



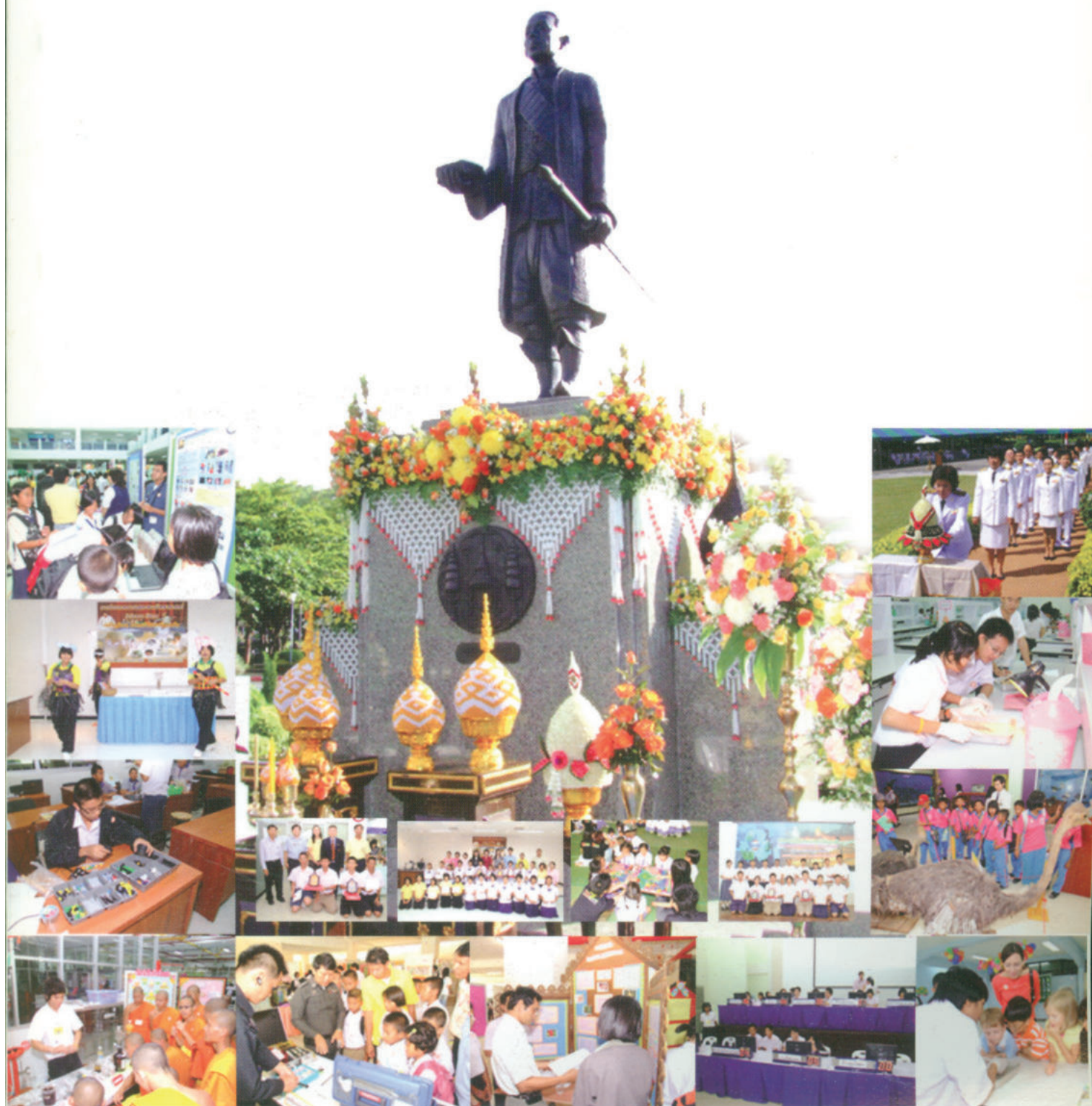
วารสาร

ISSN : 0125 - 2364

วิทยาศาสตร์มข.

KKU SCIENCE JOURNAL

ปีที่ 36 ฉบับที่ 3 (ก.ค. - ก.ย. 51) Vol. 36 No. 3 (July - Sep. 08)



สัปดาห์วิทยาศาสตร์แห่งชาติ 18-20 สิงหาคม 2551



วารสาร
วิทยาศาสตร์ปูช.
KKU SCIENCE JOURNAL

ISSN 0125 - 2344

เจ้าของ

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

สำนักงาน

คณะวิทยาศาสตร์ ตึก 6 มหาวิทยาลัยขอนแก่น

อ.เมือง จ.ขอนแก่น 400002

โทรศัพท์ 0-4320-2372 โทรสาร 0-4320-2371

วัตถุประสงค์

1. เพื่อส่งเสริมและเผยแพร่วิทยาการในสาขาวิชาต่าง ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์
2. เพื่อเผยแพร่ผลงานทางด้านการวิจัย และการศึกษา ค้นคว้าของอาจารย์และนักศึกษา
3. เพื่อเป็นสื่อกลางการแลกเปลี่ยนความรู้ และแนวความคิดทางวิชาการระหว่างอาจารย์ นักศึกษา และผู้สนใจ ทั้งภายในและภายนอกสถาบัน

กำหนดออก ปีละ 4 ฉบับ

- ฉบับที่ 1 มกราคม - มีนาคม
ฉบับที่ 2 เมษายน - มิถุนายน
ฉบับที่ 3 กรกฎาคม - กันยายน
ฉบับที่ 4 ตุลาคม - ธันวาคม

ที่ปรึกษา

คณบดีคณะวิทยาศาสตร์
(ละออศรี เสนาะเมือง)
รองคณบดีฝ่ายวิชาการ
(เอกพรรณ สวัสดิ์ชิตัง)

บรรณาธิการ

นฤมล แสงประดับ

กองบรรณาธิการ

กิตติกร นาคประสิทธิ์
งามนิจ อาจอินทร์
ชุดิมา หาญจวนิช
ประเสริฐ แข่งขัน
สมปอง ธรรมศิริรักษ์
สมเดช กนกเมธากุล
สุพรรณิ อึ้งปัญสดวงศ์
เสาวนิต ทองพิมพ์
อัจฉราภรณ์ ภักดี

ฝ่ายศิลป์และภาพ

กิเลน ดิณนรเศรษฐ์
สุชาติ เทพภูเขียว

ฝ่ายเหรียญกษาปณ์

บุญคุ้ม เหลือล้ำ

ฝ่ายจัดการและ เลขานุการ

สุภาพร พิมพ์วาปี
สมศักดิ์ อุ่นจันทิ

บทความและงานวิจัย
ได้รับการกลั่นกรอง
จากผู้ทรงคุณวุฒิ

บทความหรือข้อคิดเห็นใด ๆ ในวารสารนี้เป็นของผู้เขียน ไม่จำเป็นต้องสอดคล้องกับทัศนะของกองบรรณาธิการ

วิทยาศาสตร์ชุมชน

K K U S C I E N C E J O U R N A L

ปีที่ 36 ฉบับที่ 3

Volume 36 Number 3

บรรณาธิการแถลง

บทความพิเศษ

- บทสัมภาษณ์ ผศ.ดร.สาริต แซ่จิ่ง นักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่
กองบรรณาธิการ..... 167

บทความ

- การศึกษาคลาโดเซอร่าในประเทศไทยและแนวทางการศึกษาในอนาคต
Study of Cladocera in Thailand and Trends in Future
สุปิยนิตย์ ไม้แพ..... 171
- คณิตศาสตร์และการทำนายความรัก
Mathematics and Love Forecast
ธีรณัฐ บุณนาค..... 182

งานวิจัย

- การพัฒนาระบบบำบัดน้ำเสียจากการฟอกย้อมสีสังเคราะห์เคมี
Development of Synthetic Chemical Dyeing
Wastewater Treatment System
รัตนา มหาชัย ทิพย์วัลย์ คำเหม็ง
ชุตินา คูคู่สมุทร นาด ภูวงศ์ผา
ชาญเชาว์ พรหมราชกูร์..... 188
- การสำรวจเบื้องต้นของพืชวงศ์กล้วยไม้ในอุทยาน
แห่งชาติภูเรือ จังหวัดเลย
Preliminary Survey of the Family Orchidaceae
in Phu Rua National Park, Loei Province
วรชาติ โตแก้ว ประนอม จันทโรทัย
อัจฉรา ธรรมถาวร..... 197

งานวิจัย

- ☐ เมตริกสมมูลระหว่างการส่งนอนเอกแพนซีฟแบบวงกว้าง
และเฉพาะที่บนปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กระชับ
Equivalent Metric between Global and Local
Nonexpansive Mappings on a Compact
Connected Metric Space
ปิยะ บัณฑิตสกุลชัย.....

206
- ☐ การจัดการระบบนิเวศฟาร์มเกษตรอินทรีย์ชนบทต้นแบบของไทย
Agroecosystem Management in an Organic Farm
Model Rural Thailand
บรรยงค์ อินทร์ม่วง ยุพเยาว์ ไตศิริ
วงศ์ชนก จำเริญสาร.....

214
- ☐ การจำแนกสมาชิกนิพผล สมาชิกที่หาตัวผกผันได้
และสมาชิกปกติในริง $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$
Characterization of Idempotent, Invertible
and Regular Elements in Rings $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$
สมจิต โชติชัยสถิตย์ พงศกร ยศแก้ว....

226
- ☐ การหาจุดสะท้อนโดยใช้แกนหมุนและการเลื่อน
แกนทางขนาน
วิจารณ์ สดศิริ.....

233
- ☐ วิธีสมาชิกจำกัดสำหรับปัญหาการไหลผ่านของไหลอุดมคติ
ที่อัดไม่ได้ด้วยโปรแกรม FlexPDE
สำลี บุญสิทธิ์ สุพจน์ ไวทยากร.....

243



2552-2553
วิทยาจารย์
 K K U S C I E N C E J O U R N A L

ISSN 0125 - 2344

Publisher

Faculty of Science, Khon Kaen University,
 Thailand.

Office

Faculty of Science, Building 6, Khon Kaen
 University, Khonkaen Thailand, 40002
 Tel. 0-4320-2372 Fax 0-4320-2371

Objectives

1. To promote dissemination of knowledge
 in all fields of science.
2. To publish research results of faculty,
 researchers and students.
3. To be a medium for the exchange of
 knowledge and ideas among faculty,
 researchers and students of Khon Kaen
 University and other institutions.

Publishing frequency

KKU Science Journal is a quarterly
 journal. Each volume consists of 4 numbers.

Number 1 January - March

Number 2 April - June

Number 3 July - September

Number 4 October - December

Advisory Committee Dean, Faculty of Science
 (La-Orsri Sanoamuang)
 Associate Dean for Academic Affairs
 (Ekaphan Swatsitang)

Editor Narumon Sangpradub

Editorial Board Kittikorn Nakpasit
 Ngamnij Arch-int
 Chutima Hanjavanit
 Prasert Kaengkan
 Sompong Thammasirak
 Somdej Kanokmedhakul
 Supunnee Ungpansattawong
 Soawanit Tongpim
 Adcharaporn Pagdee

Artists Kilen Tinnoraset
 Suchart Thepphukhiao

Treasurer Boonkoom Lualon

**Managing Staff
 and Secretary** Suphaporn Phimwapi
 Somsak Unjantee

**All articles published in
 KKU Science Journal have been
 peer reviewed.**

The views and opinions expressed in this journal are those of the author(s), and do not necessarily reflect the views and opinions of the editorial board.

บรรณาธิการ **แลกเปลี่ยน**

สวัสดีค่ะ ท่านผู้อ่านที่รักและเคารพทุกท่าน

เดือนสิงหาคม พ.ศ. 2551 ปีนี้ นอกจากจะได้ติดตามเป็นกำลังใจให้นักกีฬาไทยที่ไปแข่งขันกีฬาโอลิมปิก ที่กรุงปักกิ่ง ประเทศสาธารณรัฐประชาชนจีน ยินดีกับนักกีฬาที่ได้เหรียญรางวัล ชื่นชมกับนักกีฬาทุกท่านที่ได้เพียรพยายามอย่างเต็มที่ และขอบคุณทุกภาคส่วนที่เกี่ยวข้องแล้ว ในแวดวงวิทยาศาสตร์นอกจากจะสำคัญเพราะวันที่ 18 สิงหาคม ของทุกปีเป็นวันวิทยาศาสตร์แห่งชาติ ซึ่งมีการจัดกิจกรรมสัปดาห์วิทยาศาสตร์ในทุกภูมิภาคของประเทศ ซึ่งรวมทั้งทีมมหาวิทยาลัยขอนแก่นด้วย ดังจะได้เห็นบรรยากาศจากภาพปกฉบับนี้ ในเดือนนี้จะมีการประกาศรางวัลด้านวิทยาศาสตร์ต่างๆ และเป็นที่น่ายินดีเป็นอย่างยิ่งว่า ปีนี้ ผศ.ดร. สาทิต แซ่จิ่ง อาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น เป็น 1 ใน 5 ท่านของผู้ได้รับรางวัลนักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่ประจำปี พ.ศ. 2551 ทำให้ท่านอธิการบดีและท่านคณบดีคณะวิทยาศาสตร์เป็นปลื้มยินดีมาจนถึงทุกวันนี้ เพราะเมื่อปีกลาย รศ.ดร.สันติ แม้นศิริ ภาควิชาฟิสิกส์ ก็ได้รับรางวัลนี้เช่นกัน และฉบับนี้ท่านอาจารย์สาทิตได้ให้เกียรติสัมภาษณ์ กับวารสารฯ ซึ่งข้อคิดของอาจารย์คงจะเป็นประโยชน์และเป็นกำลังใจแก่ทุกท่านตั้งแต่ นักเรียนรุ่นเยาว์ไปจนถึงอาจารย์รุ่นใหญ่ และสดๆ ร้อนๆ อาจารย์สาทิตคว้ารางวัลนักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่ ประจำปี 2551 ของสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ซึ่งร่วมกับร่วมกับสภาศาสตร์แห่งโลกที่สาม หรือ TWAS (Academy of Sciences for the Developing World) จัดแข่งขันขึ้นโดยมุ่งส่งเสริมให้มั่นวิทยาศาสตร์รุ่นเยาว์เพิ่มขึ้น มาพัฒนาและสร้างประโยชน์ให้กับประเทศ

กลับมาคุยเกี่ยวกับเรื่องภายในเล่มบ้าง คณิตศาสตร์มาแรงมี 4 บทความ เป็นที่น่าสังเกตว่า ในช่วง 2-3 ปีมานี้ มีบทความคณิตศาสตร์มากขึ้น ต่างจากเดิมที่นานครั้งจึงจะมีสักเรื่องหนึ่ง แสดงให้เห็นว่ามีการวิจัยด้านคณิตศาสตร์มากขึ้น ดอนอ่านเรื่อง เมตริกสมมูล... ก็ยังสงสัยว่าจุดตรึงคืออะไรเพราะนึกไปสิ่งฟิสิกส์ เมื่อได้อ่านบทสัมภาษณ์อาจารย์สาทิตจึงเข้าใจขึ้น และแม้แต่ความรักคณิตศาสตร์ก็อธิบายได้ จะมาแกล้งเรียกว่าความรักอยู่เหนือเหตุผลคงไม่ได้แล้ว ประเทศไทยเป็นประเทศเกษตรกรรมทำอย่างไรชีวิตเกษตรกรจะดีขึ้น บทความวิจัยเรื่องการจัดการระบบนิเวศฟาร์มเกษตรอินทรีย์ชนบทต้นแบบที่คณะผู้วิจัยได้ไปวิเคราะห์ สังเคราะห์ข้อมูลที่แปลงเกษตรของพ่อค้าพันธ์ เหล่าวงษ์ ปรารุญชาวบ้าน จังหวัดมหาสารคาม ที่ท่านได้ใช้ภูมิปัญญาพื้นบ้านผสมผสานกับเทคโนโลยีเกษตรสมัยใหม่ได้เป็นอย่างดี เป็นแนวทางที่ดีสำหรับเกษตรกร ที่น่าสนใจอย่างหนึ่งคือ การปลูกข้าวแบบประณีตที่ใช้ต้นกล้าเดี่ยวและระยะแรกให้น้ำแบบการรดฝัก ต่างจากข้อแนะนำของกรมวิชาการเกษตร จากความหลากหลายของพืชพรรณและสัตว์เลี้ยงในระบบนิเวศฟาร์มเกษตรอินทรีย์แล้ว ท่านผู้อ่านจะได้ชื่นชมความงามของดอกกล้วยไม้ในอุทยานแห่งชาติภูเรือ ซึ่งพบถึง 112 ชนิด และบางชนิดเสี่ยงต่อการสูญพันธุ์เนื่องจากการเผาและภูมิอากาศโลกที่ร้อนขึ้น ท่านที่สนใจและอยากขึ้นไปชมกล้วยไม้เหล่านี้ควรสอบถามทางอุทยานฯ ก่อนว่าเดือนไหนจึงจะได้ชมดอกเพราะอาจขึ้นไปแล้วเจอแต่ใบ ขึ้นภูแล้วลงน้ำบ้าง บทความรวบรวมผลการศึกษาตลาดเฮอราในประเทศไทยและแนวทางการศึกษาในอนาคตโดยผลการวิจัยในระยะ 20 ปีที่ผ่านมา ทำให้ได้ข้อมูลจำนวนชนิด การกระจาย และที่สำคัญได้ข้อมูลที่สามารถอธิบายขอบเขตการกระจายทางชีวภูมิศาสตร์ได้ ผู้สนใจเพลงก็ตอนพลาดไม่ได้ และขอปิดท้ายด้วยผลงานวิจัยที่กำลังของดอนสิทธิบัตรคือ การพัฒนาระบบบำบัดน้ำเสียจากการฟอกย้อมสีสังเคราะห์เคมี ที่มีประสิทธิภาพสูง และราคาถูกเพียง 5,000.00 บาท ซึ่งจะช่วยลดมลพิษในอุตสาหกรรมฟอกย้อมเส้นไหมภายในครัวเรือนได้

อ่านให้สนุกนะคะ และขอปรบมือให้นักกีฬาพาราลิมปิกของไทย พบกันใหม่เดือนธันวาคมค่ะ

บรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์ มข.

บทสัมภาษณ์ ผศ.ดร.สาธิต แซ่จิ่ง

นักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่ ประจำปีพุทธศักราช 2551

ของมูลนิธิส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีในพระบรมราชูปถัมภ์

และ

นักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่ ประจำปีพุทธศักราช 2551

ของสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติร่วมกับสภาวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย

หรือ TWAS (Academy of Sciences for the Developing World)



ผศ.ดร. สาธิต แซ่จิ่ง

ก่อนอื่นขอเรียนท่านผู้อ่านเกี่ยวกับรางวัลนักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่ รางวัลนี้มูลนิธิส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีในพระบรมราชูปถัมภ์ ได้ริเริ่มขึ้นเมื่อ

ปี พ.ศ. 2534 โดยการ

สนับสนุนของเครือซีเมนต์ไทย สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) และสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) เพื่อเป็นรางวัลเชิดชูเกียรติแก่นักวิทยาศาสตร์ไทย อายุไม่เกิน 35 ปี ที่มีศักยภาพสูงในการทำงานวิจัยด้านวิทยาศาสตร์พื้นฐาน เช่น ฟิสิกส์ เคมี ชีววิทยา คณิตศาสตร์ และสาขาวิชาที่เกี่ยวข้อง เป็นผู้ทำการวิจัยและพัฒนาวิทยาศาสตร์อย่างจริงจังมีคุณธรรมและมนุษยสัมพันธ์ดี ซึ่งจะมีการมอบรางวัลนี้ในวันที่ 18 สิงหาคม ของทุกปีเนื่องจากเป็นวันวิทยาศาสตร์แห่งชาติ ปีนี้มีผู้ได้รับรางวัล 5 ท่านดังนี้ คือ

ผศ.ดร. อาทิวรรณ โชติพฤษ

สาขาวิศวกรรมเคมี จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ดร. บุรินทร์ กำจัดภัย

สาขาฟิสิกส์ทฤษฎีและจักรวาล มหาวิทยาลัยนเรศวร

ผศ.นพ. นรุตพล เจริญพันธุ์

สาขาสรีรวิทยา มหาวิทยาลัยมหิดล

ดร. นราธิป วิทยากร

สาขาวัสดุศาสตร์ สถาบันเทคโนโลยีพระจอมเกล้าเจ้าคุณทหารลาดกระบัง

ผศ.ดร. สาธิต แซ่จิ่ง

สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

มหาวิทยาลัยขอนแก่นมีอาจารย์ที่ได้รับรางวัลนี้แล้ว จำนวน 4 ท่าน คือ รศ.ดร.สุพรรณ พูเจริญ (พ.ศ. 2535) รศ.ดร.สุรศักดิ์ วงศ์รัตนชีวิน (พ.ศ. 2536) รศ.ดร. รศนา วงศ์รัตนชีวิน (พ.ศ. 2539) และ รศ.ดร. สันติ แม้นศิริ (พ.ศ. 2550) สำหรับปี พ.ศ. 2551 นี้ ผศ.ดร.สาธิต แซ่จิ่ง เป็นท่านหนึ่งที่ได้รับรางวัลนี้

นอกจากนี้ ผศ.ดร.สาธิต แซ่จิ่ง ยังได้รับรางวัลนักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่ ประจำปี พ.ศ. 2551 ของสำนักงานคณะกรรมการวิจัยแห่งชาติ ร่วมกับสภาวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย หรือ TWAS (Academy of Sciences for the Developing World) จากการถกเถียงทฤษฎีจุดครึ่งแปลงปัญหาเป็นสมการคณิตศาสตร์ช่วยคำนวณทิศทางลดค่าขนส่ง รางวัลนี้มุ่งส่งเสริมให้นักวิทยาศาสตร์รุ่นใหม่เพิ่มขึ้น เพื่อมาพัฒนาและสร้าง

ประโยชน์ให้กับประเทศ ยังความยินดีแก่ประเทศไทย มหาวิทยาลัย และทุกหน่วยงานในมหาวิทยาลัย รวมทั้ง คณาจารย์และครอบครัวด้วย กองบรรณาธิการฯ ขอ แสดงความยินดีและขอขอบคุณ ผศ.ดร. สาธิต แซ่จิ่ง ที่กรุณาให้สัมภาษณ์แก่วารสารวิทยาศาสตร์ มข. ใน ครั้งนี้

