ISSN 0125-2364

วารสาร วิทยาศาสตร์ขอนแก่น

THE JOURNAL OF SCIENCE KHONKAEN UNIVERSITY

ปีที่ 20-22 ฉบับ 3-3 เดือน กรกฎาคม - กันยายน 2537

ฉบับพิเศษ

๓๐ปี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ISSN 0125-2364

วารสาร
วิทยาศาสตร์ มข.
THE JOURNAL OF SCIENCE KHONKAEN UNIVERSITY

เจ้าของ

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

สำนักงาน

ตึก 6 ห้องสมุดคณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

วัตถุประสงค์

1. เพื่อส่งเสริมและเผยแพร่วิทยาการในสาขาวิชาต่าง ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์
2. เพื่อเผยแพร่ผลงานด้านการวิจัย และการศึกษา ค้นคว้าของอาจารย์และนักศึกษา
3. เพื่อเป็นสื่อกลางการแลกเปลี่ยนความรู้และ แนวความคิดทางวิชาการระหว่างอาจารย์ นักศึกษาและผู้สนใจ ทั้งภายในและ ภายนอกสถาบัน

กำหนดออก ปีละ 4 ฉบับ

ฉบับที่ 1 มกราคม - มีนาคม
ฉบับที่ 2 เมษายน - มิถุนายน
ฉบับที่ 3 กรกฎาคม - กันยายน
ฉบับที่ 4 ตุลาคม - ธันวาคม

ค่าบำรุง ปีละ 40 บาท ขายปลีกเล่มละ 12 บาท

การบอกรับเป็นสมาชิก

แจ้งความจำนงค์เป็นจดหมาย หรือกรอกใบสมัครเป็นสมาชิก พร้อมส่งค่าบำรุง เป็นธนาณัติ หรือเช็คไปรษณีย์ในนามของ นางบุญคุ้ม เหลือล้น ฝ่ายจัดการ สั่งจ่าย ป.ท.. มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002

บทความหรือข้อคิดเห็นใด ๆ ในวารสารนี้เป็นของผู้เขียน ไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับทัศนะของกองบรรณาธิการ

ISSN 0125-2208

วิทยาศาสตร์ขอนแก่น

THE JOURNAL OF SCIENCE KHONKAEN UNIVERSITY

Publisher

Faculty of Science, Khon Kaen University, Thailand.

Office

Faculty of Science Library, Building 6, Khon Kaen University.

Objectives

1. To promote and propagate hnowledge in all fields of science.
2. To publish results from research and studies by academic staff and students.
3. To be a medium for the exchange of knowledge and ideas among staff, students and those interested from both inside and outside the institute.

Publishing terms

four issues per annual volume

Issue no. 1 January - March
Issue no. 2 April - June
Issue no. 3 July - September
Issue no. 4 October - December

Subscription rate

40 baht per annum. Single issue price 12 baht.

Membership

Membership request can be made by letter or by completion the membership form, with the free paid in the form of a postal order or postal cheque sent to Mrs. Boonkoom Lualon, Managing Committee, Khon Kaen University Post Office, Khon Kaen, University, Khon Kaen 40002.

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 91- 96

แทนนินสารร่างใหญ่ที่น่ารู้จัก

สมเดช กนกเมธากุล*

แทนนินเป็นสารที่พบได้ทั่วไปในพืชเกือบทุกชนิด ส่วนใหญ่มักพบในรูปของกลัยโคไซด์ เป็นสารจำพวกโพลีฟีโนลิกที่มีโมเลกุลใหญ่และซับซ้อน ไม่ตกผลึก เมื่อละลายน้ำจะอยู่ในรูปของคอลลอยด์ มีรสฝาด ชาวบ้านจึงเรียกแทนนินว่า " ฝาด " ในความหมายดังเดิมนั้นแทนนิน หมายถึง " สารประกอบในพืชที่สามารถรวมตัวกับโปรตีนคอลลาเจนแล้วเกิดเป็นสารประกอบเชิงซ้อน [1] " ดังนั้นจึงใช้ในการฟอกหนัง (tanning) โดยฟอกหนังสด (skin or hide) ให้เป็นหนังฟอก (leather)[2] จึงเป็นที่มาของคำว่า tannin นอกจากนี้สารละลายแทนนินยังเกิดการรวมตัวกับสารละลายเกลือเฟอริกเช่น $FeCl_3$ ให้เป็นสีดำหรือสีน้ำเงินเขียวขึ้นกับชนิดของแทนนินซึ่งจะกล่าวต่อไป

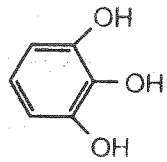
แทนนินพบได้ในส่วนต่าง ๆ ของพืช เช่น ราก ลำต้น ใบ ดอก และผล สำหรับผลมักจะพบในขณะที่ผลยังดิบอยู่ แทนนินจะถูกสะสมในเนื้อเยื่อที่ตายแล้ว มักจะพบในพืชที่กำลังเจริญเติบโต ในชั้นนอกของเปลือกไม้ ในแก่นไม้ และในปุ่ม หน้าที่ของแทนนินยังไม่ทราบแน่ชัด แต่พบว่าต้นไม้ที่มีแทนนินมากจะไม่มีโรคหรือแมลงศัตรูพืชมาทำลาย

เนื่องจากแทนนินมีสูตรโครงสร้างที่ซับซ้อนและเป็นโมเลกุลใหญ่ ดังนั้นจึงแบ่งแทนนินตามน้ำหนักโมเลกุลได้เป็น 2 ชนิด คือแทนนินเทียม (pseudo tannin) มีน้ำหนักโมเลกุลต่ำกว่า 1,000 และแทนนินแท้ (ture tannin) มีน้ำหนักโมเลกุล 1,000-5,000 สำหรับการแบ่งแทนนินตามปฏิกิริยาทางเคมีแบ่งได้เป็น 2 กลุ่มคือ[3]

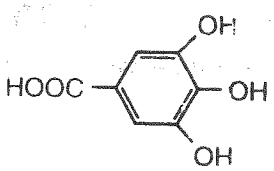
1. ไฮโดรไลส์เอเบิลแทนนิน (hydrolysable tannin) หรือเรียกว่า แกลโลแทนนิน (gallotannin) หรือ ไพโรแกลลอนแทนนิน (pyrogallol tannin) ซึ่งเป็นกลูโคซิดิกกลัยโคไซด์ของโพลีแกลลอย์ลกลัยโคไซด์ (polygalloyl glycosides) หรือ แอลลากอย์ลกลัยโคไซด์ (ellagoyl glycosides) มักพบเป็นโครงสร้างที่ซับซ้อนของกรดแกลลิก (gallic acid) 9 หน่วย ต่อ กลูโคส 1 หน่วย พวกแกลโลแทนนินนี้เมื่อถูกไฮโดรไลส์ด้วยกรดหรือเอนไซม์ จะได้น้ำตาลกลูโคสกับกรดแกลลิก ส่วนเอลลาจิกแทนนิน(ellagic tannins) เมื่อถูกไฮโดรไลส์แล้วจะได้กรดเอลลาจิก (ellagic acid) ในส่วนของแกลลอย์ล ในแกลโลแทนนินอาจพบอยู่ในรูปของโมเลกุลเดี่ยว สองโมเลกุล (m-digalloyl) หรือสามโมเลกุล (m-trigalloyl) โครงสร้างที่เกี่ยวข้องกับไฮโดรไลส์เอเบิลแทนนินแสดงในรูปที่ 1

---

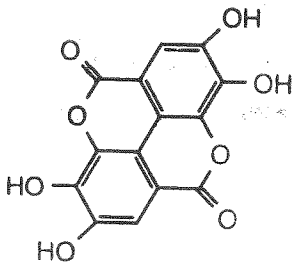
* *ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*



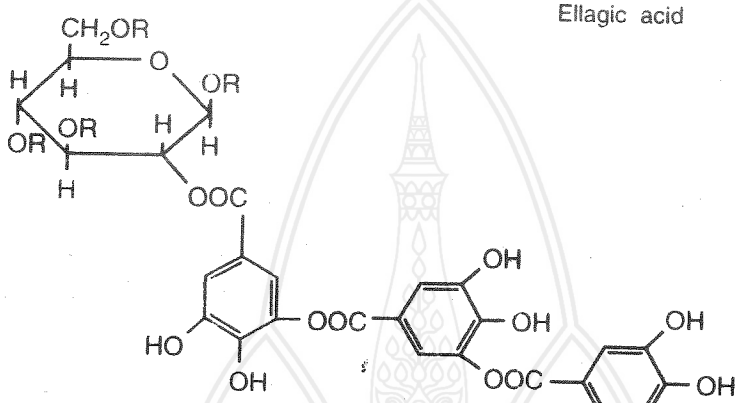
Pyrogallol



Gallic acid



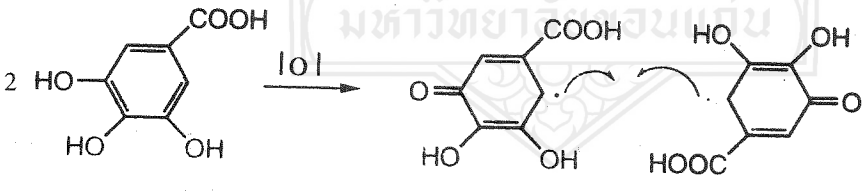
Ellagic acid



Gallotannin (R = Galloyl)

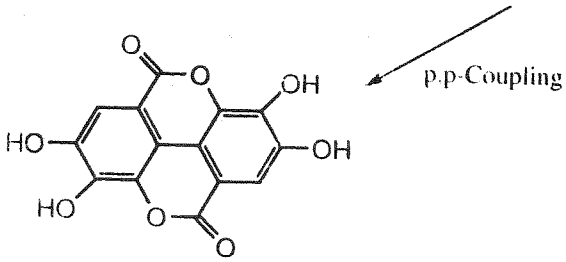
รูปที่ 1 แสดงโครงสร้างของโมเลกุลที่เกี่ยวข้องกับไฮโดรไลส์เอเบิลแทนนิน

สำหรับกรดเอลลาจิกเป็นไดเมอร์ของกรดแกลลิกอยู่ในรูปของไดแล็กโทน (dilactone) เกิดจากปฏิกิริยาฟีนอลคลับปลิง (phenol coupling) ของกรดแกลลิก ดังสมการที่ 1



Gallic acid

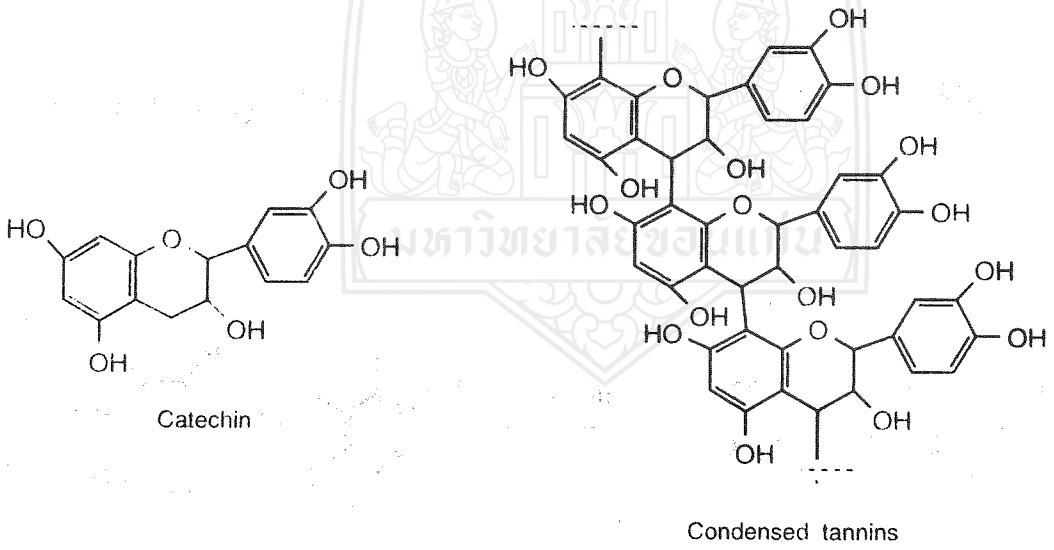
(1)



Ellagic acid

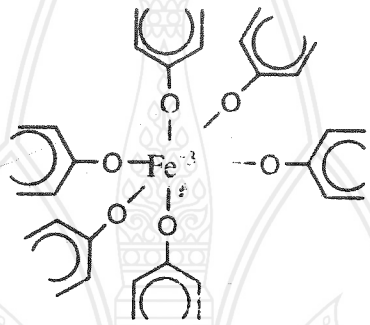
ลักษณะทั่วไปของไฮโดรไลส์เอเบิลแทนนิน เป็นของแข็งไม่มีรูปผลึก (amorphous) สีเหลืองน้ำตาลละลายได้ในน้ำร้อน มีรสฝาด พบได้ในรูบาบ เปลือกอบเชย ผลและเปลือกของต้นทับทิม ใบและเปลือกยูคาลิปตัส เปลือกต้นโอ๊คและเปลือกเมล็ดมะม่วงหิมพานต์[4] เป็นต้น เนื่องจากแทนนินประเภทนี้เมื่อถูกไฮโดรไลส์แล้วได้กรดแกลลิก กรดเอลลาจิก หรือ m-digallic acid อิสระ ซึ่งสามารถทำปฏิกิริยากับโปรตีนคอลลาเจนได้ดี จึงนิยมใช้แทนนินกลุ่มนี้ในการฟอกหนัง

2. **คอนเดนซ์แทนนิน** (condensed tannin) หรือเรียกว่า คาทิชินแทนนิน (catechin tannin) หรือโฟลบาแทนนิน (phlobatannins) หรือฟลาโวแทนนิน (flavotannins) เป็นสารที่มีโมเลกุลใหญ่และซับซ้อน ซึ่งเป็นโพลีเมอร์ของฟลาโวนอยด์ เช่น คาทิชิน และ flovan-3,4-dicls ไม่มีส่วนของน้ำตาล จึงไม่ละลายน้ำหรือละลายน้ำได้น้อย ไม่ถูกไฮโดรไลส์ นอกจากนี้ยังเกิดโพลีเมอร์ไรซ์ (polymerize) ต่อไปเป็นโฟลบาฟีน (phlobaphenes) ซึ่งเป็นสีแดงไม่ละลายน้ำ เรียกว่า แทนนินเรด (tannin red) แทนนิน กลุ่มนี้พบในเปลือกอบเชย เปลือกซิงโคนา เปลือกต้นโอ๊ค เมล็ดหมาก ใบชา เปลือกสีเสียด โกงกาง และ เยื่อหุ้มเนื้อในเมล็ดมะม่วงหิมพานต์[4] เป็นต้น โครงสร้างของคอนเดนซ์แทนนิน แสดงดังรูปที่ 2

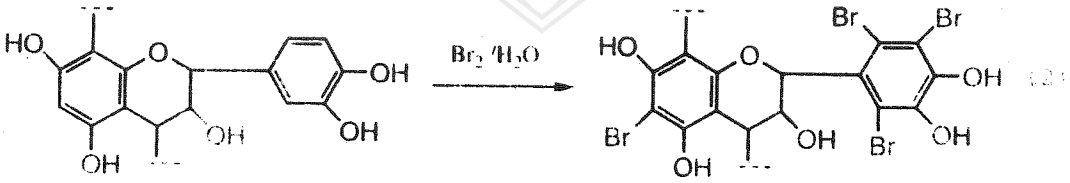


รูปที่ 2 แสดงโมเลกุลของคอนเดนซ์แทนนิน

การตรวจสอบความแตกต่างระหว่างไฮโดรไลส์เอเบิลและคอนเดนซ์แทนนินนั้น สามารถดูได้จากปฏิกิริยากับเฟอร์ริกคลอไรด์ ($FeCl_3$) หรือกับน้ำโบรมีน (bromine water) ปฏิกิริยาของไฮโดรไลส์เอเบิลแทนนินกับสารละลาย $FeCl_3$ ให้สารประกอบเชิงซ้อนของเหล็กเป็นตะกอนสีน้ำเงินดำ ส่วนคอนเดนซ์แทนนินจะให้ตะกอนของสารประกอบเชิงซ้อน เป็นสีเขียว ดังรูปที่ 3 สำหรับปฏิกิริยากับน้ำโบรมีน ถ้าเป็นไฮโดรไลส์เอเบิลแทนนินจะไม่เกิดตะกอน ซึ่งคาดว่าไม่เกิดปฏิกิริยาการเพิ่มเข้าของหมู่โบรมีน (bromination) ส่วนคอนเดนซ์แทนนินจะให้ตะกอนสีเหลือง เนื่องจากเกิดการเพิ่มเข้าของหมู่โบรมีนในอะโรมาติกได้ดังสมการที่ 2

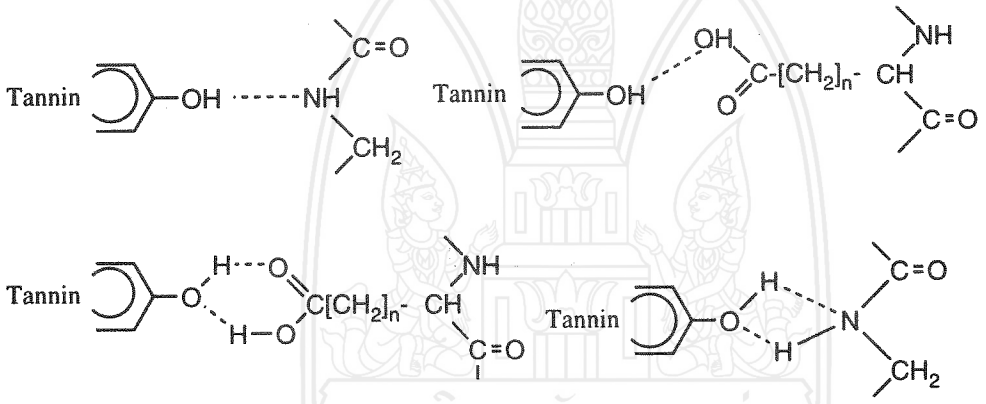


รูปที่ 3 รูปแสดงการเกิดสารประกอบเชิงซ้อนระหว่างเหล็กกับหมู่ฟีโนลิกของแทนนิน



แทนนินมีประโยชน์หลายด้านได้แก่[3,5] ใช้เป็นมอร์แดนท์ (mordants) ในการย้อมสี ทำให้สีคงทน ใช้ทำหมึก (ทำปฏิกิริยากับ Fe^{+3}) อุตสาหกรรมพลาสติก ซึ่งพลาสติกที่ได้จะมีสีหม่น ใช้รักษาแผลพุพอง ใช้เป็นยาแก้ริดสีดวงทวาร ผสมในยาฝาดสมานแก้ท้องร่วงและเป็นยาสมานรูขุมขนเพื่อลดความมันบนใบหน้า ปัจจุบันไม่นิยมใช้เนื่องจากเกิดรอยแผลเป็นที่ถาวร และมีหลักฐานอ้างอิงว่าแทนนินมีโทษต่อตับ ใช้ในการแยกแร่โดยวิธี mineral ore flotation ใช้สังเคราะห์เรซินแลกเปลี่ยนไอออนบวก (cationic exchange resins) และที่สำคัญที่สุดคือประโยชน์ในอุตสาหกรรมฟอกหนัง

สำหรับกลไกในการฟอกหนังเกิดจากหมู่ฟีโนลิกของแทนนินจับกับโปรตีนคอลลาเจน ของหนังสัตว์โดยพันธะไฮโดรเจนซึ่งเป็นการไล่ที่โมเลกุลของน้ำทำให้สภาพโปรตีนบนหนังเปลี่ยนไป ดังแสดงในรูปที่ 4 ยังผลให้หนังไม่เน่าและมีความแข็งทนต่อการใช้งาน หนังที่ฟอกด้วยแทนนินจะมีสีน้ำตาล



รูปที่ 4 แสดงการยึดเกาะระหว่างโปรตีนของหนังกับหมู่ฟีโนลิก -OH ของแทนนิน

ปัจจุบันนี้นักโรคพืชวิทยา ได้สนใจนำแทนนินทั้งสองชนิดซึ่งได้จากพืชไปทำการทดสอบคุณสมบัติในการยับยั้งเชื้อรา *Fusarium oxysporum* f.sp. *lycopersici* ซึ่งเป็นสาเหตุทำให้เกิดโรคใบเหี่ยวในมะเขือเทศได้ผลสูงถึง 70 %[6]

จะเห็นว่าแทนนินเป็นสารจากธรรมชาติที่มีโครงสร้างใหญ่และมีอยู่ในต้นไม้ทั่วไปใกล้ตัวเป็นสารที่มีประโยชน์หลายด้าน จึงเป็นอีกสารประเภทหนึ่งที่น่ารู้จักเพื่อนำไปใช้ประโยชน์ในทางที่เหมาะสมต่อไป

บรรณานุกรม

1 Arther and Elizabethrose "The condensed chemical dictionary" fifth edition 1062-1063, 1956.

2 S.D. Parker "Encyclopedia of chemistry" 1025-1026, 1983.

3 M Lepia, J.G. Cockbum and J.Bird, "Thrope's dictionary of applied chemistry" fourth edition, Vol.XI,390-405, 1954.

4 ดนัย พันโกฏิ และดุษา สาธิตสมิตพงษ์ "การสกัดและศึกษาชนิดของแทนนินในพืชบางชนิด" รายงานวิชาชีเนียร์โปรเจค ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ปีการศึกษา 2535

5 A.Y. Leung "Encyclopedia of common nutural ingredients used in food, drug and cosmetics Consultant, Natural products" Glen Rock, New Jersey, 305-306, 1980.

6 เกษม สร้อยทอง ขวัญใจ กนกเมธากุล และ สมเดช กนกเมธากุล ผลงานวิจัยซึ่งอยู่ระหว่างการพิจารณาตีพิมพ์ในวารสารวิจัยและส่งเสริมการเกษตร สถาบันเทคโนโลยีการเกษตรแม่โจ้ เชียงใหม่

□□□□□

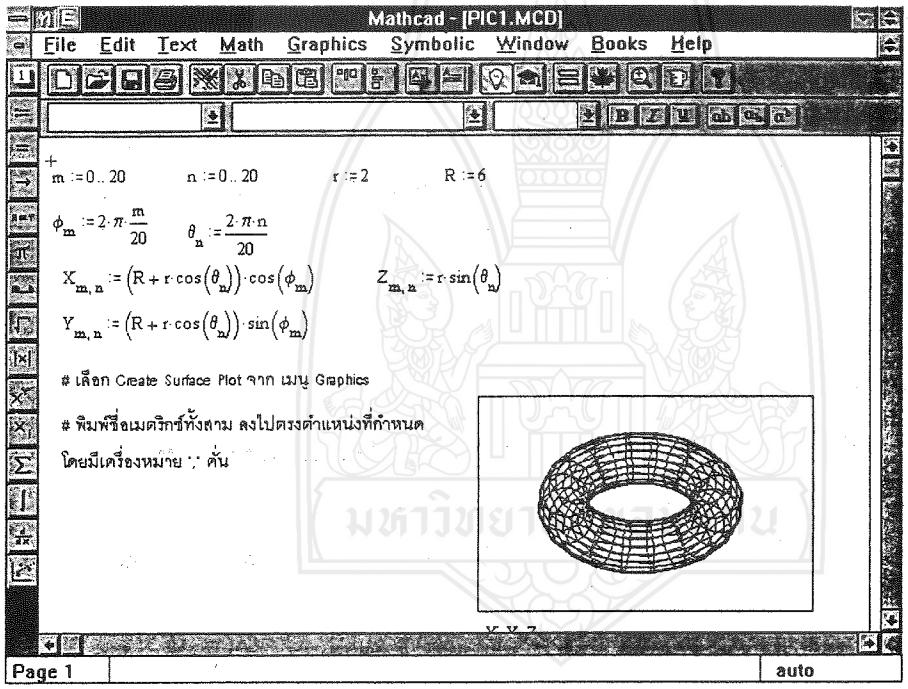
ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 97 - 111

การใช้โปรแกรม MathCAD 4.0 ในวิชาฟิสิคัลเคมี

ประวิทย์ สุดแก้ว *

บทนำ

MathCAD (1) ถูกจัดอยู่ในกลุ่มของโปรแกรมสำหรับใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (equation solvers หรือ math systems) มีลักษณะพิเศษคือ เป็นการรวมการทำงานของเวิร์ดโปรเซสเซอร์, ความสามารถในการคำนวณโดยมีฟังก์ชั่นสำเร็จรูปทางคณิตศาสตร์จำนวนมาก และมีความสามารถในการแสดงทางกราฟิกแบบต่าง ๆ พร้อมอยู่ในตัวโปรแกรม ดังรูปที่ 1 และตัวอย่างในบทความนี้



รูปที่ 1 แสดงลักษณะการทำงานบนจอภาพของโปรแกรม MathCAD

ข้อดีของโปรแกรมกลุ่มนี้ที่เหนือกว่าโปรแกรมในกลุ่มสเปรดชีตเช่น Excel(2) หรือ Lotus 1-2-3(3) เมื่อใช้แก้ปัญหาที่มีความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ที่สลับซับซ้อนและต้องการ

---

* *ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

กราฟที่ละเอียดหรือมี ลักษณะพิเศษเช่น กราฟ 3 มิติ หรือกราฟแสดงความสูงต่ำ (contour plot) เพราะผู้ใช้ไม่ต้องกำหนด ฟังก์ชั่นเองเหมือนในโปรแกรมสเปรดชีด และการสร้างกราฟก็ง่ายและให้คุณภาพที่ดีกว่ากันมาก

โปรแกรมชนิดนี้ที่มีจำหน่ายในต่างประเทศ เช่น MathCAD, Mathematica(4), Derive(5), MathLab(6), Ureka(7) เป็นต้น ซึ่งในปัจจุบันนี้ Mathematica จะเป็นโปรแกรมที่มีความสามารถสูงสุด แต่เมื่อคำนึงถึงราคาของโปรแกรมและทรัพยากรที่ใช้เช่นเนื้อที่และหน่วยความจำ ตลอดจนถึงความง่ายในการใช้คำสั่ง พบว่าโปรแกรม MathCAD จะใช้ได้ดีและเหมาะสมกับการเรียนการสอนในระดับปริญญาตรี ดังจะเห็นได้จากการมีบทความจำนวนมากในวารสารต่างประเทศเช่น Journal of Chemical Education หรือ Computers in Physics เกี่ยวกับการใช้โปรแกรมชนิดนี้ในการแก้ปัญหาทางการคำนวณ

การใช้โปรแกรมนี้ไม่ยาก เพราะว่าเป็นโปรแกรมที่ทำงานผ่านโปรแกรม Windows(8) ซึ่งทำให้ ผู้ใช้รู้สึกคุ้นเคยกับลักษณะของการใช้คำสั่ง, เมนูและเมาส์ สิ่งที่ต้องศึกษาเพิ่มเติมก็คือลักษณะการกำหนด ค่าตัวแปรและการเรียกฟังก์ชั่นทางคณิตศาสตร์มาใช้ ซึ่งใช้เวลาประมาณ 2 ชั่วโมง เมื่อเปรียบเทียบกับระยะเวลานาน ที่ต้องใช้ในการศึกษาภาษาคอมพิวเตอร์ระดับสูงเช่น ภาษาปาสคาล เพื่อจะเขียนโปรแกรมที่ใช้คำนวณและสร้างกราฟในลักษณะเดียวกัน การใช้โปรแกรมชนิดนี้น่าจะเป็นทางออกที่ดีประการหนึ่ง ในการใช้คอมพิวเตอร์เป็นเครื่องมือสำหรับเคมีศึกษา

สเปคโตรสโคปี

เป็นการจำลองปรากฏการณ์ของการแทรกสอดของแสง (diffraction) ของ diffraction grating (9) โดยกำหนดให้ N เป็นจำนวนของช่อง (slit) หรือ ร่อง (grooves) บนแผ่นเกรตติ้ง เมื่อเพิ่มจำนวนของร่องคือค่าของ N จะทำให้ค่าของ resolutions เพิ่มขึ้น ดูรายละเอียดในเอกสาร อ้างอิง (10) หน้า 336

1. กำหนดจำนวนจุดที่ต้องการคำนวณ

$i \quad 1..400$

$x_i \quad .01 \cdot i$

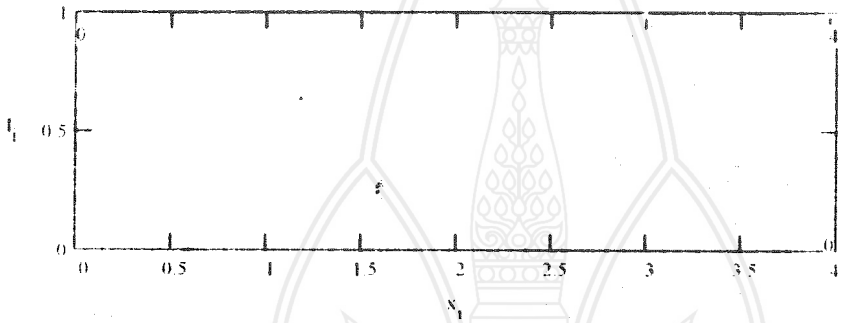
รูปที่ 2 การจำลองการแทรกสอดของแสงบนแผ่นเกรตติ้ง

2 กำหนดจำนวนช่องของเกรตติ้ง

$N \quad 20$

3 กำหนดสมการของความเข้มของแสงที่จุดต่างๆ

$$I_i = \frac{1}{N^2} \cdot \frac{\sin N \cdot \sin x_i}{\sin x_i}^{2}$$



รูปที่ 2 การจำลองการแทรกสอดของแสงบนแผ่นเกรตติ้ง (ต่อ)

Fast Fourier Transform

Fast FourierTransform มีความสำคัญในการคำนวณทางวิทยาศาสตร์ และวิศวกรรมศาสตร์ ในหัวข้อนี้จะเป็นการนำเทคนิค FFT มาแสดงหลักการ digital filtering ที่ใช้แยกสัญญาณรบกวนออกจากอินฟราเรดสเปคตรัม ดูรายละเอียดในเอกสารอ้างอิง(10) หน้า 343 ฟังก์ชั่น Fast Fourier Transform ในโปรแกรม MathCAD จะเขียนในรูปคำสั่ง fft(v) ซึ่งจะให้ผลการเปลี่ยนรูปออกมาเป็นค่า cj ดังสมการ:

$$c_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} v_k e^{2\pi i(j/n)k}$$

v คือเว็กเตอร์ของข้อมูลที่เป็นเลขจำนวนจริง

c คือสัมประสิทธิ์ของเวกเตอร์ใหม่ที่ได้จากการเปลี่ยนรูป

n คือจำนวนขององค์ประกอบในเว็กเตอร์ v ซึ่งต้องมีค่าเป็นเลขจำนวนเต็มซึ่งเกิดจากเลข 2 ยกกำลัง ($n=2^m$) เว็กเตอร์ที่ได้จากการเปลี่ยนรูปจะมีจำนวนขององค์ประกอบเท่ากับ $2^{m-1} + 1$

หมายเหตุ

MathCAD เมื่อทำการเปลี่ยนรูปของข้อมูลที่เป็นจำนวนจริง โดย FFT จะให้ข้อมูลที่เปลี่ยนรูปแล้ว เพียงครึ่งเดียวของ จำนวนข้อมูลทั้งหมด เพราะว่าข้อมูลในส่วนที่เหลือจะเป็นค่า conjugate ของส่วนแรก ถ้าต้องการข้อมูลที่เปลี่ยนรูปแล้วทั้งหมดต้องใช้คำสั่ง cfft แทนคำสั่ง fft

คำสั่งที่ใช้กับฟังก์ชั่น inverse FFT คือ iff(v) ซึ่งเมื่อเกิดการเปลี่ยนรูปแล้วจะให้ค่า d ซึ่งเป็นองค์ประกอบ (element) ของเวกเตอร์ ซึ่งได้จากสมการ:

$$d_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} w_k e^{-2\pi i(j/n)k}$$

v ในที่นี้คือเว็กเตอร์ที่ได้จากการทำ FFT

w คือเว็กเตอร์ที่ MathCAD สร้างขึ้นจากการคำนวณหาค่า conjugate ขององค์ประกอบของเว็กเตอร์ v แล้วนำไปเพิ่มต่อ (append) ให้กับเว็กเตอร์ v

Digital filtering. แสดงการกรองสัญญาณรบกวนออกจากสัญญาณปกติ

1. สร้างสัญญาณ:

$N \quad 64 \qquad i \quad 0..N-1 \qquad f \quad 10 \qquad \omega \quad 2\cdot\pi\cdot f$

$T \quad \frac{1}{f} \qquad \delta t \quad \frac{T}{20} \qquad t_i \quad i\cdot\delta t$

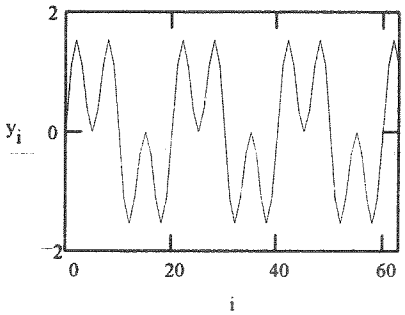
$y_i \quad \sin \omega\cdot t_i \quad \sin 3\cdot\omega\cdot t_i$

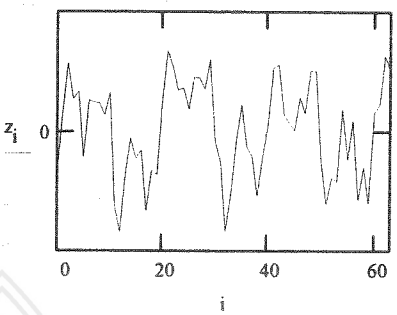
2. สร้างสัญญาณรบกวนแบบสุ่ม โดยใช้ฟังก์ชั่น rnd: $err_i \quad rnd(2) - 1$

3. เพิ่มสัญญาณรบกวนลงในสัญญาณปกติในข้อ 1: $z_i \quad y_i + err_i$

4. เปรียบเทียบระหว่างสัญญาณทั้งสองแบบ

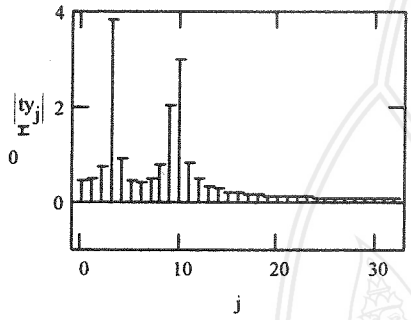
รูปที่ 3 การใช้ฟังก์ชั่น Fast Fourier Transform ในการแยกสัญญาณรบกวน

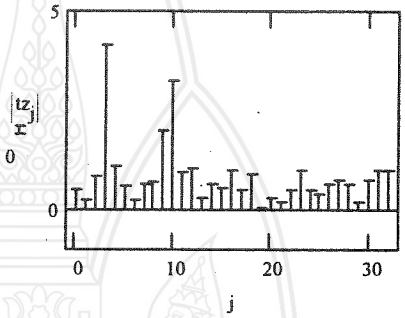




5. ทำการแปลงสัญญาณทั้งสองด้วย FFT:

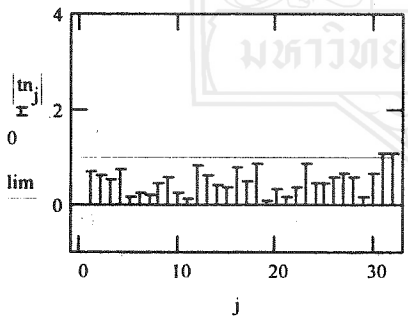
$ty := fft(y)$ $tz := fft(z)$ $M := \frac{N}{2}$ $j := 0..M$

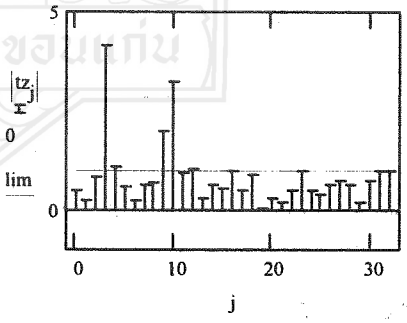




6. การใช้ FFT กับสัญญาณรบกวน เพื่อหาระดับสูงสุดของสัญญาณที่จะกำหนด limit ในการกรอง

$tn := fft(err)$ $lim := 1$

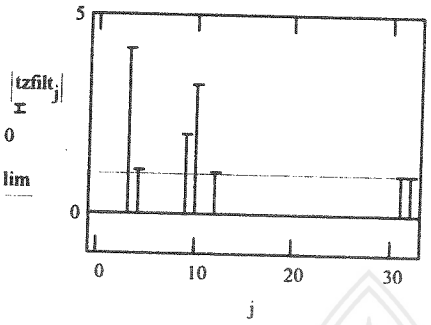




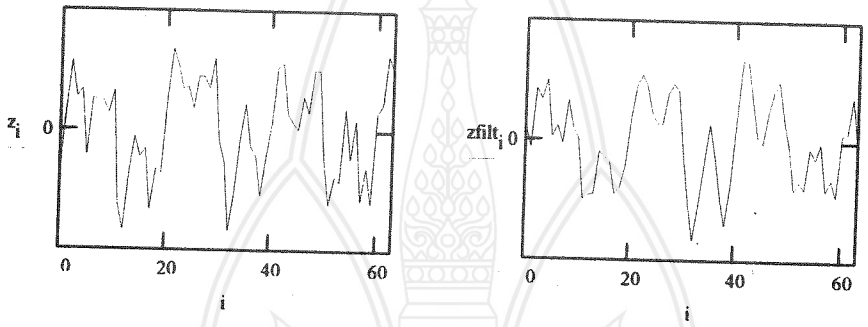
7. การกรองสัญญาณรบกวนที่ต่ำกว่าค่า limit: $filt_j := if(|tz_j| < lim, 0, 1)$

$tzfilt_j := tz_j \cdot filt_j$ $zfilt := ifft(tzfilt)$

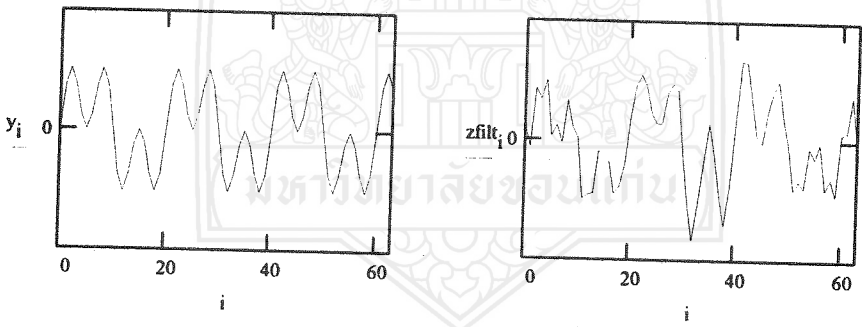
รูปที่ 3 การใช้ฟังก์ชั่น Fast Fourier Transform ในการแยกสัญญาณรบกวน (ต่อ)



8. นำสัญญาณที่กรองแล้วมาเปลี่ยนรูป ด้วยฟังก์ชั่น inverse FFT



9. เปรียบเทียบกับสัญญาณที่ปกติ



รูปที่ 3 การใช้ฟังก์ชั่น Fast Fourier Transform ในการแยกสัญญาณรบกวน (ต่อ)

การคำนวณค่าของ overlap integrals

การคำนวณค่าของ overlap integrals ระหว่าง 1s กับ 1s และ 1s กับ 2p ทำโดยใช้วิธีการประมาณค่า (numerical method) การเปลี่ยนรูปของฟังก์ชั่นให้อยู่ในรูปที่คำนวณได้ง่าย

การคำนวณ Overlap integrals

การคำนวณและการเขียนกราฟ ของค่า overlap integrals ใช้วิธีการประมาณค่าซึ่ง รายละเอียดมีอยู่ในหนังสือ Physical Chemistry ของ P.W. Atkins(11) ในบทที่16 โจทย์ข้อ 14 และ 15

1. กำหนดค่าของระยะทางระหว่างนิวเคลียส ในรูปของ reduced internuclear separation R/a0

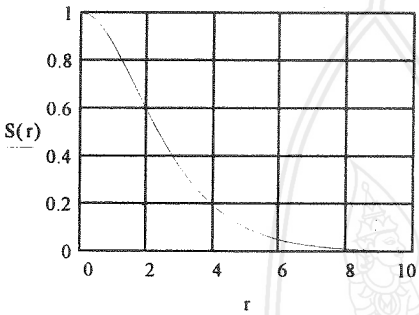
$r := 0, .25 .. 10$

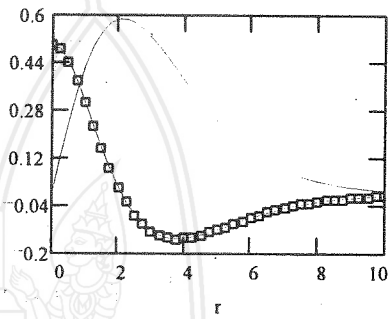
2. กำหนดสมการของการคำนวณ 1s-1s และ 1s-2p overlap integrals

$$S(r) := \left| 1 + r + \left(\frac{r^2}{3}\right) \right| \cdot e^{-r} \qquad P(r) := \left(\frac{r}{2}\right) \cdot S(r)$$

สมการของ 1s-1s overlap integrals สมการของ 1s-2p overlap integrals

3. การคำนวณและกราฟ





4. ตารางแสดงค่าของ S(r) และ P(r) ที่ค่า r ต่างกัน

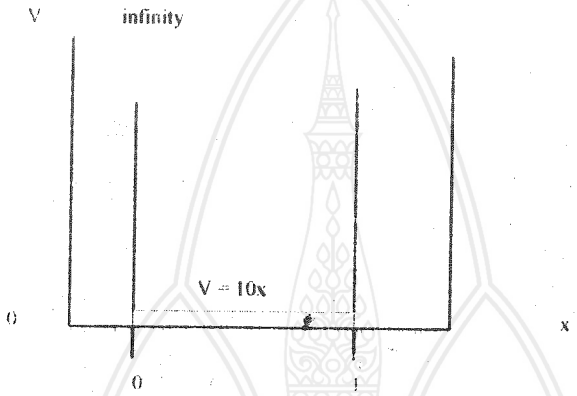
$r := 0 .. 10$

r	S(r)	P(r)
0	1	0
1	0.858	0.429
2	0.586	0.586
3	0.349	0.523
4	0.189	0.379
5	0.097	0.241
6	0.047	0.141
7	0.022	0.078
8	0.01	0.041
9	0.005	0.021
10	0.002	0.01

รูปที่ 4 กราฟแสดงค่าของ overlap integrals ระหว่าง 1s-1s และ 1s-2p

The Linear Variation Method

ในหัวข้อนี้จะเป็นการแสดงวิธีการใช้โปรแกรม MathCAD ประมาณค่าของพลังงานและสมการคลื่นของวัตถุที่เคลื่อนที่ในกล่องที่มีมิติเดียว (one-dimensional box) มีพลังงานศักย์ภายในอยู่ใน รูปสมการ V(x) = 10x และพลังงานศักย์ภายนอกกล่องมีค่าเท่ากับ ∞ ดังรูป



สมการชโรดิงเจอร์ของระบบนี้ จะเขียนได้ดังนี้

$$-\left(\frac{h^2}{8\pi^2 m}\right)\frac{d^2\Psi}{dx^2} + 10x\cdot\Psi = E\Psi$$

ค่าของพลังงานของวัตถุในระบบนี้ จะประมาณค่าได้จากวิธี linear variation method(12) โดยเริ่มจากการที่พบว่าในระบบอย่างเดียวกันนี้ ถ้าพลังงานศักย์ภายในภาชนะมีค่า V(x) = 0 ระบบจะมีสมการคลื่น 3 สมการแรกที่เรียงจากที่มีพลังงานต่ำไปหาพลังงานสูงคือ

$$\left(\frac{2}{l}\right)^2 \sin\left(\frac{1\pi x}{l}\right), \left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right), \text{ และ } \left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right)$$

กำหนดให้สมการคลื่นของระบบที่สนใจ เป็นผลรวมของฟังก์ชั่น sine ทั้งสาม สมการโดยอยู่ในรูป

$$\phi = c_1\cdot\left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{1\pi x}{l}\right) + c_2\cdot\left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right) + c_3\cdot\left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right)$$

ค่าที่ต้องการคือค่าของ c_i และค่าของพลังงานของวัตถุที่สภาวะต่าง ๆ สมมุติว่ามีค่าเป็น W ซึ่ง จาก variation theorem รายละเอียดดูในหนังสืออ้างอิง (14) หน้า 189 จะพบว่ามีความสัมพันธ์ระหว่างค่าต่างๆ อยู่ในรูปของสมการ

$Hc = Wc$

โดยที่ H เป็นเมตริกซ์ได้จากการอินทิเกรตตามสมการข้างล่างนี้

$$H_{jk} = \int f_j^* \, Hf_k \, d\tau$$

เมื่อ

$$f_1 = \left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{1\pi x}{l}\right)$$

$$f_2 = \left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$$

$$f_3 = \left(\frac{2}{l}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{3\pi x}{l}\right)$$

กำหนดให้ m = 1 และ $h^2 = 1$ เพื่อความสะดวกในการคำนวณ

จำนวนของเทอมที่ใช้ในสมการคลื่นจำลอง(trial wavefunction):

$n \quad 3 \qquad\qquad ORIGIN \quad 1$

1. การคำนวณหาค่าของ สมาชิกของเมตริกซ์ H:

$i \quad 1..n \qquad\qquad j \quad 1..n$

$$H_{i,j} \quad 2\cdot\sin(i\cdot\pi\cdot x)\cdot \frac{1}{2}\frac{d}{dx}\frac{d}{dx} \quad 2\cdot\sin(j\cdot\pi\cdot x)\,dx \quad \int_{0}^{1} 2\cdot\sin(i\cdot\pi\cdot x)\cdot 10\cdot x \cdot \quad 2\sin(j\cdot\pi\cdot x)\,dx$$

2. แสดงค่าของ varational matrix และหาค่าของ eigenvalues:

$$H = \begin{pmatrix} 9.935 & 1.801 & 3.219\cdot 10^{-9} \\ 1.801 & 24.739 & 1.945 \\ 3.84\cdot 10^{-9} & 1.945 & 49.413 \end{pmatrix} \qquad \text{eigenvals}(H) = \begin{pmatrix} 9.717 \\ 24.804 \\ 49.566 \end{pmatrix}$$

3. การคำนวณหาค่า eigenvectors:

a eigenvec(H, 9.717) b eigenvec(H, 24.804) c eigenvec(H, 49.565)

$$a = \begin{pmatrix} 0.993 \\ 0.12 \\ 0.006 \end{pmatrix} \qquad b = \begin{pmatrix} 0.12 \\ 0.99 \\ 0.078 \end{pmatrix} \qquad c = \begin{pmatrix} 0.004 \\ 0.078 \\ 0.997 \end{pmatrix}$$

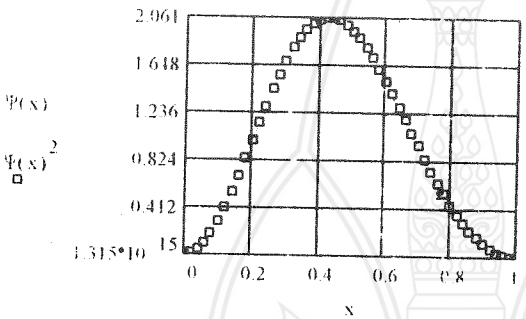
รูปที่ 5 การคำนวณสมการคลื่นและพลังงานของวัตถุในกล่องที่มีมิติเดียวโดยใช้ linear variation method

4. การแสดงกราฟของสมการคลื่น และ สมการคลื่นยกกำลังสองของสภาวะพื้น

$x := 0, .02 .. 1$

$$\Psi(x) := \sum_i a_i \cdot 2 \cdot \sin(i \cdot \pi \cdot x)$$

$$\sum_i a_i^{\,2}$$



รูปที่ 5 การคำนวณสมการคลื่นและพลังงานของวัตถุในกล่องที่มีมิติเดียวโดยใช้ linear variation method (ต่อ)

Molecular Orbital Theory

เป็นการศึกษาสมการคลื่นของโมเลกุล H_2^+ (12) โดยสมการชโรดิงเจอร์ของระบบในส่วนที่เกี่ยวข้องกับพลังงานที่เรียกว่า hamiltonian เขียนในหน่วยของอะตอม (atomic unit) ได้ดังนี้ รายละเอียดดูจากหนังสืออ้างอิง (14) หน้า 340

$$h = -\frac{\nabla^2}{2} - \frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}$$

$$\hat{H} = h + \frac{1}{R}$$

R คือระยะระหว่างนิวเคลียส

สมการคลื่นของออร์บิตัลของโมเลกุลเขียนได้ในรูปของผลบวกของออร์บิตัลของอะตอมไฮโดรเจน ดังนี้

$$\psi_i = c_1 s_A + c_2 s_B$$

$$\psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2(1+\nabla)}}(1s_A + 1s_B)$$

$$E_1 = \frac{a+b}{1+\Delta} + \frac{1}{R}$$

เมื่อ

$$a = -\frac{1}{2} + e^{-2R} + \frac{e^{-2R} - 1}{R}$$

$$b = -\frac{\Delta}{2} - e^{-R}(1 - R)$$

$$\Delta = e^{-R}\left(1 + R + \frac{R^2}{3}\right)$$

1. กำหนดค่าของ R และ พลังงาน: $R \leftarrow 1$ $\quad$ $Energy \leftarrow 1$

2. กำหนด solution block:

Given

$$Energy = 0.5 \cdot \frac{1}{R} \cdot \left[1 - \frac{1}{R} \cdot \exp(-2 \cdot R) - (1 + R) \cdot \exp(-R) - \frac{1}{R} \cdot \left[1 - \left(1 + R + \frac{R^2}{3}\right) \cdot \exp(-R)\right]\right]$$

$$\frac{d}{dR}\left[0.5 \cdot \frac{1}{R} \cdot \left[1 - \frac{1}{R} \cdot \exp(-2 \cdot R) - (1 + R) \cdot \exp(-R) - \frac{1}{R} \cdot \left[1 - \left(1 + R + \frac{R^2}{3}\right) \cdot \exp(-R)\right]\right]\right] = 0$$

3. คำนวณหาค่าของ R และ Energy ตามสมการและข้อกำหนดในข้อ 2

$$\begin{bmatrix} R \\ Energy \end{bmatrix} \leftarrow Find(R, Energy) \qquad R = 2.493$$

$$Energy = 0.565$$

รูปที่ 6 การคำนวณสมการคลื่นและพลังงานของออร์บิตัลแรก ในโมเลกุลของไฮโดรเจนอิออน(+1)

4. แสดงภาพของ โมเลกุลาร์ออร์บิทัลที่เกิดพันธะ

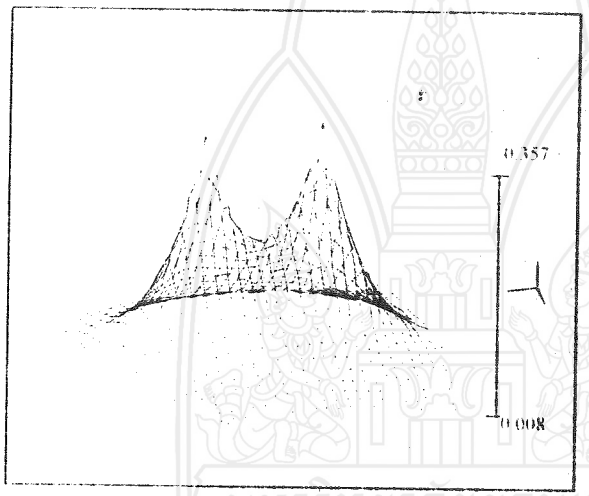
การคำนวณค่าของ overlap integral $S \quad 1 \quad R \quad \frac{R^2}{3} \cdot \exp(\ R) \qquad S = 0.46$

$N \quad 30 \qquad i \quad 0..N \qquad j \quad 0..N$

$x_i \quad 2.5 \quad i \cdot \frac{7.5}{N} \qquad y_j \quad 3 \quad j \cdot \frac{6}{N}$

$$\Psi(x,y) \quad \frac{1}{\pi} \cdot \exp \quad x^2 \cdot y^2 \quad \exp \quad (x \quad R)^2 \cdot y^2 \quad 2 \cdot 2 \cdot S$$

$M_{(i,j)} \quad \Psi\ x_i, y_j$



M

รูปที่ 6 การคำนวณสมการคลื่นและพลังงานของออร์บิตัลแรก ในโมเลกุลของไฮโดรเจนอิออน(+1) (ต่อ)

การแสดงสมการคลื่นของอะตอมไฮโดรเจน

สมการคลื่นของ $d_{x^2-y^2}$ คือ

$$\psi_{3d_{x^2-y^2}} = \frac{1}{81(2\pi)^{1/2}} \left(\frac{Z}{a}\right)^{7/2} r^2 e^{-Zr/3a} \sin^2\theta \cos 2\phi$$

แบ่งเป็น radial factor กับ spherical harmonics ดังสมการต่อไปนี้(15)

$$R_{3d} = \frac{4}{81\sqrt{30}}\left(\frac{Z}{a}\right)^{7/2} r^2 e^{-Zr/3a}$$

$$Y_l^m(\theta,\phi) = S_{l,m}(\theta)\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{im\phi}$$

$$S_{2\pm2} = \frac{1}{4}\sqrt{15}\sin^2\theta$$

เมื่อต้องการดูภาพของออร์บิทัล d ในแนวระนาบ xz กำหนดให้ $\phi = 0$ ในเทอม $e^{im\phi}$

กราฟของสมการคลื่นจะเป็นกราฟใน 4 มิติ ดังนั้นจึงต้องกำหนดให้ค่าตัวแปรคงที่ กราฟที่จะเป็น ลักษณะของพื้นผิว รายละเอียดเรื่องกราฟของสมการคลื่นมีในหนังสืออ้างอิง(14) หน้า 126

1. กำหนดจำนวนจุดที่ใช้ในการคำนวณ

$$imax := 81 \qquad jmax := 80 \qquad rmax := 20$$

$$i := 0..imax \qquad j := 0..jmax$$

$$x_i := rmax\cdot\frac{2\cdot i - imax}{imax} \qquad z_j := rmax\cdot\frac{2\cdot j - jmax}{jmax}$$

2. การกำหนดพิกัดในลักษณะ Spherical coordinates สำหรับการคำนวณ:

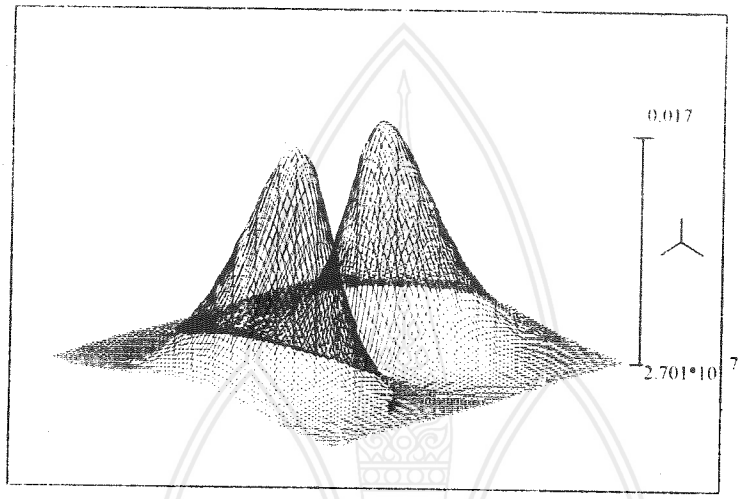
$$r_{i,j} := \sqrt{x_i^2 + z_j^2} \qquad \theta_{i,j} := \frac{\pi}{2} - \mathrm{angle}(x_i, z_j)$$

3. การคำนวณ radial function u32 และ spherical harmonic Y22:

$$u32_{i,j} := \frac{4}{81\cdot\sqrt{30}}\cdot e^{-\frac{r_{i,j}}{3}}\cdot r_{i,j}^3 \qquad Y22_{i,j} := \sqrt{\frac{15}{32\cdot\pi}}\cdot\sin(\theta_{i,j})^2$$

รูปที่ 7 กราฟพื้นผิวของสมการคลื่นของอะตอมไฮโดรเจน เมื่อ n=3, l=1, m=2

4. กำหนดค่าของสมการคลื่น: $\psi_{i,j} \quad \frac{1}{r_{i,j}} \cdot u32_{i,j} \cdot Y22_{i,j}$



รูปที่ 7 กราฟพื้นผิวของสมการคลื่นของอะตอมไฮโดรเจน เมื่อ n=3, l=1, m=2 (ต่อ)

สรุป

ปัญหาที่ผู้สอนหลายท่านเกรงว่าจะเกิดขึ้นจากการใช้โปรแกรมชนิดนี้คือ เกรงว่านักศึกษาจะคิดและวิเคราะห์ปัญหาไม่เป็น ซึ่งจากประสบการณ์การใช้โปรแกรมนี้ในการสอนวิชาคอมพิวเตอร์ประยุกต์ในวิชาเคมี พบว่านักศึกษาระดับปีที่ 3 และ 4 จะมีพื้นความรู้ทางคณิตศาสตร์พอเพียง เมื่อมาใช้โปรแกรมชนิดนี้ นักศึกษาต้องทำความเข้าใจต่อปัญหาทั้งหมดเสียก่อน จากนั้นจึงหาวิธีแก้ปัญหาโดยเลือกวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้ ในขั้นตอนสุดท้ายจึงใช้คำสั่งจากโปรแกรมในการแก้ปัญหา จะเห็นว่าตัวโปรแกรมมามีบทบาทจริง ๆ ตอนท้ายสุด โดยทำหน้าที่เป็นเครื่องมือในการคำนวณที่ซับซ้อนและแสดงผล หลังจากกระบวนการทางความคิดได้ดำเนินมาก่อนแล้ว ดังนั้นโปรแกรมชนิดนี้จึงเป็นเครื่องมือที่มีประโยชน์ต่อการศึกษาในยุคปัจจุบัน ส่วนจะได้ประโยชน์มากน้อยเพียงใดคงขึ้นอยู่กับวิธีการนำมาใช้มากกว่า

หนังสืออ้างอิง

1. MathCAD เป็นผลิตภัณฑ์ของ MathSoft, Inc.
2. Excel เป็นผลิตภัณฑ์ของ Microsoft Corp.
3. Lotus 1-2-3 เป็นผลิตภัณฑ์ของ LotusDevelopment Corp.
4. Mathematica เป็นผลิตภัณฑ์ของ Wolfram Research, Inc.
5. Derive เป็นผลิตภัณฑ์ของ System Science
6. MATLAB เป็นผลิตภัณฑ์ของ MathWorks, Inc.
7. Ureka เป็นผลิตภัณฑ์ของ Borland International (UK) Ltd.
8. Windows เป็นผลิตภัณฑ์ของ Microsoft Corp.
9. T.C. O'Haver, Anal. Chem. 63, 9, 1991, 512
10. D. Donelly, MathCAD for Introductory Physics, Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1992
11. P.W. Atkins, Physical Chemistry, 3rd edition, chap 16. prob 14 and 15. Oxford University Press,1986
12. F. Rioux, J. Chem. Educ.,1992, 69(9), A240
13. I.N. Levine, Quantum Chemistry 4th edition, Prentice Hall, Inc. 1991
14. F.L. Pilar, Elementary Quantum Chemistry, 2nd edition, McGraw-Hill Book Co., 1990
15. P.H. Ceperley, Comp in Phys., 7, 3, 1993, 274

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 112 - 119

การทดสอบสารสกัดจากพืชบางชนิดในสกุล *Cassia* L. ต่อเชื้อรา *Colletotrichum gloeosporiodes*

The Activities of Crude Extracts from Some Species of *Cassia* L. Against Fungus *Colletotrichum gloeosporiodes*

ขวัญใจ กนกเมธากุล*
สมเดช กนกเมธากุล*
เกษม สร้อยทอง**

บทคัดย่อ

จากการทดสอบสารสกัดจากพืชบางชนิดในสกุล *Cassia* L. ได้แก่ราชพฤกษ์ ชุมเห็ดเทศ ขี้เหล็กบ้าน กัลปพฤกษ์และทรงบาดาลในการยับยั้งเชื้อรา *Colletotrichum gloeosporiodes* ซึ่งเป็นสาเหตุของโรคแอนแทรกโนสของมะม่วง พบว่าสารสกัดจากทรงบาดาลที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ทั้งสามส่วนคือ ลำต้น ดอกและใบ โดยส่วนรวมแล้วมีฤทธิ์ยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบในกลุ่มพืชที่ศึกษา รองลงมาได้แก่สารสกัดจากกัลปพฤกษ์ที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ในส่วนของลำต้น ซึ่งดีกว่าส่วนของดอกและใบที่มีฤทธิ์ยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้เท่ากัน สำหรับสารสกัดจากชุมเห็ดเทศและขี้เหล็กบ้านที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ของทั้งสามส่วนสามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ ขณะที่สารสกัดจากราชพฤกษ์ ที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ของส่วนต้นและใบสามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อรา แต่ส่วนของดอกไม่สามารถยับยั้งได้ สำหรับสารสกัดจากส่วนต่าง ๆ ของพืชทั้ง 5 ชนิดด้วยเฮกเซน พบว่าไม่สามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อราดังกล่าวได้

Abstract

The testing results of 5 species of *Cassia* L. : *C. fistula* L., *C. alata* L., *C. siamea* Lamk., *C. bakeriana* Craib and *C. surattensis* Burm.f. for growth inhibition against fungi *Colletotrichum gloeosporiodes* which cause anthracnose of mango showed that : The crude ethyl alcohol extracts of stem, leaf, and flower of *C. surattensis* gave the highest potential among species studied. The second

* ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
** ภาควิชาเทคโนโลยีการจัดการศัตรูพืช คณะเทคโนโลยีการเกษตร สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้า เจ้าคุณทหารลาดกระบัง

active was the crude ethyl alcohol extract of stem of *C. bakeriana*. The crude ethyl alcohol extracts of leaf and flower of *C. bakeriana* gave the same level activity. The crude ethyl alcohol extracts of stem, leaf, and flower of *C. alata* and *C. siamea* also showed inhibition activity. In addition, the crude ethyl alcohol extracts of stem and leaf of *C. fistula*. showed inhibition activity, where as. the flower was not active. Finally, the crude hexane extracts of these 5 species showed no inhibition activity aginst the tested fungus.

บทนำ

ปัจจุบันเชื้อราที่ทำให้เกิดโรคพืชยังคงสร้างความเสียหายให้เกษตรกรเป็นจำนวนมากในแต่ละปี แม้ว่าจะมียาปราบศัตรูพืชซึ่งเป็นสารเคมีสังเคราะห์ชนิดใหม่ ๆ เกิดขึ้นก็ตาม แต่ก็ยังพบว่าโรคพืชมีการดื้อยา ทำให้เกษตรกรต้องเพิ่มปริมาณการใช้ยาปราบศัตรูพืชมากขึ้นเรื่อย ๆ การสะสมสารเคมีสังเคราะห์ที่ใช้นี้ ไม่ว่าที่ผลผลิตหรือดินย่อมเป็นอันตรายทั้งสิ้น เนื่องจากสารสังเคราะห์เหล่านี้จะถูกทำลายได้ยากหรือใช้เวลานานในการสลายตัวโดยจุลินทรีย์ในดิน เป็นเหตุให้เกิดการเสียสมดุลในธรรมชาติและเกิดมลพิษในดิน โดยเฉพาะอย่างยิ่งในน้ำเมื่อสารเหล่านี้ถูกชะลงสู่แหล่งน้ำ ซึ่งมลภาวะเช่นนี้เป็นปัญหาของทั่วโลกที่กำลังรอการแก้ไขอย่างรีบด่วน ดังนั้นจึงมีการศึกษาสารทดแทนที่ได้จากพืชที่มีสมบัติในการยับยั้งโรคพืช โดยเชื่อว่าสารจากธรรมชาติเหล่านี้จะถูกสลายตัวได้ง่ายกว่า และมีความเป็นพิษต่อมนุษย์น้อยกว่า นักวิทยาศาสตร์หลายกลุ่มจึงให้ความสนใจและความสำคัญในงานวิจัยด้านนี้มากขึ้นเรื่อย ๆ[1] ในการศึกษาครั้งนี้จะให้ความสนใจกับพืชสกุล *Cassia* L. ซึ่งมีรายงานว่าพืชสกุลนี้หลายชนิดมีฤทธิ์ต่อเชื้อราที่เป็นสาเหตุของโรคผิวหนัง ดังนั้นการทดสอบฤทธิ์กับราที่ทำให้เกิดโรคพืช จึงน่าสนใจเป็นอย่างยิ่ง สำหรับเชื้อราโรคพืชที่นำมาทดสอบคือ *Colletotrichum gloeosporiodes* ซึ่งเป็นสาเหตุของ โรคแอนแทรกโนส (anthracnose) ของมะม่วง[2]

Cassia เป็นพืชอยู่ในวงศ์ LEGUMINOSAE อนุวงศ์ Caesalpinioideae[3] สำหรับชนิดที่นำมาทดสอบฤทธิ์ในการยับยั้งเชื้อรา *Colletotrichum gloeosporiodes* ในการศึกษาครั้งนี้ได้แก่ ราชพฤกษ์ ชุมเห็ดเทศ ขี้เหล็กบ้าน กัลปพฤกษ์และทรงบาดาล

ราชพฤกษ์หรือคูน (*C. fistula*)[3,4] เป็นไม้ยืนต้น ที่ไม่ค่อยสูงใหญ่มากนัก ใบสีเขียวอ่อน ขอบใบเรียบไม่มีหยัก โคนใบมน ปลายใบแหลมเล็กน้อย ใบกว้างประมาณ 3-4 ซม. ดอกออกเป็นช่อ อยู่ตามกิ่งของลำต้น ดอกมีสีเหลืองในขณะที่มีดอกใบจะร่วง และ

ออกดอกได้เพียงปีละครั้ง ฝักผิวเรียบไม่มีขน ฝักอ่อนสีเขียว ฝักแก่จะเปลี่ยนเป็นสีน้ำตาล มีถิ่นกำเนิดใน เอเชีย อเมริกาใต้ แอฟริกา และหมู่เกาะอินดีสตะวันตก ในฝักมี anthraquinone ใช้เป็นยาระบาย

ชุมเห็ดเทศ (*C. alata*)[3,4] เป็นไม้พุ่มขนาดย่อม มีเนื้ออ่อน สูงประมาณ 3 ม. ใบเป็นใบประกอบคล้ายขนนก ใบย่อยรูปยาวรี ขอบขนาน เรียบ ปลายมน ขนาดกว้างประมาณ 5 ซม. ยาว 10 ซม มีลักษณะหนาแข็งและสาก ดอกออกเป็นช่อชูตั้งขึ้นไปตามปลายกิ่ง ดอกมีสีเหลืองสด ซึ่งจะทยอยกันบาน ขนาดดอกบานเต็มที่ประมาณ 2 ซม. ช่อหนึ่ง ๆ ยาวประมาณ 60 ซม ลักษณะเป็นฝักมีปีกตามความยาวของฝัก เมื่อฝักแก่จะมีสีน้ำตาลเข้มเกือบดำแล้วแตกออก เป็นไม้พื้นเมืองของอเมริกาเขตร้อน เมล็ดใช้เป็นยาขับพยาธิ ดอกเป็นยาระบาย ขับเสมหะ แก้หืด ใบใช้เป็นยาแก้กลากและ โรคผิวหนัง เป็นไม้พื้นเมืองของอเมริกาเขตร้อน ใช้เป็นสมุนไพร

ขี้เหล็กบ้าน (*C. siamea* Lamk.)[3,4,5] เป็นไม้ยืนต้นขนาดกลาง ใบเป็นใบประกอบคล้ายขนนก มีสีเขียว ดอกออกเป็นช่อใหญ่สีเหลือง ฝักยาวแบน มีถิ่นกำหนดในไทย อินเดีย มาเลเซีย และศรีลังกา แก่นเปลือกใช้เป็นยาระบาย ใบและดอกใช้ประกอบอาหาร รับประทานแล้วนอนหลับสบาย

กัลปพฤกษ์ (*C. bakeriana* Craib)[3,4] เป็นไม้ขนาดย่อม สูงประมาณ 4-13 ม. เนื้อไม้เป็นสีเหลืองจนถึงสีน้ำตาลส่วนเปลือกเป็นสีเทา จะแตกกิ่งก้านสาขาไม่เป็นระเบียบ และกิ่งที่แตกใหม่จะยื่นยาวออกมาตรงพุ่งสู่ฟ้า ใบมีลักษณะเกือบรี ปลายใบมีติ่งแหลม ใบเป็นใบประกอบคล้ายขนนกยาวประมาณ 15-30 ซม และมีใบย่อย 5-6 คู่ ขนาดยาวประมาณ 5-6 ซม. ดอกจะออกตามกิ่งก้าน อาจเป็นช่อตั้งหรือช่อห้อยก็ได้ เมื่อแรกบานมีสีชมพู มีเกสรตัวผู้สีเหลือง อยู่ตรงกลางดอกลักษณะเป็นปม แล้วสีจะค่อยจางลง จนเป็นสีขาวเมื่อใกล้โรย ดอกบานเต็มที่กว้างราว 2.5 ซม. กลีบดอกมี 5 กลีบ มีถิ่นกำเนิดทางตอนใต้ของจีน พม่า มาเลเซีย ใบและเมล็ดใช้เป็นยาระบาย รากใช้ฆ่าเชื้อคุดทะราด

ทรงบาดาล (*C. surattensis* Burm.f.)[3,4,5] เป็นไม้ยืนต้นขนาดกลาง แตกกิ่งก้านสาขามากในเรือนยอด ลำต้นสูงประมาณ 3-6 ม. ใบดกหนาทึบ เป็นใบประกอบคล้ายขนนก ใบยาวประมาณ 7 ซม. มีสีเขียว ใบย่อยรูปมน ขนาดกว้างประมาณ 1 ซม. ยาว 2.5 ซม. ดอกออกเป็นช่อตามยอดของลำต้น ดอกมีสีเหลือง มีกลีบดอก 5 กลีบ ดอกบานเต็มที่กว้างประมาณ 2-4 ซม. ผลเป็นฝักแบนคล้าย ๆ ส้มป่อย เป็นไม้พื้นเมืองของเอเชียเขตร้อน

วิธีทดลอง

การสกัดสารจากพืช

เก็บพืชสดได้แก่ ราชพฤกษ์ (A) ชุมเห็ดเทศ (B) ขี้เหล็กบ้าน (C) กัลปพฤกษ์ (D) และทรงบาดาล (E) โดยแยกเป็นแต่ละส่วนคือ ลำต้น (s) ใบ (l) และดอก (f) ตากให้แห้งด้วยการผึ่งลม นำแต่ละส่วนมาสับให้เป็นชิ้นเล็ก ๆ นำแต่ละส่วนของพืชแต่ละชนิดไปสกัดด้วยเฮกเซนโดยใช้เครื่องปั่น กรองสารละลายที่ได้นำไปประเหยเอาตัวทำละลายออกโดยเครื่อง-ระเหยแบบลดความดัน ส่วนของพืชที่เหลือนำไปสกัดต่อด้วยแอลกอฮอล์โดยวิธีเดียวกัน รวมสารสกัดที่ได้ทั้งหมด 30 ตัวอย่าง ดังสรุปในตารางที่ 1

การเตรียมเชื้อก่อโรค (inoculum) ของเชื้อรา *Co. gloeosporiodes*

เลี้ยงเชื้อรา *Co. gloeosporiodes* บนอาหาร potato dextrose agar (PDA) ในจานเลี้ยงเชื้อเป็นเวลา 7 วัน บ่มไว้ที่อุณหภูมิ 25-27 °C ใช้ cork borer ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.50 ซม. ที่ผ่านการลนไฟฆ่าเชื้อบนตะเกียงแอลกอฮอล์ ตัดเส้นใยบริเวณขอบโคโลนีพร้อมทั้งชิ้นวุ้นอาหารเป็นชิ้นกลม แล้วใช้เข็มเขี่ยไปวางบนส่วนกลางของจานอาหารเลี้ยงเชื้อที่มีสารสกัดจากพืชต่าง ๆ

การเตรียมอาหาร PDA ผสมสารสกัดจากพืช

นำสารสกัดจากส่วนลำต้น ใบและดอกของ ราชพฤกษ์ ชุมเห็ดเทศ ขี้เหล็กบ้าน กัลปพฤกษ์ และทรงบาดาล ที่สกัดด้วยแอลกอฮอล์และเฮกเซน อย่างละ 1 กรัม ผสมในตัวทำละลายแอลกอฮอล์หรือเฮกเซนในขวดรูปชมพู่ขนาด 125 มล. แล้วรินอาหาร PDA ที่เตรียมไว้ขณะยังร้อนอยู่ลงไปปริมาตร 100 มล. จากนั้นนำไปนึ่งฆ่าเชื้อในหม้อนึ่งที่ความดันไอ 15 ปอนด์ต่อตารางนิ้ว อุณหภูมิ 121 °C เป็นเวลา 30 นาที ปล่อยไว้ให้อุณหภูมิลดลงเหลือประมาณ 45-50 °C จึงเทใส่จานเลี้ยงเชื้อ ในปริมาตร 25 มล. ทำตัวอย่างละ 4 ซ้ำ เมื่ออาหารแข็งตัวจึงย้ายชิ้นวุ้นของเชื้อรา *Co. gloeosporiodes* ลงบนจุดศูนย์กลางของอาหารเลี้ยงเชื้อที่เตรียมไว้ในจานเลี้ยงเชื้อ ทำการทดสอบแบบ Randomized Complete Block Design (RCBD) และวิเคราะห์ข้อมูลการทดลองโดยวิธี Duncan New's Multiple Range Test (DNMRT) สำหรับการทดสอบเปรียบเทียบ (control) ใช้ตัวทำละลายแอลกอฮอล์หรือเฮกเซนผสมกับอาหาร PDA

วิจารณ์และสรุปผลการทดลอง

จากการสกัดพืชสกุล *Cassia* บางชนิดได้แก่ราชพฤกษ์ ชุมเห็ดเทศ ขี้เหล็กบ้าน กัลปพฤกษ์และทรงบาดาล ทั้งสามส่วนคือ ลำต้น ดอกและใบด้วยตัวทำละลายเฮกเซน และเอทิลแอลกอฮอล์ได้สารสกัดดังตารางที่ 1 นำสารสกัดทุกส่วนมาทดสอบฤทธิ์ในการยับยั้งเชื้อรา *Co. gloeosporiodes* เมื่อวัดเส้นผ่านศูนย์กลางโคโลนีของเชื้อราบนจานอาหาร PDA ได้ผลดังแสดงในตารางที่ 2

จากการวิเคราะห์ข้อมูลทางสถิติพบว่า สารสกัดจากราชพฤกษ์ ที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ของส่วนต้นและใบสามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ แต่ส่วนของดอกไม่สามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อรา สารสกัดจากชุมเห็ดเทศและขี้เหล็กบ้านที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ของทั้งสามส่วนสามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ สารสกัดจากกัลปพฤกษ์ที่สกัดด้วยเอทิลแอลกอฮอล์ในส่วนของลำต้นมีฤทธิ์ยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ดีกว่าส่วนของดอกและใบซึ่งมีฤทธิ์ยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้เท่ากัน สำหรับสารสกัดจากทรงบาดาลที่สกัดด้วยเอทิลแอกอฮอล์ทั้งสามส่วนโดยส่วนรวมแล้วมีฤทธิ์ยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ดีที่สุด เมื่อเปรียบเทียบกับพืช 4 ชนิดแรก

สำหรับสารสกัดจากส่วนต่าง ๆ ของพืชทั้ง 5 ชนิดด้วยเฮกเซน พบว่าไม่สามารถยับยั้งการเจริญของเชื้อราได้ ดังนั้นอาจสรุปได้ว่าสารในส่วนที่สกัดจากตัวทำละลายมีขั้ว (polar solvent) ส่วนใหญ่มีฤทธิ์ในการต้านเชื้อรา *Co. gloeosporiodes* ในขณะที่สารที่สกัดด้วยตัวทำละลายไม่มีขั้ว (non-polar solvent) ในพืชทั้ง 5 ชนิดไม่มีฤทธิ์ในการต้านเชื้อราดังกล่าว

ตารางที่ 1 สารสกัดจากพืช

พืช-ส่วนต่าง ๆ	เฮกเซน		แอลกอฮอล์	
	น้ำหนัก (กรัม)	ปริมาตร (มล.)	น้ำหนักสาร (กรัม)	ปริมาตร (มล.)	น้ำหนักสาร (กรัม)
A-s	200	450x2	1.2	450x2	5.3
A-f	100	500x2	1.1	500x2	4.5
A-l	50	350x2	4.4	350x2	4.8
B-s	200	450x2	1.5	450x2	7.4
B-f	50	350x2	1.2	350x2	2.3
B-l	50	350x2	3.4	350x2	4.8
C-s	200	450x2	1.4	450x2	2.4
C-f	100	350x3	1.2	350x2	3.4
C-l	50	350x2	3.6	350x2	4.8
D-s	200	450x2	1.3	450x2	5.1
D-f	100	350x3	1.2	350x2	4.5
D-l	50	350x2	2.5	350x2	4.5
E-s	200	450x2	1.6	450x2	5.5
E-f	100	350x2	1.5	350x2	5.3
E-l	100	350x2	4.1	350x2	4.8

A = ราชพฤกษ์ B = ชุมเห็ดเทศ C = ขี้เหล็กบ้าน D = กัลป์พฤกษ์ E = ทรงบาดาล s = ลำต้น l = ใบ และ f = ดอก

ตารางที่ 2 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโคโลนีของเชื้อราบนอาหาร PDA ผสมสารสกัดจากพืช (มิลลิเมตร)

สารสกัด	ราชพฤกษ์	ชุมเห็ดเทศ	ขี้เหล็กบ้าน	กัลปพฤกษ์	ทรงบาดาล
ลำต้น/EtOH	60.00 b*	51.63 c	65.50 cd	45.75 c	41.00 b
ดอก/EtOH	75.25 a	96.00 abc	68.75 bc	61.75 b	52.00 b
ใบ/EtOH	59.25 b	62.5 bc	49.13 d	58.75 b	52.00 b
ลำต้น/Hexane	80.25 a	88.00 a	88.00 a	88.00 a	88.00 a
ดอก/Hexane	88.00 a	80.50 ab	78.00 abc	84.75 a	82.75 a
ใบ/Hexane	88.00 a	88.00 a	84.50 ab	80.25 a	83.75 a
Control/EtOH	88.00 a	88.00 a	88.00 a	88.00 a	88.00 a
Control/Hexan	88.00 a	88.00 a	88.00 a	88.00 a	88.00 a
C.V %	12.34	18.70	15.20	11.42	13.56
L.S.D. 0.05	14.22	21.17	17.04	12.50	14.34
L.S.D. 0.01	19.34	28.81	23.19	17.01	19.52

* ค่าเฉลี่ยจาก 4 ซ้ำ ค่าเฉลี่ยที่ตามหลังด้วยอักษรเหมือนกันไม่มีความแตกต่างกันทางสถิติ โดยวิธี DMRT (Duncan New's Multiple Range Test) ที่ P = 0.05

เอกสารอ้างอิง

1. Shekhawat, P.S. and P. Prasada "Antifungal properties of some plant extracts I Inhibition of spore gemination" *Indian Phytopathology* 26:800-802, 1973.
2. เกษม สร้อยทอง "ผลการใช้เชื้อราป้องกันกำจัดโรคแอนแทรกโนสมะม่วง" ใน "รวมกลยุทธ์มะม่วง" เปรมปรี ณ สงขลา (บรรณาธิการ) หน้า 98-102 พ.ศ.2537
3. Larsen, K., S.S. Larsen and J.E. Vidal. "Leguminosae- Caesalpinioideae" *Flora of Thailand*. 4:1-129a, 1984.

