มีฟอสเฟตทั้งสองชนิดเข้มข้นอย่างละ  $2.0 \times 10^{-3}$  M 5 ครั้ง มีค่าเท่ากับ 2.96 % และ 2.50 % สำหรับ  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  ตามลำดับ และค่า detection limit ในการวิเคราะห์  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  มีค่า  $1.01 \times 10^{-4}$  M เท่ากับ P ปริมาณ 6 ppm และ  $1.13 \times 10^{-4}$  M (P 9 ppm) ตามลำดับ

ตัวอย่างสารชักล้างที่นำมาวิเคราะห์โดย IC ได้แก่ น้ำยาล้างจาน (A, B) น้ำยาซักผ้า (C) และผงซักฟอก (D, E, F) เมื่อวิเคราะห์สารละลายตัวอย่างสารชักล้างจะได้โครมาโตแกรมทำนองเดียวกับที่แสดงในรูปที่ 2 ผลการวิเคราะห์ปริมาณ  $P_2O_7^{4-}$  และ  $P_3O_{10}^{5-}$  ซึ่งแสดงในตารางที่ 3 เป็นค่าเฉลี่ยของการวิเคราะห์ 5 ครั้ง เมื่อเปรียบเทียบผลการทดลองจากงานวิจัยนี้กับวิธีตรวจวัดโดย post column spectrophotometry ซึ่งใช้ molybdenum blue (3) พบว่า ได้ผลแตกต่างกันไม่เกิน 3 %

ตารางที่ 3 ผลการวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตในตัวอย่างสารซักล้างโดย IC และ Ca ISE

สารตัวอย่าง	% $\text{Na}_4\text{P}_2\text{O}_7$ ที่วิเคราะห์ได้			% $\text{Na}_5\text{P}_3\text{O}_{10}$ ที่วิเคราะห์ได้				
	วิธี Ca ISE	วิธี Spectro	% Diff	วิธี Ca ISE	วิธี Spectro	% Diff		
A	1.93	0.04	1.9	+1.58	*	*	*	
B	7.77	0.31	7.9	-1.64	*	*	*	
C	*	*	*	11.48	0.13	11.2	+2.47	
D	2.12	0.02	2.1	+0.95	9.27	0.32	9.4	-1.38
E	4.75	0.06	4.7	+1.16	26.61	1.42	27.4	-2.90
F	5.63	0.27	5.6	+0.5	15.00	1.88	25.3	-1.19

\* - วิเคราะห์ไม่พบ

สารตัวอย่าง A และ B - น้ำยาล้างจาน C - น้ำยาซักผ้า D, E และ F - ผงซักฟอก

#### 4. สรุปผลการทดลอง

งานวิจัยนี้เป็นการสาธิตการประยุกต์ใช้ไฟฟ้าแบบ ion-selective electrode เพื่อใช้เป็นเครื่องตรวจวัดในเทคนิค HPLC พบว่าการตรวจวัดฟอสเฟตรูปแบบต่าง ๆ ที่แยกจากกันโดยคอลัมน์โครมาโตกราฟีด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE กระทำได้ 2 วิธี คือ วิธีตรงซึ่งอาศัยปฏิกิริยาการตอบสนองของสารในแผ่นเมมเบรน PVC ของขั้วไฟฟ้าต่อแอนไอออนที่สามารถเกิดปฏิกิริยาเป็นสารเชิงซ้อนได้ และวิธีอ้อมซึ่งอาศัยปฏิกิริยาระหว่างไอออนฟอสเฟตที่ถูกพาออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟีชนิด IC กับ  $\text{Ca}^{2+}$  ในสารละลายที่ป้อนให้ผสมกับฟอสเฟตหลังออกจากคอลัมน์โครมาโตกราฟี และตรวจวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE ซึ่งตอบสนองต่อปริมาณ  $\text{Ca}^{2+}$  ที่เปลี่ยนแปลง จากผลการทดลองพบว่าขั้วไฟฟ้า Ca ISE ไม่ว่องไวต่อ  $\text{PO}_3^{4-}$  แต่ใช้วิเคราะห์  $\text{P}_2\text{O}_7^{4-}$  และ  $\text{P}_3\text{O}_{10}^{5-}$  ได้ดี การวิเคราะห์