สวัสดิ์ค่ะ ขอแสดงความยินดีกับอาจารย์ที่ได้รับรางวัล นักวิจัยรุ่นใหม่ ประจำปีพ.ศ. 2551

• ขอความกรุณาอาจารย์เล่าประวัติให้ท่านผู้อ่านทราบ ด้วยค่ะ

ผมชื่อ อาจารย์สาธิต แซ่จิ่ง เกิดวันที่ 5 มกราคม พ.ศ. 2519 ที่จังหวัดขอนแก่น เป็นบุตรชาย คนโตของนายจ้อย แซ่จิ่งและนางเอ็ง แซ่จิ่ง สมรส กับนางชีวาพัฒน์ แซ่จิ่ง (อรรณพไพศาล) จบการศึกษาระดับประถมศึกษาจากโรงเรียนอนุบาลร้อยเอ็ด ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนร้อยเอ็ดวิทยาลัย และ ในปี พ.ศ. 2534 ได้รับทุนโครงการพัฒนาและส่งเสริม ผู้มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (พสวท.) จากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เพื่อศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่โรงเรียนแก่นนครวิทยาลัย จังหวัดขอนแก่น สำเร็จ การศึกษาระดับปริญญาตรี (เกียรตินิยมอันดับหนึ่ง) สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาโท สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัย เชียงใหม่ ต่อมาในปี พ.ศ. 2543 ได้รับทุนโครงการปริญญาเอกกาญจนาภิเษก จากสำนักงานกองทุนสนับสนุนการวิจัย (สกว.) เพื่อศึกษาระดับปริญญาเอก สาขาคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ โดยมี ศาสตราจารย์ ดร. สมพงษ์ ธรรมพญา เป็นอาจารย์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และสำเร็จการศึกษาในปี พ.ศ. 2546 โดยทำวิทยานิพนธ์เรื่อง Some geometric properties in Musielak-Orlicz sequence spaces equipped with the Luxemburg norm หลังจากสำเร็จการศึกษา ได้เริ่มทำงานเป็นอาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และต่อมา

ได้ย้ายกลับมาทำงานที่ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น

• อาจารย์มีแรงบันดาลใจอย่างไรคะ ที่ทำให้สนใจด้านคณิตศาสตร์ และนักคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็นอย่างไรคะ

ผมมีความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ตั้งแต่เรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 เนื่องจากชอบอ่านหนังสือทางคณิตศาสตร์ คิดหาเหตุผลและการคำนวณมาก นอกจากนี้ยังพบว่า วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สอนให้ รู้จักเรียบเรียงความคิดเป็นขั้นเป็นตอน และต้องมี กระบวนการให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลในการอธิบาย และเมื่อเราเข้าใจแล้ว เราจะจดจำได้ง่ายและลืมได้ยาก อีกทั้งมีอาจารย์ที่สอนคณิตศาสตร์ที่เก่งและน่าประทับใจ หลายท่านเป็นแรงบันดาลใจ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ศาสตราจารย์ ดร. สมพงษ์ ธรรมพญา (อาจารย์ ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์) ซึ่งท่านได้รับรางวัลนักวิทยาศาสตร์ดีเด่น สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ประจำปี พ.ศ. 2550 อีกด้วย

ตามความคิดของผม นักคณิตศาสตร์ที่ดีควร จะมีความอดทนและความพยายามในการศึกษาค้นคว้า อย่างมาก เนื่องจากการแก้ปัญหาบางปัญหาในวิชาคณิตศาสตร์บางครั้ง ใช้เวลานานในการวิเคราะห์ บาง เรื่องอาจใช้เวลาหลายปีจึงจะพบ “แนวทาง” ในการหา คำตอบ และจากนั้นอาจใช้เวลาอีกหลายปีเพื่อให้ได้ คำตอบออกมา นอกจากนี้ นักคณิตศาสตร์ที่ดีควรเป็น นักค้นคว้าและใส่ใจรายละเอียดอย่างรอบคอบ เพราะว่า บ่อยครั้งที่มีการค้นพบว่า ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์บาง ทฤษฎีมีข้อผิดพลาดเนื่องจากความสะเพร่าในการ คำนวณ หรือมองข้ามประเด็นเล็กน้อย

• อยากให้อาจารย์เล่าถึงงานวิจัยของอาจารย์

ปัญหาหลายๆ ปัญหาในชีวิตประจำวันสามารถ เปลี่ยนรูปให้กลายเป็นการแก้สมการในทางคณิตศาสตร์ ได้ และบ่อยครั้งที่เราพบว่า สมการที่เกิดขึ้นมีความ ซับซ้อนมากจนไม่สามารถหาคำตอบโดยวิธีทางพีชคณิต

แบบธรรมดา นอกจากนี้สำหรับสมการบางประเภท เราต้องอาศัยทฤษฎีบทที่ยืนยันในการมีอยู่ของคำตอบของสมการเสียก่อน จึงจะดำเนินการแก้สมการต่อไป

สำหรับการแก้สมการ $F(x) = 0$ ถ้าให้ λ เป็นจำนวนจริงที่ไม่ใช่ศูนย์และ $f(x) = x + \lambda F(x)$ เราจะได้ว่า x_0 เป็นคำตอบของสมการ $F(x) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $x_0 = f(x_0)$ ในกรณีเช่นนี้เราจะเรียก x_0 ว่าเป็นจุดตรึงของฟังก์ชัน $f(x)$ ดังนั้น ในการแก้สมการหนึ่งๆ ก็คือการหาจุดตรึงของฟังก์ชันที่เหมาะสมอีกฟังก์ชันหนึ่งนั่นเอง

ทฤษฎีจุดตรึง (fixed point theory) จึงมีความสำคัญและบทบาทยุคต่อมาในทางวิทยาศาสตร์และศาสตร์อื่นๆ เช่น วิศวกรรมศาสตร์ และเศรษฐศาสตร์ เป็นต้น ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1922 Stefan Banach นักคณิตศาสตร์ชาวโปแลนด์ ได้คิดค้นทฤษฎีจุดตรึงขึ้นมา ก็ได้มีการศึกษาค้นคว้าทฤษฎีบทอื่นๆ เพิ่มเติมที่เป็นการพัฒนาและปรับปรุงทฤษฎีบทเดิมที่มีอยู่ให้สามารถใช้งานได้สะดวกขึ้น ภายใต้ข้อจำกัดที่ลดลง

ในปี ค.ศ. 1965 William A. Kirk ได้พบว่าทฤษฎีจุดตรึงในปริภูมิหนึ่งๆ มีความสัมพันธ์อย่างใกล้ชิดกับสมบัติทางเรขาคณิตของปริภูมินั้นๆ และท่านได้แสดงว่าถ้าปริภูมิบานาคมีสมบัติทางเรขาคณิตที่เรียกว่าโครงสร้างปกติ (normal structure) แล้วทุกการส่งแบบไม่ขยาย (nonexpansive mapping) ของเซตนูนปิดและมีขอบเขตจะมีจุดตรึงเสมอ จากผลงานดังกล่าวทำให้นักคณิตศาสตร์จำนวนมากมุ่งไปศึกษาที่สมบัติทางเรขาคณิตแบบต่างๆ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสมบัติที่เกี่ยวข้องกับโครงสร้างปกติ

งานวิจัยที่ผมสนใจในปัจจุบันแบ่งออกเป็น 3 กลุ่ม ดังนี้

1. การหาเงื่อนไขที่เพียงพอของการมีสมบัติจุดตรึง (sufficient conditions for the fixed point property) ตัวอย่างงานวิจัยที่น่าสนใจในแนวทางนี้ เช่น ผมได้ค้นพบเงื่อนไขที่เพียงพอสำหรับการมีโครงสร้างปกติ (normal structure) ซึ่งเงื่อนไขดังกล่าวมีประโยชน์มากกว่าทฤษฎีบทของ Ka-Sing Lau และ Ji Gao (USA)

ที่สามารถอธิบายได้เฉพาะรูปหกเหลี่ยมปกติ (normal hexagon) เท่านั้น หรือจะกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ทฤษฎีบทของ Ka-Sing Lau และ Ji Gao เป็นเพียงกรณีพิเศษกรณีหนึ่งของเงื่อนไขที่ผมได้ค้นพบนั่นเอง นอกจากนี้เงื่อนไขที่ไฉ่ยังสามารถอธิบายในปริภูมิมิติจำกัด (finite-dimensional spaces) ได้ทั้งหมด

2. สมบัติทางเรขาคณิตในปริภูมิผลบวกตรง (geometry of direct sums of Banach spaces) เนื่องจากสมบัติทางเรขาคณิตที่เพียงพอสำหรับการมีสมบัติจุดตรึงนั้นมีจำนวนมาก เราจึงพยายามจำแนกสมบัติดังกล่าวโดยศึกษาความไม่ผันแปร (invariance) ของสมบัติเหล่านั้นในปริภูมิผลบวกตรง และเราสามารถให้ลักษณะเฉพาะ (characterization) ของสมบัติต่างๆ ในปริภูมิผลบวกตรง โดยผลงานในด้านนี้ส่วนหนึ่งได้ร่วมศึกษา กับ Professor Patrick N. Dowling (USA)

3. ระเบียบวิธีทำซ้ำสำหรับสมการไม่เชิงเส้น (iterative methods for nonlinear equations) ในการประยุกต์ใช้ทฤษฎีจุดตรึง เราพบว่า การมีอยู่ของจุดตรึงที่ยืนยันโดยทฤษฎีบทต่างๆ นั้นไม่ได้มาพร้อมกับวิธีการประมาณค่าจุดตรึง เราจึงพยายามหาระเบียบวิธีทำซ้ำที่เหมาะสมในการประมาณค่าจุดตรึงด้วย โดยเราจะสนใจทั้งการประมาณค่าแบบเข้มและแบบอ่อน (strong and weak convergences) ผลงานที่ได้ค้นพบในด้านนี้ไม่เพียงเป็นการวางนัยทั่วไปของทฤษฎีต่างๆ ที่ได้มีการคิดค้นมาแล้ว ยังสามารถพิสูจน์ได้ว่าเป็นจริงภายใต้เงื่อนไขที่อ่อนกว่าเดิมอีกด้วย

• งานวิจัยของอาจารย์เน้นไปทางทฤษฎีคณิตศาสตร์ อาจารย์เคยถูกถามใหม่ว่ามีประโยชน์อย่างไร หรือจะนำไปต่อยอดอะไรได้บ้าง

ผลงานวิจัยที่ผมทำอยู่นี้อยู่ในแขนงวิชาคณิตศาสตร์บริสุทธิ์ เป็นแนวทางที่เน้นการศึกษาเชิงทฤษฎีมากกว่าการประยุกต์ หากจะกล่าวแบบเปรียบเทียบกับอุปมาอุปไมย คณิตศาสตร์บริสุทธิ์เหมือนมิดที่ช่างทำเอาไว้ให้ สุดแต่แต่ละจะมีใครเอาไปทำอะไรก็ได้

เช่น ปอกผลไม้ ผ่าฟัน หรือตัดเนื้อร้ายเพื่อรักษาโรค
ทฤษฎีในคณิตศาสตร์บริสุทธิ์จึงเป็นเครื่องมือที่แล้ว
แต่ใครจะประยุกต์ใช้ก็ได้ หากจะกล่าวเจาะจงไปถึงการ
ประยุกต์ใช้ทฤษฎีจุดตรึง อาจกล่าวได้ว่า ส่วนหนึ่ง
ของทฤษฎีต่างๆ เป็นเครื่องมือสำหรับการศึกษาทาง
วิศวกรรมศาสตร์ หรือเศรษฐศาสตร์ในแง่ช่วยแก้
สมการไม่เชิงเส้น เท่าที่ทราบแนวทางที่ผมทำยังไม่มี
การนำไปประยุกต์ใช้ในเชิงอุตสาหกรรมหรือในเชิง
พาณิชย์ แต่มีการศึกษาอย่างกว้างขวางในหลายประเทศ
เช่น สหรัฐอเมริกา สเปน ญี่ปุ่น อิตาลี และใน
ประเทศไทยแนวทางวิจัยที่ผมสนใจนี้เป็นโจทย์วิจัย
ที่มีการศึกษาค้นคว้าในหลายมหาวิทยาลัย และใน
กลุ่มวิจัยทฤษฎีจุดตรึงของเราที่ได้รับการสนับสนุน
จากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ก็ได้มี
ผลงานการศึกษาร่วมกับนักคณิตศาสตร์ต่างชาติที่มี
ชื่อเสียงอีกด้วย

- อาจารย์มีความอดสาหะมากความสำเร็จของอาจารย์
นอกจากจะนำความชื่นชมยินดีมาสู่ประเทศไทยแล้ว
ยังเป็นกำลังใจและแรงบันดาลใจแก่นักวิจัย นัก
ศึกษาและเยาวชนด้วย อาจารย์มีอะไรที่จะฝากไปถึง
เยาวชนบ้างคะ

สำหรับนักวิจัย นักศึกษาที่สนใจและเริ่ม
ทำงานวิจัยอยู่ หรือกำลังหาแนวทางวิจัย ผมอยากให้
กำลังใจอย่างนี้ว่า การทำงานวิจัยไม่ใช่เรื่องยาก หาก
มีความพยายามและความตั้งใจจริงแล้วจะต้องพบความ
สำเร็จอย่างแน่นอน อย่างไรก็ตาม ผมไม่อยากจะให้มอง
ว่าความสำเร็จจะต้องได้รางวัล เพราะวัตถุประสงค์มุ่งหมาย
ของ การทำวิจัยคือ การได้ตอบโจทย์วิจัยที่ตั้งไว้หรือ
ค้นพบความจริงต่างๆ ส่วนรางวัลนั้นเป็นเพียง
ผลพลอยได้ และการพยายามทำงานวิจัยเพื่อให้ได้มา
ซึ่งรางวัลนั้นคงจะทำให้เราทำงานวิจัยอย่างไม่มี ความ
สุข ผมหวังว่าประเทศไทยเราจะมีนักวิจัยเพิ่มมาก
ขึ้นและเป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศชาติต่อไป

หวังว่าท่านผู้อ่านคงได้รู้จักอาจารย์มากขึ้น และขอคิดเห็นที่ดี รวมทั้งกำลังใจในการทำงานต่อไป หาย
สุดนี้ขอให้อาจารย์มีสุขภาพแข็งแรง และขอให้อาจารย์และคณะวิจัยประสบความสำเร็จยิ่งๆ ขึ้น และขอแสดงความ
ยินดีกับอาจารย์อีกครั้ง สวัสดีค่ะ

กองบรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์ มข.



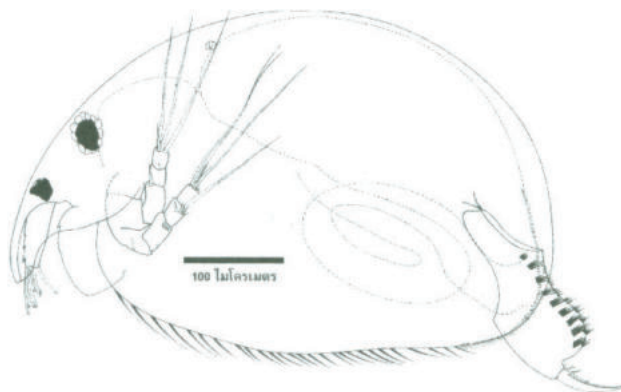
การศึกษาคลาโดเซอราในประเทศไทย และแนวทางการศึกษาในอนาคต

Study of Cladocera in Thailand and Trends in Future

สุปิยนิตย์ ไม้แพ¹

คลาโดเซอรา มีชื่อภาษาไทยว่า ไร่น้ำ ซึ่งสอดคล้องกับชื่อสามัญในภาษาอังกฤษ คือ คำว่า water flea เหตุที่ได้ชื่อเช่นนี้เนื่องมาจากลักษณะการเคลื่อนที่ของไร่น้ำแบบกระโดดคล้ายหรือดิบตัวคล้ายตัวไร (Jumping or jerky mode of swimming) หากแต่ชื่อภาษาไทยดังกล่าวบางครั้งก็สร้างความสับสนให้แก่บุคคลทั่วไป เนื่องจากเป็นชื่อที่ไปพ้องกันกับสิ่งมีชีวิตในกลุ่มอื่นๆ เช่น ตัวไร ซึ่งเป็นแมลง หรือไร่น้ำนางฟ้า ซึ่งเป็นแพลงก์ตอนสัตว์ที่จัดอยู่ในไฟลัมอาร์โทรโปดา (Phylum Arthropoda) คลาสใหญ่ครัสตาเซีย (Superclass Crustacea) และคลาสแบรังก์ิโอโปดา (Class

Branchiopoda) เช่นเดียวกับคลาโดเซอรา แต่ไร่น้ำนางฟ้าจัดอยู่ในอันดับใหญ่ซาโซสตราคา (Superorder Sarsostraca) ซึ่งมีลักษณะรูปร่างคล้ายกุ้งขนาดเล็กแต่ไม่มีเปลือก ลำตัวยาวประมาณ 1.3-3.0 เซนติเมตร และมีรยางค์อก 11 คู่ (ละออศรี เสนาะเมือง, 2545) ในขณะที่คลาโดเซอราจัดอยู่ในอันดับใหญ่คลาโดเซอรา (Superorder Cladocera) มีขนาดประมาณ 0.3-3.0 มิลลิเมตร ลำตัวมีเปลือกคล้ายฝา 2 ฝาท่อหุ้ม แบ่งเป็น 3 ส่วน คือ ส่วนหัว ออก และท้อง โดยส่วนอกและท้องรวมกันและมีรยางค์อก (thoracic limbs) เพียง 5-6 คู่ เท่านั้น (ภาพที่ 1)



รูปที่ 1 แสดงรูปร่างทั่วไปของคลาโดเซอรา (*Alona verrucosa* Sars, 1901)

¹ ภาควิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไปและสถานวิจัยความเป็นเลิศความหลากหลายทางชีวภาพแห่งคาบสมุทรไทย คณะวิทยาศาสตร์มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ อ.หาดใหญ่ จ.สงขลา 90112 E-mail: supianit.m@psu.ac.th

สำหรับการจัดจำแนกทางอนุกรมวิธาน (Classification) ของคลาโดเซอรานั้น มีการเปลี่ยนแปลงหลายครั้ง เนื่องจากคลาโดเซอร่าเป็นแฟลงก์ตอนสัตว์ที่มีความแปรผันของรูปร่างสูงทั้งภายในและระหว่างแหล่งน้ำและแต่ละภูมิภาค อีกทั้งการศึกษาในระยะแรกๆ ยังมีข้อจำกัดของเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษา ทำให้ลักษณะที่ใช้ในการจำแนกเป็นลักษณะที่สามารถเห็นได้ง่ายเท่านั้น อย่างไรก็ตาม มาตรฐานในการจัดจำแนกที่มีการพัฒนามากขึ้น ทำให้ลักษณะสำคัญที่ใช้

ในการจัดจำแนกมีการปรับเปลี่ยน เช่น จากการใช้ลักษณะรูปร่างของลำตัว ก็พัฒนามาใช้ลักษณะของแผ่นปิดส่วนหัว (head shield) ลักษณะของรูบนแผ่นปิดส่วนหัว (head pores) และลักษณะของรยางค์อก (thoracic limbs) ตามลำดับ เป็นต้น โดยครั้งล่าสุดได้มีการปรับปรุงการจำแนกทางอนุกรมวิธานของคลาโดเซอร่าใหม่โดย Negrea et al. (1999); Santos-Flores and Dodson (2003) และ Van Damme, Shiel and Dumont (2007) ดังนี้

Phylum Arthropoda

Superclass Crustacea Lamarck, 1801

Class Branchiopoda Latreille, 1817 (*sensu* Calman, 1909)

Superorder Cladocera Milne-Edwards, 1840 (*sensu* Negrea et al., 1999)

Order Ctenopoda Sars, 1865

1. Family Sididae Baird, 1850 (emend. Sars, 1865)
2. Family Holopedidae Sars, 1865

Order Anomopoda Sars, 1865

1. Family Daphniidae Straus, 1820 (emend. Schoedler, 1858)
2. Family Bosminidae Baird, 1845 (emend. Sars, 1865)
3. Family Macrothricidae Norman & Brady, 1867
4. Family Euryceridae Kurz, 1875
5. Family Ilyocryptidae Smirnov, 1876
6. Family Chydoridae Dybowski & Grochowski, 1894 (emend. Stebbing, 1902)
7. Family Sayciidae Frey, 1967
8. Family Ophryoxidae Smirnov, 1976
9. Family Acantholeberidae Smirnov, 1976
10. Family Neothricidae Dumont & Silva-Briano, 1998
11. Family Dumontiidae Dodson & Santos-Flores, 2003
12. Family Nototrichidae Van Damme, Shiel & Dumont, 2007

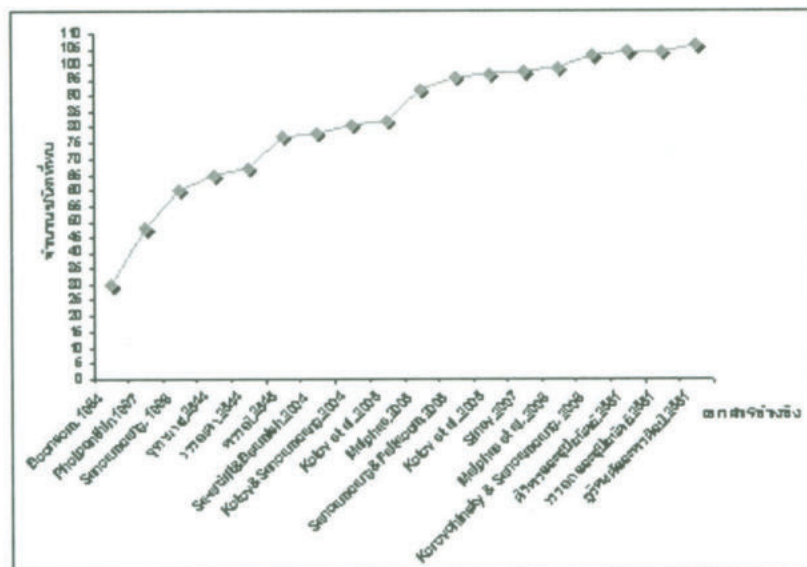
Order Onychopoda Sars, 1865

1. Family Polyphemidae Baird, 1845
2. Family Podonidae Mordukhai-Boltovskoi, 1968
3. Family Cercopagidae Mordukhai-Boltovskoi, 1968