4. ดร. วิทย์ เที่ยงบรูณธรรม "พจนานุกรมไม้ดอกไม้ประดับในเมืองไทย เล่มที่ 2" สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์ กรุงเทพฯ หน้า 64, 172, 243-244, 325 พ.ศ. 2530
5. สถาบันวิจัยวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งประเทศไทย กระทรวงวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและการพลังงาน "อุทยานสมุนไพร พุทธมณฑล" ห้างหุ้นส่วนจำกัดฟันนี่พับบลิชชิ่ง กรุงเทพฯ หน้า 43 , 70 พ.ศ.2530

กิติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น และภาควิชาเทคโนโลยีการจัดการศัตรูพืช คณะเทคโนโลยีการเกษตร สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง ที่ให้ความอนุเคราะห์สถานที่ และอุปกรณ์ต่าง ๆ ในการทดลอง ขอขอบคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. ประนอม จันทรโนทัย ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ให้คำแนะนำที่เป็นประโยชน์ในด้านพฤกษศาสตร์ และขอขอบคุณสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติที่ให้ทุนอุดหนุนในการวิจัย โดยผ่านมหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปีงบประมาณ 2536

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 120 - 130

การหาค่าของตัวประมาณโดยวิธีแจ็คไนฟท์ (Jackknife)

สุพรรณี อึ้งปัญสัตวงศ์ *

บทนำ

ในการศึกษาทางด้านสถิติ ปัญหาที่มักจะพบอยู่เสมอ ๆ คือ การไม่ทราบค่าพารามิเตอร์ที่แท้จริงของประชากร ดังนั้น จึงต้องมีการประมาณค่าพารามิเตอร์เหล่านั้น วิธีการประมาณค่าที่ใช้กันอยู่นั้นปัจจุบันนี้มีหลายวิธี เช่น วิธีแมกซิมัมไลลิฮูด (Maximum likelihood Estimation) วิธีของโมเมนต์ (Method of Moment Estimation) วิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square Method) เป็นต้น โดยที่ตัวประมาณที่ได้มาของแต่ละวิธีนั้น มักจะมีคุณสมบัติที่ดีบางประการติดตัวมาเสมอ เช่น ความสอดคล้อง (Consistency) ความไม่เอนเอียง (Unbiasedness) ความมีประสิทธิภาพ (efficiency) เป็นต้น

สำหรับบทความนี้จะเสนอวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์อีกวิธีหนึ่งซึ่งเรียกว่า "แจ็คไนฟท์ (Jackknife)" ซึ่งเป็นวิธีการประมาณค่าที่สามารถหาได้ ถึงแม้ว่าจะไม่ทราบการแจกแจงของข้อมูลก็ตาม วิธีการนี้สามารถประมาณค่าต่าง ๆ ได้ เช่น ค่าเฉลี่ย (Mean) ความแปรปรวน (Variance) ความเอนเอียง (Biased) และ ช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) และเชื่อว่าตัวประมาณที่หาได้โดยวิธีการนี้จะสามารถลดความเอนเอียง (Biased) ของตัวประมาณและสามารถใช้ประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวสถิติต่าง ๆ ได้ด้วย

แจ็คไนฟท์ (Jackknife) คืออะไร

แจ็คไนฟท์ เป็นวิธีการประมาณค่าทางสถิติวิธีหนึ่งที่ช่วยลดความเอนเอียงของตัวประมาณและใช้ประมาณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวสถิติต่าง ๆ ซึ่ง Qucnouille เป็นผู้คิดขึ้นมาในปี ค.ศ. 1949 และ Tukey ได้ปรับปรุงให้สมบูรณ์ขึ้นในปี ค.ศ. 1985 และใช้กันมาจนถึงปัจจุบัน

"แจ็คไนฟท์" ตรงกับคำในภาษาไทยว่า "มีดพับ" ซึ่งผู้ที่ตั้งชื่อนี้ขึ้นมาใช้นั้นมีความต้องการที่จะชี้ให้เห็นประโยชน์ของวิธีแจ็คไนฟท์ ว่าสามารถใช้ประโยชน์ได้กว้างขวางเช่นเดียวกับมีดพับที่ใช้ประโยชน์ได้มากมาย นั่นคือ วิธีการแจ็คไนฟท์ สามารถนำไปประยุกต์ใช้

* อาจารย์ประจำภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

กับปัญหาที่ไม่อาจแก้ไขด้วยวิธีการทางสถิติทั่วไปได้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากปัญหานั้นซับซ้อนเกินไป หรือ ปัญหานั้นอาจมีสาเหตุมาจากข้อสมมติต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับข้อมูลไม่เป็นไปตามที่กำหนดไว้ เป็นต้น

หลักการของวิธีแจ็คไนฟท์

หลักการของวิธีแจ็คไนฟท์ คือ การตัดข้อมูลตัวที่ i ออกทีละตัว (i = 1, 2, ..., n) (Delete one point) แล้วคำนวณค่าประมาณของพารามิเตอร์ที่เราสนใจ ซึ่งจากหลักการนี้ เราอาจเรียกวิธีแจ็คไนฟท์ ว่าเป็นวิธีการสุ่มซ้ำ Resampling ซึ่งหมายถึง นำตัวอย่างที่สุ่มมาแล้วมาทำการสุ่มซ้ำก็ได้

การอธิบายหลักของแจ็คไนฟท์ ให้ง่ายขึ้นนั้น จะให้พิจารณาจากตัวอย่างการประมาณค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (Standard Error) ของค่าเฉลี่ยของตัวอย่าง ดังต่อไปนี้

สมมติว่าข้อมูลชุดหนึ่ง ประกอบด้วยตัวอย่างสุ่มขนาด n ที่สุ่มแบบอิสระต่อกันจากการแจกแจง (F) ซึ่งไม่ทราบรูปแบบของฟังก์ชั่นการแจกแจงนั้น ซึ่งจะทำให้ได้ว่า

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \overset{iid}{\sim} F$$

โดยกำหนดให้ค่าต่าง ๆ เป็นดังนี้

$$X_1 = x_1, X_2 = x_2, \ldots, X_n = x_n$$

ซึ่งค่าเหล่านี้เป็นค่าที่สุ่มมาได้ของตัวอย่าง เราสามารถคำนวณค่าประมาณของค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) จากตัวอย่างได้โดยใช้สูตร

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

---

* สำหรับหลักการเชิงทฤษฎี ดูได้จาก Miller, R.G. Jr., "Jackknifing Variances", Ann. Math. Statist., 39(1968), 567-582

และคำนวณค่าประมาณค่าคลาดเคลื่อนมาตรฐาน (S.E) ของค่าเฉลี่ยได้จากสูตร

$$S.E. = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2} \qquad \text{.....} (2)$$

ซึ่งถ้าจะหาค่าประมาณโดยวิธีการของแจ็คไนฟท์ จะพบว่า ค่าของตัวอย่างในตำแหน่งที่ i (i=1, 2,..., n) ของชุดข้อมูลจะถูกตัดทิ้งไป ดังนั้นถ้ากำหนดให้

x_i คือ ค่าเฉลี่ยที่ได้หลังจากตัดข้อมูลตัวที่ i ทิ้งไป (i=1, 2, ..., n) แล้วจะได้ว่า

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad \text{.....} (3)$$

จะเป็นค่าประมาณแจ็คไนฟท์ของค่าเฉลี่ย และ

$S.E._J$ คือ ค่าประมาณแจ็คไนฟท์ของค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของค่าเฉลี่ย ซึ่งมีสูตรเป็น

$$S.E._J = \sqrt{\frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{\bar{x}}_i)^2} \qquad \text{.....} (4)$$

จากตัวอย่างต่อไปนี้จะทำให้เข้าใจวิธีการแจ็คไนฟท์ได้ดียิ่งขึ้น

ตัวอย่าง สมมติข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 3, 5, 6, 7, 9

<u>โดยวิธีปกติ</u>

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{3+5+6+7+9}{5}$$

$$= 6$$

$$S.E.(\bar{x}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{5(4)} \left\{ (3-6)^2 + (5-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (9-6)^2 \right\}}$$

$$= 1$$

<u>โดยวิธีแจ็คไนฟ์ (Jackknife)</u>

$$x_1 = \frac{1}{4}(5+6+7+9) = \frac{27}{4}$$

$$x_2 = \frac{1}{4}(3+6+7+9) = \frac{25}{4}$$

$$x_3 = \frac{1}{4}(3+5+7+9) = \frac{24}{4}$$

$$x_4 = \frac{1}{4}(3+5+6+9) = \frac{23}{4}$$

$$x_5 = \frac{1}{4}(3+5+6+7) = \frac{21}{4}$$

จากสูตร (3)

$$\bar{\bar{x}} = \frac{1}{5}\left\{ \frac{27}{4} + \frac{25}{4} + \frac{24}{4} + \frac{23}{4} + \frac{21}{4} \right\}$$

$$= 6$$

และจากสูตร (4)

$$S.E._J = \sqrt{\frac{5-1}{5} \left\{ \left(\frac{27}{4} - 6\right)^2 + \left(\frac{25}{4} - 6\right)^2 + \left(\frac{24}{4} - 6\right)^2 + \left(\frac{23}{4} - 6\right)^2 + \left(\frac{21}{4} - 6\right)^2 \right\}}$$

$$= 1$$

จากตัวอย่างนี้จะเห็นได้ว่า $\bar{x} = \bar{\bar{x}}$ และ $S.E.(\bar{x}) = S.E._j$ ในที่นี้เราสามารถพิสูจน์ได้ว่าค่าเฉลี่ยและค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานที่หาโดยวิธีแจ็คไนฟท์ และวิธีปกติจะเท่ากันเสมอ ดังต่อไปนี้

(1) พิสูจน์ว่า $\bar{x} = \bar{\bar{x}}$

จาก $$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_1}{n - 1}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_2}{n - 1}$$

.

.

.

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_j}{n-1}$$

.

.

.

$$\bar{x}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i - x_n}{n-1}$$

โดยที่ x_1 คือ ข้อมูลตัวที่ 1 ที่ตัดทิ้งไป : x_1 คือค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ตัดข้อมูลตัวที่ 1 ทิ้งไป

x_2 คือ ข้อมูลตัวที่ 2 ที่ตัดทิ้งไป : x_2 คือค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ตัดข้อมูลตัวที่ 2 ทิ้งไป

x_n คือ ข้อมูลตัวที่ n ที่ตัดทิ้งไป : x_n คือค่าเฉลี่ยของข้อมูลที่ตัดข้อมูลตัวที่ n ทิ้งไป

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n} x_i}{n(n-1)}$$

$$= \frac{(n-1)\sum_{i=1}^{n} x_i}{n(n-1)}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= x$$

$$\therefore \quad \bar{\bar{x}} = x$$

(2) พิสูจน์ว่า S.E. = S.E $_J$

จาก $$S.E. = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$S.E._J = \sqrt{\frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{\bar{x}})^2}$$

ให้ $$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \ldots + \bar{x}_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{x}_i}{n}$$

$$S.E._J = \sqrt{\frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^{n} (\bar{x}_i - \bar{\bar{x}})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j - x_i}{n-1} - \bar{\bar{x}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j - x_i}{n-1} - \frac{n\sum_{j=1}^{n} x_j - \sum_{j=1}^{n} x_j}{n(n-1)}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{(n-1)}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{-x_i - \bar{x}}{n-1}\right)^2}$$

เนื่องจาก $(-x_i - \bar{x})^2 = (x_i - \bar{x})^2$ จึงได้ว่า

$$S.E._J = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$$

$$\therefore \quad S.E._J = S.E.$$ ◆

ข้อดีของวิธีแจ็คไนฟท์ คือ สามารถนำไปประยุกต์ในการประมาณค่าความแปรปรวนของตัวสถิติที่มีความซับซ้อนได้ นั่นคือ ตัวสถิติ $\bar{x}$ ในที่นี้อาจเปลี่ยนเป็น $\hat{\theta}(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ ฟังก์ชั่นหนึ่งของข้อมูลซึ่งใช้เป็นตัวประมาณค่าพารามิเตอร์ θ ใด ๆ ที่เราสนใจ ซึ่งสูตรทั่วไปในการประมาณค่าความแปรปรวนของ $\hat{\theta}$ คือ

$$S.E._J^2 = \frac{n-1}{n} \sum_{i=1}^{n} (\hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta}_{(.)})^2$$

การใช้วิธีแจ็คไนฟท์ลดความเอนเอียงของตัวประมาณ

นอกเหนือจากการประมาณค่าความแปรปรวนแล้ว ยังสามารถนำวิธี แจ็คไนฟท์มาประมาณค่าความเอนเอียงของตัวสถิติ ซึ่งความเอนเอียงที่ได้จะนำไปใช้ปรับให้ค่าประมาณไม่มีความเอนเอียง หรือมีความเอนเอียงน้อยลงได้

สมมติให้ $\hat{\theta}_i$ = ตัวประมาณค่าของ θ จากการคำนวณในตัวอย่างที่ตัดข้อมูลตัวที่ i ทิ้ง ; i = 1, 2, ..., n นั่นคือ ตัวประมาณค่าของ θ สำหรับข้อมูลชุดที่ตัดข้อมูลตัวที่ i ทิ้งไปคือ

$$\hat{\theta}_i = \hat{\theta}(x_1, x_2, \ldots, x_{i-1}, x_{i+1}, \ldots, x_n)$$

ซึ่งจะต้องทำทั้งหมด n ครั้ง

และให้ $\hat{\theta}$ = ตัวประมาณค่าพารามิเตอร์จากการใช้ตัวอย่างทั้งหมด

ตัวประมาณค่าความเอนเอียง (Bias) ที่ Quenouille ได้แนะนำไว้ คือ

$$\widehat{BIAS} = (n-1)(\hat{\theta}_{(.)} - \hat{\theta})$$

โดยที่ $$\hat{\theta}_{(.)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{\theta}_i$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\sum_{j\neq i}^{n}(x_j - x_i)^2}{n-1}\right]$$

ถ้าเรากำหนดค่าเทียมขึ้นมาค่าหนึ่งโดยใช้สัญลักษณ์ θ_i^* ซึ่งมีค่าดังนี้

$$\theta_i^* = n\hat{\theta} - (n-1)\hat{\theta}_i \quad , i = 1, 2, \ldots, n$$

จะได้ว่า $\theta_i^* = \theta$ เป็นจริงกรณีที่ $\hat{\theta} = x$

และกำหนดให้ $$\theta_* = \hat{\theta} - \widehat{BIAS}$$

$$= n\hat{\theta} - (n-1)\hat{\theta}_{(.)}$$

หรือเขียนได้อีกแบบหนึ่งคือ

$$\theta_* = \frac{1}{n}(\theta_1^* + \theta_2^* + \ldots + \theta_n^*)$$

ดังนั้น θ_* จะเป็นตัวประมาณแจ็คไนฟ์ที่แก้ไขความเอนเอียงของ θ

ถ้าต้องการหาค่าช่วงความเชื่อมั่น (Confidence Interval) ของ θ_* ก็จะหาค่าประมาณ S_*^2 ของค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ θ_* ซึ่งมีค่าเป็น

$$S_*^2 = \frac{S^2}{n}$$

โดยที่ $$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \theta_i^{*2} - \frac{1}{n}(\sum_{i=1}^{n} \theta_i^{*})^2}{n-1}$$

สูตรของช่วงความเชื่อมั่นของ θ_* คือ

$$\theta_* \pm t_{\alpha/2,\, n-1} \cdot S_*$$

ข้อดีของวิธีแจ็คไนฟท์

1. สามารถประยุกต์ใช้กับตัวสถิติใด ๆ ก็ได้
2. ไม่มีข้อสมมติเกี่ยวกับการแจกแจงของข้อมูล
3. สามารถใช้คอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยคำนวณแทนการวิเคราะห์ทางทฤษฎีที่ยุ่งยากซับซ้อน

ข้อเสียของวิธีแจ็คไนฟท์

1. ต้องมีการคำนวณมากขึ้นกว่าปกติ
2. ในกรณีที่ทราบการแจกแจงของข้อมูลตัวประมาณแจ็คไนฟท์อาจไม่มีประสิทธิภาพดีเท่ากับตัวประมาณที่หาโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับการแจกแจงของข้อมูลเข้าพิจารณาร่วมด้วย

สรุป

การหาค่าประมาณของค่าเฉลี่ย โดยวิธีแจ็คไนฟท์จะได้ผลเช่นเดียวกับการหาโดยใช้ สูตรธรรมดา

ในกรณีที่ไม่ทราบลักษณะการแจกแจงของข้อมูล วิธแจ็คไนฟท์จะเป็นวิธีที่ควรนำมาใช้ เนื่องจากไม่มีข้อสมมติเกี่ยวกับลักษณะการแจกแจงของข้อมูล และในกรณีที่ทราบการแจกแจงของข้อมูล ผลที่ได้จากวิธีแจ็คไนฟท์ และวิธีจากสูตรธรรมดา จะเหมือนกันหรือไม่ต่างกันมากนัก

วิธีการหาค่าประมาณโดยแจ็คไนฟท์ มีหลักการที่ง่าย แต่ในทางปฏิบัตินั้นต้องเสียเวลาในการคำนวณมาก ซึ่งปัญหานี้สามารถแก้ไขได้โดยใช้คอมพิวเตอร์เข้ามาช่วยในการคำนวณ

บรรณานุกรม

Mosteller F. and Tukey J.W. **DATA ANALYSIS AND REGRESSION.** Reading : ADDISON WESLEY PUBLISHING COMPANY. 1977.

Miller, R.G.Jr. "JACKKNIFING VARIANCE" IN **Ann. Math. Statist** , 39(1968), 567-582.

สุชาดา กีระนันทน์. **การอนุมานเชิงสถิติ : ทฤษฎีขั้นต้น.** กรุงเทพฯ : 2525.

ว.วิทย มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 131 - 146

แผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM
(Economic Design of Run-Length CUSUM Charts)

อโนทัย ตรีวานิช และ ชัชวาลย์ เรืองประพันธ์ *

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาถึงการออกแบบแผนเศรษฐกิจเมื่อแผนการสุ่มตัวอย่างตามลำดับของหน่วยสินค้าที่ผลิตได้และแผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM ถูกนำมาใช้สำหรับควบคุมและป้องกันการเพิ่มขึ้นของสัดส่วนของเสียในขบวนการผลิต อาศัยวิธีการค้นหาค่าพารามิเตอร์แบบ grid ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อสำหรับค้นหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแผนเศรษฐกิจนี้ ข้อมูลตัวอย่างซึ่งแสดงใน Lorenzen และ Vance (1986) ถูกใช้เป็นตัวอย่างเพื่อให้เห็นภาพพจน์ของการประยุกต์ใช้และแสดงวิธีการค้นหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดของแผนเศรษฐกิจนี้ พร้อมทั้งใช้ในการเปรียบเทียบกับแผนเศรษฐกิจสำหรับ p chart ซึ่งจากผลการเปรียบเทียบพบว่า แผนเศรษฐกิจสำหรับ Run-Length CUSUM chart จะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่าถึง 19.12%

Abstract

This research has studied the use of economic design in choosing the parameters for a Run-Length CUSUM scheme for monitoring an increase in fraction nonconforming, where sampling inspection in the order of production is in use. A cost function has been developed for finding the optimal parameters for this scheme, and grid search technique for the determination of these parameters have been considered. Using data for a production situation described in Lorenzen and Vance (1986), a comparison between an economic design for the p chart and an economic design for the Run-Length CUSUM chart was made, and showed that the average cost of the Run-Length CUSUM is lower than the average cost of p chart (about 19.12%).

Key words: Type I error, Type II error, ANI, ARL

---

* *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาสถิติ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

บทนำ (introduction)

แผนภูมิควบคุมคุณภาพ (quality control chart) เป็นเครื่องมือที่ใช้สำหรับควบคุมการผลิตเพื่อมิให้เกิดความผันแปร (cause) สามารถใช้ในการกำหนดมาตรฐานและการออกแบบคุณภาพของผลิตภัณฑ์ กำหนดช่วงของการยอมรับหรือการปฏิเสธ เปรียบเทียบแผนการผลิตต่างๆ และใช้สำหรับปรับปรุงสมรรถภาพของเครื่องจักรให้มีประสิทธิภาพเพิ่มขึ้น การพัฒนาและออกแบบแผนภูมิควบคุม ในสมัยแรกเริ่ม มักจะพิจารณาจากเงื่อนไขทางสถิติ (statistical criteria) เช่น ขนาดตัวอย่าง (sample size) และการกำหนดลิมิตควบคุม (control limit) โดยให้สอดคล้องกับระดับความคลาดเคลื่อนที่เกิดจากการตัดสินใจผิดพลาดประเภทที่ 1 (type I error) และประเภทที่ 2 (type II error) ทั้งนี้ไม่ได้คำนึงถึงค่าใช้จ่าย (cost) ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง ค่าใช้จ่ายดังกล่าวเช่น ค่าใช้จ่ายสำหรับการสุ่มตัวอย่างและการตรวจสอบ (cost of sampling testing) ค่าใช้จ่ายที่เกิดจากการควบคุมป้องกันการเปลี่ยนแปลงของขบวนการผลิต (cost of failing to detect shifts in the process) และค่าใช้จ่ายที่จะเกิดขึ้นถ้าหากสินค้าที่เสียนั้นตกถึงมือลูกค้า เป็นต้น

ปัจจุบันนักสถิติและนักวิศวอุตสาหการได้มุ่งพัฒนาออกแบบแผนควบคุมโดยกำหนดหรือเลือกค่าพารามิเตอร์ซึ่งมีอยู่ในแผนภูมิควบคุมที่ทำให้ค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องมีจำนวนน้อยที่สุด เราเรียกการออกแบบแผนภูมิในลักษณะนี้ว่า แผนเศรษฐกิจ สำหรับแผนภูมิควบคุม (economic design of control chart) ตัวอย่างของแผนเศรษฐกิจ เช่น แผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุมค่าเฉลี่ย (economic design of $\bar{x}$ chart) แผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุมสะสม (economic design of cusum chart) แผนทั้งสองนี้ใช้สำหรับข้อมูลที่วัดได้ในเชิงปริมาณเช่น ข้อมูลเส้นผ่าศูนย์กลางของจอภาพโทรทัศน์ น้ำหนักของนมที่บรรจุลงกระป๋อง เป็นต้น นอกจากนี้ยังมีแผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุมสัดส่วนของเสีย (economic design of p chart) และ แผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุมจำนวนของเสีย (economic design of np chart) ซึ่งเป็นแผนเศรษฐกิจที่ใช้สำหรับข้อมูลที่วัดด้วยคุณลักษณะเช่น ดี หรือ เสีย ใช้ได้ หรือ ใช้ไม่ได้ เป็นต้น

เป็นที่ทราบกันดีว่าแผนภูมิควบคุมสะสม (Cumulative Sum Control Chart) ซึ่งเรียกสั้นๆ ว่า CUSUM chart นั้น เป็นแผนภูมิสำหรับควบคุมขบวนการผลิตที่กำลังดำเนินอยู่ มีคุณสมบัติดีกว่าแผนภูมิควบคุม Shewart chart (เช่น $\bar{x}$ chart np chart เป็นต้น) กล่าวคือ สามารถใช้ได้ผลดีกว่าและค่าใช้จ่ายหรือการสูญเสียต่างๆจะน้อยกว่า ทั้งนี้เนื่องจาก CUSUM chart มีความสามารถที่จะจับการเปลี่ยนแปลงค่าเฉลี่ยของการผลิต (หรือสัดส่วนของเสียที่พบ) ได้รวดเร็วกว่า โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ถ้าปริมาณการเปลี่ยนแปลงมีไม่มากเกินไป และในขณะเดียวกันทำให้ทราบถึงช่วงเวลาที่เกิดการเปลี่ยนแปลงได้ค่อนข้างแน่นอน สำหรับกรณีที่

ข้อมูลมาจากการตรวจสอบผลิตภัณฑ์ที่วัดด้วยคุณลักษณะ แผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM จะเป็นแผนภูมิที่มีประสิทธิภาพดีที่สุดเมื่อปริมาณการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียที่พบมีขนาดปานกลางหรือไม่มากเกินไป (Bourke 1991) แต่การนำเอาแผนเศรษฐกิจมาประยุกต์ใช้กับแผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM นี้ยังไม่เป็นที่ปรากฏ ดังนั้นจึงเป็นที่น่าจะศึกษาว่าแผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM นั้นควรมีรูปแบบเป็นอย่างไร

2. Run-Length CUSUM Chart

แผนภูมิควบคุมนี้เสนอโดย Bourke ในปี คศ. 1991 เพื่อใช้ในการควบคุมป้องกันการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสีย แผนภูมิ Run-Length CUSUM นี้มีประสิทธิภาพดีกว่า Poisson CUSUM chart สำหรับทุกขนาดของการเปลี่ยนแปลงของค่าสัดส่วนของเสีย และดีกว่า p chart สำหรับขนาดของการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของเสียที่ไม่มากเกินไป ตัวสถิติ CUSUM : S_i สำหรับแต่ละค่าของค่าสังเกต Run-Length X_i ค่าหนึ่งๆ จะถูกกำหนดให้มีค่าดังนี้

สำหรับการป้องกันการเพิ่มขึ้นของสัดส่วนของเสีย (detecting an increase in fraction nonconforming)

$$S_i = \max\{0, (K - X_i + S_{i-1})\} \qquad ; i = 1, 2, 3, \ldots$$

สำหรับการป้องกันการลดลงของสัดส่วนของเสีย (detecting a decrease in fraction nonconforming)

$$S_i = \max\{0, (X_i - K + S_{i-1})\} \qquad i = 1, 2, 3, \ldots$$

เมื่อ X_i เท่ากับ จำนวนของสินค้าที่มีลักษณะดีที่ตรวจพบระหว่างการตรวจพบสินค้าที่มีลักษณะเสียหน่วยที่ i-1 และ หน่วยที่ i

K เป็นค่าอ้างอิง (reference value) ของแผนภูมิ CUSUM กล่าวคือ ถ้าขบวนการผลิตดำเนินการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมค่า X_i ไม่ควรห่างไกลจากค่า K นี้ และโดยการอาศัย SPRT approach ค่า K จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ

$$\ln[p_1/p_0] / \ln[(1 - p_0)/(1 - p_1)]$$

โดยที่ p_0 คือระดับสัดส่วนของเสียที่เรายอมรับได้ (acceptable fraction nonconforming)

p_1 คือระดับสัดส่วนของเสียที่เรายอมรับไม่ได้ (rejectable fraction nonconforming)

ถ้าสัดส่วนของเสีย p เพิ่มขึ้นจนถึงระดับ $p = p_1$ ($p_1 > p_0$) ค่า X_i จะมีแนวโน้มต่ำกว่าค่า K และเป็นผลทำให้ตัวสถิติ CUSUM S_i มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งถ้า S_i มีค่ามากกว่าค่า H (เราเรียกค่า H ว่า decision interval) แล้ว Run-Length CUSUM chart จะชี้ระบุหรือให้สัญญาณเตือน (out-of-control signal) ว่า ขณะนี้ขบวนการผลิตได้ดำเนินการผลิตนอกระบบการควบคุม สำหรับกรณีที่สัดส่วนของเสีย p ลดลงจนถึงระดับ $p = p_1$ ($p_1 < p_0$) ค่า X_i จะมีแนวโน้มสูงกว่าค่า K และเป็นผลทำให้ ตัวสถิติ CUSUM S_i มีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ จนกระทั่งถ้า S_i มีค่ามากกว่าค่า H แล้ว Run-Length CUSUM chart ก็จะชี้ระบุหรือให้สัญญาณเตือนว่า ขณะนี้ขบวนการผลิตได้ดำเนินการผลิตนอกระบบการควบคุม เช่นกัน (อ่านรายละเอียดเพิ่มเติมได้จาก Bourke (1991))

3. รูปแบบแผนเศรษฐกิจ (Economic Design)

รูปแบบแผนเศรษฐกิจสำหรับ Run-Length CUSUM ที่จะเสนอต่อไปนี้พัฒนาขึ้นจากการประยุกต์แนวความคิดของรูปแบบแผนเศรษฐกิจที่เสนอโดย Lorenzen และ Vance ในปี คศ. 1986 ทั้งนี้มีข้อสมมติว่า ขบวนการผลิตเริ่มต้นผลิตภายใต้การควบคุม (in-control state) โดยมีสัดส่วนของเสียที่ยอมรับได้ (acceptable fraction nonconforming) ที่ระดับสัดส่วนของเสีย $p = p_0$ และสมมติว่ามีเพียงสาเหตุเดียวที่สามารถควบคุมและระบุได้ (single assignable cause) ว่าเป็นสาเหตุที่ทำให้ระดับสัดส่วนของเสียเปลี่ยนไปอยู่ในระดับที่เราไม่ต้องการ (rejectable fraction nonconforming) คือระดับสัดส่วนของเสีย $p = p_1$ (โดย $p_1 < p_0$) ซึ่งเราจะเรียกว่า ขบวนการผลิตไม่อยู่ภายใต้การควบคุม (out of control state) สุ่มตัวอย่างมาที่ละ item ติดต่อกันโดยมีขนาดตัวอย่างละ n items จากทุก ๆ h ชั่วโมงมาตรวจสอบตามลำดับของ item ที่ผลิตได้และใช้แผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM ควบคุมขบวนการผลิต ดังนั้นจึงมีพารามิเตอร์ 4 ตัวที่ต้องเลือกใช้คือ ขนาดตัวอย่าง (sample size) n ช่วงสุ่ม (sampling interval) h และพารามิเตอร์ของแผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM คือ H และ K

เพื่อสะดวกต่อการอธิบายถึงรูปแบบของแผนเศรษฐกิจสำหรับ Run-Length CUSUM จะขอใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้แทนนิยามหรือหมายถึงการกระทำอย่างใดอย่างหนึ่ง

T แทน ช่วงเวลา (time) ที่ขบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมจนกระทั่งเกิดการเปลี่ยนแปลงเนื่องจากมี assignable cause เกิดขึ้น และ T จะมีการแจกแจงแบบ Exponential ที่มีค่าเฉลี่ย E(T) = R เมื่อ R เป็นค่าที่ทราบค่าแล้ว กล่าวคือ ขบวนการผลิตจะผลิตให้สินค้าที่ประกอบด้วยสัดส่วนของเสีย $p = p_0$ ไปจนกระทั่งถึงเวลา T ชั่วโมง หลังจาก T ชั่วโมงผ่านไปจะผลิตให้สินค้าที่มีสัดส่วนของเสีย $p = p_1$

τ เป็นค่าเฉลี่ยของเวลาที่เริ่มต้นจากจุดเริ่มต้นของช่วงเวลาของการสุ่มตัวอย่างสุดท้ายไปจนกระทั่งถึงจุดที่ assignable cause เกิดขึ้น เช่น สมมติว่า เกิด assignable cause ระหว่างหน่วยตัวอย่างที่ i และหน่วยตัวอย่างที่ i+1 จะได้ ค่าเฉลี่ยของเวลาระหว่างจุดที่ assignable cause เกิดขึ้นและหน่วยตัวอย่างถัดไป เท่ากับ $h - \tau$

G เป็นค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ในการสุ่มตัวอย่าง วิเคราะห์และลงจุดในแผนภูมิสำหรับ item หนึ่ง ๆ (ส่วนมาก G จะถูกกำหนดให้มีค่าเท่ากับ ศูนย์) ดังนั้นสำหรับการสุ่มตัวอย่างหนึ่งซึ่งมีขนาด n จะใช้เวลาในการสุ่ม วิเคราะห์และลงแผนภูมิเท่ากับ nG โดยค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างและการบำรุงรักษาแผนภูมิควบคุมจะถูกกำหนดให้อยู่ในรูปฟังก์ชันเชิงเส้นของขนาดตัวอย่าง n คือ a + bn เมื่อ a เป็นค่าใช้จ่ายคงที่สำหรับการสุ่มตัวอย่าง และ b เป็นค่าใช้จ่ายสำหรับ item สุ่มหนึ่งๆ

M คือ จำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาก่อนเวลา T ดังนั้น จะได้ $Mh < T$ และ $(M+1)h \geqslant T$

O คือ จำนวนสัญญาณเตือนเท็จ (false alarms) ที่เกิดขึ้นในระหว่างหน่วยตัวอย่างสุ่มทั้งหมดที่สุ่มมาก่อนที่ assignable cause จะเกิดขึ้น

S คือ จำนวนตัวอย่างที่สุ่มมาหลังจากหน่วยตัวอย่างที่ M จนกระทั่ง Run-Length CUSUM chart บ่งชี้ว่าขบวนการผลิตขาดการควบคุมหรืออยู่นอกการควบคุม (lack of control)

C เป็นค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อชั่วโมงที่ต้องเสียในขณะที่ขบวนการผลิตดำเนินการผลิตภายใต้การควบคุม

C_1 เป็นค่าใช้จ่ายเฉลี่ยต่อชั่วโมงที่ต้องเสียในขณะที่ขบวนการผลิตดำเนินการผลิตนอกการควบคุม และ $C_1 > C$

T_1 เป็นค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้สำหรับการค้นหา assignable cause หลังจากพบ out of control signal บนแผนภูมิในขณะที่ขบวนการผลิตอยู่ในการควบคุม และเสียค่าใช้จ่ายในการค้นหาเท่ากับ Y

T_2 เป็นค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้สำหรับค้นหา assignable cause หลังจากพบ out of control signal บนแผนภูมิในขณะที่ขบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม

T เป็นค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ในการซ่อมแซมปรับปรุง (repair) ขบวนการผลิต

W เป็นค่าใช้จ่ายในการค้นหา assignable cause หลังจากพบ out of control signal บนแผนภูมิในขณะที่ขบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม รวมทั้งค่าใช้จ่ายในการซ่อมแซมปรับปรุงขบวนการผลิตด้วย

หลังจากที่ขบวนการผลิตได้รับการซ่อมแซมปรับปรุงแล้วสัดส่วนของเสียของขบวนการผลิตจะเท่ากับ p_a อีกครั้ง

ในบางสถานะการณ์ ขบวนการผลิตจะหยุดผลิตสินค้าเฉพาะการปรับปรุงขบวนการผลิตหรือหยุดทั้งขณะค้นหา assignable cause และปรับปรุงขบวนการผลิต Lorenzen และ Vance จึงแนะนำสัญลักษณ์หนึ่งขึ้นมาเพื่อทำให้สามารถเขียนเป็นตัวแบบทั่วไปหนึ่งตัวแบบได้ดังนี้ คือ

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & \text{ถ้าขบวนการผลิตดำเนินการผลิตในขณะค้นหา assignable cause} \\ 0 & \text{ถ้าขบวนการผลิตหยุดการผลิตในขณะค้นหา assignable cause} \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} 1 & \text{ถ้าขบวนการผลิตดำเนินการผลิตในขณะปรับปรุงซ่อมแซม} \\ 0 & \text{ถ้าขบวนการผลิตหยุดการผลิตในขณะปรับปรุงซ่อมแซม} \end{cases}$$

ก่อนที่จะพิจารณาถึงตัวแบบของแผนเศรษฐกิจในเชิงเรขาคณิต (algebraic) ผู้วิจัยขอนิยามคำว่า รอบการผลิต (production cycle) ดังนี้

รอบการผลิต หมายถึง ช่วงเวลาที่มีจุดเริ่มต้นตั้งแต่เริ่มการผลิต (หรือ หลังจากการปรับปรุงซ่อมแซมขบวนการผลิตเรียบร้อยแล้ว) ไปจนกระทั่งถึงจุดที่สามารถป้องกันและกำจัด assignable cause ทิ้งไปได้ (interval of time before the start of the production (or after repair) to the detection and elimination of an assignable cause) ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยมีค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้สำหรับรอบการผลิตหนึ่งๆ (expected duration of a production cycle) ประกอบด้วย

1. ค่าเฉลี่ยของเวลาในการผลิตจนกระทั่ง assignable cause เกิดขึ้น เท่ากับ $R + (1-\delta_1)T_{st}E(O)$

2. ค่าเฉลี่ยของเวลาในระหว่างเวลาของการเกิด assignable cause และหน่วยตัวอย่างต่อไปเท่ากับ $h - \tau$

3. ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ตัวอย่างและลงจุดบนแผนภูมิ เท่ากับ nG

4. ค่าเฉลี่ยของเวลาหลังจากเกิด assignable cause จนกระทั่งแผนภูมิให้ out of control signal เท่ากับ $h(E(S) - 1)$

5. ค่าเฉลี่ยของเวลาที่ใช้ในการค้นหา assignable cause และปรับปรุงซ่อมแซมขบวนการผลิตเท่ากับ $T_{st} + T_r$

ดังนั้น expected duration of a production cycle เท่ากับ

$$R + (1-\delta_1)T_{sr}E(O) + h - \tau + nG + h(E(S) - 1) + T_{st} + T_r \qquad \ldots\ldots(1)$$

ในทำนองเดียวกัน ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นในหนึ่งรอบการผลิต (expected cost for a production cycle) ประกอบด้วย

1 ค่าใช้จ่ายเมื่อสินค้าเสียถูกผลิตขึ้นมาในขณะที่ขบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมหรือขณะอยู่นอกการควบคุม เท่ากับ

$$C_0R + C_1\{(h - \tau) + nG + h(E(S) - 1) + \delta_1 T_{st} + \delta_2 T_r\}$$

2 ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยเมื่อ false alarms เกิดขึ้นและค่าใช้จ่ายสำหรับ locating และ repairing of assignable cause เท่ากับ

$$YE(O) + W$$

3. ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยสำหรับการสุ่มตัวอย่างและบำรุงรักษา (maintaining) แผนภูมิ เท่ากับ

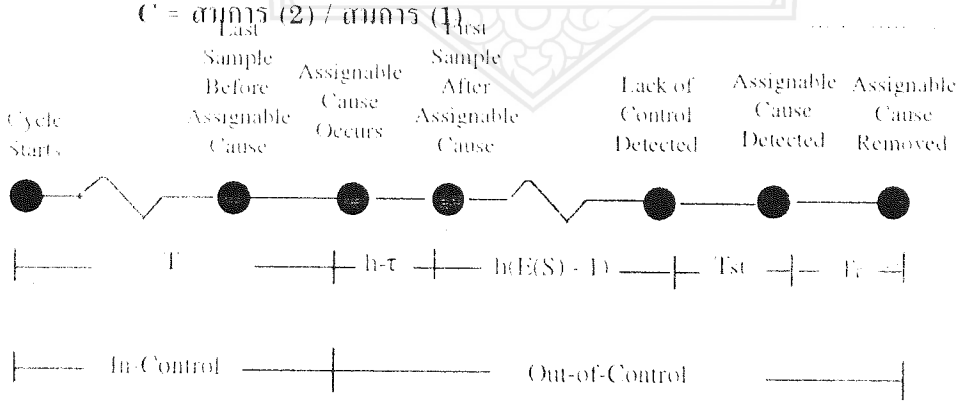
$$(a + bn)\{R + (h - \tau) + nG + h(E(S) - 1) + \delta_1 T_{st} + \delta_2 T_r\} / h$$

เพราะฉะนั้น expected cost for a production cycle มีค่าเท่ากับ

$$C_0R + C_1\{(h - \tau) + nG + h(E(S) - 1) + \delta_1 T_{st} + \delta_2 T_r\} + YE(O) + W + (a + bn)\{R + (h - \tau) + nG + h(E(S) - 1) + \delta_1 T_{st} + \delta_2 T_r\} / h \qquad \ldots(2)$$

ท้ายสุด ตามทฤษฎี Montgomery (1980) จะได้ ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยสำหรับชั่วโมงการผลิตหนึ่งๆ (average cost per hour ; C) เท่ากับ

$$C = \text{สมการ (2)} / \text{สมการ (1)} \qquad \ldots\ldots(3)$$



รูปที่ 1. แสดงความหมายของรอบการผลิต

การที่จะคำนวณค่า C ออกมาได้นั้น เราต้องประมาณค่า τ, E(O) และ E(S) ก่อน ดังนั้น พิจารณาในช่วงเวลา Mh และ (M+1)h ซึ่ง assignable cause เกิดขึ้น Lorenzen และ Vance ได้กำหนดให้ τ เท่ากับ

$$R\{ 1 - (1 + h / R) e^{-h/R} \} (1 - e^{-h/R})$$

และ

$$E(M) = e^{-h/R} / (1 - e^{-h/R}) \qquad \text{.....(4)}$$

Taylor (1968) แสดงให้เห็นว่าเมื่อขบวนการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุม การแจกแจงของจำนวน false alarms (O) เมื่อ กำหนด M จะประมาณด้วยการแจกแจงแบบทวินาม (Binomial distribution) ดังนั้นเราสามารถประมาณค่า E(O) ในเทอมของ ANI ได้เป็น

$$E(O) = nE(M) / ANI(p_a) \qquad \text{.....(5)}$$

เมื่อ ANI (p_a) คือจำนวน items เฉลี่ยที่ใช้ในการตรวจสอบจนกระทั่งพบ signal โดยใช้ ตัวสถิติ Run-Length CUSUM เมื่อ ขบวนการผลิตดำเนินการผลิต ณ ระดับ $p = p_a$

จาก อโนทัย (1992) จะได้

$$ANI(p_a) = ARL(p_a) / p_a$$

แทนค่า E(M) ลงใน (5) จะได้

$$E(O) = n \{e^{-h/R} / (1 - e^{-h/R}) \} / ANI(p_a) \qquad \text{.....(6)}$$

สำหรับการหาค่า E(S) Taylor กล่าวว่า ในขณะที่ขบวนการผลิตอยู่นอกการควบคุม (ผลิตสินค้าในระดับ $p = p_i$) เมื่อเราเพิกเฉยความเป็นอิสระ (independent) ระหว่าง E(S) และ M แล้วเราสามารถประมาณ E(S) ด้วยจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยที่ใช้ในการตรวจสอบจนกระทั่งขบวนการผลิตผลิตให้ signal ด้วยเหตุนี้ E(S) จึงสามารถถูกประมาณค่าในเทอมของ ANI ได้เป็น

$$E(S) = ANI(p_i) / n \qquad \text{.....(7)}$$

เมื่อ $ANI(p_1)$ คือจำนวน items เฉลี่ยที่ใช้ในการตรวจสอบจนกระทั่งพบ signal โดยใช้ตัวสถิติ Run-Length CUSUM ในขณะที่ขบวนการผลิตดำเนินการผลิต ณ ระดับ $p = p_1$

เนื่องจาก E(S) ต้องมีค่าอย่างน้อย เท่ากับ 1 แต่สำหรับ Run-Length CUSUM chart มีโอกาสเป็นไปได้ที่ $ANI(p_1)$ จะมีค่าน้อยกว่า n ซึ่งส่งผลให้ E(S) ในสมการ (7) มีค่าน้อยกว่า 1 ได้ และเป็นสาเหตุทำให้เทอม h(E(S) -1) ในสมการ (1) ติดลบได้ ดังนั้นเราจึงต้องมีการปรับตัวแบบใหม่ โดยการกำหนดให้

$$E(S) = \begin{cases} ANI(p_1)/n & \text{สำหรับ } ANI(p_1) \geq n \\ 1 & \text{สำหรับ } ANI(p_1) < n \end{cases} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

แทนค่า τ, E(O) และ E(S) ลงในสมการ (3) จะได้

$$C = \{ C_0R + C_1[B_0 + \delta_1T_N + \delta_2T_r] + YB_1 + W + (a + bn)(R + B_0 + \delta_1T_N + \delta_2T_r)/h \} / \{ R + (1 - \delta_1)T_NB_1 + B_0 + T_N + T_r \} \quad \ldots\ldots (9)$$

เมื่อ

$$B = \begin{cases} h \cdot R\{1 - (1 + h/R)e^{-h/R}\}/(1 - e^{-h/R}) + nG + h(ANI(p_1)/n - 1)13\alpha & \text{สำหรับ } ANI(p_1) \geq n \\ h \cdot R\{1 - (1 + h/R)e^{-h/R}\}/(1 - e^{-h/R}) + nG & \text{สำหรับ } ANI(p_1) < n \end{cases}$$

$$B_1 = \{e^{-h/R}/(1 - e^{-h/R})\}\, n/ANI(p_1)$$

สำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่สามารถควบคุมได้ (control parameters) คือ (h, n, H, K) ในที่นี้ จะเห็นว่า C เป็นฟังก์ชันของพารามิเตอร์ที่สามารถควบคุมได้ดังกล่าวเพราะ $ANI(p_0)$ และ $ANI(p_1)$ เป็นฟังก์ชันของ H และ K ปัญหาของเราต่อไปคือ การประมาณค่าที่เหมาะสมที่สุดสำหรับ h, n, H และ K

4 วิธีการหาค่าพารามิเตอร์ควบคุม (determination of the control parameters)

ฟังก์ชันค่าใช้จ่าย (cost function) C ที่ปรากฏในสมการ (9) สามารถที่จะกระจายในเทอมของพารามิเตอร์ควบคุมที่สนใจได้เป็น C = C(h, n, H, K) เพราะฉะนั้นจุดประสงค์ของการค้นหาค่าพารามิเตอร์ควบคุมคือพยายามหาค่า h^*, n^*, H^* และ K^* ที่จะทำให้

$$C(h^*, n^*, H^*, K^*) = \min_{h} \min_{n} \min_{H,K} C(h, n, H, K)$$

เมื่อกำหนดให้ K^*, $H^*(K)$, $n^*(H,K)$ และ $h^*(n, H, K)$ เป็นค่าของ K, H, n และ h ที่ทำให้ค่า C มีค่าต่ำสุด

การหาค่า K^* นั้น อาศัย Chiu (1974) และ Bourke (1991) จะได้ค่าที่เหมาะสมของ K สำหรับแผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุม Run-Length CUSUM คือ

$$K^* = \ln[p_1/p_0] / \ln[(1-p_0)/(1-p_1)]$$

สำหรับวิธีการค้นหาค่า H^*, n^* และ h^* เพื่อให้บรรลุวัตถุประสงค์ดังกล่าวสามารถกระทำได้หลายวิธี อาทิเช่น วิธีการค้นหาแบบ Fibonacci วิธีการค้นหาแบบ grid วิธีการค้นหาแบบ golden section หรือ วิธีการค้นหาแบบ pattern เป็นต้น รายละเอียดของวิธีต่าง ๆ ดังกล่าวหากท่านสนใจศึกษาได้จาก Dixon (1972) Foulds (1981) Hooke และ Jeeves (1961) หรือ Luenberger (1984) เป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ จะใช้วิธีการแบบ grid ซึ่งเป็นวิธีการค้นหาค่าพารามิเตอร์ที่ทำให้ cost function มีค่าต่ำสุดวิธีการหนึ่งที่ง่ายต่อการเข้าใจและไม่ยุ่งยาก เหตุผลประการหนึ่งเนื่องจากวิธีการแบบ grid นี้ค้นหาค่า optimal parameters โดยอาศัยเฉพาะ cost function เท่านั้น ไม่จำเป็นต้องอาศัยฟังก์ชันเดอริวาทีฟ (derivative function) โดยทั้งนี้ ช่วงค่าเริ่มต้นของค่าพารามิเตอร์นั้น จะต้องเริ่มจากช่วงกว้าง ๆ ก่อน หลังจากนั้นแล้วค่อยลดแคบลงไป

ขั้นตอนของการค้นหาค่า H^*, n^* และ h^* สามารถกระทำได้ดังนี้

ขั้นที่ 1. กำหนดค่าเริ่มต้นของค่า h และ n เป็นค่าคงที่ค่าหนึ่งแล้วค้นหาค่า H ที่ทำให้ C(h, n, H, K) (จากสมการ (9)) มีค่าต่ำสุด ซึ่งเราจะใช้สัญลักษณ์เป็น $H^* = H(n, h)$

ขั้นที่ 2. เป็นค่า h ค่าหนึ่ง พยายามหาค่า n ที่ทำให้ $C(h, n, H^*, K^*)$ มีค่าต่ำสุด โดยทั้งนี้ สำหรับค่า n หนึ่ง ๆ จะให้ค่า H^* ที่อาศัยขั้นตอนที่ 1 เรียบร้อยแล้ว และจะใช้สัญลักษณ์ n^* แทนค่า n ที่ทำให้ค่า $C(h, n, H^*, K^*)$ ต่ำสุด

ขั้นที่ 3. ค้นหา h ที่ทำให้ $C(h, n^*, H^*, K^*)$ มีค่าต่ำสุด โดยทั้งนี้สำหรับค่า h หนึ่ง ๆ จะให้ค่า n^* และ H^* ที่อาศัยขั้นตอนที่ 2 และ 1 เรียบร้อยแล้ว และใช้สัญลักษณ์ h^* แทนค่า h ที่ทำให้ $C(h, n^*, H^*, K^*)$ มีค่าต่ำสุด

และเพื่อให้เห็นภาพพจน์การนำไปประยุกต์ใช้ จะขอยกตัวอย่างสักหนึ่งตัวอย่างแสดงประกอบดังต่อไปนี้

5. ตัวอย่าง (เป็นตัวอย่างใน Lorenzen และ Vance (1986))

โรงงานฟอกแห่งหนึ่ง ผลิต castings ได้ 84 castings ต่อชั่วโมง เพื่อควบคุมการผลิต castings ตัวอย่างของ Molten iron ถูกสุ่มมาตรวจสอบในแต่ละช่วงเวลาพร้อมบันทึกค่า cooling curve ทั้งนี้เพราะปริมาณ carbon -silicate ที่พบในแต่ละ casting ขึ้นอยู่กับค่า cooling curve และ ถ้าค่า carbon silicate มีค่าสูงค่าเกินไปก็จะส่งผลทำให้ casting มี tensile strength ต่ำ ค่าใช้จ่ายในการสุ่มตัวอย่างหนึ่งตัวอย่างเท่ากับ 4.22$ โดยแต่ละตัวอย่างสุ่มเสียเวลาสุ่ม วิเคราะห์และลงแผนภูมิ 5 นาที ค่าใช้จ่ายเฉลี่ยที่ต้องสูญเสียเมื่อผลิตได้ casting เสียหนึ่งชิ้นประมาณ 100$ และจากการอาศัยข้อมูลในอดีตพบว่า ขบวนการผลิตเมื่ออยู่ภายใต้การควบคุมจะผลิตให้สัดส่วนของ castings เสียเท่ากับ 0.0136 และเมื่อไม่ได้อยู่ภายใต้การควบคุมจะให้สัดส่วนของ castings เสีย เท่ากับ 0.113 นอกจากนี้ ขบวนการผลิตจะดำเนินการผลิตอยู่ภายใต้การควบคุมเป็นเวลานานเฉลี่ยถึง 50 ชั่วโมง เมื่อตรวจพบว่าขบวนการผลิตดำเนินการผลิตนอกการควบคุมแล้วจะต้องหยุดการผลิต ซึ่งต้องใช้เวลาเฉลี่ย 45 นาที สำหรับซ่อมแซมและใช้เวลาเฉลี่ยสำหรับการค้นหาสาเหตุ เท่ากับ 5 นาที โดยเสียค่าใช้จ่ายสำหรับการซ่อมแซมเท่ากับ 22.8$ ต่อชั่วโมงและสำหรับ downtime เท่ากับ 21.34$ ต่อชั่วโมง

วิธีทำ

โดยการใช้ข้อมูลเบื้องต้นและสัญลักษณ์ในหัวข้อ 3.1 เราจะได้

$R = 50$ $p_0 = 0.0136$ $p_1 = 0.113$ $G = 5/60$ $T_N = 5/60$

$T_0 = 5/60$ $T_1 = 45/60$ $\delta_1 = 1$ $\delta_2 = 0$ $a = 0$ $b = 4.22\$$

$Y = 45 \times 21.34\$ + (45/60) \times 32.80\$ = 977.4\$$ $W = 977.4\$$

C_0 = (100$/ casting ที่เสีย) x (84 casting / ชั่วโมง) x (สัดส่วนของ casting ที่เสีย = 0.0136)

= 114.24 $ / ชั่วโมง

C_1 = (100$/ casting ที่เสีย) x (84 casting / ชั่วโมง) x (สัดส่วนของ casting ที่เสีย = 0.113)

= 949 20 $ / ชั่วโมง

ขั้นที่ 1 คำนวณหาค่า K^*

ในที่นี้ได้ $K^* = \ln[0.113 / 0.0136] / \ln[(1 - 0.0136) / (1 - 0.113)]$

$= 19.93$

ขั้นที่ 2 เลือกค่าเริ่มต้นสำหรับ h และ n เพื่อค้นหาค่าที่เหมาะสมสำหรับ H ซึ่งใช้สัญลักษณ์เป็น H^*

สมมติเลือกค่า h = 5 และ n = 15 หลังจากการค้นหาค่า H^* ปรากฏได้ $H^* = 14$ โดยให้ $C(h=5, n=15, H=14, K^*=19.93) = 205.4310$ $ANI(p_a) = 791.71$ และ $ANI(p_r) = 14.4$ สำหรับค่าอื่น ๆ ของ H ดูค่า $C(h, n, H, K^*)$ ได้จากตารางที่ 1

ตารางที่ 1. แสดงวิธีการค้นหาค่า H^* โดยใช้ grid search สำหรับค่า h = 5 และ n = 15

H	$C(h, n, H, K^*)$	$ANI(p_a)$	$ANI(p_r)$
5	208.7359	390.9	10.5
6	208.3709	414.1	10.7
7	207.9885	441.5	10.9
8	207.6065	472.7	11.3
9	207.2282	508.3	11.6
10	206.8536	549.3	12.1
11	206.5049	593.9	12.5
12	206.1545	646.6	13.0
13	205.7945	711.5	13.6
14	**205.4310**	**791.7**	**14.4**
15	206.3737	888.0	15.3
16	209.7962	1018.1	16.1
17	213.7498	1187.5	17.1
18	218.9104	1424.3	18.3

ขั้นที่ 3 ค้นหาค่า optimal value สำหรับ n ณ ค่ากำหนด h ค่าหนึ่ง ๆ ซึ่งใช้สัญลักษณ์ n^*

สมมติกำหนดให้ค่า h = 5 ในขั้นนี้เราจะหาค่า n ที่ทำให้ค่า $C(h=5, n, H^*, K^*)$ ต่ำสุดโดยการทำขั้นตอนที่ 2 ซ้ำ ๆ สำหรับแต่ละค่าของ n จากตารางที่ 2 ปรากฏว่าได้ $n^* = 10$ เป็นค่าที่ทำให้ $C(h=5, n, H^*, K^*)$ ต่ำสุด โดยได้ $H^* = 2$, $K^* = 19.93$, $C(h=5, n=10, H^*=2, K^*=19.93) = 197.3528$ $ANI(p_a) = 334.7$ และ $ANI(p_r) = 9.99$

ตารางที่ 2 แสดงวิธีการค้นหา optimal value สำหรับ n เมื่อกำหนดค่า h = 5

n	H^*	$C(h=5, n, H^*, K^*)$	$ANI(p_a)$	$ANI(p_r)$
6	2	231.9075	334.7	9.99
7	2	218.9826	334.7	9.99
8	2	209.5406	334.7	9.99
9	2	202.5393	334.7	9.99
10	2	197.3528	334.7	9.99
11	4	199.3243	369.8	10.3
12	10	200.3518	549.3	12.1
13	12	201.6582	646.6	12.9
14	13	203.5720	711.5	13.6
15	14	205.4310	791.7	14.4

ขั้นที่ 4 ค้นหาค่า optimal value สำหรับ h ซึ่งใช้สัญลักษณ์ h^*

ในขั้นนี้เราจะหาค่า h ที่ทำให้ $C(h, n^*, H^*, K^*)$ ต่ำสุด โดยการทำขั้นตอนที่ 3 ซ้ำๆ เพื่อหาค่า n^* สำหรับแต่ละค่าของ h จากตารางที่ 3 ปรากฏว่าแผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิ Run-Length CUSUM จะประกอบด้วย optimal choice สำหรับพารามิเตอร์ (h, n, H, K) ดังนี้

$$h^* = 3.1, n^* = 10, \quad H^* = 2, \quad K^* = 19.93$$

โดยให้ $C(h^* = 3.1, n^* = 10, H^* = 2, K^* = 19.93) = 191.8784$, $ANI(p_a) = 334.7$ และ $ANI(p_r) = 9.99$ ซึ่งหมายความว่าแผนเศรษฐกิจสำหรับควบคุมการผลิตของโรงงานนี้ จะทำการสุ่มตัวอย่าง castings มาที่ละชิ้นขนาด 10 castings ติดต่อกันจากทุกๆ 3.1 ชั่วโมง มาตรวจสอบตามลำดับของ castings ที่ผลิตได้และใช้แผนภูมิควบคุมขบวนการผลิตแบบ Run-Length CUSUM ที่ประกอบด้วยพารามิเตอร์ H = 2 และ K = 19.93 แล้วจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายต่ำสุดเท่ากับ 191.8784 $ ต่อชั่วโมง

ตารางที่ 3 แสดงวิธีการหาค่า optimal value สำหรับ h

h	n^*	H^*	$C(h, n^*, H^*, K^*)$	$ANI(p_u)$	$ANI(p_r)$
1	4	2	196.4630	334.7	9.99
2	8	2	193.9861	334.7	9.99
2.1	8	2	193.7711	334.7	9.99
2.2	9	2	193.5510	334.7	9.99
2.3	9	2	193.2228	334.7	9.99
2.4	9	2	192.9948	334.7	9.99
2.5	9	2	192.8581	334.7	9.99
2.6	10	2	192.4624	334.7	9.99
2.7	10	2	192.2181	334.7	9.99
2.8	10	2	192.0449	334.7	9.99
2.9	10	2	191.9344	334.7	9.99
3.0	10	2	191.8801	334.7	9.99
3.1	**10**	**2**	**191.8784**	**334.7**	**9.99**
3.2	10	2	191.9213	334.7	9.99
3.3	10	2	192.0059	334.7	9.99
3.4	10	2	192.1283	334.7	9.99
3.5	10	2	192.2869	334.7	9.99
3.6	10	2	192.4754	334.7	9.99
3.7	10	2	192.6935	334.7	9.99
3.8	10	2	192.9381	334.7	9.99
3.9	10	2	193.2069	334.7	9.99
4	10	2	193.4991	334.7	9.99
5	10	2	197.3528	334.7	9.99

6. การเปรียบเทียบแผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิควบคุมแบบ Run-Length CUSUM และแผนภูมิควบคุมแบบ p

จาก Lorenzen และ Vance (1986) เมื่อใช้ข้อมูลในหัวข้อ 5 และแผนภูมิควบคุมแบบ p จะได้แผนเศรษฐกิจสำหรับ p chart ที่ประกอบด้วย optimal values สำหรับพารามิเตอร์ของแผนดังนี้ $n^{*} = 20$, $h^{*} = 2.88$, $D^{*} = 2$ และเสียค่าใช้จ่ายเฉลี่ยเท่ากับ 237.25 $ ต่อชั่วโมง เมื่อ D^{*} คือ จำนวนของ castings ที่เสียสูงสุดที่ยอมให้พบได้ในแต่ละตัวอย่างสุ่ม

หากเรานำมาเปรียบเทียบกับค่าใช้จ่ายเฉลี่ยที่ต้องเสียเมื่อใช้แผนเศรษฐกิจสำหรับแผนภูมิ Run-Length CUSUM (ซึ่งเท่ากับ 191.8784 $ต่อชั่วโมง) จะเห็นว่า แผนเศรษฐกิจเมื่อใช้แผนภูมิ Run-Length CUSUM จะประหยัดกว่าถึง 19.12 %

7. สรุปและข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษาถึงการออกแบบแผนเศรษฐกิจเมื่อแผนการสุ่มตัวอย่างแบบสุ่มที่ละชิ้นตามลำดับของหน่วยสินค้าที่ผลิตได้และแผนภูมิ Run-Length CUSUM ถูกนำมาใช้สำหรับควบคุมการเพิ่มขึ้นของสัดส่วนของเสีย โดยการอาศัย วิธีการค้นหาค่าพารามิเตอร์แบบ grid ฟังก์ชันค่าใช้จ่ายได้ถูกพัฒนาขึ้นเพื่อสำหรับค้นหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดสำหรับแผนเศรษฐกิจนี้ นอกจากนี้ ยังได้ยกตัวอย่างโดยใช้ข้อมูลตัวอย่างที่แสดงใน Lorenzen และ Vance (1986) เพื่อให้เห็นภาพพจน์ของการประยุกต์ใช้แผนเศรษฐกิจและแสดงวิธีการค้นหาค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุด จากผลการเปรียบเทียบกับแผนเศรษฐกิจสำหรับ p chart พบว่า แผนเศรษฐกิจสำหรับ Run-Length CUSUM chart จะเสียค่าใช้จ่ายน้อยกว่าถึง 19.12%

ในทางปฏิบัติบางครั้งอาจมีหลายสาเหตุที่สามารถควบคุมและระบุได้เกิดขึ้นพร้อมกัน (multiple assignable causes) ดังนั้นจึงน่าที่จะศึกษาถึงแผนเศรษฐกิจสำหรับ Run-Length CUSUM chart ในกรณีนี้ด้วย

บรรณานุกรม

1. Anothai, T. (1992). Investigation of Exponentially Weighted Moving Average Control Charts for Attributes Data. Ph.D. Thesis, University College Cork. Ireland.
2. Bourke, P.D. (1991). " Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection. " Journal of Quality Technology 23, pp. 225-238.

3. Brook, D. and Evans, D.A. (1992). "An Approach to the Probability Distribution of CUSUM Run Length ." Biometrika 59, pp. 539 -549.

4. Chiu, W.K. (1974). " The Economic Design of CUSUM Charts for Controlling Normal Means. " Applied Statistics 23, pp. 420-433.

5. Chiu, W.K. (1975). "Economic Design of Attribute Control Charts." Technometrics 17, pp. 81-87.

6. Duncan, A.J. (1978). " The Economic Design of p Chart to Maintain Current Control of a Process: Some Numerical Results. " Technometrics 20, pp. 235-243.

7. Foulds, L.R (1981). **Optimization Techniques : An Introduction.** Spromger-Cerlag, New York , Inc.

8. Gibra, I.N. (1978). "Economically Optimal Determination of the Parameters of np Charts. " Journal of Quality Technology 10, pp. 12-19.

9. Goel, A.L. (1968). "A Comparative and Economic Investigation of X and Cummulative Sum Control Charts". Ph.D. Dissertation, University Wisconsin, Madison, Wisconsin.

10. Goel, A.L. and Wu, S.M. (1964). " Economically Optimal Design of CUSUM Charts ." Management Science 19, pp. 1271-1282.

11. Ladany, S.P. (1973). " Optimal Use of Control Charts for Controlling Current Production " Management Science 19, pp. 763-772.

12. Lorenzen, T.J. and Vance, L.C. (1986). " The Economic Design of Control Charts: A United Approach." Technometrics 28, pp. 3-10.

13. Luenberger, D.G. (1984). **Linear and Nonlinear Programing,** 2nd ed. Addison Wesley Publishing Company, Inc.

14. Montgomery, D.C. (1980). "The Economic Design of Control Charts : Review and Literature Survey. " Journal of Quality Technology 12, pp. 75-87.

15. Taylor, H. (1968). "The Economic Design of Cumulative Sum Control Charts." Technometrics 10 , pp. 479-488.

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 147 - 152

การศึกษาโครโมโซมคาริโอไทป์ของปลาน้ำจืดบางชนิดในวงศ์ไซปรินิดี
(Karyological studies of some fresh-water fishes in family Cyprinidae)[1]

อำพา เหลืองภิรมย์ [2]

บทคัดย่อ

การศึกษาโครโมโซมคาริโอไทป์ของปลาน้ำจืดในวงศ์ ไซปรินิดี 2 ชนิด พบว่า Acheilgnthus lanceola มีโครโมโซม 48 แท่งประกอบด้วยโครโมโซมแบบเมตาเซนตริก 8 แท่ง, ซับทีโลเซนตริก 20 แท่งและทีโลเซนตริก 20 แท่ง และปลา Tribolodon kakonensis (Gunthers) มีโครโมโซม 50 แท่งประกอบด้วยเมตาเซนตริก 10 แท่ง, ซับเมตาเซนตริก 20 แท่ง, ซับทีโลเซนตริก 12 แท่ง และทีโลเซนตริก 8 แท่ง

abstract

Karyological studies of fresh-water fishes 2 species,family Cyprinidae. It was shown that the number of diploid chromosomes of Acheilgnthus lanceolatus were 48, consist of 8 metacentric, 20 telocentric and 20 subtelocentric chromosomes and of Tribolodon kakonensis (Guthers) were 50, consist of 10 metacentric, 20 submetacentric, 12 subtelocentric and 8 telocentric chromosomes.

---

1 ทุน STEC, Sophia Univ, Tokyo. Japan.

2 ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

บทนำ

ความรู้จากการศึกษาโครโมโซมคาริโอไทป์ของสัตว์ สามารถนำข้อมูลไปประยุกต์ใช้ในการจำแนก ชนิดของสัตว์ ปรับปรุงสายพันธุ์ และศึกษาวิวัฒนาการของสัตว์ได้ จึงน่าสนใจศึกษาโครโมโซมคาริโอไทป์ของสัตว์ชนิดต่างๆเพื่อเป็นข้อมูลพื้นฐาน ในต่างประเทศมีการศึกษาคาริโอไทป์ของสัตว์มานานแล้ว เช่น Ida และ Kyo (1980) ได้ศึกษาโครโมโซมคาริโอไทป์ของปลาหลายชนิดในวงศ์ Playtcephalidae ส่วนในประเทศไทยมีการศึกษาโครโมโซมของปลาในวงศ์ Clariidae ได้แก่ ปลาดุกเทศ (Clarias gariepinus), ปลาดุกด้าน (Claris bacrachus), ปลาดุกอุย (Clarias macrocephalus) และปลาดุกบิ๊กอุย (Clarias fucus) พบว่าปลาดุกเทศและปลาดุกด้านมีโครโมโซม 56 แท่งเท่ากัน ส่วนปลาดุกอุยและปลาดุกบิ๊กอุยมีโครโมโซม 54 และ 100 แท่งตามลำดับ (ธวัชและวิเชียร, 2532ก), ปลาในวงศ์ Cyprinidae ได้แก่ ปลาพลวงหิน (Tor sor), ปลาแก้มช้ำ (Puntius orphoides), ปลาปก (Puntius stotiozkanus), ปลากระโห้ (Cattocarpia siamensis) และปลายี่สกไทย (Probarbus ittieni) พบว่ามีจำนวนโครโมโซม 100, 50, 96 และ 96 แท่งตามลำดับ (ธวัชและวิเชียร, 2532ข และ 2533) และวงศ์ Mastacembelidae ได้แก่ ปลาหลด (Macrognathus aculcatus), ปลาหลดจุด (Macrognathus siamensis), ปลาหลดภูเขา (Macrognathus circumcinctus) และปลากระทิงดำ (Mastacembetus armatus) มีโครโมโซม 48 แท่งเท่ากัน แต่ชนิดของโครโมโซมต่างกัน (ธวัชและวิเชียร, 2535)

วัตถุประสงค์

ศึกษาโครโมโซมคาริโอไทป์ของปลาในวงศ์ Cyprinidae บางชนิดเพื่อเป็นความรู้พื้นฐานทางเซลล์พันธุศาสตร์ซึ่งสามารถนำไปใช้ในการจำแนกชนิดของปลาและปรับปรุงพันธุ์ปลา

อุปกรณ์และวิธีดำเนินการ

ปลาที่นำมาศึกษาเป็นปลาน้ำจืดประเภทสวยงามจากประเทศญี่ปุ่น เป็นปลามีเกล็ด (carp) ขนาดเล็ก ลักษณะภายนอกเหมือนปลาตะเพียนขาวบ้านเรา มีเกล็ดสีขาว-เทา อยู่ในวงศ์ Cyprinidae 2 ชนิดได้แก่

1. ชื่อพื้นเมืองญี่ปุ่น : Yari-tanago (slender bitterling)
   ชื่อวิทยาศาสตร์ : Acheilgnthus lanceolatus มีน้ำหนักเฉลี่ย 6.8 กรัม
2. ชื่อพื้นเมืองญี่ปุ่น:Ugui(Japanese dance)
   ชื่อวิทยาศาสตร์ : Tribolodon kakonensis (Gunthers) มีน้ำหนักเฉลี่ย 8 กรัม

นำปลามาชั่งน้ำหนัก ฉีดสารละลาย colchicine 1.0 ไมโครกรัม/กรัมน้ำหนักตัว ที่บริเวณกล้ามเนื้อส่วนหลัง ทิ้งไว้ 4-6 ชั่งโมง ตัดส่วนไตหรือเหงือก นำมาล้างด้วย Ringer's solotion และตัดให้เป็นชิ้นเล็กที่สุด นำไปปั่นที่ความเร็ว 1,000 รอบ/นาที นาน 5 นาที เอาเฉพาะตะกอนเซลล์ มาใส่ด้วยสารละลาย hypotonic solotion (0.05 M KCl) กระจายตะกอนเซลล์ด้วยการ pipette ขึ้นลงเบา ๆ ทิ้งไว้ 20 นาที เติมสารละลาย hypotonic (0.025 M KCl) ทิ้งไว้ 20 นาที นำไปปั่นที่ความเร็วและเวลาเท่าเดิม นำเฉพาะตะกอนมาเติมสารละลาย fixative (absolute alcohol: glacial acetic acid=3:1) กระจายตะกอนโดยการ pipette ขึ้นลงเบา ๆ 1-2 ครั้ง ทิ้งไว้ 20 นาทีแล้วนำไปปั่นที่ความเร็วและเวลาเท่าเดิม (ทำ 3 ซ้ำ) จากนั้นนำตะกอนเซลล์มาเติมด้วยสารละลาย fixative 0.5-1.0 มล. (ตามปริมาณเซลล์ที่ได้) ทำให้เซลล์กระจายโดยการ pipette เบา ๆ จากนั้นนำสารละลายเซลล์มาหยดบนสไลด์ที่สะอาด ทิ้งไว้ให้แห้งในอากาศ ย้อมด้วยสี Giemsa (6%) นาน 8-10 นาที ล้างด้วยน้ำกลั่น 3 ครั้ง ทิ้งให้แห้งในอากาศ นำมาส่องดูด้วยกล้องจุลทรรศ์ (x100) เลือกระยะเมตาเฟสที่โครโมโซมกระจายดี นับจำนวนโครโมโซมจากเซลล์ 50 เซลล์ จำนวนโครโมโซมที่มีความถี่สูงสุด ถือเป็นจำนวนโครโมโซมของปลาชนิดนั้น ๆ

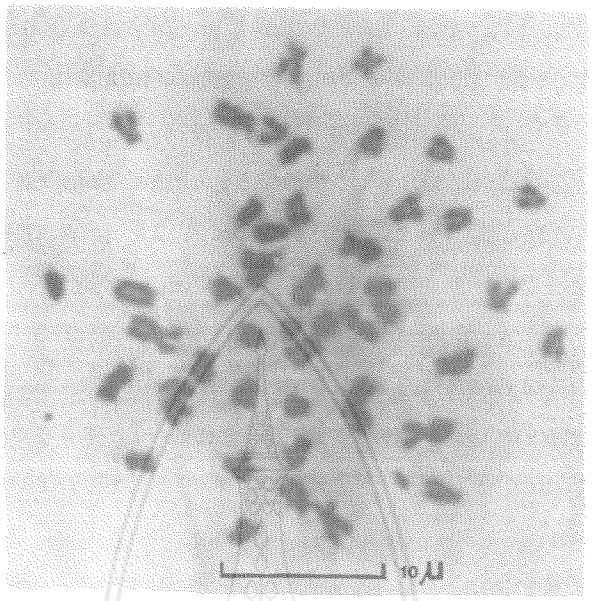
ผลการศึกษา

ผลการศึกษาโครโมโซมของปลา Acheilgnthus lanceolatus และปลา Tribolodon kakonensis (Gunthers) แสดงในตารางที่ 1 และรูปที่ 1, 2, 3 และ 4 ตามลำดับ

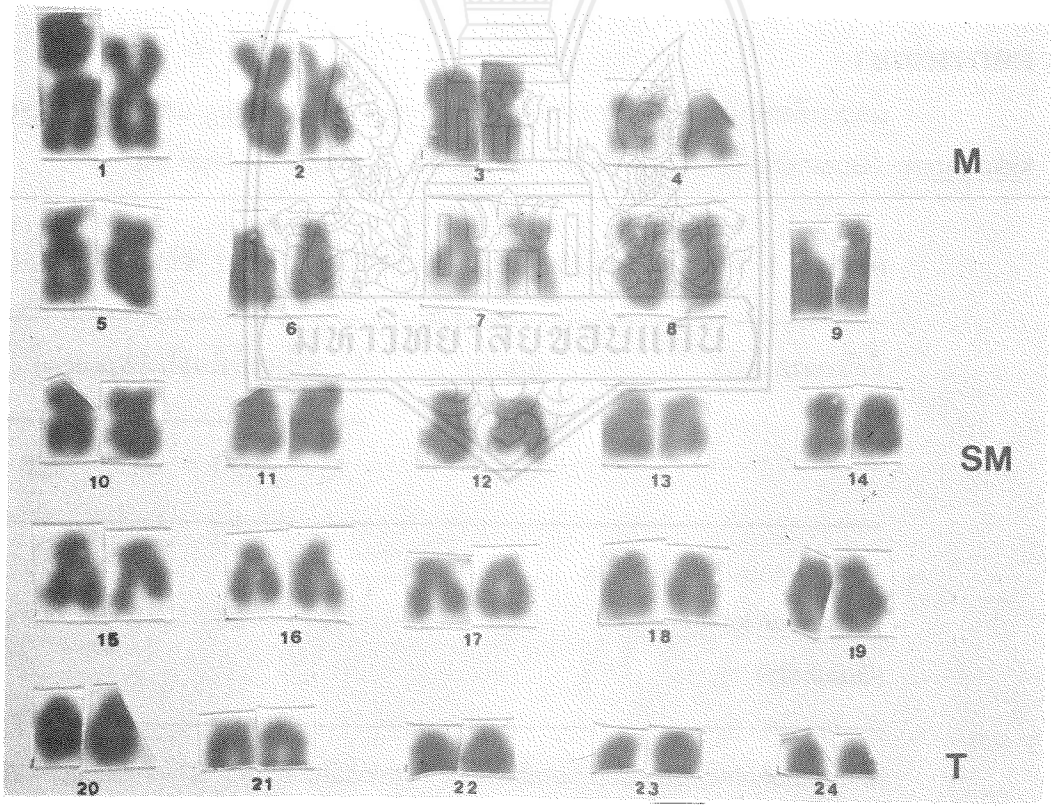
ตารางที่ 1 จำนวนและชนิดของโครโมโซมของปลาน้ำจืด 2 ชนิด

ชื่อวิทยาศาสตร์	จำนวนโครโมโซม (แท่ง)	ชนิดของโครโมโซม(แท่ง)			
		M	SM	T	ST
Acheilgnthus lanceolatus	48	8	-	20	20
Tribolodon kakonensis (Gunthers)	50	10	20	8	12

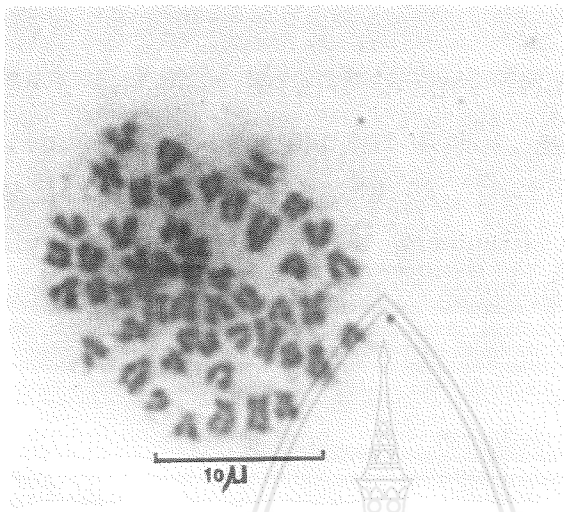
M=metacentric, SM=submetacentric, T=telocentric และ ST=subtelocentric



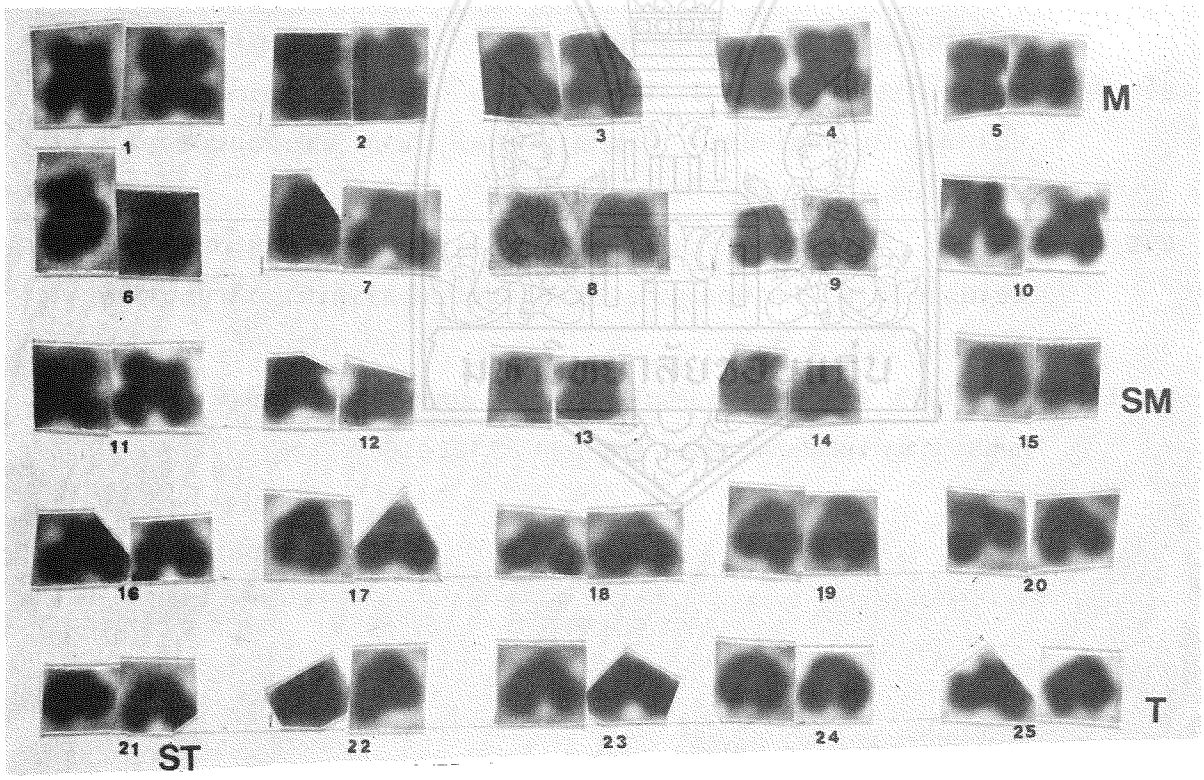
รูปที่ 1 โครโมโซมของปลา Acheilgnthus lanceolatus (2n=48)



รูปที่ 2 คาริโอไทป์ของปลาAcheilgnthus lanceolatus : คู่ที่ 1-4=metacentric (M), คู่ที่ 5-14 = submetacentric (SM) และคู่ที่ 15-24 = telocentric (T)



รูปที่ 3 โครโมโซมของปลา Tribolodon kakonensis (2n=50)



รูปที่ 4 คาริโอไทป์ของปลา Tribolodon kakonensis : คู่ที่ 1-5=metacentric (M), คู่ที่ 6-15= submetacentric (SM), คู่ที่ 16-21=subtelocentric (ST) และคู่ที่ 22-25= telocentric (T)

สรุปผลการศึกษา

การศึกษาโครโมโซมของปลาน้ำจืดในวงศ์ Cyprinidae 2 ชนิด พบว่าปลา Acheilgnthus lanceolatus มีโครโมโซมจำนวน 48 แท่ง ประกอบด้วยโครโมโซมแบบเมตาเซนตริก 8 แท่ง,ทีโลเซนตริก 20 แท่งและแบบซับทีโลเซนตริก 20 แท่งและปลา Tribolodon kakonensis (Gunthers) มีโครโมโซมจำนวน 50 แท่งประกอบด้วยแบบเมตาเซนตริก 10 แท่ง, ซับเมตาเซนตริก 20 แท่ง, ทีโลเซนตริก 8 แท่งและซับทีโลเซนตริก 12 แท่ง

เอกสารอ้างอิง

ธวัช ดอนสกุล และ วิเชียร มากตุ่น. 2532ก. รายงานผลงานวิจัยการศึกษาโครโมโซมและคาริโอไทป์ของปลาดุกเทศ,ปลาดุกบิ๊กอุย,ปลาดุกด้านและปลาดุกอุย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 2-13.