ปริมาณฟอสเฟตโดยวิธีตรงมีความไวสูงกว่าวิธีอ้อม เครื่องมือที่ใช้และขั้นตอนในการวิเคราะห์ไม่ยุ่งยาก ซับซ้อนเหมือนวิธีอ้อม การวิเคราะห์ปริมาณฟอสเฟตด้วยขั้วไฟฟ้าโดยวิธีตรงมีความแม่นยำและความถูกต้องใกล้เคียงกับวิธีอ้อมโดย Spectrophotometry นอกจากนี้ จากการศึกษาเบื้องต้น (14) พบว่า มีแนวโน้มที่จะประยุกต์ใช้ขั้วไฟฟ้า Ca ISE สำหรับการวิเคราะห์แอนไอออนชนิดอื่นที่สามารถเกิดปฏิกิริยาเป็นสารเชิงซ้อนกับ  $\text{Ca}^{2+}$  ได้

#### คำขอบคุณ

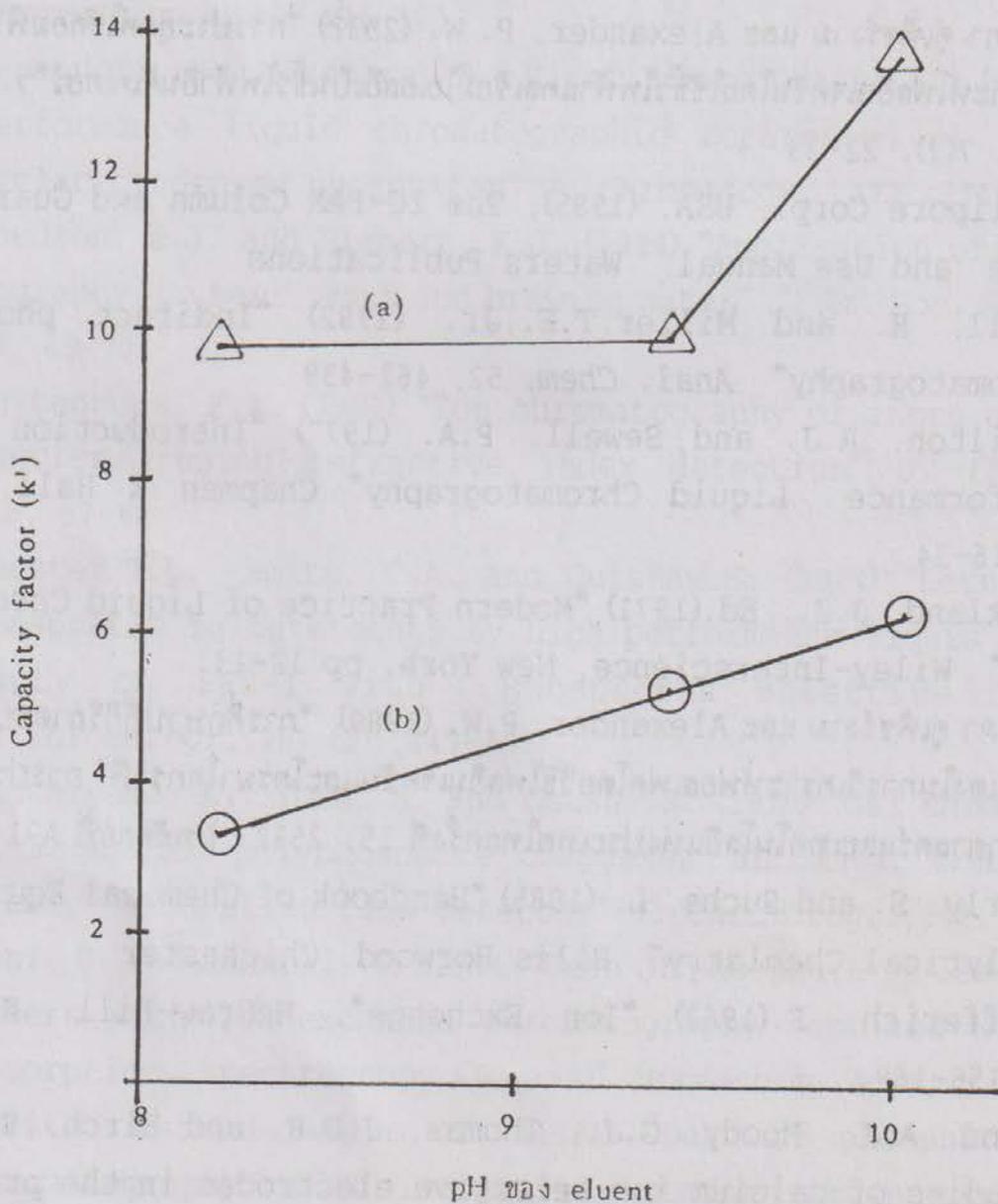
ผู้เขียนขอขอบคุณ Associate Prof. Dr. Peter W. Alexander แห่ง School of Chemistry, The University of New South Wales ออสเตรเลีย ที่ให้ความช่วยเหลือด้านเครื่องมือ และคำแนะนำที่เป็นประโยชน์อย่างยิ่ง