จากระบบการจำแนกชนิด อันดับใหญ่ คลาโดเซอรา มีสมาชิก 3 อันดับ ปัจจุบันประเทศไทยมี รายงานการพบเพียง 2 อันดับ คือ อันดับ Ctenopoda และอันดับ Anomopoda โดยในอันดับ Ctenopoda พบเพียงคลาโดเซอราในวงศ์ Sididae และในอันดับ Anomopoda พบ 5 วงศ์ คือ วงศ์ Bosminidae วงศ์ Chydoridae วงศ์ Daphniidae วงศ์ Ilyocryptidae และ วงศ์ Macrothricidae

โดยการศึกษาทางด้านอนุกรมวิธานของ คลาโดเซอราในประเทศไทย ปรากฏในงานวิจัยที่ตีพิมพ์ เมื่อปี ค.ศ. 1984 โดย Boonsom หลังจากนั้นได้มีการศึกษาอย่างต่อเนื่องทั้งจากนักวิจัยชาวไทยและ ชาวต่างประเทศ (Pholpunthin, 1997; Sanoamuang, 1998; Kotov & Sanoamuang, 2004; Sanoamuang & Faitacum, 2005; Kotov et al., 2005a,b; Sa-ardrit & Beanish, 2005; Maiphae, 2005; Maiphae et al., 2005; Saengphan et al., 2007; Korovchinshky & Sanoamuang, 2008; Maiphae et al., 2008; วรรณดา

พิพัฒน์เจริญชัย, 2544; จุฑามาส แสงอรุณ, 2544; พรรณี สอาดฤทธิ, 2545; ภูริพงศ์ เมฆสุวรรณ และพรศิลป์ ผลพันธ์, 2551; วรรณดา พูลสวัสดิ์ และสุปิยนิตย์ ไม้แพ, 2551; ศิริพร มิตรประสาน และสุปิยนิตย์ ไม้แพ, 2551) โดยงานวิจัยส่วนใหญ่เป็นการศึกษาในเชิงความหลากหลายชนิดของคลาโดเซอราในแหล่งน้ำ ประเภทต่างๆ สำหรับการศึกษาเชิงอนุกรมวิธานและการเพาะเลี้ยงมีอยู่บ้างแต่ไม่มากนัก (Kotov et al., 2005; Maiphae et al., 2005; ภูริพงศ์ เมฆสุวรรณ และพรศิลป์ ผลพันธ์, 2551, Saengphan et al., 2007) จากการศึกษาทางด้านความหลากหลายชนิดของคลาโดเซอรา ในประเทศไทย แสดงให้เห็นถึงการเพิ่มขึ้นของจำนวน ชนิดซึ่งเป็นไปอย่างรวดเร็วในระยะแรกและลดลงในระยะหลังแต่ยังคงมีการค้นพบชนิดเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่อง (รูปที่ 2) เนื่องจากมีพื้นที่ต่างออกไปในหลายบริเวณ ที่ยังไม่ได้เข้าไปศึกษา เช่น แหล่งน้ำในภาคกลาง รวมทั้งการศึกษาในบางบริเวณก็ยังไม่ครอบคลุมทุกฤดูกาล เป็นต้น



รูปที่ 2 แสดงการรายงานจำนวนชนิดของคลาโดเซอราที่เพิ่มขึ้นในประเทศไทยในช่วงปี พ.ศ. 2527-2551 (ค.ศ. 1984-2008)

ปัจจุบันมีการรายงานชนิดของคลาโดเซอร่าที่พบในประเทศไทยทั้งสิ้น 6 วงศ์ 38 สกุล 106 ชนิด (ตารางที่ 1) ประกอบด้วย วงศ์ Bosminidae 4 ชนิด วงศ์ Chydoridae 62 ชนิด วงศ์ Daphniidae 9 ชนิด วงศ์ Ilyocryptidae 5 ชนิด วงศ์ Macrothricidae 12 ชนิด และวงศ์ Sididae 10 ชนิด จากการศึกษาที่ผ่านมาส่วนใหญ่เป็นการศึกษาในภาคตะวันออกเฉียงเหนือและภาคใต้ (Pholpunthin, 1997; Sanoamuang, 1998; Sanoamuang and Faitacum, 2005; Maiphae, 2005; Maiphae et al., 2005; Korovchinsky and Sanoamuang, 2008; Maiphae et al, 2008; จุฑามาส แสงอรุณ, 2544; พรรณี สอาดฤทธิ์, 2545) โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษา

ของ Sanoamuang (1998) ที่ได้ศึกษาความหลากหลายชนิดของคลาโดเซอร่าในแหล่งน้ำภาคตะวันออกเฉียงเหนือและพบชนิดที่มีรายงานเป็นครั้งแรกในประเทศไทยจำนวนมาก เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนชนิดของคลาโดเซอร่าที่พบในประเทศไทย กับรายงานจากประเทศเพื่อนบ้าน เช่น มาเลเซีย (62 ชนิด, Idris, 1983) และฟิลิปปินส์ (49 ชนิด, Mamaril and Fernando, 1978) จะเห็นได้ว่า จำนวนชนิดที่พบในประเทศไทยสูงกว่ามาก แต่ทั้งนี้ก็เป็นไปได้ว่าในประเทศอื่นๆ ยังมีการศึกษาคลาโดเซอร่าน้อย เมื่อเทียบกับการศึกษาในประเทศไทย

ตารางที่ 1 แสดงการกระจายของคลาโดเซอร่าในประเทศไทย

	ชนิด	การกระจาย					หมายเหตุ
		N	NE	W	E	S	
อันดับ Anomopoda							
วงศ์ Bosminidae							
1	<i>Bosmina fatalis</i> : 5			+			ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.กาญจนบุรี
2	<i>B. longirostris</i> : 5, 9, 10			+		+	
3	<i>B. meridionalis</i> : 2, 5, 6, 9, 10, 11		+	+		+	
4	<i>Bosminopsis deitersi</i> : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+	
วงศ์ Chydoridae							
5	<i>Alona affinis</i> : 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 17		+	+	+	+	ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.นครราชสีมา จ.ปัตตานี และ จ.ภูเก็ต
6	<i>A. archeri</i> : 1,9,10					+	
7	<i>A. cf. cambouei</i> : 2, 9, 16, 17	+	+		+	+	
8	<i>A. cheni</i> : 9					+	
9	<i>A. cf. dentifera</i> : 9, 10					+	
10	<i>A. guttata</i> : 3, 4, 6, 9, 10, 11, 16	+	+	+		+	
11	<i>A. intermedia</i> : 3, 4		+			+	
12	<i>A. macronyx</i> : 9, 10, 16	+				+	
13	<i>A. milleri</i> : 2		+				
14	<i>A. monacantha</i> : 2, 3, 4, 9, 10, 11, 16	+	+			+	
15	<i>A. quadrangularis</i> : 2, 3, 9, 10, 11, 16, 17	+	+		+	+	
16	<i>A. rectangula</i> : 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 16, 17	+	+	+	+	+	
17	<i>A. verrucosa</i> : 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16	+	+	+		+	
18	<i>A. pulchella</i> : 2, 3, 15, 17	+	+		+		
19	<i>A. sarasinorum</i> : 9, 10, 17					+	

ตารางที่ 1 แสดงการกระจายของคลาโดเซอราในประเทศไทย (ต่อ)

	ชนิด	การกระจาย					หมายเหตุ
		N	NE	W	E	S	
20	<i>Alonella clathratula</i> : 2, 3, 9, 10, 11		+			+	
21	<i>A. excisa</i> : 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 16, 17	+	+		+	+	
22	<i>A. nana</i> : 4, 9, 10					+	
23	<i>Acroperus harpae</i> : 2, 3, 4, 9, 10		+			+	
24	<i>Armatoalona macrocopa</i> : 13		+				
25	<i>Camptocercus australis</i> : 3, 4, 6, 9, 10, 11		+			+	
26	<i>C. uncinatus</i> : 1, 2, 5		+			+	
27	<i>Chydorus eurynotus</i> : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+	
28	<i>C. obscurirostris</i> : 4, 9, 10, 11		+			+	
29	<i>C. opacus</i> : 4, 16	+				+	
30	<i>C. parvus</i> : 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+	
31	<i>C. pubescens</i> : 2, 4, 6, 9, 10, 11, 17		+	+	+	+	
48	<i>Graptoleberis testudinaria</i> : 2, 4		+			+	
49	<i>Indialona macronyx</i> : 2, 4, 9, 10		+			+	
50	<i>Karualona iberica</i> : 9, 10, 16, 17	+			+	+	
51	<i>K. karua</i> : 11		+			+	
52	<i>Kurzia brevilabris</i> : 11		+				
53	<i>K. longirostris</i> : 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 16	+	+	+		+	
54	<i>Leberis diaphanus</i> : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 16	+	+	+		+	
55	<i>Leydigia acanthocercoides</i> : 2, 5, 6		+	+			
56	<i>L. ciliata</i> : 1, 11		+			+	
57	<i>L. laevis</i> : 2		+				
58	<i>L. australis</i> : 4					+	ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.ตรัง
59	<i>Nicsmirnovius eximius</i> : 6, 9, 10, 11		+	+		+	
60	<i>Notoalona globulosa</i> : 2, 3, 4, 9, 10, 11, 16, 17	+	+		+	+	
61	<i>N. freyi</i> : 4, 9, 10					+	ปัจจุบันพบเฉพาะที่หนองทุ่งทอง จ.สุราษฎร์ธานี พรุไม้ขาว จ.ภูเก็ต และ พรุเตียว จ.กระบี่
62	<i>Oxyurella singalensis</i> : 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+	ปัจจุบันพบเฉพาะที่ บึงกุแบกาคา
63	<i>Pleuroxus uncinatus</i> : 9, 10					+	จ.นราธิวาส
64	<i>P. quasidenticulatus</i> : 4, 6, 17			+	+	+	
65	<i>P. laevis</i> : 2, 4, 6, 9, 10, 11, 16	+	+	+		+	
66	<i>Pseudochydorus globosus</i> : 6, 11, 17		+	+	+		

ตารางที่ 1 แสดงการกระจายของคลาโดเซอราในประเทศไทย (ต่อ)

ชนิด	การกระจาย					หมายเหตุ
	N	NE	W	E	S	
วงศ์ Daphniidae						
67	Ceriodaphnia cornuta: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+
70	Moinodaphnia macleayi: 2, 4, 9, 10, 11, 16, 17	+	+		+	+
71	Scapholeberis kingi: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 17		+	+	+	+
72	Simocephalus exspinosus: 2, 3, 11		+			
73	S. heilongjiangensis: 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 16	+	+	+		+
74	S. vetulus: 2		+			
75	S. serrulatus: 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 17		+	+	+	+
วงศ์ Ilyocryptidae						
76	Ilyocryptus cf. bhardwaji: 7	+				ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.อุดรดิต์
77	I. cf. raridentatus: 7	+	+			
78	I. spinifer: 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11		+	+		+
79	I. thailandensis: 7	+				ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.อุดรดิต์
80	I. isanensis: 12		+			ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.ขอนแก่น
วงศ์ Macrothricidae						
81	Grimaldina brazzai: 4, 5, 11		+	+		+
82	Guernella raphaelis: 2, 4, 6, 9, 10, 11		+	+		+
83	Macrothrix cf. laticornis: 2, 4, 5, 6, 9, 10		+	+		+
84	M. cf. gauthieri: 10					+
85	M. paulensis: 2, 9, 10		+			+
86	M. malaysiensis: 9, 10					+
87	M. odiosa: 3, 4, 9, 10, 11		+			+
88	M. pholpunthini: 8, 9		+			+
89	M. spinosa: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+
90	M. cf. superaculeata: 9, 10					+
91	M. triserialis: 1, 2, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+
92	Strebloceras pygmaeus: 2, 4, 5, 9, 10		+	+		+
อันดับ Ctenopoda						
วงศ์ Sididae						
93	Diaphanosoma elongatum:15		+			ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.สกลนคร
94	D. dubia: 11, 16	+	+			

ตารางที่ 1 แสดงการกระจายของคลาโดเซอร่าในประเทศไทย (ต่อ)

	ชนิด	การกระจาย					หมายเหตุ
		N	NE	W	E	S	
95	<i>D. chankensis</i> : 16	+					ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.นครสวรรค์ จ.พิษณุโลก จ.สุโขทัย
97	<i>D. macrophthalma</i> : 15	+					
98	<i>D. sarsi</i> : 2, 3, 6, 9, 10		+	+		+	
99	<i>D. senegal</i> : 15		+		+		
100	<i>D. volzi</i> : 2, 3, 4, 11		+			+	
101	<i>Latonopsis australis</i> : 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 16, 17	+	+	+	+	+	
102	<i>Pseudosida bidentata</i> : 2, 4, 6, 9, 10, 11, 16	+	+	+		+	
103	<i>P. ramosa</i> : 2, 9, 10, 16	+	+			+	
104	<i>P. szalay</i> : 15		+		+		
105	<i>Sarsilatona serricauda</i> : 4					+	ปัจจุบันพบเฉพาะที่ จ.ตรัง
106	<i>Sida crystallina</i> : 3, 9, 10, 11, 17		+		+	+	

(สัญลักษณ์เอกสารอ้างอิง : ตัวเลขหลังชื่อชนิดที่พบหมายถึงเอกสารอ้างอิงที่รายงานการพบชนิดนั้นๆ โดย 1=Pholpunthin, 1997; 2=Sanoamuang, 1998; 3 = จุฑามาศ แสงอรุณ, 2544; 4 = พรรณี สอาดฤทธิ, 2545; 5 = วรณดา พิพัฒน์เจริญชัย, 2544; 6 = Sa-ardrit & Beamish, 2004; 7 = Kotov & Sanoamuang, 2004; 8 = Kotov, Maiphae & Sanoamuang, 2005; 9 = Maiphae, 2005; 10 = Maiphae et al., 2005; 11 = Sanoamuang & Faitacum, 2005; 12 = Kotov, Stifter & Sanoamuang, 2005; 13 = Sinev et al., 2007; 14 = Maiphae et al., 2008; 15 = Korovchinsky & Sanoamuang, 2008; 16 = ศิริพร มิตระประสาน และ สุปิยนิตย์ ไ้มแพ, 2551; 17 = วรณดา พูนสวัสดิ์ และ สุปิยนิตย์ ไ้มแพ, 2551; 18 = ภูริพงศ์ เมฆสุวรรณ และ พรศิลปี ผลพันธุ์, 2511

สัญลักษณ์แสดงการกระจาย : + = มีรายงานการพบในภูมิภาคนั้น โดย N = ภาคเหนือ, NE = ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ, W = ภาคตะวันตก, E = ภาคตะวันออก และ S = ภาคใต้ โดยยังไม่มีรายงานการศึกษาจากจังหวัดในภาคกลาง)

อย่างไรก็ตาม ในปัจจุบันการศึกษาทางด้านอนุกรมวิธานและการศึกษาด้านอื่นๆ ที่เกี่ยวข้องกับคลาโดเซอร่า ยังมีอยู่น้อยมาก โดยเฉพาะอย่างยิ่งการศึกษาทางด้านอนุกรมวิธานซึ่งจะช่วยยกระดับมาตรฐานในการจัดจำแนกชนิดของคลาโดเซอร่าในภูมิภาคนี้ให้มีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น เนื่องจากการศึกษาในอดีตมีปัญหาจากการขาดแคลนเอกสารที่ใช้ในการจัดจำแนกชนิดและการเปรียบเทียบลักษณะที่ใช้ในการจำแนกชนิดโดยละเอียด ทั้งนี้เพราะตัวอย่างคลาโดเซอร่าที่พบในเขตร้อนมักเป็นชนิดที่มีความแตกต่างจากเขตอบอุ่น หรือแม้ว่าจะเป็นชนิดเดียวกันก็มักมีลักษณะที่มีความแปรผันแตกต่างกันออกไป โดยลักษณะที่แปรผันนั้นมักไม่ได้มีการบันทึกไว้ในคู่มือ

การจำแนกชนิดของคลาโดเซอร่าเขตอบอุ่น เมื่อนักวิจัยที่ศึกษาคลาโดเซอร่าในเขตร้อนนำมาใช้ในการอ้างอิงจึงส่งผลให้การจำแนกชนิดคลาโดเซอร่าในประเทศไทยและประเทศในเขตร้อนอื่นๆ มีปัญหาและมักเกิดความผิดพลาด เช่น การศึกษาที่ผ่านมาได้ระบุชนิดของคลาโดเซอร่าในวงศ์ Ilyocyrtidae ในประเทศไทยเพียง 1 ชนิด คือ *Ilyocyrtus spinifer* โดยพิจารณาจากเปลือกที่มีการแบ่งเป็นชั้นๆ และลักษณะของ post-abdomen เป็นหลัก แต่เมื่อได้มีการศึกษาทบทวนตัวอย่างที่ระบุว่าเป็นชนิดดังกล่าวโดยละเอียด พบว่า สามารถจำแนกได้ถึง 5 ชนิด โดยในจำนวนนี้มี 2 ชนิดที่เป็นชนิดใหม่ของโลก (Kotov and Sanoamuang, 2004; Kotov, Stifter and Sanoamuang, 2005) เป็นต้น จาก

การศึกษาทางด้านอนุกรมวิธานที่ผ่านมา (Kotov et al., 2005a,b; Maiphae, 2005; Maiphae et al., 2005; Korovhinsky and Sanoamuang, 2008; Maiphae et al., 2008) จึงสามารถจำแนกปัญหาทางอนุกรมวิธานที่เกิดขึ้นกับตัวอย่างคลาโดเซอร่าที่พบในประเทศไทยได้ 4 ประเด็น คือ ชนิดที่มีการจำแนกชนิดผิดพลาด (Misidentified species) ชนิดที่มีความซับซ้อน (Species group) เช่น *Alona verrucosa* group Sars, 1901, *Ephemeroporus barroisi* group Richard, 1894 และ *Macrothrix triserialis* group Brady, 1886 ชนิดที่มีชื่อซ้ำซ้อน (Synonymy species) และชนิดที่มีความแปรผันทางสัณฐานวิทยาสูง (High variation species) เช่น *Karualona iberica* Dumont & Silva-Briano, 2000, *Karualona karua* (King, 1853) และ *Picripleuroxus laevis* (Sars, 1862) เป็นต้น นอกจากนี้ ยังมีคลาโดเซอร่าอีกหลายชนิดที่สถานะทางอนุกรมวิธานยังไม่ชัดเจน เช่น *Alona sarasinorum* Stingelin, 1900 เนื่องจากมีลักษณะบางประการไม่สอดคล้องกับลักษณะประจำสกุล *Alona* แต่ในปัจจุบันลักษณะทางสัณฐานวิทยาเพียงอย่างเดียวยังไม่สามารถตรวจสอบได้ว่าชนิดดังกล่าวควรจัดอยู่ในสกุลใด ดังนั้น การแก้ปัญหาวทางอนุกรมวิธานบางประการอาจมีความจำเป็นที่จะต้องอาศัยข้อมูลระดับโมเลกุลในการยืนยันผลร่วมกับลักษณะทางสัณฐานวิทยาด้วย

ผลจากการศึกษาความหลากหลายชนิดและอนุกรมวิธานของคลาโดเซอร่าที่ผ่านมานำมาสู่การศึกษากการกระจายของคลาโดเซอร่าที่พบในประเทศไทย โดยพบว่า มีคลาโดเซอร่าที่มีการกระจายเพียงภูมิภาคใดภูมิภาคหนึ่งเพียงประมาณ 1 ใน 4 (25.5%) ของคลาโดเซอร่าทั้งหมด (ตารางที่ 1) เป็นไปได้ว่า ในปัจจุบันการศึกษากลาโดเซอร่าในบางภูมิภาคยังมีไม่มากนักเมื่อเปรียบเทียบกับการศึกษาในภูมิภาคอื่น เช่น การศึกษาในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ และภาคกลาง เมื่อเทียบกับการศึกษาในภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคใต้และภาคตะวันตก เป็นต้น อย่างไรก็ตาม ก็มีความเป็นไปได้เช่นกันที่คลาโดเซอร่าบางชนิดมีขอบเขต

การกระจายจำกัดด้วย เช่น *Alona sarasinorum* ในปัจจุบันพบกระจายอยู่เพียงบริเวณแหล่งน้ำใกล้ชายฝั่งทะเลในภาคใต้ เช่น พรุไม้ขาว และพรุจิก จ.ภูเก็ตตลอดถึง อ่าวปัตตานี จ.ปัตตานี และอ่าวปากพนัง จ.นครศรีธรรมราช (Maiphae, 2005) ซึ่งรูปแบบการกระจายที่มีความจำกัดอยู่บางบริเวณดังกล่าวมีความน่าสนใจในการศึกษาเพิ่มเติมถึงปัจจัยที่เป็นตัวจำกัดการกระจายของคลาโดเซอร่าแต่ละชนิด จะเห็นได้ว่าการอธิบายการกระจายทางชีวภูมิศาสตร์ของคลาโดเซอร่ายังไม่ชัดเจนนัก ทั้งนี้เป็นผลสืบเนื่องมาจากการศึกษาทางด้านอนุกรมวิธานที่ยังให้ผลไม่ชัดเจน และยังมีการศึกษาคลาโดเซอร่าเพียงบางกลุ่มเท่านั้น อย่างไรก็ตาม ผลจากการศึกษาอนุกรมวิธานและความหลากหลายชนิดของคลาโดเซอร่าในประเทศไทยในระยะ 20 ปีที่ผ่านมา ก็ได้เพิ่มข้อมูลที่สามารถอธิบายขอบเขตการกระจายทางชีวภูมิศาสตร์ของคลาโดเซอร่าหลายชนิดไม่ว่าจะเป็นคลาโดเซอร่าชนิดที่เคยมีรายงานการกระจายจำกัดเฉพาะในอเมริกาใต้ เช่น *Macrothrix paulensis* (Sars, 1900) ก็ได้มีรายงานการพบในประเทศไทยทั้งในภาคตะวันออกเฉียงเหนือและภาคใต้ (Sanoamuang, 1998; Maiphae, 2005; Maiphae et al., 2005; Maiphae et al., 2008) หรือชนิดที่เคยมีการกระจายจำกัดในทวีปออสเตรเลีย เช่น *Armatoalona macrocopa* (Sars, 1894) ก็ได้มีรายงานการพบในแหล่งน้ำจากภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย (Sinev et al., 2007) เช่นกัน