ธวัช ดอนสกุล และ วิเชียร มากตุ่น. 2532ข. รายงานผลการวิจัยการศึกษาโครโมโซมและคาริโอไทป์ของปลากระโห้และยี่สกไทย มหาวิทยาลัยศีนครินทรวิโรฒ.6-11.

ธวัช ดอนสกุล และวิเชียร มากตุ่น. 2533. รายงานผลการวิจัยสันฐานวิทยาและคาริโอไทป์ของปลาพลวงหิน, ปลาแก้มช้ำ และปลาปกในแม่น้ำปาย จังหวัดแม่ฮ่องสอนประเทศไทย. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.7-9.

ธวัช ดอนสกุล และ วิเชียร มากตุ่น. 2535. รายงานผลการวิจัยการศึกษาโครโมโซมของปลาหลดจุด, ปลาหลดภูเขา, ปลาหลดและปลากระทิงดำ. มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ. 3-11.

Ida,H.and Kyo,Y.1980. Karyotype variation found among five species of the family Platycephalidae. Japan. Jour. Icht. 23:122-128

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 153 - 160

ผลของสารบอแรกซ์ต่อโครงสร้างของไต และการฝังตัวของตัวอ่อนในหนูเม้าส์[1]

(Effect of sodium tetraborate on kidney structure and embryo implantation of mice)

อำพา เหลืองภิรมย์ [2] และอมรา วินิจสานันท์ [2]

บทคัดย่อ

หนูเม้าส์ได้รับสารละลายบอแรกซ์ (sodium tetraborate) 5, 10 และ 20 มก./กก.นน. ตัวทางช่องท้อง ตั้งแต่วันที่ 1 ของการตั้งครรภ์ (L1) จนถึงวันที่ 16 ของการตั้งครรภ์ (L16) พบว่าน้ำหนักตัวของสัตว์ทดลองแต่ละกลุ่มลดลง 4.32%, 10.95% และ 10.08% ตามลำดับ และจำนวนการฝังตัวของตัวอ่อนในหนูเม้าส์แต่ละกลุ่มก็ลดลง 21.14, 18.84 และ 22.56% ตามลำดับด้วย นอกจากนี้ยัง พบว่าหนูเม้าส์ทุกกลุ่มทดลองที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์นาน 12 และ 16 วันมีการตาย (resorption) ของตัวอ่อนจำนวนหนึ่งด้วย ผลจากการศึกษาทางเนื้อเยื่อไตของหนูเม้าส์กลุ่มทดลอง พบว่าไม่มีความแตก ต่างจากกลุ่มควบคุม

Abstract

Mice were injected intra-peritoneally with sodium tetraborate solution containing 5, 10 and 20 mg/kg body weight from day 1 of pregnancy (L1) to day 16 of pregnancy (L16). It was shown that body weight of experimental groups decreased 4.32%, 10.95% and 10.08% respectively, as well as,the number of embryo implantation also decreased 21.14%, 18.84% and 22.56%. Futhermore, all of the experimental groups those were received sodium tetraborate solution for 12 and 16 days showed some embryo resorption. Histological examination of kidney of the experimental groups showed no different from the control group.

---

1. ทุนวิจัยประเภทอุดหนุนทั่วไป งานวิจัยพื้นฐานที่ วท. 8/2535 ประจำปีงบประมาณ 2535

2. ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น 40002

บทนำ

บอแรกซ์เป็นสารที่ชาวบ้านเรียก ผงกรอบ, สารกันบูด และน้ำประสานทอง มีสูตรทางเคมีว่า $Na_2B_4O_7.10H_2O$ (sodium tetraborate) เป็นผลึกสีขาว และละลายได้ในน้ำ บอแรกซ์เป็นสารที่มีชื่ออยู่ในพระราชบัญญัติควบคุมโภคภัณฑ์มาตั้งแต่ปี 2498 เมื่อบริโภคจะถูกดูดซึมเข้าไปเป็นพิษต่อเซลล์ทุกชนิดของร่างกายโดยเฉพาะไตเป็นอวัยวะที่ได้รับอันตรายมากที่สุด เนื่องจากไตต้องทำหน้าที่ขับสารบอแรกซ์ออกไปครึ่งหนึ่งภายใน 12 ชั่วโมงแรก และที่เหลือจะค่อย ๆ ขับออกจนหมดภายใน 5-7 วัน (วิทูร,2531) อวัยวะอื่น ๆ ที่ได้รับอันตรายรองลงมาได้แก่ ตับ, สมอง และทางเดินอาหารและอาจทำให้ถึงตายได้ (Dreisbach, 1980) ในอดีตใช้บอแรกซ์ในการถนอมอาหาร และปัจจุบันบอแรกซ์มีความสำคัญเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันอยู่มาก เนื่องจากนำมาใช้เป็นสารปรุงแต่งอาหาร ทำให้อาหารกรอบ นอกจากนี้ยังตรวจพบสารบอแรกซ์ในผงชูรสด้วย (กรมวิทยาศาสตร์การแพทย์ 2518) ในต่างประเทศเคยใช้กรดบอริคผสมในแป้งฝุ่นสำหรับเด็ก ใช้เป็นยาฆ่าเชื้อโรคและใช้ในการทำความสะอาด ต่อมาพบว่าทั้งกรดบอริค และบอแรกซ์สามารถทำอันตรายต่อผู้ใช้ โดยทำให้เกิดอาการผิวหนังอักเสบเป็นผื่นแดง, คัน และทำให้ผมร่วง (Balish,1969)

มีการศึกษาถึงผลของบอแรกซ์ต่อสิ่งมีชีวิตอย่างกว้างขวาง พบว่าบอเรตสามารถผ่านเข้าสู่เม็ดเลือดแดงได้ ทำให้มีผลลด reductionของ methemoglobin เนื่องจากบอเรตสามารถกดการทำงาน ของเอนไซม์ glyceraldehyde phosphate dehydrogenase จึงเป็นตัวเร่งการสร้าง NADH (Kaneshima, et al.,1968) และบอเรตยังสามารถจับกับ NAD^+ และ NADH (Johnson et al., 1976) ทำให้ขาด NADH สำหรับการ reduce methemoglobin และทำให้มีการคั่งของ methemoglobin จึงเป็นสาเหตุทำให้เม็ดเลือดแดงตายในเวลาต่อมา (Jandel, et al.,1961) และบอเรตยังมีผลกระตุ้นการทำงานของเอนไซม์ (urate oxidase) จากไตวัว (Truscoe,1968) ด้วย ส่วนผลของโบรอนต่อระบบสืบพันธุ์ พบว่าการให้โบรอนขนาด 1,750 หรือ 5,250 ส่วนในล้านส่วนผสมในอาหาร (มก/ก.อาหาร) ให้หนูกิน 90 วันติดต่อกัน มีผลทำให้อัณฑะฝ่อ, การตกไข่ลดลงและน้ำหนักรังไข่ก็ลดลง (Weirและ Fisher,1971) จำนวนอสุจิลดลง, ความสามารถในการเคลื่อนไหวของอสุจิลดลงและความทนทานต่อสภาพที่เป็นกรดของอสุจิก็ลดลงด้วย (krasovskii, et al.,1976)

วัตถุประสงค์

1. ศึกษาปริมาณบอแรกซ์ที่มีผลต่อโครงสร้างทางฮีสโตโลยีของไตของหนูเม้าส์
2. ศึกษาปริมาณบอแรกซ์ที่มีผลต่อน้ำหนักตัวและผลต่อการฝังตัวของตัวอ่อนในระยะแรกของการตั้งครรภ์ จนกระทั่งใกล้คลอด

อุปกรณ์และวิธีดำเนินการ

1. สัตว์ทดลอง

หนูเม้าส์ซื้อจากศูนย์สัตว์ทดลอง มหาวิทยาลัยมหิดล วิทยาเขตนครปฐม จำนวน 150 ตัว นำมาเลี้ยงในห้องทดลองของภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่มีอุณหภูมิ 25+1 องศาเซนเซียส ควบคุมแสงสว่างวันละ 12 ชั่วโมง (ระหว่าง 6.00-20.00 น.) โดยใช้สวิตส์ไฟฟ้าอัตโนมัติ ให้อาหารมาตรฐานจากบริษัทเจริญโภคภัณฑ์จำกัด และมีน้ำประปาดื่มตลอดเวลาตลอดการทดลอง

2. การทดลอง

นำหนูเม้าส์เพศเมียมาตรวจวงสืบพันธุ์ทุกวัน เลือกเฉพาะตัวที่มีวงสืบพันธุ์ปกติติดต่อกันมาไม่น้อยกว่า 3 วง นำมาผสมพันธุ์ วันที่พบอสุจิ คือวันที่มีการตั้งครรภ์วันแรก (L1)

แบ่งสัตว์ทดลองที่มีการตั้งครรภ์ (L1) ออกเป็น 4 กลุ่ม ๆ ละ 30 ตัว

กลุ่มที่ 1 กลุ่มควบคุม ให้น้ำกลั่น

กลุ่มที่ 2 ให้สารละลายบอแรกซ์ 5 มก./กก.น.น.ตัว

กลุ่มที่ 3 ให้สารละลายบอแรกซ์ 10 มก./กก.น.น.ตัว

กลุ่มที่ 4 ให้สารละลายบอแรกซ์ 20 มก./กก.น.น.ตัว

สารละลายบอแรกซ์ที่ใช้ในการทดลองเป็นโซเดียมเตตราบอเรท (sodium tetraborate) ละลายด้วยน้ำกลั่น การให้สารละลายบอแรกซ์ให้ทางช่องท้อง (intraperitonal injection) ทุกวัน ตั้งแต่วันที่ 1 ของการตั้งครรภ์ (L1)จนกระทั่งวันที่ 16 ของการตั้งครรภ์ (L16) จากนั้นฆ่าสัตว์ทุกกลุ่มใน วันที่ 4 (L4), วันที่ 8 (L8) และวันที่ 16 (L16) ของการทดลองตามลำดับ ก่อนฆ่าชั่งน้ำหนักตัว หลังฆ่า ตัดไตและมดลูก ในมดลูกนับจำนวนการฝังตัวของตัวอ่อน และจำนวนตัวอ่อนที่ตาย ส่วนไตนำไปตัด section เพื่อตรวจสอบดูโครงสร้างทางฮีสโตโลยี (histology) ของเซลล์ด้วยกล้องจุลทรรศน์ชนิดแสง

3. การเตรียมเนื้อเยื่อไตเพื่อตรวจสอบดูด้วยกล้องจุลทรรศน์ชนิดแสง

นำไตมาตัดเป็นชิ้นเล็ก ๆ ขนาด 0.5 ลบ.ซม. แช่ในน้ำยารักษาเนื้อเยื่อ (Bouin's fluid) นาน 24 ชั่วโมง และเปลี่ยนมาล้างด้วยเอทิล อัลกอฮอล์ (ethyl alcohol) 70% จนหมดสีเหลือง จากนั้นนำมาทำการดึงน้ำออก (dehydration) ด้วยเอทิลอัลกอฮอล์ 80% และ 90% ตามลำดับ ต่อมาด้วย n-butyl alcohol และ xylene จากนั้นแช่เนื้อเยื่อในพาราฟิน (paraffin) เหลว และฝัง (embed)ชิ้นเนื้อเยื่อด้วยพาราฟินเหลว เมื่อพาราฟินแข็ง นำชิ้นเนื้อเยื่อไตมาตัด (section) หนา 7 ไมโครอน ย้อมสีด้วย Ehrlich's hematoxylin และ Eosin (H+E)

เนื้อเยื่อไตที่ตัดและย้อมสีแล้ว นำมาตรวจสอบลักษณะทางฮีสโตโลยีของเซลล์ด้วยกล้อง จุลทรรศน์ชนิดแสง

ผลการศึกษา

1. ผลของบอแรกซ์ต่อน้ำหนักตัว

ตาราง 1 ผลของสารละลายบอแรกซ์ต่อน้ำหนักตัวของสัตว์ทดลอง

กลุ่มทดลอง	จำนวนสัตว์ทดลอง	น้ำหนักตัว(กรัม)	% นน.ตัวที่ลดลง
กลุ่มควบคุม			
L8	7	34.86±2.36	
L12	6	38.67±2.49	
L16	6	37.00±3.00	
		$\bar{x}$ = 36.84±1.56	
กลุ่มทดลอง			
5 มก./กก.นน.ตัว			
L8	8	33.38±1.80	4.25
L12	8	37.25±1.71	3.67
L16	7	35.14±2.99	5.03
		$\bar{x}$ = 35.26±1.58	$\bar{x}$ = 4.32±0.56
10 มก./กก.นน.ตัว			
L8	8	33.10±3.16	5.05
L12	8	33.75±3.38	12.72
L16	7	31.42±1.29	15.08
		$\bar{x}$ = 32.76±0.98	$\bar{x}$ = 10.95±4.28
20 มก./กก.นน.ตัว			
L8	6	33.00±1.57	5.34
L12	7	32.86±1.81	15.25
L16	7	33.43±2.56	9.65
		$\bar{x}$ = 33.09±0.24	$\bar{x}$ = 10.08±4.06

จากตาราง 1 พบว่ากลุ่มทดลองที่ได้รับสารบอแรกซ์ 5, 10 และ 20 มก/กก.นน.ตัว มีน้ำหนักลดลง 4.32, 10.95 และ 10.08% ตามลำดับ

1. ผลของสารละลายบอแรกซ์ต่อการฝังตัวของตัวอ่อน

ตาราง 2 ผลของสารละลายบอแรกซ์ต่อการฝังตัวของตัวอ่อน

กลุ่มทดลอง	จำนวนสัตว์ทดลอง	น้ำหนักตัว (กรัม)	% นน.ตัวที่ลดลง	จำนวนตัวอ่อนที่ resorption (จำนวนสัตว์ที่มี resorption
กลุ่มควบคุม				
L8	7	14.29± 2.49		0 (0)
L12	6	12.17± 2.67		0 (0)
L16	6	12.33± 2.21		0 (0)
		$\bar{x}$ = 12.93± 0.96		
กลุ่มทดลอง				
5 มก./กก.นน.ตัว				
L8	8	12.13± 3.48	15.12	0 (0)
L12	8	10.14± 5.22	16.68	1.5 (2)
L16	7	8.43± 3.99	31.63	1.5 (2)
		$\bar{x}$ = 10.23± 0.94	$\bar{x}$ = 21.14± 7.44	
10 มก./กก.นน.ตัว				
L8	8	11.75± 4.87	17.78	0 (0)
L12	8	10.25± 2.73	15.78	2 (4)
L16	7	9.50± 3.49*	22.95	1 (1)
		$\bar{x}$ = 10.50± 0.94	$\bar{x}$ = 18.84± 3.02	
20 มก./กก.นน.ตัว				
L8	6	11.00± 1.73	23.02	0 (0)
L12	7	11.57± 2.97	4.93	1 (2)
L16	7	7.43± 4.59*	39.74	2 (1)
		$\bar{x}$ = 10.00± 1.83	$\bar{x}$ = 22.56± 14.21	

หมายเหตุ : resorption คือสภาพของตัวอ่อนที่มีการฝังตัว แต่ตายและมีเลือดคั่งอยู่จำนวนมาก มองเห็นสีแดงคล้ำรอบ ๆ ตัวอ่อน, * = P<0.05 มีความแตกต่างทางสถิติจากกลุ่มควบคุม

พบว่าหนูเม้าส์กลุ่มทดลองที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์ 5,10 และ 20 มก./กก.นน.ตัว มีจำนวนการฝังตัวของตัวอ่อนลดลง 21.4, 18.84 และ 22.56% ตามลำดับ และทุกกลุ่มทดลองที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์เป็นเวลา 16 วัน มีจำนวนตัวอ่อนลดลงอย่างมีนัยสำคัญจากกลุ่มควบคุม ($P<0.05$) นอกจากนี้ในทุกกลุ่มทดลองที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์เป็นเวลา 12 และ 16 วัน มีการตายของตัวอ่อนด้วย

3. ผลของสารละลายบอแรกซ์ต่อโครงสร้างทางฮีสโตโลยีของเซลล์ไต

พบว่าฮีสโตโลยีของเซลล์ไตกลุ่มที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์ 5, 10 และ 20 มก/กก. นน.ตัวไม่มีความแตกต่างจากกลุ่มควบคุม

สรุปและวิจารณ์ผล

หนูเม้าส์ที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์ 5, 10 และ 20 มก/กก.นน.ตัว พบว่าน้ำหนักตัวลดลง แต่ไม่มีความแตกต่างทางสถิติ ผลการทดลองนี้สอดคล้องกับการทดลองของ Wier และ Fisher (1971) ซึ่งรายงานว่าหนูแรทพันธุ์ Long-Evan ที่ได้รับกรดบอริค 3.16 กรัม/กก.นน.ตัว ติดต่อกันเป็นเวลานาน มีการเจริญเติบโตช้ากว่าปกติและกินอาหารได้น้อยลง สาเหตุที่หนูแรทที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์ จากการทดลองครั้งนี้มีน้ำหนักลดลง อาจเนื่องจากสารบอแรกซ์มีผลต่อเนื้อเยื่อตับอ่อนให้สร้างน้ำย่อยลดลง มีรายงานว่าบอแรกซ์มีผลต่อเนื้อเยื่อตับอ่อนส่วนที่สร้างน้ำย่อยเกิดการเปลี่ยนแปลงในทางเสื่อมลง และตรวจพบ intra cytoplasmic inclusion (Fisher,1951)

ผลของสารละลายบอแรกซ์ต่อการฝังตัวของตัวอ่อน พบว่ามีผลทำให้จำนวนการฝังตัวของตัว อ่อนลดลงอย่างมีนัยสำคัญ และพบการตาย (resorption) ของตัวอ่อนบางจำนวนในทุกกลุ่มที่ได้รับสารละลายบอแรกซ์เป็นเวลา 12 และ 16 วัน จากบางรายงานพบว่าบอเรตสามารถผ่านเข้าสู่เม็ดเลือดแดงได้ และกดการทำงานของเอนไซม์ glyceraldehyde phosphate dehydrogenase ซึ่งเป็นตัวเร่งการสร้าง NADH (Kaneshima et al.,1968) และบอเรตยังสามารถจับกับ NAD^+ และ NADH (Johnson et. al.,1976) ทำให้ขาด NADH สำหรับการ reduce methemoglobin จึงมีการคั่งของ methemoglobin และเป็นสาเหตุที่ทำให้เม็ดเลือดแดงมีอายุสั้นกว่าปกติ (Jandel et al.,1960 และ Jandel et al.,1961) methemoglobin นี้ไม่สามารถจับกับ O_2 จึงอาจทำให้ตัวอ่อนที่มีการฝังตัวบางจำนวนตาย เนื่องจากได้รับ O_2 ไม่เพียงพอ

ส่วนผลของสารละลายบอแรกซ์ต่อโครงสร้างทางฮีสโตโลยีของเซลล์ไต พบว่าไตของหนูเม้าส์ที่ได้รับสารบอแรกซ์ตั้งแต่ 5, 10 และ 20 มก/กก.นน.ตัว ซึ่งเป็นค่าที่คาดว่าคนเรา

อาจมีโอกาสได้รับ ปนเปื้อนมากับอาหาร ไม่มีการเปลี่ยนแปลงต่างจากกลุ่มควบคุมเลย จากรายงานของ Wier และ Fisher (1971) พบว่า LD 50 ของบอแรกซ์ในหนูพันธุ์ Sprague Dawley มีค่า 4.5 และ 4.98 กรัม/ กก.นน.ตัวในเพศผู้และเพศเมียตามลำดับ ส่วนหนูแรทพันธุ์ Long-Evan LD 50 มีค่าสูงถึง 4.08 กรัม /กก.นน.ตัวในเพศผู้ และ 6.08 กรัม/กก.นน.ตัวในเพศเมีย ปริมาณLD 50 ของสารบอแรกซ์ในหนูแรทดังกล่าว พบว่ามีปริมาณสูงกว่าปริมาณสารบอแรกซ์ที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ถึง 2,000 เท่า จึงคาดเป็นไปได้ว่า ปริมาณสารละลายบอแรกซ์ที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้มีปริมาณต่ำมากเกินกว่าจะมีผลต่อโครงสร้างทางฮีสโตโลยีของเซลล์ไต

เอกสารอ้างอิง

1. กรมวิทยาศาสตร์การแพทย์ (2518) รายงานประจำปี 2518. กรุงเทพมหานคร.53-54
2. วิฑูร อัตนโถ. 2531. การเสี่ยงอันตรายจากพิษของสารบอแรกซ์ของชาวกรุงเทพมหานคร. วาร สารการแพทย์, 40(8):565-567.
3. Balish.T. et al. 1969. Acute boric acid poisoning : Report of an infant successfully treated by peritoneal dialysis.**Canad. Med.Ass.J.** 101. 166-168
4. Dreisbach.R.H.1980.**Hand book of poisoning diagnosis treatment**.10th edition, Lange Medical Publication. California:357-359.
5. Fisher,R.S.1951.Intracytoplasmic inclusion in the pancreas due to boric acid posioning.**Amer. J. Pathol.** 27:745
6. Jandel,J.H., Engle,L.K. and Allen,D.W. 1960. Oxidative hemolysis and precipitation of hemoglobin.I. Heinz body animals as an acerelation of red cell aging. **J.Clin. Invest.** 33:1818-1836
7. Jandel,J.H., Engle,L.K. and Allen,D.W. 1961. Oxidative hemolysis and precipitation of hemoglobin. II. Role of thiols in oxidant drug action **J.Clin. Invest.** 40:454-475
8. Johnson,S.L.et al.1976.The interaction of borate and sulphite with pyridine nucleotides.**Biochemistry**.15:553-559.
9. Kaneshima, H., Kitsntaka, T.and Akagi, M. 1968.Studies on the metabolic effects on borate. VI. Effect of borate on the reduction of methemoglobin. **Chem. Pharm. Bull.** 16:246-250.

10. Krasovskii,G.N., Varshavskaya,S.P. and Borisov, A.I.1976.Toxic and gonodotrophic effects of cadmium and boron relative to standards for these substances in drinking water. **Environ. Health. Perspec.** 13:69-75

11. Truscoe,R 1968.Effects of borate on urate oxidase activity.**Enzymologia.** 33:325-336

12. Weir,R.J.Jr. and Fisher,R.S. 1971. Toxicologic studies on borax and boric acid. **Toxicol. Appl. Pharmacol.** 23:351-361

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 161 - 170

ไซเดอโรฟอร์ : ผลิตภัณฑ์ธรรมชาติที่มีคุณค่าในอนาคต

SIDEROPHORES : VALUABLE NATURAL PRODUCTS OF THE FUTURE

ดร.เฉลิม เรืองวิริยะชัย [1]
นายสมพร เกษแก้ว [2]

ธาตุเหล็ก (Fe) เป็นหนึ่งในโลหะแทรนซิชันของแถวแรก มีลักษณะการจัดเรียงตัวของอิเล็กตรอนเป็นแบบ $3d^6$, $4s^2$ พบมากเป็นอันดับที่ 4 ของธาตุทั้งหมด โดยเฉพาะบนพื้นผิวโลก และยังมีค่า Oxidation state เปลี่ยนแปลงอยู่ในช่วง -2 ถึง +6 แต่ oxidation state ของเหล็กที่มีค่า +2 และ +3 เท่านั้นที่มีบทบาทสำคัญ และจำเป็นต่อระบบชีวภาพ ซึ่งค่าoxidation state ทั้งสองนี้มีความไวต่อความเป็นกรด-เบสและผลของการรวมกันเป็นสารเชิงซ้อน และเนื่องจากธาตุเหล็กเป็นแหล่งให้พลังงานที่สำคัญและมีความจำเป็นต่อกระบวนการทางชีวภาพของจุลินทรีย์ต่าง ๆ นอกเหนือจากนั้นค่า oxidation state ของเหล็กที่อยู่ในรูปของไอออนเฟอร์รัส (ferrous ion, Fe^{+2}) และไอออนเฟอร์ริก (ferric ion, Fe^{+3}) ยังเป็นตัวช่วยส่งเสริมให้ธาตุเหล็กมีความสามารถในการเกิดอันตรกิริยาของการถ่ายเทอิเล็กตรอน โดยทำหน้าที่เสมือนเป็นตัวขนส่งอิเล็กตรอน (electron transporter) นั่นเอง

ที่มาของไซเดอโรฟอร์

เป็นที่ทราบกันดีแล้วว่าเหล็กเป็นธาตุที่มีความสำคัญต่อสิ่งมีชีวิตอย่างมากมาย ยกเว้นแบคทีเรียพวกLactobacillusในบางสายพันธุ์ที่ไม่จำเป็นต้องใช้ธาตุเหล็กในการดำรงชีพ

ภายใต้สภาวะทางกายภาพไอออนของเหล็กโดยเฉพาะไอออนเฟอร์ริกไม่สามารถละลายออกมาในตัวกลางได้ ณ ค่าความเป็นกรด-เบสที่เป็นกลาง ส่วนใหญ่เหล็กที่ละลายยากนั้น มักอยู่ในรูปของสารเชิงซ้อนพอลินิวเคลียร์เฟอร์ริกออกซิโดไฮดรอกไซด์ [polynuclear ferric oxidohydroxide, $Fe(OH)_3$] เป็นสารเชิงซ้อนที่จุลินทรีย์ไม่สามารถนำไปใช้ประโยชน์อะไรได้สารเชิงซ้อนนี้มีค่าความสามารถในการละลายเพียง 10^{-38} ซึ่งถือว่ามีค่าน้อยมากในการละลายของเหล็ก ณ ค่าความเป็นกรด-เบสที่เป็นกลาง ในขณะที่ค่าความสามารถในการละลายของไอออนเหล็กสูงมากถึง 10^{-17} โมลาร์

---

[1] *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*
[2] *นักวิทยาศาสตร์ ภาควิชาชีวเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

ดังนั้นเมื่อเกิดสภาวะดังกล่าวข้างต้นจุลินทรีย์บางชนิดจึงมีความจำเป็นต้องสร้างกลไกบางอย่างภายในเซลล์ ในการช่วยเพิ่มศักยภาพของเหล็กให้เกิดการละลายมากขึ้นต่อการนำไปใช้ และเนื่องมาจากเหล็กมีความสามารถในการละลายออกมาได้น้อยมาก เพราะฉะนั้นจุลินทรีย์มากมายจึงพยายามที่จะพัฒนากลไกจำเพาะเช่นนั้นขึ้นมาเพื่อตอบสนองความต้องการต่อการดำรงชีพในการนำเหล็กมาใช้ ซึ่งไม่ว่าจุลินทรีย์เหล่านั้นจะอยู่ในดิน ในใบไม้ ในน้ำทะเล ในน้ำบริสุทธิ์ หรือแม้กระทั่งในเนื้อเยื่อของสัตว์ที่ใช้เป็นแหล่งพักอาศัย (host) ตลอดจนการทดลองภายในห้องปฏิบัติการก็ตาม เมื่อนำจุลินทรีย์นั้นมาเลี้ยงไว้ในสภาวะที่ตัวกลางไม่มีเหล็กหรือมีเหล็กอยู่น้อยมาก ๆ ซึ่งจากแหล่งต่างๆที่กล่าวมาแล้วทั้งหมด ในสภาวะที่ไร้เหล็กเช่นนี้ยังคงก่อให้เกิดกลไกที่เหมือน ๆ กัน กล่าวคือจุลินทรีย์จะปลดปล่อยหรือผลิตสารที่เป็น Chelating agent ซึ่งมีน้ำหนักโมเลกุลต่ำ (500-1500 ดาลตัน) และมีความสามารถในการจับและรวมตัวกับเหล็กได้ดี ออกไปสู่สิ่งแวดล้อมภายนอก สารตัวนี้มีชื่อเรียกกันในปัจจุบันว่า ไซเดอโรฟอร์ (siderophore) โดยมีรากศัพท์มาจากภาษากรีกที่แปลว่าตัวจับเหล็ก (iron bearer) ส่วนชื่ออื่น ๆ ที่เคยเรียกกันมาก่อนคือ sideramine และ siderochrome

บทบาทของ ไซเดอโรฟอร์

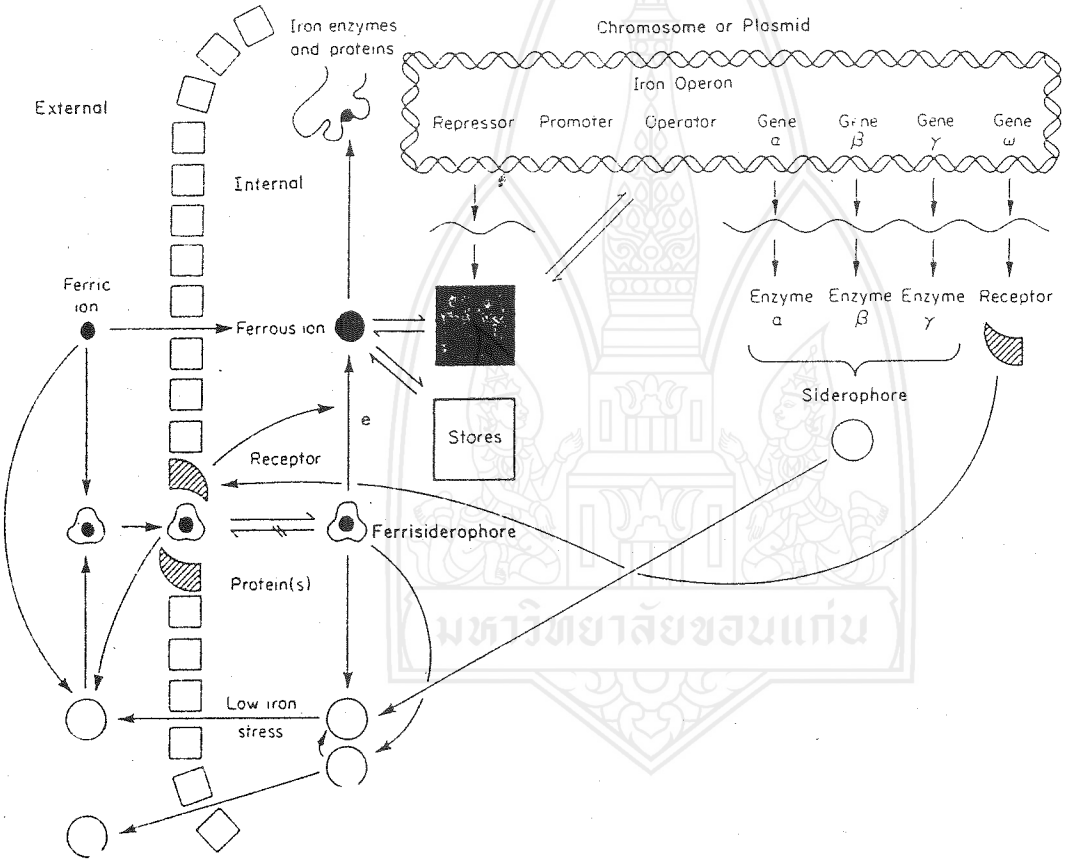
ในสภาวะที่มีเหล็กอยู่น้อย ๆ จุลินทรีย์แบบใช้ออกซิเจน (aerobic bacteria) และแบบใช้ออกซิเจนได้บ้าง (facultative anaerobic bacteria) จะปล่อยไซเดอโรฟอร์ที่มีน้ำหนักโมเลกุลต่ำออกมา ซึ่งเป็นสารที่ช่วยในการขนส่งไอออนเฟอร์ริกจากภายนอกเข้าสู่ภายในเซลล์ ไซเดอโรฟอร์ มีความสามารถในการจับกับเหล็กได้อย่างเยี่ยมยอด นอกจากนั้นยังมีความสามารถในการจับกับโลหะแทรนซิชันตัวอื่น ๆ ได้ดีอีกด้วย เช่น นิเกิล (Ni) สังกะสี (Zn) ทองแดง (Cu) อะลูมิเนียม (Al) โครเมียม (Cr) แกลเลียม (Ga) แมงกานีส (Mn) วานาเดียม (V) โมลิบดินัม (Mo) เป็นต้น นอกจากจะขนส่งธาตุเหล็กแล้ว ไซเดอโรฟอร์บางชนิด อย่างเช่น ไมโคแบคทิน (Mycobactin) บางครั้งมีความสามารถในการเก็บสะสมเหล็กไว้มากกว่าที่จะขนส่งเหล็กไปใช้ ส่วนลักษณะโครงสร้างทางเคมีของไซเดอโรฟอร์ที่ผลิตออกมานั้น ขึ้นอยู่กับชนิดของจุลินทรีย์ที่ปล่อยไซเดอร์โรฟอร์นั้น ๆ ออกมา

เมื่อไม่นานมานี้ได้มีการศึกษากลไกการขนส่งไซเดอโรฟอร์ที่อยู่ในแบคทีเรียและเชื้อราจากการทดลองกับไซเดอโรฟอร์หลายชนิด จนได้มีการเสนอกลไกที่อาจเกิดขึ้นภายในเซลล์ ซึ่งสรุปสั้น ๆ ได้เป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

1) Diffusion เป็นขั้นตอนการซึมผ่านชั้นเนื้อเยื่อไซโทพลาสมิก (Cytoplasmic membrance) ของไซเดอโรฟอร์ เพื่อออกสู่ภายนอกเซลล์

2) Active transport เป็นการใช้พลังงานภายในเซลล์ที่ช่วยในการขับดันไซเดอโรฟอร์ ซึ่งเป็นกลไกการขนส่ง

3) กระบวนการขนส่งสารเชิงซ้อนของเหล็ก-ไซเดอโรฟอร์ (Fe-siderophore complex) เข้าสู่ภายในเซลล์



รูปที่ 1 แสดงกลไกการเกิดไซเดอโรฟอร์ทั้งภายในและภายนอกเซลล์ รวมทั้งการส่งเหล็กเข้าสู่ภายในเซลล์ของจุลินทรีย์

จากรูปที่ 1 นั้นเราสามารถกล่าวสรุปโดยย่อได้ดังนี้ กล่าวคือ ถ้าในสิ่งแวดล้อมภายนอกเซลล์ของแบคทีเรียมีเหล็กอยู่ปริมาณมาก โดยทั่วไปเซลล์แบคทีเรียสามารถดึงเหล็กที่อยู่ภายนอกเซลล์นั้นนำเข้ามาใช้ได้โดยตรงโดยกระบวนการการซึมผ่านตามปกติ แต่ถ้าเมื่อใดสิ่งแวดล้อมนั้นแปรเปลี่ยนไปโดยมีปริมาณเหล็กอยู่น้อยลงมาก ๆ ยีน (gene) ที่อยู่ในส่วน extrachromosonal DNA ของแบคทีเรีย จะจำลองและสร้างสารเคมีชนิดหนึ่งขึ้นมาตามที่ได้กล่าวไปคือไซเดอโรฟอร์ (siderophore)- โดยอยู่ในรูปของลิแกนด์อิสระ (free ligand) ที่มีความสามารถในการจับกับเหล็กได้ดีปล่อยออกมาสู่สิ่งแวดล้อมไซเดอโรฟอร์นั้นจะมีการแพร่ซึมออกมาโดยผ่านทางผนังเซลล์ และในขณะเดียวกันจะมีการสร้างตัวรับ (receptor) สำหรับไซเดอโรฟอร์ชนิดนั้น ๆ ขึ้นมาพร้อมกันโดยจะไปแทรกตัวอยู่ตามผนังเซลล์แบคทีเรีย เพื่อรอรับสารเชิงซ้อนของเหล็ก-ไซเดอโรฟอร์ที่จะซึมผ่านเข้ามาในเซลล์ภายหลังจากไซเดอร์โรฟอร์ในรูปลิแกนด์อิสระไปจับกับเหล็ก จนได้สารเชิงซ้อนนั้นมาเซลล์แบคทีเรียจะดึงสารเชิงซ้อนนี้กลับเข้าไปสู่เซลล์ โดยการผ่านบริเวณที่มีตัวรับซึ่งมีความเหมาะสมพอดีกัน แล้วระบบภายในเซลล์จะทำการแยกและดึงเหล็กเอาไปใช้ ส่วนไซเดอโรฟอร์อิสระที่แยกออกจากกันนั้น จะถูกส่งผ่านโดยการแพร่ซึมออกไปนอกเซลล์อีกครั้ง เพื่อไปจับกับเหล็กตัวใหม่ และกลไกเหล่านี้จะดำเนินต่อไปเรื่อย ๆ อย่างต่อเนื่องกันจนกว่าเซลล์แบคทีเรียได้รับเหล็กจากภายนอกเซลล์อย่างเพียงพอ

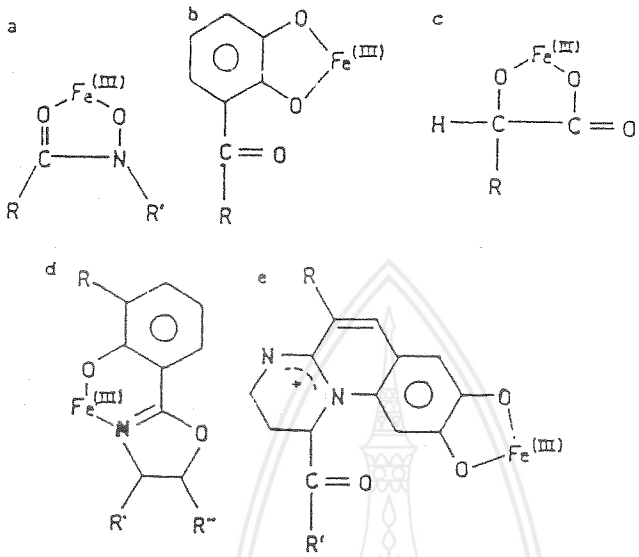
โครงสร้างและลักษณะทางเคมีของไซเดอโรฟอร์

ไซเดอโรฟอร์มีโครงสร้างทางเคมีค่อนข้างสลับซับซ้อนและมีหลายรูปแบบขึ้นอยู่กับแหล่งที่มาของจุลินทรีย์ ซึ่งสามารถจำแนกไซเดอโรฟอร์ออกได้ดังนี้

1) hydroxamate or thiohydroxamate

2) catecholate or phenol และ

3) อนุพันธุ์ของ carboxylic acid ที่จับกับอนุพันธ์ของออกซิเจนหรือไนโตรเจนตรงตำแหน่งโคออดิเนชันที่สอง (second coordination)



รูปที่ 2 แสดงโครงสร้างและลักษณะทางเคมีของสารเชิงซ้อนเหล็ก-ไซเดอโรฟอร์ (a) hydroxamate ,(b) catecholate, (c) α-hydroxy acid (d) 2-(2-hydroxyphenyl)-oxazoline, (e) fluorescent quinolinyl chromophore

แต่ในที่นี้จะขอกล่าวถึงลักษณะของไซเดอโรฟอร์ที่สำคัญเพียง 2 ชนิด คือ

1) Hydroxamates siderophores

โดยปกติแล้วไซเดอโรฟอร์ชนิด hydroxamates นี้ สามารถผลิตได้จากพวกเชื้อรา และแบคทีเรีย ขณะที่ไซเดอโรฟอร์ชนิด catecholates ส่วนใหญ่มักจะผลิตได้จากกลุ่มของแบคทีเรียเท่านั้น ลักษณะทั่ว ๆ ไปของไซเดอโรฟอร์ชนิด hydroxamates คือมีความเสถียร (stability) ค่อนข้างสูงมีความเฉพาะเจาะจงในการจับเหล็กแล้วเกิดเป็นสารเชิงซ้อนแบบออกตะฮีดรัล (Octahedral complex) ซึ่งเป็นไอออนโลหะที่มีพิกัด (coordinate) แบบ d^5 สปินสูง (high spin) และแลกเปลี่ยนได้อย่างรวดเร็ว ลักษณะของสารเชิงซ้อนที่เกิดขึ้นอาจเป็นแบบ di-, tetra-, หรือ hexa-dentate โดยเป็นสารเชิงซ้อนที่มีอัตราส่วน 1:1, 1:2, 1:3 ตามลำดับ ดังนั้นจึงอาจกล่าวสรุปได้ว่า สารเชิงซ้อนของไซเดอโรฟอร์แบบนี้มักประกอบด้วยลิแกนด์ของ hydroxamates 3 คู่ที่มีฤทธิ์เป็นกรดอ่อน ($pK_a \simeq 9$) แต่อย่างไรก็ตามขึ้นอยู่กับค่าความเป็นกรด-เบสด้วย และค่าของการดูดกลืนแสงของสารเชิงซ้อน มักอยู่ในช่วงระหว่าง 425-500 นาโนเมตร

2) Catecholates siderophores

ความแตกต่างของอนุพันธ์ที่สำคัญระหว่างไซเดอโรฟอร์ชนิด hydroxamates กับชนิด catecholates นั้น คือมีความสัมพันธ์กับความเข้มข้นของเหล็กที่มีอยู่ในสิ่งแวดล้อม ซึ่งชนิด hydroxamates มักเกิดมาจากจุลินทรีย์ซึ่งอยู่ในสภาพที่มีเหล็กปริมาณน้อยมาก ๆ ไซเดอโรฟอร์ชนิด catecholate มีความสามารถในการจับกับเหล็กได้แน่นกว่าชนิด hydroxamates siderophore ซึ่งอาจเป็นเพราะความแตกต่างของสเตอริโอไอโซเมอร์ (stereoisomer) ที่มีอยู่ในสารเชิงซ้อนนั้น ๆ ก็ได้

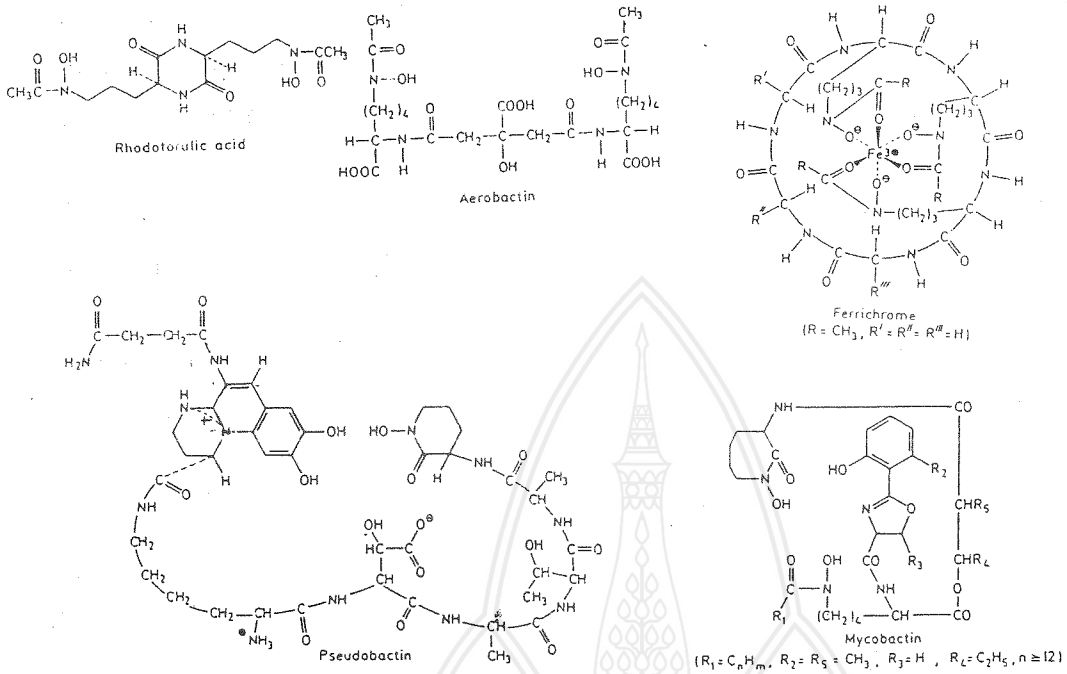
ค่าคงที่ความเสถียร (stability constant) ของสารเชิงซ้อนไซเดอโรฟอร์ อยู่ในช่วงระหว่าง 10^{22}-10^{52} ซึ่งดูได้จากตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงค่าคงที่ความเสถียร (stability constant) ของสารเชิงซ้อนไซเดอโรฟอร์บางชนิด

ไซเดอโรฟอร์	logK
Enterobactin	52
Ferrioxamine E	32.5
Ferrioxamine B(Desferal)	30.6
Ferrioxamine A	29.6
Ferrichrome	29.1
Aerobactin	22.9
Mycobactin	>30.6

ตัวอย่างของไซเดอโรฟอร์เช่น pyoverdines เป็นไซเดอโรฟอร์ที่ผลิตโดย Fluorescent Pseudomonads ซึ่งส่วนใหญ่โครงสร้างของมันประกอบด้วยโครโมฟอร์ของอนุพันธ์ quinoline ที่จับกับกลุ่มเปปไตด์ (peptide) ซึ่งเปปไตด์นั้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้หลายชนิดทั้งที่เป็นแบบเส้นตรงหรือวงแหวนที่มีอยู่ในธรรมชาติรวมทั้งอาจประกอบด้วยทั้งแบบ D และ/หรือ L ของกรดอะมิโน (amino acid) ที่อาจจะแตกต่างทั้งจำนวนและอันดับก็ได้

นอกเหนือไปจากนั้นยังมีความแตกต่างระหว่างการรวมตัวของกลุ่มโคออร์ดิเนทที่อาจมีทั้ง hydroxamate หนึ่งกลุ่ม และ catecholate อีกหนึ่งกลุ่ม รวมทั้งอาจมีการเพิ่ม hydroxamates หรือ กลุ่มของกรด α-hydroxy อีกหนึ่งกลุ่มก็ได้ (ดูรูปที่ 2)



รูปที่ 3 แสดงโครงสร้างทางเคมีของไซเดอโรฟอร์บางชนิด

ไซเดอโรฟอร์ชนิด Catecholates ทั้งหลายที่วาวแสงภายใต้แสงอัลตราไวโอเลต ส่วนใหญ่ประกอบไปด้วย 2,3-dihydroxybenzoic acid เมื่อรวมตัวกับเหล็กจะเกิดเป็นสารเชิงซ้อนสีน้ำตาลแดง (ไวน์แดง) ณ ค่าความเป็นกรด-เบสที่เป็นกลาง

ตัวอย่างของกลุ่ม trihydroxamates เช่น สารเชิงซ้อนของ ferrichrome จะมีสีส้มภายใต้ pH $\simeq$ 2 ในขณะที่ สารเชิงซ้อนของ ferric monohydroxamates มีสีม่วงที่ pH 5

ในสภาวะที่เป็นกลางอนุพันธ์เหล็กของกรด hydroxamic โดยทั่ว ๆ ไปจะดูดกลืนคลื่นแสงแตกต่างจาก ferrichrome ส่วน dihydroxamicacid มักแสดงพฤติกรรมแบบ intermediated ขึ้นอยู่กับอิทธิพลของค่าความเป็นกรด-เบสของสารละลาย และตำแหน่งของ ferric hydroxamates ที่ดูดกลืนคลื่นแสงนั้น

มีวิธีการต่าง ๆ ในการศึกษาและวิเคราะห์หาโครงสร้างทางเคมีของไซเดอโรฟอร์มากมายหลายเครื่องมือหลายเทคนิค อาทิเช่น

เครื่องนิวเคลียร์แมกเนติกเรโซแนนซ์สเปกโทรมิเตอร์ (Nuclear Magnetic Resonance Spectrometer) หรือที่รู้จักกันในนาม NMR spectrometer ในการใช้เครื่องมือนี้มี

ข้อที่น่าสังเกตว่า ควรวิเคราะห์ไซเดอโรฟอร์ที่อยู่ในรูปของลิแกนด์อิสระมากกว่าในรูปของสารเชิงซ้อนเหล็ก-ไซเดอโรฟอร์ เนื่องมาจากเหล็กเป็นสารพาราแม็กเนติก (paramagnetic) สามารถก่อให้เกิดการรบกวนและเปลี่ยนแปลงสัญญาณต่อการวิเคราะห์ด้วยเครื่อง NMR spectrometer ดังนั้นจึงมีความจำเป็นต้องกำจัดเหล็กออกจากสารเชิงซ้อนก่อนการวิเคราะห์ทุกครั้ง แต่สำหรับการวิเคราะห์สารเชิงซ้อนที่อยู่ในรูปของอะลูมิเนียมหรือแกลเลียม นั้นสามารถกระทำได้ทันที เพราะไอออนทั้งสองเป็นสารไดอะแมกเนติก (diamagnetic) ไม่มีผลต่อการรบกวนสัญญาณแต่อย่างใด

มีการใช้เครื่อง Fast Atom Bombardment-mass spectrometer (FAB-mass spectrometer) เพื่อหาน้ำหนักโมเลกุลของไซเดอโรฟอร์ทั้งในรูปอิสระ และสารเชิงซ้อน นอกจากนั้นยังสามารถหาการจัดเรียงตัวของกลุ่มกรดอะมิโนที่อยู่ในโครงสร้างของไซเดอโรฟอร์ได้อีกด้วย ซึ่งเทคนิคนี้เป็นเทคนิคที่นิยมมากกว่าเทคนิค mass spectrometry แบบธรรมดาเป็นเพราะเทคนิค FAB-mass spectrometry เป็นเทคนิคที่สามารถแก้ไขปัญหาอันเนื่องมาจากความเป็นขั้วของไซเดอโรฟอร์ และความไม่เสถียรอันเนื่องมาจากความร้อนอีกด้วย

วิธี X-ray diffractometry สามารถวิเคราะห์หาโครงสร้างของโมเลกุลไซเดอโรฟอร์ที่เป็นผลึกบริสุทธิ์ได้ ตัวอย่างเช่น pseudobactin B10 นอกเหนือไปจากนี้ยังมีการใช้เทคนิค paper electrophoresis ที่วิเคราะห์ได้ทั้งในรูปอิสระ และสารเชิงซ้อน แต่ขึ้นอยู่กับชนิดของประจุ ขนาดไซเดอโรฟอร์ และชนิดของโมเลกุลไซเดอโรฟอร์

ปัจจุบันนักวิทยาศาสตร์หลายท่านสามารถสังเคราะห์ไซเดอโรฟอร์บางชนิดขึ้นมาโดยการลอกเลียนแบบลักษณะทางธรรมชาติของมันด้วยกระบวนการทางเคมีได้ ไซเดอโรฟอร์ที่สามารถสังเคราะห์ทางเคมีได้ อาทิเช่น ferrichrome, enterobactin, aerobactin, mycobactin, และ parabactin เป็นต้น

ความสำคัญของไซเดอโรฟอร์

เนื่องจากไซเดอโรฟอร์มีความสามารถและมีคุณสมบัติในการจับโลหะแทรนซิชันโดยเฉพาะธาตุเหล็กได้เป็นอย่างดี ดังนั้นนักวิทยาศาสตร์หลายสาขาจึงได้นำคุณสมบัติในเรื่องนี้มาใช้ให้เป็นประโยชน์ในด้านต่าง ๆ มากมาย

อย่างเช่น ด้านการแพทย์ กรณีที่ผู้ป่วยมีธาตุเหล็กในร่างกายมากเกินไป (ในส่วนของฮีโมโกลบิน) โดยเฉพาะ โรค β-thalassaemia นั้น ปัจจุบันวงการแพทย์สมัยใหม่ ได้ทำการรักษาโรคนี้ด้วยการฉีดยาชนิดหนึ่งที่มีชื่อว่า Desferral ซึ่งเป็น trihydroxamates siderophore desferrioxamine-B แทนการถ่ายเลือด ในสมัยก่อน ๆ Desferral นี้ เป็นชื่อทางการค้าของ

บริษัท Ciba-Geigy จำกัด ถึงแม้ว่า Desferral จะมีความสามารถในการกำจัดเหล็กที่มากเกินพอออกจากร่างกายได้ก็ตาม แต่ก็ค่อนข้างช้า มีชั่วชีวิตค่อนข้างสั้นและเนื่องจากปริมาณที่ใช้ในการฉีดสูง จึงมีความจำเป็นที่ต้องฉีดเข้าสู่ร่างกายอย่างต่อเนื่อง เนื่องมาจาก Desferral บางส่วนที่ฉีดเข้าไปนี้ ร่างกายพยายามกำจัดหรือขับถ่ายออกจากร่างกายตลอดเวลา เพราะมันเสมือนเป็นสิ่งแปลกปลอมภายในร่างกาย นอกจากนั้นการใช้สารตัวนี้ยังมีผลข้างเคียงต่อร่างกายอีกในกรณีที่ใช้ปริมาณมากเกินไป นั่นก็คือทำให้เลนส์ของตาขุ่นและพร่ามัว ดังนั้นในการใช้ Desferral เพื่อใช้ในการรักษาโรคนี้จึงมีความจำเป็นที่จะต้องจำกัดการใช้ทั้งปริมาณและขนาดของมันรวมทั้งยังต้องขึ้นอยู่กับประเภทของผู้ป่วยอีกด้วย

จากข้อเสียทั้งหมดของการใช้ Desferral ดังได้กล่าวข้างต้น ขณะนี้ทั้งแพทย์ และนักวิชาการต่าง ๆ กำลังพยายามศึกษาค้นคว้าหายาชนิดใหม่ที่ได้จากไซเดอโรฟอร์นั้นเพื่อนำมาใช้รักษาผู้ป่วยแทนการใช้ Desferral โดยไซเดอโรฟอร์ชนิดใหม่นี้ มีข้อที่ควรคำนึงถึงดังต่อไปนี้

1. ไซเดอโรฟอร์นั้นควรมีความสามารถในการจับเหล็กได้อย่างเหนียวแน่นมาก
2. ไซเดอโรฟอร์นั้นควรมีความจำเพาะเจาะจงในการจับกับเหล็กได้ดีกว่าโลหะแทรนซิชันอื่น ๆ ก่อนการกำจัดออกจากร่างกาย
3. ไซเดอโรฟอร์นั้นไม่ควรมีพิษ หรือมีผลข้างเคียงใด ๆ ต่อร่างกาย
4. ไซเดอโรฟอร์นั้นควรผลิตได้ปริมาณมาก ๆ ที่ได้จากจุลินทรีย์นั้น ๆ โดยวิธีการง่าย ๆ และควรมีราคาถูก รวมทั้งควรให้ไซเดอโรฟอร์ที่บริสุทธิ์อีกด้วย

ไซเดอโรฟอร์นอกจากจะมีบทบาทสำคัญต่อวงการแพทย์ยังมีประโยชน์ต่อเกษตรกรอีกด้วย ซึ่งตามที่เคยกล่าวมาแล้วว่า ชนิดของไซเดอโรฟอร์นั้นขึ้นอยู่กับแบคทีเรียที่มีอยู่ในดินโดยเฉพาะกลุ่ม hydroxamates siderophores ซึ่งควรมีความเข้มข้นค่อนข้างสูง เพียงพอต่อการนำไปใช้ประโยชน์ของรากพืช (10^{-7}-10^{-8} โมลาร์) เช่น การผสม Rhizobacteria ที่มีชื่อว่า *Pseudomonas putida* ลงไปในดิน จะเป็นผลทำให้มีการปล่อยไซเดอโรฟอร์ ชนิดหนึ่งออกมาที่เรียกว่าpseudobactin ซึ่งมีส่วนช่วยในการเร่งและสร้างความเจริญเติบโตให้แก่พืช นอกจากนั้นยังช่วยเพิ่มผลผลิตให้ได้มากยิ่งขึ้น เนื่องจากพืชได้รับเหล็กมากขึ้นนั่นเอง แบคทีเรียชนิดนี้มักอาศัยอยู่รวมกันที่บริเวณรากของพืชบางชนิด อาทิเช่น มะเขือเทศ หัวน้ำตาล (rootbeat) หรือหัวผักกาด โดยแบคทีเรียชนิดนี้ยังมีความสามารถในการแย่งเหล็กได้ดีกว่าพวกเชื้อราและแบคทีเรียอื่น ๆ ที่เป็นอันตรายต่อพืชได้ จึงเป็นการกำจัดเชื้อราและแบคทีเรียนั้นทางอ้อมอีกด้วย

การตรึงไนโตรเจนอย่างมีประสิทธิภาพภายในดิน (Nitrogen fixation) นั้นเป็นสิ่งสำคัญสำหรับการเจริญเติบโตของพืชซึ่งความต้องการเหล็กนั้นเป็นสิ่งจำเป็นอย่างมากต่อแบคทีเรียในดินที่ตรึงไนโตรเจน โดยเหล็กที่ได้มาจากไซเดอโรฟอร์จะมีส่วนเกี่ยวข้องกับกระบวนการต่างๆ ที่เกิดขึ้นภายในเซลล์

กลุ่มแบคทีเรียบางชนิดในดินที่ปล่อย Catecholates siderophore ซึ่งละลายน้ำได้ภายใต้สภาวะที่มีเหล็กปริมาณน้อย ๆ บางครั้งยังมีการค้นพบ Co-factor ของ iron-Mo ด้วยสำหรับเอ็นไซม์ไนโตรจีเนส (Nitrogenase) ซึ่งไซเดอโรฟอร์อย่างเช่น Mycobactin สามารถจับกับโมลิบดินัมได้ดีเช่นเดียวกันกับเหล็ก ดังนั้นมันอาจเป็นไปได้ที่จุลินทรีย์สามารถผลิตไซเดอโรฟอร์ที่มีความสามารถในการจับทั้งเหล็กและโมลิบดินัมได้

นอกจากนี้ไซเดอโรฟอร์บางชนิด ยังมีบทบาทสำคัญต่อการอนุรักษ์ประชากรของจุลินทรีย์ต่าง ๆ ที่มีอยู่ในดินเพื่อให้เกิดความสมดุลตามธรรมชาติได้อีกด้วย

บทสรุป

จากเรื่องราวของไซเดอโรฟอร์ที่ได้กล่าวมาแล้วทั้งหมดนั้น นั่นเป็นส่วนสำคัญเพียงบางส่วนของไซเดอโรฟอร์ ซึ่งแท้ที่จริงแล้วไซเดอโรฟอร์ยังคงมีบทบาทที่สำคัญด้านอื่น ๆ อีกมากมาย ปัจจุบันนี้ทั้งนักวิทยาศาสตร์และนักวิจัยสาขาต่าง ๆ ได้พยายามศึกษาค้นคว้าถึงบทบาทของไซเดอโรฟอร์ชนิดต่าง ๆกันอย่างจริงจัง เพื่อที่จะได้นำไซเดอโรฟอร์เหล่านั้นมาใช้ให้เป็นประโยชน์ต่อมวลมนุษย์ในด้านต่าง ๆมากที่สุดในอนาคต และเมื่อมีโอกาสผู้เขียนจะได้นำเสนอไซเดอโรฟอร์ในด้านอื่น ๆ อีกในครั้งต่อไป

เอกสารอ้างอิง

1. A.J.M. Messenger and C. Ratledge, in *Comprehensive Biotechnology*: The Principle, Application and Regulations of Biotechnology in Industry, Agriculture and Medicine, Vol. **3**, H.W. Blanch, S. Drew, and D.I.C. Wang, Eds., Pergamon Press Ltd., 1985, pp. 275-295.
2. J.B. Neilands, *Struct. Bonding*, 1984, **58**, 1.
3. G. Winkelmann, in *Biotechnology*: A Comprehensive Treatise, Vol. **4**, H. Pape and H.-J. Rehm, Eds., VCH, Weinheim, Federal Republic of Germany, 1986, Chapter 8, pp. 215-243.
4. H. Budzikiewicz, *Natl. Prod. Chem.*, 1988, **3**, 317.
5. M.J. Miller, *Chem. Rev.*, 1989, **89**, 1563.
6. K.N. Reymond, G. Muller, and B.F. Matzanke, Top. *Curr. Chem.*, 1984, **123**, 49.
7. C. Ruangviriyachai, in *Liquid Chromatographic and Complexation Analysis of Natural and Synthetic Chelating Agents, Ph. D. Thesis*, University College, Cork, Ireland, 1991.

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 171 - 182

Isolation, Purification, and Characterisation of Siderophore from *Pseudomonas* spp. Strain M114

Chalerm Ruangviriyachai[1], Jeremy D. Glennon[2], H. Budzikiewicz[3], Fergal O' Gara[4], and Peter M. Stephens[5]

ABSTRACT

Under iron-limiting growth conditions, many microorganism produce powerful iron-sequestering compounds of low molecular weight, term siderophores. These siderophores complex iron and transport it into the cell by a high-affinity iron transport system. Microbial siderophores are an important class of naturally occurring metal-sequestering agent, with a number of uses in biology, agriculture, clinical medicine, biotechnology, industry, and chemical analysis. Functional groups particularly responsible for the high selectivity of these agents toward Fe(III) include the hydroxamate and catecholate groups.

The isolation and purification of the uncomplexed siderophore produced from *Pseudomonas* spp. strain M 114 was carried out on an inert HPLC system using a semipreparative polymeric column. The iron-free siderophore was characterised by UV-visible spectrometry, NMR spectrometry, high performance liquid chromatography, FAB-mass spectrometry, and amino acid analysis and it was found that its structure is identical to pseudobactin from *Pseudomonas* spp. strain B10.

---

[1] Chemistry Department, Faculty of Science, Khon Kaen University, Khon Kaen, Thailand, 40002.

[2] Chemistry Department, University College, Cork, Ireland.

[3] Department of Organic chemistry, University of Cologne, Cologne, 50939, Germany.

[4] Microbiology Department, University College, Cork, Ireland.

[5] Private Bag No 2, Glen Osmond, 5064, South Australia.

INTRODUCTION

Siderophores are defined as low molecular weight Fe(III) specific transport agents, which are excreted by many microorganism under condition of iron deficiency. Siderophores promote the assimilation of this metal into the cells via specific iron-repressible ferrisiderophores. They are produced as part of the high affinity systems for the acquisition of the metal, which at physical pH forms highly insoluble and therefore biologically unavailable oxyhydroxide polymer. Most of siderophores contain either classified, as hydroxamate or catecholate groups.

The first complete structure of a siderophore (pseudobactin) from *Pseudomonas* B10 was determined by a combination of partial degradation, NMR,and an X-ray analysis. Structures for other pseudomonad siderophores (7SR1, 358, A214, and 589A) soon followed. In all cases, pseudobactins have a 2, 3-diamino-6, 7-dihydroxyquinoline derivative (chromophore), which confers colour and fluorescence to the molecule, linked to a small peptide, which differs among strains by the number and composition of amino acids. A third part of the molecule, usually formed by a succinamide group linked to an amino group of the quinoline derivative, can also differ depending on the strain, since it is replaced by a malamide group for pseudobactin A214 or pseudobactin 589A. Chelation of iron(II) involves the catecholate group of the peptide chain, such as δ-N-hydroxyornithyl or β-hydroxyaspartyl. Thus, psedobactins form a family of compounds which are intermediate between the usually strict catecholate-or hydroxamate-siderophore found in a majority of microorganisms. However, some siderophores from *P. fluorescens* ATCC 13525 and *P. chlororaphis* ATCC 9446 which appear identical at the level of the amino acid composition and amino acid sequences.

Pseudobactins can isolate and purify either as the free ligand or as the iron complex. Due to the stability of the iron complex, it was preferred for the isolation and purification of the pseudobactins. Many techniques employed in the extraction and purification have certain similarities to that employed by Meyer and Abdallah.

At present, the separation and isolation of siderophores has become substantially impacted by high performance liquid chromatography (HPLC), especially in the reversed-phase mode where octadecylsilane, was used to purify a large range of the iron-siderophore complexes. Several polymer-based reversed-phase HPLC columns have been available for some time, which offer some advantages over similar silica-based columns. Polymer-based packing may be produced to give much greater stability with eluents over a wide pH range, with no trace metals, and no potential interfering silanol groups.

In this work, elution chromatography is used to isolate and purify a main siderophore from *Pseudomonas* spp. strain M 114. The iron-free siderophore of the same strain was isolated and purified by a metal-free HPLC system using a semipreparative HPLC column with PLRP-S300 A° polymeric packing material. The iron-free siderophore were isolated by modifications of method used by Meyer and Abdallah. After obtaining the purified siderophore, its structure was identified by NMR techniques, amino acid analysis, and FAB-mass spectrometry.

MATERIALS AND METHODS

Mobile Phase and Solution Preparation

Mobile phases containing 15 mM acetic-acetate buffer (pH 6.0) was prepared by dissolving sodium acetate in deionised water. The pH of the buffer was adjusted to 6.0 by the addition of 1 M acetic acid. The mobile phase was prepared from this buffer by adding acetonitrile in ratio 7 : 92 (acetonitrile : buffer).

Instrumentation

The metal-free HPLC system consisted of a Dionex analytical pump and an inert high pressure injection value with a 200 µl plastic loop. A PLRL-S 300 A° polymeric column (glass column, 100 mm by 10 mm i.d.) from Polymer Laboratories packed with polystyrene divinylbenzene, 8-µm particles were used. A Waters

Lambda-Max Model 481 LC variable wavelength Spectrophotometer was set at either 220 nm (for ultraviolet detection) or 405 nm (for visible detection). Fluorescence detection was carried out on a Perkin-Elmer Model 2000 Fluorescence spectrometer, equipped with a 1-mm pathlength quartz flow cell. Fluorescence emission was measured at 480 nm after excitation at 399 nm. A detector output was recorded by using a Philips PM 8251 single pen recorder.

Bacterial Strain and Culture Conditions

The bacteria culture was grown in liquid media and aerated using a G-10 Gyrotary shaker. A J2-21 Beckman centrifuge was employed to remove cells from the liquid cultures. The supernatant was filtered through a 0.45 µm membrane filter. A concentration of the supernatant was performed using a Buchi Rotavapor-R rotary evaporator. A Model SA520 Orion digital pH meter was used to measure the pH of solution for all experiments. Spectral characteristics of the purified siderophore at pH variation were determined on a Uvikon 940 spectrophotometer equipped with a 1-cm pathlength quartz cell.

Pseudomonas spp. strain M114 was supplied by the Microbiology Department, University College, Cork, Ireland. The strain was maintained on minimal L-asparagine agar containing sucrose, L-asparagine, K_2HPO_4, and agar in deionised water. Liquid media contains all the above constituents except agar and the pH (6.8) was adjusted with MOPS. MOPS was added to control pH in the liquid media during bacterial growth. The growth liquid media described above contains no added source of iron. All glassware was acid washed prior to use with 6 N HCl. $MgSO_4.7H_2O$(10%) was autoclaved separately and then added to the media constituents.

Colonies from agar plate were directly transferred to the sterile liquid media in a erlenmeyer flask and the liquid cultures were grown at 28°C for 24 h under constant shaking.

Isolation and Purification of Iron-free Siderophore

The main siderophore from *Pseudomonas* spp. strain M114, was purified by a modification of the methods of Meyer and Abdallah. *Figure 1* shows stepwise the isolation and purification of the iron-free siderophore.

The siderophore crude extract dissolved in mobile phase or deionised water, was applied onto the polymeric column of the metal-free HPLC system. It was equilibrated with the mobile phase solution. The last peak of the chromatogram constituted the main siderophore, and was collected manually before being reduced to dryness by lyophilization.

The yellow powder of the isolated siderophore consisting of purified siderophore and sodium acetate, was dissolved in 0.02 M pyridine-acetic acid buffer (pH 6.0). This solution was chromatographed on BioGel P-2, which was equilibrated with the same buffer. The yellow-green bands were collected manually and then taken to dryness by lyophilization. The purified siderophore was stored at-10°C in the dark.

The Idendification of Purified Iron free Siderophore

The purified siderophore was sent for structural identification to the Department of Organic Chemistry, University of Cologne, Cologne, Germany, to Professor Dr. H. Budzikiewicz.

RESULTS AND DISCUSSION

Although Demange *et al.* reported that the iron-free siderophore cannot be extracted with a phenol-chloroform mixture, it was found that with suitable adaptions to the method of Meyer and Abdallah excellent extraction of the iron-free siderophore was achieved *(Figure 1)*. After obtaining the iron-free siderophore crude extract, it was isolated and purified by using the semipreparative polymeric column in the metal-free HPLC system. The main siderophore was collected manually. *Figure 2* shows the chromatograms for the crude extract isolation.