## 5. เอกสารอ้างอิง

1. Van Wazer, J.R., Ed., Phosphours and its compounds, vol II : Technological, biological functions and applications, Interscience, New York, 1961.
2. Cochrane, R.A. and Hillman, D.E. (1982) "Analysis of anions by ion chromatography using ultraviolet detection" *J. Chromatogr.* 241, 392-394
3. Yoza, N., Ito, K., Hirai, Y. and Ohashi, S. (1980) "Optimization of HPLC of inorg polyphosphates for routine analysis" *J. Chromatogr.*, 196, 471-480
4. Yamaguchi, H., Nakamura, T., Hirai, Y. and Ohashi, S., (1979) "High-performance liquid chromatographic separation of linear and cyclic condensed phosphates" *J. Chromatogr.*, 172, 131-140.
5. Knudson, E.J. and Siebert, K.J. (1984) "Application of ion chromatography to beer, wort and brewing water" *J. Am. Soc. Brew. Chem.*, 42, 65-70
6. Buytenhuys, F.A. (1981) "Ion chromatography of inorg and organic species using refractive index detection" *J. Chromatogr.*, 218, 57-64
7. Chester, T.L., Smith, C.A. and Culshaw, S. (1984) "Detn of inorg. phosphates in detergents by high performance liquid chromatography on PRP-1 with phosphorus selective detection" *J. Chromatogr.*, 287 (2), 447-451
8. Kouchiyama, K., Yoza, N. and Ohashi, S. (1978) "Gel chromatography of magnesium polyphosphate complexes: automatic monitoring by atomic absorption flow detector" *J. Chromatogr.*, 147, 271-279
9. Gunz, D. and Schnell, E. (1984) "Detn of phosphate in lake and waste waters with ion-exchange chromatography combined with atomic absorption spectroscopy (IC aas)" *Mikrochim. Acta*, 3, 409-416
10. Morita, M. and Uehiro, T. (1981) "Detn of phosphates by liq chromatography with inductively coupled argon plasma atomic emission spectrometric detection" *Anal. Chem.*, 53, 1997-2000
11. Tanaka, K. and Ishizuka, T. (1982) "Ion-exclusion chromatography of condensed phosphates on a cation-exchange resin" *J. Chromatogr.*, 190, 77-83