จากการศึกษาที่กล่าวมาข้างต้น จะเห็นได้ว่าการศึกษากลาโดเซอร่าที่เพิ่มมากขึ้นได้นำมาซึ่งการรายงานจำนวนชนิดของคลาโดเซอร่าที่เพิ่มมากขึ้นเรื่อยๆ อีกทั้งการศึกษาทางด้านอนุกรมวิธานก็ได้ได้นำมาซึ่งการเปลี่ยนแปลงแก้ไขสถานะทางอนุกรมวิธานของคลาโดเซอร่าหลายชนิด ยิ่งไปกว่านั้น ผลจากการศึกษาดังกล่าวได้นำมาสู่การเปลี่ยนแปลงรูปแบบการอธิบายการกระจายทางชีวภูมิศาสตร์ของคลาโดเซอร่าที่มีมาในอดีตอีกด้วย ดังนั้น จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องเร่งศึกษาทางด้านอนุกรมวิธาน และความ

หลากหลายชนิดของคลาโดเซอรา โดยในการระบุชนิด นอกจากการอ้างอิงด้วยคู่มือการจำแนกชนิด (keys) ควร มีการตรวจสอบทุกลักษณะโดยละเอียดกับคำบรรยาย ลักษณะอีกครั้ง (descriptions) หากปรากฏลักษณะที่ แตกต่างไปจากคำบรรยายลักษณะ ควรมีการยืนยัน ผลเพิ่มเติมด้วยการเปรียบเทียบกับตัวอย่างจากบริเวณอื่น หรือการเทียบกับตัวอย่างต้นแบบ (type specimen) รวมทั้งควรบันทึกลักษณะที่มีความแตกต่างจากเอกสาร อ้างอิง เพื่อประโยชน์แก่ผู้ศึกษาวิจัยต่อไป นอกจากนี้ ข้อมูลระดับโมเลกุลอาจมีความจำเป็นในการยืนยันผล สถานะทางอนุกรมวิธานร่วมกับข้อมูลทางสัณฐานวิทยา ด้วย ซึ่งผลจากการยกระดับมาตรฐานในการศึกษา ทางด้านอนุกรมวิธานดังกล่าว จะนำไปสู่ความถูกต้อง ในการพัฒนาการศึกษาในด้านอื่นๆ ไม่ว่าจะเป็นการศึกษา ทางชีววิทยา นิเวศวิทยา การกระจายเชิงชีวภูมิศาสตร์ หรือการเพาะเลี้ยงเพื่อนำมาใช้เป็นอาหารของสัตว์น้ำ ซึ่งงานวิจัยด้านต่างๆ ที่กล่าวมาล้วนแต่ยังมีช่องว่างให้ สามารถศึกษาและวิจัยได้อีกมาก

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนขอขอบคุณ รศ.ดร.พรศิลป์ ผลพันธิน ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย สงขลานครินทร์ ที่กรุณาให้คำแนะนำในการจัดเตรียม บทความครั้งนี้ เนื้อหาในบทความนี้ส่วนหนึ่งเป็นผล จากงานวิจัยที่ได้รับทุนสนับสนุนจากทุนพัฒนา ศักยภาพในการทำงานวิจัยของอาจารย์รุ่นใหม่ (MRG4980039) ตามโครงการความร่วมมือระหว่าง สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษากับสำนักงาน กองทุนสนับสนุนการวิจัย

เอกสารอ้างอิง

จุฑามาส แสงอรุณ. (2544). ความหลากหลายชนิดและ ความชุกชุมของคลาโดเซอราในบึงกุ๊ดทึง จังหวัดหนองคาย. วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์-มหาบัณฑิต คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย ขอนแก่น. 105 หน้า.

พรณี สอาดฤทธิ์. (2545). ความหลากหลายและการ แพร่กระจายของคลาโดเซอราในแหล่งน้ำจืด จังหวัดตรัง. วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์ มหาบัณฑิต สาขานิเวศวิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์. 98 หน้า

อุริพงศ์ เมฆสุวรรณ และ พรศิลป์ ผลพันธิน. (2551). ลักษณะทางสัณฐานวิทยาของ *Ephemeroporus barroisi* group ในประเทศไทย. รายงาน โครงการทางชีววิทยา วิทยาศาสตร์บัณฑิต ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัย สงขลานครินทร์. 40 หน้า.

ละออศรี เสนาะเมือง. (2545). แพลงก์ตอนสัตว์น้ำจืด: คลาโนซัวโคพีพอดในประเทศไทย. ศูนย์วิจัย อนุกรมวิธานประยุกต์ ภาควิชาชีววิทยา คณะ วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น. 159 หน้า.

วรรณมา พูลสวัสดิ์ และ สุปียนิตย์ ไม้แพ. (2551). ความ หลากชนิดของคลาโดเซอราในแหล่งน้ำจืด ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทย. รายงาน โครงการทางวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์บัณฑิต ภาควิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์. 40 หน้า.

วรรณดา พิพัฒน์เจริญชัย. (2544). ความหลากหลายของ แพลงก์ตอนสัตว์ในจังหวัดกาญจนบุรี. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต คณะประมง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์. 286 หน้า.

ศิริพร มิตระประสาน และ สุปียนิตย์ ไม้แพ. (2551). ความหลากหลายของคลาโดเซอราในแหล่งน้ำ จืดในภาคเหนือของประเทศไทย. รายงาน โครงการทางวิทยาศาสตร์ วิทยาศาสตร์บัณฑิต ภาควิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์. 44 หน้า.

Boonsom, J. (1984). The freshwater zooplankton of Thailand (Rotifera and Crustacea). Hydrobiologia 113: 223-229.

- Dumont, H. J. and Negrea, S. V. (2003). Introduction to the class Branchiopoda. Guides to the identification of the microinvertebrates of the continental waters of the world 19. Backhuys Publisher, the Netherlands 19: 398 pp.
- Frey, D. G. (1987). The taxonomy and biogeography of the Cladocera. *Hydrobiologia*. 145: 5-17.
- Idris, B. A. G. (1983). Freshwater zooplankton of Malaysia (Crustacea: Cladocera). Penerbit Universiti Pertanian Malaysia. 1-153.
- Kotov, A. A. and Sanoamuang, L. (2004). *Ilyocryptus thailandensis* sp. nov. (Cladocera: Anomopoda : Ilyocryptidae) from North Thailand. *Int. Rev. Hydrobiol.* 89: 206-214.
- Kotov, A. A., Maiphae, S. and Sanomuang, L. (2005a). Revision of *Macrothrix paulensis*-like species (Anomopoda, Cladocera, Branchiopoda) in Asia, and phylogeny of the *paulensis*-group. *Arch. Hydrobiol. Suppl. Monogr. Stud.* 151/3: 269-299.
- Kotov, A. A., Stifter, P. and Sanoamuang, L. (2005b). Notes on the genus *Ilyocryptus* Sars, 1862 (Cladocera: Anomopoda: Ilyocryptidae). 8. *Ilyocryptus isanensis* sp.n. from northeast Thailand. *Arthropoda Selecta*, 14, 229-239.
- Korovchinsky, N. M. and Sanoamuang, L. (2008). Overview of Sididae (Crustacea: Cladocera: Ctenopoda) of northeast and east Thailand, with description of a new species of the genus *Diaphanosoma*. *Zootaxa* 1682: 45-61.
- Maiphae, S. (2005). Taxonomy and Biogeography of the Cladocera from southern Thailand, with specific reference to *Alona* Baird, 1843 and *Macrothrix* Baird, 1843. Ph.D.Thesis. Prince of Songkla University. 313 pp.
- Maiphae, S., Pholpunthin, P. and Dumont, H. J. (2005). Species richness of the Cladocera (Branchiopoda: Anomopoda and Ctenopoda) in southern Thailand, and its complementarity with neighboring regions. *Hydrobiologia* 537, 147-156.
- Maiphae, S., Pholpunthin, P. and Dumont, H. J. (2008). Taxon richness and biogeography of the Cladocera (Crustacea: Ctenopoda, Anomopoda) of Thailand. *Ann. Limnol.- Int. J. Lim.*(1): 31-41.
- Mamaril, A. C. and Fernando, C. H. (1978). Freshwater zooplankton of the Philippines (Rotifera, Cladocera and Copepoda). *Natural and Applied Science Bulletin* 30: 109-221.
- Negrea, S., Botnariuc, N. and Dumont, H. J. (1999). Phylogeny, evolution and classification of the Branchiopoda (Crustacea). *Hydrobiologia* 412: 191-212.
- Pholpunthin, P. (1997). Freshwater zooplankton (Rotifera, Cladocera and Copepoda) from Thale-noi, South Thailand. *J. Sci. Soc. of Thailand* 23: 23-34.
- Sa-ardrit, P. and Beamish, F. W. H. (2005). Cladocera diversity, abundance and habitat in a western Thailand stream. *Aquat. Ecol.* 39: 353-365.
- Saengphan, N., Chaleoisak, P. and Chusing, R. (2007). Laboratory studies on the longevity, fecundity and reproduction of *Ceriodaphnia cornuta* Sars. Abstract: Research and Thesis 2007. 11th BRT Annual Conference October 15-18 2007 Napalai, Udonthani. BRT. p.94 .
- Sanoamuang, L. (1998). Contributions to the knowledge of the Cladocera of northeast Thailand. *Hydrobiologia* 362: 45-53.

- Sanoamuang, L. and Faitacum, S. (2005). Species diversity and distribution of cladocerans and copepods in the floodplain of the Mun River. *KKU Research Journal* 10 (2), 106-113.
- Santos-Flores, C. J. and Dodson, S. I. (2003). *Dumontia oregonensis* n. fam., n. gen. n. sp., a cladoceran representing a new family of 'water-fleas' (Crustacea: Anomopoda) from USA, with notes on the classification of the order Anomopoda. *Hydrobiologia*. 500 (1-3): 145-155.
- Sinev A. Y., Nachai S. and Sanoamuang, L. (2007). Occurrence of the Australian cladoceran *Armatalona macrocopa* (Sars, 1894) (Cladocera: Anomopoda: Chydoridae) in Thailand. *Invertebr. Zool.* 4: 25-29.
- Smirnov, N. N. (1972). Detail morphology of the trunk limbs of some Aloninae. *Hydrobiologia*. 40 (3): 393-422.
- Van Damme, K., Shiel, R. J. and Dumont, H. J. (2007). A new family of freshwater cladocerans (Branchiopoda, Anomopoda) from SW-Australia, with a discussion of ancestral traits and a preliminary molecular phylogeny of the order. *Zoologica Scripta* 36: 465-478.



คณิตศาสตร์และการทำนายความรัก Mathematics and Love Forecast

ธีรนุช บุญนาค¹

นี่อาจจะเป็นบทพิสูจน์ของทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ กับความรู้สึกที่ละเอียดละไมว่าสามารถไปในทิศทางเดียวกันได้หรือไม่ เมื่อนายแอ เกิดหลงรักน้องอ้อยสาวน้อยหน้าใส แต่เหตุที่ทำให้นายแอสงสัยว่าความสัมพันธ์ในครั้งนี้จะเป็นอย่างไร อาจเป็นเพราะนิสัยค่อนข้างแปลกของน้องอ้อย เพราะทุกครั้งที่แสดงความรักและพยายามใกล้ชิด น้องอ้อยกลับแสดงท่าทีปลีกตัวออกห่าง แต่น้องอ้อยจะมีความรู้สึกที่นายแอมีเสน่ห์ และน่าสนใจ เมื่อเห็นว่านายแอกำลังรู้สึกสั่นหวั่น ท้อแท้ และเริ่มตีตัวออกห่าง น้องอ้อยจะหันกลับมาสนใจนายแอ ท่าทีและความสัมพันธ์ของทั้งคู่เป็นไปอย่างนี้ตลอดเวลา

ด้วยความเป็นนักวิทยาศาสตร์ของนายแอ ที่ต้องคิดอย่างมีเหตุผล เขาจึงได้สร้างแบบจำลองความรักของตนขึ้นโดยใช้สมการเชิงอนุพันธ์ สมมติให้

$x_1(t)$ คือ ปริมาณความรักของนายแอที่มีให้กับน้องอ้อย ณ เวลา t

$x_2(t)$ คือ ปริมาณความรักของน้องอ้อยที่มีให้กับนายแอ ณ เวลา t

การเปลี่ยนแปลงความรู้สึกของความรักของนายแอแปรผันตรงกับความรูสึกรักและสนใจที่น้องอ้อยตอบสนองมาให้ เขียนได้เป็น $\frac{dx_1}{dt} = ax_2$ และการเปลี่ยนแปลงความรู้สึกของความรักของน้องอ้อยจะตรงข้ามกับความรู้สึกรักของนายแอ คือ เมื่อนายแอ

เริ่มตีตัวออกห่าง น้องอ้อยจะรักมากขึ้น เขียนได้เป็น $\frac{dx_2}{dt} = -bx_1$ พารามิเตอร์ a แสดงถึงขนาดของความรักของนายแอที่ถูกกระตุ้นโดยความรักของน้องอ้อย และ b แสดงถึงขนาดของความรักของน้องอ้อยที่ถูกกระตุ้นโดยความรักของนายแอ สมมติว่า a และ b เป็นจำนวนบวก ดังนั้นความรักของทั้งสองถูกจำลองโดยระบบสมการเชิงอนุพันธ์เชิงเส้นอันดับหนึ่ง

$$\begin{aligned}\frac{dx_1}{dt} &= ax_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -bx_1\end{aligned}\quad (1)$$

จุดสมดุลของระบบสมการนี้คือ $(0,0)$ นั่นคือ นายแอไม่มีความรู้สึกใดๆ ต่อน้องอ้อย และน้องอ้อยก็ไม่มีความรู้สึกใดๆ ต่อนายแอเช่นกัน

คำตอบของระบบสมการ (1) คือ

$$x_1(t) = c_1 \cos(\sqrt{abt}) + c_2 \sin(\sqrt{abt})$$

และ
$$x_2(t) = \sqrt{\frac{b}{a}} (-c_1 \sin(\sqrt{abt}) + c_2 \cos(\sqrt{abt}))$$

โดยที่ c_1 และ c_2 เป็นค่าคงที่ใดๆ หรือเขียนความสัมพันธ์ ระหว่าง x_1 และ x_2 ได้เป็น

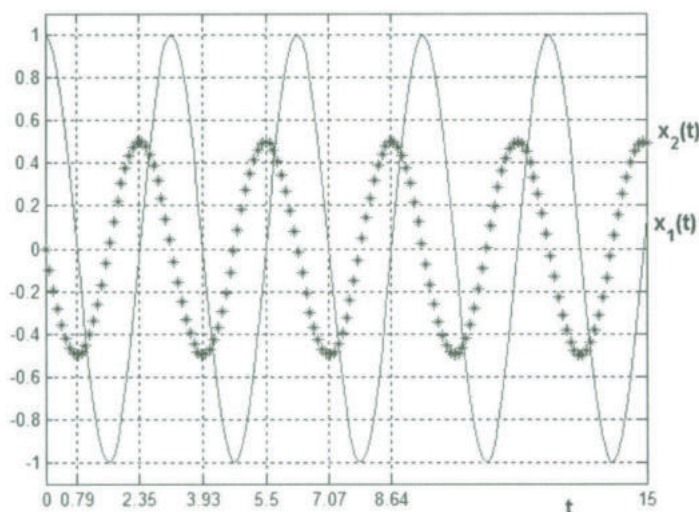
$$\frac{x_1^2}{a} + \frac{x_2^2}{b} = k \quad (k \text{ เป็นค่าคงที่ใดๆ})$$

¹ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ อ.เมือง จ.เชียงใหม่ 50200

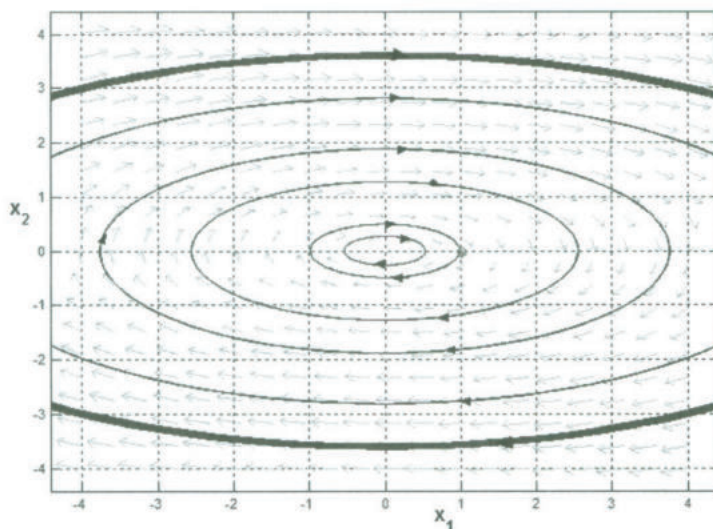
E-mail address: dhiranuch@math.science.cmu.ac.th

ถ้าสมมติว่า $a = 4$ และ $b = 1$ และนายแอเริ่มแสดงความรักต่อน้องอ้อยก่อน โดยใช้เงื่อนไขเริ่มต้น คือ $x_1(0) = 1$ และ $x_2(0) = 0$ จะแสดงคำตอบ $x_1(t)$ และ $x_2(t)$ ได้ดังในรูป 1 ถ้าเขียนแนววิถีเมื่อเงื่อนไขเริ่มต้นต่างๆ กัน จะได้ดังรูป 2 วงรีที่ 2 นับจากด้านใน คือ แนววิถีที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $x_1(0) = 1$ และ $x_2(0) = 0$

จากรูปที่ 1 จะสังเกตว่า เมื่อ $x_1(t) = 0$ ขนาดของ $x_2(t)$ จะมากที่สุด (อาจเป็น -0.5 หรือ 0.5) อธิบายได้ว่า ณ เวลาที่นายแอไม่มีความรู้สึกใดๆ ต่อน้องอ้อย น้องอ้อยจะมีความรู้สึกมากที่สุดกับนายแอ อาจรักที่สุดหรือรักน้อยที่สุดก็ได้ นำแปลกไหมล่ะ



รูปที่ 1 แสดงคำตอบที่สอดคล้องกับเงื่อนไข $x_1(0) = 1$ และ $x_2(0) = 0$



รูปที่ 2 แสดงระนาบเฟสของระบบสมการ (1) เมื่อ $a = 4$ และ $b = 1$

จุดสมดุล $(0,0)$ นี้เรียกว่า จุดศูนย์กลาง และในทางคณิตศาสตร์ถือว่าจุดนี้เสถียร ในแง่ที่ว่าเมื่อลักษณะเป็นวัฏจักรไปตลอด สังเกตในรูป 2 ว่ามีส่วนที่ $x_1 < 0$ และ $x_2 < 0$ ด้วย หมายความว่าอย่างไร

การที่ $x_i < 0$ โดยที่ $i = 1$ หรือ 2 จะแสดงถึงความรู้สึกเอ็นชากับการถอยหนี เช่น หมายความว่า นายแอ้กำลังรู้สึกท้อแท้ และอยากถอยห่างจากน้องอ้อย ตอนนี้ลองนึกถึงความหมายเมื่อ x_1 และ x_2 อยู่ในควอดแรนต์ต่างๆ

- $x_1 > 0$ และ $x_2 > 0$ จะได้ $\frac{dx_1}{dt} > 0$ และ $\frac{dx_2}{dt} < 0$ หมายถึง นายแอ้รักน้องอ้อยมากขึ้น แต่น้องอ้อยรักนายแอ้น้อยลง

- $x_1 < 0$ และ $x_2 > 0$ จะได้ $\frac{dx_1}{dt} > 0$ และ $\frac{dx_2}{dt} > 0$ หมายถึง นายแอ้รู้สึกอยากถอยหนีออกจากน้องอ้อยมากขึ้น แต่น้องอ้อยกลับยิ่งรักนายแอ้มากขึ้น

- $x_1 < 0$ และ $x_2 < 0$ จะได้ $\frac{dx_1}{dt} < 0$ และ $\frac{dx_2}{dt} > 0$ หมายถึง นายแอ้แสดงความเอ็นชากับน้องอ้อยน้อยลง คือ เปิดใจยอมให้น้องอ้อยเข้ามาใกล้ชิดได้มากขึ้น แต่น้องอ้อยรู้สึกท้อแท้และอยากปลีกตัวออกห่างจากนายแอ้มากขึ้น

- $x_1 > 0$ และ $x_2 < 0$ จะได้ $\frac{dx_1}{dt} < 0$ และ $\frac{dx_2}{dt} < 0$ หมายถึง นายแอ้รักน้องอ้อยน้อยลง และน้องอ้อยแสดงท่าทีเหินห่างจากนายแอ้น้อยลง คือ ต้องการที่จะเข้าไปใกล้ชิดและให้ความสนิยนายแอ้เพิ่มขึ้น

คำตอบนี้บอกอะไรบ้างละ

- ถ้านายแอ้หรือน้องอ้อยเริ่มมีความรู้สึกต่อกัน ($x_1(0) \neq 0$ และ $x_2(0) \neq 0$ พร้อมกัน) แล้วทั้งสองจะมีความรู้สึกต่อกันเสมอ อาจจะเป็นความรู้สึกรักหรือความเอ็นชากับกันก็ได้ ไม่มีทางที่คนทั้งสองจะไม่มีความรู้สึกใดๆ ต่อกัน เนื่องจากคำตอบไม่ได้เข้าสู่จุดสมดุล

- ทั้งสองจะมีรูปแบบความรัก ความอยากใกล้ชิด และความรู้สึกท้อแท้ อยากถอยหนีห่างจากกันเป็นวัฏจักรอย่างนี้ไปเรื่อยๆ

ไม่รู้ว่านายแอ้จะชอบใจหรือไม่ ที่ทราบว่าความรักของเขาจะเป็นวัฏจักรขึ้นๆ ลงๆ ของอารมณ์อย่างนี้ตลอดไป แต่ก็ยังดีที่ทั้งคู่มีช่วงที่รักกัน $1/4$ ของรอบ