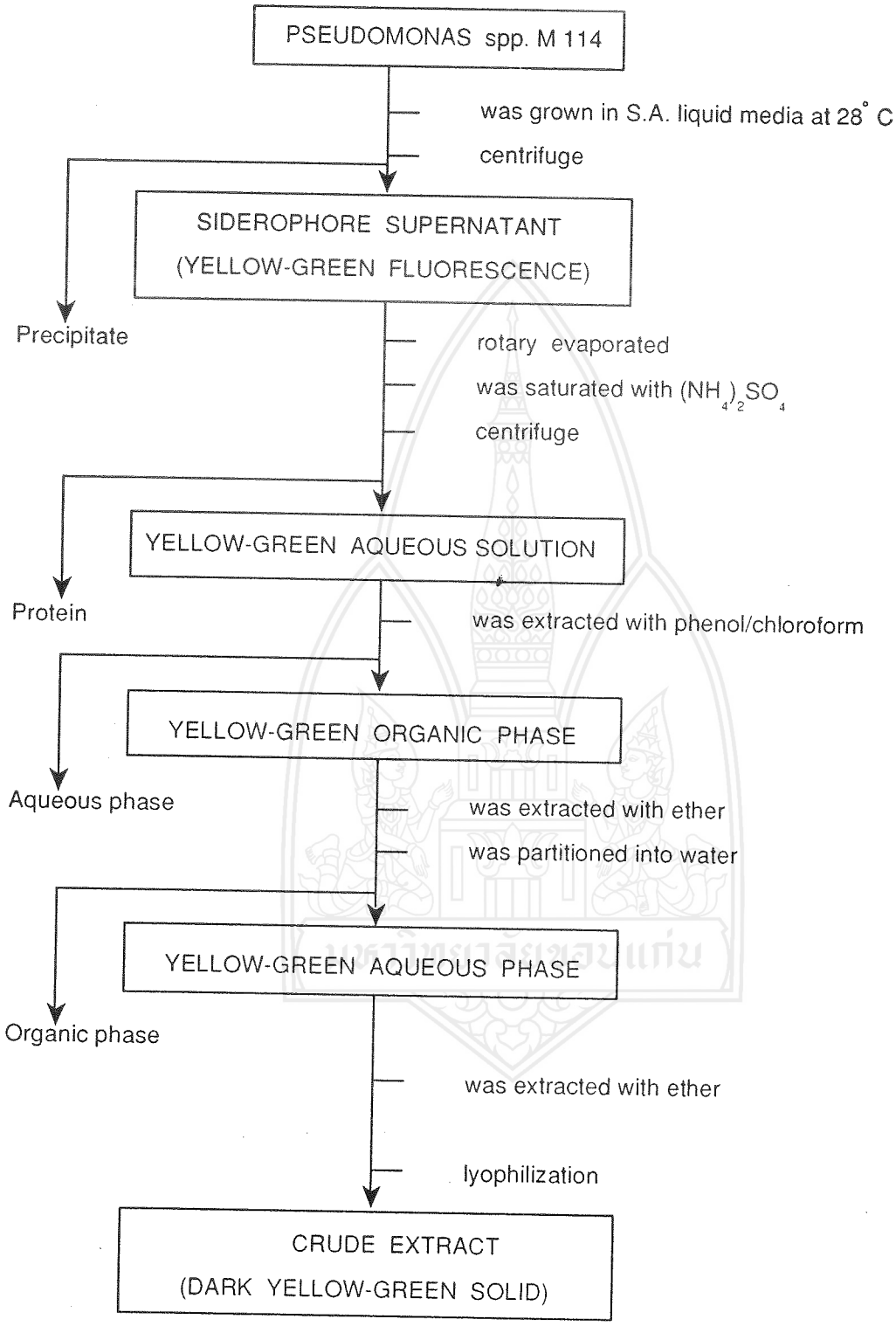


FIGURE 1 Extraction and purification of iron-free siderophore from *Pseudomonas* spp. strain M114

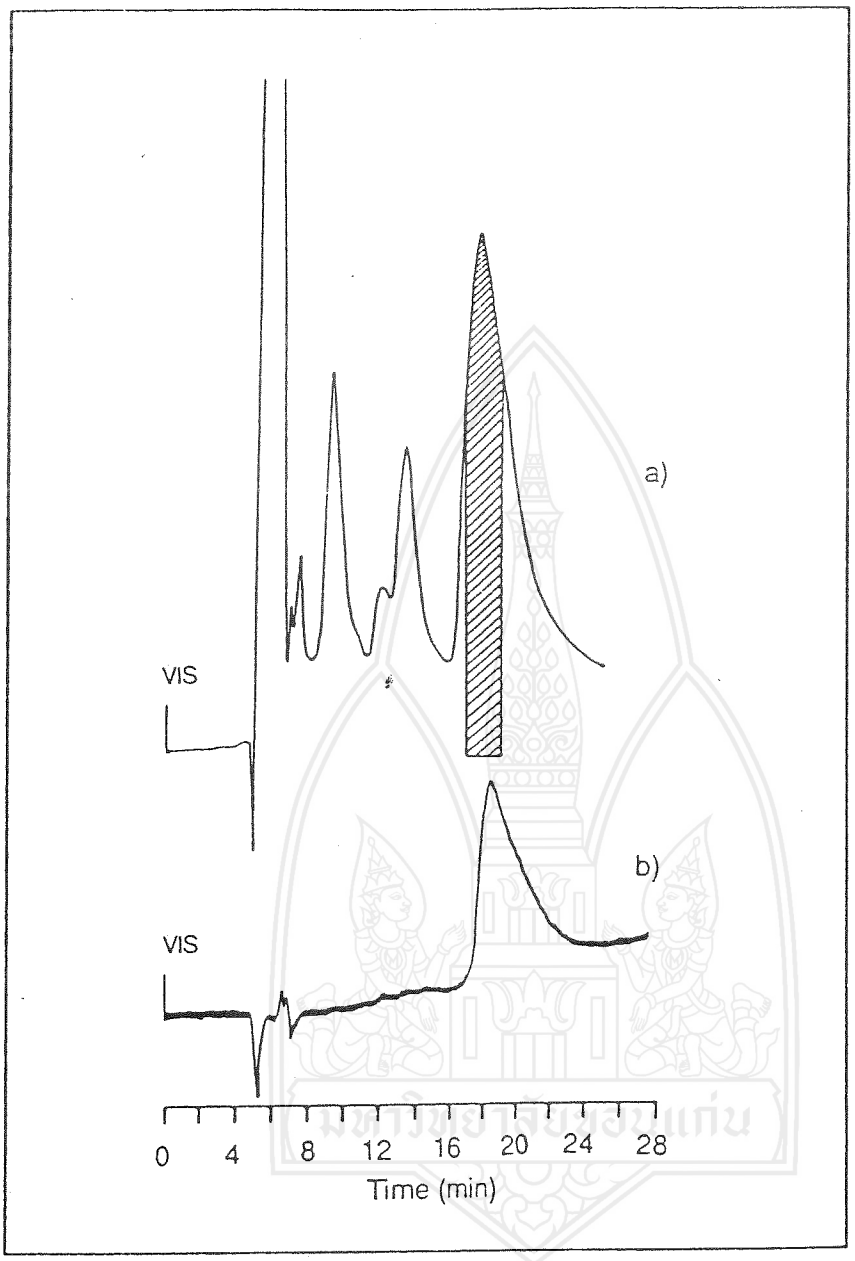


FIGURE 2 Chromatograms of a) Crude extract of iron-free siderophore injected onto the polymeric column and the main siderophore collected. b) the purified siderophore fraction (from a) re-injected onto the polymeric column under the same conditions.

Chromatographic conditions: mobile phase 15 mM acetate buffer (pH 6.0) with 7% acetonitrile; injection loop a) 200 µl and b) 20 µl; column PLRP-S 300 Å polymeric column.

The purified siderophore was collected from the areas indicated in the above chromatograms and immediately lyophilized to protect against degradation to minor siderophore components and stored in the dark at-10°C. At this stage the fraction contained the purified siderophore, a small amount of iron-siderophore complex, and some sodium acetate. A final separation involved passing the solution through a BioGel P-2 column which was equilibrated with 0.02 M pyridine-acetic acid (pH 6.0). The purified siderophore (yellow-green band) was collected and again lyophilized immediatedly. *Figure 3* shows the chromatograms of the filtered supernatant and the purified siderophore after passing through the BioGel P-2 column, from the integration ratios the purified siderophore appeared to be over 90% pure.

Figure 4 shows the variation in absorption spectra with pH. Purified iron-free siderophore exhibits a characteristic pyoverdines-like pH dependent absorption spectrum. At pH values < 5, there are two peaks with maxima at 365 and 380 nm. in the visible region and at pH > 7, there is only one peak in this region, which shifts from 402 nm. (pH 6.99) to 408 nm. (pH 10.16).

The Structure of Purified Iron-free Siderophore

Analytical data can be summarized below:

- UV-visible Spectrophotometry:

  Iron-free siderophore: λ_{max} =363 and 378 nm. (pH 3.0), λ_{max} = 402 (pH 6.8).

- Reversed-phase HPLC:

  Identical retention times of Pseudobactin (*Pseudomonas* B10).

- Positive-ion Fast Atom Bombartment-mass Spectrometry: as in *Figure* 5.

  1. m/z 989 (MH^+: Chromophore-side-chain:succinamide)
  2. m/z 990 [MH^+ of hydrolyzed (1): Chromophore-side-chain:succinic acid]

- ^{1}H-NMR: as in *Figure* 6.

- Qualitative Analysis of Amino Acid Composition:

  Hydrolysis: 6 N HCl, 110°C, 21 h.

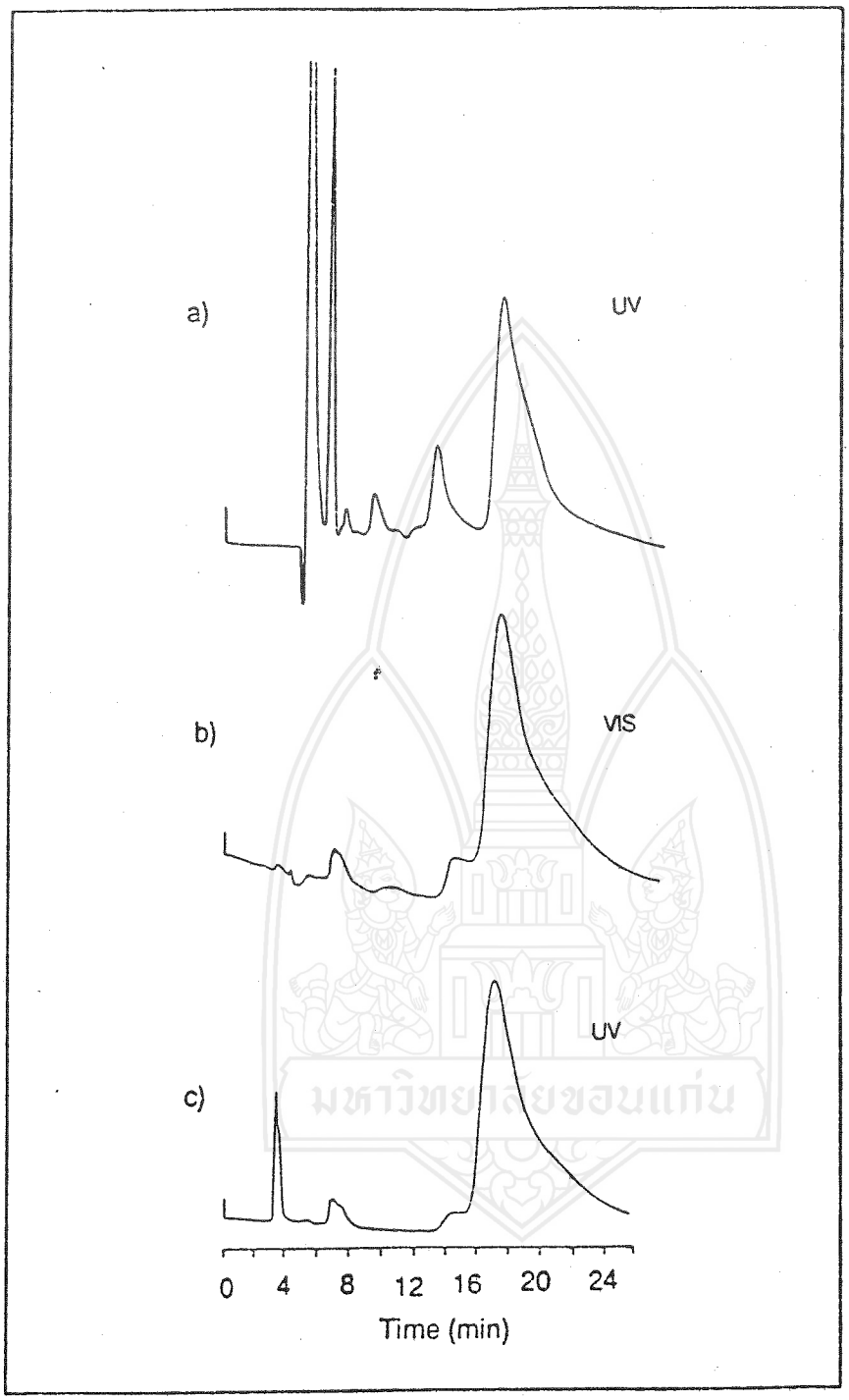


FIGURE 3 Comparison of the chromatograms from a) supematant, b) and c) purifird iron-free siderophore after passing through BioGel P-2 under the same conditions.

Chromatographic conditions: as in figure 2

GC/MS of TAB-derivatives: TAB-allo-threonine, succinic acid-di-n-butylester, TAB-hydroxy-ornithine, TAB-β-hydroxy aspartic acid, TAB-ornithine, TAB-lysine.

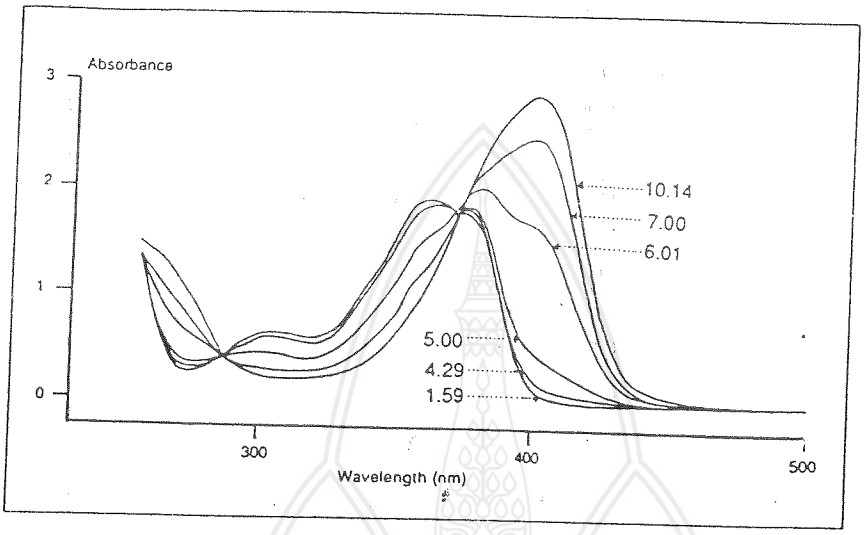


FIGURE 4 Absorption spectra of the iron-free siderophore as a function of pH in background mobile phase (15 mM acetate buffer)

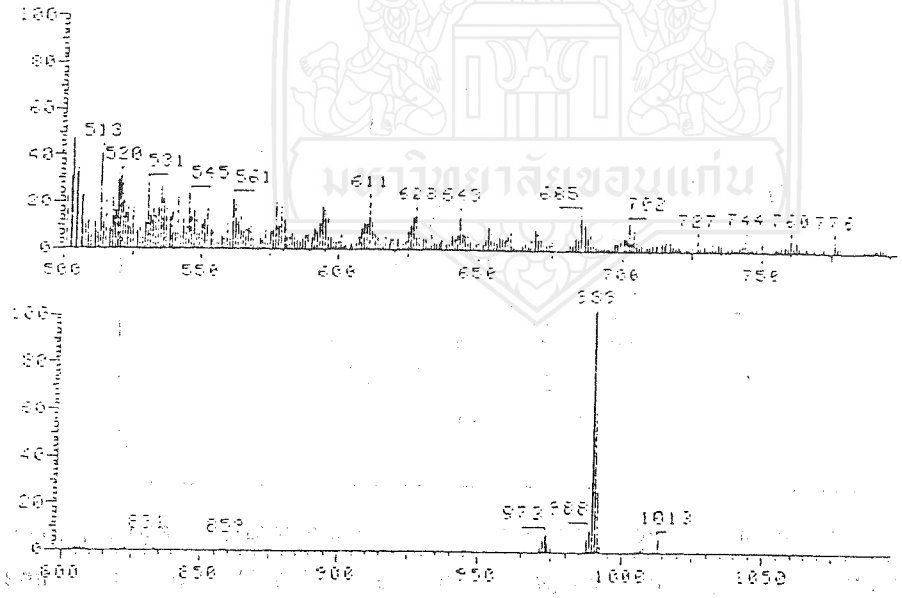


FIGURE 5 FAB-mass spectra of iron-free siderophore.

Figure 5 shows FAB-mass spectrum of purified siderophore and *Figure* 6 shows ^{1}H-NMR spectrum of purified siderophore. The identification of several techniques can be summarized that the structure of siderophore produced from *Pseudomonas* spp. strain M114 is identical to pseudobactin obtained from *Pseudomonas* B10 (*Figure* 7).

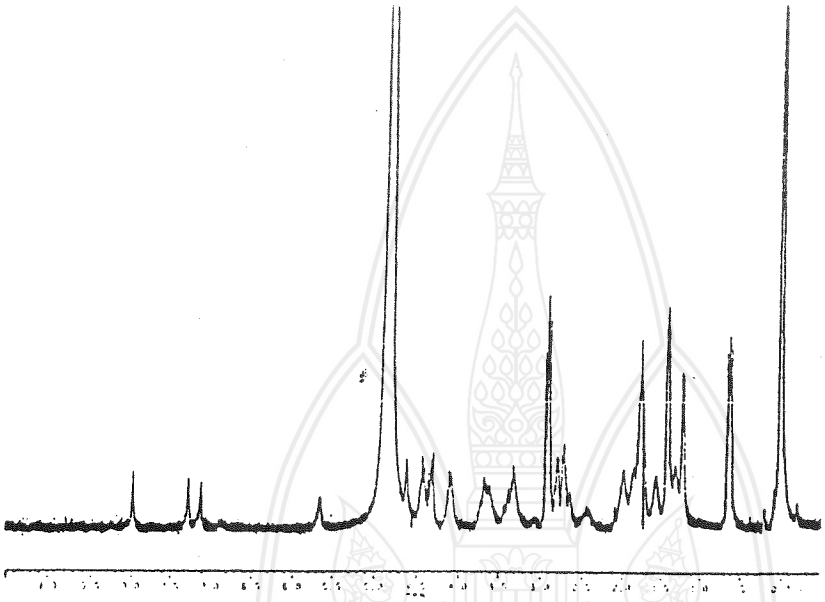


FIGURE 6 ^{1}H-NMR spectrum of purified iron-free siderophore in phosphate buffer in D_2O solution (pH 3.0)

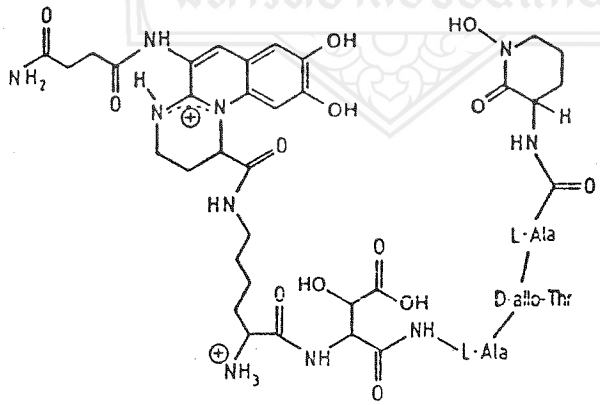


FIGURE 7 The structure of isolated siderophore (pseudobactin from *Pseudomonas* B10)

REFERENCES

1. P. Damange, S. Wendenbaum, A. Bateman, A. Dell, J.M. Meyer, and M. A. Abdallah, in *Iron, Siderophores, and Plant Diseases,* NATO ASI Series: A Life Science, Vol. **117**, T.R. Swinburne, Ed., Plenum Press, New York, 1986, pp. 131-147.
2. M. Teintze, M.B. Hossain, C. L. Barnes, J. Leong, and D. van der Helm, *Biochemistry,* 1981, **20**, 6446.
3. C.-C. Yang and J. Leong, *Biochemistry,* 1984, **23**, 3534.
4. J.S. Buyer, J. M. Bright, and J. Leong, *Biochemistry,* 1986, **25**, 5492.
5. G.A.J.M. van der Hofstand, J.D. Marrug, G.M.G.M. Vergans, and P.J. Weisbeek, in *Iron, Siderophores, and Plant Diseases,* NATO ASI Series: A Life Science, Vol. **117**, T.R. Swinburne, Ed., Plenum Press, New York, 1986, pp. 71-75.
6. M. Persmark, T. Frejd, and B. Mattiason, *Biochemistry,* 1990, **29**, 7348.
7. J.B. Neilands, *Ann. Rev. Biochem.,* 1981, **50**, 715.
8. P. Damange, S. Wendenbaum, A. Bateman, A. Dell, and M.A. Abdallah, in *Iron Transport in Microbes, Plants, and Animals,* G. Winkelmann, D. van der Helm, and J.B. Neilands, Eds., VCH, Weinheim, Federal Republic of Germany, 1987, pp. 167-187.
9. J.M. Meyer and M.A. Abdallah, *J. Gen. Microbiol.,* 1978, **107**, 319.
10. L. Torres, J.E. Perez-Ortin, V. Tordera, and J.P. Beltran, *Appl. Environ. Microbiol.,* 1986, **52**, 157.
11. G. Briskot, K. Taraz, and H. Budzikiewicz, *Z. Naturforsch.,* c. Biosci., 1986, **41c**, 497-506.
12. P. Demange, A. Bateman, and M.A. Abdallah, *Biochemistry,* 1988, **27**, 2745.
13. P. Damange, A. Bateman, C. Mertz, A. Dell, Y. Piemont, and M.A. Abdallah, *Biochemistry,* 1990, **29**, 11041.
14. G. Briskot, K. Taraz, and H. Budzikiewicz, *Liebigs Ann. Chem.,* 1989, 375-384.
15. D.P. Lee, *J. Chromatogr. Sci.,* 1982, **20**, 203.
16. J.G. Buta, *J. Chromatogr.,* 1984, **295**, 506.
17. J.V. Dawkins, L.L. Lloyd, and F.P. Warner, *J. Chromatogr.,* 1986, **352**, 157.

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 183 - 190

ไวรัสตับอักเสบ เอ สำคัญหรือไม่ ?

สุวรรณา เนียมสนิท *

ไวรัสตับอักเสบในปัจจุบันมีอย่างน้อย 5 ชนิด คือ ไวรัสตับอักเสบ เอ (hepatitis A virus; HAV), ไวรัสตับอักเสบ บี (hepatitis B virus; HBV) ไวรัสตับอักเสบ ซี (hepatitis C virus; HCV) ไวรัสตับอักเสบ ดี หรือเชื้อเดลต้า (hepatitis D virus; HDV หรือ delta agent) และไวรัสตับอักเสบ อี (hepatitis E virus; HEV) โดยที่เชื้อ HCV และ HEV นั้นเดิมเป็นไวรัสตับอักเสบไม่ใช่เอ ไม่ใช่บี (non-A, non-B hepatitis; NANBV) โดยเชื้อ HCV และ HEV มีลักษณะระบาดวิทยาคล้ายเชื้อ HBV และ HAV ตามลำดับ เชื้อไวรัสตับอักเสบทั้ง 5 ชนิดนี้มีคุณสมบัติแตกต่างกันดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบคุณสมบัติของไวรัสตับอักเสบ เอ บี ซี ดี และอี

	HAV	HBV	HCV	HDV	HEV
Family	*Picornaviridae*	*Hepadnaviridae*	*Flaviviridae*	*Unclassified*	*Caliciviridae*
Genus	Hepatovirus	Orthohepadnavirus	?	?	?
Genome	RNA สายเดี่ยว(+)	DNA สายคู่	RNA สายเดี่ยว(+)	RNA สายเดี่ยว(-)	RNA สายเดี่ยว(+)
ขนาดอนุภาค	27 nm	42 nm	30-60 nm	35 nm	27-34 nm
Capsid symmetry	Icosahedral	Spherical	ยังไม่เห็นอนุภาค	Spherical	Spherical
Envelope	ไม่มี	มี (HBsAg)	มี	มี (HBsAg)	ไม่มี
ความทนทาน	ทนความร้อนและกรด	ไม่ทนกรด	ถูกทำลายด้วยอีเทอร์	ไม่ทนกรด	ทนความร้อน ?
ระยะฟักตัว					
ช่วงเวลา	14-45 วัน	30-180 วัน	1-5 เดือน	3-7 สัปดาห์	2-9 สัปดาห์
เฉลี่ย	30 วัน	70 วัน	50 วัน		40 วัน
การติดต่อ					
Fecal-oral	พบ	ไม่พบ	ไม่พบ	ไม่พบ	พบ
Parenteral	พบน้อยมาก	พบ	พบ	พบ	ไม่พบ
ทางอื่น ๆ	Food or water borne	เพศสัมพันธ์ ติดจากแม่ไปลูก	เพศสัมพันธ์พบน้อย	เพศสัมพันธ์พบน้อย	Water borne
ภาวะพาหะ	ไม่มี	มี	มี	มี	ไม่มี
อัตราตาย	0.1-0.2 %	0.5-2 %	1-2 %	2-20 %	1-2 % (20% หรือมากกว่าในหญิงตั้งครรภ์แก่เดือน)

(พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ, 2536)

* *อาจารย์ภาควิชาจุลชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

นอกจากนี้ยังมีไวรัสอื่นอีกหลายชนิดที่สามารถทำให้เกิดอาการตับอักเสบได้เช่นกัน เช่น ไวรัสในกลุ่ม herpesviruses หลายตัว cytomegalovirus เป็นต้น แต่ในที่นี้จะขอเน้นที่ไวรัสตับอักเสบ เอ เท่านั้น

ไวรัสตับอักเสบ เอ

โรคไวรัสตับอักเสบ เอ เป็นโรคที่รู้จักกันมานานนับพันปีตั้งแต่สมัย Hippocrates และโรคนี้มักพบการระบาดบ่อยครั้งในสงครามหลายครั้งในยุโรป รวมทั้งระหว่างสงครามโลกครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 จนกระทั่งถึงสงครามเกาหลีและเวียตนาม เนื่องจากสาเหตุของการเกิดโรคก็คือการดื่มน้ำหรือรับประทานอาหารที่ไม่สะอาดมีเชื้อปนเปื้อนเข้าไป และผู้ป่วยที่ติดเชื้อจะขับถ่ายเชื้อ HAV ออกมากับอุจจาระก่อนที่ผู้ป่วยจะมีอาการเหลือง 2-3 สัปดาห์ ทำให้ยากต่อการควบคุม

คุณสมบัติทั่วไปของไวรัส

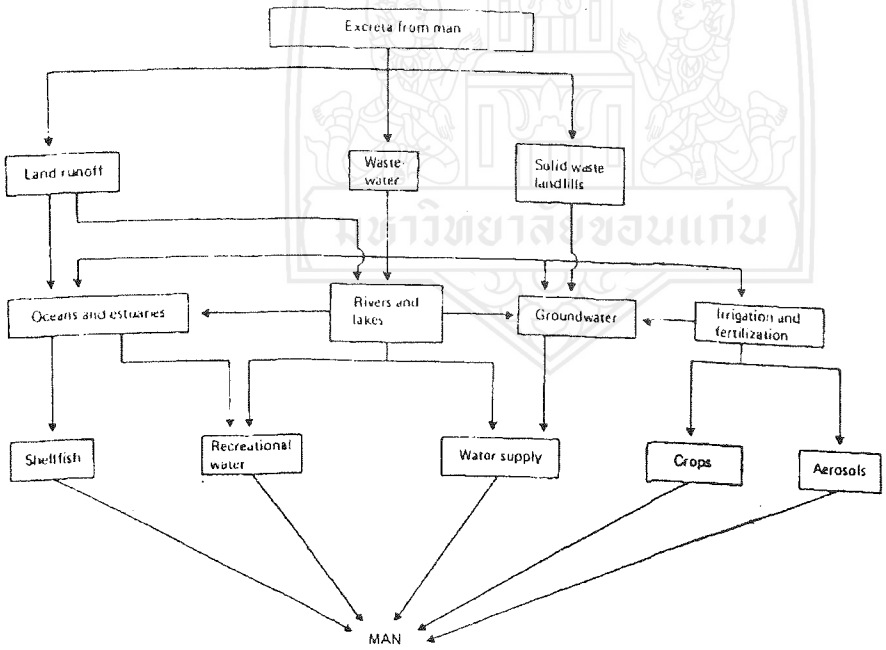
ไวรัสตับอักเสบ เอ จัดอยู่ใน family *Picornaviridae* อยู่ใน genus *Hepatovirus* ยีโนมเป็น RNA สายเดี่ยวเป็นไวรัสขนาดเล็กประมาณ 27 นาโนเมตร ไม่มี envelope ทนทานต่อสารละลายไขมัน และสภาวะแวดล้อมต่าง ๆ ได้ดี เช่น ทนสภาวะที่เป็นกรดที่ pH 3, ที่ pH 1 อาจอยู่ได้นานถึง 2 ชั่วโมง ทนต่อความร้อน 60°ซ.ได้นาน 10-12 ชั่วโมง ซึ่งคุณสมบัติในการทนต่อสภาวะแวดล้อมเหล่านี้ไม่พบใน enteroviruses ชนิดอื่น ๆ (เดิมเคยจัด HAV ไว้ใน genus *Enterovirus* เป็น enterovirus type 72) นอกจากนี้ HAV ยังทนต่อยาฆ่าเชื้อหลายชนิด โดยเฉพาะคลอรีนในความเข้มข้นที่ใช้ในการทำลายเชื้ออื่น ๆ ในน้ำ จึงอาจเป็นปัญหาเมื่อมีการปนเปื้อนของ HAV ในน้ำที่กำจัดเชื้อด้วยคลอรีนแล้ว ดังเช่นที่สุวรรณา ไวถนอมสัตว์และคณะได้สำรวจน้ำประปาในภาคกลางของประเทศไทยในช่วงปีพ.ศ.2531-2532 พบแอนติเจนของ HAV ร้อยละ 54.1 (13/24 ตัวอย่าง) HAV ถูกทำลาย (inactivate) ได้ด้วยรังสีอัลตร้าไวโอเลต ความร้อน 100°ซ. 5 นาที และ formalin เจือจาง 1:4000 จึงใช้ในการทำวัคซีนเชื้อตายได้

อนุภาค HAV มี capsid ที่ประกอบด้วย 32 capsomers แต่ละ capsomer ประกอบด้วย VP1, VP2, VP3 และอาจมี VP4 ซึ่งมีขนาดเล็กกว่า VP4 ที่พบใน picornaviruses อื่น ๆ มาก และเนื่องจาก HAV มีเพียง type เดียว ดังนั้นผู้ที่เคยติดเชื้อ HAV แล้วจะไม่ติดเชื้อซ้ำจาก HAV อีก แต่อาจเป็นโรคตับอักเสบได้อีกจากการติดเชื้อไวรัสตับอักเสบชนิดอื่น หรือจากไวรัสชนิดอื่น ปัจจุบันสามารถเพาะเลี้ยงไวรัส HAV บางสายพันธุ์ได้ จึงมีการผลิตวัคซีนเชื้อเป็นขึ้นเพื่อป้องกันโรคไวรัสตับอักเสบ เอ ขึ้น ซึ่งเซลล์ที่ใช้เลี้ยง HAV ได้

เช่น เซลล์จาก African green monkey, fetal rhesus monkey, Vero cells, human diploid lung cells, human hepatoma cells เป็นต้น โดยที่การแยกเชื้อ HAV อาจทำได้โดยไม่ต้องเลี้ยงไวรัสในลิงมาร์โมเสทก่อน แต่เลี้ยงได้โดยตรงในเซลล์ FRhK-4 หรือเซลล์ A549 โดยใช้เวลาในการเพิ่มจำนวนของไวรัสเพียง 1-3 วัน และปริมาณผลผลิตไวรัสอาจได้สูงถึง 10^8 $TCID_{50}$/ml

พยาธิกำเนิด

เชื้อ HAV เข้าสู่ร่างกายทางการกิน เพิ่มจำนวนในไซโทพลาซึมของเซลล์ตับ และขับออกมากับน้ำดีผ่านเข้าลำไส้ ขับถ่ายออกมากับอุจจาระ แล้วปนเปื้อนอยู่ในน้ำและอาหาร เมื่อคนบริโภคเข้าไปก็จะได้รับ HAV เข้าสู่ร่างกาย วิธีการแพร่กระจายของเชื้อไวรัสตับอักเสบ เอ จึงเหมือนกับที่พบใน enteric viruses (รูปที่1) เนื่องจาก HAV ทนสภาพกรดในกระเพาะอาหารได้ดี จึงสามารถผ่านไปสู่ลำไส้เล็กส่วนล่างได้ดี ระยะฟักตัวนานประมาณ 2-3 สัปดาห์ ตรวจพบไวรัสในปริมาณสูงมากในอุจจาระก่อนอาการเหลือง และเมื่อเริ่มมีอาการเหลืองไวรัสจะลดจำนวนต่ำลงมาก และเป็นระยะที่ระดับภูมิคุ้มกัน (anti-HAV antibody) ขึ้นสูงจึงทำให้เข้าใจว่าอาการผิดปกติของตับนั้นไม่ได้เกิดจากการติดเชื้อไวรัสโดยตรง แต่เกิดจากการตอบสนองจากระบบอิมมูนของร่างกายโดย cellular immunity มีเซลล์เม็ดเลือดขาวต่าง ๆ ไปทำลายเซลล์ตับที่ติดเชื้อ HAV



รูปที่ 1 การแพร่กระจายของเชื้อ enteric viruses
(WHO Technical Report Series No.639, 1979)

ลักษณะอาการทางคลินิก

อาการของโรคตับอักเสบ เอ เป็นลักษณะเฉียบพลัน ความรุนแรงของอาการในแต่ละคนอาจไม่เหมือนกัน ขึ้นอยู่กับอายุและสุขภาพทั่วไป โดยทั่วไปการติดเชื้อในเด็กอายุต่ำกว่า 1 ปี มักไม่แสดงอาการ การติดเชื้อในเด็กอายุต่ำกว่า 5 ปีแสดงอาการได้ร้อยละ 5-10 ในเด็กอายุต่ำกว่า 15 ปี จะแสดงอาการร้อยละ 25 แต่ในผู้ใหญ่ประมาณร้อยละ 90 หรือทั้งหมดจะแสดงอาการภายหลังการติดเชื้อ ซึ่งส่วนใหญ่จะมีอาการรุนแรงมากกว่าการติดเชื้อในเด็ก อาการที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่ ได้แก่ ไข้ อ่อนเพลีย เบื่ออาหาร คลื่นไส้อาเจียน ต่อมาพบอาการดีซ่าน ตัวเหลือง ตาเหลือง และปัสสาวะสีเข้ม ปวดท้องหรือเจ็บบริเวณใต้ชายโครงขวา อัตราตายจากการเกิดตับอักเสบรุนแรงพบได้ราวร้อยละ 0-5

ผู้ป่วยประมาณร้อยละ 0.14-20 เมื่อหายแล้วประมาณ 1-3 เดือน อาจกลับมีอาการขึ้นใหม่ได้อีก (relapsing hepatitis A) หนึ่งครั้งหรือมากกว่า อาการมักไม่รุนแรงเหมือนครั้งแรก เข้าใจว่าเกิดจากการติดเชื้อ HAV แบบเรื้อรัง ร่วมกับการตอบสนองทางอิมมูนของร่างกายต่อการกระตุ้นอย่างต่อเนื่องโดยแอนติเจน HAV หรืออาจเกิดจากการติดเชื้อไวรัสตับอักเสบชนิดอื่น ๆ

ระบาดวิทยา

การติดเชื้อ HAV พบได้ทั่วโลก อุบัติการสูงกว่าไวรัสชนิดอื่น ๆ ลักษณะการระบาดเหมือนกับโรคโปลิโอ อัตราการติดเชื้อสูงถึงร้อยละ 100 ในประชากรของประเทศด้อยพัฒนา โดยเฉพาะในกลุ่มเด็กเล็ก เชื้อ HAV ไม่มีพาหะหรือแหล่งแพร่เชื้อ ทำให้โรคที่ระบาดในแต่ละครั้งอยู่ได้ระยะหนึ่ง โดยเฉพาะในชุมชนที่อยู่โดดเดี่ยว แล้วจะสงบ และโรคอาจหายไปจากชุมชนนั้นโดยสิ้นเชิงได้ การระบาดครั้งต่อไปมักเกิดจากการนำเชื้อ HAV จากภายนอกเข้าไปสู่ชุมชนนั้นใหม่ ทำให้เกิดการระบาดใหม่อีกครั้ง

แหล่งเชื้อต้นตอของการระบาด มักเป็นน้ำดื่ม น้ำใช้ น้ำจากบ่อบาดาล น้ำในสระว่ายน้ำสาธารณะ จากอาหารซึ่งปนเปื้อนเชื้อในระหว่างการประกอบอาหาร โดยเชื้อมากับผู้ประกอบอาหารที่ติดเชื้ออยู่แล้ว หรือผู้ประกอบอาหารนำเชื้อมาจากแหล่งอื่น อาหารปนเปื้อนเชื้อ HAV ที่เคยมีรายงานมีหลายประเภท เช่น น้ำแข็ง น้ำนม น้ำส้ม น้ำสลัด อาหารปรุงสด ผักสด อาหารจานด่วนต่าง ๆ อาหารแช่เย็น และที่สำคัญ คือหอยที่เพาะผลิตจากแหล่งน้ำ-สกปรก หอยชนิดที่สำคัญคือ หอยนางรม หอยแมลงภู่ ซึ่งคนนิยมกินดิบ ๆ โดยลวกน้ำร้อนหรือย่างไฟพอสุก ๆ ดิบ ๆ หรือพอให้ฝาหอยเปิดเท่านั้น สุวรรณา ไวถนอมสัตว์ และคณะได้เคยสำรวจน้ำประปา น้ำบาดาล และน้ำแม่น้ำ พบแอนติเจนของ HAV จากตัวอย่างที่ศึกษา

ร้อยละ 54.1 (13/24), 9.1 (2/22) และ 70.6 (12/17) ตามลำดับ แต่ไม่พบแอนติเจนของ HAV ในน้ำทะเล (0/10)

การให้ภูมิคุ้มกันป้องกันโรคไวรัสตับอักเสบ เอ

เนื่องจากการสุขาภิบาลของประเทศไทยดีขึ้น ประชาชนมีสุขอนามัยที่ดีขึ้น ทำให้การติดเชื้อในเด็กเล็กมีจำนวนลดลงอย่างมาก ดังที่ทราบแล้วว่าการติดเชื้อ HAV ในเด็กเล็กมักจะไม่มีอาการแสดง แต่การติดเชื้อในผู้ใหญ่มักจะแสดงอาการและอาการที่แสดงมักจะรุนแรงตามอายุที่มากขึ้นด้วย ดังนั้นยง ภู่วรวรรณและคณะ จึงได้สำรวจแอนติบอดีต่อ HAV ในกลุ่มคนอายุต่าง ๆ ในช่วงปี พ.ศ. 2531-2534 เปรียบเทียบกับแอนติบอดีต่อ HAV ที่เคยสำรวจไว้แล้วเมื่อสิบปีก่อน พบว่าประชากรในเขตกรุงเทพ ฯ และรอบ ๆ ชานเมืองกรุงเทพฯ มีแอนติบอดีต่อ HAV ลดลงทั้งในเด็กนักเรียนและวัยรุ่น ซึ่งผลการสำรวจนี้เป็นการสะท้อนให้เห็นว่าการสุขาภิบาลของประเทศไทยดีขึ้น จึงมีผลทำให้การติดเชื้อ HAV ลดลงในเด็กนักเรียน แต่อย่างไรก็ตามในปีพ.ศ. 2535 ได้มีการระบาดของไวรัสตับอักเสบ เอ ขนาดใหญ่ที่จังหวัดนครศรีธรรมราช นอกจากนี้ก็ยังมีการระบาดในกลุ่มนักเรียนรังสีเทคนิค โรงพยาบาลจุฬาลงกรณ์ นิสิตมหาวิทยาลัยเชียงใหม่และที่อื่น ๆ ซึ่งการระบาดจะมีผู้ป่วยเป็นสิบ หรือร้อยหรือพันได้ และเนื่องจากการติดเชื้อในผู้ใหญ่จะมีอาการที่รุนแรงตามมา ดังนั้นจึงควรมีมาตรการให้ประชากรทั่วไปได้ตระหนักถึงและพึงระวังในเรื่องสุขอนามัย โดยเฉพาะในช่วงที่มีการระบาดของโรค

การป้องกันไวรัสตับอักเสบ เอ นอกจากพึงปฏิบัติเคร่งครัดในเรื่องสุขอนามัย ความสะอาดส่วนบุคคล รับประทานอาหารและน้ำดื่มที่สะอาด ไม่ใช้สิ่งของคลุกคลีกับผู้ป่วยในกรณีใกล้ชิดกับผู้ป่วยหรือผู้สัมผัสโรค การให้ภูมิต้านทาน (เซรุ่ม) ก็สามารถป้องกันโรคอย่างได้ผล โดยการให้ immonoglobulin จากการศึกษาที่ผ่านมาในอดีตพบว่าสามารถป้องกันโรคได้เป็นอย่างดีในกรณีหลังสัมผัสโรค และเป็นที่ยอมรับในแนวทางปฏิบัติทั่วไป การให้ immunoglobulin ในประเทศที่เป็นแหล่งระบาดของโรค จึงเป็นปัญหาว่าถ้าปกป้องเด็กไม่ให้มีการติดเชื้อตั้งแต่วัยเด็กด้วย immunoglubulin เมื่อเด็กโตขึ้นไปเป็นวัยรุ่นและผู้ใหญ่ที่ไม่มีภูมิต้านทานและเมื่อรับเชื้อจะเกิดอาการของโรคมากกว่า ดังนั้นแนวทางป้องกันที่ดีในแหล่งระบาดของโรคจึงเป็นการให้วัคซีนกระตุ้นให้มีการสร้างภูมิต้านทานและเพื่อให้ภูมิต้านทานอยู่นาน และถ้าเป็นไปได้ภูมิต้านทานที่เกิดนั้นควรจะอยู่ตลอดไปจึงจะเป็นการป้องกันที่ดีที่สุดในอนาคต เนื่องจากภูมิคุ้มกันต่อ HAV สามารถถ่ายทอดจากมารดาสู่ทารกได้และจะหายไปใน 9-12 เดือน ดังนั้น ยง ภู่วรวรรณจึงเสนอว่าการให้วัคซีนไวรัสตับอักเสบ เอ ชนิดเชื้อเป็นควรจะให้หลังจากเด็กมีอายุ 1 ปีไปแล้ว เพื่อหลีกเลี่ยงการรบกวนต่อภูมิคุ้มกันที่ถ่ายทอดมาจากมารดา

วัคซีนป้องกันไวรัสตับอักเสบ เอ

หลังจากที่สามารถแยกเชื้อ HAV ได้ในเซลล์เพาะเลี้ยง และได้มีการปรับปรุงการเลี้ยงจนสามารถใช้เวลาในการเลี้ยงเพียง 1-3 วัน ทำให้มีการศึกษาถึง nucleotide ของสาย RNA ในสายพันธุ์ต่าง ๆ พบว่ามีความแตกต่างกันประมาณร้อยละ 10 สายพันธุ์ที่ใช้ในการเตรียมวัคซีน ได้แก่ CLF, HM175, CR326F, H2 เป็นต้น

วัคซีนป้องกันโรคตับอักเสบ เอ ในปัจจุบันแยกออกได้เป็น 2 ประเภท คือ วัคซีนตัวเป็นอ่อนฤทธิ์ (live attenuated) คล้ายวัคซีนโปลิโอ และวัคซีนตัวตาย (inactivated) คล้ายวัคซีนไวรัสตับอักเสบ บี

วัคซีนตัวเป็นอ่อนฤทธิ์ (Attenuated Hepatitis A Vaccine)

เป็นวัคซีนที่ได้โดยผ่านการเลี้ยงเชื้อในเซลล์เพาะเลี้ยงหลายครั้งจนเชื้ออ่อนฤทธิ์ลง และคัดเลือกสายพันธุ์ที่สูญเสียความสามารถในการก่อโรค มีข้อดีที่มีความเป็นไปได้ในการให้วัคซีนโดยการกินและภูมิคุ้มกันที่เกิดอยู่ได้นานโดยไม่ต้องฉีดซ้ำหลายครั้ง

ปัญหาของวัคซีนชนิดนี้ คือการที่เชื้อเพิ่มจำนวนในเซลล์ตับซึ่งเป็นตำแหน่งที่เชื้อก่อพยาธิสภาพ ยิ่งไปกว่านั้นกลไกการก่อพยาธิสภาพยังเชื่อว่าเกิดจากระบบภูมิคุ้มกัน จึงเป็นการยากที่จะแยกความสามารถในการกระตุ้นภูมิคุ้มกันออกจากความสามารถในการก่อโรคโดยเด็ดขาด การคัดเลือกเชื้อสายพันธุ์ที่จะนำมาผลิตวัคซีนจึงจำเป็นต้องหาจุดสมดุลย์ซึ่งเชื้อถูกทำให้อ่อนฤทธิ์ลงจนไม่สามารถก่อโรค แต่ยังสามารถเพิ่มจำนวนและกระตุ้นระบบภูมิคุ้มกันของร่างกาย อย่างไรก็ตามวัคซีนสายพันธุ์ H2 ได้มีการทดลองใช้ในอาสาสมัครในสาธารณรัฐประชาชนจีน พบว่าสามารถกระตุ้นภูมิคุ้มกันได้ดี และไม่พบภาวะตับอักเสบในผู้รับวัคซีน

วัคซีนตัวตาย (inactivated vaccine)

เป็นวัคซีนที่ได้จากการเพิ่มจำนวนเชื้อในเซลล์เพาะเลี้ยง และผ่านการทำลายเชื้อโดยใช้ formalin เป็นวัคซีนที่ถูกนำมาใช้อย่างได้ผล กระตุ้นภูมิคุ้มกันได้ดีและมีผลข้างเคียงต่ำ แต่ต้องฉีดกระตุ้นหลายเข็ม และไม่สามารถให้ทางการกิน ได้มีการนำเชื้อสายพันธุ์ต่าง ๆ มาผลิตเป็นวัคซีนทดลองใช้

วัคซีนชนิดอื่น ๆ

Synthetic peptide โดยใช้ peptide ที่มีลำดับกรดอะมิโนตรงกับ neutralizing epitope ของ HAV วิธีการนี้มีความเป็นไปได้น้อยเนื่องจาก neutralizing epitope ของ HAV เป็น conformational epitope ต้องการโครงสร้างสามมิติของโปรตีนซึ่งไม่อาจสร้างได้ด้วยเปปไทด์สังเคราะห์

Subunit vaccine และ **empty capsid** โดยการใช้โปรตีนที่เป็นส่วนประกอบของแคปซิดมาเป็นวัคซีน ซึ่งก็พบว่ามีปัญหาเช่นเดียวกับ picornavirus อื่น คือโปรตีนเหล่านี้จะมี antigenic epitopes ต่างไปจากเมื่อประกอบอยู่ในอนุภาคไวรัส ความพยายามขั้นต่อไปคือการพยายามสร้างโปรตีนเหล่านี้ ให้ประกอบกันขึ้นมาเป็นอนุภาคไวรัส โดยไม่มีกรด-นิวคลิอิกอยู่ภายใน (empty capsid) ซึ่งยังคงรอการค้นคว้าพัฒนาต่อไป

Virus vector และ **chimeric virus** เป็นวัคซีนที่สร้างขึ้นโดยใช้ vaccinia virus หรือ poliovirus เป็น vector และสอดแทรกยีนที่เป็นรหัสสำหรับโปรตีนของ HAV เข้าไปในยีโนมของ vector นั้น เมื่อนำไปเพาะเลี้ยงจะได้ progeny virus ที่มียีนของเชื้อไวรัสสองชนิดอยู่ด้วยกัน เรียกว่า chimeric virus ซึ่งก็ยังไม่ประสบความสำเร็จเนื่องจากโปรตีนของ HAV ที่สร้างขึ้นอยู่บนอนุภาคของ virus vector ไม่สามารถกระตุ้นการสร้าง neutralizing antibody อาจเป็นเพราะโครงสร้างสามมิติของโปรตีนผิดไปจากเดิม

เอกสารอ้างอิง

จันทพงษ์ วะสี ไวรัสตับอักเสบ ใน : ไวรัสวิทยาการแพทย์ บรรณาธิการ จันทพงษ์ วะสี กรุงเทพ : อักษรสมัย 2530:103-118.

จันทพงษ์ วะสี ไวรัสก่อโรคตับอักเสบ ใน : ไวรัสวิทยาฉบับพื้นฐาน บรรณาธิการ พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ กรุงเทพ:อักษรสยามการพิมพ์ 2534:94-105.

ประเสริฐ เอื้อวรากุล วัคซีนไวรัสตับอักเสบ เอ ใน : ไวรัสตับอักเสบ บรรณาธิการ พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ และชโลบล อยู่สุข กรุงเทพ : อักษรสมัย 2536:15.1-15.5.

พันทิพา สินรัชตานันท์ ไวรัสตับอักเสบ เอ ใน : ไวรัสตับอักเสบ บรรณาธิการ พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ และชโลบล อยู่สุข กรุงเทพ : อักษรสมัย 2536:2.1-2.14.

พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ บทนำ : ไวรัสตับอักเสบ ใน : ไวรัสตับอักเสบ บรรณาธิการ พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ และชโลบล อยู่สุข กรุงเทพ : อักษรสมัย 2536:1.1-1.5.

ยง ภู่วรวรรณ การให้ภูมิคุ้มกันป้องกันไวรัสตับอักเสบ เอ วารสารกุมารเวชศาสตร์ 2535; 31:174- 178.

สุวรรณา ไวถนอมสัตว์ ไวรัสตับอักเสบ เอ และสิ่งแวดล้อม ใน : ไวรัสตับอักเสบ บรรณาธิการ พิไลพันธ์ พุธวัฒนะ และชโลบล อยู่สุข กรุงเทพ: อักษรสมัย 2536:3.1-3.5.

สุวรรณา ไวถนอมสัตว์, จุไรรัตน์ นิลกุล, สุดา ลุยศิริโรจนกุล, นิพนธ์ ภู่งาม, พิมพันธุ์ เลียงพิบูลย์, จันทพงษ์ วะสี การสำรวจจุลชีพก่อโรคผ่านทางเดินอาหารของคนจากแหล่งน้ำในภาคกลางของประเทศไทย วารสารเทคนิคการแพทย์ 2533, 18:31-35.

WHO Technical report sereis No.639. Human viruses in water, waste water and soil. 1979,5- 51.

Poovorawan Y, Thaemboonlers A, Chumdermpadetsuk S. Changing seroepidemiology of hepatitis A virus infection in Thailand. Southeast Asean J Trop Med Public Health. 1993, 24:250-254.

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 191 - 199

พันธุวิศวกรรม : ความสำเร็จอีกครั้งของมนุษยชาติ

สุรศักดิ์ ศิริพรอดุลศิลป์ *

ในการดำรงชีวิตของมนุษยชาตินั้นจำเป็นต้องพึ่งพาอาศัยสิ่งจำเป็นต่าง ๆ มากมาย อย่างน้อยที่สุด ก็คือปัจจัยสี่ เรามีชีวิตอยู่ได้ก็โดยการรับประทานอาหารจากส่วนต่าง ๆ ที่สามารถรับประทานได้ทั้งของพืชและสัตว์ เครื่องนุ่งห่มและที่อยู่อาศัยก็มีส่วนที่ประกอบด้วยวัสดุที่ได้จากสิ่งมีชีวิต มนุษย์เราได้รู้จักนำจุลินทรีย์ มาใช้ประโยชน์เพื่อผลิตสิ่งต่าง ๆ เพื่อการดำรงชีพที่ดีตั้งแต่ยุคอียิปต์โบราณคือการผลิตเบียร์ จนกระทั่งถึงปัจจุบันได้มีผลิตภัณฑ์ที่อาศัยจุลินทรีย์เป็น "โรงงาน" มากมายหลายชนิดเช่นยีสต์ขนมปัง, เนย, น้ำส้มสายชู, วิตามิน, ผงชูรส, กรดอินทรีย์, โปรตีนเซลล์เดี่ยว, ยาปฏิชีวนะชนิดต่าง ๆ ฯลฯ แม้กระทั่งฮอร์โมนอินซูลิน ซึ่งเป็นฮอร์โมนที่ใช้รักษาผู้ป่วยที่เป็นเบาหวาน ก็ยังสามารถสร้างจาก "โรงงานจุลินทรีย์" ได้

ตลอดระยะเวลาที่ผ่านมา มนุษย์ได้ใช้ความฉลาดในการปรับปรุง สิ่งมีชีวิตเหล่านี้ทีละน้อย มนุษย์ได้คัดเลือกพืช สัตว์และจุลินทรีย์ซึ่งมีลักษณะที่มีประโยชน์มากที่สุดที่มีอยู่ในสิ่งแวดล้อมตามธรรมชาติโดยการผสมพันธุ์กันระหว่าง สายพันธุ์เดียวกันหรือสายพันธุ์ใกล้เคียงกัน ทั้งนี้เพื่อผลิตลูกขึ้นมาใหม่ให้ได้ลักษณะรวมซึ่งเป็นที่ต้องการมากขึ้น ผลจากการเพาะพันธุ์โดยอาศัยหลักพันธุศาสตร์นี้ได้ช่วยปรับปรุงสายพันธุ์ต่าง ๆ ของพืชสัตว์และจุลินทรีย์ ที่ใช้ทางด้านอุตสาหกรรมให้มีความแข็งแกร่งและมีประสิทธิภาพมากขึ้น รวมทั้งทำให้มียาปฏิชีวนะที่มีความแปลกใหม่อีกหลายชนิด

ในช่วงสองทศวรรษที่ผ่านมา นักวิจัยได้เริ่มค้นหาวิธีควบคุมส่วนประกอบทางด้านพันธุกรรมของสิ่งมีชีวิต เทคนิคทางพันธุวิศวกรรมทำให้เกิดความเป็นไปได้ในการยักย้ายถ่ายสารพันธุกรรมในระดับเล็กที่สุดเท่าที่จะทำได้ในยีนแต่ละยีน ซึ่งมีความตื่นตัวกันมากในการนำวิชาการพื้นฐานต่าง ๆ มาประยุกต์ให้เกิดประโยชน์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ความรู้ทางด้านชีววิทยา

---

* *ภาควิชาจุลชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

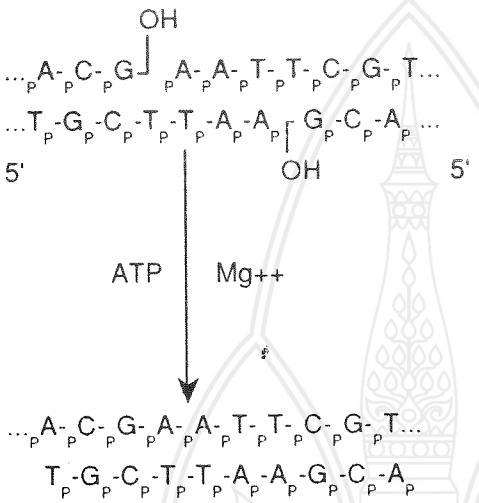
ชีวเคมีและพันธุศาสตร์ ซึ่งเป็นการเปิดแนวใหม่ของการศึกษา และการวิจัยทางด้านชีววิทยาโมเลกุล (Molecular Biology) และเทคโนโลยีชีวภาพ (Biotechnology) ที่สำคัญมาก พันธุวิศวกรรมเริ่มพัฒนาขึ้นประมาณปี 1972 เมื่อ P.Berg และคณะได้นำ ดีเอ็นเอ (DNA) ของฟาจ (phage) ต่อกับดีเอ็นเอของไวรัส SV40 ได้สำเร็จ ต่อมาในปี 1973 S. Cohen และ H. Boyer กับคณะได้สร้างพลาสมิดสายผสม (recombinant plasmid) แล้วนำเข้าสู่ *Escherichia coli* พบว่าพลาสมิดสายผสมดังกล่าวสามารถเพิ่มปริมาณได้ ซึ่งนับได้ว่าเป็นก้าวแรกและก้าวสำคัญมากในการพลิกประวัติศาสตร์ทางด้านพันธุวิศวกรรม

พันธุวิศวกรรม ในภาษาอังกฤษมีใช้หลายคำเช่น Genetic engineering, Recombinant DNA technology, Molecular cloning หรือ Gene splicing หมายถึงกระบวนการเปลี่ยนแปลงสารพันธุกรรม เพื่อให้ได้สิ่งมีชีวิตชนิดใหม่ ซึ่งมีคุณสมบัติตามที่ประสงค์ เป็นการนำเอายีนจากเซลล์ที่เราสนใจจะศึกษาย้ายเข้าไปอยู่ในเซลล์ใหม่ที่เรียกว่า.ซลล์เจ้าเรือน (host cell) ทำให้เซลล์ดังกล่าวเปลี่ยนคุณสมบัติตามลักษณะของดีเอ็นเอที่เพิ่มขึ้น ยกตัวอย่างเช่น การเปลี่ยนสารพันธุกรรมของแบคทีเรีย โดยการตัดต่อยีนของคนใส่เพิ่มเข้าไป ทำให้แบคทีเรียสร้างโปรตีนของคนได้ เช่น อินซูลิน (insulin) เป็นต้น โดยกระบวนการตามธรรมชาติการเปลี่ยนแปลงสารพันธุกรรมจะผ่านการผสมยีนในขบวนการสืบพันธุ์ กล่าวคือ การผสมระหว่างตัวอสุจิและไข่ ซึ่งจะเกิดเฉพาะในสายพันธุ์ (species) เดียวกันหรือใกล้เคียงกัน เท่านั้น ไม่มีการผสมข้ามสายพันธุ์ แต่โดยขบวนการทางพันธุวิศวกรรมแล้วจะสามารถทำให้เกิดการผสมยีนข้ามสายพันธุ์ได้ เช่น คนกับหนู คนกับแบคทีเรียเหล่านี้เป็นต้น นอกจากนี้แล้วยังสามารถที่จะเปลี่ยนแปลงสารพันธุกรรมของเซลล์พืชและสัตว์ เพื่อการปรับปรุงลักษณะพันธุ์ตามที่เราประสงค์

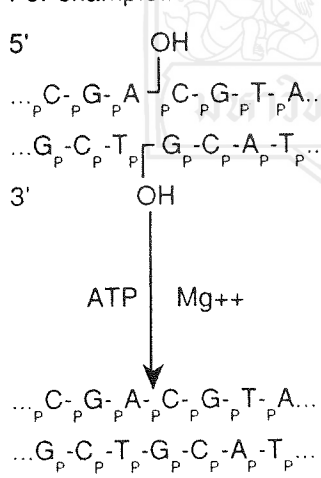
พันธุวิศวกรรม ในระยะแรก ๆ ได้มาจากการสังเกตลักษณะการกลายพันธุ์ของแบคทีเรียเช่น กระบวนการ conjugation, transformation หรือ transduction แล้วนำความรู้ที่ได้เหล่านี้ มาประมวลใช้ร่วมกัน ในความสำเร็จของเทคนิคทางพันธุวิศวกรรม นั้นต้องอาศัยความรู้พื้นฐานและการค้นพบที่สำคัญดังต่อไปนี้คือ

1. การค้นพบเอนไซม์ไลเกส (ligase) เมื่อปี 1967 ซึ่งเป็นเอนไซม์ที่สามารถทำให้ดีเอ็นเอ ที่ขาดกลับมาต่อกันได้ ที่สำคัญมี 2 แบบคือ

1.1 การต่อดีเอ็นเอปลายเหนียว (cohesive end) เช่น

Activity	Reaction	Substrates
Ligation of cohesive ends	For example:	(a) double-stranded DNA molecules with complementary cohesive termini that base pair with one another and bring together 3'-OH and 5'-P terminal
		(b) "nicked" DNA

1.2 การต่อดีเอ็นเอปลายทู่

Activity	Reaction	Substrates
Ligation of blunt ends	For example:	high concentrations of blunt-ended, double-stranded DNA with 5'-P and 3'-OH terminal
		

2. การค้นพบเอนไซม์ตัดจำเพาะ (restriction endonuclease) ซึ่งเป็นกลุ่มของเอนไซม์ชนิดที่ตัดจำเพาะพันธะฟอสโฟไดเอสเตอร์ (phosphodiester bonds) ตรงตำแหน่งที่จำเพาะของดีเอ็นเอ เอนไซม์ประเภทนี้สามารถแบ่งออกเป็น 3 ชนิด

ชนิดที่ I (type I)

เป็นเอนไซม์พวกแรกที่ค้นพบมีขนาดค่อนข้างใหญ่คือประมาณ 300,000 ดาลตัน ประกอบด้วยหลายหน่วยย่อย เอนไซม์ประเภทนี้มีคุณสมบัติเร่งปฏิกิริยาการตัดดีเอ็นเอ (restriction activity) และเร่งปฏิกิริยา การเติมหมู่เมทธิลให้กับเบส adenine และ cytidine ในดีเอ็นเอ (methylation activity) ซึ่งจะช่วยป้องกันไม่ให้เซลล์ของแบคทีเรียย่อยดีเอ็นเอของตัวเอง เอนไซม์พวกนี้ต้องการ ATP, S-adenosyl methionine และ Mg++ รวมทั้งสามารถสลาย ATP ได้ด้วย ในการตัดดีเอ็นเอเอนไซม์ประเภทนี้จะตัดพันธะฟอสโฟไดเอสเทอร์ของดีเอ็นเอแบบสุ่ม โดยจะตัดนอกบริเวณจดจำห่างออกไปประมาณ 400-700 คู่เบส จึงไม่เหมาะที่จะนำมาใช้ในการสร้างดีเอ็นเอสายผสม

ชนิดที่ II (type II)

เป็นเอนไซม์ที่ประกอบด้วยโปรตีนสายเดี่ยวต้องการเพียง Mg^{+2} เป็นโคแฟกเตอร์ในการทำงาน ตัดโมเลกุลของดีเอ็นเอตรงจุดที่อยู่บริเวณจดจำ ดังนั้นจึงเป็นเอนไซม์ที่เหมาะสมในการนำมาใช้ในการสร้างดีเอ็นเอสายผสม จนถึงปัจจุบันมีผู้ค้นพบเอนไซม์ประเภทนี้ไม่ต่ำกว่า 350 ชนิดแล้ว เพื่อให้มีระบบสากลในการเรียกชื่อ Smith และ Nathans ได้สร้างระบบการเรียกชื่อของเอนไซม์ตัดจำเพาะประเภทนี้ในปี 1973 จากชื่อสกุล (genus), ชนิด (species) และสายพันธุ์ (strain) ของแบคทีเรียที่สร้างเอนไซม์เหล่านี้ โดยอักษรตัวแรกของชื่อเอนไซม์จะมาจากอักษรตัวแรกของชื่อสกุล อักษรตัวที่ 2 และ 3 มาจาก อักษรตัวที่ 1 และ 2 ของชื่อชนิดตามลำดับ อักษรตัวที่ 4 มาจากอักษรตัวแรกของชื่อสายพันธุ์ในกรณีที่ทราบสายพันธุ์ แล้วจะตามด้วยเลขโรมัน ซึ่งจะแสดงถึงลำดับของการพบเอนไซม์ ตัวอย่างการเรียกชื่อได้แสดงไว้ในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ตัวอย่าง restriction endonucleases ที่ได้จากจุลินทรีย์

จุลินทรีย์	ชื่อย่อของเอ็นไซม์	ลำดับเบสที่ถูกตัด
Bacillus amyloliquefaciens H	*Bam*HI	G G A T C C C C T A G G
Brevibacterium albidum	*Bal*I	T G G C C A A C C G G T
Escherichia coli RY13	*Eco*RI	G A A T T C C T T A A G
Haemophilus aegyptius	*Hae*II	Pu G C G C Py Py C G C G Pu
Haemophilus aegyptius	*Hae*III	G G C C C C G G
Haemophilus haemolyticus	*Hha*I	G C G C C G C G
Haemophilus influenzae R_d	*Hind*II	G T Py Pu A C C A Pu Py T G
Haemophilus influenzae R_d	*Hind*III	A A G C T T T T C G A A
Haemophilus parainfluenzae	*Hpa*I	G T T A A C C A A T T G

ตารางที่ 1 (ต่อ)

จุลินทรีย์	ชื่อย่อของเอ็นไซม์	ลำดับเบสที่ถูกตัด
Haemophilus parainfluenzae	*Hpa*II	C↓CGG GGC↑C
Providencia stuartii 164	*Pst*I	CTGCA↓G GA↑CGTC
Streptomyces albus G	*Sal*I	↓GTCGAC CAGCT↑G
Xonthomonas oryzae	*Xor*II	CGATC↓G G↑CTAGC

ชนิดที่ III (type III)

เอนไซม์ ประเภทนี้จะตัดโมเลกุลของดีเอ็นเอคล้ายเอนไซม์ ตัดจำเพาะประเภทที่ I คือ ตัดนอกบริเวณจดจำ โดยห่างออกไปประมาณ 25-27 คู่เบส จึงไม่นิยมนำมาใช้ในการสร้างดีเอ็นเอ สายผสม การทำงานของเอนไซม์ประเภทนี้ต้องการ ATP และ Mg^{++} เป็นโคแฟกเตอร์

3. ความรู้เกี่ยวกับการเรียงตัวของเบส ในยีนที่ควบคุมลักษณะต่าง ๆ เช่น การเว้นวรรคของยีน (intervening sequence) รวมทั้งความรู้ที่เกี่ยวกับการแสดงออกของยีน (gene expression)

4. ความรู้ที่สามารถจะนำเอายีนหรือดีเอ็นเอ ใส่กลับเข้าไปในเซลล์เจ้าเรือนที่ต้องการ โดยการใช้สารต่าง ๆ เช่น แคลเซียมคลอไรด์ หรือใช้ไวรัส

5. วิธีการต่าง ๆ ที่ใช้ตรวจหาและวิเคราะห์ทั้งในเชิงคุณภาพและปริมาณของดีเอ็นเอในหน่วย ของนาโนกรัม เช่น polyacrylamide gel electrephoresis, autoradiography รวมทั้งวิธีการหาลำดับเบสในสายดีเอ็นเอ (DNA sequencing method)

ภายในเซลล์ของสิ่งมีชีวิตจะมีกระบวนการตัดต่อดีเอ็นเอ โดยอาศัยการทำงานของเอนไซม์ต่าง ๆ ภายในเซลล์ เช่นกระบวนการ Recombination ซึ่งมักเกิดขึ้นในกระบวนการแบ่งเซลล์ก็เป็นผลจากการตัดต่อดีเอ็นเอ พันธุวิศวกรรมโดยการตัดต่อดีเอ็นเอ ก็เป็นการเลียนแบบกระบวนการตัดต่อภายในเซลล์ แต่กระทำในหลอดทดลองแทน ความสามารถในการตัดต่อดีเอ็นเอในหลอดทดลองดังกล่าว ทำให้เราสามารถตัดต่อดีเอ็นเอจากสายพันธุ์ที่ต่างกันโดยไม่มีขอบเขตจำกัด นั้นหมายถึงเราสามารถสร้างสิ่งมีชีวิตชนิดใหม่ ๆ ขึ้นมาได้ โดยที่สิ่งมีชีวิตดังกล่าวนั้นไม่สามารถเกิดขึ้น โดยวิธีตามธรรมชาติ

การทำพันธุวิศวกรรมให้สำเร็จได้นั้นต้องประกอบด้วยขั้นตอน ซึ่งกล่าวโดยสรุปได้แก่ การที่จะต้องมีดีเอ็นเอที่มีลำดับเบสตามต้องการ การตัดดีเอ็นเออย่างจำเพาะเพื่อให้ได้ชิ้นดีเอ็นเอที่แน่นอน การต่อดีเอ็นเอสองชนิดให้เป็นชิ้นเดียวกัน การมีดีเอ็นเอพาหะ (vecter DNA) ซึ่งเป็นดีเอ็นเอ ที่เมื่อตัดต่อกันดีเอ็นเออื่นแล้ว สามารถพาดีเอ็นเอนั้นเข้าสู่เซลล์เจ้าเรือน พร้อมทั้งเพิ่มปริมาณของดีเอ็นเอดังกล่าวได้ โดยที่ดีเอ็นเอพาหะจะมีสิ่งที่เรียกว่าจุดเริ่มแบ่งตัว (origin of replication) ซึ่งถ้าปราศจากจุดเริ่มแบ่งตัวแล้วดีเอ็นเอจะไม่สามารถเพิ่มจำนวนตัวของได้ นอกจากนี้ยังประกอบด้วยการเลือกเฟ้นเซลล์ที่มีดีเอ็นเอตามประสงค์ ดังแสดงในรูปที่ 1

รูปที่ 1 แสดงขั้นตอนในกระบวนการตัด-ต่อ DNA การสร้าง DNA สายผสม การขยาย DNA ในเซลล์ และการสร้างธนาคารหรือห้องสมุด DNA

นอกจากนี้ในการตัดต่อดีเอ็นเอหรือยีน เพื่อให้สร้างโปรตีนตามที่เราประสงค์ ต้องคำนึงถึงทฤษฎีโอเปอรอน (operon theories) ซึ่งเป็นทฤษฎีที่กล่าวถึงกลไก ในการควบคุมการแสดงออกของยีนนั้นคือ ต้องมีการใส่โปรโมเตอร์ (promotor) และโอเปอเรเตอร์ (operator) ที่ทำหน้าที่เปิดยีนโครงสร้าง (structural gene) ไปด้วย จึงจะมีการแสดงออกของยีนเพื่อสร้างโปรตีนที่ต้องการอย่างแท้จริง

ปัจจุบันนี้กระบวนการทางพันธุวิศวกรรม ได้ถูกนำมาใช้พัฒนาสิ่งต่าง ๆ มากมาย พอที่จะสรุปได้ดังนี้

1. การผลิตฮอร์โมน ฮอร์โมนของคนบางชนิดมีความต้องการสูง เช่น growth hormone, endorphin, insulin, interferon เป็นต้น ในปัจจุบันนี้มีการผลิตฮอร์โมนดังกล่าวในแบคทีเรียและยีสต์

2. การผลิตวัคซีนเช่น วัคซีนแก้โรคตับอักเสบ โรคปากเท้าเปื่อยในสัตว์ โรคกลัวน้ำ เป็นต้น การผลิตวัคซีน โดยวิธีพันธุวิศวกรรมนอกจากจะได้ปริมาณที่ไม่จำกัดแล้วยังสามารถได้วัคซีนที่ดีกว่า โดยการ กำจัดเอาส่วนของแอนติเจน (antigen) ที่มีพิษออกไป ทำให้ได้วัคซีนที่มีความปลอดภัยกว่า

3. การผลิตชิ้นส่วนดีเอ็นเอเพื่อใช้ตรวจสอบสภาวะพันธุกรรมเช่น การตรวจสอบโรคธาลัสซีเมีย โลหิตจาง สภาวะปัญญาอ่อน ยีนที่อาจจะก่อให้เกิดโรคมะเร็ง เป็นต้น

4. การปรับปรุงสายพันธุ์แบคทีเรีย เพื่อให้ได้สายพันธุ์ใหม่ ซึ่งมีประสิทธิภาพสูงขึ้นเช่น ผลิตยา ปฏิชีวนะ วิตามิน กรดอะมิโน ให้มีปริมาณสูงขึ้น หรือเพื่อกำจัดแมลงศัตรูพืชเป็นต้น

5. การปรับปรุงสายพันธุ์พืชและสัตว์ เพื่อให้ได้สายพันธุ์พืชที่ทนต่อความเค็ม ต่อแมลง ต่อยากำจัดวัชชพืช และให้คุณค่าทางอาหารดีขึ้น เช่น สร้างพันธุ์ข้าวโพด ซึ่งมีปริมาณกรดอะมิโนไลซีน และทริปโตเฟนสูงขึ้น หรือพยายามสร้างพันธุ์พืชที่ตรึงไนโตรเจนได้ ส่วนการปรับปรุงพันธุ์สัตว์ก็ได้แก่การ สร้างสัตว์ที่มีขนาดใหญ่ขึ้น มีคุณค่าอาหารดีขึ้นเป็นต้น

6. ด้านพลังงาน ได้แก่การผลิตพลังงานจากชีวมวล ซึ่งมีปริมาณมาก เช่น การผลิตอัลกอฮอล์ จากแป้งมันสำปะหลัง รวมทั้งการสร้างแบคทีเรียที่สามารถเปลี่ยนความหนืดของน้ำมันทำให้สามารถดูดขึ้นมาใช้ได้มากขึ้น และสิ้นเปลืองพลังงานในการดูดน้อยลง

นับเป็นความสำเร็จอีกครั้งหนึ่งของมนุษยชาติ ที่สามารถนำเอาความรู้พื้นฐานต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ร่วมกันให้เกิดประโยชน์ได้อย่างมากมาย

เอกสารอ้างอิง

1. เทคนิคการขยายยีนและตัดต่อยีน เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการ 16-20 กันยายน 2528 จัดโดยศูนย์พันธุวิศวกรรมและเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติ ภาควิชาชีวเคมี คณะวิทยาศาสตร์ และศูนย์อณูพันธุศาสตร์-พันธุวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล

2. DNA Probe ในการตรวจสารพันธุกรรม วินิจฉัยเชื้อโรคและพาหะ เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการ 1-5 กันยายน 2530 จัดโดยห้องปฏิบัติการด้านจุลินทรีย์ ศูนย์พันธุวิศวกรรม และเทคโนโลยีชีวภาพแห่งชาติร่วมกับภาควิชาชีวเคมี และศูนย์อนูพันธุศาสตร์ - พันธุวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหิดล

3. Glover, D.M. (1984). Gene Cloning: The mechanism of DNA manipulation. Chapman and Hall, New York.

4. Maniatis, T., Sambrook, J., and Fritsch, E.F. (1989). Molecular Cloning : A Laboratory Manual. 2nd edition, Clod Spring Harbor Laboratory Press.

5. Old, R.W. and Primrose, S.B. (1985). Principles of Gene Manipulation: and introduction to genetic engineering. third edition, Blackwell Scientific, Publications Ltd.

6. Freeman, W.H. (1981). Scientific American: Industrial Microbiology and the Advent of Genetic Engineering. San Francisco.