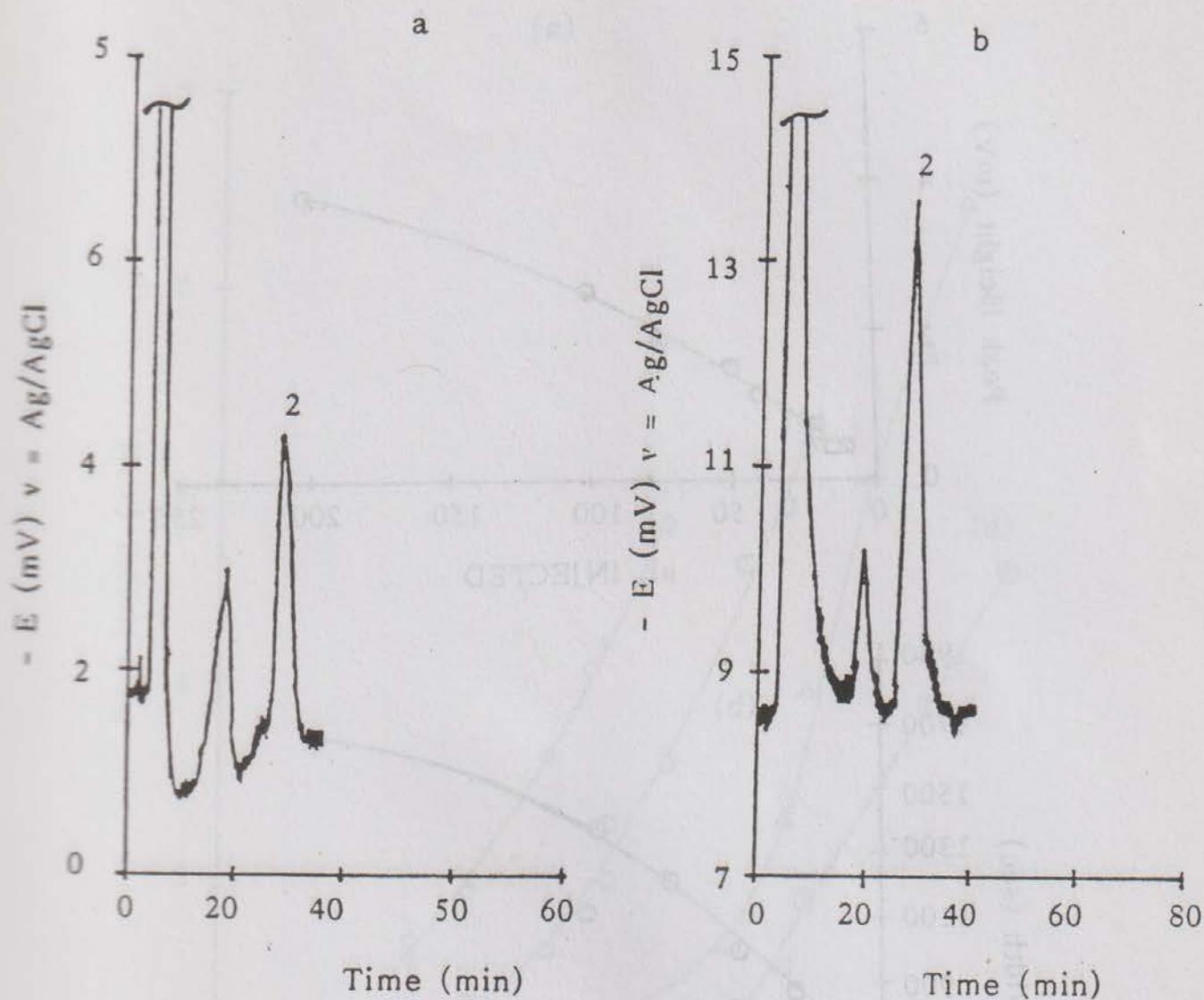
12. Butler, E.C.V. and Gershey, R.M. (1984) "Application of ion-exchange chromatography with an ion-selective electrodes to iodine detn in natural waters" *Anal. Chim. Acta*, 164, 153-161
13. Lockridge, J.E., Fortier, N.E., Schmuckler, G. (1987) "Potentiometric detection of halides and pseudohalides in anion chromatography" *Anal. Chim. Acta*, 192, 41-48
14. Alexander, P.W. and J. Koopetngarm (1987) "Flow injection detn of phosphate species in detergents with a calcium ISE" *Anal. Chim. Acta*, 197, 353-359
15. เยาวภา คู่เพชรงาม และ Alexander, P. W. (2532) "การประยุกต์ใช้คอมพิวเตอรืในงานวิเคราะห์ฟอสเฟตในเจกชันโดยใช้ขั้วไฟฟ้าแคลเซียมไอเอสซีเป็นขั้วไฟฟ้าอินดิเคเตอร์" ว.วิทยาศาสตร์ ม.ก. 7(2), 22-33
16. Millipore Corp., USA, (1985), The IC-PAK Column and Guard Column Care and Use Manual, Waters Publications
17. Small, H. and Miller, T.E., Jr. (1982) "Indirect photometric chromatography" *Anal. Chem*, 52, 462-439
18. Hamilton, R.J. and Sewell, P.A. (1977) "Introduction to High Performance Liquid Chromatography" Chapman & Hall, London, pp 16-34
19. Kirkland, J.J., Ed. (1971) "Modern Practice of Liquid Chromatography" Wiley-Interscience, New York, pp 12-13.
20. เยาวภา คู่เพชรงาม และ Alexander, P.W. (1989) "การศึกษาปฏิกิริยาตอบสนองของขั้วทองแดงในการวิเคราะห์ฟอสเฟตโดยวิธีฟอสเฟตอินเจกชันและโครมาโตกราฟี" การประชุมวิชาการวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทยครั้งที่ 15, 2532, บทความที่ A91, 274-275
21. Kotrly, S. and Sucha, L. (1985) "Handbook of Chemical Equilibrium in Analytical Chemistry", Ellis Horwood, Chichester
22. Helfferich, F. (1962) "Ion Exchange", McGraw-Hill, New York, pp 156-169.
23. Frend, A.J., Moody, G.J., Thomas, J.D.R. and Birch, B.J. (1983) "Studies of calcium ion-selective electrodes in the presence of anionic surfactants" *Analyst*, 108, 1072-1081.
24. Llenado, R.A. (1975) "Potentiometric response of the calcium selective membrane electrode in the presence of surfactants" *Anal. Chem.*, 47, 2243-49