ลองพิจารณาในทางกลับกัน สมมติใหม่ว่าความรักของน้องอ้อยถูกกระตุ้นด้วยความรักที่ตนมีให้กับนายแอ้ และความรักที่นายแอ้มีให้ แต่นายแอ้เป็นคนที่ถูกกลัวการถูกผูกมัด ถ้ารู้สึกตัวเองมีที่พำที่รักน้องอ้อยมากเกินไปกว่าที่เป็นอยู่ก็จะรีบหักห้ามใจตัวเองเสีย แต่ก็ยังรักที่จะถูกน้องอ้อยรัก คือ ยังคงตอบสนองต่อความรักที่น้องอ้อยมีให้ ดังนั้น การเปลี่ยนแปลงความรักของนายแอ้จะเป็นผลมาจากความรู้สึกรักที่มาจากน้องอ้อยเท่านั้น ให้สังเกตว่า ไม่มีเทอมที่เกี่ยวข้องกับ x_1 ในสมการแรกของ (2) มีเฉพาะเทอมที่เกี่ยวข้องกับ x_2 เท่านั้น สมการนี้ไม่ได้หมายความว่า นายแอ้ไม่รักน้องอ้อย เพียงแค่ไม่ทำให้ความรู้สึกรักที่มาจากตัวเขามีผลต่อการเปลี่ยนแปลงความรักของเขาที่มีต่อน้องอ้อย

การที่นายแอ้มีความรู้สึกแบบนี้จะทำให้ความสัมพันธ์นี้แตกหักจบลงหรือไม่ ลองมาเขียนแบบจำลองของความรักกัน

$$\frac{dx_1}{dt} = ax_2 \quad (2)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = bx_1 + cx_2$$

โดยให้ a b และ c เป็นค่าคงที่ที่มีค่าเป็นบวก เมื่อหาค่าลักษณะเฉพาะของระบบสมการ (2) จะได้ว่าป็นจำนวนจริงบวกสองจำนวนที่มีเครื่องหมายต่างกัน หรือจำนวนเชิงซ้อนที่มีส่วนจริงเป็นบวก ทำให้ได้ว่าจุดสมดุล $(0,0)$ นี้ไม่เสถียร

สรุปได้ว่า ความสัมพันธ์จะไม่แตกหัก トラบใดที่ตอนเริ่มต้นของความสัมพันธ์ นายแอ้มีความรู้สึกรักน้องอ้อย ถ้าทั้งคู่คงความสัมพันธ์ไว้ ในที่สุดก็จะมี

ความสุขร่วมกันทั้งสองฝ่าย ถึงนายแฉะจะหักห้ามใจตัวเองมากขนาดไหน ท้ายสุดเขาก็จะรับรู้ถึงความรักของเขาที่มีต่อน้องอ้อยอย่างแน่นอน

รูปแบบความรักของนายแฉะและน้องอ้อยอยู่ในรูปแบบง่ายๆ ที่ใครๆ ที่เรียนวิชาแคลคูลัสมาก็สามารถสร้างและอธิบายได้ แต่ความรักโดยทั่วไป มีปัจจัยอื่นๆ ภายนอกมาเกี่ยวข้องมากมาย ไม่ใช่แค่ระหว่างคนสองคน ตัวอย่างที่แสดงมาตอนแรกไม่ได้ดูเหมือนในชีวิตจริงเท่าใดนัก โลกภายนอกถูกทำให้หยุดไว้ สนใจแค่คนสองคน และความรู้สึกที่ทั้งสองมีต่อกันต้องเป็นแบบเดิมเสมอ แสดงว่า การทำนายจะใช้ได้ในระยะเวลาสั้นๆ เท่านั้น ลองมาดูว่า นักคณิตศาสตร์ มีการศึกษาเรื่องราวของความรักอย่างไรบ้าง

เริ่มจากบทความหน้าหนึ่งของ Strogatz ชื่อว่า "Love Affair and Differential Equations" ที่เขียนในปี ค.ศ. 1988 (Strogatz, 1988) อธิบายถึงการใช้เรื่องราวความรักของโรมีโอและจูเลียต เพื่อสร้างความสนใจให้กับนักศึกษาตอนสอนเรื่องการแกว่งกวัดแบบฮาร์มอนิก (มีการกล่าวถึงเรื่องนี้ด้วยในหนังสือของเขาที่พิมพ์ในปี 1994 (Strogatz, 1994))

ในปี ค.ศ. 1998 นักคณิตศาสตร์ชาวอิตาลี Sergio Rinaldi ได้ศึกษาคณิตศาสตร์ของความรักจากรวบรวมแห่งความเพ้อฝันและเต็มไปด้วยจินตนาการชื่อว่า "Petrarch's Canzoniere" เขียนโดยกวีชาวอิตาลี ฟรานซิส เปตราร์ค (Francis Petrarch) ในศตวรรษที่ 14 เป็นบทประพันธ์ความรักที่โด่งดัง ประกอบไปด้วยบทประพันธ์ 366 บท 200 บทจากจำนวนนั้นได้แสดงความรักของเขที่มีต่อผู้หญิงซึ่งแต่งงานแล้วชื่อว่า ลอรา (Laura) กวีเปตราร์ค ได้พบกับลอรา ตอนเขาอายุได้ 23 ปี นับจากนั้นเขาใช้เวลาตลอด 21 ปี เขียนถึงความรู้สึกที่เขามีต่อลอรา ถึงแม้ว่าเธอจะไม่เคยแสดงความรู้สึกแบบนั้นตอบกลับเขามาเลย เขาเขียนถึงความลุ่มหลง ชื่นชม คลั่งไคล้ ความเศร้าเสียใจที่ไม่สมหวังในความรัก ความอดทนต่อความเย็นชาของลอรา แต่เขาจะลิ้มความรู้สึกด้านลบทั้งหมดเพียงแค่อะไรให้ความสนใจต่อเขาเพียงน้อยนิด เช่น เหลือบมอง

มาทางเขา หรือยิ้มให้ เหล่านี้ก็เพียงพอที่จะทำให้เขามีความสุขในการเขียนบทกลอนอันลึกซึ้งของเขาต่อไปอีกมากกว่า 10 ปี หลังจากที่เธอเสียชีวิต ดูเป็นความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนขึ้นจากตัวอย่างที่ผ่านๆ มา

แบบจำลองของ ลอรา และเปตราร์ค แสดงได้โดยสมการเชิงอนุพันธ์สามสมการ สำหรับลอราจะอธิบายโดยใช้ตัวแปร $L(t)$ แสดงถึงความรักของเธอที่มีต่อบทประพันธ์ ณ เวลา t ค่า L ที่เป็นบวกหมายถึง ความรู้สึกอันอบอุ่นเป็นมิตร เมื่อมีค่าเป็นลบจะเกี่ยวข้องกับความรู้สึกท้อแท้ ต้องการปลีกตัวหนีห่าง ส่วนการอธิบายถึงเปตราร์ค จะใช้ตัวแปรสองตัว คือ $P(t)$ แสดงถึงปริมาณปริมาณความรักของเปตราร์คต่อลอรา ค่า P ที่เป็นบวกหมายถึงความรู้สึกรักและมีความสุข ส่วนค่าลบหมายถึง ความผิดหวังเศร้าสร้อย และ $Z(t)$ แสดงปริมาณแรงบันดาลใจจากบทประพันธ์ รายละเอียดสามารถศึกษาจาก (Rinaldi, 1998a)

หลังจาก Rinaldi ประสบความสำเร็จในการสร้างแบบจำลองความรักของ ลอราและเปตราร์ค แล้วก็ได้เขียนแบบจำลองที่ใช้อธิบายความสัมพันธ์ระหว่างคู่รักทั่วไป โดยใช้สมการเชิงอนุพันธ์สองสมการ (Rinaldi and Gragnani, 1998) โดยให้ตัวแปร $x_1(t)$ หมายถึง ปริมาณความรักที่คนที่หนึ่งมีให้แก่คนที่สอง $x_2(t)$ หมายถึง ปริมาณความรักที่คนที่สองมีให้แก่คนที่หนึ่ง ค่า $x_1(t)$ ที่เป็นบวก หมายถึง ความรู้สึกในทางบวก จากมิตรภาพไปจนถึงความหลงใหล ค่าที่เป็นลบจะสอดคล้องกับความรู้สึกไม่เป็นมิตรและรังเกียจ ถ้าเป็นศูนย์แสดงว่า ไม่ได้รู้สึกอะไรต่อกันเลย สมการที่ว่านี้มีหน้าตาเป็นแบบนี้

$$\begin{aligned}\frac{dx_1(t)}{dt} &= -\alpha_1 x_1(t) + R_1(x_2(t)) + I_1(A_2) \\ \frac{dx_2(t)}{dt} &= -\alpha_2 x_2(t) + R_2(x_1(t)) + I_2(A_1)\end{aligned}\quad (3)$$

R_i อธิบายถึงปฏิกิริยาที่คนที่ i มีต่อความรักที่คู่รักมอบให้ ดังนั้น จึงขึ้นอยู่กับ x_j โดย $j \neq i$ เพื่อให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปกติ จึงสนใจในกรณีที่คนจะรักที่ถูกรัก และเกลียดที่ถูกเกลียด

ควรจะเพิ่มอะไรไปในสมการของความรัก ที่จะใช้อธิบายความสัมพันธ์ที่ซับซ้อนเหมือนในโลกของความจริงมากขึ้น

มีการศึกษาและขยายแบบจำลองความรักของ Rinaldi เพิ่มเติมอีก เช่น การศึกษาแบบจำลองในกรณีที่มีคนรักเพิ่มขึ้นอีกคน เป็นรักสามเส้า (Sprott, 2004) การทำให้ระบบสมการไม่เป็นเชิงเส้น เพื่อให้สมจริงมากขึ้น (Sprott, 2004; Ahmad and El-Khazali, 2007) แบบจำลองเชิงเส้นที่มีความผันผวนของเวลา (Wauer et al., 2007)

ความรักยังคงเป็นเรื่องซับซ้อน และสร้างสิ่งที่น่าสนใจให้เราเห็นบ่อยๆ ทุกวันนี้ นักวิทยาศาสตร์จากหลายสาขายังคงศึกษาทำความเข้าใจมันอยู่ รูปแบบเกี่ยวกับอารมณ์มีได้มากมาย ใครจะรู้ล่ะว่าบางแบบอาจจะอธิบายไม่ได้เลยถ้าไม่ใช่คณิตศาสตร์

เอกสารอ้างอิง

- Ahmad, W. M. and El-Khazali R. (2007). Fractional-order dynamical models of love Chaos, Solitons & Fractals. 33: 1367-1375.
- Rinaldi, S. (1998a). Laura and Petrarch: an intriguing case of cyclical love dynamics. SIAM journal in applied mathematics. 588 (4): 1205-1221.

- Rinaldi, S. (1998b). Love dynamics: the case of linear couples. Appl. Math. Comput. 95: 181-192.
- Rinaldi, S. and Gragnani, A. (1998). Love dynamics between secure individuals: a modeling approach, Nonlinear dynamics, Psychology and life sciences. 2: 283-301.
- Sprott, J. C. (2004). Dynamical models of love. Nonlinear dynamics, Psychology and life sciences. 8: 303-313.
- Strogatz, S. H. (1988). Love affairs and differential equations. Mathematics Magazine. 61:35.
- Strogatz, S.H. (1994). Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry and Engineering. Reading MA. Addison-Wesley. pp 138-139.
- Wauer, J. Schwarzer, D. Cai, G.Q. and Lin, Y.K. (2007). Dynamical models of love with time-varying fluctuations. Applied Mathematics and Computation. 188:1535-1548.



การพัฒนาระบบบำบัดน้ำเสียจากการฟอกย้อมสีสังเคราะห์เคมี Development of Synthetic Chemical Dyeing Wastewater Treatment System

รัตนา มหาชัย¹* ทิพย์วัลย์ คำเหม็ง¹ ชุติมา ภูคุ้มสมุทร¹
นาถ ภูวงศ์ผา¹ และชาญเชาว์ พรหมราษฎร์¹

บทคัดย่อ

ทำการออกแบบระบบบำบัดน้ำเสียย้อมเคมีในห้องทดลองแต่ละชุดใช้ถังพลาสติก 2 ใบ ขนาดเท่ากัน ถึงแต่ละใบมีท่อเล็ก ๆ อยู่ตรงกลางถึงทั้งสองต่อแบบอนุกรมด้วยท่อพลาสติก ที่ต่อจากด้านข้างของจากถังที่หนึ่ง ไปลงท่อกกลางของถังที่สอง ถึงทั้งสองใบบรรจุวัสดุแลกเปลี่ยน เมื่อเทน้ำตัวอย่างน้ำสีสังเคราะห์ลงในท่อกกลางของถังใบแรกอย่างช้าๆ น้ำจะไหลขึ้นผ่านวัสดุแลกเปลี่ยนมาแล้วล้นผ่านไปลงท่อกกลางของถังที่สอง น้ำที่ซึมขึ้นมาของถังที่สองจะถูกนำมาวิเคราะห์หาปริมาณสีและคำนวณหาค่าความจุของการดูดซับสีของวัสดุตัวกรองแลกเปลี่ยน พบว่ามีค่าอยู่ในช่วง 18-30 มิลลิกรัมต่อกรัม ข้อมูลพารามิเตอร์ก่อนและหลังบำบัด ได้แก่ ค่าปริมาณสี ค่าปริมาณความต้องการออกซิเจนทางเคมี ค่าปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ ค่าของแข็งละลายทั้งหมด และค่าของแข็งทั้งหมด มีค่าลดลงร้อยละ 65-99, 68-85, 69-96, 81-97 และ 76-83 ตามลำดับ ได้ทำการขยายขนาดและติดตั้งระบบบำบัดน้ำเสียย้อมที่อำเภอชนบท จังหวัดขอนแก่น จำนวน 3 ชุด ชุดแรก เป็นระบบแบบ 2 ถังบรรจุวัสดุแลกเปลี่ยนและออกแบบเหมือนกับในห้องทดลองแต่ใช้ถังกระเบื้องลงในดินแทน เมื่อประเมินผลแล้วพบว่าค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ดังกล่าวข้างต้นลดลง แต่ระบบนี้ไม่เหมาะเมื่อมีการย้อมสีเส้นไหมทุกวันๆ ละมากๆ และน้ำเสียสีเข้มข้นมาก จึงทำการปรับปรุงระบบบำบัดเป็นแบบ 3 ถัง โดยเพิ่มถังแรกบรรจุตะกั่วพลาสติก ซึ่งใช้เป็นตัวกลางให้จุลชีพยึดเกาะและเพิ่มจำนวนจุลชีพซึ่งจะย่อยสลายสารอินทรีย์ในน้ำแบบไม่ใช้ออกซิเจน พบว่าค่าปริมาณสี, ค่าปริมาณความต้องการออกซิเจนทางเคมี, ค่าปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ, ค่าของแข็งละลายทั้งหมด และค่าของแข็งทั้งหมด มีค่า 92.05 ± 0.70 , 116.84 ± 1.31 , 40.95 ± 0.97 , 35.52 ± 0.64 และ 21.96 ± 0.48 มิลลิกรัมต่อลิตร ตามลำดับ และคิดเป็นร้อยละการลดลงมีค่า 94.75, 93.34, 94.54, 82.92 และ 96.16 ตามลำดับ ส่วนโลหะหนักมีพิษ ได้แก่ ตะกั่ว แมงกานีส โครเมียม แคดเมียม ปรอท และอาร์ซีนิก มีค่าตรวจไม่พบ ตรวจไม่พบ, 0.0928 $\pm$ 0.001, ตรวจไม่พบ, 0.0014 $\pm$ 0.000 และตรวจไม่พบ มิลลิกรัมต่อลิตร ตามลำดับ และคิดเป็นการลดลงร้อยละ 100, 100, 60.34, 100, 86.00 และ 100 ตามลำดับ สรุปได้ว่า ระบบบำบัดน้ำเสียย้อมแบบอยู่กับที่มีประสิทธิภาพสูง ราคาถูก ชุดละประมาณ 5,000 บาท (ไม่รวมค่าแรง) ไม่ใช้พลังงาน ใช้ได้สะดวกชาวบ้านสามารถก่อสร้างและเปลี่ยนวัสดุได้เอง ทำให้ได้รับการยอมรับของชาวบ้านที่เกี่ยวข้องเป็นอย่างดี

¹ ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002

* corresponding author, E-mail: ratana@kku.ac.th

Abstract

Dyeingwaste water treatment plant consisted of 2 plastic chambers of same size and connected in series were designed and constructed in order to demonstrate in laboratory. There was a pipe sited at a central of both chamber which was filled with filter rice husk. When wastewater was slowly poured into the central pipe of the first chamber, passing through rice husk while flowing upward and pass through the overflow pipe of the first chamber to the central pipe of the second chamber. The overflow from second chamber was collected and evaluated for the rice husk capacity, 18-30 mg/g were found. Parameter of water before and after treatment including color unit, COD, BOD TDS and TS were studied, the percentage decreased were 65-99, 68-85, 69-96, 81-97 and 76-83 respectively.

Three on site treatment plants were expanded and constructed at Aumper Chon-na-bot, Khon Kaen province. The first plant consist of 2 chambers containg rice husk like that in the previous studied in laboratory but concrete chamber was used instead of plastic ones. The plant was sited underground level and evaluated, the result revealed good result but not for heavy duty. The treatment plant was then developed by adding one more concrete chamber containg plastic media for anaerobic bacteria to situate and propagate. It can be found that the percentage decreased of color unit, COD, BOD, TDS and TS were in average of 92.05 ± 0.70 , 116.84 ± 1.31 , 40.95 ± 0.97 , 35.52 ± 0.6 and 21.96 ± 0.48 (mg/l) and were decreased of 94.75, 93.34, 94.84, 82.92 and 96.16% respectively. Toxic metals including Pb Mn Cr Cd Hg and As were nil, nil, 0.0928 ± 0.001 , nil, 0.0014 ± 0.000 and nil (mg/l) respectively and were decreased of 100, 100, 60.34, 100, 86.00 and 100% respectively. It can be concluded that the 3 chamber treatment plants is of high efficiency, economic (~ 5,000 B/item), energy free and can be constructed and changed adsorbent by the villager themselves therefor it was good accepted from the incharge villagers.

คำสำคัญ : ระบบบำบัดน้ำเสียจากการฟอกย้อมสี

Keywords : Treatment plant for dye wastewater

บทนำ

กลุ่มแม่บ้านทอผ้าไหม มักทำการย้อมเส้นไหมเองภายในครัวเรือน หรืออาจรวมเป็นกลุ่มเมื่อฟอกย้อมเส้นไหม แล้วจะเทน้ำเสียย้อมลงรางระบายน้ำโดยไม่ผ่านการบำบัด ทำให้เกิดปัญหาสิ่งแวดล้อมทำให้น้ำผิวดินใกล้เคียง เช่น หนอง บึง ลำคลอง และแม่น้ำเกิดการเน่าเสีย มีสีน้ำรังเกียจ และมีการสะสมสารพิษในน้ำและดิน มีการประดิษฐ์ระบบบำบัดสีย้อมโดยคณะวิจัยจากมหาวิทยาลัยขอนแก่น ได้แก่ รศ.ชุติมา กุญ์สมุทร รศ.รัตนา มหาชัย และ รศ.ทิพย์วัลย์ คำเหม็ง

(รัตนา มหาชัย และคณะ, 2548) มีลักษณะแบบถังชุดเดียวฝังอยู่ในดิน และนำไปทดลองให้แม่บ้านที่บ้านสวาย อำเภอมือทอง จังหวัดสุรินทร์ พบว่า ได้ผลเป็นที่พอใจ และได้รับการยอมรับ และได้ขออนุสิทธิบัตรเลขที่ 2873 เนื่องจากเป็นการออกแบบครั้งแรกจึงมีปัญหา 2 ประการ ประการแรก คือ ยังใช้งานไม่สะดวกนัก เพราะการใช้งานต้องทำเป็น 2 ขั้นตอน กล่าวคือ นำน้ำทิ้งสีย้อมมาแช่ด้วยเกลือเป็นเวลา 7 วัน หลังจากนั้นให้น้ำส่วนใสเทลงท่อกกลางระบบบำบัด ประการที่สอง ระบบดังกล่าวเหมาะสม

สำหรับชาวบ้านที่ข้อมฝาคันเดียว มีน้ำข้อมที่ต้องบำบัด ปริมาณน้อย จึงไม่เหมาะสำหรับการข้อมเป็นกลุ่ม เพราะระบบบำบัดเป็นแบบถังชุดเดียว อายุการใช้งาน จะสั้นมาก ประมาณ 2 ปี เมื่อบำบัดน้ำครั้งละ 40 ลิตร เคียงละ 2 ครั้ง และความเข้มข้นสีประมาณ 2000 มิลลิกรัม/ลิตร ดังนั้น คณะวิจัยจึงทำการวิจัยต่อยอด เพื่อพัฒนาระบบให้มีประสิทธิภาพสูงขึ้น ใช้งานได้ สะดวกขึ้น และมีอายุการใช้งานนานขึ้นกว่าเดิม (รัตนมาหาชัย และคณะ, 2550)

วัตถุประสงค์

ออกแบบระบบบำบัดน้ำสีข้อมเคมีแบบไม่ใช้ พลังงาน เป็นระบบแบบอยู่กับที่ ยังอยู่ในดิน 1 ชุด ประกอบด้วย 3 ถัง

ลักษณะและการก่อสร้างสิ่งประดิษฐ์

1. เตรียมอุปกรณ์และวัสดุ

(ก) อุปกรณ์

- (1) ถังเกรอะ (ปูน) เส้นผ่าศูนย์กลาง 80 ซม. สูง 50 ซม. 10 ท่อ
- (2) ท่อพลาสติก (พีวีซี) ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 3 นิ้ว ยาว 160 ซม. 3 ท่อ (ใช้ทำท่อกกลาง)
- (3) ท่อพลาสติก (พีวีซี) ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.5 นิ้ว ยาว 1 เมตร 4 ท่อ (ใช้นำน้ำเสีย ลงสู่ท่อกกลางของถังเกรอะชุดที่ 2 และ 3) ท่อพลาสติก ผ่าศูนย์กลาง 1 นิ้ว เจาะรูขนาดเล็กเป็นแนวเดียวกัน ระยะห่างรูประมาณ 3 ซม. (เพื่อกระจายน้ำทิ้งจากถัง ที่ 3 ลงสู่พื้นดิน ท่อนี้ฝังอยู่ใต้ดินระดับ 30 ซม.)
- (4) ตะแกรงตาข่ายพลาสติก 2 ผืนๆ ละ 1 x 1 เมตร