7. Stanbury, P.F., and Whitaker, A. (1984). Principle of Fermentation Technology. Permagon Press, Oxford.

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 200 - 206

การใช้คอมพิวเตอร์ในงานอนุกรมวิธาน

*พลสัณห์ มหาขันธ์ **

คอมพิวเตอร์เป็นอุปกรณ์ที่ใช้กันอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน เนื่องจากคุณสมบัติที่สามารถจดจำข้อมูลต่าง ๆ ได้จำนวนมาก ทำงานได้อย่างรวดเร็ว และไม่ผิดพลาด คุณสมบัติเหล่านี้ทำให้คอมพิวเตอร์ถูกนำมาใช้ในงานต่าง ๆ โดยเฉพาะในทางวิทยาศาสตร์ ต้องการคุณสมบัติต่าง ๆ ดังกล่าวของคอมพิวเตอร์อย่างยิ่ง ในงานทางด้านจุลชีววิทยา สามารถนำคอมพิวเตอร์มาช่วยในด้านต่าง ๆ ได้มากมาย ได้แก่ การนำมาวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากงานวิจัย เช่น การศึกษาการเจริญของจุลินทรีย์ เป็นต้น การวิเคราะห์ทางสถิติต่าง ๆ ของข้อมูล เช่นการพิสูจน์สมมุติฐาน และการคำนวณ หรือสร้างสมการจากข้อมูลที่ได้ เพื่อใช้ทำนายปรากฏการที่จะเกิดขึ้น นอกจากนี้ยังนำมาใช้ร่วมกับเครื่องมือวิทยาศาสตร์ต่าง ๆ เช่น Fermenter, HPLC, GC, Spectrophotometer และใช้ในการวิเคราะห์ภาพ ผ่านทางกล้องวีดีทัศน์ เป็นต้น

งานทางด้านจุลชีววิทยาอีกประเภทหนึ่งที่สามารถนำคอมพิวเตอร์มาช่วยได้อย่างดี คือ งานทางด้านอนุกรมวิธาน (taxonomy or systemetic) ซึ่งประกอบด้วยการจัดจำแนก (classification) การตั้งชื่อ (nomenclatrue) และการบ่งเอกลักษณ์ (identification) ซึ่งคล้ายกับงานอนุกรมวิธานของสิ่งมีชีวิตอื่น ๆ เนื่องจากมีการพัฒนามาจากจุดเริ่มต้นเดียวกัน จึงสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในงานอนุกรมวิธานของสิ่งมีชีวิตได้เกือบทุกชนิด ซึ่งจะกล่าวรายละเอียดต่อไป

การใช้คอมพิวเตอร์ในการจัดจำแนก

การจัดจำแนกสิ่งมีชีวิตมีวิวัฒนาการมายาวนานมาก มีแนวความคิดในการจัดจำแนกที่แตกต่างกันหลายแบบ แต่ละแบบมีข้อดีข้อเสียต่างกันออกไป แต่มีจุดมุ่งหมายอันเดียวกันคือเพื่อแบ่งสิ่งมีชีวิตออกเป็นหมวดหมู่ กลุ่ม หรือชนิด ตามความคล้ายคลึงกัน เพื่อง่ายต่อการศึกษา วิธีการจัดจำแนกสิ่งมีชีวิตแบบหนึ่งที่มีผู้เสนอคือวิธี numerical taxonomy ซึ่งถูกเสนอขึ้นครั้งแรกโดยนาย Michel Anderson เมื่อปี ค.ศ. 1763 โดยมีหลักการจัดหมวดหมู่ที่ให้ลักษณะต่าง ๆ ที่ใช้ในการจัดจำแนกมีความสำคัญเท่ากันและเป็นอิสระต่อกัน (Unweight system) ซึ่งต่างจากวิธีของ Linnaeus นักอนุกรมวิธานผู้มีชื่อเสียง ซึ่งจัดแบ่งโดยให้ความสำคัญของลักษณะต่าง ๆ ไม่เท่ากัน (Weighted characters system) วิธีของ Anderson

* *อาจารย์ประจำภาควิชาจุลชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

ไม่เป็นที่สนใจในขณะนั้นเพราะทำได้ยากเนื่องจากต้องใช้การคำนวณที่ซับซ้อนเพื่อหาเปอร์เซ็นต์ความเหมือน (% Similarity) ซึ่งในขณะนั้นยังไม่มีเครื่องคำนวณที่มีประสิทธิภาพเพียงพอ แต่ต่อมาเมื่อมีการพัฒนาของคอมพิวเตอร์ทำให้วิธีการจัดแบ่งแบบนี้เป็นไปได้ไม่ยาก และได้มีผู้เสนอวิธีนี้ขึ้นอีกคือ Sneath และ Sokal เมื่อปี1951 โดยนำมาใช้กับการจัดแบ่งจุลินทรีย์

วิธีคำนวณการจัดแบ่งสิ่งมีชีวิตด้วยวิธีนี้ เริ่มจากหลักที่ให้ลักษณะต่าง ๆ ที่ศึกษามีความสำคัญเท่ากันดังได้กล่าวแล้ว ลักษณะต่าง ๆ ที่นำมาศึกษาต้องมีจำนวนมากพอสมควรอย่างน้อย 60-80 ลักษณะ จึงจะเป็นที่น่าเชื่อถือทางสถิติ หาเปอร์เซ็นต์ความเหมือนเทียบกันในสิ่งมีชีวิตแต่ละชนิดทีละคู่ แล้วนำมาเขียนแผนภาพ (dendrogram) เพื่อดูความสัมพันธ์ของสิ่งมีชีวิตคู่นั้น ๆ วิธีคำนวณ หาเปอร์เซ็นต์ความเหมือนของสิ่งมีชีวิตสองสายพันธุ์โดยเปรียบเทียบจากลักษณะต่าง ๆ ดังนี้

สัญลักษณ์

S = Similarity Index (% Similarity) เปอร์เซ็นต์ความเหมือน

Sc = Similarity coefficient สัมประสิทธิ์ของความเหมือน

Mc = matching coefficient สัมประสิทธิ์ของการเข้าคู่

a = จำนวนลักษณะที่เป็นบวกทั้งสองสายพันธุ์

b = จำนวนลักษณะที่สายพันธุ์หนึ่งเป็นบวกอีกสายพันธุ์หนึ่งเป็นลบ

c = จำนวนลักษณะที่เป็นลบทั้งสองสายพันธุ์

$$Sc = \frac{a}{a + b}$$

$$Mc = \frac{a + b}{a + b + c}$$

$$S = \frac{Sc}{Sc + Mc} \times 100$$

จากตัวอย่างข้างต้นเป็นเพียงการเปรียบเทียบลักษณะของสิ่งมีชีวิต เพียง 2 สายพันธุ์ ถ้ามีสิ่งมีชีวิตที่ต้องการจัดจำแนกเป็นจำนวนมาก รวมทั้งลักษณะที่ใช้ศึกษาเป็นจำนวนมากด้วยแล้วยิ่งจะเป็นไปได้ยากมากหากขาดเครื่องมือในการช่วยคำนวณที่มีประสิทธิภาพ

การใช้คอมพิวเตอร์ในการคำนวณจะต้องใส่ค่าต่าง ๆ จากการศึกษาลักษณะของสิ่งมีชีวิตแต่ละชนิด แล้วให้เครื่องคำนวณหาเปอร์เซ็นต์ความเหมือนของสิ่งมีชีวิตทีละคู่คนครบแล้วจึงให้เครื่องจัดลำดับความคล้ายกันตามเปอร์เซ็นต์ความเหมือนที่ได้จากการคำนวณ แล้ว

จึงวาดออกมาเป็นแผนภาพของหมวดหมู่ของสิ่งมีชีวิตตามความสัมพันธ์ที่ได้จากการจัดแบ่งด้วยวิธีนี้ โปรแกรมที่ใช้ในการจัดแบ่งอาจเป็นโปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติทั่วไป เช่น SPSS SAS และ GENSTAT เป็นต้น ถ้าใช้โปรแกรมเหล่านี้ต้องมีการเขียนโปรแกรมขึ้นบนโปรแกรมนี้อีกครั้ง ดังนั้นผู้ที่ใช้ได้จึงมักเป็นผู้ที่มีความรู้ทางคอมพิวเตอร์พอสมควร แต่ถ้าเป็นโปรแกรมที่เขียนขึ้นโดยเฉพาะจากโปรแกรมภาษา ผู้ใช้โปรแกรมอาจไม่ต้องมีความรู้ด้านคอมพิวเตอร์มากนัก

ข้อด้อยของการจัดแบ่งสิ่งมีชีวิตด้วยวิธีนี้ ได้แก่ ไม่สามารถกำหนดให้แน่ชัดหรือหากฎเกณฑ์ใดที่จะบอกได้ว่าสิ่งมีชีวิตที่มีเปอร์เซ็นต์ความเหมือนเท่าใดควรจะเป็นกลุ่มเดียวกันหรือไม่ ประการที่สองการกำหนดให้ลักษณะต่าง ๆ เป็นอิสระต่อกันและมีน้ำหนักเท่ากันนั้น ตามความเป็นจริงเป็นไปได้ยากโดยเฉพาะในสิ่งมีชีวตชนิดอื่นที่ไม่ใช่จุลินทรีย์ แม้ในกลุ่มจุลินทรีย์ก็ตาม เช่น ลักษณะการย้อมติดสีแกรม หรือการสร้างสปอร์ น่าจะมีความสำคัญมากกว่าความสามารถในการสร้างกรด หรือเอนไซม์ จากกระบวนการย่อยสลายสารบางชนิดเป็นต้น ประการที่สาม ควรจะตรวจสอบลักษณะเท่าใดหรือลักษณะใดบ้างในการทดสอบเหล่านี้เป็นข้อด้อยของการจัดจำแนกโดยใช้วิธี numerical taxonomy

ดังนั้นการที่จะเลือกการจัดจำแนกแบบใดนั้นคงขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของการนำไปใช้ และความสะดวก รวดเร็ว ในการดำเนินการด้วย แต่ถ้าจะให้ดีอาจใช้การจัดจำแนกหลาย ๆ วิธีประกอบกัน

การใช้คอมพิวเตอร์ช่วยในการบ่งเอกลักษณ์

การบ่งเอกลักษณ์ เป็นการตรวจสอบหาชนิดหรือพิสูจน์ว่า จุลินทรีย์ หรือสิ่งมีชีวิตที่กำลังศึกษาอยู่นั้น เป็นสิ่งมีชีวิตซึ่งเคยถูกจัดจำแนกไว้ในประเภทใด กลุ่มใด หรือมีชื่อว่าอย่างไร โดยเทียบลักษณะต่าง ๆ ของสิ่งมีชีวิตนั้นกับลักษณะของสิ่งมีชีวตต่าง ๆ ที่เคยมีการตีพิมพ์หรือจัดจำแนกไว้แล้วว่าเหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร หรือไม่ ถ้าสิ่งมีชีวิตที่กำลังศึกษามีลักษณะไม่เหมือนกับสิ่งมีชีวิตที่เคยถูกค้นพบเลย อาจเป็นการค้นพบใหม่ก็เป็นได้ การบ่งเอกลักษณ์จึงมีหลักการ ขั้นตอนและวิธีการคล้ายกับการจัดหมวดหมู่

เมื่อได้กล่าวถึงการจัดจำแนกสิ่งมีชีวิตด้วยคอมพิวเตอร์ด้วยวิธี numerical taxonomy แล้ว จึงขอกล่าวถึงการบ่งเอกลักษณ์ด้วยวิธีที่มีหลักการคล้ายกัน ดังนี้ การบ่งเอกลักษณ์วิธีนี้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูปประเภทสถิติและข้อมูลประเภทเดียวกับการจัดจำแนก แต่มีการดำเนินการกลับกันเล็กน้อยคือข้อมูลที่เก็บอยู่ในโปรแกรมจะมีการระบุว่าเป็นลักษณะของจุลินทรีย์ชนิดใดไว้แล้ว ซึ่งอาจจะได้จากการจัดแบ่งแบบใดก็ได้ไม่จำเป็นว่าเป็นการจัดแบ่งแบบ numerical taxonomy และเมื่อต้องการทราบว่าสิ่งมีชีวิตที่ต้องการบ่งเอกลักษณ์เป็นชนิดใดก็

การตรวจสอบลักษณะและใส่ให้โปรแกรม โปรแกรมจะเปรียบเทียบกับลักษณะของสิ่งมีชีวิต ง ๆ ที่มีในเครื่อง แล้วคำนวณหาเปอร์เซ็นต์ความเหมือน ถ้าสิ่งมีชีวิตนั้นเหมือนกับสิ่งมีชีวิตใด 00 เปอร์เซ็นต์ ก็แสดงว่าเป็นชนิดเดียวกันข้อด้อยคล้ายกับการจัดหมวดหมู่ด้วยวิธีเดียวกัน คือ ม่ทราบว่าควรใช้ลักษณะมากเท่าใดจึงจะแน่ใจในผลการทดสอบ (แต่ควรมากกว่า 60 าษณะ) ข้อดีคือไม่จำเป็นว่าต้องใช้กับการจัดแบ่งแบบ numerical classification ขึ้นกับ อมูลที่ใส่ให้โปรแกรมว่าได้จากการจัดแบ่งแบบใด ในต่างประเทศมักมีการขายข้อมูลของ ลินทรีย์ที่ใส่ไว้ในรูปของโปรแกรมเพื่อให้นำมาใช้ในการบ่งเอกลักษณ์ร่วมกับโปรแกรมประเภท ถิติ โดยผู้ใช้ไม่จำเป็นต้องใส่ข้อมูลจำนวนมากเหล่านั้นด้วยตนเอง แต่มักมีราคาสูง และอาจไม่ รงความต้องการนัก

แนวความคิดที่จะพัฒนาการนำคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการบ่งเอกลักษณ์จุลินทรีย์ นใช้ในภาควิชาจุลชีววิทยาจะทำให้ได้โปรแกรมที่ตรงตามวัตถุประสงค์และไม่ต้องเสียค่าใช้จ่าย กทั้งเป็นการพัฒนาการทางด้านจุลชีววิทยาและคอมพิวเตอร์ของไทยอีกด้วย และอาจเป็น นวทางให้ผู้สนใจพยายามพัฒนาโปรแกรมขึ้นใช้ให้ตรงกับความต้องการของตนอีกด้วย

แต่เนื่องจากวิธีการบ่งเอกลักษณ์ด้วยการหาเปอร์เซ็นต์ความเหมือนนั้นทำได้ยาก งมีแนวความคิดที่จะนำโปรแกรมสำเร็จรูปประเภทฐานข้อมูล (data base) มาใช้ให้เป็น ประโยชน์ โดยคุณสมบัติของโปรแกรมประเภทนี้คือ จะจัดระเบียบของข้อมูล ทำให้สามารถ ้นหา เรียกใช้ ทำสถิติจากข้อมูลที่เก็บไว้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ อีกทั้งยังสามารถเขียน ปรแกรมย่อยขึ้นเพื่อให้ทำงานเฉพาะอย่างได้โดยง่าย จึงเหมาะกับงานที่ต้องการ

การใช้โปรแกรมฐานข้อมูลช่วยในการบ่งเอกลักษณ์จุลินทรีย์

วิธีการใช้โปรแกรมฐานข้อมูลในการบ่งเอกลักษณ์จุลินทรีย์ มีดังนี้ เก็บข้อมูลของ จุลินทรีย์ต่าง ๆ (จากแหล่งข้อมูลที่เป็นที่เชื่อถือ) ไว้ในฐานข้อมูลให้มากที่สุด (อาจไม่จำเป็นต้อง มากเท่าการบ่งเอกลักษณ์ด้วยวิธี numerical taxonomy) ทั้งชนิด และคุณสมบัติของจุลินทรีย์ มื่อปฏิบัติเพียงเท่านี้ผู้ที่ใช้คอมพิวเตอร์ โดยเฉพาะโปรแกรมฐานข้อมูลเป็นก็สามารถใช้ ประโยชน์จากโปรแกรมได้ แต่อาจมีความยากลำบากอยู่บ้าง จึงต้องมีการเขียนโปรแกรมขึ้นเพื่อ ให้ผู้ที่ใช้คอมพิวเตอร์ไม่เป็นสามารถใช้งานโปรแกรมนี้ได้ โดยแนวทางการเขียนโปรแกรมคือ ให้ ครื่องรอรับข้อมูลของจุลินทรีย์ที่ต้องการบ่งเอกลักษณ์ หลังจากนั้นนำค่าที่ได้ไปเปรียบเทียบกับ จักษณะของจุลินทรีย์ที่มีอยู่ในฐานข้อมูล ถ้าตรงกับลักษณะของจุลินทรีย์ชนิดใดเครื่องจะ ายงานชื่อของจุลินทรีย์ที่มีลักษณะตรงกันนั้นให้ทราบ ถ้าการทดสอบยังไม่สามารถบ่งชนิดได้ เน่นอนโปรแกรมจะรายงานความเป็นไปได้ว่าจะเป็นสิ่งมีชีวิตชนิดใดบ้าง และอาจแนะนำวิธี

การวินิจฉัยเพิ่มเติมเพื่อใช้ในการแยกต่อไป วิธีนี้น่าจะเหมาะกับการบ่งเอกลักษณะแบคทีเรียมากกว่าจุลินทรีย์อื่น เนื่องจากข้อมูลลักษณะของจุลินทรีย์มักให้มาในรูปของตารางการทดสอบต่าง ๆ ในการทดสอบมักทำทีละหลายชนิดไปพร้อม ๆ กัน ซึ่งต่างจากเชื้อรา ซึ่งการบ่งเอกลักษณ์มักใช้ Key ที่เป็นการแตกแขนงออกไปเรื่อย ๆ (dichotomous key) และการทดสอบมักทำทีละขั้นตอน จึงเหมาะกับแนวคิดที่สอง ดังนี้ แนวคิดนี้จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูปประเภท presentation ในการทำ เนื่องจากโปรแกรมประเภทนี้มีความสามารถในการโต้ตอบกับผู้ใช้ได้และให้ภาพที่สวยงามและชัดเจน ขั้นตอนแรกคือเลือก key ที่เหมาะสมหรือเป็นที่นิยมใช้ และเป็นชนิด dichotomous key เป็นต้นแบบ แล้วเขียนโปรแกรมให้เครื่องสามารถโต้ตอบโดยให้ผู้ใช้เลือกตอบคำถามทีละข้อ ตามลักษณะที่พบเทียบกับลักษณะที่แสดงบนเครื่อง ตอบไปทีละคำถามจนกระทั่งสามารถบอกได้ว่าเป็นสิ่งมีชีวิตชนิดใด

ข้อดีและข้อเสียในแต่ละแนวคิด แนวคิดแรกมีข้อดีคือสามารถใช้แยกสิ่งมีชีวิตได้ไม่จำกัด ขึ้นกับฐานข้อมูลที่ใส่ลงไป แต่ข้อเสียก็คือผู้ใช้อาจต้องใส่ข้อมูลจำนวนมากทั้งข้อมูลลักษณะและชนิดของสิ่งมีชีวิต ซึ่งอาจไม่จำเป็นต้องใส่มากก็สามารถบ่งเอกลักษณ์ได้ รวมทั้งการปฏิบัติการในห้องปฏิบัติการก็อาจต้องทดสอบลักษณะต่าง ๆ มากเกินความจำเป็น เพราะจะไม่ทราบว่าต้องทดสอบลักษณะใดบ้างจึงสามารถแยกสิ่งมีชีวิตชนิดนั้นออกจากชนิดอื่นได้ แนวคิดที่สองมีข้อดีคือสามารถตรวจสอบเฉพาะลักษณะที่สำคัญที่สามารถแยกสิ่งมีชีวิตที่ต้องการได้ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สั้นที่สุด แต่ข้อเสียคือไม่สามารถเพิ่มจำนวนสิ่งมีชีวิตที่สามารถใช้ทดสอบได้อีก คือแต่ละ key จะมีปริมาณสิ่งมีชีวิตที่ตรวจสอบได้จำกัด จึงมีความยืดหยุ่นน้อยกว่าแนวคิดแรก

ดังนั้นการเลือกแนวคิดใดในการทดสอบควรคำนึงถึงความต้องการ หรือวัตถุประสงค์ ข้อได้เปรียบและข้อจำกัดของแต่ละวิธี ให้เหมาะสม หรืออาจใช้แนวคิดต่าง ๆ ร่วมกัน เพื่อลดข้อด้อย และเพิ่มข้อได้เปรียบ ก็นับว่าเป็นอีกหนทางหนึ่ง

การทดลอง ผล วิจารณ์และเสนอแนะ

ได้มีการทดสอบแนวคิดโดยให้นักศึกษาของภาควิชาจุลชีววิทยาทำโครงงาน เรื่อง การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ช่วยในการบ่งเอกลักษณ์แบคทีเรียวงศ์ Enterobacteriaceae โดยนายเอกวัฒน์ อุณหเลขกะ และมีผู้เขียนเป็นที่ปรึกษาโครงงาน เพื่อเป็นการนำร่อง หรือเป็นโปรแกรมตัวอย่างในการทดสอบความเป็นไปได้ของแนวคิด โดยประสานแนวคิดที่หนึ่ง และสอง พัฒนาขึ้นบนโปรแกรมสำเร็จรูปประเภทฐานข้อมูล FoxPro ผ่านโปรแกรมภาษาไทย (thai driver) ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โดยวางแผนว่าจะให้โปรแกรมมีความสามารถช่วยบ่งเอกลักษณ์จุลินทรีย์วงศ์ Enterobacteriaceae ซึ่งเป็นแบคทีเรียสำคัญที่มักก่อโรคระบบทาง

เดินอาหาร และหวังว่าจะเพิ่มฐานข้อมูลจุลินทรีย์ในกลุ่มอื่นต่อไป ข้อมูลของจุลินทรีย์ที่ใช้ได้จาก Bergey's manual of Systemertic bacteriology ปี 1984 เป็นหลัก โดยมีข้อมูลแบคทีเรียประมาณ 60 ชนิด แต่ละชนิดมีลักษณะประมาณ 40 ลักษณะ และเขียนโปรแกรมในรูปแบบของ dichotomous key ขึ้นก่อน เนื่องจากทำได้ยาก เพราะต้องหาลักษณะที่แตกต่างของจุลินทรีย์แต่ละชนิดเพื่อทำเป็น key ออกมา ลักษณะการทำงานคือ เมื่อป้อนข้อมูลที่ได้ จากการศึกษาลักษณะสำคัญในห้องปฏิบัติการลงในโปรแกรม โดยเครื่องจะถามทีละขั้นตอน และนำไปเปรียบเทียบกับข้อมูลในฐานข้อมูลตลอด ทำให้เครื่องสามารถรายงานผลว่าเมื่อทดสอบและได้ผลลัพธ์ในแต่ละขั้น เครื่องจะรายงานว่าจากข้อมูลที่ใส่ลงไปมีความเป็นไปได้ที่จะเป็นแบคทีเรียชนิดใดบ้าง และชนิดของแบคทีเรียที่รายงานจะลดลงเรื่อย ๆ ทีละขั้นของการเติมข้อมูลตามคำถามของโปรแกรม (ซึ่งเป็นข้อมูลจากการทดสอบน้อยขั้นตอนที่สุดที่จะสามารถแยกชนิดของจุลินทรีย์ที่รายงานอยู่ในขณะนั้นได้) จนกระทั่งสามารถบ่งชนิดของจุลินทรีย์ที่ทดสอบได้ วิธีนี้เป็นการรวมข้อดีของแนวคิดที่หนึ่งและสองเข้าด้วยกัน คือผู้ทดลองสามารถทดสอบลักษณะต่าง ๆ ก่อน และมีการแนะนำ (ถามข้อมูล) การทดสอบในขั้นต่อไป ซึ่งน่าจะช่วยให้การทดลองสะดวกและรวดเร็วยิ่งขึ้น โปรแกรมในส่วนนี้ได้ทำเสร็จสมบูรณ์แล้ว แต่มีข้อด้อยอยู่บ้างคือความนิยมในการบ่งเอกลักษณ์แบคทีเรียบางครั้งนิยมทดสอบคุณสมบัติต่าง ๆ ให้เสร็จในคราวเดียวไม่นิยมทำทีละขั้น วิธีแก้คือ ในโปรแกรมจะมีทางเลือกให้สามารถใส่ข้อมูลลักษณะของแบคทีเรียที่ทดสอบทั้งหมดในคราวเดียวแล้วให้โปรแกรมตรวจสอบกับฐานข้อมูลและรายงานชนิดออกมาในคราวเดียวถ้าการทดสอบนั้นสามารถแยกชนิดของแบคทีเรียได้ ถ้ายังไม่ได้ก็ให้รายงานว่ามีความเป็นไปได้ว่าเป็นแบคทีเรียชนิดใดบ้าง และแนะวิธีทดสอบที่จะทำให้แยกได้ ซึ่งทำได้ไม่ยากและกำลังพัฒนาอยู่ในขณะนี้ การทดสอบการทำงานของโปรแกรมได้ทดสอบโดยการใช้เชื้อจุลินทรีย์ที่ทราบชนิดและที่แยกจากธรรมชาติ เช่น จากอาหาร ทดสอบลักษณะต่าง ๆ ในห้องปฏิบัติการ อ่านผล แล้วใส่ข้อมูลให้คอมพิวเตอร์ช่วยในการบ่งเอกลักษณ์ พบว่าส่วนใหญ่สามารถบ่งเอกลักษณ์ได้ แต่มีบางชนิดที่ให้ผลผิดพลาดบ้าง เนื่องจากความผิดพลาดในห้องปฏิบัติการ สภาพของเชื้อ และการอ่านผล จึงสรุปได้ว่าโปรแกรมมีความสามารถในการบ่งเอกลักษณ์ได้ดี และจะมีการพัฒนาให้โปรแกรมสามารถบ่งเอกลักษณ์แบคทีเรียในวงศ์อื่น ๆ ที่ต้องการได้อีกในอนาคต รวมทั้งจะพัฒนาโปรแกรมตามแนวคิดที่สองในการบ่งเอกลักษณ์เชื้อราโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปประเภท presentation และ multimedia ต่อไป

จากตัวอย่างการนำคอมพิวเตอร์มาใช้ในงานอนุกรมวิธาน โดยเฉพาะในสาขาจุลชีววิทยา รวมทั้งแนวทางการนำคอมพิวเตอร์ช่วยในการบ่งเอกลักษณ์ คงทำให้เกิดความคิดที่จะนำคอมพิวเตอร์ไปใช้ในงานต่าง ๆ ที่มีลักษณะคล้ายกัน โดยอาจเขียนโปรแกรมขึ้นใช้เองหรือปรึกษากับนักคอมพิวเตอร์ผู้เชี่ยวชาญเพื่อให้ผลิตโปรแกรมตามวัตถุประสงค์ จะเป็นการใช้คอมพิวเตอร์ที่มีอยู่ในเกือบทุกหน่วยงานได้อย่างเต็มประสิทธิภาพอีกด้วย

บรรณานุกรม

Beyant, T.N., and J.W.T Wimpenny. 1989. Computers in microbiology a practical approach. OIRL PRESS., Oxford. 214 p.

Pelczar, M.J., E.C.S. Chan and Noel R.K. 1993. Microbiology Concepts and Applications. McGraw-Hill, Inc., New York. 896 p.

ดวง บงกชเกตุสกุล. 2535. คู่มือการใช้คำสั่งและฟังก์ชัน FoxPro. บริษัท ซีเอ็ดยูเคชั่น จำกัด. กรุงเทพ ฯ. 676 หน้า.

ดวงพร คันธโชติ. 2537. อนุกรมวิธานของแบคทีเรียและปฏิบัติการ. โอเดียนสโตร์. กรุงเทพ ฯ. 202 หน้า

บัญญัติ สุขศรีงาม. 2534. จุลชีววิทยาทั่วไป. โอเดียนสไตร์. กรุงเทพ ฯ. 507 หน้า.

วรชัย เยาวปราณี. 2532. โปรแกรมสำเร็จรูปทางสถิติสำหรับไมโครคอมพิวเตอร์ SPSS/PC ขั้นพื้นฐาน. โอเดียนสโตร์. กรุงเทพ ฯ. 292 หน้า.

สมภพ วัฒนสมบูรณ์. 2535. ฮาร์วาร์ดกราฟฟิก. หจก. สำนักพิมพ์ฟิสิกส์เซ็นเตอร์. กรุงเทพ ฯ. 235 หน้า.

สานนท์ เจริญฉาย. 2533. โปรแกรมประยุกต์ด้านสถิติและวิจัย (ภาษา BASIC) สำหรับไมโครคอมพิวเตอร์. โอเดียนสโตร์. กรุงเทพ ฯ. 260 หน้า.

เอกวัฒน์ อุณหเลขกะ. 2536. การบ่งเอกลักษณ์แบคทีเรียวงศ์ Enterobacteriaceae โดยใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์. ปริญญานิพนธ์วิทยาศาสตร์บัณฑิต (จุลชีววิทยา) มหา วิทยาลัยขอนแก่น.

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 207 - 216

$3 \times 3 \times 3$ ลูกบาศก์มหัศจรรย์

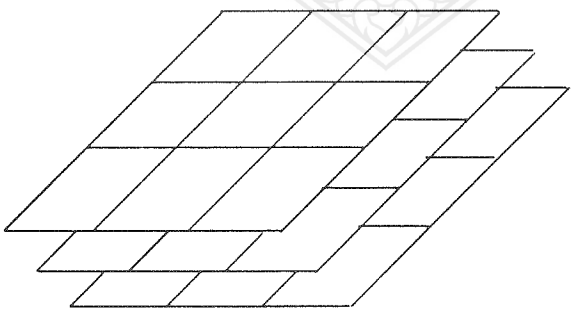
สุพจน์ ไวท์ยางกูร *

จากปัญหาที่ว่า " ถ้าเติมจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 9 ลงในช่องสี่เหลี่ยม 9 ช่อง แล้วให้ได้ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวนอน แนวตั้ง และแนวทแยงมุม มีค่าเท่ากับ 15 " ผลเฉลยของปัญหานี้เป็นที่ทราบกันโดยทั่วไปแล้ว คือ

2	9	4
7	5	3
6	1	8

ถ้าขยายปัญหาข้างต้นเป็น เติมจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง 27 ลงในช่องสี่เหลี่ยม 27 ช่อง ดังรูปที่ 1 หรือรูปที่ 2 โดยมีเงื่อนไข

1. ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวนอนของแต่ละชั้น มีค่าเท่ากับ 42
2. ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในสดมภ์ของแต่ละชั้น มีค่าเท่ากับ 42
3. ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่แนวตั้ง มีค่าเท่ากับ 42
4. ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวทแยงระหว่างชั้นบนกับชั้นล่าง โดยรวมช่องตรงกลางของชั้นกลางด้วย มีค่าเท่ากับ 42
5. ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของชั้นกลาง มีค่าเท่ากับ 42



รูปที่ 1

* *อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

ชั้นบน ชั้นกลาง ชั้นล่าง

รูปที่ 2

เพื่อให้เข้าใจในการหาผลรวมมากขึ้นจะเขียนรูปที่ 2 ใหม่เป็นดังรูปที่ 3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{31}	a_{32}	a_{33}

ชั้นบน

b_{11}	b_{12}	b_{13}
b_{21}	b_{22}	b_{23}
b_{31}	b_{32}	b_{33}

ชั้นกลาง

c_{11}	c_{12}	c_{13}
c_{21}	c_{22}	c_{23}
c_{31}	c_{32}	c_{33}

ชั้นล่าง

รูปที่ 3

ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวนอ

นของแต่ละชั้น มีค่าเท่ากับ 42 จะหมายถึง

$a_{11} + a_{12} + a_{13} = 42$ และ $b_{11} + b_{12} + b_{13} = 42$ และ $c_{11} + c_{12} + c_{13} = 42$

$a_{21} + a_{22} + a_{23} = 42$ และ $b_{21} + b_{22} + 2_{13} = 42$ และ $c_{21} + c_{22} + c_{23} = 42$

$a_{31} + a_{32} + a_{33} = 42$ และ $b_{31} + b_{32} + b_{33} = 42$ และ $c_{31} + c_{32} + c_{33} = 42$

ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในสดมภ์ของแต่ละชั้น มีค่าเท่ากับ 42 จะหมายถึง

$a_{11} + a_{21} + a_{31} = 42$ และ $b_{11} + b_{21} + b_{31} = 42$ และ $c_{11} + c_{21} + c_{31} = 42$

$a_{12} + a_{22} + a_{32} = 42$ และ $b_{12} + b_{22} + b_{32} = 42$ และ $c_{12} + c_{22} + c_{23} = 42$

$a_{13} + a_{23} + a_{33} = 42$ และ $b_{13} + b_{23} + b_{33} = 42$ และ $c_{13} + c_{23} + c_{33} = 42$

ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่แนวตั้ง มีค่าเท่ากับ 42 จะหมายถึง

$a_{11} + b_{11} + c_{11} = 42$ และ $a_{12} + b_{12} + c_{12} = 42$ และ $a_{13} + b_{13} + c_{13} = 42$

$a_{21} + b_{21} + c_{21} = 42$ และ $a_{22} + b_{22} + c_{22} = 42$ และ $a_{23} + b_{23} + c_{23} = 42$

$a_{31} + b_{31} + a_{31} = 42$ และ $a_{32} + b_{32} + c_{32} = 42$ และ $a_{33} + b_{33} + c_{33} = 42$

ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวทแยงระหว่างชั้นบนกับชั้นล่าง โดยรวมช่องตรงกลางของชั้นกลาง ด้วย มีค่าเท่ากับ 42 จะหมายถึง

$a_{11} + b_{22} + c_{33} = 42$ และ $a_{12} + b_{22} + c_{32} = 42$ และ $a_{13} + b_{22} + c_{31} = 42$

$a_{21} + b_{22} + c_{23} = 42$ และ $a_{23} + b_{22} + c_{21} = 42$ และ $a_{33} + b_{22} + c_{11} = 42$

$a_{31} + b_{22} + a_{13} = 42$ และ $a_{32} + b_{22} + c_{12} = 42$

ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของชั้นกลาง มีค่าเท่ากับ 42 จะหมายถึง

$b_{11} + b_{22} + b_{33} = 42$ และ $b_{13} + b_{22} + b_{31} = 42$

เพื่อทำให้ปัญหานี้คิดง่ายขึ้น จะเปลี่ยนปัญหานี้เป็นว่า เติมจำนวนเต็มตั้งแต่ 0 ถึง 26 ลงในช่องสี่เหลี่ยม 27 ช่อง โดยมีผลรวมของจำนวนต่าง ๆ ตามเงื่อนไขข้างต้น มีค่าเท่ากับ 39 ถ้าแก้ปัญหา นี้ได้ แล้วนำ 1 บวกเข้าทุกช่องจะได้ผลลัพธ์ที่ต้องการ

ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทำได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 หาจำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางของชั้นกลาง (หรือ b_{22})

เนื่องจากผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวทแยงระหว่างชั้นบนกับชั้นล่าง โดยรวมช่องตรง กลางของชั้นกลางด้วย มีค่าเท่ากับ 39 จะได้

$$a_{11} + b_{22} + c_{33} = 39$$

หรือ $$a_{11} + c_{33} = 39 - b_{22} \qquad (1)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$a_{33} + b_{22} + c_{11} = 39$$

หรือ $$a_{33} + c_{11} = 39 - b_{22} \qquad (2)$$

เนื่องจากผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่แนวตั้ง มีค่าเท่ากับ 39 จะได้

$$a_{11} + b_{11} + c_{11} = 39 \qquad (3)$$

ในทำนองเดียวกัน จะได้

$$a_{33} + b_{33} + c_{33} = 39 \qquad (4)$$

สมการ (3) + (4) จะได้

$$a_{11} + b_{11} + c_{11} + a_{33} + b_{33} + c_{33} = 78$$

หรือ

$$a_{11} + c_{33} + a_{33} + c_{11} + b_{11} + b_{33} = 78 \qquad (5)$$

จากสมการ (1) , (2) และ (5) จะได้

$$(39 - b_{22}) + (39 - b_{22}) + b_{11} + b_{33} = 78$$

$$b_{11} + 2b_{22} + b_{33} = 0 \qquad (6)$$

แต่ผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมของชั้นกลาง มีค่าเท่ากับ 39 จะได้

$$b_{11} + b_{22} + b_{33} = 39 \qquad (7)$$

สมการ (7) - (6) จะได้

$$3b_{22} = 39$$

$$b_{22} = 13$$

นั่นคือ จำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางของชั้นกลาง คือ 13

ขั้นที่ 2 การจัดจำนวนคู่และจำนวนคี่ลงในช่องต่างๆ

จากขั้นที่ 1 ได้แล้วว่าจำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางของชั้นกลางคือ 13 ดังนั้นจะเหลือจำนวนคี่ อีก 12 จำนวน และจำนวนคู่อีก 14 จำนวนที่จะเติมลงในช่องต่างๆ ที่เหลือ ถ้าให้ O แทน จำนวนคี่ และ E แทนจำนวนคู่ ต่อไปจะแสดงว่าจำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางที่เหลือของชั้นบนและชั้นล่างจะเป็นจำนวนคู่

สมมติให้ จำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางชั้นบนเป็นจำนวนคี่ เนื่องจากผลรวมของทุกจำนวน ที่อยู่ในแนวนอนของแต่ละชั้น และผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในสดมภ์ของแต่ละชั้นเท่ากับ 39 ดังนั้นในชั้น บนจะเกิดกรณีมีจำนวนคู่และจำนวนคี่ที่เป็นไปได้ 4 กรณี คือ

O	O	O
O	O	O
O	O	O

กรณี 1

E	O	E
O	O	O
E	O	E

กรณี 2

E	E	O
E	O	E
O	E	E

กรณี 3

O	O	O
E	O	E
E	O	E

กรณี 4

สำหรับในกรณี 1 , 2 และ 3 ได้ว่าชั้นล่างจะมีจำนวนคู่และจำนวนคี่เหมือนกับชั้นบน เนื่องจากผลรวมของทุกจำนวนที่อยู่ในแนวทแยงระหว่างชั้นบนกับชั้นล่างโดยรวมช่องตรงกลางของชั้นกลางด้วย และผลรวม ของทุกจำนวนที่อยู่แนวตั้ง ต่างมีค่าเท่ากับ 39 ซึ่งจะทำให้ทุกช่องของชั้นกลางเป็นจำนวนคี่ทั้งหมด และจะใช้ จำนวนคี่ทั้งหมดเป็น 26 , 18 และ 14 จำนวนตามลำดับ แต่เนื่องจาก จำนวนคี่มีเพียง 12 จำนวนเท่านั้น ดังนั้น ทั้ง 3 กรณี ข้างต้นจึงเป็นไปไม่ได้

สำหรับกรณี 4 จะได้ชั้นกลางและชั้นล่าง ดังนี้

E	O	E
O	13	O
E	O	E

ชั้นกลาง

E	O	E
E	O	E
O	O	O

ชั้นล่าง

ซึ่งจะใช้จำนวนคี่ 14 จำนวน แต่ใช้จำนวนคี่เพียง 12 จำนวน กรณีนี้จึงเป็นไปไม่ได้

ดังนั้นที่สมมติให้จำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางชั้นบนเป็นจำนวนคี่ จึงเป็นไปไม่ได้ นั่นคือจำนวนที่อยู่ช่อง ตรงกลางชั้นบนเป็นจำนวนคู่

ในทำนองเดียวกัน สามารถแสดงให้เห็นได้ว่า จำนวนที่อยู่ช่องตรงกลางชั้นล่างเป็นจำนวนคู่ด้วย นอกจากนี้ยังได้ผลลัพธ์ ตามรูปที่ 4

	E	

ชั้นบน

	E	
E	13	E
	E	

ชั้นกลาง

	E	

ชั้นล่าง

รูปที่ 4

จำนวนคู่ที่เหลืออีก 8 จำนวน และจำนวนคี่ทั้งหมดจะกระจายตามช่องต่างๆ เพื่อให้ได้ผลรวมมีค่า เท่ากับ 39 ได้ดังรูปที่ 5

O	O	O
O	E	E
O	E	E

ชั้นบน

E	E	O
E	13	E
O	E	E

ชั้นกลาง

E	E	O
E	E	O
O	O	O

ชั้นล่าง

รูปที่ 5

จะพบว่า ในแต่ละชั้นจะมีแนวทแยงมุมหนึ่งซึ่งประกอบด้วยจำนวนคู่ 2 จำนวน และจำนวนคี่ 1 จำนวน

ขั้นที่ 3 แทนจำนวนด้วยเลขฐาน 3

จำนวน 0 ถึง 26 แทนเป็นเลขฐาน 3 ได้ดังตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงเลขฐาน 3 ของจำนวน 0 ถึง 26

จำนวน	เลขฐาน 3	จำนวน	เลขฐาน 3
0	000	14	112
1	001	15	120
2	002	16	121
3	010	17	122
4	011	18	200
5	012	19	201
6	020	20	202
7	021	21	210
8	022	22	211
9	100	23	212
10	101	24	220
11	102	25	221
12	110	26	222
13	111		

จากตารางที่ 1 จะเห็นได้ว่าเลขฐาน 3 ของจำนวน 0 ถึง 26 คือ 000 ถึง 222 ดังนั้น ผลรวมของจำนวนตามแนวต่างๆ ที่กำหนด ที่มีค่าเท่ากับ 39 นั้นจะสามารถเปลี่ยนเป็นผลรวมของจำนวน ตามแนวดังกล่าวและมีค่าเป็น 333 ได้ และพบว่าในการบวกของจำนวน 3 จำนวนระหว่าง 0 , 1 และ 2 ที่ได้ผลลัพธ์ เป็น 3 จะต้องมี 1 อย่างน้อยหนึ่งตัว ดังนั้นตัวเลขฐาน 3 ที่อยู่ในแนวนอน แนวสดมภ์ แนวตั้ง หรือแนวทแยงระหว่างชั้นบนกับชั้นล่างโดยรวมช่องตรงกลางของชั้นกลาง หรือแนวเส้นทแยงมุมของชั้นกลาง ซึ่งรวมกัน แล้วมีค่าเท่ากับ 39 (หรือ 333) จะต้องมีตัวเลข 1 อย่างน้อยหนึ่งตัว

จากตารางที่ 1 จะเห็นว่าตัวเลข 1 ของแต่ละหลักของเลขฐาน 3 ของจำนวน 0 ถึง 26 มีอยู่ 9 ตัว แต่เนื่องจากช่องตรงกลางของชั้นกลาง คือ 13 หรือ 111 ดังนั้นจะมีตัวเลข 1 ซึ่งเป็น 1 ใน 9 ตัวนี้อยู่ช่อง ตรงกลางของชั้นกลางแล้ว นอกจากนี้ยังได้ว่า ถ้าช่องหนึ่งช่องใดที่อยู่ติดกับช่องตรงกลางของชั้นกลางมีตัวเลข 1 อยู่ในหลักใดของเลขฐาน 3 แล้วช่องที่อยู่ตรงข้ามช่องนั้นและติดกับช่องตรงกลางจะต้องมีตัวเลข 1 อยู่ใน หลักเดียวกันด้วย จากเงื่อนไขข้อ 4 ได้ว่าแนวทแยงระหว่างชั้นบนกับชั้นล่าง โดยรวมช่องตรงกลางของชั้น กลางซึ่งเป็นมีแนวอิสระต่อกันมีทั้งหมด 8 แนว จะต้องมีตัวเลข 1 อยู่ด้วย และจากเงื่อนไขข้อ 5 ได้อีกว่าตัว เลข 1 ที่อยู่ในชั้นกลางจะอยู่ในแนวเส้นทแยงมุม และจากขั้นที่ 2 ทราบแล้วว่าช่องตรงกลางของชั้นบนและชั้น ล่างเป็นจำนวนคู่ ดังนั้นจากเงื่อนไขข้อ 3 จะได้ว่าจำนวนคู่ที่ช่องตรงกลางของชั้นบนและชั้นล่าง เมื่อเปลี่ยน เป็นเลขฐาน 3 แล้วจะต้องไม่มีตัวเลข 1 อยู่ในหลักใดเลย จากที่ในแนวเส้นทแยงมุมมีตัวเลข 1 ดังนั้น จากการหมุน และ/หรือ การสะท้อน จะได้ตำแหน่งของตัวเลข 1 ที่เป็นหลักหน่วยดังรูป 6

	1	
1		
		1

ชั้นบน

		1
	1	
1		

ชั้นกลาง

1		
		1
	1	

ชั้นล่าง

รูปที่ 6

เมื่อสามารถหาตำแหน่งต่างๆ ของ 1 ที่เป็นหลักหน่วยได้ทั้งหมดแล้ว จะสามารถหาตำแหน่งของ 0 และ 2 ที่เป็นหลักหน่วยได้โดย ใช้หลักการเดียวกัน ดังรูปที่ 7

0	1	2
1	2	0
2	0	1

ชั้นบน

2	0	1
0	1	2
1	2	0

ชั้นกลาง

1	2	0
2	0	1
0	1	2

ชั้นล่าง

รูปที่ 7

ขั้นที่ 4 หาจำนวนที่เป็นไปได้ในช่องต่างๆ

ได้ทราบแล้วว่าช่องตรงกลางของชั้นบน ช่องตรงกลางของชั้นล่าง และช่องในนวนอน แนวสดมภ์ที่ผ่านช่องตรงกลางของชั้นกลางจะเป็นจำนวนคู่ ที่เมื่อเปลี่ยนเป็นเลขฐาน แล้วจะต้องไม่มีตัวเลข 1 อยู่ในหลักใดเลย เพราะช่องตรงกลางของชั้นกลางเป็น 111 และลรวมจะต้องเป็น 333 จากตารางที่ 1 จะเห็นว่าจำนวนที่เปลี่ยนเป็นเลขฐาน 3 แล้ว ไม่มีัวเลข 1 อยู่ในหลักใดเลย มี 0 , 2 , 6 , 8 , 18 , 20 , 24 , 26 ซึ่งเมื่อเปลี่ยนเป็นเลขฐาน 3 แล้วะเป็น 000 , 002 , 020 , 022 , 200 , 202 , 220 , 222 ตามลำดับ ดังนั้นจะได้ตำแหน่งต่าง ๆองตัวเลขที่เป็นไปตามเงื่อนไขข้างต้น ดังรูปที่ 8

	222	

ชั้นบน

	220	
020	111	202
	002	

ชั้นกลาง

	000	

ชั้นล่าง

รูปที่ 8

จากรูปที่ 8 จะสามารถเติมตัวเลขหลักต่างๆ ที่เหลือลงในช่องต่างๆ โดยใช้รูปที่ 7 และเงื่อนไขทั้ง 5 ข้อซึ่งจะได้ผลลัพธ์ตามรูปที่ 9

210	001	122
101	222	010
022	110	201

ชั้นบน

102	220	011
020	111	202
211	002	120

ชั้นกลาง

021	112	200
212	000	121
100	221	012

ชั้นล่าง

รูปที่ 9

เปลี่ยนจำนวนในช่องต่างๆของรูปที่ 9 ซึ่งเป็นเลขฐาน 3 ให้เป็นจำนวนในเลขฐาน 10 จะได้ดังรูปที่ 10

21	1	17
10	26	3
8	12	19

ชั้นบน

11	24	4
6	13	20
22	2	15

ชั้นกลาง

7	14	18
23	0	16
9	25	5

ชั้นล่าง

รูปที่ 10

จากรูปที่ 10 นำ 1 บวกเข้าทุกช่องก็จะได้ผลลัพธ์ตามต้องการ ดังรูปที่ 11

22	2	18
11	27	4
9	13	20

ชั้นบน

12	25	5
7	14	21
23	3	16

ชั้นกลาง

8	15	19
24	1	17
10	26	6

ชั้นล่าง

รูปที่ 11

เอกสารอ้างอิง

George O'sullivan," The 3x3x3 magic cube " , The mathematical Gazette, volume 71, Number 455, March 1987 (p. 46-50)

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 217 - 229

ผลเฉลยของสมการ $x^4+2iy^4 = z^2$ ในเซตจำนวนเต็มเกาส์

(Solution of the equation $x^4+2iy^4 = z^2$ in guassian integers)

เที่ยง ภูมิสะอาด *
สมเกียรติ ตั้งพูลผล *

Abstract

In this research we display a method to show that the equation $x^4+2iy^4 = z^2$ has no nonzero solution in guassian integers. Keeping one eye on the scheme for the method to show that the equation $x^4+4y^4 = z^2$ has no nonzero integral solution.

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ต้องการแสดงให้เห็นว่าสมการ $x^4+2iy^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ โดยอาศัยแนวการแสดงว่าสมการ $x^4+4y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็ม

1. บทนำ

จากทฤษฎีบทสุดท้ายของแฟร์มาต์ ซึ่ง เดอ ปีแยร์ แฟร์มาต์ นักคณิตศาสตร์ชาวฝรั่งเศสในศตวรรษที่ 16 ได้กล่าวไว้ว่า สำหรับจำนวนเต็มบวก $n \geq 3$ สมการ

$$x^n+y^n = z^n$$

จะไม่มีคำตอบในเซตจำนวนเต็มบวก มีนักคณิตศาสตร์เป็นจำนวนมาก ได้พยายามพิสูจน์ทฤษฎีบทของแฟร์มาต์ ในปัจจุบันมีค่า n หลายค่าที่ทฤษฎีบทของแฟร์มาต์ สามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริง โดยเฉพาะกรณีค่า n ที่สามารถหารลงตัวด้วยจำนวนเฉพาะที่มีค่าน้อยกว่า 100

---

* *รองศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

การพยายามพิสูจน์ทฤษฎีบทของแฟร์มาต์ ทำให้สามารถพิสูจน์ได้ว่ามีสมการอื่น ๆ อีกไม่มีคำตอบในเซตจำนวนเต็มบวกด้วยเช่นเดียวกัน เช่น $x^4+2y^4 = z^2$, $x^4+4y^4 = z^2$, $x^4-4y^4 = z^2$ และสมการอื่น ๆ อีกเป็นจำนวนมาก ใน [1] ผู้วิจัยได้ขยายความคิดเหล่านี้ไปยังเซตจำนวนเต็มเกาส์ กล่าวคือแสดงได้ว่าสมการ

$$x^4+(1+i)y^4 = z^2$$

ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์

เนื่องจาก $1+i$ ในจำนวนเต็มเกาส์จะทำหน้าที่คล้าย ๆ กับ 2 ในจำนวนเต็มและ $(1+i)^2 = 2i$ ดัง นั้นในงานวิจัยนี้ต้องการแสดงให้เห็นว่าสมการ

$$x^4+2iy^4 = z^2$$

ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ โดยอาศัยแนวการพิสูจน์ว่าสมการ $x^4+4y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตจำนวนเต็มบวก

2. ความรู้พื้นฐาน

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงจำนวนเต็มเกาส์ ตลอดจนคุณสมบัติบางประการของจำนวนเต็มเกาส์ ที่จำเป็นต้องใช้ในงานวิจัยนี้

เซตจำนวนเต็มเกาส์เป็นวงย่อยของเซตจำนวนเชิงซ้อน ซึ่งมีสมาชิกเขียนอยู่ในรูป $x+iy$ เมื่อ x , y เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งจะเขียนแทนด้วย G สำหรับ a , b ใน G จะกล่าวว่า a หาร b ลงตัวใน G ถ้ามี m ใน G ซึ่ง $b = ma$ เขียนแทนด้วย $a|b$ ถ้า $a \neq 0$, $b \neq 0$ จะกล่าวว่า p ใน G เป็น ห.ร.ม ของ a กับ b ถ้า

(1) $p|a$ และ $p|b$ ใน G

(2) ถ้า r อยู่ใน G และ $r|a$, $r|b$ แล้ว $r|p$

สำหรับสมาชิก $c = x+iy$ ใด ๆ ใน G จะกำหนดค่าประจำของ c ซึ่งเขียนแทนด้วย $N(c)$ โดยที่ $N(c) = (x+iy)(x-iy) = x^2+y^2$ จากการกำหนดค่าประจำของจำนวนเต็มเกาส์ เราสามารถแสดงได้ว่าค่าประจำของจำนวนเต็มเกาส์ใด ๆ จะมีค่าเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ $N(ab) = N(a)N(b)$ และถ้า $a \neq 0$ และ $a|b$ ใน G แล้ว $N(a)|N(b)$ ในเซตจำนวนเต็มด้วย

การกำหนดสมาชิกหนึ่งหน่วยใน G ก็กำหนดเช่นเดียวกับเซตอื่น ๆ ที่เคยพบมาแล้วในเรื่องพีชคณิต กล่าวคือ จำนวนเต็มเกาส์ u จะเป็นสมาชิกหนึ่งหน่วยใน G ก็ต่อเมื่อมี u^* ใน G ซึ่ง $uu^* = 1$ นั่นคือ $N(u) = 1$ ซึ่งจะได้ว่าเซตของสมาชิกหนึ่งหน่วยใน G คือ $U = \{ 1,-1,i,-i \}$ จะกล่าวว่า a,b ใน G เป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกัน (associate) ถ้ามีสมาชิกหนึ่งหน่วย u ใน G ซึ่ง $ua = b$ และ a ใน G จะเป็นจำนวนเฉพาะ (prime) ใน G ก็ต่อมเมื่อ a ไม่เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วยและถ้า $p|a$ ใน G แล้ว p จะเป็น สมาชิกหนึ่งหน่วยหรือเป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกันกับ a และจะกล่าวว่า a,b ใน G เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน (relatively prime) ใน G ก็ต่อเมื่อ ห.ร. ม. ของ a กับ b เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วยใน G

ในการกำหนดจำนวนเต็มเกาส์คู่และจำนวนเต็มเกาส์คี่นั้น เราจะกำหนดโดยอาศัยให้ $\delta = 1+i$ ทำหน้าที่คล้าย ๆ 2 ในเซตจำนวนเต็ม ก่อนอื่นเราจะเห็นว่า δ เป็นจำนวนเฉพาะใน G และใน [3] ได้แสดงให้

เห็นว่า δ จะหารจำนวนเต็มเกาส์ $a = x+yi$ ลงตัวใน G ก็ต่อเมื่อ $x-y$ หารด้วย 2 ลงตัวในเซตจำนวน เต็ม และยังพบว่าสำหรับ a ใด ๆ ใน G a หารด้วย δ ลงตัวใน G หรือ $a-1$ หารด้วย δ ลงตัวใน G เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งอย่างเดียวเท่านั้น เราจะเรียก a ใน G ซึ่งหารด้วย δ ลงตัวว่า จำนวนเต็มเกาส์คู่ และเรียก b ใน G ซึ่ง $b-1$ หารด้วย δ ลงตัวว่า จำนวนเต็มเกาส์คี่ จะกล่าวว่า a,b ใน G เป็นสมาชิกคู่ ที่แตกต่างกัน ถ้า a เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ แต่ b เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ หรือ a เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ แต่ b เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ ถ้า a เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ที่มีส่วนจริงเป็นจำนวนเต็มคี่ จะกล่าวว่า a เป็น $(odd)_r$

จากการกำหนดจำนวนเต็มเกาส์คู่และจำนวนเต็มเกาส์คี่ เราสามารถแสดงได้ว่า

1) ผลบวกของจำนวนเต็มเกาส์คู่หรือผลบวกของจำนวนเต็มเกาส์คี่เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่
2) ผลบวกของจำนวนเต็มเกาส์คู่กับจำนวนเต็มเกาส์คี่เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่
3) ผลคูณของจำนวนเต็มเกาส์คู่กับจำนวนเต็มเกาส์คู่หรือคี่เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่
4) ให้ a เป็นจำนวนเต็มเกาส์ใด ๆ จะได้ว่า
   4.1 ถ้า a^2 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่แล้ว a จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ด้วย
   4.2 ถ้า b^2 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่แล้ว b จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ด้วย

นอกจากคุณสมบัติของจำนวนเต็มเกาส์ที่กล่าวมาแล้ว ยังต้องการคุณสมบัติอื่น ๆ ของจำนวนเต็มเกาส์อีก ดังทฤษฎีบทประกอบต่อไปนี้

ทฤษฎีบทประกอบ 2.1 ให้ a , b เป็นนจำนวนเต็มเกาส์ จะได้ว่า ถ้า $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์แล้ว $\frac{a}{b}$ จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์ด้วย

พิสูจน์ ถ้า a และ b เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จะแสดงว่า b เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย สมมุติว่า b ไม่เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย จะมีจำนวนเฉพาะ p ซึ่ง $p|b$ เนื่องจาก $b^2|a^2$ จะได้ว่า $p|a^2$ ด้วย ดังนั้น $p|a$ นั่นคือ p หาร ห.ร.ม. ของ a กับ b ลงตัวใน G จะได้ว่า p เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย ซึ่งขัดแย้งกับ p เป็นจำนวนเฉพาะ ดังนั้น b เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย นั่นคือ $b|a$ ถ้า a กับ b ไม่เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ให้ d เป็น ห.ร.ม. ของ a กับ b จะมี a_1, b_1 ใน G ซึ่ง $a = da_1$, $b = db_1$ และ a_1 กับ b_1 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จาก $b^2|a^2$ จะได้ว่า $b_1^2|a_1^2$ ด้วย ทำนองเดียวกันกับข้างต้น จะแสดงได้ว่า b_1 เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย ดังนั้น b เป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกันกับ d นั่นคือ $b|a$

❑

ทฤษฎีบทประกอบ 2.2 ถ้า a และ b เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ซึ่ง a เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ และ b เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่แล้ว a และ 2b จะเป็นจำนวนเฉพาะต่อกันด้วย

พิสูจน์ สมมุติว่า a และ 2b ไม่เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ให้ p เป็น ห.ร.ม. ของ a กับ 2b ซึ่ง p ไม่เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย จะได้ว่า $p|a$ และ $p|2b$ เนื่องจาก a เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ จะได้ว่า p เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ด้วย ดังนั้น p ไม่เป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกันกับ $1+i$ นั่นคือ 2 หารด้วย p ไม่ลงตัว จะได้ว่า b หารด้วย

p ลงตัว ดังนั้น ห.ร.ม. ของ a กับ b หารด้วย p ลงตัว ซึ่งขัดแย้งกับ a และ b เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน นั่นคือ a และ 2b เป็นจำนวน เฉพาะต่อกัน

❑

ทฤษฎีบทประกอบ 2.3 ให้ x , y เป็นจำนวนเต็มเกาส์ ซึ่ง $x = a+bi$, $y = c+di$, a,b,c,d ไม่เป็นศูนย์ ถ้า x และ y เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน แล้ว $|ad| \neq |bc|$

พิสูจน์ สมมุติว่า $|ad| = |bc|$ และให้ $|ad|$ แยกเป็นตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะได้ $p_1p_2p_3\cdots p_r$ โดยที่ p_j , $j = 1,2,3,\ldots,r$ ไม่จำเป็นต้องแตกต่างกัน ให้

$$|a| = P_{i_1} P_{i_2}\cdots P_{i_k} \quad , \quad |d| = P_{i_{k+1}} P_{i_{k+2}}\cdots P_{i_r}$$

$$|b| = P_{j_1} P_{j_2}\cdots P_{j_m} \quad , \quad |c| = P_{j_{m+1}} P_{j_{m+2}}$$

เนื่องจาก ถ้า $p_j \in \{P_{i_1}, P_{i_2},\ldots, P_{i_k}\}$ แต่ $p_j \notin \{P_{j_1}, P_{j_2},\ldots, P_{j_m}\}$ แล้ว

$p_j \in \{P_{j_{m+1}}, P_{j_{m+2}},\ldots, P_{j_r}\}$

และ ถ้า $p_{j'} \in \{P_{j_1}, P_{j_2},\ldots, P_{j_m}\}$ แต่ $p_{j'} \notin \{P_{i_1}, P_{i_2},\ldots, P_{i_k}\}$ แล้ว

$p_{j'} \in \{P_{i_{k+1}}, P_{j_{k+2}},\ldots, P_{i_r}\}$

และในทางกลับกันจะพิจารณาได้เช่นเดียวกัน ดังนั้น จะมี z ซึ่งไม่เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วยใน G เป็นตัวประกอบร่วมของ a+bi กับ c+di ซึ่งขัดแย้งกับ a+bi กับ c+di เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน นั่นคือ $|ad| = |bc|$

❑

3. ผลลัพธ์ที่สำคัญ

ในบทนี้จะกล่าวถึงทฤษฎีบทประกอบต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องนำไปช่วยในการแสดงว่าสมการ

$$x^4+2iy^4 = z^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ ซึ่งจะแสดงให้เห็นจริงในทฤษฎีบทสุดท้ายและเป็นทฤษฎีบทหลักของการวิจัยนี้ ก่อนอื่นจะให้นิยามของคำตอบปฐมฐาน (primitive solution) ของสมการ (1) ก่อน ถ้าสมาชิก a , b และ c ของ G เป็นคำตอบของสมการ (1) ซึ่ง $a^4+2ib^4 = c^2$ แล้ว จะกล่าวว่าอันดับสามชั้น (a,b,c) เป็นคำตอบของสมการ (1)

นิยาม 3.1 อันดับสามชั้น (a,b,c) ใน G จะเป็นคำตอบปฐมฐานของสมการ (1) ก็ต่อเมื่อ a , b ,c สอดคล้องสมการ (1) และแต่ละคู่ของ a , b , c เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

ทฤษฎีบทประกอบแรกจะแสดงให้เห็นว่า ถ้าสมการ (1) มีคำตอบ (x,y,z) ใน G ซึ่ง $xyz \neq 0$ แล้วสมการ (1) จะมีคำตอบ (a,b,c) ใน G ซึ่ง a , b ,c เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

ทฤษฎีบทประกอบ 3.1 ถ้า (x,y,z) ใน G ซึ่ง $xyz \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (1) แล้ว สมการ (1) จะมีคำตอบ (x_o,y_o,z_o) ใน G ซึ่ง x_o,y_o,z_o เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

พิสูจน์ สมมุติว่า อันดับสามชั้น (x,y,z) ใน G ซึ่ง $xyz \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (1) ให้ p , $N(p) > 1$ เป็น ห.ร.ม. ของ x , y , z เนื่องจาก

$$x^4+2iy^4 = z^2$$

หารตลอดด้วย p^4 จะได้

$$\frac{x^4}{p^4} + 2i\frac{y^4}{p^4} = \frac{z^2}{p^4}$$

หรือ

$$\left(\frac{x}{p}\right)^4 + 2i\left(\frac{y}{p}\right)^4 = \left(\frac{z}{p^2}\right)^2$$

ดังนั้น $\frac{x}{p}, \frac{y}{p}, \frac{z}{p^2}$ เป็นคำตอบของสมการ (1) เนื่องจาก $\left(\frac{x}{p}\right)^4 + 2i\left(\frac{y}{p}\right)^4$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ จะได้ว่า $\left(\frac{z}{p^2}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ด้วย ดังนั้นโดยทฤษฎีบทประกอบ 2.1 จะได้ว่า $\frac{z}{p^2}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ด้วยเช่นดียวกัน ถ้าให้

$$x_0 = \frac{x}{p}, \; y_0 = \frac{y}{p}, \; z_0 = \frac{z}{p^2}$$

จะได้ว่า (x_o,y_o,z_o) เป็นคำตอบของสมการ (1) ที่เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

❑

จากทฤษฎีบทประกอบ 3.1 จะเห็นว่าถ้าสมการ (1) มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ใน G แล้วเราสามารถเลือกคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ (x,y,z) ซึ่ง x,y,z เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน และยิ่งกว่านั้นเนื่องจาก x,y,z เป็นจำนวนเต็มเกาส์ เราสามารถเลือกคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ซึ่ง x,y,z เป็นจำนวนเฉพาะต่อกันและ $N(z)$ มีค่าน้อยสุดได้ด้วย จากคุณสมบัตินี้เราสามารถแสดงได้ว่า ถ้าสมการ (1) มีคำตอบ (x,y,z) ใน G ซึ่ง $xyz \neq 0$ แล้ว สมการ (1) จะมีคำตอบปฐมฐานเสมอ ดังทฤษฎีบทประกอบต่อไปนี้

ทฤษฎีบทประกอบ 3.2 ถ้า (x,y,z) ใน G ซึ่ง $xyz \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (1) แล้ว สมการ (1) จะมีคำตอบ (x_o,y_o,z_o) ใน G ซึ่ง $x_oy_oz_o \neq 0$ และ (x_o,y_o,z_o) เป็นคำตอบปฐมฐานของสมการ (1)

พิสูจน์ เลือก (x_o,y_o,z_o) , $x_oy_oz_o \neq 0$ ใน G เป็นคำตอบของสมการ (1) ซึ่ง $N(z_o)$ มีค่าน้อยที่สุด

ถ้า p , $N(p) > 1$ เป็น ห.ร.ม.ของ x_o,y_o จะมี x_1,y_1 ใน G ซึ่ง

$$x_o = x_1p \;,\; y_o = y_1p$$

ดังนั้น

$$(x_1p)^4 + 2i(y_1p)^4 = z_0^2$$

$$x_1^4p^4 + 2iy_1^4p^4 = z_0^2$$

$$x_1^4 + 2iy_1^4 = \frac{z_0^2}{p^4} = \left(\frac{z_0}{p^2}\right)^2$$

เนื่องจาก $x_1^4 + 2iy_1^4$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ จะได้ว่า $\left(\frac{z_0}{p^2}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ด้วย โดยทฤษฎีบทประกอบ 2.1 จะได้ว่า $\frac{z_0}{p^2}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ด้วย ดังนั้น $\left(x_1, y_1, \frac{z_0}{p^2}\right)$ เป็นคำตอบที่เป็นจำนวนเฉพาะต่อกันของสมการ (1) เนื่องจาก $N(p) > 1$ จะได้ว่า $N(z_0) > N\left(\frac{z_0}{p^2}\right)$ ซึ่งขัดแย้งกับ $N(z_0)$ มีค่าน้อยสุด ดังนั้น x_0, y_0 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

ถ้า q , $N(q) > 1$ เป็น ห.ร.ม. ของ y_0, z_0 จะมี y_2, z_2 ใน G ซึ่ง

$$y_0 = y_2q \ , \ z_0 = z_2q$$

ดังนั้น $$x_0^4 + 2iy_2^4q^4 = z_2^2q^2$$

$$\left(\frac{x_0^2}{q}\right)^2 = \frac{x_0^4}{q^2} = z_2^2 - 2iy_2^4q^2$$

เนื่องจาก $z_2^2 - 2iy_2^4q^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ จะได้ว่า $\left(\frac{x_0^2}{q}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ ดังนั้น $\frac{x_0^2}{q}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ด้วย นั่นคือ $q|x_0^2$ จะได้ว่ามีจำนวนเฉพาะ d ที่เป็นตัวประกอบของ q ซึ่ง $d|x_0$ ซึ่งขัดแย้งกับ x_0, y_0, z_0 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

ถ้า r , $N(r) > 1$ เป็น ห.ร.ม. ของ x_0, z_0 จะมี x_3, z_3 ใน G ซึ่ง

$$x_0 = x_3r \ , \ z_0 = z_3r$$

ดังนั้น $$(x_3r)^4 + 2iy_0^4 = (z_3r)^2$$

เนื่องจาก $$x_0^4 + 2iy_0^4 = z_0^2$$

$$2iy_0^4 = z_0^2 - x_0^4$$

เนื่องจาก $2iy_0^4$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ จะได้ว่า x_0 และ z_0 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ทั้งคู่ หรือ เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ทั้งคู่ ถ้า x_0 และ z_0 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ทั้งคู่ จะได้ว่า r เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ด้วย ดังนั้น r และ 1+i เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จาก

$$x_3^4r^4 + 2iy_0^4 = z_3^2r^2$$

จะได้ว่า $r^2 | 2iy_0^4$ ดังนั้น $r | (1+i)y_0^2$

จะได้ว่า $r | y_0^2$ ซึ่งขัดแย้งกับ x_o, y_o, z_o เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

ถ้า x_o และ z_o เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ทั้งคู่ ดังนั้น r จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ด้วย ให้ $r = (1+i)s$ แทนค่าใน

$$x_3^4r^4 + 2iy_0^4 = z_3^2r^2$$

จะได้ว่า $$(1+i)^4s^4x_3^4 + 2iy_0^4 = (1+i)^2s^2z_3^2$$

$$2is^4x_3^4 + y_0^4 = s^2z_3^2$$

ให้ $$x_4 = sx_3 \ , \ z_4 = sz_3$$

$$y_0^4 + 2ix_4^4 = z_4^2$$

จะได้ว่า (y_o, x_4, z_4) เป็นคำตอบของสมการ (1)

$$\begin{aligned} N(z_o) &= N(rz_3) \\ &= N[(1+i)sz_3] \\ &= N[(1+i)z_4] \\ &= 2N(z_4) \end{aligned}$$

ดังนั้น $N(z_o) > N(z_4)$ ซึ่งขัดแย้งกับ $N(z_o)$ มีค่าน้อยที่สุด นั่นคือ x_o, z_o เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จะได้ว่า (x_o, y_o, z_o) เป็นคำตอบปฐมฐานของสมการ (1)

❑

จากทฤษฎีบทประกอบ 3.1 และ 3.2 จะได้ว่า ถ้าสมการ (1) มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์แล้ว สมการ (1) จะมีคำตอบปฐมฐานในเซตจำนวนเต็มเกาส์เสมอ ดังนั้นในการพิสูจน์ต่อไปนี้ ถ้ากล่าวถึงคำตอบของสมการ (1) จะหมายถึงคำตอบปฐมฐาน

ถ้า (x,y,z) เป็นคำตอบของสมการ (1) จะเห็นว่า

$$2iy^4 = z^2 - x^4 = (z-x^2)(z+x^2)$$

จากผลที่ได้นี้เราสามารถแสดงได้ว่า 2 เป็น ห.ร.ม. ของ $z-x^2$ กับ $z+x^2$ ดังทฤษฎีบทประกอบต่อไปนี้

ทฤษฎีบทประกอบ 3.3 ถ้า (x,y,z) เป็นคำตอบของสมการ (1) ใน G แล้ว 2 จะเป็น ห.ร.ม. ของ $z-x^2$ กับ $z+x^2$

พิสูจน์ เนื่องจาก $x^4+2iy^4=z^2$

$$2iy^4 = z^2-x^4$$

จะได้ว่า z^2-x^4 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ ดังนั้น z และ x เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ทั้งคู่หรือเป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ทั้งคู่ แต่เนื่องจาก x และ z เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จะได้ว่า x และ z เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ทั้งคู่ ให้

$$x = \delta x_1+1 \ , \ z = \delta z_1+1 \ (\delta = 1+i)$$

จะได้ว่า

$$z-x^2 = \delta z_1-\delta^2x_1^2-2\delta x_1$$

$$z+x^2 = \delta z_1+\delta^2x_1^2+2\delta x_1+2$$

จะแสดงว่า z_1 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ เนื่องจาก

$$x^4+2iy^4=z^2$$

$$(x^2)^2+(\delta y^2)^2 = z^2$$

โดย [4] จะได้ว่ามี a,b ที่เป็นจำนวนเฉพาะต่อกันและ $(odd)_r$ ซึ่ง

$$x^2 = \frac{a^2-b^2}{2}, \quad \delta y^2 = \frac{a^2+b^2}{2}, \quad z = ab$$

จาก a , b เป็น $(odd)_r$ ให้

$$a = 2a_1+1+2ia_2 \ , \ b = 2b_1+1+2ib_2$$

เมื่อ a_1,a_2,b_1,b_2 เป็นจำนวนเต็ม $a_1>0$, $b_1>0$

$$\begin{aligned} z &= ab \\ &= [2a_1+1+2ia_2][2b_1+1+2ib_2] \\ &= 4a_1b_1+2a_1+2b_1-4a_2b_2+1+[2a_2(2b_1+1)+2b_2(2a_1+1)]i \\ &= 2[(2a_1b_1+a_1+b_1-2a_2b_2)+(a_2(2b_1+1)+b_2(2a_1+1)i]+1 \\ &= \delta z_1+1 \end{aligned}$$

ดังนั้น z_1 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ ให้ $z_1 = \delta z_2$ จะได้ว่า

$$z-x^2 = \delta^2z_2-\delta^2x_1^2-2\delta x_1$$

$$z+x^2 = \delta^2z_2+\delta^2x_1^2+2\delta x_1+2$$

ดังนั้น $2|(z-x^2)$ และ $2|(z+x^2)$

ให้ p เป็นจำนวนเต็มเกาส์ซึ่ง $N(p) > 1$ โดยที่

$$p|(z-x^2) \text{ และ } p|(z+x^2)$$

เนื่องจาก $2z = (z-x^2) + (z+x^2)$

$$2x^2 = (z+x^2) - (z-x^2)$$

จะได้ว่า $p|2z$ และ $p|2x^2$

สมมุติว่า p หาร 2 ไม่ลงตัว จะได้ว่า p ไม่เป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกัน (associate) กับ δ และ $p \neq 2$ ถ้า p เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า p และ 2 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ดังนั้น $p|z$ และ $p|x$ ซึ่งขัดแย้งกับ z และ x เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ดังนั้น p ไม่เป็นจำนวนเฉพาะ ถ้า 2 เป็นตัวประกอบของ p จะมีตัวประกอบที่เป็นจำนวนเฉพาะของ p ซึ่งหาร z และ x ลงตัว ซึ่งขัดแย้งกับ z และ x เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ถ้า δ เป็นตัวประกอบของ p แต่ 2 ไม่เป็นตัวประกอบของ p ให้ $p = \delta q$ จะได้ว่า $q|\delta z$ และ $q|\delta x^2$ จาก 2 ไม่เป็นตัวประกอบของ p จะได้ว่า δ และ q เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ดังนั้น $q|z$ และ $q|x$ ซึ่งขัดแย้งกับที่กำหนดให้ ถ้า δ และ 2 ไม่เป็นตัวประกอบของ p จะได้ว่า p และ 2 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน $p|z$ และ $p|x$ ซึ่งขัดแย้งกับที่กำหนดให้ ดังนั้น $p|2$ นั่นคือ 2 เป็น ห.ร.ม. ของ $z-x^2$ และ $z+x^2$

❑

จาก 2 เป็น ห.ร.ม. ของ $z-x^2$ และ $z+x^2$ จะทำให้สามารถพิสูจน์ทฤษฎีบทที่สำคัญที่แสดงว่าสมการ (1) ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ ดังนี้

ทฤษฎีบท 3.4 สมการ $x^4+2iy^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบ (x,y,z) ซึ่ง $xyz \neq 0$ ในเซตจำนวนเต็มเกาส์

พิสูจน์ สมมุติว่าสมการ (1) มีคำตอบ (x,y,z) ใน G ซึ่ง $xyz \neq 0$ ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ โดยทฤษฎีบทประกอบ 3.1 และ 3.2 สามารถเลือก (x,y,z) ซึ่งเป็นคำตอบปฐมฐานและ N(z) มีค่าน้อยสุด โดยทฤษฎีบทประกอบ 3.3 จะได้ว่า 2 เป็น ห.ร.ม. ของ $z-x^2$ และ $z+x^2$ ดังนั้นจะมี p,q ใน G ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน และ

$$z-x^2 = 2p \ , \ z+x^2 = 2q$$

จาก $x^4+2iy^4 = z^2$

$$\begin{aligned} 2iy^4 &= z^2-x^4 \\ &= (z-x^2)(z+x^2) \\ &= 4pq \end{aligned}$$

เนื่องจาก p,q เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จะได้ว่าอย่างน้อย p หรือ q ต้องเป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ สมมุติว่าเป็น q โดยทฤษฎีบทประกอบ 2.2 จะแสดงได้ว่า -2ip และ q เป็นจำนวนเฉพาะต่อกันด้วย ดังนั้นจะมีจำนวนเต็มเกาส์ u และ v ซึ่ง

$$-2ip = u^4 \ , \ q = v^4$$

ดังนั้น

$$z-x^2 = 2\left(\frac{u^4}{-2i}\right) = iu^4$$

$$z+x^2 = 2v^4$$

$$2ix^2 = 2iv^4+u^4$$

จะได้ว่า $u^4+2iv^4 = (\delta x)^2$ ดังนั้น $(u,v,\delta x)$ เป็นคำตอบของสมการ (1)

ต่อไปจะแสดงว่า $N(z) > N(\delta x)$

เนื่องจาก

$$x^4+2iy^4 = z^2$$

$$(x^2)^2+(\delta y^2)^2 = z^2$$

โดย [4] จะได้ว่ามี a,b เป็นจำนวนเต็มเกาส์ $(odd)_r$ ที่มีส่วนจริงเป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ซึ่ง

$$x^2 = \frac{a^2 - b^2}{2i}$$

$$\delta y^2 = \frac{a^2 + b^2}{2}$$

$$z = ab$$

จาก

$$x^2 = \frac{a^2 - b^2}{2i}$$

$$2ix^2 = a^2-b^2$$

$$(\delta x)^2+b^2 = a^2$$

จะได้ว่า มี p,q ใน G ซึ่งเป็น $(odd)_r$ มีส่วนจริงเป็นจำนวนเต็มบวกและเป็นจำนวนเฉพาะต่อกันซึ่ง

$$\delta x = \frac{p^2-q^2}{2i}$$

$$b = \frac{p^2+q^2}{2}$$

$$a = pq$$

$$z = pq\left(\frac{p^2+q^2}{2}\right)$$

สมมุติว่า $p = m+ni \ , \ q = r+si$

$$\delta x = \frac{p^2-q^2}{2i} = \frac{(p-qi)(p+qi)}{2i}$$
$$= \frac{[(m-r)+(n-s)i][(m+r)(n+s)i]}{2i}$$
$$N(\delta x) = \frac{(m^2+n^2+r^2+s^2)^2-4(mr+ns)^2}{4}$$
$$N(z) = (m^2+n^2)(r^2+s^2)\frac{\left[(m^2+n^2+r^2+s^2)^2-4(ms-nr)^2\right]}{4}$$

เนื่องจาก m,r เป็นจำนวนเต็มบวกคี่ n,r เป็นจำนวนเต็มคู่ จะได้ว่า $(m^2+n^2+r^2+s^2)^2$ เป็นพหุคูณของ 4 และ $N(z) > 0$ ดังนั้น

$$(m^2+n^2+r^2+s^2)^2 > 4(ms-nr)^2$$

นั่นคือ จะมีจำนวนเต็มบวก n' ซึ่ง

$$(m^2+n^2+r^2+s^2)^2 - 4(ms-nr)^2 = 4n'$$
$$N(z)-N(\delta x) = (m^2+n^2)(r^2+s^2)n'-(ms-nr)-n'+(mr+ns)^2$$

เนื่องจาก p,q เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน จะได้ว่า $p \neq 0$, $q \neq 0$ ดังนั้น $N(z)-N(\delta x)$ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $n' = 1$ จะได้ว่า

$$N(z)-N(\delta x) = (m^2+n^2)(r^2+s^2)-(ms-nr)^2-1+(mr+ns)^2$$
$$= m^2r^2+m^2s^2+n^2r^2+n^2s^2-m^2s^2-n^2r^2+2mnrs-1+(mr+ns)^2$$
$$= 2(mr+ns)^2-1$$

โดยทฤษฎีบทประกอบ 2.3 จะได้ว่า $mr+ns \neq 0$ ดังนั้น $2(mr+ns)^2-1 > 0$ นั่นคือ $N(z) > N(\delta x)$ ซึ่งขัดแย้งกับ $N(z)$ มีค่าน้อยที่สุด ดังนั้นสมการ $x^4+2iy^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบ (x,y,z) ซึ่ง $xyz \neq 0$ ในเซตจำนวนเต็มเกาส์

❑

4. บทสรุป

จากทฤษฎีบท 3.4 ได้แสดงว่าสมการ $x^4+2iy^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ จากผลที่ได้นี้จะเห็นว่าวิธีการพิสูจน์นี้นอกจากจะเป็นการแสดงว่าสมการ (1) ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์แล้วยังเป็นการแสดงว่าสมการในรูป

$$x^{4n}+2iy^{4n} = z^{2n} \qquad \ldots\ldots\ldots (2)$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย เนื่องจาก ถ้า (x_o,y_o,z_o) ซึ่ง $x_oy_oz_o \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (2) ใน G แล้ว (x_0^n,y_0^n,z_0^n) จะเป็นคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ของสมการ (1) ด้วย

จากที่ได้ว่าสมการ (1) ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ จะช่วยให้สามารถแสดงได้ว่าสมการ

$$x^4+2iy^4 = z^4 \qquad \ldots\ldots\ldots (3)$$

ไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย เนื่องจาก ถ้า (x_1,y_1,z_1) , $x_1y_1z_1 \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ (3) ใน G แล้ว (x_1,y_1,z_1^2) จะเป็นคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ของสมการ (1) ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย และในทำนองเดียวกัน จะสามารถแสดงได้ว่าสมการในรูป

$$x^{4n}+2iy^{4n} = z^{4n}$$

เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะไม่มีคำตอบที่ไม่เป็นศูนย์ในเซตจำนวนเต็มเกาส์ด้วย

กิติกรรมประกาศ

ในการวิจัยครั้งนี้ คณะผู้วิจัยได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปีงบประมาณ 2536 จึงขอขอบคุณมหาวิทยาลัยขอนแก่นที่ให้ทุนอุดหนุนนการวิจัยครั้งนี้ ขอขอบคุณภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ห้องสมุดคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ห้องสมุดภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย ห้องสมุดคณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย ที่ให้ความสะดวกเกี่ยวกับสถานที่ หนังสือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าสำหรับการวิจัย ขอขอบคุณผู้ที่ให้ความช่วยเหลือที่ไม่ได้กล่าวนามไว้ ณ ที่นี้ ซึ่งมีส่วนช่วยเหลือให้งานวิจัยครั้งนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

บรรณานุกรม

[1] เที่ยง ภูมิสะอาด และ ปฤษณา กลับอุดม **ผลเฉลยของสมการ $x^4+(1+i)y^4 = z^2$ ในเซตจำนวนเต็มเกาส์** รายงานการวิจัยฉบับสมบูรณ์ เสนอต่อมหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปีงบประมาณ 2535

[2] A.O. Gelfond, **Solving Equation in Integers,** English translation Mir Publishers, Moscow, 1981.