25. Brich, B.J. and Clarke, D.E.(1983) "Surfactant-selective electrodes part I an improved liquid ion-exchanger" *Anal. Chim. Acta*, 131-132, 387-393
26. Craggs, A., Moody, G.J., Thomas, J.D.R. and Birch, B.J. (1980) "Effect of anionic surfactants on calcium selective electrode" *Analyst.*, 105, 426-431

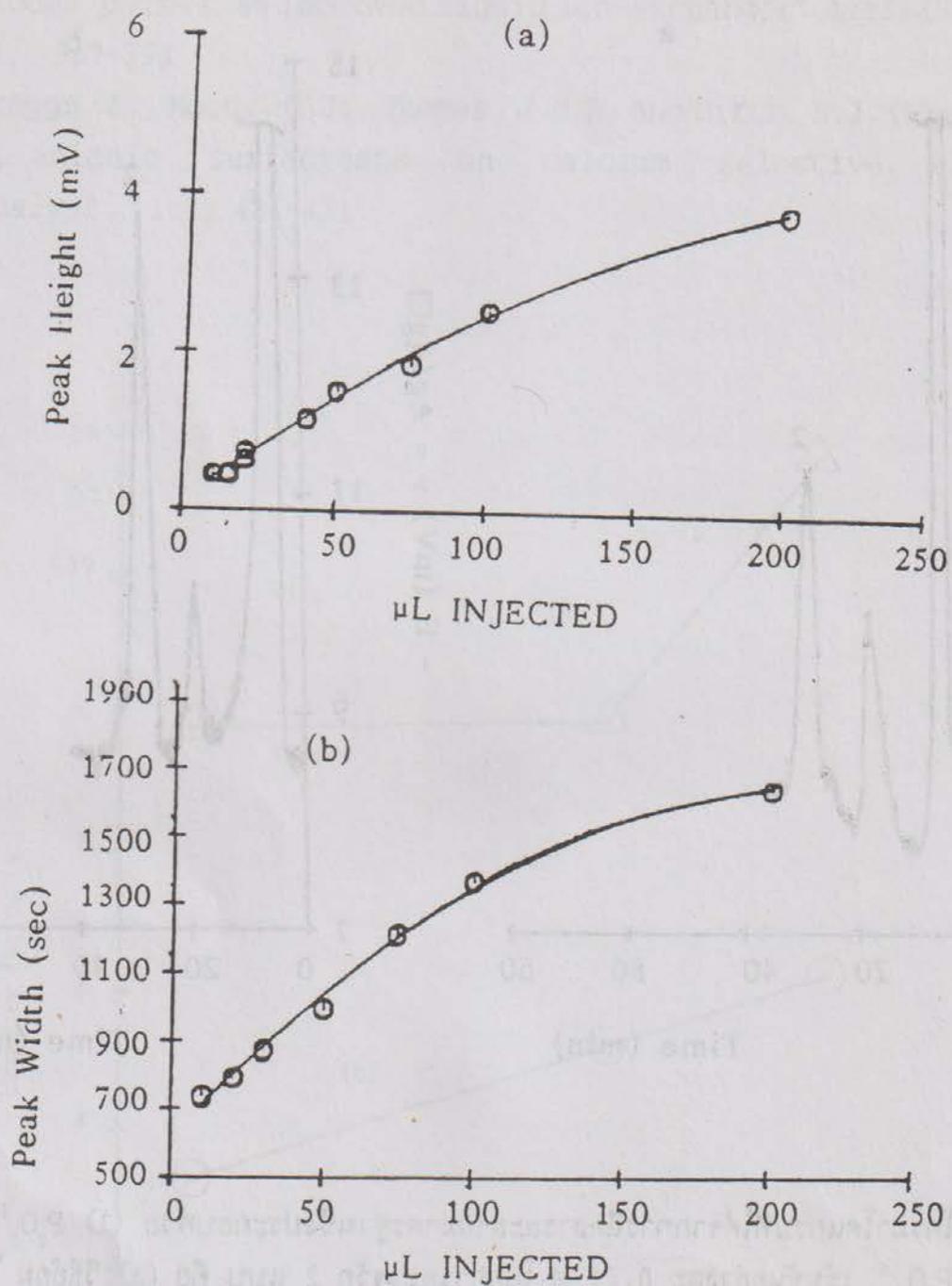


รูปที่ 1

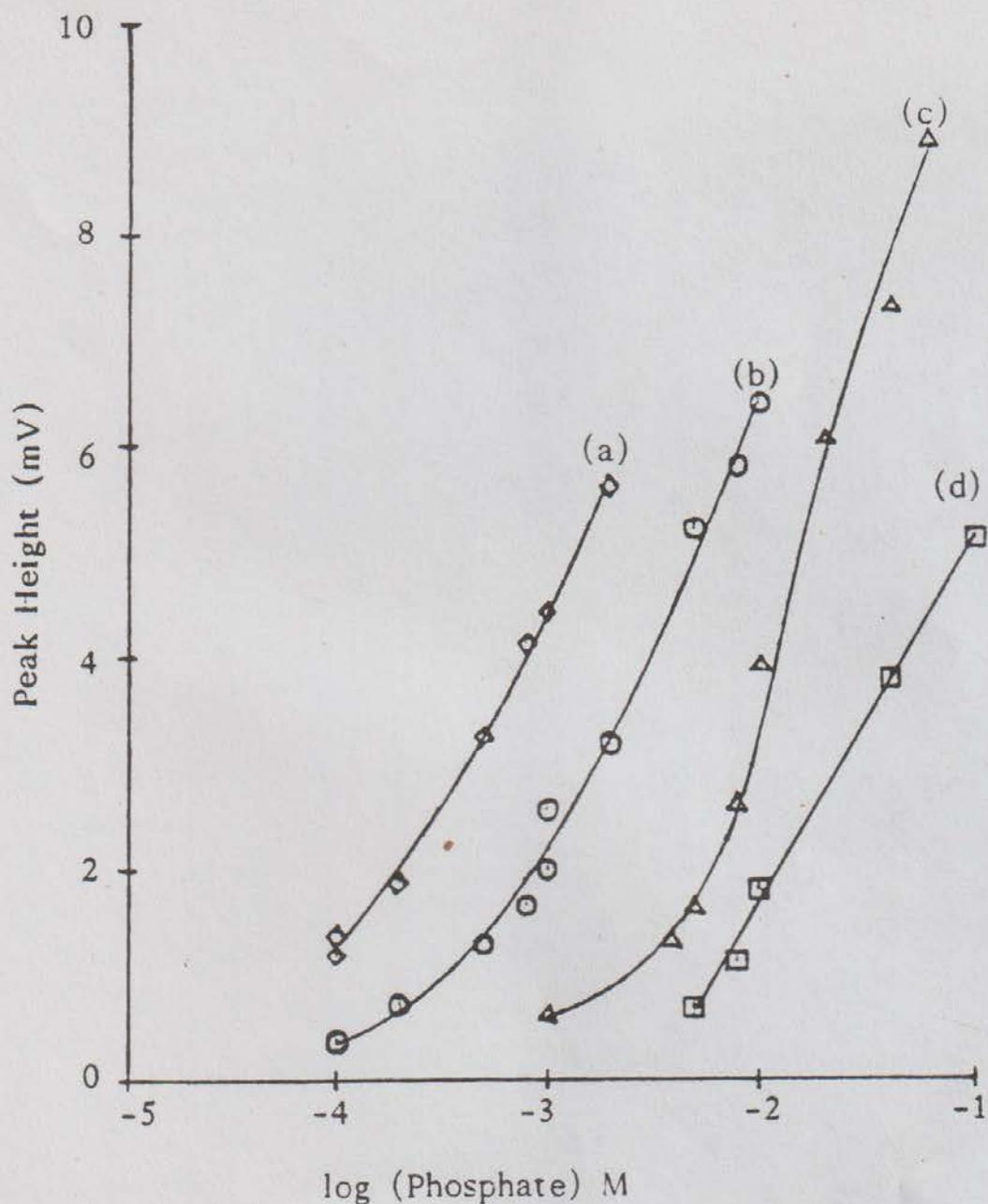
กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง pH ของสารละลาย trimesate เข้มข้น 1.5 mM กับ capacity factor ( $k'$ ) ของ (a)  $P_3O_{10}^{5-}$  และ (b)  $P_2O_7^{4-}$  เข้มข้นอย่างละ 0.01 M ภายใต้สภาวะโครมาโตกราฟีดังแสดงในตารางที่ 1