(ข) วัสดุ

- (1) แกลบ ประมาณ 300 กิโลกรัม
- (2) ทราขหยาบ ประมาณ 120 กิโลกรัม
- (3) หินก้อนเล็กๆ ประมาณ 120 กิโลกรัม
- (4) ตะกร้อพลาสติก 6 ถุงปุย

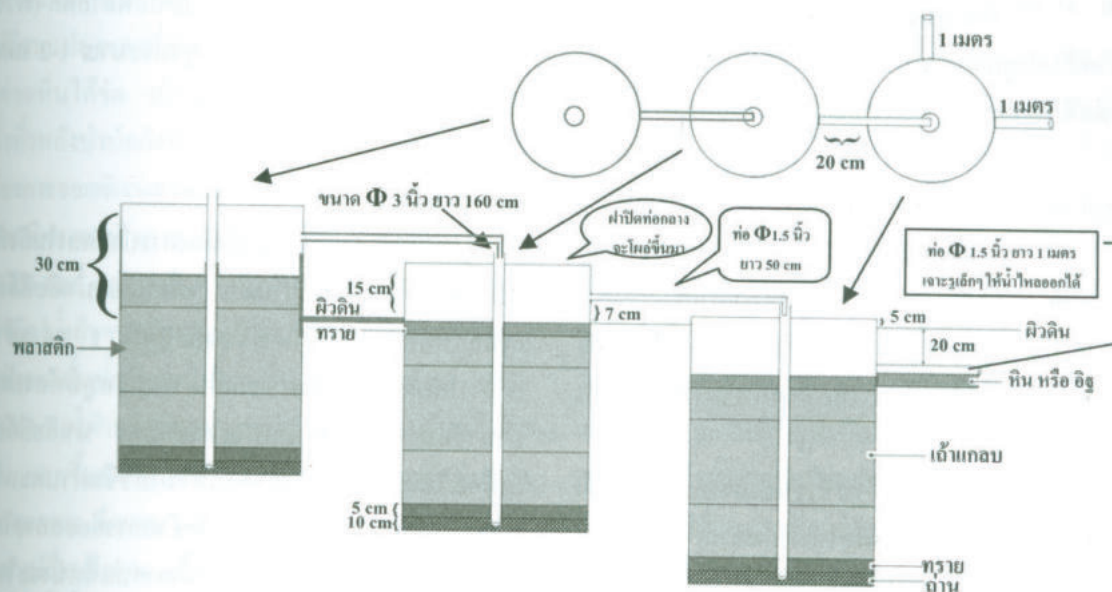
2. การก่อสร้างระบบ

ก. ถังที่ 1

1. ขุดดินให้ลึกลงไปจากผิวดินประมาณ 127 ซม. เส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 100 ซม.
2. เทพื้นคอนกรีตด้านล่างหนา 4 ซม.
3. วางถังเกรอะถังแรกลงไป แล้วเท คอนกรีตที่พื้นอีก 3 ซม. เพื่อให้จับกับปูนชั้นล่าง
4. วางถังเกรอะถังที่สองเพื่อเชื่อมกับถัง แรก ฉาบปูนปิดรอยต่อให้สนิท และวางถังเกรอะถัง ที่สามลงไป ฉาบปูนปิดรอยต่อให้สนิท โดยท่อนบน ควรโผล่เหนือพื้นดิน 30 ซม.
5. เจาะรูด้านข้าง (เส้นผ่าศูนย์กลาง ประมาณ 2 นิ้ว) ของถังเกรอะบนสุดที่ระดับต่ำกว่า ปากถังลงมาประมาณ 10 ซม. เจาะทางด้านติดกับถัง ชุดที่ 2 ไว้ใส่ท่อพีวีซีขนาด 1.5 นิ้ว ยาว 1 เมตร เพื่อ นำน้ำล้นจากถังที่ 1 ลงมาที่ท่อกกลางของถังที่ 2

ข. ถังที่ 2

1. ขุดดินให้ลึกลงไปจากผิวดินประมาณ 142 ซม. เส้นผ่าศูนย์กลาง 100 ซม.
2. เทพื้นคอนกรีตด้านล่างหนา 4 ซม.
3. วางถังเกรอะถังแรกลงไป แล้วเท คอนกรีตที่พื้นอีก 3 ซม. เพื่อให้จับกับปูนชั้นล่าง
4. วางถังเกรอะถังที่สองเพื่อเชื่อมกับถัง แรก ฉาบปูนปิดรอยต่อให้สนิท และวางถังเกรอะถัง ที่สามลงไป ฉาบปูนปิดรอยต่อให้สนิท โดยถังบนควร โผล่เหนือพื้นดิน 15 ซม.
5. เจาะรูด้านข้าง (เส้นผ่าศูนย์กลางประมาณ 2 นิ้ว) ของถังเกรอะบนสุดที่ระดับต่ำกว่าปากถังลงมา ประมาณ 10 ซม. เจาะทางด้านติดกับถังชุดที่ 2 ใส่ ท่อพีวีซี ขนาด 1.5 นิ้ว ยาว 1 เมตร เพื่อนำน้ำล้น จากถังที่ 2 มาลงถึงท่อกกลางของถังที่ 3



รูปที่ 1 ภาพสเกตต์ (ภาพตัดขวาง และภาพตัดบน) ระบบบำบัดน้ำเสีย

ก. ดังที่ 3

1. ขุดดินให้ลึกลงไปจากผิวดินประมาณ 145 ซม. เส้นผ่าศูนย์กลาง 100 ซม.
2. เทพื้นคอนกรีตด้านล่างหนา 4 ซม.
3. วางถังเกรอะลงไปสัมผัสกับพื้นคอนกรีต แล้วเทคอนกรีตที่พื้นอีก 3 ซม. เพื่อให้จับกับพื้นล่าง
4. วางถังเกรอะถังที่สองลงไปแล้วฉาบปูนตรงรอยต่อให้สนิท
5. วางถังเกรอะถังที่สามลงไปแล้วฉาบปูนรอยต่อให้สนิท โดยท่อนบนควรโผล่เหนือพื้นดิน 8 ซม. จากปากถังเกรอะใบที่สามลงไปประมาณ 28 ซม. เจาะรูขนาด 2 นิ้ว 1-3 รู เพื่อใส่ท่อพีวีซี ขนาด 1.5 นิ้ว ที่เจาะรูเล็กๆ ไว้ตลอดแนว ท่อนี้ยาวประมาณ 1 เมตร ท่อเหล่านี้อยู่ใต้ผิวดินลึกประมาณ 20 ซม. โดยวางด้านท่อพีวีซีที่เจาะรูบนพื้นที่ปูด้วยอิฐหรือก้อนหินเล็กๆ (เพื่อให้ น้ำซึมลงหินก่อนลงดิน ป้องกันดินอุดรู) เพื่อกระจายน้ำที่ล้นออกจากระบบลงดิน

- หมายเหตุ 1. ดังที่ 1 อยู่สูงกว่าดังที่ 2 ประมาณ 15 ซม. และดังที่ 2 สูงกว่าดังที่ 3 ประมาณ 7 ซม.
2. จะต้องใช้น้ำปูนข้นผสมน้ำยากันซึม ทาด้านในถังให้ทั่วทุกถัง เพื่อมิให้น้ำเสียซึมรั่วซึมออกจากระบบได้

การบรรจุวัสดุ

ดังที่ 1

- วางท่อพีวีซีใหญ่ตรงกลางถัง เติมหินขนาดเล็กเพื่อยึดให้ท่อตั้งตรงกลาง เติมตะกร้อลงไปจนเกือบเต็มถัง แต่ต้องไม่เกินระดับของท่อน้ำล้นไปถึงที่ 2 ปิดฝาถัง

ดังที่ 2

- ใส่หินก้อนเล็กๆ ลงไป สูงประมาณ 2-3 ซม.
- วางท่อพีวีซี ใหญ่ (เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 นิ้ว สูง 160 ซม.) ตรงกลางถังเติมหินลงไป รอบๆ ถัง ให้หินสูงประมาณ 5 ซม.

- วางแผ่นพลาสติกดาข่าย (ตัดเป็นวงกลม ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับท่อและตัดวงกลมกลางเพื่อให้ท่อพีวีซีลอดได้) ปูแผ่นพลาสติกให้คลุมหินไว้

- ใส่ทรายลงไปประมาณ 30 กก. (สูงประมาณ 15 ซม.) กลิ้งให้เรียบสม่ำเสมอ

- ใส่ถังเกลบหนักประมาณ 150 กก. (สูงประมาณ 130 ซม.) กลิ้งให้เรียบสม่ำเสมอ

- ปูด้วยชั้นทรายประมาณ 3 ซม. (ประมาณ 20 กก.) กลิ้งปิดเกลบ เพื่อป้องกันไม่ให้ถ้ำเกลบลอยขึ้นมา

- ใส่ท่อพีวีซีด้านข้างของถังบนสุดของถังที่ 1 (ให้เอียงเล็กน้อย) เพื่อให้ น้ำล้นจากถังที่ 1 ไหลลงสู่ถังกลางถังที่ 2 ปิดฝาดัง

ถังที่ 3

- ขั้นตอนการใส่วัสดุเหมือนกับถังชุดที่ 2 ปิดฝาดังที่ 3

- เจาะรูฝาดังที่ 1 ใส่ท่อพลาสติก (พีวีซี) ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 1 นิ้ว สูงประมาณ 1-2 เมตร เพื่อระบายกลิ่น

วิธีการบำบัด

เทน้ำเสียสีย้อมเคมีที่ต้องการบำบัดลงในถังพัก ที่มีท่อและก๊อกปรับความเร็ว เพื่อปล่อยน้ำเสียสีย้อมเคมีลงสู่ถังกลางพีวีซีใหญ่ของถังชุดที่ 1 อย่างช้าๆ (ต้องปล่อยให้น้ำเสียสีย้อมเย็นเท่าอุณหภูมิห้องก่อน ถ้าน้ำร้อน จุลชีพในระบบจะตายหมด) น้ำเสียสีย้อมเคมีจะไหลออกปลายท่อด้านล่างแล้วซึมผ่านตะกร้อพลาสติกขึ้นมา จึงจะถูกบำบัดด้วยการย่อยสลายโดยแบคทีเรียแบบไม่ใช้ออกซิเจน น้ำจากบ่อที่หนึ่งจะไหลออกทางท่อด้านข้างลงสู่ถังกลางของถังชุดที่ 2 น้ำจะถูกบำบัดโดยถังเกลบในถังชุดที่ 2 และชุดที่ 3 ในขณะที่ไหลซึมจากล่างขึ้นบน และล้นออกทางท่อที่ต่อไว้เพื่อนำน้ำทิ้งลงกระจ่ายลงผิวดินระดับลึก 15 ซม. ทางท่อด้านข้าง

วิธีการวิเคราะห์

พารามิเตอร์	วิธี / เครื่องมือ *
- ปริมาณสี	Visble Spectrophotometer
- ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางเคมี	Dichromate Method
- ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ	DO 7 days
- ปริมาณของแข็งทั้งหมด	Gravimetric Method
- ปริมาณโลหะ ตะกั่ว แคดเมียม โครเมียม แมงกานีส	Atomic Absorption spectrophotometer
- ปริมาณโลหะ อาร์ซีนิก	Hydride Generation Flow AAS
- ปริมาณโลหะปรอท	Cold Vopour Flow AAS

* ตามคู่มือ Standard Methods for Water and Wastewater Examination Version 2005

ผลการทดลอง

ข้อดีและลักษณะเฉพาะ

ข้อดีของระบบบำบัดน้ำเสียสีย้อมเคมีแบบไม่ใช้พลังงาน (ดังรูปที่ 2) ใช้งานได้สะดวก ผู้ใช้เพียงแต่เทน้ำเสียสีย้อมลงในถังพัก และรอให้น้ำเสียสีย้อมเย็น

เสียก่อน จึงค่อยเปิดก๊อกปล่อยน้ำลงถังบำบัดที่ 1 อย่างช้าๆ เท่านั้น น้ำเสียสีย้อมจะถูกบำบัดอย่างต่อเนื่องจนอยู่ในสภาพน้ำทิ้งตามมาตรฐานอุตสาหกรรม แล้วกระจายสู่พื้นดินที่ระดับความลึกประมาณ 20 ซม. ความร้อนจากแสงแดดจะช่วยให้ น้ำส่วนใหญ่ระเหยสู่อากาศได้

ผู้ใช้นี้จึงไม่ต้องการดูแลบำรุงรักษาแต่อย่างใด การเปลี่ยนแปลงของน้ำเสียเมื่อผ่านถังที่ 1 จะมีสีจางลงอย่างเห็นได้ชัด เนื่องจากเกิดการย่อยสลายของจุลินทรีย์ น้ำทิ้งหลังบำบัดถังที่ 1 ให้ค่าปริมาณสี ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางเคมี (COD) ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ (BOD) ลดลง จากเดิม 82.86, 65.00 และ 65.57% ตามลำดับ เมื่อเทียบกับน้ำก่อนบำบัด น้ำที่ผ่านถังแรกจะไหลลงท่อกลางของถังที่สอง หลังจากนั้นน้ำจะซึมผ่านชั้นเกล็ดของถังชุดที่สองขึ้นมา และผ่านลงท่อกลางของถังชุดที่สามแล้วซึมผ่านชั้นเกล็ดขึ้นมาอีก พบว่า สีและโลหะจะถูกดูดซับด้วยวัสดุเกล็ด ด้วยขบวนการดูดซับแบบกายภาพและการแลกเปลี่ยนไอออน (รัตน มหาชัย และคณะ, 2545) พบว่าน้ำทิ้งหลังบำบัดมีลักษณะใสสีขาวอ่อนๆ (รูปที่ 3) จากข้อมูลการวิเคราะห์น้ำเสียก่อนและน้ำทิ้งหลังบำบัด ผลดังแสดงตารางที่ 1 พบว่า ค่าปริมาณสี ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ และปริมาณความ

ต้องการออกซิเจนทางเคมี ลดลง ร้อยละ 94.74 และ 93.34 ตามลำดับ และค่าปริมาณของแข็งละลาย และปริมาณของแข็งทั้งหมด ลดลง 82.92 และ 96.16% ตามลำดับ นอกจากนี้ ค่าปริมาณโลหะหนักที่มีพิษบางตัว ได้แก่ ตะกั่ว แมงกานีส โครเมียม แคดเมียมปรอท และอาร์ซีนิก ลดลง 100.00, 100.00, 60.34, 100.00, 86.00 และ 100.00 % ตามลำดับ และน้ำทิ้งหลังบำบัดผ่านเกณฑ์มาตรฐานน้ำทิ้งอุตสาหกรรมและซึมลงดินในระดับใกล้เคียงดิน แสงแดดจะช่วยระเหยน้ำออกไป จะไม่มีปัญหากับน้ำใต้ดินและเมื่อวัสดุหมดอายุการใช้งาน ตะกร้อพลาสติกก็นำมาทำความสะอาดแล้วนำมาใช้ใหม่ ส่วนวัสดุเกล็ดสามารถนำไปผสมกับเศษถ่านที่บดละเอียดและผสมดินปริมาณเล็กน้อยทำเป็นแท่งตากแห้งแล้วนำไปใช้เป็นเชื้อเพลิง หรือนำมาผสมปูนซีเมนต์เพื่อเทพื้นหรือทำอิฐบล็อกใช้งานได้อีก

ตารางที่ 1 แสดงผลการวิเคราะห์พารามิเตอร์น้ำทิ้งจากระบบบำบัด 3 ถัง

ค่าปริมาณ				
พารามิเตอร์	ผลการวิเคราะห์	ค่ามาตรฐาน	ผ่าน ✓ / ไม่ผ่าน ✗	
ปริมาณสี (มิลลิกรัมต่อลิตร)	92.05±0.70	ไม่พึงรังเกียจ	✓	
ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางเคมี (มิลลิกรัมต่อลิตร)	116.84±1.31	> 400	✓	
ปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ (มิลลิกรัมต่อลิตร)	40.95±0.97	> 200	✓	
ปริมาณของแข็งละลาย (มิลลิกรัมต่อลิตร)	35.52±0.64	3000-5000	✓	
ปริมาณของแข็งทั้งหมด (มิลลิกรัมต่อลิตร)	21.96±0.48	ไม่กำหนด	ไม่กำหนด	
ปริมาณโลหะตะกั่ว (มิลลิกรัมต่อลิตร)	ตรวจไม่พบ	> 0.2	✓	
ปริมาณโลหะแมงกานีส (มิลลิกรัมต่อลิตร)	ตรวจไม่พบ	> 5	✓	
ปริมาณโลหะโครเมียม (มิลลิกรัมต่อลิตร)	0.0928±0.001	> 0.75	✓	
ปริมาณโลหะแคดเมียม (มิลลิกรัมต่อลิตร)	ตรวจไม่พบ	> 0.03	✓	
ปริมาณโลหะปรอท (มิลลิกรัมต่อลิตร)	0.0014±0.000	> 0.05	✓	
ปริมาณโลหะอาร์ซีนิก (มิลลิกรัมต่อลิตร)	ตรวจไม่พบ	> 0.25	✓	



รูปที่ 2 ระบบบำบัดน้ำเสียชนิดดั้งเดิมที่บ้านทอไหมมัดหมี่ อ. ชนบท จ.ขอนแก่น (บ้านนางแดง จ้างพิพัฒน์)



รูปที่ 3 เปรียบเทียบสีของน้ำตัวอย่างเสียก่อนและหลังบำบัด

บทสรุป

เมื่อประเมินสมบัติเบื้องต้นของระบบบำบัด
ได้แก่ ลักษณะการก่อสร้างระบบบำบัด วัสดุ วิธี

การใช้งาน และอายุการใช้งาน เปรียบเทียบของระบบ
บำบัดแบบดั้งเดิม (แบบเดิม) กับแบบ 3 ถึง (ที่ได้
พัฒนาและปรับปรุง) ได้ข้อสรุปดังนี้

ข้อมูลที่ใช้เปรียบเทียบ	แบบดั้งเดิม (แบบเดิม) (รัตนา มหาชัย และคณะ, 2545)	แบบ 3 ถึง (แบบพัฒนาและปรับปรุง) (รัตนา มหาชัย และคณะ, 2550)
วัสดุก่อสร้าง	- ดั้งกระละ 3 ถึง - แกลบ 150 กก.	- ดั้งกระละ 10 ถึง ใช้วัสดุมากขึ้นกว่าเดิม - ตะกร้อพลาสติกหรือก้อนอิฐมอญเล็ก ๆ และ แกลบ 300 กก. (แกลบ เก็บจากโรงสี)
ลักษณะก่อสร้าง	ฝังในดิน ไม่มีถังพักน้ำเสียเสียก่อน ก่อนบำบัด	ฝังในดิน และมีถังพักน้ำเสียเสียก่อนบำบัด
วิธีการใช้งาน	ต้องทำ 2 ขั้นตอน คือ แช่ว้ดด้วย แกลบ 7 วัน แล้วนำส่วนใสไว้ใน ระบบบำบัดต่อไป	ทำขั้นตอนเดียวโดยเทน้ำเสียที่จะบำบัดลงใน ถังพักซึ่งมีก๊อกรวบรวมการไหลของน้ำลงในถัง ชุดแรกอย่างช้าๆ ทำให้ใช้งานได้สะดวกขึ้น

ข้อมูลที่ใช้เปรียบเทียบ	แบบดั้งเดิม (แบบเดิม) (รัตนา มหาชัย และคณะ, 2545)	แบบ 3 ถัง (แบบพัฒนาและปรับปรุง) (รัตนา มหาชัย และคณะ, 2550)
การก่อสร้าง	ชาวบ้านทำเองได้	ชาวบ้านทำเองได้
พลังงาน	ไม่ต้องใช้พลังงานไฟฟ้า	ไม่ต้องใช้พลังงานไฟฟ้า
ปริมาณน้ำบำบัด	ปริมาณน้อยเหมาะกับการข้อมใน ครัวเรือนเดียว	ปริมาณมาก เหมาะกับการข้อมเส้นไหมรวมกลุ่ม
ราคาต่อชุด	1,000 บาท	5,000 บาท
อายุการใช้งานต่อวัสดุดูดซับ หมดประสิทธิภาพ	1.63 ปี หรือประมาณ 2 ปี (คำนวณ จากการบำบัดน้ำสีขุ่น 2000 mg/l เทเดือนละ 2 ครั้งๆ ละ 40 ลิตร	21.70 ปี หรือประมาณ 22 ปี (คำนวณจากข้อมูล เดียวกัน) แต่ถ้าไม่มีถังที่ 1 (ถังหมัก) จะใช้งาน ได้เพียงประมาณ 3.25 ปี หรือประมาณ 4 ปี

ผลการประเมินประสิทธิภาพของระบบบำบัดฟาร์มิเตอร์น้ำทิ้งตามวิธีการ standard method of water and wastewater (2005) ของฟาร์มิเตอร์ต่างๆ เปรียบเทียบกับข้อมูลเดิม ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 แสดงการเปรียบเทียบผลการวิเคราะห์ฟาร์มิเตอร์น้ำทิ้งจากระบบบำบัดแบบ 1 ถัง (แบบเดิม) และแบบ 3 ถัง (ที่ปรับปรุง) ข้อมูลเป็นร้อยละการลดลง

ฟาร์มิเตอร์	ค่าปริมาณร้อยละการลดลง ของระบบถังบำบัด	
	แบบ 1 ถัง (แบบเดิม)	แบบ 3 ถัง
ค่าปริมาณสี	90.77	94.74
ค่าปริมาณความต้องการออกซิเจนทางเคมี (COD)	90.50	93.34
ค่าปริมาณความต้องการออกซิเจนทางชีวภาพ (BOD)	57.14	94.84
ค่าปริมาณของแข็งทั้งหมด	76.92	96.16
ค่าปริมาณโลหะตะกั่ว	36.04	100.00
ค่าปริมาณโลหะแคดเมียม	28.81	100.00
ค่าปริมาณโลหะโครเมียม	92.70	60.34
ค่าปริมาณโลหะแมงกานีส	47.21	100.00
ค่าปริมาณโลหะปรอท	35.10	86.00
ค่าปริมาณโลหะอาร์ซีนิก	21.71	100.00
อายุใช้งาน (ปี)	2	22

หมายเหตุ ข้อมูลแบบ 1 ถังได้จากชุดที่ติดตั้งที่บ้านสวาช อำเภอมือง จังหวัดสุรินทร์ (สร้างเมื่อเดือนมกราคม 2549)

จากข้อมูลได้ข้อสรุปว่า ระบบบำบัดน้ำเสีย
สีย้อมที่ได้พัฒนาปรับปรุงขึ้นมีประสิทธิภาพสูงกว่า
เพราะสามารถลดค่าของพารามิเตอร์ต่าง ๆ เช่น ค่าสี
ค่า COD และ BOD ได้มากกว่า 90% และทุกพารามิเตอร์
ที่ทำการศึกษาผ่านเกณฑ์ค่ามาตรฐานน้ำทิ้งจาก
โรงงานอุตสาหกรรมแห่งประเทศไทย ระบบที่
พัฒนาขึ้นนี้ใช้งานสะดวกและมีอายุการใช้งานยาวนาน
กว่าประมาณ 10 เท่าเมื่อเทียบกับแบบเดิม

เอกสารอ้างอิง

- รัตนา มหาชัย, ทิพวัลย์ คำเหม็ง, ชุติมา คู่อุ่มทร, นาท ภูวงศ์ผา และ ชาญเชาว์ พร้อมราษฎร์ (2545).
การกำจัดสีย้อมในน้ำทิ้งด้วยวัสดุแลกเปลี่ยนไอออน รายงานวิจัยมหาวิทยาลัยขอนแก่น
- รัตนา มหาชัย, ทิพวัลย์ คำเหม็ง, ชุติมา คู่อุ่มทร, นาท ภูวงศ์ผา และ ชาญเชาว์ พร้อมราษฎร์ (2548).
ถังบำบัดน้ำเสียสีย้อมเคมี มหาวิทยาลัยขอนแก่น รายงานวิจัยทุน สวทช.
- รัตนา มหาชัย, ทิพวัลย์ คำเหม็ง, ชุติมา คู่อุ่มทร, นาท ภูวงศ์ผา และ ชาญเชาว์ พร้อมราษฎร์ (2550).
ระบบบำบัดน้ำเสียสีย้อม แบบอยู่กับที่ประสิทธิภาพสูง ราคาประหยัด รายงานวิจัยทุน สวทช.