[3] Ivan Niven and H.S. Zuckerman, **An Introduction to the Theory of numbers,** Fouth Edition, John Wiley & son, 1980.

[4] James T. Cross, **Primitive Pythagorean Triples of Gaussian Integers,** Mathematics Magazine, vol.59, no 2, 1989, 106-110.

[5] Robert C. Thomson and Adil Yaqub, **Introduction to Abstract Algebra,** Scott, Foresman and Company, 1970.

□□□□□

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 230 - 236

การแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้ายบน $L(\Re^n)$
(Left Factorizable on $L(\Re^n)$)

ประกิต จำปาชนม์ [1]

ปฤษณา กลับอุดม [2]

บทคัดย่อ

เราเรียกเซมิกรุป S ว่าเซมิกรุปที่แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ถ้ามีกรุปย่อย G ของ S ซึ่งทำให้ S = GE(S) โดยที่ E(S) เป็นเซตของไอเดมโพเทนต์ทั้งหมดของ S ในงานวิจัยนี้ เราให้ลักษณะของเซมิกรุปของการแปลงเชิงเส้น L(V) ที่แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ดังนี้ เซมิกรุปของการแปลงเชิงเส้น L(V) จะแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ก็ต่อเมื่อ V มีมิติจำกัด ยิ่งกว่านั้น สำหรับจำนวนเต็มบวก n ใดๆ เซมิกรุป $L(\Re^n)$ จะแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย

Abstract

We call a semigroup S is left factorizable if there exists a subgroup G of S such that S = GE(S) where E(S) is the set of all idempotents of S. In this research, we characterize left factorizable linear transformation semigroup L(V) where V is a vector space over any field as follows : The linear transformation semigroup L(V) is left factorizable if and only if V has finite dimension. In particular, for any positive integer n, the semigroup $L(\Re^n)$ is left factorizable.

---

1 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

2 ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

บทนำ

ในปี ค.ศ. 1974 Chen และ Hsieh [1] ได้ศึกษาเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟกเตอร์ได้ และในปี ค.ศ. 1979 ยุพาภรณ์ ถิระศุภะ [5] และ ค.ศ. 1981 ยุพาภรณ์ เข็มประสิทธิ์ [3] ได้ศึกษาเซมิกรุปของการแปลงที่แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย โดยในงานวิจัย [5] ได้ผลสรุปว่า เซมิกรุปของการแปลงบนเซต X จะแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ก็ต่อเมื่อ X เป็นเซตจำกัด ในงานวิจัยชิ้นนี้คณะผู้วิจัยได้ศึกษาการแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้ายของเซมิกรุปของการแปลงเชิงเส้นบนปริภูมิเวกเตอร์ V บนสนาม F ใดๆ ซึ่งได้ผลสรุปว่า เซมิกรุปของการแปลงเชิงเส้นบนปริภูมิเวกเตอร์ V บนสนาม F จะแยกแฟกเตอร์ทางซ้ายได้ ก็ต่อเมื่อ V มีมิติจำกัด

1. ความรู้พื้นฐาน

ให้ S เป็นเซมิกรุป เซตย่อย G ของ S จะเรียกว่ากรุปย่อย (subgroup) ของ S ถ้า G เป็นกรุป (group) ภายใต้การดำเนินการทวิภาค (binary operation) เดียวกันของ S สำหรับ สมาชิก a ของ S จะเรียกว่า ไอเดมโพเทนต์ (idempotent) ถ้า $a^2 = a$ และให้ $E(S)$ คือเซตของไอเดมโพเทนต์ทั้งหมดของ S นั่นคือ $E(S) = \{a \in S \mid a^2 = a\}$ สมาชิก e ของ S จะเรียกว่าเอกลักษณ์ทางซ้าย (left identity) ถ้า $es = s$ ทุกสมาชิก $s \in S$ และจะเรียกว่า เอกลักษณ์ทางขวา (right identity) ถ้า $se = s$ ทุกสมาชิก $s \in S$ สมาชิกของ S จะเรียกว่าเอกลักษณ์ (identity) ถ้าเป็นทั้งเอกลักษณ์ทางซ้ายและเอกลักษณ์ทางขวา ให้ S เป็น เซมิกรุปที่มีเอกลักษณ์ 1 และ $G = \{ a \in S \mid ab = ba = 1$ สำหรับบาง $b \in S \}$ จะได้ว่า G เป็นกรุปย่อยที่ใหญ่ที่สุดของ S ที่มี 1 เป็นเอกลักษณ์ และเรียก G ว่ากรุปหนึ่งหน่วย (unit group) ของ S

ให้ S เป็นเซมิกรุป จะเรียก S ว่าแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ถ้ามีกรุปย่อย G ของ S ซึ่ง S = GE(S) เห็นได้ชัดว่าทุกกรุปแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ให้ S = [0,1] จะได้ว่า (S,min) และ (S,max) เป็นเซมิกรุปที่แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย

ทฤษฎีบทประกอบ 1 ถ้าเซมิกรุป S แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้ายเป็น S = GE(S) แล้ว G จะเป็นกรุปย่อยใหญ่สุดเฉพาะกลุ่มของ S และถ้า S มีเอกลักษณ์ 1 จะได้ว่า G เป็นกรุปหนึ่งหน่วยของ S

พิสูจน์ ดูใน [5]

ปริภูมิเวกเตอร์ (Vector Space)

ในงานวิจัยนี้จะให้ V แทนปริภูมิเวกเตอร์บนสนาม (field) F ใด ๆ เซตย่อยจำกัด $\{x_1, x_2, x_3, \ldots x_n\}$ ของ V จะเรียกว่าอิสระเชิงเส้น (linearly independent) ถ้า $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \ldots + a_nx_n = 0$ แล้ว $a_i = 0$ ทุก $i = 1,2,3, \ldots, n$ และ $a_i \in F$ ในกรณีทั่วไปเซตย่อย $\{e_i \mid i \in I\}$ จะเรียกว่าอิสระเชิงเส้น ถ้าทุกเซตย่อยจำกัดของ $\{e_i \mid i \in I\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้น เซตย่อย $\{e_i \mid i \in I\}$ ของ V จะเรียกว่ามูลฐาน (basis) ของ V ถ้า $\{e_i \mid i \in I\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้นใหญ่สุดเฉพาะกลุ่ม (maximal linearly independent set) และเรียก $|\{e_i \mid i \in I\}|$ จำนวนเชิงการนับ (cardinal number) ของ เซตมูลฐานว่า มิติ (dimension) ของปริภูมิเวกเตอร์ V และเขียนแทนด้วย dimV ต่อไปจะใช้สัญลักษณ์ $\{e_i\}$ แทน $\{e_i \mid i \in I\}$

ถ้า S เป็นเซตย่อยของ V ปริภูมิย่อยของ V ที่ก่อกำเนิดโดยเซต S จะเขียนแทนด้วย <S> เป็นปริภูมิย่อยของ V ที่เล็กที่สุดที่มี S เป็นเซตย่อย ซึ่งสมาชิกของ <S> จะอยู่ในรูปผลบวกเชิงเส้น แบบจำกัดของสมาชิกของ S ถ้า $\{e_i\}$ เป็นมูลฐานของปริภูมิเวกเตอร์ V แล้ว $V = \langle\{e_i\}\rangle$ และสมาชิกของ V จะเขียนอยู่ในรูปผลบวกเชิงเส้นแบบจำกัดของสมาชิกของ $\{e_i\}$ ได้เพียงแบบเดียวกล่าวคือ สำหรับ $v \in V$ จะมีสเกล่าร์ $a_1, a_2, \ldots a_n$ เพียงชุดเดียวที่ $v = a_1e_{i_1}+a_2e_{i_2}+\ldots+a_ne_{i_n}$ [ดูใน [4] หน้า 200] เพื่อความสะดวกจะใช้สัญลักษณ์ Σa_ie_i แทนผลบวก เชิงเส้นแบบจำกัดดังกล่าว

ถ้า A และ B เป็นปริภูมิย่อยของปริภูมิเวกเตอร์ V จะกล่าวว่า V เป็นผลบวกตรง (direct sum) ของ A และ B เขียนแทนด้วย $V = A \oplus B$ ถ้า $V = A+B$ และ $A \cap B = \{0\}$

ถ้า $\{e_i\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้นใน V จะสามารถขยาย $\{e_i\} \cup \{e_j\}$ เป็นมูลฐานของ V [Theorem A. หน้า 197 ใน [4]]

การแปลงเชิงเส้น (Linear Transformations)

ให้ V เป็นปริภูมิเวกเตอร์บนสนามใด ๆ ฟังก์ชัน α จาก V ไปยัง V จะเรียกว่าการแปลงเชิงเส้น ถ้า $(x+y)\alpha = x\alpha + y\alpha$ และ $(ax)\alpha = a(x\alpha)$ สำหรับเวกเตอร์ x,y และสเกล่าร์ a ($x\alpha$ คือ ค่าของ α ที่ x เป็นสัญลักษณ์ที่นิยมใช้ใน เซมิกรุป) ให้ L(V) แทนเซตของการแปลงเชิงเส้นทั้งหมดใน V

นั่นคือ $L(V) = \{ \alpha \mid \alpha$ เป็นการแปลงเชิงเส้นจาก V ไปยัง V $\}$
จะได้ว่า L(V) ภายใต้คอมโพสิคฟังก์ชัน จะเป็นเซมิกรุปที่มีเอกลักษณ์ 1_V ซึ่งจะเขียน 1 แทน 1_V ฟังก์ชันเอกลักษณ์บน V ต่อไปสัญลักษณ์ α,β,γ จะแทนสมาชิกของ L(V) x,y,e จะแทนเวกเตอร์ และ a,b,c จะแทนสเกล่าร์ สำหรับ $\alpha \in L(V)$ ให้ ker α แทน เคอเนอของ α และ Im α แทนอิมเมจ α จะเห็นว่า ker α และ Im α เป็นปริภูมิย่อยของ V

ให้ $GL(V) = \{ \alpha \in L(V) \mid \alpha$ เป็นฟังก์ชัน 1-1 และ onto $\}$ จะได้ว่า GL(V) เป็นกรุปย่อยหนึ่งหน่วยของ L(V) ที่มี 1 เป็นเอกลักษณ์

ทฤษฎีบทต่อไปจะให้ลักษณะของการแปลงเชิงเส้นที่เป็นไอเดมโพเทนต์

ทฤษฎีบทประกอบ 2 ให้ $\alpha \in L(V)$ จะได้ว่า $\alpha^2 = \alpha$ ก็ต่อเมื่อ $x\alpha = x$ ทุกเวกเตอร์ $x \in$ Im α

พิสูจน์ ให้ $\alpha \in L(V)$

ถ้า $\alpha^2 = \alpha$ แล้วจะได้ว่า สำหรับ $x \in$ Im α จะมี $x' \in V$ ที่ $x'\alpha = x$ ทำให้

$$x\alpha = ((x'\alpha)\alpha) = x'\alpha^2 = x'\alpha = x$$

นั่นคือ $x\alpha = x$ ทุกเวกเตอร์ $x \in$ Im α

สมมติให้ $x\alpha = x$ ทุกเวกเตอร์ $x \in$ Im α จะได้ว่า สำหรับ x ใด ๆ ใน V $x\alpha \in$ Im α ทำให้ $(x\alpha)\alpha = x\alpha$ นั่นคือ $\alpha^2 = \alpha$ ❑

จากทฤษฎีบทประกอบนี้ทำให้ได้ว่า

$E(L(V)) = \{ \alpha \in L(V) \mid x\alpha = x \quad \forall x \in$ Im $\alpha \}$

ทฤษฎีบทประกอบ 3 ให้ V เป็นปริภูมิเวกเตอร์ $B = \{e_i\}$ เป็นมูลฐานของ V และ α เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง V จะมีการแปลงเชิงเส้น α' จากV ไปยัง V เพียงฟังก์ชันเดียวเท่านั้นที่ $e_i\alpha' = e_i\alpha$ ทุกค่า i

พิสูจน์ ให้ α เป็นฟังก์ชันจาก B ไปยัง V กำหนดฟังก์ชัน $\alpha' : V \rightarrow V$ โดย

สำหรับ $x = \Sigma a_i e_i \in V$ ให้ $x\alpha' = \Sigma a_i(e_i\alpha)$

เห็นได้ชัดว่า $e_i\alpha' = e_i\alpha$ ทุก i สำหรับ $x = \Sigma a_i e_i$,$y = \Sigma b_i e_i$ ใน V และสเกล่าร์ a, b จะได้ว่า

$$\begin{aligned}(ax+by)\alpha' &= (a\Sigma a_i e_i + b\Sigma b_i e_i)\alpha' \\ &= (\Sigma(aa_i + bb_i)e_i)\alpha' \\ &= \Sigma(aa_i + bb_i)(e_i\alpha) \\ &= a(\Sigma a_i(e_i\alpha)) + b(\Sigma b_i(e_i\alpha)) \\ &= a(x\alpha') + b(y\alpha')\end{aligned}$$

ดังนั้น $\alpha' \in L(V)$

สมมติว่า β เป็นการแปลงเชิงเส้นจาก V ไปยัง V ที่ $e_i\beta = e_i\alpha$ ทุก i จะได้ว่า

สำหรับ $x = \Sigma a_i e_i \in V$

$$x\beta = (\Sigma a_i e_i)\beta = \Sigma a_i(e_i\beta) = \Sigma a_i(e_i\alpha) = x\alpha'$$

นั่นคือ $\beta = \alpha'$ ❑

ทฤษฎีบทประกอบ 4 ให้ V เป็นปริภูมิเวกเตอร์ที่มีมิติจำกัด และ $\alpha \in L(V)$ ให้ $\{x_1, x_2, x_3, \ldots x_m\}$ เป็นมูลฐานของ Im α สำหรับแต่ละ i เลือก $d_{x_i} \in V$ ซึ่ง $d_{x_i}\alpha = x_i$ จะได้ว่า $A = \{d_{x_1}, d_{x_2}, d_{x_3}, \ldots, d_{x_m}\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้น และ $V = \langle A\rangle \oplus \ker \alpha$

พิสูจน์ ถ้า $\Sigma a_i d_{x_i} = 0$ แล้วจะได้ $0 = 0\alpha = (\Sigma a_i d_{x_i})\alpha = \Sigma a_i(d_{x_i}\alpha) = \Sigma a_i x_i$

เนื่องจาก $\{x_1, x_2, x_3, \ldots x_m\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้น ทำให้ $a_i = 0$ ทุก i นั่นคือ A เป็นเซตอิสระเชิงเส้น

ต่อไปจะแสดงว่า $V = \langle A\rangle \oplus \ker \alpha$ ให้ $x \in V$ ดังนั้น $x\alpha \in \text{Im } \alpha$ ทำให้

$$x\alpha = \Sigma a_i x_i = \Sigma a_i(d_{x_i}\alpha)$$

ดังนั้น $x - \Sigma a_i d_{x_i} \in \ker \alpha$

และทำให้ได้ว่า $x = \Sigma a_i d_{x_i} + (x - \Sigma a_i d_{x_i}) \in \langle A\rangle + \ker \alpha$

เนื่องจาก $\{x_1, x_2, x_3, \ldots x_m\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้น ทำให้ $\langle A\rangle \cap \ker \alpha = \{0\}$

นั่นคือ $V = \langle A\rangle \oplus \ker \alpha$ ❑

2. ผลลัพธ์ที่สำคัญ (Main Results)

ผลลัพธ์ที่สำคัญของการวิจัยนี้ จะเป็นการศึกษาถึงลักษณะของปริภูมิเวกเตอร์ V ที่ทำให้ L(V) แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย

เนื่องจาก L(V) เป็นเซมิกรุปที่มี GL(V) เป็นกรุปย่อยหนึ่งหน่วย ดังนั้นโดยทฤษฎีบทประกอบ 1 จะได้ว่า L(V) แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ก็ต่อเมื่อ L(V) = GL(V)E(L(V))

ทฤษฎีบท 1 ถ้า V เป็นปริภูมิเวกเตอร์ที่มีมิติจำกัด แล้ว L(V) จะแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย

พิสูจน์ ให้ V เป็นปริภูมิเวกเตอร์ที่มีมิติจำกัดสมมติว่าเป็น n จะแสดงว่า L(V) = GL(V)E(L(V)) โดยที่ GL(V) และ E(L(V)) เป็นกรุปย่อยหนึ่งหน่วยและ เซตของไอเดมโพเทนต์ทั้งหมดของ V ตามลำดับ

ให้ $\alpha \in L(V)$ และเลือก $\{x_1,x_2,x_3,\ldots x_m\}$ เป็นมูลฐานของ Im α

สำหรับแต่ละ $i \in \{1,2,3,\ldots,m\}$ เลือก $d_{x_i} \in V$ ซึ่ง $d_{x_i}\alpha = x_i$ โดยทฤษฎีบทประกอบ 4 จะได้ว่า $A = \{d_{x_1}, d_{x_2}, d_{x_3},\ldots,d_{x_m}\}$ เป็นเซตอิสระเชิงเส้น และ $V = \langle A \rangle \oplus \ker \alpha$ ให้ $\{y_1,y_2,y_3,\ldots y_k\}$ เป็นมูลฐานของ ker α จะได้ว่า

$$B_1 = \{d_{x_1}, d_{x_2}, d_{x_3},\ldots,d_{x_m}\} \cup \{y_1,y_2,y_3,\ldots y_k\}$$

เป็นมูลฐานชุดหนึ่งของ V

เนื่องจาก $\{x_1,x_2,x_3,\ldots x_m\}$ เป็นมูลฐานของ Im α จะสามารถขยาย

$$B_2 = \{x_1,x_2,x_3,\ldots x_m\} \cup \{z_1,z_2,z_3,\ldots z_k\}$$

เป็นมูลฐานของ V

กำหนดฟังก์ชัน $\gamma : B_1 \rightarrow B_2$ โดย

$$d_{x_i}\gamma = x_i \text{ สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,m\}$$

$$y_i\gamma = z_i \text{ สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,k\}$$

โดยทฤษฎีบทประกอบ 3 จะมีการแปลงเชิงเส้น γ' จาก V ไปยัง V ซึ่ง

$$d_{x_i}\gamma' = x_i \text{ สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,m\}$$

$$y_i\gamma' = z_i \text{ สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,k\}$$

เนื่องจาก B_1 และ B_2 เป็นมูลฐานของ V และ $\gamma : B_1 \rightarrow B_2$ เป็น 1-1 และ onto จะได้ว่า γ' เป็น 1-1 และ onto นั่นคือ $\gamma' \in GL(V)$ กำหนดฟังก์ชัน $\beta : B_2 \rightarrow \text{Im } \alpha$ โดย

$$x_i\beta = x_i \text{ สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,m\}$$

$$z_i\beta = 0 \text{ สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,k\}$$

ยทฤษฎีบทประกอบ 3 จะมีการแปลงเชิงเส้น β' จาก V ไปยัง Im α ซึ่ง

$$x_i\beta' = x_i \quad \text{สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,m\}$$

$$z_i\beta' = 0 \quad \text{สำหรับแต่ละ } i \in \{1,2,3,\ldots,k\}$$

นได้โดยง่ายว่า สำหรับ $v \in$ Im α , $v\beta' = v$ โดยทฤษฎีบทประกอบ 2 จะได้ว่า $\beta' \in E(L(V))$

ต่อไปจะแสดงว่า $\alpha = \gamma'\beta'$ ให้ $x \in V$ เนื่องจาก $B_1 = \{d_{x_1}, d_{x_2}, d_{x_3}, \ldots, d_{x_m}\} \cup \{y_1, y_2, y_3, \ldots y_k\}$

นมูลฐานชุดหนึ่งของ V ดังนั้น $x = \Sigma a_i d_{x_i} + \Sigma b_j y_j$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} x\alpha &= (\Sigma a_i d_{x_i} + \Sigma b_j y_j)\alpha \\ &= \Sigma a_i d_{x_i}\alpha + \Sigma b_j y_j \alpha \\ &= \Sigma a_i x_i + 0 \\ &= \Sigma a_i x_i \beta' + \Sigma b_j z_j \beta' \\ &= \Sigma a_i d_{x_i}\gamma'\beta' + \Sigma b_j y_j \gamma'\beta' \\ &= (\Sigma a_i d_{x_i} + \Sigma b_j y_j)\gamma'\beta' \\ &= x\gamma'\beta' \end{aligned}$$

นคือ $\alpha = \gamma'\beta' \in GL(V)E(L(V))$ แต่เนื่องจาก GL(V) และ E(L(V)) ต่างก็เป็นเซตย่อยของ L(V)
ดังนั้น L(V) = GL(V)E(L(V)) ❑

ฤษฎีบท 2 ถ้า L(V) แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย แล้ว V มีมิติจำกัด

สูจน์ ให้ L(V) แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย จะแสดงว่า V มีมิติจำกัด

สมมติว่าไม่จริง นั่นคือ V มีมิติอนันต์ ให้ $B = \{e_i\}$ เป็นมูลฐานของ V ดังนั้น $|B| \geq \aleph_0$ เมื่อ $\aleph_0$ อจำนวนเชิงการนับของจำนวนเต็มบวก เลือก $e_0 \in B$ เนื่องจาก B เป็นเซตอนันต์ จะได้ว่า $|B| = |B-\{e_0\}|$ งนั้นจะมีฟังก์ชัน α ซึ่งเป็น 1-1 และ onto จาก Bไปยัง $B-\{e_0\}$ โดยทฤษฎีบทประกอบ 3 จะสามารถ ยายฟังก์ชัน α ขึ้นเป็นการแปลงเชิงเส้น α' จาก Vไปยัง V นั่นคือ $\alpha' \in L(V)$ เนื่องจาก L(V) แยก ฟกเตอร์ได้ทางซ้าย เป็น L(V) = GL(V)E(L(V)) ทำให้ $\alpha' = \gamma\beta$ บางค่า $\gamma \in GL(V)$ และ $\in E(L(V))$ เนื่องจากฟังก์ชัน α เป็น 1-1 และ B เป็นอิสระเชิงเส้น จะทำให้การแปลง งเส้น α' เป็น 1-1 ด้วย ดังนั้น $\beta = \gamma^{-1}\alpha'$ จะเป็น 1-1 สำหรับ $v \in V$ จะได้ว่า $v\beta^2 = v\beta$ าให้ $v\beta = v$ นั่นคือ β เป็นฟังก์ชันเอกลักษณ์บน V เป็นผลให้ $\alpha' = \gamma \in GL(V)$ เนื่องจาก $_0 \in V = \text{Im } \gamma = \text{Im } \alpha'$ ดังนั้นจะมี $v_0 \in V$ ซึ่ง $v_0\alpha' = e_0$ เนื่องจาก B เป็นมูลฐานของ V ดังนั้น $_0 = \Sigma a_i e_i$ ทำให้

$$e_0 = v_0\alpha' = (\Sigma a_i e_i)\alpha' = \Sigma a_i(e_i\alpha') = \Sigma a_i(e_i\alpha) = \Sigma a_i e_j$$

เมื่อ $e_j = e_i\alpha \in B-\{e_0\}$ ซึ่งขัดแย้งกับ B เป็นเซตอิสระเชิงเส้น

ดังนั้น V มีมิติจำกัด ❑

ทฤษฎีบท 3 L(V) จะแยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย ก็ต่อเมื่อ V มีมิติจำกัด

พิสูจน์ ได้จากทฤษฎีบทที่ 1 และทฤษฎีบทที่ 2 ❑

สำหรับจำนวนเต็มบวก n จะเห็นว่า $\Re^n$ เป็นปริภูมิเวกเตอร์บนจำนวนจริงที่มีมิติ n ดังนั้น โดย ทฤษฎีบทที่ 3 เราจะได้ว่า $L(\Re^n)$ แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้าย

บทแทรก $L(\Re^n)$ แยกแฟกเตอร์ได้ทางซ้ายสำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n

❑

กิติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้สำเร็จลงได้ด้วยการสนับสนุนทุนอุดหนุนการวิจัย จากมหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปีงบประมาณ 2536 คณะผู้วิจัยขอขอบคุณมหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ให้ทุนอุดหนุนการวิจัยครั้งนี้ นอกจากนี้คณะผู้วิจัยขอขอบคุณภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่นที่ให้ความสะดวกในด้านอุปกรณ์การพิมพ์ จนทำให้งานวิจัยชิ้นนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี

บรรณานุกรม

1. Chen, S.Y. and S.C. Hsieh, Factorizable Inverse Semigroups, **Semigroup Forum** 8(1974), 283 - 297.
2. Clifford, A.H. and G.B. Preston, **The Algebraic Theory of Semigroups,** No.7, Vol. I (1961) and Vol. II (1967), Amer. Math. Soc., Providence, R.I.
3. Kemprasit, Yupaporn, A Note on Factorizable Transformation Semigroups, **Semigroup Forum.** 22(1981), 189-190.
4. Simmons, G.F., **Introduction to Topology and Modern Analysis,** McGraw-Hill Inc., (1963).
5. Tirasupa, Yupaporn, Factorizable Transformation **Semigroups, Semigroup Forum,** Vol.18 (1979), 15-19.

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 237 - 246

การแก้สมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ในจำนวนเต็มเกาส์

Solving Equation $x^4 - y^4 = z^2$ in Gaussian Integers

สมจิต โชติชัยสถิตย์ *

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้พิสูจน์ว่า

สมการ $x^4-y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$

สมการ $x^4-y^4 = z^4$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$

สมการ $x^4-y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$

สมการ $x^4+y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$ ยกเว้น $x^4 = y^4 = z^2$

สมการ $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์

Abstract

In this research we can prove that

the equation $x^4 - y^4 = z^2$ has no solution in the Gaussian integer when $xyz \neq 0$.

the equation $x^4 - y^4 = z^4$ has no solution in the Gaussian integer when $xyz \neq 0$.

the equation $x^4 - y^4 = 2z^2$ has no solution in the Gaussian integer when $xyz \neq 0$.

the equation $x^4 + y^4 = 2z^2$ has no solution in the Gaussian integer when $xyz \neq 0$ except $x^4 = y^4 = z^2$.

the equation $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ has no solution in the Gaussian integer.

---

* *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

1 บทนำ

ในศตวรรษที่ 16 นักคณิตศาสตร์ชื่อ Pierre de Fermat ได้พิสูจน์ว่า สมการ $x^4-y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มบวก

ในที่นี้ต้องการขยายทฤษฎีนี้ไปยังเซตของจำนวนเต็มเกาส์ กล่าวคือ จะแสดงว่า สมการ $x^4-y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$ และนำผลที่ได้ ไปพิสูจน์ สมการต่าง ๆ ได้อีก เช่น

1. สมการ $x^4-y^4 = z^4$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$
2. สมการ $x^4-y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$
3. สมการ $x^4+y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์ ที่ $xyz \neq 0$ ยกเว้น $x^4 = y^4 = z^2$
4. สมการ $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ ไม่มีคำตอบในเซตของจำนวนเต็มเกาส์

2 ความรู้พื้นฐาน

ต่อไปนี้จะกล่าวถึงคุณสมบัติบางประการที่จำเป็นต้องรู้จักของจำนวนเต็มเกาส์ เซตของจำนวนเต็มเกาส์ (Gaussian Integers) จะเป็นเซตย่อยของเซตของจำนวนเชิงซ้อน (Complex numbers) มีคุณสมบัติเป็นโดเมนเชิงจำนวนเต็ม (Integral Domain) สมาชิกเขียนอยู่ในรูปของ a+bi เมื่อ a,b เป็นจำนวนเต็ม $i = \sqrt{-1}$ และเขียนแทนเซตของจำนวนเต็มเกาส์ด้วย Z[i] สำหรับ α,β ใน Z[i] จะกล่าวว่า α หาร β ลงตัวใน Z[i] ถ้ามี γ ใน Z[i] ที่ $\alpha\gamma = \beta$ และเขียนแทนด้วย $\alpha \mid \beta$ สำหรับ $\alpha = a+bi$ ใน Z[i] ค่าประจำ (norm) ของ α (เขียนแทนด้วย $N(\alpha)$) คือ $N(\alpha) = (a+bi)(a-bi) = a^2+b^2$ จะเห็นว่า ค่าประจำของจำนวนเต็มเกาส์ใด ๆ จะเป็นจำนวนเต็มที่ไม่เป็นลบ และทุก α,β ใน Z[i] $N(\alpha\beta) = N(\alpha)N(\beta)$, ถ้า $\alpha \neq 0$ และ $\alpha \mid \beta$ แล้ว $N(\alpha) \mid N(\beta)$ ในเซตของจำนวนเต็ม จำนวนเต็มเกาส์ ε ใดๆ จะเรียกว่า สมาชิกหนึ่งหน่วย (unit) ก็ต่อเมื่อ มีจำนวนเต็มเกาส์ ε' ที่ $\varepsilon\varepsilon' = 1$ ซึ่งจะสามารถแสดง ต่อไปได้ว่า $N(\varepsilon) = 1$ และสมาชิกหนึ่งหน่วยของ Z[i] จะมีเพียง 4 ตัวคือ 1,-1,i,-i และ จำนวนเต็มเกาส์ α,β จะเรียกว่า เป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกัน (Associate) ถ้ามีสมาชิกหนึ่งหน่วย ε ใน Z[i] ที่ $\alpha\varepsilon = \beta$ และจะเรียก α ว่าเป็นจำนวนเฉพาะ (Prime) ใน Z[i] ก็ต่อเมื่อ α ไม่เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วยและถ้า $\rho \mid \alpha$ ใน Z[i] แล้ว ρ จะเป็นสมาชิกหนึ่งหน่วยหรือเป็นสมาชิกกลุ่มเดียวกับ α และ Z[i] จะมีคุณสมบัติเป็นโดเมนเชิงจำนวนเต็มที่มีการแยกตัวประกอบ ออกเป็นจำนวนเฉพาะได้แบบเดียว (Unique Factorization Domain)

ถ้า $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$ จะกล่าวว่า ρ เป็น ห.ร.ม. (Greatest Common Divisor) ของ α กับ β ถ้า $\rho|\alpha$, $\rho|\beta$ และถ้ามี γ ใน Z[i] ที่ $\gamma|\alpha$, $\gamma|\beta$ แล้ว $\gamma|\rho$ ถ้า ห.ร.ม.ของจำนวนเต็มเกาส์ α กับ β เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย จะเรียก α กับ β ว่าเป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน (Relatively Prime) ใน Z[i]

ในการกำหนดจำนวนเต็มเกาส์คู่และจำนวนเต็มเกาส์คี่นั้น ใน [5] ได้แสดงว่า จำนวนเต็มเกาส์ a+bi หารด้วย 1+i ลงตัว ก็ต่อเมื่อ a+b หารด้วย 2 ลงตัวในเซตของจำนวนเต็ม และยังพบว่า สำหรับจำนวนเต็มเกาส์ α ใดๆ α หารด้วย 1+i ลงตัว หรือ α -1 หารด้วย 1+i ลงตัวเพียงอย่างใด อย่างหนึ่งเท่านั้น และจะเรียก α ใน Z[i] ที่หารด้วย 1+i ลงตัวว่า จำนวนเต็มเกาส์คู่ และเรียก α ใน Z[i] ที่ α-1 หารด้วย 1+i ลงตัวว่า จำนวนเต็มเกาส์คี่ สำหรับ α, β ใน Z[i] จะเรียก α, β ว่ามีภาวะตรงกันข้าม (opposite Parity) ถ้า α และ β มีจำนวนใดจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนคู่และอีกจำนวนหนึ่งเป็นจำนวนคี่ และจะเรียก α, β ว่ามีภาวะเดียวกัน (same Parity) ถ้า α และ β เป็นจำนวนคู่ทั้งสองจำนวน หรือ เป็นจำนวนคี่ทั้งสองจำนวน

จากการกำหนดจำนวนเต็มเกาส์คู่และจำนวนเต็มเกาส์คี่ จะได้ว่า

1. ผลบวกของจำนวนเต็มเกาส์คู่หรือผลบวกของจำนวนเต็มเกาส์คี่จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่
2. ผลบวกของจำนวนเต็มเกาส์คู่กับจำนวนเต็มเกาส์คี่ จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่
3. ผลคูณของจำนวนเต็มเกาส์คู่กับจำนวนเต็มเกาส์คู่หรือคี่ จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่
4. ให้ α เป็นจำนวนเต็มเกาส์ใด ๆ
   4.1 ถ้า α^2 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่ แล้ว α จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คู่
   4.2 ถ้า α^2 เป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่ แล้ว α จะเป็นจำนวนเต็มเกาส์คี่

และจากความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อน จะได้ว่า

1. รากที่สองของ i คือ $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$ และ $-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$
2. รากที่สองของ -i คือ $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}$ และ $-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$

ทฤษฎีบทประกอบ 2.1 ให้ α,β เป็นจำนวนเต็มเกาส์ ถ้า $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ แล้ว $\frac{\alpha}{\beta}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์

พิสูจน์ ให้ α,β เป็นจำนวนเต็มเกาส์ที่ $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ จะสามารถสมมุติให้ ห.ร.ม. ของ α กับ β เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย จาก $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์จะมีจำนวนเต็มเกาส์

γ ที่ $\alpha^2 = \gamma\beta^2$ นั่นคือ $\beta | \alpha^2$ จาก ห.ร.ม. ของ α กับ β เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย จะได้ $\beta | \alpha$ เพราะฉะนั้น $\frac{\alpha}{\beta}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ ❑

ทฤษฎีบทประกอบ 2.2 ไม่มีจำนวนเต็มเกาส์ α,β ที่ไม่ใช่ศูนย์ซึ่ง $\alpha^4 = -\beta^4$

พิสูจน์ สมมุติว่ามีจำนวนเต็มเกาส์ α,β ที่ไม่ใช่ศูนย์ซึ่ง $\alpha^4 = -\beta^4$ เพราะฉะนั้น $\alpha^4 + \beta^4 = 0$ หรือ $\alpha^4 - i^2\beta^4 = 0$ จะได้ว่า $(\alpha^2 + i\beta^2)(\alpha^2 - i\beta^2) = 0$ เพราะฉะนั้น $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = i$ หรือ $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^2 = -i$

จากทฤษฎีบทประกอบ 2.1 จะได้ $\frac{\alpha}{\beta}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ ซึ่งขัดแย้งกับ รากที่สองของ $\pm i$ มีส่วนจริงและส่วนจินตภาพเป็นจำนวนอตรรกยะ

นั่นคือสรุปได้ว่า ไม่มีจำนวนเต็มเกาส์ α,β ที่ไม่ใช่ศูนย์ซึ่ง $\alpha^4 = -\beta^4$

❑

3 ผลเฉลยของสมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ใน Z[i]

ต่อไปต้องการที่จะพิสูจน์ว่าสมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบใน Z[i] ที่ $xyz \neq 0$ การพิสูจน์นี้จำเป็นต้องใช้ ทฤษฎีบทใน [3] 2 ทฤษฎีบทอ้างอิง ดังนี้

ทฤษฎีบท 3.1 ถ้า (α,β,γ) ที่ $\alpha\beta\gamma \neq 0$ เป็นคำตอบของสมการ $x^2 + y^2 = z^2$ ใน Z[i] ที่ α,β,γ แต่ละคู่เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน (ต่อไปจะเรียกว่า คำตอบปฐมฐาน) แล้วจะมี δ และ λ ใน Z[i] ที่ δ และ λ มีภาวะตรงกันข้ามและเป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ซึ่ง

$$\alpha = \delta^2 - \lambda^2, \quad \beta = 2\delta\lambda, \quad \gamma = \delta^2 + \lambda^2$$

จากทฤษฎีบทนี้ จะได้ว่า α,γ จะต้องเป็นจำนวนคี่

ทฤษฎีบท 3.2 สมการ $x^4 + y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบใน Z[i] ที่ $xyz \neq 0$

ต่อไปจะพิสูจน์ว่า สมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบใน Z[i] ที่ $xyz \neq 0$ ดังทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 3.3 สมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบใน Z[i] ที่ $xyz \neq 0$

พิสูจน์ สมมุติให้ สมการ $x^4 - y^4 = z^2$ มีคำตอบใน Z[i] ที่ $xyz \neq 0$ กำหนดให้ (α,β,γ) เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ใน Z[i] ที่ $\alpha\beta\gamma \neq 0$

และให้ $S = \{ N(\beta) \mid (\alpha,\beta,\gamma)$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4-y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha\beta\gamma \neq 0 \}$
จะเห็นได้ว่า S เป็นเซตย่อยของเซตของจำนวนเต็มบวกที่ไม่เป็นเซตว่าง ดังนั้น S จะมีสมาชิกตัวที่น้อยที่สุด

ให้ $(\alpha_0,\beta_0,\gamma_0)$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4-y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha_0\beta_0\gamma_0 \neq 0$ และ $N(\beta_0)$ เป็นสมาชิกตัวที่น้อยที่สุดใน S

ต่อไปจะแสดงว่า แต่ละคู่ของ $\alpha_0,\beta_0,\gamma_0$ เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

พิจารณา ห.ร.ม. ของ α_0 และ β_0

สมมุติว่ามี ρ เป็นจำนวนเฉพาะที่เป็นตัวหารร่วมของ α_0 และ β_0 ดังนั้น $\rho \mid [(\alpha_0)^4-(\beta_0)^4]$ หรือ $\rho \mid (\gamma_0)^2$ จาก ρ เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้ $\rho \mid \gamma_0$ นั่นคือจะมี $\alpha_1,\beta_1,\gamma_1$ ที่ $\alpha_0 = \rho\alpha_1$, $\beta_0 = \rho\beta_1$ และ $\gamma_0 = \rho\gamma_1$ แทนค่าในสมการ $x^4-y^4 = z^2$ จะได้

$$(\rho\alpha_1)^4 - (\rho\beta_1)^4 = (\rho\gamma_1)^2$$

หรือ
$$(\alpha_1)^4 - (\beta_1)^4 = \left(\frac{\gamma_1}{\rho}\right)^2$$

นั่นคือ $\left(\frac{\gamma_1}{\rho}\right)^2$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์ จากทฤษฎีบทประกอบ 2.1 จะได้ว่า $\frac{\gamma_1}{\rho}$ เป็นจำนวนเต็มเกาส์

นั่นคือ $(\alpha_1,\beta_1,\frac{\gamma_1}{\rho})$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4-y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha_1\beta_1\frac{\gamma_1}{\rho} \neq 0$ เพราะฉะนั้น $N(\beta_1)$ อยู่ใน S แต่ $N(\beta_0) = N(\rho\beta_1) = N(\rho)N(\beta_1) > N(\beta_1)$ ซึ่งขัดแย้งกับ $N(\beta_0)$ เป็นสมาชิกตัวที่น้อยที่สุดใน S

นั่นคือ α_0 และ β_0 ไม่มีตัวหารร่วมที่เป็นจำนวนเฉพาะ จะได้ว่า α_0 และ β_0 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

ในทำนองเดียวกัน จะสามารถแสดงได้ว่า α_0 กับ γ_0 และ β_0 กับ γ_0 เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน เพราะฉะนั้น จะสรุปได้ว่า แต่ละคู่ของ $\alpha_0,\beta_0,\gamma_0$ เป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน

จาก $(\alpha_0,\beta_0,\gamma_0)$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4-y^4 = z^2$ จะได้ว่า

$$(\alpha_0)^4-(\beta_0)^4 = (\gamma_0)^2 \qquad \text{.....(*)}$$

หรือ
$$((\alpha_0)^2)^2 + (i(\beta_0)^2)^2 = (\gamma_0)^2$$

นั่นคือ $((\alpha_0)^2, i(\beta_0)^2, \gamma_0)$ เป็นคำตอบปฐมฐานของสมการ $x^2 + y^2 = z^2$ จะได้ว่า γ_0 เป็นจำนวนคี่ และในทำนองเดียวกัน สมการ (*) สามารถเขียนได้เป็น

$$((\alpha_0)^2)^2 = ((\beta_0)^2)^2 + (\gamma_0)^2$$

นั่นคือ $(\gamma_0, (\beta_0)^2, (\alpha_0)^2)$ เป็นคำตอบปฐมฐานของสมการ $x^2 + y^2 = z^2$ จะได้ว่า $(\alpha_0)^2$ เป็นจำนวนคี่ α_0 เป็นจำนวนคี่ ดังนั้นจาก α_0, γ_0 เป็นจำนวนคี่ จะได้ว่า β_0 ต้องเป็นจำนวนคู่ จากทฤษฎีบท 3.1 จะได้ว่า จะมี δ และ λ ใน $Z[i]$ ที่ δ และ λ มีภาวะตรงกันข้ามและเป็นจำนวนเฉพาะต่อกัน ซึ่ง

$$\gamma_0 = \delta^2 - \lambda^2 \quad , \quad (\beta_0)^2 = 2\delta\lambda \ , (\alpha_0)^2 = \delta^2 + \lambda^2$$

กำหนดให้ δ เป็นจำนวนคี่ (ถ้า λ เป็นจำนวนคี่ จะสามารถทำได้คล้ายกับ δ เป็นจำนวนคี่) ดังนั้น จะได้ $(\delta, 2) = 1$ จาก $(\delta,\lambda) = 1$ จะได้ว่า $(\delta, 2\lambda) = 1$

นั่นคือ $$(\beta_0)^2 = 2\delta\lambda = \delta(2\lambda)$$

จาก $Z[i]$ มีคุณสมบัติเป็นโดเมนเชิงจำนวนเต็มที่มีการแยกตัวประกอบ ออกเป็นจำนวนเฉพาะได้แบบเดียว (Unique Factorization Domain) จะได้ว่า มีสมาชิกหนึ่งหน่วย $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ และจำนวนเต็มเกาส์ φ, κ ที่

$$\delta = \varepsilon_1\varphi^2 \quad \text{และ} \quad 2\lambda = \varepsilon_2\kappa^2$$

จะเห็นได้ว่า κ^2 เป็นจำนวนคู่ ดังนั้น κ เป็นจำนวนคู่ ให้ $\kappa = (1+i)\upsilon$ บาง υ ที่อยู่ใน $Z[i]$ แทนค่าจะได้ $2\lambda = \varepsilon_2((1+i)\upsilon)^2 = \varepsilon_2 2i\upsilon^2$ หรือ $\lambda = \varepsilon_2 i\upsilon^2$ แทนค่า δ, λ ลงใน

$$(\alpha_0)^2 = \delta^2 + \lambda^2$$

จะได้
$$(\alpha_0)^2 = (\varepsilon_1\varphi^2)^2 + (\varepsilon_2 i\upsilon^2)^2$$
$$= (\varepsilon_1)^2\varphi^4 - (\varepsilon_2)^2\upsilon^4 \quad \text{.....(**)}$$

จาก $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ เป็นสมาชิกหนึ่งหน่วย จะได้ $(\varepsilon_1)^2 = \pm 1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = \pm 1$

พิจารณา ถ้า $(\varepsilon_1)^2 = 1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = 1$ สมการ (**) จะกลายเป็น

$$(\alpha_0)^2 = \varphi^4 - \upsilon^4$$

นั่นคือ $(\varphi, \upsilon, \alpha_0)$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\varphi\upsilon\alpha_0 \neq 0$ เพราะฉะนั้น $N(\upsilon)$ อยู่ใน S

พิจารณา $N((\beta_0)^2) = N(2\delta\lambda) = N(2\varepsilon_1\varphi^2\varepsilon_2 i\upsilon^2) = N(2)N(\varepsilon_1)N(\varphi^2)N(\varepsilon_2)N(i)N(\upsilon^2)$

$$(N(\beta_0))^2 = 4N(\varphi^2)N(\upsilon^2)$$

$$N(\beta_0) = 2N(\varphi)N(\upsilon)$$

จาก $N(\beta_0), N(\varphi), N(\upsilon)$ เป็นจำนวนเต็มบวก จะได้ว่า $N(\beta_0) > N(\upsilon)$ ซึ่งขัดแย้งกับ $N(\beta_0)$ เป็นจำนวนที่น้อยที่สุดใน S ดังนั้น $(\varepsilon_1)^2 = 1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = 1$ จึงเป็นไปไม่ได้

ในกรณีที่ $(\varepsilon_1)^2 = -1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = -1$ จะสามารถทำได้คล้ายกับกรณี $(\varepsilon_1)^2 = 1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = 1$

ต่อไปพิจารณากรณีที่ $(\varepsilon_1)^2 = 1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = -1$ สมการ (**) จะกลายเป็น

$$(\alpha_0)^2 = \varphi^4 + \upsilon^4$$

นั่นคือ $(\varphi,\upsilon,\alpha_0)$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4 + y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\varphi\upsilon\alpha_0 \neq 0$ ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีบท 3.2

ต่อไปพิจารณากรณีที่ $(\varepsilon_1)^2 = -1$ และ $(\varepsilon_2)^2 = 1$ สมการ (**) จะกลายเป็น

$$(\alpha_0)^2 = -\varphi^4 - \upsilon^4$$

หรือ

$$(i\alpha_0)^2 = \varphi^4 + \upsilon^4$$

นั่นคือ $(\varphi,\upsilon,i\alpha_0)$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4 + y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\varphi\upsilon i\alpha_0 \neq 0$ ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีบท 3.2

นั่นคือ จะสามารถสรุปได้ว่า สมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

❑

จากทฤษฎีบทนี้ จะทำให้สามารถสรุปได้ว่าสมการ $x^4 - y^4 = z^4$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$ ดังนี้

ทฤษฎีบท 3.4 สมการ $x^4 - y^4 = z^4$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

พิสูจน์ สมมุติว่า (α,β,γ) เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - y^4 = z^4$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha\beta\gamma \neq 0$ จะได้ว่า (α,β,γ^2) เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha\beta\gamma^2 \neq 0$ ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีบท 3.3 ❑

จากทฤษฎีบท 3.2 , ทฤษฎีบท 3.3 และ ทฤษฎีบท 3.4 จะสามารถนำไปประยุกต์กับสมการ ต่าง ๆ ได้อีกเช่น

บทแทรก 3.5 สมการ $x^4 - y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

พิสูจน์ สมมุติให้ (α,β,γ) เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - y^4 = 2z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha\beta\gamma \neq 0$ เพราะฉะนั้น จะได้

$$\alpha^4 - \beta^4 = 2\gamma^2$$

หรือ

$$(\alpha^4 - \beta^4)^2 = (2\gamma^2)^2$$

$$\alpha^8 - 2\alpha^4\beta^4 + \beta^8 = 4\gamma^4$$

$$\alpha^8 + 2\alpha^4\beta^4 + \beta^8 = 4\gamma^4 + 4\alpha^4\beta^4$$

$$(\alpha^4 + \beta^4)^2 = 4(\gamma^4 + \alpha^4\beta^4)$$

$$\left(\frac{\alpha^4 + \beta^4}{2}\right)^2 = \gamma^4 + \alpha^4\beta^4$$

นั่นคือ $(\gamma, \alpha\beta, \frac{\alpha^4+\beta^4}{2})$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4+y^4=z^2$ ใน $Z[i]$ จากทฤษฎีบท 3.2 จะได้ว่า $\gamma = 0$ หรือ $\alpha\beta = 0$ หรือ $\frac{\alpha^4+\beta^4}{2} = 0$ แต่ $\gamma \neq 0$ และ $\alpha\beta \neq 0$ ดังนั้นจะได้ $\frac{\alpha^4+\beta^4}{2} = 0$ ซึ่งทำให้ $\alpha^4+\beta^4 = 0$ หรือ $\alpha^4 = -\beta^4$ ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีบทประกอบ 2.2

นั่นคือ สมการ $x^4-y^4=2z^4$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

❑

บทแทรก 3.6 สมการ $x^4+y^4=2z^2$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$ ยกเว้น $x^4=y^4=z^2$

พิสูจน์ สมมุติให้ (α,β,γ) เป็นคำตอบของสมการ $x^4+y^4=2z^2$ ใน $Z[i]$ ที่ $\alpha\beta\gamma \neq 0$ เพราะฉะนั้น จะได้

$$\alpha^4+\beta^4 = 2\gamma^2$$

หรือ

$$(\alpha^4+\beta^4)^2 = (2\gamma^2)^2$$

$$\alpha^8+2\alpha^4\beta^4+\beta^8 = 4\gamma^4$$

$$\alpha^8-2\alpha^4\beta^4+\beta^8 = 4\gamma^4-4\alpha^4\beta^4$$

$$(\alpha^4-\beta^4)^2 = 4(\gamma^4-\alpha^4\beta^4)$$

$$\left(\frac{\alpha^4-\beta^4}{2}\right)^2 = \gamma^4-\alpha^4\beta^4$$

นั่นคือ $(\gamma, \alpha\beta, \frac{\alpha^4-\beta^4}{2})$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4-y^4=z^2$ ใน $Z[i]$ จากทฤษฎีบท 3.3 จะได้ว่า $\gamma = 0$ หรือ $\alpha\beta = 0$ หรือ $\frac{\alpha^4-\beta^4}{2} = 0$ แต่ $\gamma \neq 0$ และ $\alpha\beta \neq 0$ ดังนั้นจะได้ $\frac{\alpha^4-\beta^4}{2} = 0$ ซึ่งทำให้ $\alpha^4-\beta^4 = 0$ หรือ $\alpha^4 = \beta^4$

นั่นคือ $\alpha^4 = \beta^4 = \gamma^2$ เป็นคำตอบของสมการ $x^4+y^4=2z^2$ ใน $Z[i]$

❑

บทแทรก 3.7 สมการ $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$

พิสูจน์ สมมุติให้ (α,β,γ) เป็นคำตอบของสมการ $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ ใน $Z[i]$ เพราะฉะนั้น

จะได้ $$\frac{1}{\alpha^4} - \frac{1}{\beta^4} = \frac{1}{\gamma^4}$$

หรือ $$(\beta\gamma)^4 - (\alpha\gamma)^4 = (\alpha\beta)^4$$

นั่นคือ ($\beta\gamma, \alpha\gamma, \alpha\beta$) เป็นคำตอบของสมการ $x^4 - y^4 = z^4$ ใน $Z[i]$ ซึ่งขัดแย้งกับทฤษฎีบท 3.4 ดังนั้น สมการ $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$

❑

4 บทสรุป

จากที่กล่าวมาแล้ว จะสามารถสรุปได้ว่า

สมการ $x^4 - y^4 = z^2$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

ซึ่งจากผลที่ได้นี้ทำให้สามารถพิสูจน์ได้ว่า

สมการ $x^4 - y^4 = z^4$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

สมการ $x^4 - y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

สมการ $x^4 + y^4 = 2z^2$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$ ยกเว้น $x^4 = y^4 = z^2$

สมการ $\frac{1}{x^4} - \frac{1}{y^4} = \frac{1}{z^4}$ ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$

นอกจากนั้น ยังสามารถพิสูจน์สมการอื่น ๆ ได้อีก เช่น

สมการ $x^{4n} - y^{4m} = z^{2k}$ เมื่อ n,m,k เป็นจำนวนเต็มบวก ไม่มีคำตอบใน $Z[i]$ ที่ $xyz \neq 0$

กิติกรรมประกาศ

ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากมหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปีงบประมาณ 2536 จึงขอขอบคุณมหาวิทยาลัยขอนแก่นที่ให้ทุนอุดหนุนการวิจัยครั้งนี้

บรรณานุกรม

[1] เที่ยง ภูมิสะอาด **การแก้สมการ $x^2 + (1+i)y^2 = z^2$ ในจำนวนเต็มเกาส์** วารสารวิทยาศาสตร์ ม.ข. ปีที่ 17 ฉบับที่ 4 หน้า 211 - 229

[2] เที่ยง ภูมิสะอาด **อันดับสามชั้นปีทาโกรัสปฐมฐานในจำนวนเต็มเกาส์** วารสารวิทยาศาสตร์ ม.ข. ปีที่ 15 ฉบับที่ 3 หน้า 141 - 148

[3] เที่ยง ภูมิสะอาด **ผลเฉลยของสมการ $x^4 + y^4 = z^4$ ในจำนวนเต็มเกาส์** รายงานการวิจัย ประจำปีงบประมาณ 2534

[4] A.O.Gelfond, **Solving Equations in Integres**, English translation Mir Publishers, Moscow, 1981.

[5] Jams T. Cross, **Primitive Pythagorean Triples of Gaussian Integers,** Mathematics Magazine Vol. 59, No.2, April 1986, 106-110.

[6] David M.Buton, **Elementary Number Theory.** Allyn and Bacon, Inc, 1980.

[7] Fraleigh,John B. **A First Course in Abstract Algebra .** Third edition , Addison-Wesley,1981.

❑❑❑❑❑

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 247 - 270

เคมีของแก้ว
Chemistry of Glasses

สุวิน บุศราคำ*

ปรารภ

ผู้เขียนมีหน้าที่สอนวิชาเคมีทั่วไป (General Chemistry) สำหรับนักศึกษาชั้นปีที่ 1 ของคณะศึกษาศาสตร์ เทคโนโลยี และวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น นักศึกษาเหล่านี้ ต้องเรียนวิชาเคมีทั่วไป ตามหลักสูตรที่มีจุดมุ่งหมายหมายประการด้วยกัน ในบรรดาจุดมุ่งหมายนั้น และที่สำคัญยิ่ง คือ ให้มีโลกทัศน์และท่าทีอย่างวิทยาศาสตร์ รู้จักการสังเกต และสามารถอธิบายปรากฏการณ์ทางเคมีในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้อง

หากพิจารณาสาระที่สอนแก่ผู้เรียนวิชานี้ ซึ่งส่วนใหญ่เรียกกันว่า "น้องใหม่" จะเห็นว่า มีเรื่องเกี่ยวกับของแข็ง (solid) อยู่ด้วย โดยนักศึกษา ก่อนจะเรียนเรื่องของแข็ง ต้องเรียน เรื่องโครงสร้างอะตอม และพันธะเคมี จากนั้นจึงเรียนเรื่องของแข็ง เกี่ยวกับเรื่องนี้ มีข้อที่น่าสังเกต คือ เอกสารประกอบการสอนหรือตำราทั่วไป มักเริ่มต้นด้วยการกล่าวถึงโครงสร้างของของแข็ง โดยเน้นที่โครงสร้างของของแข็งที่เป็นสารผลึก (Crystalline material) และมองข้ามสาระเกี่ยวกับแก้ว ไปอย่างน่าเสียดาย มิหนำซ้ำ เมื่อเรียนโครงสร้างของผลึก ตำราเคมีส่วนมากทั้งที่เป็นภาษาไทยและภาษาอังกฤษ มักใช้ทรงกลมขนาดเท่า ๆ กันเป็นภาพประกอบการเรียงกัน อย่างระเบียบของโครงสร้างผลึก ซึ่งก็ไม่ผิด แต่ผู้เรียนส่วนมากมองไม่เห็นสาระที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างของผลึก ซึ่งประกอบด้วยอะตอมหรือไอออนที่มีขนาดแตกต่างกัน เช่น ผลึกของสารประกอบแบบไอออนิก (ionic compound) นอกจากนี้ ยังไม่มี การกล่าวถึงกระบวนการที่เกี่ยวข้องกับการเกิดผลึก ทั้งที่สาระประการหลังนี้ เป็นปรากฏการณ์ที่พบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน ด้วยเหตุนี้ ผู้เขียนจึงได้ยินข้อวิจารณ์ของนักศึกษาเป็นจำนวนมากว่า เรื่องของของแข็งเป็นเรื่องยาก และมองไม่เห็นสาระที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเลย นอกจากนี้แล้ว เมื่อผู้เขียนไต่ถาม นักศึกษาที่เรียนและสอบผ่านเรื่องนี้แล้วพบว่า นักศึกษา มักมีความเข้าในผิด ๆ ว่า ของแข็งทั้งปวงมีโครงสร้างที่เป็นระเบียบ ประกอบด้วยอะตอมหรือโมเลกุลที่มีลักษณะเป็นทรงกลมเหมือนอย่างลูกปิงปอง ที่นำมาเป็นรูปจำลอง จากคำติติงของนักศึกษา ทำให้ผู้เขียนถือเป็นแรงบันดาลใจที่จะเขียนบทความนี้ ด้วยความหวังว่า จะเป็น

---

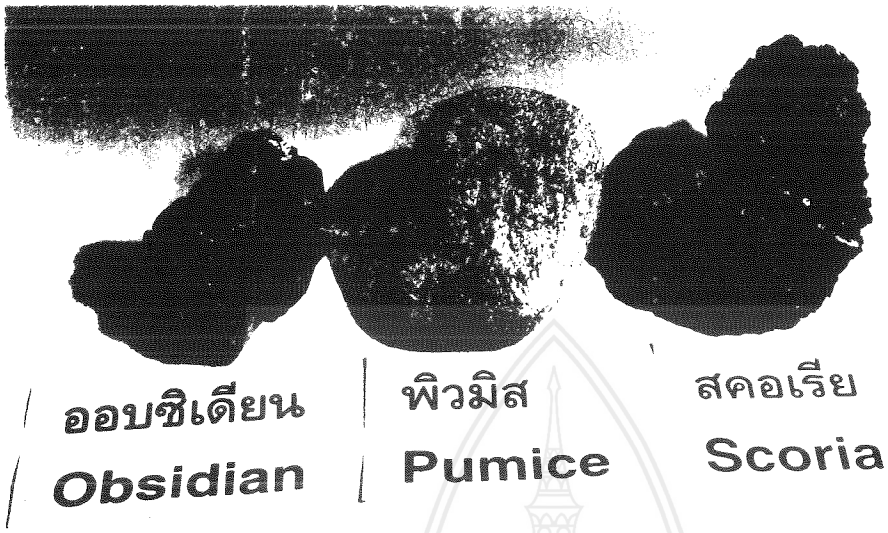
* *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

ส่วนหนึ่งที่สร้างทรรศนะอันถูกต้องเกี่ยวกับแก้ว ซึ่งของแข็งอีกประเภทหนึ่ง ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันเป็นอย่างมาก พร้อมด้วยคำอธิบายปรากฏการณ์เกิดแก้ว ซึ่งแตกต่างไปจากสารผลึก โดยหวังว่า จะเสริมส่วนที่ตำราต่าง ๆ เว้นมิได้กล่าวถึง ด้วยวัตถุประสงค์นี้ ผู้เขียนต้องทำความเข้าใจกับผู้อ่านที่จะพบว่า บทความนี้เสนอสาระที่คิดว่าสำคัญในเบื้องต้น 2 ประการ ประการแรกในฐานะที่ผู้เขียนเป็นผู้สอนจึงมีหน้าที่ประการหนึ่งที่จะเสนอคำ *(ที่พิมพ์ด้วยตัวเอียง)* ซึ่งไม่เคยพบว่ามีการบัญญัติไว้ เพื่อใช้ไปพลางก่อน จนกว่าจะมีศัพท์บัญญัติอันเป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป และอีกประการหนึ่งบทความนี้ ตั้งใจเชิญชวนอาจารย์ที่สอนวิชาเคมีทั่วไป ให้พิจารณาบรรจุสาระเกี่ยวกับกระบวนการเกิดแก้วและสารผลึก ในการสอนเกี่ยวกับของแข็ง เพื่อตอบสนอง ความวัตถุประสงค์ของวิชานี้ ดังที่ได้กล่าวมาแต่ต้น และชี้ให้เห็นว่า การเรียนเรื่องของของแข็ง มิใช่เรื่องยากแก่การเข้าใจเลย

การเรียบเรียงบทความนี้ ได้รับความช่วยเหลืออย่างดียิ่ง จากคุณสงวน พงศ์กิจวิทูร บรรณารักษ์ประจำคณะวิทยาศาสตร์ ในด้านการค้นคว้าเอกสารต่าง ๆ นอกจากนี้ ผู้เขียนยังได้รับไมตรีจิต จากคุณจินตนา สุประดิษฐอาภรณ์ เลขานุการคณะวิทยาศาสตร์ ที่ช่วยอ่านต้นฉบับและแก้ไขคำผิด คุณอุดมชัย สุพรรณวงศ์ แห่งงานประชาสัมพันธ์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ช่วยถ่ายภาพประกอบ นอกจากนี้ ที่สำคัญยิ่ง ยังได้อาศัยความสามารถในการจัดรูปต้นฉบับเพื่อการตีพิมพ์จากคุณสมชาย คำภิบาล หากปราศจากน้ำใจอันงดงามจากผู้เป็นเจ้าของนามที่กล่าวมาแล้ว บทความนี้คงไม่อาจเกิดขึ้นได้ ดังนั้น ผู้เขียนขอแสดงความขอบคุณไว้ ณ ที่นี้ด้วย

ประวัติและพัฒนาการของแก้ว

ใคร ๆ ก็รู้กันว่า แก้วเป็นของแข็ง มีลักษณะโปร่งใสหรือโปร่งแสง อาจจะมีสีสันหรือไม่ก็ได้ความรู้เรื่องแก้วในลักษณะนี้ มีมาแต่โบราณ โดยอาจจะรู้จักแก้วที่มาจากธรรมชาติหลายแหล่งด้วยกัน เช่น หินออบซิเดียน (obsidian) ที่มีสีดำราวกับเฉาก๊วยหรือวุ้นสีดำ แต่ถ้ามีผลึกแร่ผสมอยู่เรียกว่า หินเพอร์ไลต์ (perlite) ส่วนแก้วธรรมชาติที่ มีน้ำหนักเบา มีรูพรุน หากสีขาวที่เรียกว่า "พิวมิส (pumice)" แต่ถ้ามีสีดำ เรียกว่า "สคอเรีย (scoria)" แก้วธรรมชาติเหล่านี้ล้วนมีต้นกำเนิดมาจากหินหลอมเหลวที่เรียกว่า " ลาวา (Lava)" ปะทุออกมา จากภูเขาไฟหรือรอยแยกของเปลือกโลก ในประเทศไทยจะพบแก้วธรรมชาติเหล่านี้ ได้ในหลายท้องที่ของจังหวัดลพบุรี จันทบุรี ตราด และบุรีรัมย์ เป็นต้น



รูปที่ 1 แก้วธรรมชาติบางชนิด

แก้วธรรมชาติมิใช่มีเพียงที่กล่าวมาแล้ว ยังมีแก้วอีกชนิดหนึ่งที่เรียกว่า "เทคไทต์ (Tektite)" ซึ่งมีสีดำคล้ายหินออบซิเดียน แต่มีรูปร่างและขนาดต่าง ๆ กัน บ้างคล้ายสากตำข้าวเล็ก ๆ บ้างเป็นรูปคล้ายจาน คนไทยรู้จักแก้วชนิดนี้มาช้านาน โดยนำมาทำเครื่องประดับ เช่น เจียระไนเป็นหัวแหวน เป็นต้น แก้วธรรมชาติประเภทนี้ นักวิทยาศาสตร์ยังถกเถียงกันว่ามีต้นกำเนิดอย่างไร บ้างเชื่อว่าเกิดจากความร้อนของสายฟ้าที่ผ่าลงมาบน ทรายทำให้ทรายหลอมเหลวและต่อมาแข็งตัวอย่างรวดเร็วเกิดเป็นแก้ว บ้างเชื่อว่าเป็นอุกกาบาตหรือสะเก็ดดาว (meteorite) ประเภทหนึ่ง พบได้ทั่วไปบนพื้นโลก บริเวณที่พบมากที่สุดได้แก่ เขตทวีปเอเชียและออสเตรเลีย คนไทยเราดูเหมือนจะมีความเชื่อว่า เป็นสะเก็ดดาว ตกลงมาจากฟากฟ้า จึงเรียกว่า "อุลกะมณี (อุลกะ แปลว่า ดาวร่วง, มณี แปลว่า แก้ว)" พบมากบนที่ราบสูงโคราช โดยเฉพาะอย่างยิ่งในเขตจังหวัด เลย อุดร และขอนแก่น

จากประสบการณ์ของผู้เขียนพบว่า ดินสีแดงในบริเวณมหาวิทยาลัยขอนแก่น เมื่อนำมาตรวจสอบด้วยกล้องจุลทรรศน์ มักเห็นแก้วสีดำขนาดตั้งแต่ 0.1-1.0 มม.โดยประมาณปะปนอยู่กับทราย ส่วนว่าจะเป็นสิ่งที่เรียกว่า "ไมโครเทคไทต์ (Microtektite)" หรือไม่นั้น ยังต้องรอการศึกษาวิจัยต่อไป

แก้วธรรมชาติเหล่านี้ มนุษย์ในสมัยหินโบราณ รู้จักนำมาทำเครื่องมือ เช่น มีดหรือหัวธนู ส่วนการทำแก้วขึ้นมาใช้เอง มีมาตั้งแต่สมัยใดดูจะเป็นเรื่องของการคาดเดาทั้งสิ้น เช่น ท่านเจษฎาจารย์ไพล์นี (Pliny, the Elder) นักประมวลสารานุกรมคนแรกของโลก ผู้มีอายุอยู่ในศตวรรษแรกแห่งคริสตกาลบันทึกไว้เป็นว่า ประมาณ 1 พัน ปีก่อนคริสตกาล

ชาวโฟห์นิเซียน (Phoenician) หรือชาวอาหรับโบราณ ผู้อาศัยในประเทศเลบานอนปัจจุบัน ค้นพบวิธีทำแก้วโดยบังเอิญ จากการนำทรายมาคลุกกับ *แร่ดินประสิวของธาตุโซเดียม* (soda nitre, $NaNO_3$) แล้วนำไปเผา จะทำให้เกิดแก้วได้ แต่นักขุดค้นทางโบราณคดีกลับพบว่า ในหลุมฝังพระบรมศพของเจ้าฟาโรห์กษัตริย์อียิปต์ มีแจกัน เหยือก และถ้วย ทำจากแก้วใส มีอายุกว่า 4,000 ปี นี่แสดงว่าการทำแก้วน่าจะมีมาก่อน ชาวโฟห์นิเซียนเสียอีก นอกจากนี้มีข้อที่ควรทราบต่อไปว่า ชาวอียิปต์สมัยนั้น แม้จะรู้จักนำแก้วมาทำเป็นภาชนะ ก็เพียงโดยการหล่อในเบ้าดินเผาเท่านั้น ยังไม่รู้จักทำแก้วให้เป็นแผ่นเรียบเพื่อทำกระจก ดังนั้น จึงเชื่อได้ว่ากระจกเงาที่พระนางคลีโอพัตรา ทรงส่องพระพักตร์ ซึ่งนักวิทยาศาสตร์ในปัจจุบันนำมาเป็นสัญลักษณ์ของเพศเมีย (♀) คงไม่ใช่แก้ว แต่เป็นโลหะขัดเงาต่างหาก

ประวัติการทำแก้วโดยการเป่าให้โป่ง กลวงและมีความหนาสม่ำเสมอ ประณีตกว่าการหล่อ เข้าใจว่ามีมาตั้งแต่ต้นคริสตกาล แต่ที่มีจารึกแน่นอน คือ เมื่อคริสต์ศตวรรษที่ 13 มีคำยกย่องว่า ชาวโบฮีเมียนหรือชาวเช็กโกโลวาเกีย เป็นผู้ริเริ่มทำแก้วให้เป็นแผ่น รวมทั้งสามารถแผ่นสลักในแผ่นแก้ว ให้ผิวแก้วเป็นรอย คล้ายภาพวาด งามวิจิตรบรรจง ทุกวันนี้ชาวตะวันตก ยังคงเรียกแก้วที่ผ่านการสลักว่า "แก้วโบฮีเมียน (Bohemian glass)" แม้แก้วแบบนี้จะมาจากประเทศอื่นก็ตาม

หลังจากรู้จักการเป่าแก้วแล้ว แก้วได้เข้ามามีบทบาท การใช้สอยในงานทางวิทยาศาสตร์เป็นอย่างมาก ในช่วงเริ่มต้นที่วิทยาศาสตร์มีการศึกษาด้วยการทดลอง แก้วทำให้นักเคมีได้ภาชนะที่มีความทนทาน ใส ไม่ละลายในกรด-ด่างโดยทั่วไป ยกเว้นกรดไฮโดรฟลูออไรด์ HF ซึ่งมักเรียกว่า "กรดกัดแก้ว" นอกจากนี้ ในราวศตวรรษที่ 15 - 16 แก้วยังมีบทบาทที่สำคัญยิ่งในงานวิทยาศาสตร์โดยมาฝนขัดทำเลนส์กล้องโทรทรรศน์ และกล้องจุลทรรศน์

ในราวตั้งแต่คริต์สตวรรษที่ 18 ชาวอังกฤษดัดแปลงส่วนผสมของแก้ว โดยผสมตะกั่วออกไซด์ PbO ร่วมกับทรายและโซดาแอช (soda ash, Na_2CO_3) เพื่อให้ได้แก้ว ที่มีความแวววาว มีค่าดัชนีหักเหสูง ซึ่งเป็นสาเหตุของ*การกระจายแสง* (light dispersion) ได้ดียิ่ง แก้วผสมด้วยตะกั่วออกไซด์นี้ มักเรียกว่า *แก้วตะกั่ว* (lead glass) หรือแก้วคริสทัล (crystal glass) แก้วประเภทนี้ มักใช้ทำถ้วย แก้วดื่มเมรัย ขวดน้ำหอมราคาแพง โคมระย้า (chandelier) และส่วนประกอบของอุปกรณ์ศึกษาวิทยาศาสตร์เกี่ยวกับแสง เช่น ปริซึม เป็นต้น

รูปที่ 2 แก้วตะกั่ว (lead glass) มีค่าดัชนีหักเหสูง กระจายแสงได้ดี

ปัจจุบันการอุตสาหกรรม สามารถผลิตแก้วที่มีองค์ประกอบต่าง ๆ กัน ด้วยการผสมสารประกอบต่าง ๆ เพื่อให้ได้แก้วมีสมบัติเหมาะสมแก่การใช้ในงานที่แตกต่างกันประมาณ 600 ชนิด ดังนั้น ทุก ๆ วันจะเราพบผลิตภัณฑ์ที่เป็นแก้วหลายอย่างด้วยกัน เช่น หลอดไฟฟ้า ขวด กระจก จอภาพโทรทัศน์ ฯลฯ

ที่กล่าวมานี้หมายถึงแก้วที่ประดิษฐ์ขึ้นมาเป็นมวลแก้วล้วน ๆ อย่างที่เรากันดีอยู่แล้ว แต่ถ้าคำนึงถึงแก้วในฐานะที่เป็นสารที่เคลือบผิวของเครื่องปั้นดินเผาก็นับว่า การค้นพบแก้วมีมา ช้านานแล้วเช่นกัน โดยช่างปั้น เครื่องปั้นดินเผา นำแร่เฟลสปาร์ (KNa) $AlSi_3O_8$ ที่เรียกว่า "หินฟันม้า (feldspar)" ปนจนเป็นผงผสมกับดินเหนียวทำเป็น "น้ำเคลือบ" เคลือบผิวเครื่องปั้นดินเผา ที่ตากจนแห้งดีแล้ว เมื่อนำไปเผาจะได้เครื่องปั้นดินเผา ที่เป็นเงาสวยงามและคงทน จากประสบการณ์ของผู้เขียนที่ได้มีโอกาสตรวจสอบวัตถุ ก่อนประวัติศาสตร์จากแหล่งโบราณคดีบ้านเชียง จังหวัดอุดรธานี พบว่าในหลุมศพโบราณเหล่านั้น มีลูกปัดทำด้วยแก้วหลายสี เช่น น้ำเงิน เหลือง และแดง นี่แสดงว่า คนโบราณที่บ้านเชียงนั้น รู้จักแก้วแล้ว แต่ก็ยังอาจไม่รู้จักการทำ "น้ำเคลือบ" เครื่องปั้น ดินเผาต่าง ๆ ดังหลักฐานที่ปรากฏ คือ เครื่องปั้นดินเผาจากแหล่งโบราณคดีบ้านเชียง มีแต่ชนิดที่เป็นดินเผาสีแดง ตกแต่งให้เป็นลวดลายด้วยสีแดงจากสารประกอบของเหล็กเท่านั้น ส่วนคนไทยในสมัยสุโขทัย หรืออาจจะก่อนหน้านี้ก็เป็นได้

รู้จักการทำน้ำเคลือบเครื่องปั้นดินเผาเป็นอย่างดี จนเกิดเป็นแหล่งอุตสาหกรรม "สังคโลก" ที่มีชื่อเสียงมากมาแต่โบราณ ยิ่งในสมัยกรุงศรีอยุทธยาแล้ว คนไทยรู้จักทำภาชนะต่าง ๆ ด้วยดิน(ขาว)เผา โดยนำสารที่มีธาตุทรานซิชัน (transition elements) บางชนิด เป็นองค์ประกอบมาผสมกับ "น้ำเคลือบ" แล้ว เพื่อเคลือบหรือวาด ซึ่งเมื่อผ่านการเผาแล้ว น้ำเคลือบนั้นจะเป็นแก้วมีสีต่างๆ อย่างที่เรียกขานว่าเป็น "เบญจรงค์" ซึ่งมีเอกลักษณ์ของสกุลช่างไทย อันมีชื่อเสียงก้องโลกในด้านความงดงาม หากนับถึงกรรมวิธีนำแก้วที่เป็นแผ่นมา เคลือบด้วยไอโลหะต่าง ๆ เช่น ปรอท เงิน และทองคำ ที่คนไทยเราเรียก "หุงกระจก" เพื่อให้ได้แก้วสีต่าง ๆ ใช้ประดับสิ่งก่อสร้างในงานสถาปัตยกรรมไทย ดังที่พบเห็นได้ในพระบรมมหาราชวังและอุโบสถวัดต่าง ๆ ก็นับว่ามีความเป็นเลิศได้เช่นกัน

แก้ว คือ อะไร ?