รูปที่ 2 โครมาโตแกรมที่ได้จากการฉีดสารละลายมาตรฐานซึ่งประกอบด้วย (1)  $P_2O_7^{4-}$  และ (2)  $P_3O_{10}^{5-}$  เข้มข้นอย่างละ 0.01 M โดยการตรวจวัด 2 แบบ คือ (a) วิธีอ้อม ใช้สารละลาย trimesate เข้มข้น 2.0 mM pH 9.4 (b) วิธีตรง ใช้สารละลาย trimesate เข้มข้น 2.0 mM pH 10.0 เป็น eluent



รูปที่ 3 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรสารละลาย  $P_2O_7^{4-}$  เข้มข้น 0.01 M ที่ฉีดกับ (a) ความสูงของพีค และ (b) ความกว้างของพีค โดยการตรวจวัดแบบ post column reaction และ ใช้สารละลาย trimesate เข้มข้น 2.5 mM pH 9.4 เป็น eluent



รูปที่ 4 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความสูงของพีคกับ log ความเข้มข้นของสารละลายฟอสเฟต โดยวิธีตรง (a) -  $P_3O_{10}^{5-}$ , (b) -  $P_2O_7^{4-}$  และ วิธีอ้อม (c) -  $P_3O_{10}^{5-}$ , (d) -  $P_2O_7^{4-}$  สารละลาย eluent คือ trimesate เข้มข้น 2.5 mM pH 9.4

# ข้อแนะนำในการเขียนบทความลงวารสาร "วิทยาศาสตร์ มข"

## ประเภทของเรื่องที่จะตีพิมพ์

1. รายงานผลวิจัยและค้นคว้า หรือการสำรวจที่ยังไม่เคยตีพิมพ์ในวารสารหรือหนังสืออื่นมาก่อน
2. บทความปริทัศน์ ได้แก่งานเขียนที่รวบรวม หรือเรียบเรียงจากเอกสารหรือหนังสือต่าง ๆ เพื่อเผยแพร่และฟื้นฟูงานด้านวิชาการระดับต่าง ๆ
3. บทความแสดงข้อคิดเห็น หรือข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในด้านวิชาการ เรื่องแปล ข่าววิชาการ ย่อความจากงานวิจัยค้นคว้าหรือหนังสือใหม่ที่น่าสนใจ