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ ภาควิชาเคมี คณะ
วิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ที่ให้ใช้สารเคมี
อุปกรณ์ และเครื่องมือ และขอขอบคุณ สวทช. ที่ให้ทุน
อุดหนุน และงานวิจัยนี้กำลังอยู่ระหว่างการดำเนินการ
จดอนุสิทธิบัตร



การสำรวจเบื้องต้นของพืชวงศ์กล้วยไม้
ในอุทยานแห่งชาติภูเรือ จังหวัดเลย
Preliminary Survey of the Family Orchidaceae
in Phu Rua National Park, Loei Province

วรชาติ โตแก้ว² ประนอม จันทรโณทัย^{1*} และอัจฉรา ธรรมถาวร¹

บทคัดย่อ

การสำรวจเบื้องต้นพืชวงศ์กล้วยไม้ในอุทยานแห่งชาติภูเรือ จังหวัดเลย ระหว่างปี พ.ศ. 2547-2548 พบกล้วยไม้จำนวน 47 สกุล 112 ชนิด สกุลที่พบจำนวนมากที่สุด คือ สกุลหวาย (*Dendrobium* Sw.) มี 23 ชนิด และพบกล้วยไม้ที่จัดอยู่ในกลุ่มที่เสี่ยงต่อการสูญพันธุ์ 6 ชนิด ได้แก่ เอื้องน้ำคั้น (*Calanthe cardioglossa* Schltr.) เอื้องเมี่ยง (*Dendrobium devonianum* Paxton) คุบหมูปมดลัน (*Habenaria humistrata* Rolfe ex Downie) กล้วยป่าระเนก (*Liparis regnieri* Finet) อีวตีนกบ (*Pecteilis susanae* (L.) Raf.) และสามปอยคอง (*Vanda denisoniana* Benson & Rchb.f.)

Abstract

A preliminary survey on the family Orchidaceae at Phu Rua National Park, Loei province was studied between 2004-2005. Forty-seven genera and 112 species are enumerated. *Dendrobium* Sw. is the most common genus in the park with 23 species, six species are threatened; *Calanthe cardioglossa* Schltr., *Dendrobium devonianum* Paxton, *Habenaria humistrata* Rolfe ex Downie, *Liparis regnieri* Finet, *Pecteilis susanae* (L.) Raf. and *Vanda denisoniana* Benson & Rchb.f.

คำสำคัญ: กล้วยไม้ อุทยานแห่งชาติภูเรือ

Keywords : Orchidaceae, Phu Rua National Park

¹ ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อ.เมือง จ.ขอนแก่น 40002

² ศูนย์วิจัยอนุกรมวิธานประยุกต์ ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อ.เมือง จ.ขอนแก่น 40002

* corresponding author, E-mail: pranom@kku.ac.th

บทนำ

ประเทศไทยตั้งอยู่ในเขตร้อนชื้นซึ่งมีความหลากหลายของสิ่งมีชีวิต โดยเฉพาะพืชวงศ์กล้วยไม้ ซึ่งมีรายงานไว้มากถึง 1,200 ชนิด และบางชนิดพบเฉพาะในประเทศไทย (อบฉันท ไททอง และ ชุมพล คุณวาสี, 2543; Thaitong, 1999) แต่พื้นที่ป่าซึ่งเป็นแหล่งอาศัยที่สำคัญของกล้วยไม้กลับลดลง ในปี พ.ศ. 2542 ประเทศไทยมีพื้นที่ป่าลดลงเหลือร้อยละ 25.28 ของพื้นที่ทั้งหมดของประเทศ ในปัจจุบันเชื่อว่า พื้นที่ป่าที่สมบูรณ์เหลืออยู่เฉพาะในพื้นที่เขตรักษาพันธุ์สัตว์ป่า วนอุทยาน และอุทยานแห่งชาติ (สำนักงานเลขาธิการคณะกรรมการพิจารณาการดำเนินการเกี่ยวกับความหลากหลายทางชีวภาพด้านป่าไม้, 2542)

อุทยานแห่งชาติภูเรือ มีพื้นที่ทั้งหมด 120.84 ตารางกิโลเมตร (75,525 ไร่) มีความหลากหลายของสิ่งมีชีวิตโดยมีสภาพภูมิอากาศ ชนิดของดิน และความลึกของหน้าดินเป็นตัวกำหนด บนยอดภูเขาสูงมีอากาศหนาวเย็นตลอดทั้งปี ระดับความลึกของดินในช่วงความสูงตั้งแต่ 1,000 เมตรจากระดับน้ำทะเลขึ้นไป สังคมพืชส่วนใหญ่เป็นป่าดิบเขา (Hill evergreen forest) และป่าสนเขา (Pine forest) พื้นที่ที่อยู่ต่ำลงมาจะเป็นป่าดิบแล้ง (Dry evergreen forest) ป่าผสมผลัดใบ (Mixed deciduous forest) และป่าเต็งรัง (Dry dipterocarp forest) สำหรับพื้นที่ที่ดินตื้นมากและมีหินโผล่จำนวนมาก จะมีต้นไม้แคระแกรน เตี้ย เป็นสังคมพืชป่าเต็งรังแคระ (สำนักบริหารจัดการในพื้นที่ป่าอนุรักษ์ 10, ม.ป.ป.) Thaitong (1999) รายงานชนิดพืชวงศ์กล้วยไม้ที่พบในประเทศไทย ในจำนวนนี้มีกล้วยไม้ที่พบในอุทยานแห่งชาติภูเรือ 10 ชนิด คือ *Anoectochilus roxburghii*, *Bulbophyllum nigrescens*, *B. siamense*, *Dendrobium unicum*, *Drymoda gymnopus*, *Eria cristata*, *E. discolor*, *Pholidota recurva*, *Trichotosia dasyphylla* และ *Zeuxine affinis* เมื่อเปรียบเทียบกับจำนวนชนิดกล้วยไม้ที่มีรายงานพบในเขตรักษาพันธุ์สัตว์ป่าภูหลวงและอุทยานแห่งชาติภูกระดึงซึ่งอยู่ในจังหวัดเดียวกัน ซึ่งมีรายงานไว้ 104

ชนิด และ 106 ชนิด ตามลำดับ พบว่า มีจำนวนน้อยมาก จึงควรที่จะมีการศึกษาความหลากหลายของชนิดกล้วยไม้ในพื้นที่เพื่อให้ได้ข้อมูลที่ถูกต้องและการจัดการอนุรักษ์ที่เหมาะสมต่อไป

วิธีการวิจัย

ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง สืบค้นพืชวงศ์กล้วยไม้ในเขตอุทยานแห่งชาติภูเรือ ระหว่างเดือนมกราคม พ.ศ. 2547 ถึงธันวาคม พ.ศ. 2548 เดือนละ 1 ครั้ง ถ่ายภาพ บันทึกลักษณะทางสัณฐานวิทยาของกล้วยไม้ที่พบ และระบุชื่อวิทยาศาสตร์ โดยจำแนกวงศ์ย่อยตามระบบของ Thaitong (1999) และใช้รูปวิธานระบุชนิดของ Larsen & de Vogel (1972) และ Seidenfaden (1975a, 1975b, 1975c, 1976, 1977, 1978a, 1978b, 1979, 1980, 1982, 1983, 1985, 1986 และ 1988)

ผลการวิจัย

จากการสำรวจกล้วยไม้ในอุทยานแห่งชาติภูเรือ พบกล้วยไม้จำนวน 47 สกุล 112 ชนิด จำแนกเป็น 6 วงศ์ย่อย (ตารางที่ 1, รูปที่ 1) ดังนี้ วงศ์ย่อย Apostasioideae พบ 1 สกุล 1 ชนิด วงศ์ย่อย Neottioideae พบ 4 สกุล 4 ชนิด วงศ์ย่อย Orchidoideae พบ 3 สกุล 8 ชนิด วงศ์ย่อย Epidendroideae พบ 20 สกุล 70 ชนิด วงศ์ย่อย Vandoideae พบ 19 สกุล 29 ชนิด และไม่พบกล้วยไม้ที่อยู่ในวงศ์ย่อย Cypripedioideae

ตารางที่ 1 ชนิดของกล้วยไม้และประเภทของป่าที่เป็นแหล่งอาศัย

วงศ์ย่อยและชื่อวิทยาศาสตร์	ชื่อไทย	ประเภทของป่า
1. วงศ์ย่อย Apostasioideae - <i>Apostasia wallichii</i> R.Br.	ตานขโมย	ป่าดิบแล้ง
2. วงศ์ย่อย Neottioideae - <i>Anoectochilus roxburghii</i> (Wall.) Lindl. - <i>Aphyllorchis caudata</i> Rolfe ex Downie - <i>Hetaeria rubens</i> (Lindl.) Benth. ex Hook.f. - <i>Zeuxine affinis</i> (Lindl.) Benth. ex Hook.f.	ว่านน้าทอง เอื้องแฝง เอื้องดินคอกกล้วย เอื้องดินน้อยปากกาง	ป่าดิบแล้ง ป่าดิบแล้ง ป่าดิบแล้ง ป่าดิบเบญจพรรณ
3. วงศ์ย่อย Orchidoideae - <i>Habenaria dentata</i> (Sw.) Schltr. - <i>H. humistrata</i> Rolfe ex Downie - <i>H. lucida</i> Wall. ex Lindl. - <i>H. malintana</i> (Blanco) Merr. - <i>H. rhodocheila</i> Hance - <i>Pecteilis susannae</i> (L.) Raf. - <i>Peristylus lacertiferus</i> (Lindl.) J.J.Sm. - <i>P. tentaculatus</i> J.J.Sm.	นางอ้วนน้อย ตูปหมอบมดล้น ตุล เอื้องหอมเคย นางอ้วนน้อย ปัดแดง นางอ้ว - -	ป่าดิบเบญจพรรณ ป่าสน หุบหญ้า ป่าเบญจพรรณ ป่าเบญจพรรณ ป่าเบญจพรรณ ป่าสน ป่าเต็งรัง หุบหญ้า หุบหญ้า หุบหญ้า
4. วงศ์ย่อย Epidendroideae <i>Anthogonium gracile</i> Wall. ex Lindl. <i>Appendicula cornuta</i> Blume <i>Bulbophyllum affine</i> Lindl. <i>B. blepharistes</i> Rchb.f. <i>B. hirtum</i> (J.E. Sm.) Lindl. <i>B. morphologorum</i> Kraenzl. <i>B. nigrescens</i> Rolfe <i>B. odoratissimum</i> (J.F.Sm.) Lindl. <i>B. orientale</i> Seidenf. <i>B. parviflorum</i> C.S.P.Parish & Rchb.f. <i>B. siamense</i> Rchb.f. <i>B. spatulatum</i> (Rolfe ex E.Cooper) Seidenf.	ว่านพร้าว หางเมงเงา สิงโตงาม สิงโตสมอหิน เอื้องขนตาสิงโต สิงโตรวงข้าว สิงโตดำ สิงโตโคมไฟ สิงโตรวงทอง สิงโตรวงข้าวน้อย สิงโตสยาม สิงโตซ้อนทอง	ป่าดิบเบญจพรรณ ป่าดิบแล้ง ป่าเต็งรัง ป่าเต็งรัง ลานหิน ป่าดิบแล้ง ป่าสน ป่าเบญจพรรณ ป่าดิบแล้ง ป่าดิบแล้ง ป่าดิบแล้ง ป่าสน ลานหิน ป่าดิบแล้ง ป่าดิบแล้ง

วงศ์ย่อยและชื่อวิทยาศาสตร์	ชื่อไทย	ประเภทของป่า
4. วงศ์ย่อย Epidendroideae (ต่อ)		
<i>Bulbophyllum wallichii</i> Rchb.f.	สิงโตใบพาย	ป่าสน ป่าเต็งรัง
<i>Calanthe cardioglossa</i> Schltr.	เอื้องน้ำคั้น	ป่าดิบแล้ง
<i>Calanthe triplicata</i> (Willemet) Ames	เอื้องข้าวดอก	ป่าดิบแล้ง
<i>Coelogyne flavida</i> Wall. ex Lindl.	เอื้องเทียนหนู	ป่าสน
<i>C. fuscescens</i> Lindl. var. <i>brunnea</i> (Lindl.) Lindl.	เอื้องเทียนส้ม	ป่าดิบแล้ง
<i>C. lactea</i> Rchb.f.	เอื้องเทียนน้อย	ป่าเบญจพรรณ
<i>C. lentiginosa</i> Lindl.	เอื้องเทียนปากลาย	ป่าดิบแล้ง
<i>Dendrobium acinaciforme</i> Roxb.	เอื้องชอดสร้อย	ป่าเบญจพรรณ
<i>D. aphyllum</i> (Roxb.) C.E.C.Fisch.	เอื้องสายล่องแล้ง	ป่าเบญจพรรณ
<i>D. bellatulum</i> Rolfe	เอื้องแฉะคอกปูช	ป่าดิบแล้ง
<i>D. capillipes</i> Rchb.f.	เอื้องคำปือก	ป่าดิบแล้ง
<i>D. christyanum</i> Rchb.f.	เอื้องแฉะภูกระดิง	ป่าดิบแล้ง ป่าสน
<i>D. chrysotoxum</i> Lindl.	เอื้องคำ	ป่าเบญจพรรณ
<i>D. compactum</i> Rolfe ex W. Hackett	เอื้องข้าวดอก	ป่าเบญจพรรณ
<i>D. delacourii</i> Guill.	เอื้องดอกมะขาม	ป่าสน
<i>D. devonianum</i> Paxton	เอื้องเมี่ยง	ป่าดิบแล้ง
<i>D. dixanthum</i> Rchb.f.	เอื้องคำปอน	ป่าสน
<i>D. draconis</i> Rchb.f.	เอื้องเงิน	ป่าสน
<i>D. ellipsophyllum</i> Tang & F.T.Wang	เอื้องทอง	ป่าดิบเบญจพรรณ
<i>D. fimbriatum</i> Hook.	แวมชุรา	ป่าสน
<i>D. gratiosissimum</i> Rchb.f.	เอื้องกึ่งคำ	ป่าดิบแล้ง ป่าดิบเบญจพรรณ
<i>D. henryi</i> Schltr.	เอื้องสุริยัน	ป่าดิบแล้ง
<i>D. heterocarpum</i> Wall. ex. Lindl.	เอื้องสีตาล	ป่าดิบแล้ง
<i>D. lindleyi</i> Steud.	เอื้องผึ้ง	ป่าสน ป่าดิบเบญจพรรณ
<i>D. pulchellum</i> Roxb. ex Lindl.	เอื้องช้างน้ำว	ป่าดิบเบญจพรรณ
<i>D. salaccense</i> (Blume) Lindl.	เอื้องใบไผ่	ป่าดิบแล้ง
<i>D. senile</i> C.S.P.Parish & Rchb.f.	เอื้องชะนี	ป่าดิบแล้ง
<i>D. signatum</i> Rchb.f.	เอื้องดินเป็ด	ป่าดิบแล้ง
<i>D. thyrsiflorum</i> Rchb.f. ex André	ม่อนไข่ใบมน	ป่าดิบแล้ง
<i>D. unicum</i> Seidenf.	เอื้องครึ่งแสด	ป่าดิบแล้ง

วงศ์ย่อยและชื่อวิทยาศาสตร์	ชื่อไทย	ประเภทของป่า
4.วงศ์ย่อย Epidendroideae (ต่อ)		
<i>Drymoda gymnopus</i> (Hook.f.) Garay, Hamer & Siegerist	เอื้องคำดอกสร้อย	ป่าดิบแล้ง
<i>Epigeneium amplum</i> (Lindl.) Summerh.	กระเจียง	ลานหิน
<i>Eria amica</i> Rchb.f.	เอื้องน่ม	ลานหิน
<i>E. cristata</i> Rolfe	เอื้องน่มภู	ป่าสน ป่าดิบแล้ง
<i>E. discolor</i> Lindl.	เอื้องดาลหิน	ป่าดิบแล้ง ลานหิน
<i>E. globulifera</i> Seidenf.	-	ป่าดิบแล้ง
<i>E. lasiopetala</i> (Willd.) Ormerod	เอื้องคำหิน	ลานหิน
<i>E. muscicola</i> (Lindl.) Lindl.	เอื้องน่มตาข่าย	ป่าดิบแล้ง
<i>E. paniculata</i> Lindl.	ทำทาน	ป่าดิบแล้ง
<i>E. pannea</i> Lindl.	เอื้องน้วนาง	ป่าดิบแล้ง
<i>E. siamensis</i> Schltr.	เอื้องแปรงสีฟัน	ป่าดิบแล้ง
<i>Gastrodia exilis</i> Hook.f.	เอื้องกลีบติด	ป่าดิบแล้ง
<i>Liparis bootanensis</i> Griff.	เอื้องปากตู้	ป่าดิบแล้ง
<i>L. gibbosa</i> Finet	เอื้องกลีบม้วนดอกส้ม	ป่าดิบแล้ง
<i>L. paradoxa</i> (Lindl.) Rchb.f.	เอื้องกลีบม้วน	ทุ่งหญ้า
<i>L. regneri</i> Finet	หญ้าเปราะนก	ป่าดิบแล้ง
<i>L. sutepensis</i> Rolfe ex Downie	เอื้องมรกต	ป่าสน ป่าเบญจพรรณ ทุ่งหญ้า
<i>L. viridiflora</i> (Blume) Lindl.	เอื้องดอกหญ้า	ป่าดิบแล้ง
<i>Nephelaphyllum pulchrum</i> Blume	ซ่อนแอบ	ป่าดิบแล้ง
<i>Nervilia crocifformis</i> (Zoll. & Moritizi) Seidenf.	เอื้องใบบัวบก	ป่าเบญจพรรณ
<i>Oberonia mucronata</i> (D.Don) Ormerod & Seidenf.	เอื้องแพนใบมีด	ป่าดิบแล้ง
<i>Panisea uniflora</i> Lindl.	เอื้องรกรง	ป่าดิบแล้ง
<i>Pholidota articulata</i> Lindl.	เอื้องลำด่อ	ป่าสน
<i>P. imbricata</i> Hook.	เอื้องกาบดอก	ป่าดิบแล้ง
<i>P. recurva</i> Lindl.	เอื้องต่อลำเหลี่ยม	ป่าสน ป่าเบญจพรรณ
<i>Spathoglottis affinis</i> de Vriese	เหลืองพิสมร	ทุ่งหญ้า
<i>Tainia angustifolia</i> (Lindl.) Benth. & Hook.f.	เอื้องสีลา	ป่าเบญจพรรณ
<i>Trichotisia dasyphylla</i> (C.S.P.Parish & Rchb.f.) Kraenzl.	เอื้องเบี้ยไม้ใบขน	ป่าดิบแล้ง