แม้ว่าจะได้กล่าวถึงแก้วมาแล้ว แต่ก็เป็นการพรรณนาถึงแก้วในฐานะที่เป็นรู้จักกันโดยทั่วไปเท่านั้น แต่ในทรรศนะทางวิทยาศาสตร์ แก้ว (Glass) **หมายถึง ของแข็งประเภทหนึ่งซึ่งประกอบด้วยอะตอมหรือโมเลกุลที่ไม่มีการจัดเรียงตัวกันอย่างเป็นระเบียบ หรือ มีความเป็นระเบียบในช่วงสั้น ๆ (well ordered in a short range)** ดังนั้น แก้วจึงจัดเป็นของแข็งอสัณฐาน (amorphous solid) ลักษณะเช่นนี้ ตรงข้ามกับของแข็งสารผลึก (crystalline substance) อันเป็นของแข็งที่มีโครงสร้างภายในที่เป็นระเบียบอย่างต่อเนื่องตลอดทั้งโครงสร้าง จึงมีข้อแตกต่างไปจากแก้ว ดังแสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงความแตกต่างของแก้วกับสารผลึก

แก้ว	สารผลึก
1. โครงสร้างภายในไม่เป็นระเบียบ	1. โครงสร้างภายในเป็นระเบียบ
2. ไม่แสดงรูปผลึก	2. มักแสดงรูปผลึก
3. เป็นของผสม จึงไม่อาจแสดงสูตรเคมีได้	3. เป็นธาตุหรือสารประกอบ
4. กึ่งเสถียร(metastable) ณ อุณหภูมิห้อง	4. เสถียร ณ อุณหภูมิห้อง
5. ไม่แสดงแนวแตก(Cleavage)	5. มักจะแสดงแนวแตกที่แน่นอน
6. ไม่มีอุณหภูมิหลอมเหลวแน่นอน แต่มีอุณหภูมิที่จะเยิ้มก่อน แล้วจึงหลอมเหลว	6. มีอุณหภูมิหลอมเหลวแน่นอน
7. ค่าความหนาแน่น และค่าดรรชนีหักเหของแสงน้อยกว่าสารผลึกมีองค์ประกอบเหมือนกัน น้อยกว่าแก้วที่มีองค์ประกอบเหมือนกัน	7. มีค่าความหนาแน่น และค่าดรรชนีหักเหของแสงมากกว่าแก้วที่มีองค์ประกอบเหมือนกัน

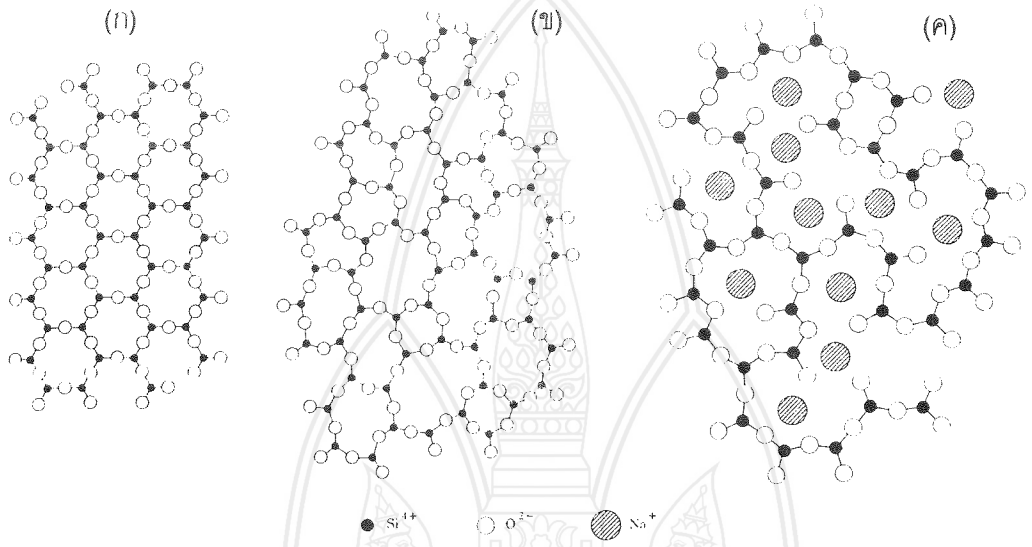
ตามคำนิยามนี้ จะเห็นว่าสมบัติที่สำคัญยิ่ง ซึ่งทำให้แก้วแตกต่างไปจากสารผลึก คือ ความเป็นระเบียบของโครงสร้างในระดับอะตอมหรือโมเลกุล ดังนั้น หากของแข็งใด ๆ ประกอบด้วยอะตอมหรือโมเลกุล อยู่ร่วมกันโดยไม่มีการเรียงตัวกันอย่างมีระเบียบ จะเรียกได้ว่าเป็นของแข็งอสัณฐานหรือแก้วได้ทั้งสิ้น ตัวอย่างของของแข็งที่เป็นแก้ว เช่น แก้ว กระจก ยางไม้ และลูกกวาดชนิดต่าง ๆ (ที่มีขายอยู่ทั่วไป เช่น ยี่ห้อ HALLS®, HACK®, O˚le® เป็นต้น) แต่ถ้าของแข็งชนิดใดมีอะตอมหรือโมเลกุลเรียงตัวกันอย่างมีระเบียบจะเรียกว่าเป็นสารผลึกของแข็งที่เป็นสารผลึก เช่น เกลือแกง น้ำตาลทราย และสารส้ม เป็นต้น

สถานะของแก้ว (Vitreous state)

เพราะเหตุที่ว่า โครงสร้างในระดับอะตอมหรือโมเลกุลที่เป็นองค์ประกอบของแก้วไม่เป็นระเบียบดังกล่าวมาแล้ว จึงพิจารณาต่อไปไปได้ว่า โครงสร้างของแก้วมีลักษณะเหมือนของเหลวโดยทั่วไปนั่นเอง ต่างกันตรงที่ แก้วมีความแข็ง (hard) แกร่ง (rigid) สามารถดำรงรูปร่างอยู่ได้โดยอิสระ ไม่จำเป็นต้องอยู่ในภาชนะ ยิ่งไปกว่านั้น หากเปรียบเทียบแก้วกับสารผลึกที่มีองค์ประกอบอย่างเดียวกัน จะพบว่า แก้ว อยู่ในสถานะ*กึ่งเสถียร* (metastable) ซึ่งหมายความว่า หากทิ้งไว้เป็นเวลานาน ๆ นับจำนวนหลาย ๆ ร้อยปี หรือมีปัจจัยอื่น (ซึ่งจะกล่าวถึงในอีกไม่ช้า) มาเร้า จะทำให้แก้วเปลี่ยนแปลงกลายเป็นสารผลึกได้ กระบวนการที่แก้วเปลี่ยนแปลงเป็นสารผลึก นักวิทยาศาสตร์เรียกว่า *กระบวนการลดสภาพแก้ว* (devirification) กระบวนการลดสภาพแก้วนี้ เป็นกระบวนการที่แก้วปรับตัวเองให้กลายเป็นสารผลึก โดยการปล่อยคายพลังงานที่สะสมอยู่ในโครงสร้างอออกไป พร้อมกันนั้น มีการจัดระเบียบภายในโครงสร้างเสียใหม่ให้เป็นสารผลึก ซึ่งมีพลังงานสะสมในโครงสร้างน้อยกว่า จึงมีเสถียรภาพมากกว่า ความจริงในข้อนี้ชวนให้นึกถึงปรากฏการณ์ที่คุ้นเคยกันดี เมื่อที่แช่น้ำหรือน้ำอัดลมบรรจุขวดไว้ ในตู้เย็นที่เย็นจัด ตลอดเวลาที่ไม่มีการแตะต้องหรือรับการสั่นสะเทือน มันยังคงอยู่ในลักษณะที่เป็นของเหลว แม้ว่าอุณหภูมิจะต่ำกว่าจุดเยือกแข็งของน้ำหรือน้ำอัดลมนั้นแล้วก็ตาม แต่หากมีการแตะต้องหรือเขย่าภาชนะนั้น มันจะกลายเป็นผลึกน้ำแข็งเล็ก ๆ ที่เรียกว่าเกร็ดน้ำแข็งทันที ความจริงในข้อนี้ เราเรียกน้ำหรือของเหลวที่ยังคงสถานะภาพ เป็นของเหลวทั้ง ๆ ที่อุณหภูมิต่ำกว่าจุดเยือแข็งของมันว่า อยู่ในสถานะเย็นยิ่งยวด (Super-cooled liquid) ฉันใด เราก็อาจจะเรียกแก้วทั้งหลายว่า เป็นสารที่อยู่ในสถานะของเหลวเย็นยิ่งยวดฉันนั้น จะต่างกันก็เพียงว่าแก้วมีสมบัติ แข็ง แกร่งอย่างที่กล่าวมา และจะไม่กลายเป็นผลึกได้เพียงอาศัยการเขย่าเหมือนน้ำ หรือน้ำอัดลม อย่างไรก็ตาม เพื่อหลีกเลี่ยงความสับสน นักวิทยาศาสตร์ผู้เคร่งครัดในถ้อยคำ มีคำเรียกสถานะของแก้วให้แตกต่างไปจากสถานะของเหลวหรือสารผลึกว่าเป็น "**สถานะแก้ว** (Vitreous state)" อันเป็นสถานะที่สสารมีพลังงานอยู่ในตัวเองต่ำกว่าของเหลว แต่สูงกว่าสารผลึก จึงถือว่าเป็นสถานะกึ่งเสถียร

กระบวนการเกิดแก้ว

ดังได้กล่าวมาแล้วว่า แก้วเป็นสารเย็นยิ่งยวด ดังนั้น จึงอาจจะพิจารณาต่อไป อีกว่ากระบวนการเกิดแก้วที่พบในธรรมชาติ หรือกระบวนการมนุษย์ที่นำมาใช้ทำแก้ว ล้วนเป็นกระบวนการที่องค์ประกอบของแก้วที่อยู่ในสถานะเป็นของเหลวมาก่อนทั้งสิ้น จากนั้น เมื่อลดอุณหภูมิลงอย่างรวดเร็วจะทำให้องค์ประกอบเหล่านั้นไม่มีเวลาเพียงพอที่จะเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบจึงกลายเป็น แก้ว

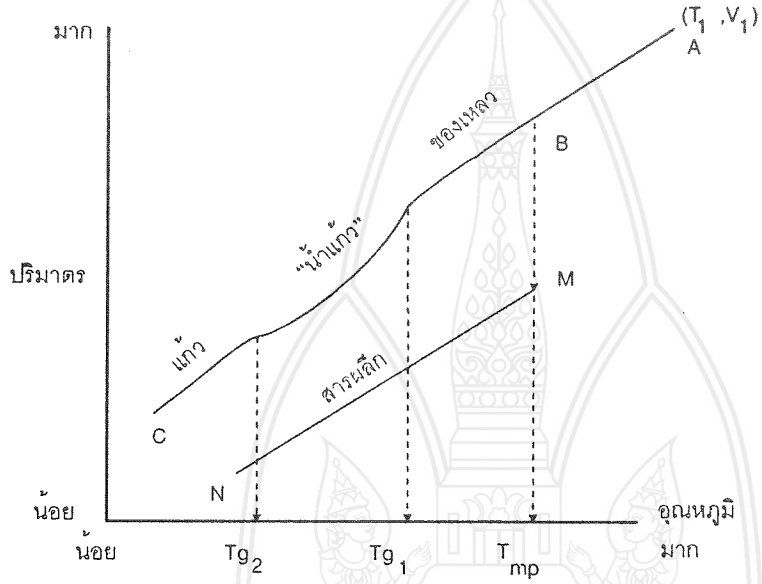


รูปที่ 3 ก) โครงสร้างของสารผลึกคริสโทบาลไลต์ (cristobalite) ข) โครงสร้างของแก้วซิกิลา (silica glass) ค) โครงสร้างของแก้วซิกิลา เมื่อมีธาตุอัลคาไล หรืออัลคาไลเอิร์ทผสมอยู่ด้วย เปรียบเทียบโครงสร้างทั้งสาม จะเห็นว่ามีลักษณะเป็นโครงข่ายของไอออนของธาตุซิลิกอน 1 ไอออน ล้อมรอบด้วยไอออนของธาตุออกซิเจน จำนวน 4 ไอออน เป็นรูปปิรามิดฐานสามเหลี่ยม ปิรามิดเหล่านั้น เชื่อมต่อกันด้วยไอออนของธาตุออกซิเจน ในกรณีที่เป็นโครงสร้างผลึก จะมีความเป็นระเบียบ ต่างกับโครงสร้างของแก้ว ที่ไม่เป็นระเบียบ เมื่อมีธาตุอัลคาไล หรืออัลคาไลเอิร์ทผสมอยู่ โครงข่ายบางส่วนจะขาดออกจากกัน อนึ่ง ขอให้สังเกตว่า อะตอมของไอออนของธาตุออกซิเจนที่อยู่เป็นยอดของปิรามิดฐานสามเหลี่ยม ซึ่งชี้ออกจากระนาบแผ่นกระดาษมิได้แสดงไว้ในรูปเหล่านี้

(ดัดแปลงจาก Kingery, W.D., Bowen, H.K and Uhlmann, R.D.(1989). *Introduction to Ceramics*, 2nd.).

เพื่อความเข้าใจในเรื่องนี้ ขอให้ดูรูปที่ 3 ซึ่งแสดง โครงสร้างของสารผลึกคริสโทบาไลต์ (cristobalite) (รูป 3. ก.) เปรียบเทียบกับโครงสร้างของแก้วซิลิกา (รูป 3 ข.) ซึ่งมี

องค์ประกอบเหมือนกัน คือ ประกอบด้วยซิลิกา (silica SiO_2) บริสุทธิ์ จะเห็นว่า มีลักษณะเป็น ***โครงข่าย*** (network) คล้ายกับร่างแหหรืออวน ต่างกันแต่ว่า "*ตา* (cavities)" ในโครงข่ายของแก้ว มีขนาดไม่เท่ากันและไม่มีการเรียงกันเป็นระเบียบเหมือนกับโครงข่ายของคริสโทบาไลต์ซึ่งเป็นสารผลึก เมื่อพิจารณารูปร่างของโครงสร้างสารทั้งสอง ที่มีองค์ประกอบเหมือนกัน แต่กระบวนการที่ทำให้เกิดผลเช่นนี้แตกต่างกัน สืบเนื่องมาจากการศึกษาทดลอง ซึ่งนำมาแสดงเป็นรูปกราฟดังรูปที่ 4 โดยมีรายละเอียด ดังนี้



รูปที่ 4 กราฟแสดงการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิที่สัมพันธ์กับการเปลี่ยนปริมาตร ช่วง AB เป็นช่วงที่สารซิลิกาอยู่ในสถานะเป็นของเหลว เมื่ออุณหภูมิลดลงอย่างช้า ๆ ครั้นถึงอุณหภูมิ T_{mp} อันเป็นจุดเยือกแข็งปริมาตรของสารลดลงอย่างมาก ตามเส้นกราฟ MN และเกิดเป็นของของที่มีโครงสร้างอันเป็นระเบียบเรียกว่า สารผลึกคริสโทบาไลต์ แต่ถ้าลดอุณหภูมิลงอย่างรวดเร็ว จะทำให้ปริมาตรลดลงตามเส้นกราฟ BC แต่ไม่มากเหมือนการเกิดสารผลึก ผลที่ได้ คือ แก้ว ช่วงอุณหภูมิ Tg_1 ถึง Tg_2 เป็นช่วงที่เป็น "น้ำแก้ว" ซึ่งมีลักษณะข้นหนืด

เริ่มต้นจากการนำซิลิกามาปริมาณพอสมควร ให้ความร้อนจนหลอมกลายเป็นของเหลว ที่มักเรียกตามภาษาช่างทำแก้วว่า "น้ำแก้ว" น้ำแก้วที่กล่าวถึงนี้ ก็เหมือนของเหลวโดยทั่วไป คือ มีปริมาตรมากกว่าของแข็ง เช่น ณ อุณหภูมิสูง T_1 มีปริมาตรเป็น V_1 คือ ตำแหน่ง A ในรูปที่ 4 เมื่อลดอุณหภูมิลง จะทำให้ปริมาตรของซิลิกาหลอมเหลวลดลงด้วยความสัมพันธ์นี้ดำเนินไปตามเส้นกราฟ AB ซึ่งเป็นกราฟเส้นตรง ณ ทุกจุดบนเส้นกราฟใน

ช่วง AB นี้ หากปล่อยทิ้งไว้ให้มีการเย็นตัวอย่างช้า ๆ ปริมาตรของซิลิกาจะลดลงอย่างมาก เมื่ออุณหภูมิถึงจุดเยือกแข็ง เช่น T_{mp} ปริมาตรของของเหลวจะลดลงจากเดิมอย่างมาก อันเป็นผลจากการจัดเรียงตัวกันอย่างเป็นระเบียบของโครงสร้าง ดังแสดงด้วยเส้นกราฟ MN ในกรณีนี้ผลที่ได้คือ สารผลึกของซิลิกาที่เรียกว่า "คริสโทบาไลต์ (cristobalite)"

ในทางตรงข้ามหากต้องการแก้วจากของเหลวซิลิกานี้ต้องลดอุณหภูมิลงอย่างรวดเร็ว ผลที่เกิดขึ้น คือ ปริมาตรของน้ำแก้วจะค่อย ๆ ลดลง แต่รวมแล้วไม่มากเหมือนดังที่เกิดขึ้น ในกรณีที่ปล่อยให้เย็นตัวอย่างช้า ๆ ดังที่กล่าวมาในย่อหน้าที่ผ่านมา ความจริงในข้อนี้แสดงด้วยกราฟในช่วง BC ซึ่งอยู่ในตำแหน่งสูงกว่าเส้นกราฟการเกิดสารผลึก ขอให้สังเกตว่า ในช่วงกราฟ BC นี้ การลดปริมาตรเมื่อเทียบกับการลดอุณหภูมิ เส้นกราฟมีความโค้งเล็กน้อย ซึ่งหมายความว่า การลดปริมาตรของน้ำแก้วมีค่อนข้างน้อย เมื่อเทียบกับการลดปริมาตรเมื่อเกิดเป็นผลึกคริสโทบาไลต์ หากดูสภาพของน้ำแก้วในช่วง อุณหภูมิที่กราฟเป็นเส้นโค้งนี้ คือ T_{g1} ถึง T_{g2} ดังแสดง ในรูปกราฟ จะเห็นว่า น้ำแก้วมีลักษณะหนืดจนเกือบแข็ง ช่วงอุณหภูมินี้เอง เป็นช่วงอุณหภูมิที่ช่างทำแก้วหรือนักเป่าแก้ว เรียกว่า "***อุณหภูมิขึ้นรูป*** (fictive temperature)" ซึ่งหมายความว่า สามารถนำ "น้ำแก้ว" มาเป่า หรือดัดทำให้เป็นรูปร่าง ๆ ต่างได้ตามใจปรารถนา ครั้นปล่อยให้ "น้ำแก้ว" เย็นตัวลงต่อไป จะได้แก้วที่เป็นของแข็ง ดำรงรูปร่างอยู่ได้โดยไม่ต้องอยู่ในภาชนะเหมือนดังได้กล่าวมาแต่แรก

โครงสร้างของแก้วออกไซด์ (oxide glasses)

การกำเนิดแก้วที่ได้กล่าวมาแล้ว ผู้เขียนมิได้เน้นถึงองค์ประกอบทางเคมีของแก้ว เพราะตั้งใจ ให้ผู้อ่านนึกถึงกระบวนการเกิดแก้วที่พบในชีวิตประจำวัน เช่น การเคี่ยวน้ำตาลทำทอฟฟี่ หรือการทำขนมประเภทกระยาสารท หรือถั่วตัดซึ่งมีน้ำตาล อันถือได้ว่าเป็นแก้วชนิดหนึ่งที่ทำให้เมล็ดถั่วลิสงคั่ว เชื่อมต่อกันเป็นแผ่น ๆ อย่างที่เรารู้จักกันดีอยู่แล้วนั่นเอง

แต่ที่จะกล่าวต่อไปนี้ เป็นเรื่องของโครงสร้างของแก้ว เน้นเฉพาะแก้วที่ประกอบด้วยสารอนินทรีย์ ประเภทออกไซด์ (oxides) หรือที่เรียกว่า "แก้วอนินทรีย์ (inorganic glass)" ผู้เขียนจึงขอให้ผู้อ่านนึกถึงภาพของแก้วผลิตในโรงงานอุตสาหกรรมให้เป็นกระจก หรือ ภาชนะแก้วชนิดต่าง ๆ เช่น ขวด หลอดทดลอง หรือหลอดไฟฟ้า เป็นต้น

แก้วอนินทรีย์ที่จะกล่าวต่อไปนี้ ที่รู้จักกันโดยทั่วไป มีองค์ประกอบเป็นออกไซด์ของธาตุต่าง ๆ ซึ่งหากพิจารณาในด้านโครงสร้างของแก้ว จำแนกออกได้เป็น 3 ประเภท ด้วยกัน คือ

1. ***ธาตุสร้างโครงข่ายของแก้ว*** (network former) หรือ***ธาตุสร้างแก้ว*** (Glass former) หมายถึงธาตุซึ่งออกไซด์ของมันสามารถเชื่อมต่อกันโดยอาศัยอะตอมของธาตุออกซิเจน

ยึดจับกันด้วยพันธะเคมี จนเป็นโครงข่ายอย่างที่เห็นเป็นเนื้อแก้ว ตัวอย่างของธาตุเหล่านี้ เช่น ธาตุซิลิกอน Si, ธาตุเยอร์มาเนียม Ge เป็นต้น ตามนัยที่กล่าวนี้ หมายความว่า หากนำออกไซด์ของธาตุเหล่านี้เพียงอย่างเดียว ไม่ต้องผสมด้วยออกไซด์อื่น ๆ หากนำมาหลอมให้เหลว แล้วปล่อยให้เย็นตัว อย่างรวดเร็ว จนแข็งตัว จะทำเป็นแก้วได้

2. *ธาตุดัดแปลงโครงข่ายของแก้ว* (Network modifier) หมายถึง ธาตุซึ่งออกไซด์ของมัน ในปริมาณพอควรผสมลงในของเหลวที่มีธาตุสร้างแก้วแล้ว จะทำให้ของเหลวนั้นเมื่อแข็งตัวมีสถานะเป็นแก้วได้ แต่ถ้านำออกไซด์ของธาตุ ประเภทแต่เพียงอย่างเดียว มาให้ความร้อนให้หลอมเหลว แล้วทิ้งให้เย็นอย่างรวดเร็ว จะไม่สามารถทำให้เกิดเป็นแก้วได้ ตัวอย่างธาตุเหล่านี้ เช่น โซเดียม Na, โปตัสเซี่ยม K และ สังกะสี Zn เป็นต้น

3. *ธาตุกำกึ่งสร้างโครงข่าย* (Intermediate) หมายถึง ธาตุซึ่งออกไซด์ของมันสามารถสร้างโครงข่ายของแก้วได้ ในขณะเดียวกันก็เป็นธาตุดัดแปลงโครงข่ายได้เช่นกัน แต่ถ้านำออกไซด์ของธาตุประเภทนี้เพียงอย่างเดียว นำมาหลอมแล้วทำให้เย็นตัวโดยรวดเร็ว ผลที่ได้จะเป็นสารผลึก แต่ไม่สามารถเป็นแก้วได้ ตัวอย่างของธาตุกำกึ่งสร้างโครงข่าย เช่น ธาตุไทเทเนียม Ti, ตะกั่ว Pb และ อลูมิเนียม Al

โดยอาศัยการจำแนกลักษณะของแต่ละธาตุดังที่กล่าวมาแล้วนี้เป็นหลักปฏิบัตินักวิทยาศาสตร์ที่ทำแก้ว จะใช้ออกไซด์ของธาตุสร้างแก้วเป็นส่วนผสมที่มีปริมาณมาก ๆ โดยทั่ว ไปอยู่ระหว่าง 50 - 100% หากจะต้องผสมสารอื่นลงไปอีก ก็เพราะมีจุดมุ่งหมายที่จะให้ได้แก้ว ที่มีสมบัติตามที่ปรารถนา เช่น เติมออกไซด์ หรือคาร์บอเนตของธาตุต่าง ๆ ดังแสดงในตารางที่ 3 เพื่อให้เกิดสี ซึ่งในที่นี้ขอเสนอให้เรียกธาตุที่ทำให้เกิดสีในแก้วว่า "*ธาตุรงคลักษณ์* (Chromophore)" โดย ธาตุรงคลักษณ์เหล่านี้ส่วนใหญ่จะเป็นธาตุดัดแปลงโครงข่ายของแก้ว นอกจากนี้ เพื่อให้ได้แก้วที่มีลักษณะพึงประสงค์อื่น ๆ เช่น มีความใส มักใช้อะลูมิเนียมในรูปของสารประกอบเติมลงไป หรือถ้าต้องการให้น้ำแก้ว มีความหนืดน้อยลง จนเหมาะสมแก่การเป่า หรือทำรูปทรงต่าง ๆ จะใช้ ธาตุอัลคาไล (alkali elements) อัลคาไลเอิร์ท (alkali-earth) เช่น ธาตุโซเดียม Na หรือ แคลเซี่ยม Ca เป็นธาตุดัดแปลงโครงสร้าง เหตุที่ใช้ธาตุอัลคาไลหรืออัลคาไลเอิร์ท เป็นธาตุดัดแปลงโครงสร้าง เพราะธาตุในกลุ่มนี้ มีขนาดไอออนค่อนข้างใหญ่ไม่อาจเข้าไปแทรกอยู่ในโครงข่ายได้ ยิ่งไปกว่านั้นยัง ดึงให้อะตอมของธาตุออกซิเจน แทนที่จะเกาะเกี่ยวกันเป็นโครงข่าย กลับมาเชื่อมต่อกับไอออนของธาตุเหล่านี้ หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่าธาตุอัลคาไลหรืออัลคาไลเอิร์ท เป็นสาเหตุให้โครงข่ายฉีกขาด จึงทำให้แก้ว เมื่ออยู่ในสถานะเป็นของเหลว มีความหนืดน้อยลง

ธาตุอื่น ๆ ที่ในโครงสร้างของแก้ว ที่จำแนกออกได้เป็น 3 ประเภท ดังกล่าวแสดงในตารางที่ 2 ส่วนธาตุรงคลักษณ์ แสดงในตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ธาตุรงคลักษณ์ในแก้ว หรือ ออกไซด์ของธาตุรงคลักษณ์

สี	ธาตุรงคลักษณ์ หรือ ออกไซด์ของธาตุรงคลักษณ์
แดง	Au, Cu Se, Te
ชมภู	MnO_2 - CeO_2
ส้ม	Cd
เหลืองอำพัน	Fe_2O_3 - TiO_2
เหลือง	UO_2, CeO_2 - TiO_2
เขียว	Cr_2O_3, Fe_2O_3, CuO, U_2O_3
น้ำเงิน	CoO, FeO, CuO
ม่วง	NiO, Mn_2O_3
เทา	Co_2O_3 - Ni_2O_3
ดำ	Mn_2O_3 - Cr_2O_3

หมายเหตุ ออกไซด์ที่คั่นด้วย - หมายถึงการผสมในสัดส่วนต่าง ๆ

ทฤษฎีเกี่ยวกับพันธะเคมีและโครงสร้างของแก้ว

ในเมื่อแก้วที่มีการผลิตมาแต่โบราณ จนถึงที่เป็นอุตสาหกรรมในปัจจุบัน เกือบทั้งหมดมีองค์ประกอบเป็นออกไซด์ หลักการที่อธิบายถึงลักษณะของโครงสร้างของแก้ว จึงอาศัยผลงานของนักวิทยาศาสตร์ที่มีชื่อเสียงเสนอไว้ก่อนสงครามโลกครั้งที่หนึ่ง 2 ท่านด้วยกัน คือ วี. เอ็ม. โกลด์ชมิด์ต (V.M. Goldschmidt)* กับ ดับบริว. เอ็ช. ซาชาเรียเซน (W.H. Zachariasen) โดยนักวิทยาศาสตร์ท่านแรกเสนอผลงานไว้ ในปี ค.ศ.1930 มีสาระโดยสังเขปว่า บรรดาออกไซด์ของธาตุต่าง ๆ ประกอบด้วยไอออนของธาตุโลหะซึ่งมีประจุเป็นบวกหรือเรียกว่า แคดไอออน (cation) ล้อมรอบไว้ด้วยไอออนของธาตุออกซิเจนซึ่งมีประจุเป็นลบ หรือเรียกว่า แอนไอออน (anion) ผลที่ตามมา จะเกิดเป็นรูปทรงทางเรขาคณิตต่าง ๆ กัน ทั้งนี้ขึ้นกับค่าของอัตราส่วนระหว่างรัศมีของไอออนธาตุนั้นกับรัศมีของไอออนของธาตุออกซิเจน ค่าของอัตราส่วนของรัศมีกับรูปทรงเรขาคณิตที่ประกอบด้วยด้านหลายด้าน (polyhedron) ดังแสดง ในตารางที่ 3

---

* Paul, A : (1982). *Chemistry of Glasses*. Chapman and Hall, New York.

ตารางที่ 3 แสดงค่าอัตราส่วนระหว่างรัศมีไอออนประจุบวกต่อรัศมีไอออนประจุลบ R_M/R_A, จำนวนเลขสหาย และ รูปเรขาคณิตของโครงสร้าง

R_M/R_A	จำนวนเลขสหาย	รูปเรขาคณิตของโครงสร้าง
≥ 0 - .14	2	เส้นตรง (linear) 
0.14 - 0.225	3	สามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral triangle) 
0.225 - 0.414	4	ปิรามิดฐานสามเหลี่ยม (tetrahedron) 
0.414 - 0.732	6	ทรงแปดหน้า (octehadron) 
≥ 0.732	8	ลูกบาศก์ (cube) 

เกี่ยวกับการเกิดแก้วโกลด์ชมิด์ตเสนอว่า ธาตุที่มีอัตราส่วนของรัศมีของแคดไอออนของธาตุที่จะก่อตัวเป็นแก้วต่อรัศมีไอออนของธาตุแอนไอออน จะมีค่าระหว่าง 0.2 ถึง 0.4 โดยประมาณ ความข้อนี้แฝงด้วยความหมายว่า ถ้าไอออนของธาตุใดล้อมรอบด้วยไอออนของธาตุออกซิเจนเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า (equilateral triangle) หรือรูปปิรามิดฐานสามเหลี่ยม (tetrahedron) แล้ว เราสามารถนำออกไซด์ของสารนั้นมาทำเป็นแก้ว ได้โดยไม่ต้องผสมด้วยสารอื่นใด ตัวอย่าง ในกรณีนี้ เช่น ซิลิกอนออกไซด์ (SiO_2) ทำแก้วซิลิกา (silica glass) หรือฟอสฟอรัสเพนตาออกไซด์ (P_2O_5) ทำแก้วฟอสเฟต (Phosphate glass) เป็นต้น

ส่วนซาซาเรียเซนได้ให้อรรถาธิบายเกี่ยวกับโครงสร้างของแก้วประเภทออกไซด์ เมื่อปี ค.ศ. 1932 ว่า ถ้าอะตอม สมมุติว่ามีสัญลักษณ์เป็น M จะเป็นธาตุก่อโครงสร้างแก้วออกไซด์ของมัน ได้ต้องมีสมบัติ ต่อไปนี้

1. อะตอมของธาตุออกซิเจนจะเชื่อมต่อกับอะตอมของธาตุ M ไม่เกินกว่า 2 อะตอม

2. จำนวนอะตอมของธาตุออกซิเจนที่ล้อมรอบอะตอมของธาตุ M ต้องมีค่าน้อย ๆ ประมาณ 3 หรือ 4

3. รูปทรงหลายเหลี่ยมที่เกิดจากอะตอมของธาตุออกซิเจนที่ล้อมรอบอะตอมของธาตุ M จะเชื่อมต่อกันด้วยมุมของรูปหลายเหลี่ยมนั้น หากใช่เชื่อมต่อกันด้วยด้านหรือขอบของรูปหลายเหลี่ยมไม่

4. ที่มุมของแต่ละรูปหลายเหลี่ยมดังกล่าวมาแล้วอย่างน้อยจำนวน 3 มุม ต้องเชื่อมต่อกัน

อรรถาธิบายของซาซาเรียเซนนี้ ในปัจจุบันเรียกว่า หลักเกณฑ์ของซาซาเรียเซน (Zachariasen's Rules) ซึ่งเป็นหลักเกณฑ์ที่นักเคมีสามารถนำประยุกต์ในการผสมออกไซด์ต่างชนิดกัน ให้เป็นโครงสร้างของแก้วได้ เช่น แก้ว PYREX® ซึ่งเป็นแก้วทนไฟมีองค์ประกอบหลักคือออกไซด์ของธาตุซิลิกอน Si และโบรอน B เป็นธาตุที่ก่อโครงข่ายสอดคล้องตามกฎเกณฑ์ของซาซาเรียเซน (ต่อหน้า 262)

ตารางที่ 4 แสดงประจุ *เลขสหาย* พลังงานสลาย และค่าความแข็งแรงของพันธะของออกไซด์ที่เป็นองค์ประกอบของแก้ว

(ดัดแปลงจาก : Kingery,W.D., Bowen, H.K and Uhlmann, R.D.(1989). *Introduction to Ceramics*, 2nd. Ed.)

	สัญลักษณ์	ประจุ	พลังงานสลายพันธะ M-O กิโลแคลอรี/กรัมอะตอม	เลขสหาย	ค่าความแข็งแรงของพันธะ M-O กิโลแคลอรี/กรัมอะตอม
ธาตุสร้าง-โครงข่าย	B	3	356	3	119
(Network former)	Si	4	424	4	106
	Ge	4	431	4	108
	Al	3	402-317	4	101-79
	B	3	356	4	89
	P	5	442	4	111-89
	V	5	449	4	112-90
	As	5	349	4	87-70
	Sb	5	339	4	85-68
	Zr	4	485	6	81
ธาตุก้ำกึ่งฯ	Ti	4	435	6	73
(Intermidiate)	Zn	2	144	2	72
	Pb	2	145	2	73
	Al	3	402-317	6	67-53
	Th	4	516	8	64
	Be	2	250	4	63
	Zr	4	485	8	61
	Cd	2	119	2	60
ธาตุดัดแปลง	Sc	3	362	6	60
โครงข่าย	La	3	406	7	58
(Network modifier)	Y	3	399	8	50
	Sn	4	278	6	46
	Ga	3	267	6	45
	In	3	259	6	43
	Th	4	516	12	43
	Pb	4	232	6	39
	Mg	2	222	6	37
	Li	1	144	4	36
	Pb	2	145	4	36
	Zn	2	144	4	36
	Ba	2	144	4	33
	Ca	2	257	8	32
	Sr	2	256	8	32
	Na	1	120	6	20
	Cd	2	119	6	20
	K	1	115	9	13
	Rb	1	115	10	12

ในปี ค.ศ. 1947 เค.เอ็ช. ซัน (K.H. Sun) เสนอความคิดว่า ค่า***ความแข็งแรงของพันธะเดี่ยว*** (bond strength) ระหว่างธาตุต่าง ๆ กับอะตอมของธาตุออกซิเจน ซึ่งคำนวณได้จากค่าพลังงานสลายพันธะ (dissociation energy, E_d) หารด้วยจำนวนอะตอมของออกซิเจนที่ล้อมรอบอะตอมนั้น ซึ่งในบทความนี้ ขอเสนอให้เรียกว่า "***เลขสหาย*** (coordination number, CN)" สามารถใช้ระบุว่าธาตุใดเป็นธาตุสร้างโครงข่าย ธาตุดัดแปลงโครงข่ายหรือธาตุกึ่งสร้างโครงข่ายของแก้วประเภท ออกไซด์ได้เหมือนกัน โดยธาตุสร้างโครงข่ายมีค่าความแข็งแรงของพันธะมากกว่า 80 กิโลแคลอรี่/กรัมอะตอม ธาตุกึ่งสร้างโครงข่าย มีค่าความแข็งแรงของพันธะในช่วง 80 - 50 กิโลแคลอรี่/กรัมอะตอม ส่วนธาตุดัดแปลงโครงข่ายจะมีค่าเดียวกันนี้ต่ำกว่า 50 กิโลแคลอรี่/กรัมอะตอม

ผลงานของนักวิทยาศาสตร์ทั้งสามนี้ เป็นหลักเกณฑ์ที่ช่วยให้นักวิทยาศาสตร์สามารถกำหนดว่า จะต้องใช้ธาตุใดเป็นองค์ประกอบของแก้ว จึงจะได้แก้วประเภทออกไซด์ ที่มีสมบัติอันพึงปรารถนาได้ เช่น หากต้องการแก้วที่มีสมบัติไม่แตกร้าวง่าย เมื่อเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิอย่างรวดเร็ว ต้องใช้แก้วที่ประกอบด้วยธาตุสร้างโครงข่ายที่มีอะตอมหรือไอออนขนาดเล็ก ๆ และมีค่าความแข็งแรงของพันธะสูง เช่น ธาตุโบรอน B และธาตุซิลิกอน Si เป็นต้น ในขณะเดียวกัน ต้องการนำแก้วมาเป่าขึ้นรูป เช่น หลอดทดลอง (test tube) ต้องผสมด้วยธาตุดัดแปลงโครงสร้างที่มีอะตอมหรือไอออนขนาดเล็ก ๆ เช่นกัน คือ ธาตุโซเดียม Na หรือธาตุลิเทียม Li ผสมด้วยเพื่อทำให้แก้วมีค่าความหนืดเหมาะสมแก่การเป่า นอกจากนี้ เพื่อให้แก้วมีความโปร่งใส จะใช้ธาตุอลูมิเนียม เป็นธาตุกึ่งผสมด้วย ธาตุที่กล่าวมาเป็นตัวอย่างนี้อาจได้มาจากสารตั้งต้นในรูปของออกไซด์ ซิลิเกต (silicate) หรือคาร์บอเนตก็ได้ อนึ่งขอบอกด้วยว่า นี่เป็นการกล่าวเชิงทฤษฎีเท่านั้น มิได้คำนึงถึงหลักเศรษฐศาสตร์การผลิต เช่น ธาตุลิเทียม ซึ่งมีขนาดไอออนเล็กที่สุดในบรรดาโลหะอัลคาไลทั้งหมด แต่เป็นธาตุที่ค่อนข้างหาได้ยากจึงมีราคาสูง ดังนั้น ในเชิงพานิชย์จึงไม่นิยมใช้เพราะจะทำให้ผลิตภัณฑ์ มีราคาแพงมาก จึงมักใช้ธาตุโซเดียม ที่ได้จากโซเดียม คาร์บอเนตหรือโซดาแอช (soda ash, Na_2CO_3) แทน

ประเภทของแก้วในเชิงอุตสาหกรรม

ขอย้ำอีกครั้งหนึ่งว่า แม้แก้วจะมีองค์ประกอบได้หลายอย่าง จนแม้กระทั่งลูกกวาดก็จัดว่าเป็นแก้วชนิดหนึ่ง ดังที่กล่าวมาข้างต้น แต่แก้วที่ผลิตเป็นอุตสาหกรรมส่วนใหญ่ เป็นแก้วประเภทออกไซด์ทั้งสิ้น ประมาณว่าชนิดของแก้วที่ผลิตในอุตสาหกรรมมีมากกว่า 600 ชนิด มีวิธีการผลิตหรือองค์ประกอบแตกต่างกันไป ซึ่งสามารถจำแนกเป็นประเภทใหญ่ ๆ ได้ 6 ประเภทด้วยกัน คือ

1. แก้วไฮห์ซิลิกา (High silica glass)
2. แก้วโซดา-ซิลิเกต (Soda silicate glass)
3. แก้วโซดา-ไลม -ซิลิเกต (Soda-lime silicate glass)
4. แก้วโบโรซิลิเกต (Borosilicate glass)
5. แก้วอลูมิโนซิลิเกต (Alumino-silicate glass)
6. แก้วเลด ซิลิเกต (Lead silicate) หรือแก้วตะกั่ว (Lead glass)

ตารางที่ 5 ตัวอย่างองค์ประกอบของแก้วชนิดต่าง ๆ แสดงด้วยค่าร้อยละโดยน้ำหนักขององค์ประกอบ เขียนเป็นรูปออกไซด์

ดัดแปลงจาก (Koris, D. (1997) The Chemistry of Glass, *Journal of Chemical Education*. Vol.56, No.9., p. 605.)

ประเภท	SiO_2	Na_2O	K_2O	CaO	MgO	B_2O_3	Al_2O_3	PbO	การใช้สอย
1.แก้วไฮห์ซิลิกา (High silica glass)	96.3	...	...	...	...	2.9	0.4	...	แก้วทนไฟ เลนส์
2.แก้วโซดา-ซิลิเกต (Soda-silicate glass)	(องค์ประกอบไม่แน่นอน โดยทั่วไปมีอัตราส่วนระหว่าง SiO_2 : Na_2O ระหว่าง 1.6 ถึง 3.7)								ผสมผงซักฟอก
3. แก้วโซดา-ไลม - ซิลิเกต (Soda-lime silicate glass)	72.1	14.0	...	9.9	3.2	...	0.3	...	หลอดไฟฟ้า กระจกหน้าต่าง
	72.1	20.6	0.5	9.1	5.2	1.0	...	...	กระจกหน้าต่าง ขวด
4. แก้วโบโรซิลิเกต (Borosilicate glass)	81.0	4.5	...	...	...	12.5	2.0	...	อุปกรณ์แก้วใช้ปฏิบัติการเคมี
5. แก้วอลูมิโนซิลิเกต (Alumino-silicate glass)	65.8	3.8	...	10.4	...	...	6.6	...	จานแก้ว
6.แก้วตะกั่ว (Lead glass)	56.0	2.0	13.0	...	...	...	...	29	แก้วคริสตอล
	3	...	...	...	...	11	11	75	แก้วบัดกรี

ลักษณะและประโยชน์ของแก้วแต่ละประเภท จะได้กล่าวโดยสังเขป ดังนี้

1. แก้วไฮห์ซิลิกา

ประกอบด้วย ธาตุซิลิกอนเป็นธาตุสร้างโครงข่ายมากกว่าร้อยละ 95 ผลิต โดยนำแร่เขียวหนุมาณ (quartz) มาหลอมในอุณหภูมิสูงกว่า 1,900 °C ในสุญญากาศ เหตุผลที่ต้องหลอมในสภาพสุญญากาศ ก็เพราะป้องกันมิให้แก้วที่ได้มีฟองอากาศ อนึ่ง เนื่องจากแก้วชนิดนี้ไม่มีธาตุดัดแปลงโครงข่าย จึงมีความหนืดสูง ทำให้ไม่สามารถนำมาเป่าให้เป็นรูปทรงต่าง ๆ ได้ นอกจากจะนำมา "ขึ้นรูป" ให้เป็นทรงง่าย ๆ เช่น ทำเป็นเบ้า (crucible) ใช้ในห้องปฏิบัติการทางเคมี หรือเพื่อนำไปฝนขัดเพื่อทำเป็นเลนส์ใช้กับกล้องโทรทรรศน์ หรือกล้องถ่ายรูป

กรรมวิธีผลิตแก้วไฮห์ซิลิกา อีกวิธีหนึ่งที่นิยมใช้ คือ การนำซิลิกอนเททราคลอไรด์มาเผาด้วยเปลวไฟในบรรยากาศที่มีไอน้ำความดันสูง ทั้งนี้ เพื่อให้เกิดปฏิกิริยา ดังสมการ

$$2H_2O + SiCl_4 \longrightarrow SiO_2 + 4HCl$$

แก้วประเภทนี้มักมีราคาสูงเพราะกรรมวิธีผลิตซับซ้อน ทั้งในด้านการทำให้ซิลิกามีความบริสุทธิ์สูงและต้องใช้อุปกรณ์ที่ยุ่งยาก ข้อดีของแก้วชนิดนี้คือมีความแข็งมาก ทนต่ออุณหภูมิสูง ไม่แตกง่าย เพราะมีสัมประสิทธิการขยายตัวต่ำ (low thermal expansion coefficience) แต่ข้อเสียที่สำคัญ โดยเฉพาะอย่างเมื่อนำมาทำเป็นเลนซ์คือ เลนซ์มักจะมีลักษณะไม่พึงปรารถนา ที่เรียกว่า "เป็นขนแมว" เนื่องจากนิ้วมือไปหรือนำผ้าสกปรกไปเช็ด ทั้งนี้เพราะนิ้วมือหรือผ้าสกปรกนั้นมักมีเกลือ (NaCl) ปนอยู่ด้วย เมื่อแก้วเปื้อนด้วยไอออนของธาตุโซเดียมจากเกลือ จะทำให้เกิดกระบวนการลดสภาพแก้ว ดังที่กล่าวมาแล้ว จึงทำให้เกิดเป็นผลึกเล็ก ๆ เรียงตัวเป็นเส้นคล้ายขนแมว ด้วยเหตุนี้เอง เลนซ์ที่ทำจากแก้วประเภทนี้ จึงต้องเคลือบด้วย สารบางชนิดป้องกันมิให้เกลือไปสัมผัสกับเนื้อแก้ว เกี่ยวกับเรื่องนี้ผู้ใช้กล้องโทรทรรศน์หรือ กล้องถ่ายรูปจึงระมัดระวังมาก ไม่ให้นิ้วมือไปถูกกับเลนส์ และต้องใช้ความระมัดวังเป็นพิเศษ เมื่อใช้กล้องถ่ายรูปไปถ่ายบริเวณที่มีเกลือมาก ๆ เช่น ชายทะเล

2. แก้วโซดา-ซิลิเกต (Soda silicate)

แก้วประเภทนี้ได้จากการนำทราย มาผสมกับโซดาแอชในอัตราส่วนที่ได้จากการคำนวณ $SiO_2 : Na_2O$ 1.6 - 3.7 แล้วเผาโดยใช้ไอน้ำเป็นส่วนประกอบในการ ควบคุมความดัน หากจะเขียนเป็นสมการแสดงปฏิกิริยาเคมีจะได้

$$Na_2CO_3 + nSiO_2 \longrightarrow Na_2O.nSiO_2 + CO_2$$

ส่วนประกอบ $Na_2O .nSiO_2$ นี้ คือ แก้วโซดา-ซิลิเกต ณ อุณหภูมิห้อง มีลักษณะเป็นของเหลวข้นใส ที่มักเรียกว่า "แก้วเหลว (water glass)" มีสมบัติละลายน้ำได้ดี ใช้ประโยชน์ในผลิตผงซักฟอก หรือทำกาว ในเชิงพานิชย์ แก้วเหลวนี้จะบรรจุขวดขาย

3. โซดา-ไลม์ -ซิลิเกต (Soda-lime silicate)

แก้วโซดา-ไลม์ - ซิลิเกต หรือบางทีเรียกสั้น ๆ ว่า แก้วไลม์ (lime glass) อันหมายถึง แก้วที่มีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ SiO_2, Na_2O และ CaO แก้วประเภทนี้ ได้จากการนำทรายมาผสมกับ โซดาแอช Na_2CO_3 และ ปูนดิบ (lime) CaO หรือ หินโดโลไมต์ (Dolomite $(CaMg)(CO_3)_2$) นำไปเผาในอุณหภูมิราว 1,200 °C โดยประมาณ แก้วประเภทนี้เป็นที่คุ้นเคยในชีวิตประจำวันมาก เพราะมักนำมาใช้ทำกระจกหน้าต่าง ขวด หรือ หลอดไฟฟ้า เป็นต้น

แก้วโซดา-ไลม์ - ซิลิเกตมีข้อดีตรงที่ว่า ผลิตได้ง่าย สามารถเป่าหรือรีดได้ง่าย และมีราคาถูก แต่ก็มีข้อเสียอยู่ตรงที่ว่าแตกได้ง่าย เมื่อเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิโดยเร็ว เพราะมีสัมประสิทธิ์การขยายตัวสูง นอกจากนี้แล้ว แก้วชนิดนี้แม้ว่าจะไม่ใคร่ละลายน้ำ แต่นักเคมีหรือเภสัชกรก็มักระวัง เมื่อจะใช้แก้วนี้ในงานที่ต้องการความบริสุทธิ์มากสูง ๆ เพราะแก้วนี้สามารถละลายในน้ำบริสุทธิ์ได้อย่าง มีนัยสำคัญทางเคมี

4. แก้วโบโรซิลิเกต (Borosilicate)

แก้วชนิดนี้ได้จากการนำวัตถุดิบ คือ ทรายบริสุทธิ์ มาผสมกับแร่หรือสารเคมีที่ เรียกว่า บอแรกซ์ (borax $Na_2B_4O_7.10H_2O$) หรือที่คนไทยเรียกว่า "น้ำประสานทอง" ทั้งนี้เพื่อให้โครงข่ายของแก้วมีทั้งธาตุซิลิกอนและโบรอนเป็นธาตุก่อโครงข่าย ในขณะเดียวกัน ก็มีธาตุโซเดียม เป็นธาตุดัดแปลงโครงข่าย ซึ่งจะทำให้ค่าความหนืดของแก้วที่ได้ต่ำลง จึงสะดวกในการเป่าหรือดัดแปลงให้เป็นรูปต่าง ๆ สาเหตุที่แก้วชนิดนี้มีธาตุโบรอน ซึ่งเป็นอะตอมจัด ว่าที่มีขนาดเล็กมากที่สุดชนิดหนึ่งอยู่ในโครงข่าย ดังนั้นแก้วประเภท นี้จึงมีสัมประสิทธิ์ในการ ขยายตัวต่ำ จึงเหมาะอย่างยิ่งที่จะทำแก้วทนไฟ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ภาชนะแก้วที่ใช้ในห้องปฏิบัติการทางเคมี อย่างที่เรารู้จักกันในชื่อทางค้าว่า แก้วไพแรกซ์ (PYREX®) ที่ใช้ทำกระบอกตวง บิวเรตต์ (burette) เป็นต้น

5. แก้วอลูมิโนซิลิเกต (Alumino-silicate glass)

แก้วอลูมิโนซิลิเกตประกอบด้วยสารอลูมินา (alumina, Al_2O_3) ตั้งแต่ร้อยละ 12 โดยน้ำหนักขององค์ประกอบทั้งหมด ซึ่งส่วนใหญ่แล้วเป็น สารซิลิกา ธาตุอะลูมิเนียม อยู่ในฐานะที่เป็นธาตุก้ำกึ่ง กล่าวคือ บางส่วนเป็นโครงข่ายของแก้ว ในขณะที่บางส่วนอยู่นอกอยู่

นอกโครงข่ายโดยมีไอออนของธาตุออกซิเจนล้อมรอบ จากประสบการณ์การทำแก้ว นักทำแก้วเชื่อว่า ธาตุอลูมิเนียมที่เป็นองค์ประกอบ ทำให้แก้วมีความโปร่งแสง มีดัชนีหักเหสูง และที่สำคัญยิ่ง คือ ไม่แตกง่ายเมื่อเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิอย่างรวดเร็ว ดังนั้น แก้วชนิดนี้ จึงนำมาทำภาชนะหุงต้มที่ต้องสัมผัสกับเปลวไฟหรือแหล่งให้ความร้อนโดยตรง นอกจากนี้แล้ว แก้วอลูมิโนซิลิเกตยังใช้ทำใยแก้ว (fiber glass) สำหรับเป็นฉนวนความร้อน ใช้กับตู้เย็นหรือหุ้มท่อนำไอร้อน-ไอเย็น โดยนำส่วนประกอบของแก้วนี้ในขณะที่ยังหลอมเหลว มาแผ่และดึงให้เป็นเส้นดุจใยไหม

6. แก้วเลด ซิลิเกต (Lead silicate) หรือแก้วตะกั่ว

แก้วเลด ซิลิเกต (Lead silicate) หมายถึงแก้วที่มีตะกั่วออกไซด์ (pbo) เป็นองค์ประกอบ โดยปริมาณของตะกั่วออกไซด์ไม่แน่นอน ขึ้นกับวัตถุประสงค์ในการใช้งาน กล่าวคือ ถ้าต้องการทำภาชนะใช้สอย เช่น จาน แก้วดื่มเมรัย ก็มักใช้ตะกั่วออกไซด์ราวร้อยละ 20 - 30 ของส่วนประกอบอื่น ๆ ซึ่งได้แก่ซิลิกา หรือออกไซด์ของธาตุอัลคาไล (alkali) ผลิตผลที่ได้ เรียกว่า แก้วคริสทัล (crystal glass) ซึ่ง มีค่าดัชนีหักเหของแสงสูง จึงดูงดงาม แต่ถ้าต้องการให้แก้วที่ได้กระจายแสงได้มาก (high light dispersion) เพื่อทำปริซึม ใช้ในอุปกรณ์ทางแสงต่าง ๆ เช่น กล้องถ่ายรูป กล้องจุลทรรศน์ ก็จะใช้ปริมาณตะกั่วออกไซด์สูงขึ้น การผสมตะกั่วออกไซด์นี้ นอกจากจะทำให้ได้แก้วที่มีค่าดัชนีหักเหของ แสงสูงขึ้น และทำให้แก้วมีน้ำหนักมากขึ้น แก้วอุณหภูมิในการหลอมแก้วยังต่ำลงด้วย จากความจริงข้อนี้เอง จึงนำมาประยุกต์ทำวัสดุที่เรียกว่า "แก้วบัดกรี (solder glass)" โดยใช้แก้วที่มีองค์ประกอบของตะกั่ว ออกไซด์มากกว่าร้อยละ 75 ซึ่งจะมีจุดหลอมเหลวราว 400°C เพื่อบัดกรีแก้วให้ประสานกัน

ความก้าวหน้าของแก้วในปัจจุบัน

ที่กล่าวมาแล้วเป็นการพรรณนาถึงแก้ว ในลักษณะที่เป็นสารอสัณฐาน หรืออยู่ในสถานะแก้วเป็นสำคัญ ในปัจจุบันนักวิทยาศาสตร์มีความรู้เรื่องของแก้วมากขึ้น โดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับปรากฏการณ์การกลายเป็นสารผลึก โดยกระบวนการที่เรียกว่า "กระบวนการตกผลึก (Crystallization process)" ซึ่งกระบวนการนี้ คล้ายกับการตกผลึกจากสารละลายที่เรารู้จักกัน โดยทั่วไปแล้วว่า การตกผลึกจะเกิดขึ้นได้ต้องอาศัยปัจจัยที่สำคัญคือ การลดอุณหภูมิอย่างช้า ๆ และมี*แกนกำเนิดผลึก* (nucleus) อันหมายถึง อะตอม หรือโมเลกุลที่มีองค์ประกอบทางเคมีเหมือนกันแก้วที่เรียกว่า "แกนกำเนิดผลึกประเภทเอกพันธุ์ (homogeneous nuclei)" หรืออาจจะเป็นสารอื่น ๆ ที่ทำให้องค์ประกอบของแก้ว ไปเกาะจนเกิดเป็นผลึก เช่น ผิวของภาชนะที่ใส่แก้วในขณะเป็นของเหลว หรือการเติมส่วนประกอบอื่น ๆ ลงไปในส่วนผสมของแก้ว

เพื่อให้เป็นแกนกำเนิดผลึกหรือศูนย์กลางที่องค์ประกอบของแก้ว จะมาเกาะเกี่ยวและเรียงตัวอย่างเป็นระเบียบ แกนกำเนิดผลึกประเภทหลังนี้เรียกว่า "*แกนกำเนิดผลึกประเภทวิวิธพันธุ์* (hetergeneous nuclei)"

จากหลักการที่กล่าวถึงนี้ นักวิทยาศาตร์นำไปประยุกต์สร้างแก้วที่มีองค์ประกอบเป็นผลึกเล็กมากจนแม้กล้องจุลทรรศน์ธรรมดาก็ไม่อาจมองเห็นได้ซึ่งในที่นี้ขอเรียกว่า"*อธิจุลผลึก* (cryptocrystalline)" ต้องอาศัยการตรวจสอบด้วยกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนหรือการใช้รังสีเอ็กซ์ แก้วประเภทนี้มีอยู่หลายชนิดด้วยกัน และมักเรียกรวม ๆ กันว่า "แก้วเซอรามิก (ceramic glass)" ในที่นี้ขอยกตัวอย่าง ของแก้วเซอรามิก ที่กำลังเป็นที่แพร่หลายในปัจจุบัน ซึ่งนอกจากจะใช้ทำภาชนะทนความร้อนสูง เช่น กะทะแก้ว หรือกาน้ำแล้ว ยังใช้ทำส่วนของหัวขีปณาวุธด้วย

แก้วเซอรามิกชนิดที่ว่านี้ มีชื่อทางการค้าหลายอย่าง เช่น PYROCERAM®, Neoceram® เป็นต้น ส่วนประกอบของแก้วชนิดนี้ ประกอบด้วย ซิลิกา (53 - 72%) อลูมินา (12 - 36%) และลิเทียมออกไซด์ (Li_2O 3 - 7 %) เมื่อนำนี้ประกอบเหล่นี้มาเผาจะได้แก้วเหมือนอย่างที่กล่าวมาแล้ว แต่เมื่อผสมสารที่ทำหน้าที่เป็นแกนกำเนิดผลึก เช่น สารไทเทเนียมออกไซด์ (TiO_2) โลหะทองคำ (Au) หรือพลาทินัม (Au) อย่างใดอย่างหนึ่ง ในราวร้อยละ 3 - 7 โดยน้ำหนัก จะทำให้แก้วที่ได้นี้ เมื่อนำมาขึ้นรูปตามแต่วัตถุประสงค์แล้ว นำไปอบด้วยความร้อน (anneal) ที่อุณหภูมิต่ำกว่าจุดหลอมเหลวของแก้ว เป็นระยะเวลาหนึ่ง เพื่อทำให้องค์ประกอบ ของแก้วที่เคยอยู่อย่างไร้ระเบียบ เกิดการเรียงตัวกันเป็นสารผลึก โดยอาศัยสารที่ใส่ไปเพื่อเป็นแกนกำเนิดผลึกที่กระจายทั่วไปในเนื้อแก้วนั้น เป็นศูนย์กลางของการจับตัวเป็นอธิจุลผลึก มีการประสานกันแน่น จากผลการตรวจสอบโครงสร้างของอธิจุลผลึกเหล่านั้นพบว่ามีโครงสร้างคล้ายกับแร่ สโปดิวมีน ชนิดเบตา (β-spodumene $Li_2Al_2SiO_6$) หรือยูคริพไทต์ชนิดเบตา (β-eucryptite $LiAlSiO_4$) ผลิตภัณฑ์ที่ได้ ทนความร้อนเป็นเยี่ยม กล่าวคือเมื่อเผาจนร้อนแดง แล้วนำไปใส่ในน้ำแข็งเย็นเฉียบ ก็จะไม่เกิดการแตกร้าวแต่อย่างใดทั้งสิ้น

เหตุผลที่แก้วชนิดนี้ มีสมบัติทนทานต่อการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิในฉับพลัน โดยไม่แตกร้าว มีสาเหตุ 3 ประการเกี่ยวเนื่องกัน คือ 1) องค์ประกอบทั้งหมดเป็นสารผลึก มีโครงสร้างภายในที่เป็นระเบียบ และ 2) ผลึกเหล่านั้นประกอบด้วยอะตอม ขนาดเล็ก ๆ ทั้งสิ้น จึงทำให้ 3) มีค่าสัมประสิทธิ์การขยายตัวต่ำ

นอกจากการมีความรู้เกี่ยวกับโครงสร้างของแก้ว ที่สามารถนำมาประยุกต์สร้างแก้วเซอรามิกแล้ว ความรู้ทางด้านสมบัติทางกายภาพของแก้ว ทำให้เกิดประยุกติกรรม เกี่ยวกับแก้วหลายประการด้วยกัน เช่น แก้วที่เรียกว่า แก้วนิรภัย (safty glass) ซึ่งมักนิยมใช้ทำกระจกรถยนต์ ซึ่งเมื่อเกิดอุบัติเหตุ ได้รับแรงกระแทกมาก ๆ แล้ว แก้วนี้จะไม่แตกร้าวเป็นชิ้นใหญ่ ๆ

ที่มีความคมเป็นอันตราย แต่จะแตกเป็นเม็ดขนาดราว 1 - 2 เซนติเมตร จึงไม่บาดผู้ประสบ-อุบัติเหตุ แก้วนิรภัยนี้สร้างจากกรรมวิธีใช้แผ่นแก้วบาง ๆ หลายชั้นเรียงซ้อนกัน โดยใช้ พลาสติก หรือสารโพลิเมอร์ (polymer) บางชนิดประสานแผ่นแก้วนั้นเข้าไว้ด้วยกัน เมื่อแก้ว นี้ได้รับแรงกระแทก แรงนั้นจะกระจายไปยังส่วนต่าง ๆ ของแก้วได้เท่า ๆ กัน จึงเกิดรอยแตกทั่วทั้งแผ่น ดังที่กล่าวมาแล้ว

ประยุกต์การศึกษาเรื่องแก้วในการทำขนม

ของหวานหรือขนมหลายอย่าง เช่น ลูกกวาด, ทอฟฟี่ ถั่วตัด กระยาสาท หรือแม้แต่ไอศกรีม โดยหลักการ มีความเกี่ยวข้องกับการเกิดเป็นแก้วหรือสารผลึกอย่างเห็นได้ชัด ในการทำของหวานเหล่านี้ แน่นอนที่สุด เพื่อให้มีคุณภาพดี เนื้อ (texture) องค์ประกอบของขนมซึ่งได้แก่น้ำ หรือน้ำตาล เป็นส่วนใหญ่ จะต้องอยู่ในสถานะที่เป็นแก้ว หรือเป็นผลึกน้ำตาลที่มีขนาดเล็กที่สุด แต่ถ้าเป็นผลึกแล้ว เนื้อจะหยาบ ซึ่งจะทำให้ร่วน ไม่น่ารับประทาน ยิ่งในกรณีไอศกรีมด้วยแล้ว หากเป็นส่วนผสมที่เป็นน้ำ เป็นผลึกใหญ่ จะกระด้าง หรือทำให้ผู้รับประทานรู้สึกคล้ายของมีคมบาดลิ้น เพราะผลึกน้ำแข็งมีบางส่วนแหลมราวกับเข็ม ดังนั้น ผู้ทำของหวานนี้จึงต้องควบคุมปัจจัยที่จะป้องกันมิให้เกิดเป็นผลึก หรือให้มีลักษณะเป็นแก้ว โดย 1) ลดอุณหภูมิอย่างรวดเร็ว และ 2) ป้องกันการเกิดแกนผลึก ด้วยการควบคุมปัจจัยต่อไปนี้ คือ 1) ไม่ทำให้ความเข้มข้นของน้ำตาลน้อยเกินควร 2) ใส่สารที่มีลักษณะเป็นคอลลอยด์ (colloid) ลงไปด้วย สารที่เป็นคอลลอยด์ในกรณีทำขนมโดยทั่วไป เช่น ได้แก่ กะทิ น้ำนมหรือครีม เป็นต้น ในกรณีทำไอศกรีม ผู้ทำไอศกรีมรู้ดีว่า เพื่อที่จะให้ได้ไอศกรีม ที่มีเนื้อเนียน น่ารับประทาน ต้องใช้ห้องเย็นที่มีความเย็นจัดราว - 20 ถึง -6 °C และต้องให้ส่วนประกอบของไอศกรีมเย็นตัวอย่างรวดเร็ว นอกจากนี้ ยังต้องใส่กะทิหรือนมผสมด้วย ส่วนการทำถั่วตัดหรือกระยาสารท มักใช้สารคอลลอยด์ ที่เรียกว่า โดยภาษาตลาดว่า "แบะแซ (corn syrup)" เพื่อทำให้น้ำตาลกลายเป็นแก้วได้ง่าย และไม่ตกผลึก หากส่วนผสมเหล่านี้ น้อยเกินไป น้ำตาลกลายเป็นผลึกเล็ก ที่มองเห็นได้ด้วยตาเปล่า มีลักษณะคล้ายทรายสีขาวคนเราไทยเรียก ถั่วตัดหรือกระยาสารทที่มีผลึกน้ำตาล อันเป็นลักษณะที่ไม่พึงปรารถนา เช่นนี้ว่า "ตกทราย"

กระบวนการเกิดแก้วในกรณีที่กล่าวถึงในย่อหน้าข้างบนนี้ เป็นเรื่องของแก้ว ที่เป็นสารอินทรีย์ ซึ่งมีโครงสร้าง ซับซ้อนกว่า แก้วประเภทอนินทรีย์ โดยเฉพาะอย่างยิ่งแก้วที่เป็นออกไซด์มาก เรื่องของแก้ว ที่เป็นสารอินทรีย์นี้ กำลังเป็นเรื่องที่รอคอยการศึกษา เพื่อหากฎเกณฑ์ที่แน่ชัดต่อไป

สรุป

สาระของแก้วที่นำมากล่าวถึงนี้ เป็นตัวอย่างของการประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับพันธะเคมี ปริมาณ สัมพันธ์ และโครงสร้างของของแข็ง ที่ผู้เรียนวิชาเคมีในระดับพื้นฐาน ก็สามารถมองเห็นการประยุกต์ได้โดยง่าย อนึ่ง แม้ในบทความนี้จะเน้นเรื่องของแก้วที่เป็นสารอนินทรีย์ ในสารอินทรีย์ เช่น ทอฟฟี่ ลูกกวาด หรือถั่วตัด ก็ได้นำมากล่าวถึงโดยสังเขปด้วยเช่นกัน จริงอยู่แม้ว่า องค์ประกอบระหว่างสารอนินทรีย์กับสารอินทรีย์ที่ทำให้เกิดแก้วจะแตกต่างกัน แต่ปรากฏการณ์ในการเย็นตัวจากของเหลว จะกลายเป็นของแข็ง ที่เป็นแก้วหรือสารผลึก เป็นไปในทำนองเดียวกัน กล่าวคือ ในการทำให้เกิดแก้ว ต้องอาศัยการเย็นตัวจากสถานะของเหลวไปเป็นของแข็งอย่างรวดเร็ว ในขณะที่การเกิดเป็นสารผลึก ต้องทำให้เย็นตัวอย่างช้า ๆ และมีกระบวนการที่เข้ามาเกี่ยวข้อง คือ เกิดศูนย์กลางกำเนิดผลึกก่อน จากนั้นจึงมีการเจริญเติบโตจากศูนย์กลางนั้นต่อไป

ผู้เขียนหวังว่า เรื่องของแก้ว จะได้รับการพิจารณาให้เป็นส่วนหนึ่งในบทเรียนวิชาเคมีทั่วไป ที่สอนให้แก่นักศึกษาชั้นปีที่ 1 หรือ "น้องใหม่" เพื่อชี้ให้เห็นถึงความสำคัญของโครงสร้างของสสารที่มีส่วนต่อสมบัติทางเคมีและสมบัติทางกายภาพของของแข็ง นอกจากนี้ยังเป็นการประยุกต์ความรู้ เกี่ยวกับขนาดของไอออนหรืออะตอมต่าง ๆ รวมทั้งพลังงานพันธะว่า มีประโยชน์ในทางปฏิบัติอย่างไรด้วย ส่วนการอธิบายกระบวนการเกิดแก้วและสารผลึกก็เป็นสาระที่จะนักศึกษา ต้องทำความเข้าใจด้วย เช่น เพื่อเร้าความสนใจของผู้เรียน การยกตัวอย่างประกอบเกี่ยวกับการทำขนมหรือไอสกรีม ในทำนองที่ผู้เขียนกล่าวในบทความนี้น่าจะได้กล่าวถึง ก่อนที่จะดำเนินสู่สาระเกี่ยวกับความเป็นระเบียบในโครงสร้างของผลึก ซึ่งสื่อสารกับผู้เรียนด้วยสัญลักษณ์มากมาย ทำให้นักศึกษา ต้องใช้จินตนาการมากจึงจะเข้าใจสาระเหล่านั้น เช่น เรื่องของหน่วยเซลล์ (unit cell) และ ลักษณะ*ระแนง* (space lattice) เป็นต้น

เอกสารอ้างอิง

Faure, G(1992). Priciples and Applications of Inorganic Geochemistry. Maxwell Macmillan International, New York.

Fine, W.L. and Herbert, Beall(1990). *Chemistry for Engineers and Scientists*. Saunders College Publishing, Holt, Rinehart and Winston, Inc. Philadelphia.

Kingery,W.D., Bowen, H.K and Uhlmann, R.D.(1989). *Introduction to Ceramics*, 2nd. Ed. John Wiley & Sons.Singapore.

Koris, D. (1987) The Chemistry of Glass, *Journal of Chemical Education*.Vol.56, No.9., p. 604 - 608.

Lee, A.F.(1975). *Basic Food Chemistry*. AVI Publishing Company, Inc. Connecticut

Paul, A:(1982). *Chemistry of Glasses*. Chapman and Hall, New York.

Putnis, A.(1992) *Introduction to Mineral Sciences*. Cambridge University Press.

Wasson, J.T.(1985) *Meteorites: Thier Record of Early Solar-System History*. W.H. Freeman and Company, New York.

West, A.R.(1989). *Solid State Chemistry and Its Application*. John Wiley & Sons.Singapore.

Zachariazen (1932) Structure of Oxide Glasses, *Journal of American Chemical Society*, Vol. 54, p. 3841.