## รูปแบบของการเขียนและการเตรียมต้นฉบับ

1. ต้นฉบับ ต้องพิมพ์ด้วยเครื่องพิมพ์ดีด หรือเครื่องคอมพิวเตอร์ มีช่วงห่างระยะบรรทัดตามมาตรฐานพิมพ์ลงในกระดาษขาว A4 (โรเนียวสั้น) โดยใช้กระดาษด้านเดียว ความยาวไม่เกิน 10 หน้า ส่งต้นฉบับ 2 ชุด การส่งต้นฉบับพร้อมดิสเก็ต จะได้รับค่าขอบคุณเป็นพิเศษ
2. ต้นฉบับ จะพิจารณาโดยกองบรรณาธิการ และจะตอบรับเท่านั้นโดยไม่ส่งคืน ผู้เขียนควรทำสำเนาเก็บไว้เป็นหลักฐานของตัวเอง 1 ฉบับ
3. ต้นฉบับ ต้องมีความถูกต้องทั้งในด้านเนื้อหา และการใช้ภาษา รวมทั้งมีความสมบูรณ์ในรูปแบบพร้อมที่จะนำลงตีพิมพ์ได้
4. ชื่อเรื่อง ให้ใช้ภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ ไม่ยาวเกินไป และหลีกเลี่ยงการใช้คำย่อโดยไม่จำเป็น
5. ชื่อผู้เขียน เขียนชื่อภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ พร้อมทั้งบอกสถานที่ทำงานให้ชัดเจน
6. เนื้อเรื่อง ใช้ได้ทั้งภาษาไทยล้วน หรือภาษาอังกฤษล้วน ถ้าใช้ภาษาไทย ภาษาอังกฤษที่ใช้ปนกับภาษาไทยนั้น ให้พยายามแปลเป็นไทยเท่าที่จะทำได้ และให้เขียนคำเดิมกำกับในวงเล็บ การทับศัพท์ภาษาอังกฤษ ตลอดทั้งการเขียนตัวสะกดคำกรันต์ในภาษาไทยให้ใช้ตามแบบราชบัณฑิตยสถาน
7. ในกรณีของบทความวิจัย ต้องมีบทคัดย่อทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษ และแบ่งเนื้อหาของบทความเป็นบทนำ วิธีดำเนินงาน ผลการวิเคราะห์ บทสรุปและวิจารณ์
8. เชิงอรรถ (footnote) ใช้เฉพาะที่จำเป็น เพื่อขยายหรือให้รายละเอียดเพิ่มเติมแก่ใจความ เฉพาะตอนในบทความ ข้อความที่จำเป็นจะต้องมีเชิงอรรถ ให้ใช้เครื่องหมายดอกจัน ( \* ) กำกับท้าย
9. ตารางและภาพประกอบ คำบรรยายประกอบตารางหรือภาพประกอบควรจะสั้นและชัดเจน ถ้าจะเป็นภาพถ่าย ให้ใช้ภาพขาว-ดำ ขนาดโปสการ์ด การใช้ภาพสีต้องได้รับความเห็นชอบจากบรรณาธิการก่อน ภาพเขียนลายเส้นควรเขียนด้วยหมึกดำ ภาพที่เขียนต้องชัดเจน และมีขนาดที่เหมาะสม
10. เอกสารอ้างอิง หรือเขียนตามแบบสากลนิยม

## ส่งต้นฉบับมาที่

กองบรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์ มข.  
คณะวิทยาศาสตร์  
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

## อภิธานศัพท์สำหรับผู้เขียน

เรื่องที่ได้รับการตีพิมพ์ ผู้เขียนจะได้รับวารสารฉบับนั้น 2 เล่ม และสำเนาพิมพ์อีก 15 ชุด

# สารบัญ

ความสัมพันธ์ระหว่างจูลินทรีย์ และการสร้างเอนไซม์ในการทำปุ๋ยหมัก

.....สิรินทรเทพ เต่าประยูร  
เยาวลักษณ์ จันดาวงศ์ 33 - 40

การศึกษาเปรียบเทียบระหว่าง Univariate T-test และ Multivariate Hotelling's  $T^2$ -Test ในการทดสอบสมมุติฐานของเวกเตอร์ค่าเฉลี่ย สำหรับหนึ่งประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ

.....อโนทัย ตริวานิช 41 - 52

การวิเคราะห์ค่าใช้จ่ายในการผลิตบัณฑิตสาขาวิชาต่าง ๆ ของ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปีงบประมาณ 2534

.....วิชุดา ไชยสีวามงคล  
ปราโมทย์ ครอบยุทธ  
จินตนา สุประดิษฐอาภรณ์  
วัลยา สุนทรพิทักษ์ 53 - 64

วิธีการใหม่ในการหาแรงค์ของเมทริกซ์

.....เกียรติ แสงอรุณ 65 - 68

Influence of EL2 on the Electectical Activation of Si Implanted in GaAs

.....P.Kengkan  
R.A. Morrow 69 - 74

การศึกษาพฤติกรรมของไอออนฟอสเฟตในเทคนิคไอออน โครมาโตกราฟีโดยวิธีการตรวจวัดทาง Potentiometry ด้วยขั้วไฟฟ้า Ca ISE

.....เยาวภา บริพันธ์ 75 - 89