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 271 - 299

การเกิดสุริยุปราคามืดเต็มดวง 24 ตุลาคม 2538

*ขาว เหมือนวงศ์ **

นับเป็นเรื่องที่น่ายินดีที่เราชาวไทยจะได้มีโอกาสเห็นสุริยุปราคามืดเต็มดวงในประเทศไทยอีกครั้งหนึ่ง คือ ในวันที่ 24 ตุลาคม 2538 หลังจากครั้งสุดท้ายที่ได้เห็นกันเมื่อสี่สิบปีก่อน ดังนั้นเราจึงควรเตรียมตัวให้การต้อนรับสุริยุปราคาครั้งนี้อย่างเต็มที่ ทั้งนี้เพราะจะเป็นการเกิดสุริยุปราคามืดเต็มดวงให้เห็นได้ในเมืองไทยเป็นครั้งสุดท้ายสำหรับคนไทยรุ่นนี้ เพราะสุริยุปราคามืดเต็มดวงครั้งต่อไปที่จะเกิดในเมืองไทยให้เห็นกันได้อีก คือ ในวันที่ 11 เมษายน พ.ศ. 2613 หรืออีก 75 ปีต่อไป

นับเป็นเวลากว่าสิบปีมาแล้วที่คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ได้ทำการพัฒนาระบบโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อใช้ในการศึกษาวิจัยการเกิดสุริยุปราคาและจันทรุปราคา ซึ่งจัดได้ว่าเป็นระบบการคำนวณทางดาราศาสตร์ที่สมบูรณ์แบบ เพราะโปรแกรมนี้จะทำการคำนวณหาการเกิดอุปราคาได้ด้วยตัวเองทั้งหมด เราเพียงแต่สั่งให้เครื่องคำนวณทำงานด้วยการใส่ค่าปี ค.ศ. ที่ประสงค์เท่านั้น โดยเราไม่ต้องมีความรู้มาก่อนว่าจะมีสุริยุปราคา หรือจันทรุปราคา เกิดขึ้นเมื่อไร อย่างไร ที่ไหน โปรแกรมจะทำการคำนวณหาให้ได้อย่างถูกต้อง ไม่ว่าจะเป็นอุปราคาที่เกิดขึ้นแล้วในอดีตเพื่อการศึกษาทางด้านประวัติศาสตร์ย้อนหาอดีตในระยะเวลาสี่กรุงของไทย หรือเวลาในอดีตอันยาวนานของจักรวรรดิ์โรมัน และไอยคุปต์ เป็นต้น หรืออุปราคาที่จะเกิดขึ้นในอนาคตกาล ไม่ว่าจะอยู่ห่างไกลไปสักเท่าไร โปรแกรมชุดนี้ของเราสามารถคำนวณหาให้ได้อย่างถูกต้อง

สำหรับในกรณีการเกิดสุริยุปราคานั้น โปรแกรมชุดนี้นอกจากจะสามารถคำนวณหาลักษณะการเกิดสุริยุปราคาของระบบใหญ่ (Circumstances of the Eclipse) รวมทั้งเส้นทางเดินของเงามืดที่พาดตัวไปบนผิวโลกซึ่งมีสัณฐานป้านตามความเป็นจริงตั้งแต่ต้นจนเสร็จสิ้นการเกิดได้แล้ว ยังสามารถหาลักษณะการเกิดสุริยุปราคาที่ผู้สังเกตในท้องถิ่นต่าง ๆ จะพึงเห็นได้ (Local Circumstances) ไม่ว่าจะอยู่ภายในอาณาเขตของเงามืด หรือที่เส้นขอบ

* *ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น*

ของเงามืด หรือ ที่อื่นใดนอกเหนือบริเวณที่เงามืดผ่าน ทั้งนี้โดยไม่มีการแตะต้องช่วยเหลือจากเราในการย้ายระบบแต่อย่างใด นับเป็นระบบอัตโนมัติที่สมบูรณ์ที่สุด โดยเรามิได้ลอกแบบ หรือ ขอสำเนาตัวโปรแกรม หรือแม้แต่ขอความช่วยเหลือในการสร้างโปรแกรมนี้จากต่างประเทศ เราพัฒนาของเราเองขึ้นมาทั้งหมดเริ่มต้นจากการเขียนผังงาน (Flowchart) ตามลำดับขั้นขึ้นมาจนเสร็จสิ้น ระบบโปรแกรมจะเริ่มต้นด้วยการสร้างฐานข้อมูลตำแหน่งรายวันของดวงอาทิตย์และดวงจันทร์ในปีประสงค์ก่อน จากนั้นโปรแกรมอุปราคาจึงนำข้อมูลชุดนี้มาวิเคราะห์การเกิดสุริยุปราคา และจันทรุปราคาที่จะมีขึ้นในปีนั้น ๆ

โปรแกรมชุดนี้มีเกียรติประวัติในการทำงานที่สำคัญในระดับชาติคือ 1) การหาการเกิดจันทรุปราคาที่สำคัญของชาติในรัชสมัยของสมเด็จพระนารายณ์มหาราช เมื่อวันที่ 11 ธันวาคม 2228 ซึ่งพระองค์ได้เสด็จทอดพระเนตรด้วยกล้องโทรทัศน์ที่พระที่นั่งไกรสรสีหราช ทะเลสาปชุบศร ลพบุรี 2) การเกิดจันทรุปราคาในรัชสมัยของพระบาทสมเด็จพระจอมเกล้าเจ้าอยู่หัว เมื่อวันที่ 13 สิงหาคม 2402 ซึ่งพระองค์ได้เสด็จพระราชดำเนินเป็นกระบวนพยุหยาตราทางชลมารคกอปรด้วยเรือพระที่นั่งกลไฟพรั่งพร้อมด้วยเรือปืนใหญ่น้อย เพื่อทอดพระเนตรการเกิดจันทรุปราคานี้ที่เมืองนครศรีธรรมราช และเพื่อโปรดเกล้าฯ ให้เหล่าพสกนิกรหัวเมืองมะลายูได้เฝ้าชมพระบารมี 3) ในด้านการเกิดสุริยุปราคานั้นโปรแกรมชุดนี้ก็ได้ถูกใช้ในการศึกษาการเกิดสุริยุปราคา ในรัชสมัยสมเด็จพระนารายณ์มหาราช เมื่อวันที่ 30 เมษายน 2231 ซึ่งพระองค์ได้ทอดพระเนตรที่พระที่นั่งไกรสรสีหราชเช่นกัน และ 4) การเกิดสุริยุปราคาในรัชสมัยพระบาทสมเด็จพระจอมเกล้าเจ้าอยู่หัว เมื่อวันที่ 18 สิงหาคม 2411 ซึ่งพระองค์ได้ทรงคำนวณพบด้วยพระองค์เองก่อนการเกิดเป็นเวลาสองปี และได้เสด็จพระราชดำเนินด้วยกระบวนเรือพระที่นั่งกลไฟไปทอดพระเนตร ณ หว้ากอ เมืองประจวบคีรีขันธ์ จากการศึกษาทำให้ได้พบว่าสุริยุปราคาทั้งสองนี้แท้จริงเป็นสุริยุปราคาเดียวกัน คือ อยู่ใน Saros เดียวกัน ได้ย้อนกลับมาให้เห็นใหม่ในเวลาห่างกัน 65853 วัน หรือ 10 Saros นั่นเองสุริยุปราคานี้จึงเป็นสื่อสัมพันธ์แห่งพระมหากษัตริยาธิราชเจ้าสองพระองค์นั้น และจึงถือได้ว่าเป็นวิญญาณแห่งวิชาการของชาติไทย ทำให้เราเป็นชาติที่มีภูมิหลังทางวิทยาการที่สูงส่งอย่างยิ่ง ควรแก่การที่จะได้ระลึกถึงเป็นเครื่องให้สติและกำลังใจในการสร้างสรรพัฒนาการทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีของประเทศชาติสืบไป

ในที่นี่เราจะไม่กล่าวถึงทฤษฎี หรือ รายละเอียดการคำนวณ การเกิดสุริยุปราคา แต่เราจะเสนอรายละเอียดผลการคำนวณการเกิดสุริยุปราคามืดเต็มดวงที่จะสามารถเห็นได้ในประเทศไทยในวันที่ 24 ตุลาคม 2538 เพื่อให้ผู้อ่านได้ใช้ประโยชน์เป็นข้อมูลในการเตรียมตัววางแผนเพื่อทำการสังเกตสุริยุปราคาครั้งสำคัญของประเทศไทยในพุทธศตวรรษนี้ได้อย่างดี ผลการคำนวณมีดังนี้

รูปที่ 1. เป็นแผนที่โลกแสดงเส้นทางของเงามืดของสุริยุปราคาทั้งสองครั้งที่จะผ่านประเทศไทย คือ สำหรับวันที่ 24 ตุลาคม 2538 เริ่มเกิดขึ้นที่เขตแดนระหว่างประเทศอิหร่านและอาฟกานิสถาน แล้วเดินทางเข้าสู่ประเทศอินเดีย ผ่านอ่าวเบงกอล เข้าสู่ประเทศไทย แล้วเข้าประเทศกัมพูชา เวียตนาม ลงสู่ทะเลจีนใต้ ไปสิ้นสุดที่หมู่เกาะทะเลใต้ในมหาสมุทรแปซิฟิก เส้นทางเงามืดสายที่สองเป็นสุริยุปราคาที่จะผ่านประเทศไทยครั้งต่อไปในวันที่ 11 เมษายน 2613 เกิดขึ้นที่ด้านใต้ของสายแรกก่อนแล้ววกขึ้นไปทางเหนือโดยมีจุดตัดกันในบริเวณแหลมอินโดจีน จะเห็นได้ว่าเริ่มเกิดขึ้นในมหาสมุทรอินเดียบริเวณทิศตะวันออกเฉียงใต้ของศรีลังกาก่อน แล้วเข้าสู่ภาคใต้ของประเทศไทย ตัดตรงไปยังอินโดจีนแล้วผ่านออกทะเลจีนตอนเหนือ จากนั้นก็ทอดตัวไปทางด้านใต้ของทะเลญี่ปุ่น ไปสิ้นสุดที่ส่วนเหนือของมหาสมุทรแปซิฟิก

รูปที่ 2. เป็นรูปขยายใหญ่ของเส้นทางเงามืดของสุริยุปราคาทั้งสองนั้นขณะผ่านประเทศไทย *เส้นทึบคู่บน (สายที่ 1)* แสดงเส้นทางเงามืดของสุริยุปราคาเต็มดวงของ วันที่ 24 ตุลาคม 2538 ซึ่งเข้าสู่ประเทศไทยที่จังหวัดตาก ผ่านเข้ามาตามแนวจังหวัดกำแพงเพชร นครสวรรค์ อุทัยธานี ชัยนาท ลพบุรี เพชรบูรณ์ ชัยภูมิ สระบุรี นครราชสีมา บุรีรัมย์ และสระแก้ว เข้าสู่ประเทศกัมพูชาที่เมืองศรีโสภณ

เส้นทึบคู่ล่าง (สายที่ 2) แสดงเส้นทางเงามืดของสุริยุปราคาเต็มดวงของ วันที่ 11 เมษายน 2613 ผ่านเข้าประเทศไทยทางจังหวัดประจวบคีรีขันธ์ ชุมพร แล้วตัดเข้าอ่าวไทยไปทางทิศตะวันออกเฉียงเหนือ เข้าสู่จังหวัดจันทบุรี และตราด แล้วเข้าสู่ประเทศกัมพูชาที่เมืองโพธิสัตว์

เส้นประคู่กลาง (สายที่ 3) แสดงให้เห็นเส้นทางเงามืดของสุริยุปราคาเต็มดวงของวันที่ 18 สิงหาคม 2411 ซึ่งพระบาทสมเด็จพระจอมเกล้าเจ้าอยู่หัวได้ทรงคำนวณพบ และได้เสด็จทอดพระเนตรที่ หว้ากอ ประจวบคีรีขันธ์

จะเห็นได้ว่า เส้นทางสายที่ 2 และสายที่ 3 ผ่าน หว้ากอ เหมือนกัน นั่นก็คือการเกิดสุริยุปราคาเต็มดวงในวันที่ 11 เมษายน 2613 นั้นประเทศไทยจะมีโอกาสได้ระลึกความหลังครั้งแผ่นดินพระจอมเกล้าจากการที่สามารถทำการสังเกตการเกิดสุริยุปราคาที่หว้ากอได้อีกครั้งหนึ่ง นับเป็นมงคลยิ่ง อันจะนำมาซึ่งความปลื้มปิติยินดีแก่เหล่านักวิทยาศาสตร์ นักวิชาการทั้งหลายตลอดจนประชาชนคนไทยทั่วทั้งแผ่นดิน จึงเป็นที่แน่นอนว่าแม้อีก 75 ปีข้างหน้าพระเกียรติยศของพระบิดาแห่งวิทยาศาสตร์ไทยก็จะยังคงดำรงอยู่และจะยิ่งเพิ่มพูลขึ้นเป็นทวีคูณ

เนื่องจากวัตถุประสงค์ของการนำเสนอในครั้งนี้เพื่อต้องการให้ผู้อ่านได้ทราบข้อมูลการเกิดสุริยุปราคาในวันที่ 24 ตุลาคม 2538 เท่านั้น ดังนั้นเราจึงจะไม่กล่าวถึงรายละเอียดของ

การเกิดสุริยุปราคาหว้ากอครั้งใหม่ แต่จะขอนำเอาข้อมูลผลการคำนวณการเกิดสุริยุปราคา 24 ตุลาคม 2538 ที่ได้จากเครื่องคอมพิวเตอร์มาเสนอโดยตรง เพื่อป้องกันความผิดพลาดอันอาจจะเกิดขึ้นจากการพิสูจน์อักษร เราจึงถ่ายสำเนาโดยตรงจากเครื่อง ซึ่งถือกันว่าเป็นการนำเสนอที่เที่ยงตรงและเชื่อถือได้ ดังนี้

1. ลักษณะการเกิดสุริยุปราคาภายในบริเวณแถบมืดที่พาดผ่านประเทศไทย

เราได้ให้เครื่องคำนวณให้สำหรับ 34 อำเภอ ตั้งแต่อำเภอแม่ระมาด จังหวัดตาก เรื่อยไปตามเส้นทางที่เงามืดทอดผ่านประเทศไทยจนถึง อำเภอละหานทราย จังหวัดบุรีรัมย์ ดังแสดงในตารางที่ 1 ถึง ตารางที่ 34 ซึ่งมีศัพท์ทางวิชาการที่ควรทำความเข้าใจดังนี้

U.T. (Universal Time)

คือ เวลาสากล ซึ่งสามารถเปลี่ยนเป็นเวลามาตรฐานประเทศไทยได้ด้วยการเอา 7 ชั่วโมงมาบวก

เวลาที่ระบุมานี้เครื่องคอมพิวเตอร์ได้ทำการคำนวณพยากรณ์ว่าจะมีเหตุการณ์สำคัญของการเกิดสุริยุปราคา ณ อำเภอดังกล่าวตามลำดับขั้นตอน ดังนี้

1.1 First Penumbral Contact = เริ่มสัมผัสเงามัว
1.2 First Central Contact = เริ่มมืดหมดดวง
1.3 Maximum Phase = คราสกินลึกมากที่สุด
1.4 Last Central Contact = สิ้นสุดการเกิดมืดหมดดวง
1.5 Last Penumbral Contact = สิ้นสุดเงามัว

ระยะเวลาของการเกิดมืดหมดดวงหาได้โดยการเอาเวลาในข้อ 1.2 ไปลบข้อ 1.4

P.A. (Position Angle)

ตำแหน่งที่เหตุการณ์นั้นเกิดขึ้นบนขอบวงดวงอาทิตย์

วัดเป็นมุมตามขอบวงดวงอาทิตย์จากจุดสูงสุดของขอบวงไปทางตะวันออกจนถึงจุดสัมผัส

Magnitude

ปริมาณการเกิดคราสมืดสูงสุด
เท่ากับความลึกของเงามืดที่เกิดขึ้นมากที่สุดโดยเทียบกับความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลางของวงดวงอาทิตย์ ซึ่งจะมีค่ามากกว่า 1 สำหรับสถานที่สังเกตที่อยู่ภายในเส้นทางเงามืด

Alt (Altitude)

มุมสูงของดวงอาทิตย์เมื่อวัดจากเส้นขอบฟ้า ณ ตำแหน่งผู้สังเกต

ในที่นี้จะขอยกตัวอย่าง ตารางที่ 23 ดังนี้

อ. ชัยบาดาล

เส้นแวง 101 องศา 7 ลิปดา 1 พิลิปดา (ค่าติดลบหมายถึงตะวันออก)

เส้นรุ้ง 15 องศา 11 ลิปดา 26 พิลิปดา (ค่าเป็นบวกหมายถึงเหนือ)

ตามระบบเวลามาตรฐานประเทศไทยจะได้ว่า

เริ่มสัมผัสเงามัว	09:21:28	จุดสัมผัสหน้าวง	297.577	องศา	ดวงอาทิตย์อยู่สูงจากพื้น	42.60 องศา
เริ่มมืดหมดดวง	10:49:58	จุดสัมผัสหน้าวง	114.444	องศา	ดวงอาทิตย์อยู่สูงจากพื้น	58.23 องศา
คราสลึกที่สุด	10:50:56	มีขนาดความลึก	1.02	เท่า	ดวงอาทิตย์อยู่สูงจากพื้น	58.35 องศา
สิ้นสุดมืดหมดดวง	10:51:53	จุดแยกจากกัน	301.280	องศา	ดวงอาทิตย์อยู่สูงจากพื้น	58.48 องศา
สิ้นสุดเงามัว	12:29:36	จุดแยกจากกัน	116.924	องศา	ดวงอาทิตย์อยู่สูงจากพื้น	62.32 องศา

มืดหมดดวงกินเวลานาน = 10:51:53 - 10:49:58 = 1 นาที 55 วินาที

รูปที่ 3. แสดงลักษณะการเกิดสุริยุปราคามืดหมดดวงถ้าสังเกตที่อำเภอชัยบาดาล ซึ่งแสดงให้เห็น ดวงจันทร์ (วงกลมทึบ) เคลื่อนเข้าบังดวงอาทิตย์ (วงกลมประ) ที่จังหวะสำคัญ 3 อย่าง คือ เมื่อเริ่มสัมผัสเงามัว เมื่อคราสกินลึกที่สุด และเมื่อสิ้นสุดเงามัว

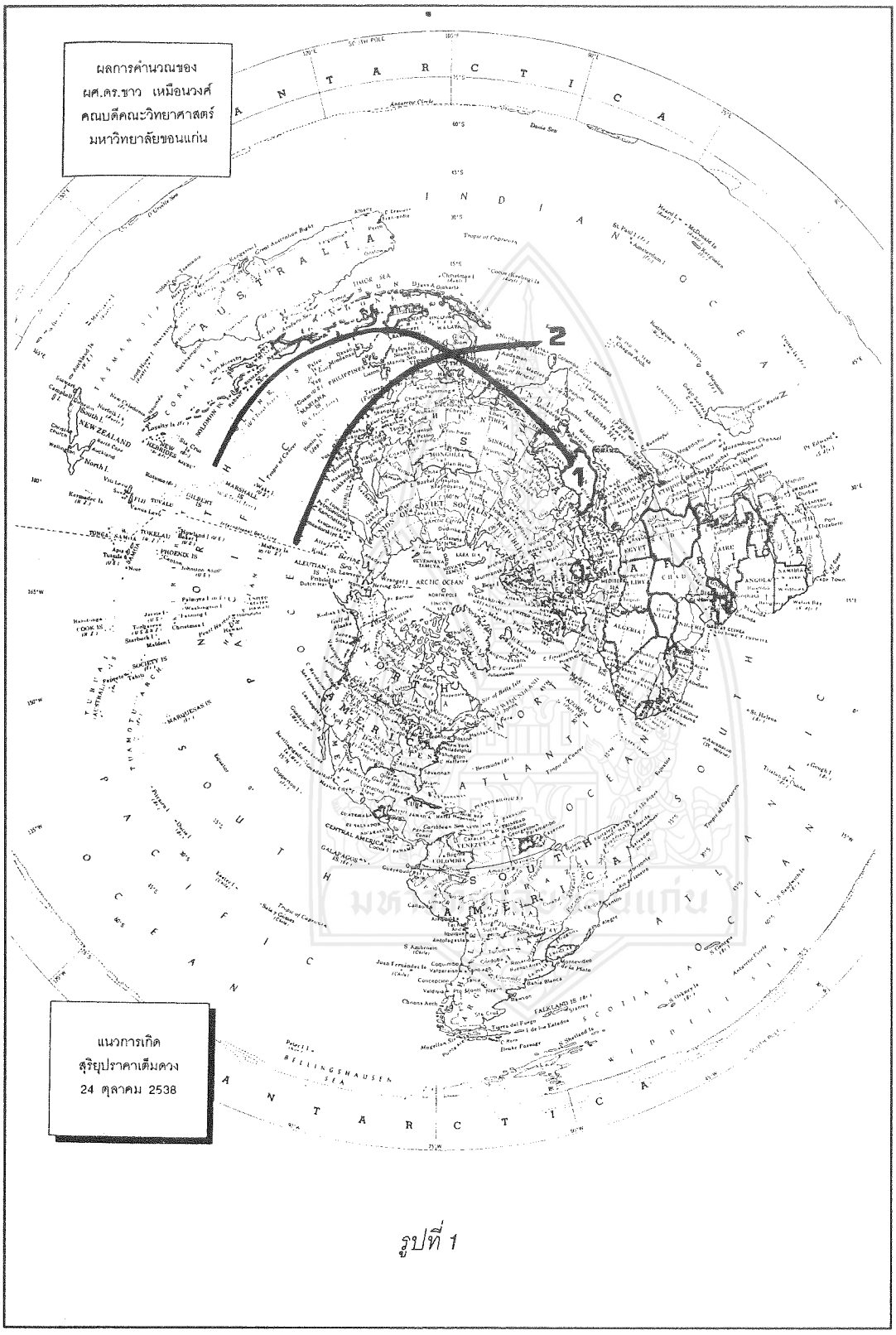
2. ลักษณะการเกิดสุริยุปราคาที่ขอบเหนือหรือขอบใต้ของแถบเส้นทางเงามืด

เราได้ให้โปรแกรมทำการคำนวณสถานที่ซึ่งจะอยู่บริเวณขอบของแถบเส้นทางเงามืด จำนวน 14 อำเภอ นับตั้งแต่ อำเภอท่าสองยาง จังหวัดตาก ไปจนถึง อำเภอบ้านกรวด จังหวัด

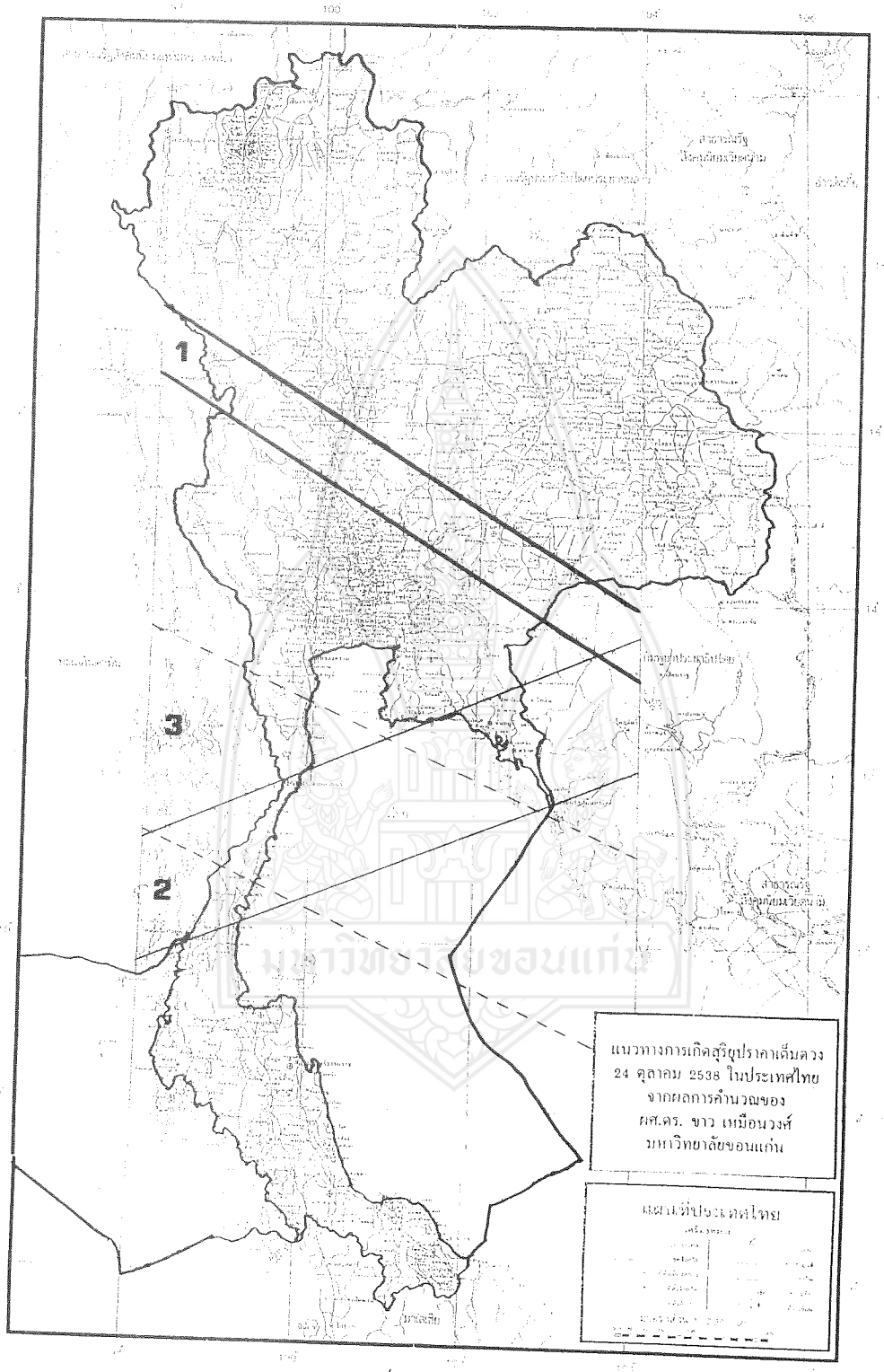
บุรีรัมย์ ดังแสดงในตารางชุดที่สอง ตั้งแต่ตารางที่ 1 ถึง 15 ซึ่งจะเห็นได้ว่าจะมีเหตุการณ์สำคัญเกิดขึ้นเพียง 3 สามขั้นตอนเท่านั้น และจะมีค่า Magnitude เท่ากับ 1 เสมอ

ผู้ที่อาศัยอยู่ในท้องที่ดังกล่าว ถ้าหากต้องการจะเห็นสุริยุปราคามืดหมดดวงให้เดินทางเข้าหาส่วนในของแถบเงามืด ยกเว้นแต่ว่าต้องการจะถ่ายภาพพิเศษบางประการ ซึ่งถ้าเป็นเช่นนั้นก็ใคร่ขอเสนอให้ท่านพิจารณาเพชรน้ำเอกของอีสานใต้ นั่นคือ ปราสาทเขาพนมรุ้งแห่งอำเภอนางรอง จังหวัดบุรีรัมย์ ซึ่งเครื่องคอมพิวเตอร์ได้ทำการคำนวณพบว่าจะอยู่ที่เส้นขอบของเงามืดพอดี ดังแสดงในตารางที่ 15

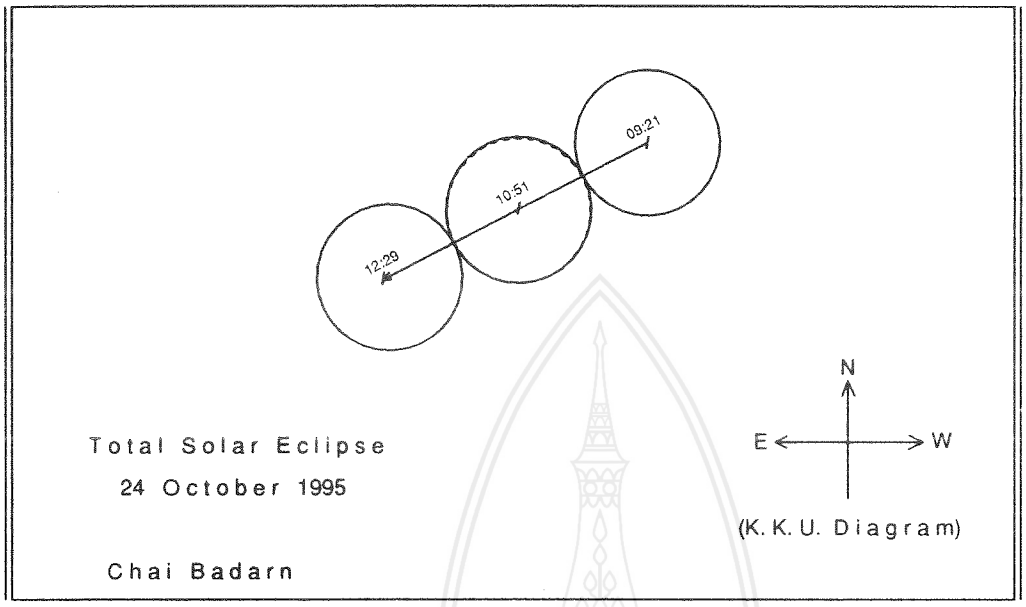
เราหวังว่าผู้อ่านคงจะได้ประโยชน์จากข้อมูลที่เสนอนี้ วารสารฉบับนี้มิได้เป็นแห่งแรกที่เราได้เผยแพร่ข้อมูลนี้ ความจริงเราได้นำออกเผยแพร่แก่สื่อมวลชนโดยผ่านทางท้องฟ้าจำลองกรุงเทพ และท้องฟ้าจำลองกรุงเทพก็ได้ทำการพิมพ์เป็นเอกสารทางวิชาการในหลายโอกาส นอกจากนี้ การท่องเที่ยวแห่งประเทศไทย ก็ได้จัดพิมพ์โปสเตอร์โฆษณาขายการท่องเที่ยวให้นักท่องเที่ยวชาวต่างประเทศได้มาประเทศไทยในโอกาสพิเศษนี้ และเรายังได้ร่วมมือกับภาคเอกชนเช่น โครงการ Think Earth ได้ช่วยเผยแพร่ข้อมูลนี้ให้เราด้วย ทั้งนี้เพื่อส่งเสริมให้คนไทยได้เห็นคุณค่าแห่งผืนดินและแผ่นฟ้าที่สะอาดสดใส ควรค่าแก่การช่วยกันอนุรักษ์ไว้ให้เป็นสมบัติของลูกหลานต่อไป เราจึงขอขอบคุณหน่วยงานดังกล่าวมา ณ โอกาสนี้ ท้ายสุดนี้ต้องขอขอบคุณ ผศ. สุวิน บุศราคำ บรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์ มข. ที่ได้ให้เกียรติรับพิมพ์เรื่องนี้ในฉบับพิเศษครบรอบ 30 ปีการก่อตั้ง คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น


ผลการคำนวณของ
ผศ.ดร.ชาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
แนวการเกิด
สุริยุปราคาเต็มดวง
24 ตุลาคม 2538
1
2

รูปที่ 1


1
2
3
แนวทางการเกิดสุริยุปราคาเต็มดวง
24 ตุลาคม 2538 ในประเทศไทย
จากผลการคำนวณของ
ผศ.ดร. ขาว เหมือนวงศ์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น
แผนที่ประเทศไทย

รูปที่ 2



รูปที่ 3

คำอธิบายรูป

รูปที่ 1 แผนที่โลกแสดงการเดินสุริยุปราคา 2 เส้น คือ 1. การเกิดสุริยุปราคา 24 ตุลาคม 2538 และ 2. สุริยุปราคา 11 เมษายน 2613

รูปที่ 2 แผนที่ประเทศไทย แสดงการเดินทางของเงามืดของสุริยุปราคาที่ผ่านประเทศไทย คือ เส้นคู่บน (สายที่ 1) เป็นทางเดินของเงามืดสุริยุปราคา วันที่ 24 ตุลาคม 2538 เส้นคู่ล่าง (สายที่ 2) เป็นเส้นทางของเงามืดสำหรับวันที่ 11 เมษายน 2613 เส้นประคู่กลาง (สายที่ 3) แสดงให้เห็นทางเดินของเงามืดสุริยุปราคาเต็มดวง เมื่อ 18 สิงหาคม 2411

รูปที่ 3 การเกิดสุริยุปราคา 24 ตุลาคม 2538 เมื่อสังเกตที่ อ.ชัยบาดาล

ศัพท์เทคนิค

1. U.T. = Universal Time

= เวลาสากล

แปลงเป็นเวลามาตรฐานประเทศไทยได้ด้วยการเอา 7 ชั่วโมงมาบวก

2. First Penumbral Contact

= เริ่มสัมผัสเงามัว

3. First Central Contact

= เริ่มมืดหมดดวง

4. Maximum Phase

= คราสเกิดลึกมากที่สุด

5. Last Central Contact

= สิ้นสุดการเกิดมืดหมดดวง

6. Last Penumbral Contact

= สิ้นสุดการเกิดคราส

7. P.A. = Position Angle

= มุมสัมผัสบนขอบดวงอาทิตย์วัดเป็นมุมตามขอบวงดวงอาทิตย์จากจุดสูงสุดมาทางทิศตะวันออกจนถึงจุดสัมผัส

8. Magnitude

= ปริมาณการเกิดคราสมืดเท่ากับความลึกของเงามืดที่เกิดขึ้นมากที่สุดโดยเทียบกับความยาวของเส้นผ่าศูนย์กลางของวงดวงอาทิตย์

= 1 ถ้ามืดเต็มดวงพอดีซึ่งจะเกิดขึ้นที่ขอบเหนือหรือใต้ของเส้นทางเงามืด

>1 ถ้าอยู่ภายในเส้นทางเงามืด

9. Alt = Altitude

= มุมสูงของดวงอาทิตย์เมื่อวัดจากเส้นขอบฟ้า ณ ตำแหน่งผู้สังเกตตามเวลาที่กำหนดมานั้น

อำเภอที่จะเห็นเงามืดหมดดวงได้มีทั้งสิ้น 34 อำเภอ ซึ่งจะเห็นได้ตามลักษณะและเวลาที่โปรแกรมคำนวณมาได้ ซึ่งแสดงไว้โดยตรงจากกระดาษพิมพ์ของเครื่องคอมพิวเตอร์

ตาราง 1

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Mae Ramat : อ.แม่ระมาด

	D	M	S
LONGITUDE	- 98	31	45
LATITUDE	+ 16	58	50

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:16:17	U.T.	P.A.	296.750 D	ALT	38.49 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:42:36	U.T.	P.A.	60.177 D	ALT	54.27 D
MAXIMUM PHASE	03:43:05	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	54.34 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:43:34	U.T.	P.A.	355.121 D	ALT	54.41 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:19:59	U.T.	P.A.	117.615 D	ALT	61.44 D

ตาราง 2

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Mae Sot : อ.แม่สอด

	D	M	S
LONGITUDE	- 98	34	33
LATITUDE	+ 16	42	35

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:16:31	U.T.	P.A.	297.156 D	ALT	38.71 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:42:34	U.T.	P.A.	107.728 D	ALT	54.50 D
MAXIMUM PHASE	03:43:27	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	54.63 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:44:20	U.T.	P.A.	307.741 D	ALT	54.77 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:20:28	U.T.	P.A.	117.259 D	ALT	61.69 D

ตาราง 3

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Pop Phra : อ.พบพระ

	D	M	S
LONGITUDE	- 98	41	43
LATITUDE	+ 16	23	0

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:16:54	U.T.	P.A.	297.594 D	ALT	39.05 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:43:16	U.T.	P.A.	149.742 D	ALT	54.93 D
MAXIMUM PHASE	03:44:02	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	55.04 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:44:48	U.T.	P.A.	265.914 D	ALT	55.16 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:21:14	U.T.	P.A.	116.877 D	ALT	61.99 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 4

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Khlong Lan : อ.คลองลาน

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	19	19
LATITUDE	+ 16	12	6

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:17:57	U.T.	P.A.	297.392 D	ALT	39.88 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:44:43	U.T.	P.A.	119.795 D	ALT	55.66 D
MAXIMUM PHASE	03:45:39	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	55.79 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:46:34	U.T.	P.A.	295.818 D	ALT	55.93 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:23:12	U.T.	P.A.	117.085 D	ALT	62.03 D

ตาราง 5

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Khlong Khlung : อ.คลองขลุง

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	43	7
LATITUDE	+ 16	12	55

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:18:33	U.T.	P.A.	297.052 D	ALT	40.32 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:45:49	U.T.	P.A.	79.306 D	ALT	56.04 D
MAXIMUM PHASE	03:46:33	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	56.14 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:47:17	U.T.	P.A.	336.195 D	ALT	56.25 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:24:17	U.T.	P.A.	117.399 D	ALT	61.91 D

ตาราง 6

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Lat Yao : อ.ลาดยาว

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	47	29
LATITUDE	+ 15	44	53

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:18:58	U.T.	P.A.	297.753 D	ALT	40.71 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:46:23	U.T.	P.A.	149.145 D	ALT	56.53 D
MAXIMUM PHASE	03:47:11	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	56.65 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:47:59	U.T.	P.A.	266.627 D	ALT	56.76 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:25:07	U.T.	P.A.	116.774 D	ALT	62.32 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 7

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Sawang Arom : อ.สว่างอารมณ์

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	51	23
LATITUDE	+ 15	35	7

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:11	U.T. P.A.	297.966 D	ALT	40.89 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:47:01	U.T. P.A.	176.370 D	ALT	56.79 D
MAXIMUM PHASE	03:47:30	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	56.86 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:48:00	U.T. P.A.	239.484 D	ALT	56.93 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:25:31	U.T. P.A.	116.585 D	ALT	62.45 D

ตาราง 8

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Khanu Woralaksaburi : อ.ขาณุวรลักษบุรี

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	51	47
LATITUDE	+ 16	3	30

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:18:52	U.T. P.A.	297.191 D	ALT	40.59 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:46:12	U.T. P.A.	92.657 D	ALT	56.30 D
MAXIMUM PHASE	03:47:03	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	56.42 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:47:53	U.T. P.A.	322.903 D	ALT	56.54 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:24:54	U.T. P.A.	117.278 D	ALT	62.01 D

ตาราง 9

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Banphot Phisai : อ.บรรพตพิสัย

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	58	43
LATITUDE	+ 15	53	37

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:10	U.T. P.A.	297.365 D	ALT	40.83 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:46:33	U.T. P.A.	108.443 D	ALT	56.55 D
MAXIMUM PHASE	03:47:29	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	56.68 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:48:24	U.T. P.A.	307.188 D	ALT	56.81 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:25:27	U.T. P.A.	117.124 D	ALT	62.13 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 10

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Krok Phra : อ.โกรกพระ

	D	M	S
LONGITUDE	-100	4	22
LATITUDE	+ 15	33	33

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:32	U.T. P.A.	297.833 D	ALT	41.16 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:47:17	U.T. P.A.	153.593 D	ALT	56.97 D
MAXIMUM PHASE	03:48:03	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	57.08 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:48:48	U.T. P.A.	262.217 D	ALT	57.19 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:26:10	U.T. P.A.	116.706 D	ALT	62.40 D

ตาราง 11

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Kao Lieo : อ.เก้าเลี้ยว

	D	M	S
LONGITUDE	-100	5	1
LATITUDE	+ 15	50	51

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:21	U.T. P.A.	297.355 D	ALT	40.98 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:46:51	U.T. P.A.	106.111 D	ALT	56.69 D
MAXIMUM PHASE	03:47:46	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	56.82 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:48:42	U.T. P.A.	309.520 D	ALT	56.95 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:25:48	U.T. P.A.	117.134 D	ALT	62.14 D

ตาราง 12

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Nakhon Sawan : อ.เมืองนครสวรรค์

	D	M	S
LONGITUDE	-100	8	41
LATITUDE	+ 15	42	19

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:33	U.T. P.A.	297.537 D	ALT	41.14 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:47:08	U.T. P.A.	122.544 D	ALT	56.88 D
MAXIMUM PHASE	03:48:04	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	57.01 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:49:00	U.T. P.A.	293.157 D	ALT	57.14 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:26:10	U.T. P.A.	116.972 D	ALT	62.25 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 13

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Phayuha Khiri : อ.พยุหะคีรี

	D	M	S
LONGITUDE	-100	8	34
LATITUDE	+ 15	27	12

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:43	U.T.	P.A.	297.948 D	ALT	41.31 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:47:42	U.T.	P.A.	167.015 D	ALT	57.16 D
MAXIMUM PHASE	03:48:19	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	57.25 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:48:56	U.T.	P.A.	248.838 D	ALT	57.33 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:26:30	U.T.	P.A.	116.603 D	ALT	62.47 D

ตาราง 14

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Chumsaeng : อ.ชุมแสง

	D	M	S
LONGITUDE	-100	18	37
LATITUDE	+ 15	53	30

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:41	U.T.	P.A.	297.100 D	ALT	41.21 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:47:34	U.T.	P.A.	75.511 D	ALT	56.88 D
MAXIMUM PHASE	03:48:16	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	56.98 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:48:58	U.T.	P.A.	340.031 D	ALT	57.07 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:26:22	U.T.	P.A.	117.364 D	ALT	62.02 D

ตาราง 15

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Takhli : อ.ตาคลี

	D	M	S
LONGITUDE	-100	20	25
LATITUDE	+ 15	15	46

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:10	U.T.	P.A.	298.097 D	ALT	41.66 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:48:42	U.T.	P.A.	190.354 D	ALT	57.56 D
MAXIMUM PHASE	03:48:59	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	57.60 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:49:16	U.T.	P.A.	225.556 D	ALT	57.64 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:27:19	U.T.	P.A.	116.470 D	ALT	62.58 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 16

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Tha Tako : อ.ท่าตะโก

	D	M	S
LONGITUDE	-100	28	47
LATITUDE	+ 15	38	7

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:08	U.T. P.A.	297.378 D	ALT	41.57 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:48:01	U.T. P.A.	103.240 D	ALT	57.24 D
MAXIMUM PHASE	03:48:56	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	57.37 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:49:51	U.T. P.A.	312.409 D	ALT	57.50 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:27:12	U.T. P.A.	117.114 D	ALT	62.19 D

ตาราง 17

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Tak Fa : อ.ตากฟ้า

	D	M	S
LONGITUDE	-100	30	38
LATITUDE	+ 15	21	8

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:23	U.T. P.A.	297.812 D	ALT	41.80 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:48:27	U.T. P.A.	144.733 D	ALT	57.55 D
MAXIMUM PHASE	03:49:18	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	57.67 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:50:09	U.T. P.A.	271.075 D	ALT	57.79 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:27:41	U.T. P.A.	116.724 D	ALT	62.43 D

ตาราง 18

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Phaisali : อ.ไพศาลี

	D	M	S
LONGITUDE	-100	39	43
LATITUDE	+ 15	35	48

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:27	U.T. P.A.	297.292 D	ALT	41.81 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:48:33	U.T. P.A.	92.275 D	ALT	57.45 D
MAXIMUM PHASE	03:49:24	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	57.57 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:50:16	U.T. P.A.	323.345 D	ALT	57.68 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:27:46	U.T. P.A.	117.190 D	ALT	62.16 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 19

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Khok Samrong : อ.โคกสำโรง

	D	M	S
LONGITUDE	-100	43	10
LATITUDE	+ 15	4	3

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:55	U.T. P.A.	298.103 D	ALT	42.23 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:49:39	U.T. P.A.	179.480 D	ALT	58.07 D
MAXIMUM PHASE	03:50:06	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	58.13 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:50:33	U.T. P.A.	236.433 D	ALT	58.19 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:28:39	U.T. P.A.	116.459 D	ALT	62.60 D

ตาราง 20

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Sa Bot : อ.สระโบสถ์

	D	M	S
LONGITUDE	-100	50	59
LATITUDE	+ 15	11	30

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:21:02	U.T. P.A.	297.795 D	ALT	42.29 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:49:23	U.T. P.A.	138.379 D	ALT	58.00 D
MAXIMUM PHASE	03:50:17	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	58.12 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:51:11	U.T. P.A.	277.423 D	ALT	58.24 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:28:51	U.T. P.A.	116.734 D	ALT	62.43 D

ตาราง 21

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Si Theo : อ.ศรีเทพ

	D	M	S
LONGITUDE	-101	4	3
LATITUDE	+ 15	27	38

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:21:12	U.T. P.A.	297.180 D	ALT	42.36 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:49:50	U.T. P.A.	73.732 D	ALT	57.96 D
MAXIMUM PHASE	03:50:31	U.T. MAGNITUDE	1.02	ALT	58.05 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:51:12	U.T. P.A.	341.852 D	ALT	58.14 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:29:05	U.T. P.A.	117.282 D	ALT	62.11 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 22

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Tha Luang : อ.ท่าหลวง

	D	M	S
LONGITUDE	-101	6	35
LATITUDE	+ 15	3	58

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:21:33	U.T.	P.A.	297.784 D	ALT	42.68 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:50:07	U.T.	P.A.	134.085 D	ALT	58.34 D
MAXIMUM PHASE	03:51:02	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	58.47 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:51:58	U.T.	P.A.	281.712 D	ALT	58.59 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:29:45	U.T.	P.A.	116.737 D	ALT	62.43 D

ตาราง 23

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Chai Badarn : อ.ชัยบาดาล

	D	M	S
LONGITUDE	-101	7	1
LATITUDE	+ 15	11	26

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:21:28	U.T.	P.A.	297.577 D	ALT	42.60 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:49:58	U.T.	P.A.	114.444 D	ALT	58.23 D
MAXIMUM PHASE	03:50:56	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	58.35 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:51:53	U.T.	P.A.	301.280 D	ALT	58.48 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:29:36	U.T.	P.A.	116.924 D	ALT	62.32 D

ตาราง 24

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Pak Chong : อ.ปากช่อง

	D	M	S
LONGITUDE	-101	25	48
LATITUDE	+ 14	42	42

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:22:20	U.T.	P.A.	298.093 D	ALT	43.29 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:51:32	U.T.	P.A.	163.484 D	ALT	59.00 D
MAXIMUM PHASE	03:52:12	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	59.09 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:52:53	U.T.	P.A.	252.411 D	ALT	59.18 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:31:09	U.T.	P.A.	116.445 D	ALT	62.58 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 25

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24.1995

AT Sikhiu : อ.สีคิ้ว

	D	M	S
LONGITUDE	-101	43	35
LATITUDE	+ 14	53	32

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:22:41	U.T.	P.A.	297.555 D	ALT	43.51 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:51:47	U.T.	P.A.	105.585 D	ALT	59.04 D
MAXIMUM PHASE	03:52:44	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	59.16 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:53:41	U.T.	P.A.	310.120 D	ALT	59.28 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:31:44	U.T.	P.A.	116.918 D	ALT	62.28 D

ตาราง 26

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24.1995

AT Sung Noen : อ.สูงเนิน

	D	M	S
LONGITUDE	-101	49	48
LATITUDE	+ 14	52	46

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:22:52	U.T.	P.A.	297.489 D	ALT	43.64 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:52:05	U.T.	P.A.	98.124 D	ALT	59.14 D
MAXIMUM PHASE	03:53:00	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	59.26 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:53:55	U.T.	P.A.	317.557 D	ALT	59.37 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:32:02	U.T.	P.A.	116.972 D	ALT	62.23 D

ตาราง 27

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24.1995

AT Pak Thong Chai : อ.ปักธงชัย

	D	M	S
LONGITUDE	-102	1	36
LATITUDE	+ 14	43	6

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:23:20	U.T.	P.A.	297.585 D	ALT	43.98 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:52:43	U.T.	P.A.	105.296 D	ALT	59.46 D
MAXIMUM PHASE	03:53:40	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	59.58 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:54:37	U.T.	P.A.	310.409 D	ALT	59.70 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:32:49	U.T.	P.A.	116.873 D	ALT	62.26 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 28

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Chok Chai : อ.โชคชัย

	D	M	S
LONGITUDE	-102	10	9
LATITUDE	+ 14	44	3

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:23:33	U.T.	P.A.	297.440 D	ALT	44.13 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:53:08	U.T.	P.A.	89.442 D	ALT	59.57 D
MAXIMUM PHASE	03:54:00	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	59.68 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:54:52	U.T.	P.A.	326.210 D	ALT	59.78 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:33:12	U.T.	P.A.	116.994 D	ALT	62.17 D

ตาราง 29

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Khon Buri : อ.ครบุรี

	D	M	S
LONGITUDE	-102	15	2
LATITUDE	+ 14	31	7

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:23:52	U.T.	P.A.	297.720 D	ALT	44.37 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:53:28	U.T.	P.A.	115.607 D	ALT	59.83 D
MAXIMUM PHASE	03:54:27	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	59.96 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:55:26	U.T.	P.A.	300.132 D	ALT	60.08 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:33:44	U.T.	P.A.	116.734 D	ALT	62.30 D

ตาราง 30

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Soeng Sang : อ.เสิงสาง

	D	M	S
LONGITUDE	-102	27	53
LATITUDE	+ 14	15	22

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:24:26	U.T.	P.A.	297.963 D	ALT	44.81 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:54:20	U.T.	P.A.	136.210 D	ALT	60.27 D
MAXIMUM PHASE	03:55:16	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	60.39 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:56:13	U.T.	P.A.	279.593 D	ALT	60.50 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:34:42	U.T.	P.A.	116.495 D	ALT	62.38 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 31

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

At Nong Ki : อ.หนองกี่

	D	M	S
LONGITUDE	-102	32	27
LATITUDE	+ 14	41	5

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:24:14	U.T.	P.A.	297.208 D	ALT	44.59 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:54:34	U.T.	P.A.	52.270 D	ALT	59.97 D
MAXIMUM PHASE	03:54:59	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	60.02 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:55:23	U.T.	P.A.	3.290 D	ALT	60.07 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:34:19	U.T.	P.A.	117.177 D	ALT	61.99 D

ตาราง 32

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

At Pakham : อ.ปะคำ

	D	M	S
LONGITUDE	-102	43	43
LATITUDE	+ 14	26	20

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:24:45	U.T.	P.A.	297.446 D	ALT	44.98 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:54:54	U.T.	P.A.	83.943 D	ALT	60.32 D
MAXIMUM PHASE	03:55:44	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	60.41 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:56:33	U.T.	P.A.	331.682 D	ALT	60.51 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:35:11	U.T.	P.A.	116.944 D	ALT	62.07 D

ตาราง 33

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

At Ta Phraya : อ.ตาพระยา

	D	M	S
LONGITUDE	-102	48	38
LATITUDE	+ 14	0	13

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:25:14	U.T.	P.A.	298.078 D	ALT	45.39 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:55:32	U.T.	P.A.	144.024 D	ALT	60.81 D
MAXIMUM PHASE	03:56:26	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	60.91 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:57:20	U.T.	P.A.	271.789 D	ALT	61.02 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:36:03	U.T.	P.A.	116.359 D	ALT	62.36 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 34

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Lahan Sai : อ.ละหานทราย

	D	M	S
LONGITUDE	-102	51	32
LATITUDE	+ 14	24	40

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:25:00	U.T.	P.A.	297.381 D	ALT	45.16 D
FIRST CENTRAL CONTACT	03:55:22	U.T.	P.A.	74.799 D	ALT	60.46 D
MAXIMUM PHASE	03:56:05	U.T.	MAGNITUDE	1.02	ALT	60.54 D
LAST CENTRAL CONTACT	03:56:49	U.T.	P.A.	340.797 D	ALT	60.63 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:35:36	U.T.	P.A.	116.991 D	ALT	62.01 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

อำเภอที่อยู่ที่ขอบเขตการเห็นเงามืดหมดดวงพอดี (Magnitude สูงสุดเท่ากับ 1.00) มีอยู่ 15 อำเภอ ซึ่งผู้ที่อยู่ในอำเภอดังกล่าว จะต้องเดินทางเข้าสู่เส้นทางเงามืด เพื่อที่จะได้เห็นเงามืดหมดดวงได้

ตาราง 1

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN. OCTOBER 24,1995

AT Tha Song Yang : อ.ท่าสองยาง

	D	M	S
LONGITUDE	- 98	13	43
LATITUDE	+ 17	13	31

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:15:43	U.T. P.A.	296.585 D	ALT	38.00 D
MAXIMUM PHASE	03:42:11	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	53.84 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:18:50	U.T. P.A.	117.739 D	ALT	61.24 D

ตาราง 2

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN. OCTOBER 24,1995

AT Tak : อ.เมืองตาก

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	7	41
LATITUDE	+ 16	52	48

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:17:14	U.T. P.A.	296.441 D	ALT	39.23 D
MAXIMUM PHASE	03:44:32	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	54.99 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:21:45	U.T. P.A.	117.921 D	ALT	61.43 D

ตาราง 3

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN. OCTOBER 24,1995

AT Kamphaeng Phet : อ.เมืองกำแพงเพชร

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	31	55
LATITUDE	+ 16	28	27

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:18:06	U.T. P.A.	296.780 D	ALT	39.94 D
MAXIMUM PHASE	03:45:52	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	55.73 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:23:25	U.T. P.A.	117.636 D	ALT	61.72 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 4

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Thap Than : อ.ทับทัน

	D	M	S
LONGITUDE	- 99	53	24
LATITUDE	+ 15	27	6

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:20	U.T. P.A.	298.156 D	ALT	41.02 D
MAXIMUM PHASE	03:47:43	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	57.02 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:25:48	U.T. P.A.	116.415 D	ALT	62.56 D

ตาราง 5

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Uthai Thani : อ.เมืองอุทัยธานี

	D	M	S
LONGITUDE	-100	1	57
LATITUDE	+ 15	22	41

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:36	U.T. P.A.	298.160 D	ALT	41.23 D
MAXIMUM PHASE	03:48:08	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	57.22 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:26:18	U.T. P.A.	116.413 D	ALT	62.58 D

ตาราง 6

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Manorom : อ.มโนรมณ์

	D	M	S
LONGITUDE	-100	5	18
LATITUDE	+ 15	18	11

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:19:45	U.T. P.A.	298.237 D	ALT	41.34 D
MAXIMUM PHASE	03:48:21	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	57.34 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:26:33	U.T. P.A.	116.344 D	ALT	62.63 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 7

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Sanphaya : อ.สรรพยา

	D	M	S
LONGITUDE	-100	14	52
LATITUDE	+ 15	8	4

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:07	U.T. P.A.	298.381 D	ALT	41.64 D
MAXIMUM PHASE	03:48:54	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	57.64 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:27:14	U.T. P.A.	116.215 D	ALT	62.72 D

ตาราง 8

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Ban Mi : อ.บ้านหมี่

	D	M	S
LONGITUDE	-100	33	3
LATITUDE	+ 15	2	31

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:40	U.T. P.A.	298.283 D	ALT	42.05 D
MAXIMUM PHASE	03:49:43	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	58.00 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:28:13	U.T. P.A.	116.300 D	ALT	62.69 D

ตาราง 9

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Nong Bua : อ.หนองบัว

	D	M	S
LONGITUDE	-100	35	33
LATITUDE	+ 15	51	56

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:20:09	U.T. P.A.	296.913 D	ALT	41.55 D
MAXIMUM PHASE	03:48:58	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	57.25 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:27:12	U.T. P.A.	117.530 D	ALT	61.94 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 10

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Muak Lek : อ.มวกเหล็ก

	D	M	S
LONGITUDE	-101	12	17
LATITUDE	+ 14	38	35

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:22:01	U.T. P.A.	298.391 D	ALT	43.08 D
MAXIMUM PHASE	03:51:44	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	58.96 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:30:36	U.T. P.A.	116.185 D	ALT	62.75 D

ตาราง 11

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Dan Khun Thot : อ.ด่านขุนทด

	D	M	S
LONGITUDE	-101	46	12
LATITUDE	+ 15	12	33

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:22:32	U.T. P.A.	297.006 D	ALT	43.34 D
MAXIMUM PHASE	03:52:30	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	58.88 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:31:24	U.T. P.A.	117.412 D	ALT	61.99 D

ตาราง 12

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Nakhon Ratchasima : อ.เมืองนครราชสีมา

	D	M	S
LONGITUDE	-102	11	37
LATITUDE	+ 14	57	19

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:23:26	U.T. P.A.	297.063 D	ALT	44.01 D
MAXIMUM PHASE	03:53:49	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	59.48 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:32:57	U.T. P.A.	117.335 D	ALT	61.97 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ตาราง 13

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Nang Rong : อ.นางรอง

	D	M	S
LONGITUDE	-102	47	54
LATITUDE	+ 14	37	46

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:24:43	U.T. P.A.	297.081 D	ALT	44.93 D
MAXIMUM PHASE	03:55:41	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	60.28 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:35:07	U.T. P.A.	117.271 D	ALT	61.88 D

ตาราง 14

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Ban Kruat : อ.บ้านกรวด

	D	M	S
LONGITUDE	-103	6	14
LATITUDE	+ 14	24	58

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:25:25	U.T. P.A.	297.165 D	ALT	45.44 D
MAXIMUM PHASE	03:56:42	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	60.72 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:36:17	U.T. P.A.	117.163 D	ALT	61.85 D

ตาราง 15

TOTAL ECLIPSE OF THE SUN, OCTOBER 24,1995

AT Khao Phanom Roong (Buri Ram) : **เขาพนมรุ้ง (บุรีรัมย์)**

	D	M	S
LONGITUDE	-102	57	23
LATITUDE	+ 14	31	1

LOCAL CIRCUMSTANCES

FIRST PENUMBRAL CONTACT	02:24:56	U.T. P.A.	297.149 D	ALT	45.17 D
MAXIMUM PHASE	03:56:03	U.T. MAGNITUDE	1.00	ALT	60.44 D
LAST PENUMBRAL CONTACT	05:35:33	U.T. P.A.	117.195 D	ALT	61.88 D

ข้อมูลผลการคำนวณ
โดย ผศ.ดร.ขาว เหมือนวงศ์
คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

ว.วิทย.มข. ปี 20 - 22 (3-3) [ฉบับพิเศษ] : 300 - 308

ทฤษฎีสัมพันธ์ภาพกับปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ของเสียง

Relativity and Doppler Effect of Sound

ชัยภูมิ สำเนียง

บทคัดย่อ

การหาสมการปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ (Doppler effect) ของเสียงจากการวิเคราะห์โดยใช้จากทฤษฎีสัมพันธภาพ ผลที่ได้สามารถใช้กับปรากฏการณ์ที่มีลักษณะเป็นคาบ (periodic) ทั่วไปได้

1. บทนำ

ในการวิเคราะห์หาสมการปรากฏการณ์คอปเปลอร์ของเสียงที่คุ้นเคยกันนั้นปกติเรานิยมใช้วิธีการความเร็วสัมพัทธ์ของทฤษฎีกลศาสตร์แบบฉบับ (classical mechanics) ซึ่งถือว่าปริภูมิ (space) และเวลา (time) คงที่ วิธีการนี้จะแตกต่างกับทฤษฎีสัมพันธภาพ (relativity) ที่ถือว่า ถ้าผู้สังเกตการณ์ (observer) ในกรอบอ้างอิง (frame of reference) ที่ต่างกัน จะเห็นปริภูมิและเวลาแตกต่างกัน การอธิบายปัญหาในทฤษฎีสัมพันธภาพจะมีการนำเอาเรื่องแผนภาพปริภูมิ-เวลา (space-time diagram) มาใช้อยู่เสมอ ในบทความนี้จะนำเอาแผนภาพปริภูมิ-เวลา มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของความถี่ในปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ของเสียง โดยถือว่าทั้งแหล่งกำเนิดเสียงและผู้รับฟัง มีการเคลื่อนที่ด้วยกันทั้งคู่เมื่อเปรียบเทียบกับตัวกลางที่เสียงใช้ในการเคลื่อนที่

2. แผนภาพปริภูมิ-เวลา

คณิตศาสตร์ที่จะใช้ในบทความนี้เป็นเพียงตรีโกณมิติขั้นพื้นฐานธรรมดา แต่ก็จำเป็นที่จะต้องมีความเข้าใจในเรื่องการกำหนดขนาดของแกนพิกัด (coordinate axes) และการแปลงลอเรนตซ์ (Lorentz transformation) ซึ่งมีความสำคัญมากในทฤษฎีสัมพันธภาพ

ถ้าเราพิจารณากรอบอ้างอิง S กับ S' ที่มีแกนปริภูมิ (x) และเวลา (ct) ขนานกัน โดยที่ S' เคลื่อนที่ไปทางทิศ +x ด้วยความเร็ว v เทียบกับ S

อาจารย์ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

เราสมมติให้ว่าที่เวลา t = t' = 0 จุดออริจิน (O กับ O') ของกรอบอ้างอิง S และ S' อยู่ ณ ตำแหน่งเดียวกัน

จากการแปลงของลอเรนตซ์ ระหว่างกรอบอ้างอิง S กับ S' เราจะได้ว่า

$$x' = \gamma(x - vt) \qquad (1)$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \qquad (2)$$

โดยที่

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

และ c คือความเร็วของแสง

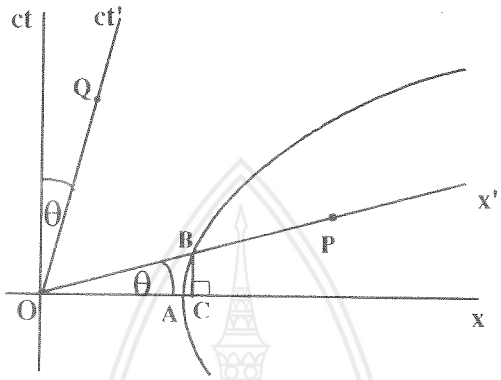
สมการที่แสดงค่าบนแกน x' คือที่ค่า t' = o หรือซึ่งเมื่อแทนค่า t' = o ใน (2) จะได้ว่า

$$t = \frac{xv}{c^2} \qquad (3)$$

และที่ t' = o เวลาของผู้สังเกตการณ์อยู่ใน S' แต่จะปรากฏต่อผู้สังเกตการณ์ใน S เป็น $t = vx/c^2$ หรือสังเกต ct = vx/c กล่าวอีกนัยหนึ่งที่ t' = o แกน x' จะมีพิกัดอยู่บนกรอบ S ที่จุด (x, ct) นั่นคือ แกน x' (ของกรอบอ้างอิง S') จะเอียงทำมุม θ กับแกน x (ของกรอบอ้างอิง S) ดังที่แสดงไว้ในรูปที่ 1

โดยที่

$$\tan\theta = \frac{BC}{OC} = \frac{ct}{x} = \frac{v}{c} \qquad (4)$$



รูปที่ 1 แสดงพิกัด x', ct' บิดเอียงทำมุม θ กับพิกัด x, ct และเส้นไฮเปอโบลา $x^2 - c^2 t^2 = 1 = (x')^2 - (ct')^2$

สังเกตจากภาพ ถ้าเราให้ P เป็นจุดใด ๆ บนแกน x' และ Q เป็นจุดใด ๆ บนแกน ct' คำถามคือผู้สังเกตการณ์ (observer) ใน S' จะเห็นว่าระยะจาก O ถึง P ยาว = OP ใช่หรือไม่ ? คำตอบของคำถามนี้จะเป็นที่รู้กันทั่วไปอย่างดี แต่เรามาพิจารณาวิธีการพิสูจน์หาคำตอบนี้โดยวิธีง่าย ๆ ดังต่อไปนี้

ในการแปลงลอเรนตซ์ การบอกผลของทฤษฎีสัมพันธภาพของเหตุการณ์หนึ่งจะต้องบอกด้วยมิติที่ต่อเนื่องกันของปริภูมิและเวลา เหตุการณ์เดียวกันที่เห็นโดยผู้สังเกตการณ์ที่อยู่ในกรอบอ้างอิงต่างกัน จะมีค่าคงที่สัมพันธภาพ (relativistic invariant)

$$s^2 = x^2 - (ct)^2 \tag{5}$$

และ

$$s^2 = (x')^2 - (ct')^2 \tag{6}$$

โดยที่ x และ x' แทนความหมายปริภูมิ 3 มิติ ถ้าสมมุติว่า $s^2 = 1$

$$x^2 - c^2 t^2 = (x')^2 - (ct')^2 = 1 \tag{7}$$

จะทำให้เราได้กราฟไฮเปอร์โบลา (hyperbola) อย่างในรูปที่ 1 เส้นกราฟนี้จะตัดแกน x (ใน S) ที่จุด A โดยมี OA = x = 1 หน่วย (วัดใน S)

ทำนองเดียวกันเส้นกราฟไฮเปอร์โบลานี้จะตัดแกน x' (ใน S') ที่จุด B โดยที่ระยะ OB = x' = 1 หน่วยเช่นเดียวกัน (วัดใน S')

แต่เราจะเห็นว่าระยะ OB ปรากฏยาวกว่าระยะ OA

จุด B จะปรากฏใน S อยู่ที่พิกัด x, ct หรือที่ x, $\frac{vx}{c}$ แต่ในขณะเดียวกันจุด B จะอยู่บนเส้นไฮเปอร์โบลาด้วย แสดงว่า

$$x^2 - \left(\frac{v^2x^2}{c^2}\right) = 1 \qquad (8)$$

ซึ่งทำให้

$$x = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$= \gamma \qquad (9)$$

ดังนั้นพิกัดของจุด B ใน S คือ γ, $\frac{\gamma v}{c}$ นั่นเอง

นั่นคือ ในรูปที่ 1 ระยะ OC = γ

และระยะ $BC = \frac{\gamma v}{c}$

ใน Δ มุมฉาก OCB จากทฤษฎีของปีทากอรัส จะได้ว่าระยะ

$$OB = \sqrt{(BC)^2 + (OC)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\gamma^2 v^2}{c^2} + \gamma^2} = \gamma\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}$$

หรือ

$$1 = \frac{OB}{\gamma\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (10)$$

ระยะหนึ่งหน่วยทางซ้ายมือของสมการ (10) นี้คือ ระยะ OB ที่วัดโดยผู้สังเกตการณ์ที่อยู่ใน S'

ดังนั้นถ้าระยะ OP เป็นระยะที่วัดได้ใน S ผู้สังเกตการณ์ที่อยู่ใน S' จะบันทึกความยาวได้เท่ากับ L' โดยที่

$$L' = \frac{OP}{\gamma\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \qquad (11)$$

ในทำนองเดียวกัน บนแกนของเวลา ถ้าจุด Q อยู่บนแกน ct' ขณะที่ผู้สังเกตการณ์ใน S วัดช่วงเวลาได้ OQ ผู้สังเกตการณ์ใน S' จะวัดช่วงเวลาดังกล่าวได้เป็น

$$T' = \frac{OQ}{\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (12)$$

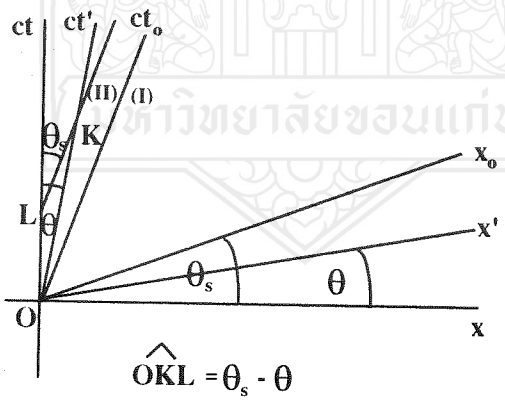
3. แผนภาพปริภูมิ-เวลากับปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ของเสียง

ให้แหล่งกำเนิดเสียงอยู่ที่ตำแหน่งออริจินของกรอบอ้างอิง S ถ้าเสียงเคลื่อนที่ไปในทิศทาง +x โดยมีความยาวคลื่น λ และความถี่ f วัดโดยผู้สังเกตการณ์ S

ความเร็วของคลื่นเสียงที่ปรากฏต่อผู้สังเกตการณ์ใน S คือ $V_s = \lambda f$

เป็นที่น่าสังเกตว่า ในกรณีนี้ (1) แหล่งกำเนิดเสียงอยู่ในกรอบอ้างอิง S และไม่จำเป็นว่าตัวกลางที่เสียงใช้ในการเคลื่อนที่ จะต้องอยู่นิ่งเมื่อเทียบกับ S และ (2) ความเร็ว V_s คือ ความเร็วที่ยอดคลื่น (หรือส่วนหนึ่งส่วนใดของคลื่นเสียง) เคลื่อนที่ไปโดยเปรียบเทียบกับผู้สังเกตการณ์ใน S

ซึ่งในแต่ละครั้งผู้สังเกตการณ์ใน S จะวัดระยะทางระหว่างยอดคลื่นได้ $= \lambda$ และความถี่ที่คลื่นผ่าน ณ จุด ๆ หนึ่งในเวลา 1 วินาที คือ f



รูปที่ 2 แสดงแกนร่วมของแผนภาพปริภูมิ-เวลา

มุม $O\hat{K}L = \theta_s - \theta$

ในรูปที่ 2 กรอบอ้างอิง S_o ซึ่งมีพิกัด x_o, ct_o เป็นกรอบอ้างอิงของผู้สังเกตการณ์ที่เคลื่อนไปพร้อมกับยอดคลื่นด้วยความเร็ว V_s (ในทิศทาง +x) สำหรับผู้สังเกตการณ์ใน S_o ยอดคลื่นจะปรากฏว่าหยุดนิ่งกับที่ และ Worldline ของยอดคลื่น (ในแผนภาพปริภูมิ-เวลา) จะมีทิศทางขนานกับแนวแกน ct_o

ในทำนองเดียวกัน (อธิบายมาในหัวข้อที่ 2) จากการที่ S_o เคลื่อนที่สัมพัทธ์กับ S แนวแกน X_o จะทำมุม θ_s กับแนวแกน x และแกน ct_o ทำมุม θ_s กับแนวแกน ct

$$\tan\theta_s = \frac{v_s}{c}$$

และเส้นกราฟ I และ II จะเป็น worldline ของยอดคลื่นสองยอด (ซึ่งเกิดต่อเนื่องกัน) ที่ปล่อยมาจากจุดออริจินของ S (x = o) โดยเส้น I เป็น worldline ของยอดคลื่นแรกที่ปล่อยมาเมื่อเวลา t = o (ct = o) ส่วนเส้น II เป็น worldline ของยอดคลื่นถัดมาที่ปล่อยเมื่อเวลา ct = OL โดยที่ยอดคลื่นอันหลังนี้จะเกิดที่ช่วงเวลาบนแกน ct (ของกรอบอ้างอิง) มีค่า = T หรือช่วง OL = T = $\frac{1}{f}$ นั่นเอง

worldline เส้นที่สองนี้จะตัดแกน ct' ที่จุด K และช่วงเวลาที่ผู้สังเกตการณ์ใน S' บันทึกได้ คือ

$$T' = \frac{OK}{\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{f'} \qquad (13)$$

เมื่อเปรียบเทียบกันแล้ว

$$\frac{OL}{OK} = \frac{T}{\gamma T'\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{f'}{\gamma f\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} \qquad (14)$$

ใน ΔOKL เนื่องจาก

$$\frac{OL}{OK} = \frac{\sin O\hat{K}L}{\sin K\hat{L}O}$$

$$= \frac{\sin(\theta_s-\theta)}{\sin(180-\theta_s)}$$

$$= \frac{\sin\theta_s\cos\theta - \cos\theta_s\sin\theta}{\sin\theta_s} \qquad (15)$$

จากสมการ (14) และ (15)

$$f' = f'\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}\left(\frac{\sin\theta_s\cos\theta - \cos\theta_s\sin\theta}{\sin\theta_s}\right)$$

แทนค่า $\tan\theta = \frac{v}{c}$ และ $\tan\theta_s = \frac{v_s}{c}$ จะได้

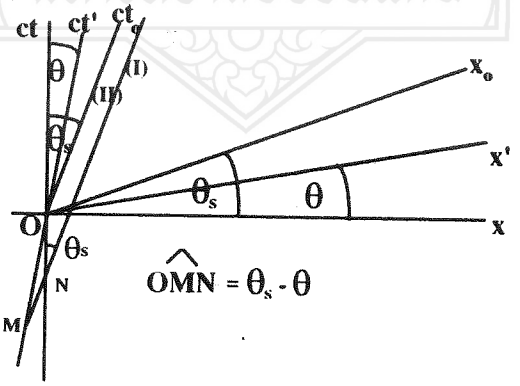
$$f' = f\gamma\left(1 - \frac{v}{v_s}\right) \qquad (16)$$

สมการ (16) นี้คือ "สมการผลดอปเปลอร์ของเสียง" ซึ่งปรากฏกับกรณีที่ผู้สังเกตการณ์กำลังหนีห่าง (ด้วยความเร็ว v) จากแหล่งกำเนิดเสียงทำได้โดยการแทนค่า $v_s = c$ นั่นเอง

สำหรับกรณีที่ผู้สังเกตการณ์เคลื่อนที่เข้าหาแหล่งกำเนิดเสียง เราหาความถี่ได้โดยการแทนค่า v ด้วย -v ในสมการ (16) นั่นคือจะได้

$$f' = f\gamma\left(1 + \frac{v}{v_2}\right) \qquad (17)$$

ที่นี้ ถ้าเราจะวิเคราะห์เหตุการณ์ในกรณีที่แหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนห่างออกจากผู้สังเกตการณ์ จะต้องกำหนดให้แหล่งกำเนิดเสียงอยู่ในระบบ S' และผู้สังเกตการณ์อยู่ในระบบ S ดังรูปที่ 3



รูปที่ 3 แสดงแผนภาพปริภูมิ-เวลาเมื่อแหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่

ในรูปที่ 3 กรอบอ้างอิง S' เคลื่อนที่ไปในทิศทาง +x (ของกรอบอ้างอิง S) ด้วยความเร็ว v คลื่นเสียงถูกปล่อยออกจาก s' ด้วยความเร็ว v_s (เทียบกับ S) หรือคลื่นเสียงจะถูกปล่อยออกมาจากตำแหน่ง x' = o ของ S'

ผู้สังเกตการณ์ใน S_o (ซึ่งเกาะติดไปกับยอดคลื่น) จะเห็น worldline ของยอดคลื่นขนานกับแกน ct_o ไปตัดกับแกน ct' โดยที่ worldline I (ของยอดคลื่นลูกแรกซึ่งเกิดก่อน) จะตัดแกน ct' ที่ M ในขณะที่ worldline II (ของยอดคลื่นถัดมา) ซึ่งจะตัดแกน ct' ที่จุดออริจิน

ระยะ OM คือคาบเวลา T' ที่วัดใน S' และระยะ ON คือคาบเวลา T ที่วัดใน S

จากสมการ (12)
$$\frac{OM}{\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = T' = \frac{1}{f'} \tag{18}$$

และ
$$ON = T \tag{19}$$

เช่นเดียวกับกรณีในรูปที่ 2 เราจะได้ $\tan\theta = \frac{v}{c}$ และ $\tan\theta_s = \frac{v_s}{c}$

จากรูป Δ OMN จะได้ว่า

$$\frac{ON}{OM} = \frac{T}{T'\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{f'}{f\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sin O\hat{M}N}{\sin O\hat{N}M}$$

หรือ
$$\frac{f'}{f\gamma\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{\sin(\theta_s - \theta)}{\sin\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta_s\cos\theta - \cos\theta_s\sin\theta}{\sin\theta_s}$$

$$= \frac{\left(1-\frac{v}{v_s}\right)}{\sqrt{1+\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$f = \frac{f'}{\gamma\left(1-\frac{v}{v_s}\right)} \tag{20}$$

ค่า f ในสมการ (20) นี้คือ ค่าความถี่ของเสียงที่ผู้สังเกตการณ์ซึ่งอยู่นิ่ง วัดได้เมื่อแหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนหนีห่างออกไปจากผู้สังเกตการณ์ด้วยความเร็ว v ส่วน v_s คือความเร็วเสียงที่ปรากฏกับผู้สังเกตการณ์ใน S

แต่ถ้าแหล่งกำเนิดเสียงเคลื่อนที่เข้าหาผู้สังเกตการณ์ เราแทนค่า v ใน (20) ด้วย -v

4. สรุป

การวิเคราะห์ปรากฏการณ์ดอปเปอร์ของเสียงโดยทฤษฎีสัมพันธภาพ ทำให้เราได้สมการแสดงปรากฏการณ์ดอปเปลอร์ของเสียงที่มีความเป็นทั่วไป (generalized) ดีกว่าที่ได้โดยทฤษฎีกลศาสตร์แบบฉบับ ซึ่งรูปสมการที่เราคุ้นเคยแบบหลังนั้น เป็นการพิจารณาที่ความเร็ว v ต่ำกว่าความเร็วแสง c มาก จึงถือว่าพจน์ $\frac{v^2}{c^2}$ มีค่าน้อยมากจนทิ้งได้ ทำให้แฟคเตอร์ γ ในสมการที่เราวิเคราะห์โดยทฤษฎีสัมพันธภาพมีค่า = 1 แล้วผลที่ได้จะตรงกัน นอกจากนี้วิธีการดังกล่าวยังใช้ได้กับปรากฏการณ์อื่น ๆ ที่มีการแผ่จากแหล่งกำเนิดในลักษณะที่เป็นคาบ (Periodic) อีกด้วย เช่น กรณีห่ากระสุนที่ยิงมาจากปืนกลโดยถือว่าความเร็วของยอดคลื่นที่เราใช้ในการวิเคราะห์สมการคือความเร็วของกระสุนแต่ละนัด ซึ่งจะทำให้ผู้สังเกตการณ์สามารถคำนวณความถี่ของกระสุนที่แตกต่างกันในแต่ละกรณีของการเคลื่อนที่เปรียบเทียบกัน และทำให้เห็นภาพพจน์ได้ชัดเจนยิ่งขึ้น

เอกสารอ้างอิง

1. R.M. Wald, General Relativity, (The University of Chicago Press, Chicago, 1984).
2. Ram, "On the Doppler effect", Am. J. Phys. 40, 1116-1118 (1972).
3. R.E. Reynolds, "Doppler effect for sound via classical and relativistic space-tim diagram", Am. J. phys. 58, 390-394 (1990).
4. R.A. Bachman, "Generalized relativistic Doppler effect", Am. J. Phys. 54, 717-719 (1986).
5. D.R, Frankl, "General treatment of Doppler effect in special Selativity," Am. J. Phys. 52, 374-375 (1984).
6. G. Cook and T. Lesoing, "A simple derivation of the Doppler effect for sound," Am. J. Phys. 59, 218-220 (1991).

ข้อแนะนำในการเขียนบทความลงวารสาร "วิทยาศาสตร์ มข"

ประเภทของเรื่องที่จะตีพิมพ์

1. รายงานผลวิจัยและค้นคว้า หรือการสำรวจที่ยังไม่เคยตีพิมพ์ในวารสารหรือหนังสืออื่นมาก่อน
2. บทความปริทัศน์ ได้แก่งานเขียนที่รวบรวม หรือเรียบเรียงจากเอกสารหรือหนังสือต่าง ๆ เพื่อเผยแพร่และฟื้นฟูงานด้านวิชาการระดับต่าง ๆ
3. บทความแสดงข้อคิดเห็น หรือข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในด้านวิชาการ เรื่องแปล ข่าววิชาการ ย่อความจากงานวิจัยค้นคว้าหรือหนังสือใหม่ที่น่าสนใจ

รูปแบบของการเขียนและการเตรียมต้นฉบับ

1. ต้นฉบับ ต้องพิมพ์ด้วยเครื่องพิมพ์ดีด หรือเครื่องคอมพิวเตอร์ มีช่วงห่างระยะบรรทัดตามมาตรฐานพิมพ์ลงในกระดาษขาว A4 (โรเนียวสั้น) โดยใช้กระดาษด้านเดียว ความยาวไม่เกิน 10 หน้า ส่งต้นฉบับ 2 ชุด การส่งต้นฉบับพร้อมดิสเก็ต จะได้รับคำขอบคุณเป็นพิเศษ
2. ต้นฉบับ จะพิจารณาโดยกองบรรณาธิการ และจะตอบรับเท่านั้นโดยไม่ส่งคืน ผู้เขียนควรทำสำเนาเก็บไว้เป็นหลักฐานของตัวเอง 1 ฉบับ
3. ต้นฉบับ ต้องมีความถูกต้องทั้งในด้านเนื้อหา และการใช้ภาษา รวมทั้งมีความสมบูรณ์ในรูปแบบพร้อมที่จะนำลงตีพิมพ์ได้
4. ชื่อเรื่อง ให้ใช้ภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ ไม่ยาวเกินไป และหลีกเลี่ยงการใช้คำย่อโดยไม่จำเป็น
5. ชื่อผู้เขียน เขียนชื่อภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ พร้อมทั้งบอกสถานที่ทำงานให้ชัดเจน
6. เนื้อเรื่อง ใช้ได้ทั้งภาษาไทยล้วน หรือภาษาอังกฤษล้วน ถ้าใช้ภาษาไทย ภาษาอังกฤษที่ใช้ปนกับภาษาไทยนั้น ให้พยายามแปลเป็นไทยเท่าที่จะทำได้ และให้เขียนคำเดิมกำกับในวงเล็บ การทับศัพท์ภาษาอังกฤษ ตลอดทั้งการเขียนตัวสะกดการันต์ในภาษาไทยให้ใช้ตามแบบราชบัณฑิตยสถาน
7. ในกรณีของบทความวิจัย ต้องมีบทคัดย่อทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษ และแบ่งเนื้อหาของบทความเป็นบทนำ วิธีดำเนินงาน ผลการวิเคราะห์ บทสรุปและวิจารณ์
8. เชิงอรรถ (footnote) ใช้เฉพาะที่จำเป็น เพื่อขยายหรือให้รายละเอียดเพิ่มเติมแก่ใจความ เฉพาะตอนในบทความ ข้อความที่จำเป็นจะต้องมีเชิงอรรถ ให้ใช้เครื่องหมายดอกจัน (*) กำกับท้าย
9. ตารางและภาพประกอบ คำบรรยายประกอบตารางหรือภาพประกอบควรจะสั้นและชัดเจน ถ้าจะเป็นภาพถ่าย ให้ใช้ภาพขาว-ดำ ขนาดโปสการ์ด การใช้ภาพสีต้องได้รับความเห็นชอบจากบรรณาธิการก่อน ภาพเขียนลายเส้นควรเขียนด้วยหมึกดำ ภาพที่เขียนต้องชัดเจน และมีขนาดที่เหมาะสม
10. เอกสารอ้างอิง หรือเขียนตามแบบสากลนิยม

ส่งต้นฉบับมาที่

กองบรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์ มข.
คณะวิทยาศาสตร์
มหาวิทยาลัยขอนแก่น

อภินันทนาการสำหรับผู้เขียน

เรื่องที่ได้รับการตีพิมพ์ ผู้เขียนจะได้รับวารสารฉบับนั้น 2 เล่ม และสำเนาพิมพ์อีก 15 ชุด

สารบัญ

□□□□□