วงศ์ย่อยและชื่อวิทยาศาสตร์	ชื่อไทย	ประเภทของป่า
5.วงศ์ย่อย Vandoideae		
<i>Acropsis indica</i> Wight	เอื้องนมหนู	ป่าเต็งรัง
<i>Aerides falcata</i> Lindl. & Paxton	เอื้องกุหลาบกระเป่าเปิด	ป่าเบญจพรรณ
<i>A. multiflora</i> Roxb.	มาลัยแดง	ป่าเบญจพรรณ
<i>Ascocentrum miniatum</i> (Lindl.) Schltr.	เอื้องเข็มแสด	ป่าเต็งรัง
<i>Bromheadia aporoides</i> Rchb.f.	เอื้องโรย	ป่าเต็งรัง
<i>Chiloschista parishii</i> Seidenf.	พญาไร้ใบ	ป่าเบญจพรรณ
<i>Cleisomeria lanatum</i> (Lindl.) Lindl. ex G.Don	เขี้ยวเสื่อลาย	ป่าเบญจพรรณ
<i>Cleisostoma areitinum</i> (Rchb.f.) Garay	เขาแพะ	ป่าเบญจพรรณ
<i>C. fuerstenbergianum</i> Kraenzl.	ก้างปลา	ป่าเต็งรัง
<i>C. racemiferum</i> (Lindl.) Garay	เอื้องข่มมะม่วง	ป่าดิบแล้ง
<i>Cymbidium aloifolium</i> (L.) Sw.	กะระกะร้อน	ป่าเบญจพรรณ
<i>C. ensifolium</i> (L.) Sw.	นางคำ	ป่าดิบแล้ง
<i>C. lancifolium</i> Hook.	-	ป่าดิบแล้ง
<i>Diploprora championii</i> (Lindl.) Hook.f.	เอื้องปากแฉก	ป่าดิบแล้ง
<i>Doritis pulcherrima</i> Lindl.	ม้าวัง	ลานหิน
<i>Eulophia andamanensis</i> Rchb.f.	หมูกิ่ง	ป่าเบญจพรรณ
<i>E. macrobulbon</i> (C.S.P.Parish & Rchb.f.) Hook.f.	ว่านอึ่ง	ป่าเบญจพรรณ
<i>E. spectabilis</i> (Dennst.) Suresh	ว่านหัวครุ	ป่าเบญจพรรณ
<i>Luisia curtisii</i> Seidenf.	ขอชิง	ป่าเบญจพรรณ
<i>Lu. thailandica</i> Seidenf.	เอื้องลิ้นคำใหญ่	ป่าเบญจพรรณ
<i>Ornithochilus difformis</i> (Will. ex Lindl.) Schltr.	สร้อยทอง	ป่าดิบแล้ง
<i>Polystachya concreta</i> (Jacq.) Garay & Sweet	หวายเขียว	ป่าสน
<i>Rhynchostylis coelestis</i> (Rchb.f.) Rchb.f. ex H.J.Veitch	เอื้องเขาแกะ	ป่าเบญจพรรณ
<i>Sarcoglyphis mirabilis</i> (Rchb.f.) Garay	เอื้องพวงพลอย	ป่าเบญจพรรณ
<i>Schoenorchis gemmata</i> (Lindl.) J.J. Sm.	เอื้องมณีน้อย	ป่าสน
<i>Thrixspermum centipeda</i> Lour.	กระด่ายหูเดียว	ป่าดิบแล้ง ป่าเบญจพรรณ
<i>Vanda denisoniana</i> Benson & Rchb.f.	เอื้องสามปอยคง	ป่าดิบแล้ง
<i>V. lilacina</i> Teijsm. & Binn.	เข็มขาว	ป่าเบญจพรรณ
<i>V. liouvillei</i> Finet	สามปอยหางปลา	ป่าเบญจพรรณ



รูปที่ 1 กล้วยไม้ในอุทยานแห่งชาติภูเรือ (ก) เอื้องน้ำตัน (*Calanthe cardioglossa*) (ข) เอื้องแจ๊ะ (*Dendrobium christyanum*) (ค) เอื้องเมี่ยง (*Dendrobium devonianum*) (ง) เอื้องสีตาล (*Dendrobium heterocarpum*) (จ) เอื้องตาลหิน (*Eria lasiopetala*) (ฉ) เอื้องบายศรี (*Eria lasiopetala*) (ช) เอื้องน่มตาข่าย (*Eria muscicola*) (ซ) ดุบบมุดมดลัน (*Habenaria humistrata*) (ณ) หญาเปราะนง (*Liparis regnierii*) (ญ) เอื้องมรกด (*Liparis sutepensis*) (ฎ) เอื้องรกรง (*Panisia uniflora*) (ฏ) นางอ้ว (*Pecteilis susanae*) (ฐ) เอื้องต่อลำเหลี่ยม (*Pholidota recurva*) (ฑ) เหลืองพิสมร (*Spathoglottis affinis*) (ฒ) เอื้องเบี้ยไม้ใบจน (*Tichotisia dasyphylla*) และ (ณ) เอื้องสามปอยหลวง (*Vanda denisoniana*)

สรุปและวิจารณ์ผลการวิจัย

พบพืชวงศ์กล้วยไม้ในเขตอุทยานแห่งชาติกุเรอเพิ่มเติมจากรายงานชนิดกล้วยไม้ในประเทศไทยของ Thaitong (1999) จำนวน 102 ชนิด และมีจำนวนใกล้เคียงกับจำนวนชนิดกล้วยไม้ในอุทยานแห่งชาติภูกระดึง และเขตรักษาพันธุ์สัตว์ป่าภูหลวงที่มีรายงานไว้โดย Thaitong (1999) ซึ่งมีพื้นที่มากกว่า คือ 348 ตารางกิโลเมตร และ 897 ตารางกิโลเมตร ตามลำดับ แสดงให้เห็นว่า พื้นที่ป่าที่สำคัญของประเทศไทยยังต้องการการศึกษาความหลากหลายทางชีวภาพอีกมาก และจากการสำรวจเบื้องต้นครั้งนี้พบกล้วยไม้หายากและเสี่ยงต่อการสูญพันธุ์ 6 ชนิด ได้แก่ เอื้องน้ำตัน (*Calanthe cardioglossa*) เอื้องสายม่านพระอินทร์ (*Dendrobium devonianum*) คุบหมอบมดลั่น (*Habenaria humistrata*) กล้วยไม้ประณก (*Liparis regnierii*) นางอ้ว (*Pecteilis susannae*) และสามปอยคง (*Vanda denisoniana*) (Pooma et al., 2005) กล้วยไม้ที่พบส่วนใหญ่มีจำนวนน้อย มีบางชนิดที่มีจำนวนค่อนข้างมาก และพบทั่วไป เช่น เอื้องบายศรี (*Eria lasiopetala*) เอื้องค้อลำเหลื่อม (*Pholidota recurva*) และ เหลือง-พิสมร (*Spathoglottis affinis*) เป็นต้น โดยอาจมีสาเหตุมาจากไฟป่า ซึ่งเกิดขึ้นเป็นประจำทุกปีและมีแนวโน้มที่สูงขึ้น (สำนักบริหารจัดการในพื้นที่ป่าอนุรักษ์ 8, ม.ม.ป.) เนื่องมาจากการเผาป่า สภาพอากาศที่ร้อนขึ้นของโลก และประกอบกับพื้นที่ป่ามีหลายบริเวณเป็นป่าสนซึ่งติดไฟได้ง่าย จึงทำให้การควบคุมไฟป่าเป็นไปได้ยาก การศึกษานุกรมวิธานในพื้นที่ช่วยให้เห็นความสำคัญของทรัพยากรป่าไม้และนำไปสู่การอนุรักษ์อย่างถูกต้องและเหมาะสมต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณศูนย์วิจัยอนุกรมวิธานประยุกต์ ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น และอุทยานแห่งชาติกุเรอ จังหวัดเลย ที่สนับสนุนและอำนวยความสะดวกในการวิจัยครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- สำนักบริหารจัดการในพื้นที่ป่าอนุรักษ์ 8. ม.ม.ป. สถิติสาเหตุการเกิดไฟป่าประจำปี. กรมอุทยานแห่งชาติ สัตว์ป่า และพันธุ์พืช กระทรวงทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม.
- สำนักงานเลขาธิการคณะกรรมการพิจารณาการดำเนินการเกี่ยวกับความหลากหลายทางชีวภาพ ด้านป่าไม้. (2542). กลุ่มป่าที่สำคัญของประเทศไทย. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์พฤกษินทร์.
- สำนักบริหารจัดการในพื้นที่ป่าอนุรักษ์ 10. ม.ม.ป. อุทยานแห่งชาติกุเรอ. กรมอุทยานแห่งชาติ สัตว์ป่า และพันธุ์พืช กระทรวงทรัพยากรธรรมชาติและสิ่งแวดล้อม.
- อบฉันท ไททอง และ ชุมพล คุณวาสี. (2543). สกุลกล้วยไม้ไทย ลาว กัมพูชา และเวียดนาม. ภาควิชาพฤกษศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. แปลจาก Schuitman, A. and de Vogel, E.F. (2000). Orchid Genera of Thailand, Laos, Cambodia and Vietnam. The Netherlands: National Herbarium Nederland, Universiteit Leiden branch. 2.
- Larsen, K. and de Vogel, E.F. (1972). Apostasiaceae. In: Flora of Thailand. T. Smitinand and K. Larsen (Eds.), Vol. 2, part 2, pp. 131-138. Bangkok: Applied Scientific Research Corporation of Thailand.
- Pooma, R., Suddee, S., Chamchumroon, V., Koonkhunthod, N., Phattarahirankanok, K., Sirimongkol, S. and Poopath, M. (2005). A Preliminary Check-list of Threatened Plants in Thailand. Thailand: The Agricultural Cooperate Federation of Thailand Co., Ltd.
- Seidenfaden, G. (1975a). Orchid genera in Thailand 1. *Calanthe* R. Br. Densk Botanisk Arkiv 29(2): 1-50.

- Seidenfaden, G. (1975b). Orchid genera in Thailand 2. *Cleisostoma* Blume. Densk Botanisk Arkiv 29(3): 1-80.
- _____. (1975c). Orchid genera in Thailand 3. *Coelogyne* Lindl. Densk Botanisk Arkiv 29(4): 1-94.
- _____. (1976). Orchid genera in Thailand 4. *Liparis* A.C. Rich. Densk Botanisk Arkiv 31(1): 1-105.
- _____. (1977). Orchid genera in Thailand 5. Orchidoideae. Densk Botanisk Arkiv 31(2): 1-149.
- _____. (1978a). Orchid genera in Thailand 6. Neottioideae. Densk Botanisk Arkiv 32(2): 1-195.
- _____. (1978b). Orchid genera in Thailand 7. *Oberonia* Lindl. and *Malaxis* Sol. ex Sw. Densk Botanisk Arkiv 33(1): 1-94.
- _____. (1979). Orchid genera in Thailand 8. *Bulbophyllum* Thou. Densk Botanisk Arkiv 33(1): 1-240.
- _____. (1980). Orchid genera in Thailand 9. *Epigénium* Gagnep. and *Flickingeria* Hawker. Densk Botanisk Arkiv 33(1): 1-104.
- _____. (1982). Orchid genera in Thailand 10. *Trichotosia* Blume and *Eria* Lindl. Opera Botanica 62: 1-157.
- _____. (1983). Orchid genera in Thailand 11. Cymbidieae Pfitz. Opera Botanica 72: 1-124.
- _____. (1985). Orchid genera in Thailand 12. *Dendrobium* Sw. Opera Botanica 83: 1-295.
- _____. (1986). Orchid genera in Thailand 13. Thirty-three epidendroid genera. Opera Botanica 89: 1-216.
- _____. (1988). Orchid genera in Thailand 14. Fifty-nine vandoid genera. Opera Botanica 95: 1-398.
- Thaitong, O. (1999). Orchid of Thailand. Thailand: Integrated Promotion Technology Co., Ltd. 1-239.



**เมตริกสมมูลระหว่างการส่งนอนเอกแพนซีฟแบบวงกว้าง
และเฉพาะที่บนปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กระชับ**
**Equivalent Metric between Global and Local Nonexpansive
Mappings on a Compact Connected Metric Space**

ปิยะ บัณฑิตสกุลชัย¹

บทคัดย่อ

บทความวิจัยนี้ ผู้วิจัยจะแสดงว่า ถ้า (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กระชับ และ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งแบบนอนเอกแพนซีฟเฉพาะที่ แล้วจะมีเมตริก D ที่สมมูลกับ d ที่ทำให้ $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ เป็นการส่งแบบนอนเอกแพนซีฟ

คำสำคัญ : การส่งนอนเอกแพนซีฟ การส่งนอนเอกแพนซีฟเฉพาะที่ ปริภูมิอิงระยะทาง และลูกโซ่เชิงเดียว

Abstract

In this research, the author show that if (X, d) is a compact connected metric space and $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ is a locally nonexpansive mapping. Then there is a metric D for X (yielding the same topology as d) such that $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ is a nonexpansive mapping.

Keywords : nonexpansive mapping, locally nonexpansive mapping, metric space and simple-chain

¹ หมดววิชาวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ คณะเทคโนโลยีสารสนเทศ วิทยาลัยนอร์ทกรุงเทพ กรุงเทพมหานคร 10220

บทนำ

การศึกษาเกี่ยวกับทฤษฎีจุดตรึง (Fixed Point Theory) นั้นจะศึกษาการคงอยู่ของจุดในปริภูมิต่าง ๆ ว่า ในปริภูมิใดบ้าง เมื่อมีการส่ง (Mapping) $f: X \rightarrow X$ บางชนิดแล้วจะมีจุดตรึง ซึ่งจากหลักการคอนแทรคชันบานาค (Banach Contraction Principle) ทำให้ทราบว่า ถ้า (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางที่บริบูรณ์ (Complete Metric Space) และ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งคอนแทรคชัน (Contraction Mapping) แล้ว f จะมีจุดตรึงเพียงจุดเดียว และในทำนองเดียวกัน ถ้า (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางที่กะชับ (Compact Metric Space) และ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งคอนแทรคทีฟ (Contractive Mapping) แล้ว f จะมีจุดตรึงเพียงจุดเดียว สำหรับในกรณีของการส่งนอนเอกแพนซีฟ (Nonexpansive Mapping) สรุปไม่ได้ว่า บนปริภูมิอิงระยะทางจะมีจุดตรึงหรือไม่ และถ้ามีจุดตรึงก็ไม่สามารถสรุปได้ว่ามีจุดตรึงเพียงจุดเดียวเท่านั้น แต่มีทฤษฎีจาก (Ravi et al., 2001) กล่าวคือ ถ้า H เป็นปริภูมิฮิลเบิร์ต (Hilbert Space) $X \subseteq H$ โดยที่ X เป็นเซตคอนเวกซ์ (Convex Set) ที่มีขอบเขตและเป็นเซตปิดและ $f: X \rightarrow X$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟ แล้ว f จะมีจุดตรึง

จาก (Rosenholtz, 1975) ทราบว่า ถ้า (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กะชับ และ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งคอนแทรคชันเฉพาะที่ (Locally Contraction Mapping) (หรือการส่งคอนแทรคทีฟเฉพาะที่ (Locally Contractive Mapping)) แล้วจะมีเมตริก D ซึ่งสมมูลกับเมตริก d ที่ทำให้ $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ เป็นการส่งคอนแทรคชัน (หรือการส่งคอนแทรคทีฟ) และยิ่งไปกว่านั้นถ้ากำหนดให้ (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางที่กะชับ และ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นทั้งการส่งคอนแทรคชันเฉพาะที่และการส่งคอนแทรคทีฟพร้อมกัน แล้ว $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งคอนแทรคชัน

สำหรับบทความวิจัยนี้ ผู้เขียนจะแสดงว่า ถ้า $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟเฉพาะที่ (Locally Nonexpansive Mapping) แล้วจะมีเมตริก D ซึ่งสมมูลกับเมตริก d ที่ทำให้ $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟ ตลอดจนนำผลลัพธ์ที่ได้นั้นมาประยุกต์เกี่ยวกับทฤษฎีจุดตรึง

ความรู้พื้นฐาน

สำหรับในหัวข้อนี้ จะรวบรวมบทนิยามและทฤษฎีบทพื้นฐานต่างๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในหัวข้อถัดไป

บทนิยาม กำหนดให้ X เป็นเซตไม่ว่าง (Nonempty Set) และ $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$ เป็นฟังก์ชัน แล้วเรียก d ว่าเป็นเมตริก (Metric) บน X ถ้า d มีสมบัติสำหรับทุก $x, y, z \in X$ ดังต่อไปนี้

- (1) $d(x, y) \geq 0$
- (2) $d(x, y) = 0$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$
- (3) $d(x, y) = d(y, x)$
- (4) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ (อสมการอิงรูปสามเหลี่ยม)

และเราเรียก X พร้อมกับเมตริก d ว่า ปริภูมิอิงระยะทาง (Metric Space) และเขียนแทนด้วย (X, d) หรือบางครั้งจะเขียนย่อๆด้วย X

บทนิยาม กำหนดให้ $a \in X$ และ $r > 0$ จะนิยามบอลเปิด (Open Ball) ที่มีจุดศูนย์กลางที่ a และรัศมี r โดย

$$B_d(a; r) = \{x \in X \mid d(x, a) < r\}$$

และเขียนแทนด้วย $B_d(a; r)$

ทฤษฎีบทที่ 1 เมตริก d สมมูลเชิงทอพอโลยีกับเมตริก D บน X ก็ต่อเมื่อสำหรับทุกๆ $\varepsilon > 0$ และ $x \in X$ จะมี $\delta_1 > 0$ และ $\delta_2 > 0$ ซึ่ง $B_d(x; \delta_1) \subseteq B_D(x; \varepsilon)$ และ $B_D(x; \delta_2) \subseteq B_d(x; \varepsilon)$

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดให้ $X = [0, 1]$ และสำหรับทุก $x, y \in X$ เรากำหนดให้เมตริก $d(x, y) = |x - y|$ และ $D(x, y) = \min\left\{\frac{1}{2}, |x - y|\right\}$ จะได้ว่าเมตริก d สมมูลเชิงทอพอโลยีกับเมตริก D

พิสูจน์ กำหนดให้ $\varepsilon > 0$ และ $x \in X$ ผู้เขียนเลือก $\delta_1 = \min\left\{\frac{1}{2}, \varepsilon\right\}$ ให้ $y \in B_d(x; \delta_1)$ ดังนั้นจึงได้ว่า $|x - y| \leq \frac{1}{2} \leq \varepsilon$ นั่นคือ $y \in B_D(x; \varepsilon)$ ในทำนองเดียวกันเลือก $\delta_2 = \varepsilon$ ให้ $y \in B_D(x; \delta_2)$ ดังนั้นจะได้ว่า $|x - y| < \varepsilon$ นั่นคือ $y \in B_d(x; \varepsilon)$ โดยทฤษฎีบทที่ 1 จะได้ว่าเมตริก d สมมูลเชิงทอพอโลยีกับเมตริก D w

สำหรับบทนิยามและทฤษฎีบทต่อไปนี้ จะเป็นการนิยามลูกโซ่เชิงเดียวสำหรับสมาชิกแต่ละคู่ใดๆ ในปริภูมิเชิงทอพอโลยี เพื่อจะนำผลลัพธ์ที่ได้ไปใช้ในการนิยามเมตริกสมมูลบนปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กระชับ

บทนิยาม กำหนดให้ X เป็นปริภูมิเชิงทอพอโลยี $x, y \in X$ เรียกวงศ์จำกัด (Finite Family) ของเซตย่อย $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ว่า ลูกโซ่เชิงเดียว (Simple-Chain) จาก x ไป y ถ้า x เป็นสมาชิกของ A_1 เท่านั้นและ y เป็นสมาชิกของ A_n เท่านั้นและ $A_i \cap A_j \neq \emptyset$ ก็ต่อเมื่อ $|i - j| \leq 1$ สำหรับทุก $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$

ทฤษฎีบทที่ 3 ถ้า X เป็นปริภูมิเชื่อมโยง (Connected Space) $x, y \in X$ และ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ เป็นเซตปกเปิด (Open Covering Set) ของ X แล้วจะมีลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นเซตย่อยของ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ จาก x ไป y

พิสูจน์ ให้ $a \in X$ และ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ เป็นเซตปกเปิดของ X และให้

$$S = \{x \in X \mid \text{มีลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นเซตย่อยของ } \{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda} \text{ จาก } a \text{ ไป } x\}$$

เห็นได้อย่างไม่ยากว่า $S \neq \emptyset$ ประการแรกจะแสดงว่าเซต S เป็นเซตเปิด ให้ $x \in S$ ดังนั้นจะมีลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นสมาชิกของ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ จาก a ไป x เขียนแทนด้วย $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ ต่อไปให้ $y \in U_n$ ถ้า

$y \in U_n - U_{n-1}$ จะได้ว่า $\{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ เป็นลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นวงศ์จำกัดย่อยของ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ จาก a ไป y นั่นคือ $y \in S$ และ ถ้า $y \in U_n \cap U_{n-1}$ จะได้ว่า $\{U_1, U_2, \dots, U_{n-1}\}$ เป็นลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นวงศ์จำกัดย่อยของ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ จาก a ไป y นั่นคือ $y \in S$ เพราะฉะนั้น $x \in U_n \subseteq S$ นั่นคือเซต S เป็นเซตเปิด ในอันดับต่อไปจะแสดงว่าเซต S เป็นเซตปิด ให้ $x \in Cl(S)$ เนื่องจากมี $\alpha \in \Lambda$ ซึ่ง $x \in U_\alpha$ ดังนั้น $S \cap U_\alpha \neq \emptyset$ ถ้า $x \in S \cap U_\alpha$ จะได้ว่า $x \in S$ ดังนั้นสมมติว่า $x \notin S \cap U_\alpha$ ให้ $y \in S \cap U_\alpha$ ดังนั้นจะมีลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นวงศ์จำกัดย่อยของ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ จาก a ไป y เขียนแทนด้วย $\{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ ดังนั้นจะเลือกลูกโซ่เชิงเดียวจาก a ไป x คือ $\{U_1, U_2, \dots, U_m, U_\alpha\}$ โดยการสมมติว่า $U_k \cap U_\alpha \neq \emptyset$ สำหรับบาง $k=1, 2, \dots, m$ ต่อไปเลือกค่า k ที่น้อยที่สุดที่ $U_k \cap U_\alpha \neq \emptyset$ สมมติให้เป็น U_j เพราะฉะนั้น $\{U_1, U_2, \dots, U_j, U_\alpha\}$ เป็นลูกโซ่เชิงเดียวที่เป็นวงศ์จำกัดย่อยของ $\{U_\alpha\}_{\alpha \in \Lambda}$ จาก a ไป x นั่นคือ $x \in S$ เราได้ว่าเซต S เป็นเซตปิด เพราะฉะนั้น S เป็นทั้งเซตเปิดและเซตปิด เนื่องจาก X เป็นเซตเชื่อมโยงและ $S \neq \emptyset$ ทำให้ได้ว่า $S = X$ ซึ่งทำให้ทฤษฎีบทเป็นจริง w

ทฤษฎีบทที่ 4 ให้ (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางเชื่อมโยง และ $\varepsilon > 0$ สำหรับทุก $p, q \in X$ จะมีเซตจำกัดของจุดที่อยู่ใน X เขียนแทนด้วย $\{x_0 = p, x_1, \dots, x_n = q\}$ ซึ่ง $d(x_i, x_{i+1}) \leq \varepsilon$ สำหรับทุก $i=0, 1, \dots, n-1$ และเราเรียกเซต $\{x_0 = p, x_1, \dots, x_n = q\}$ ว่า ε -ลูกโซ่ของจุด (ε -Chain of Points) จาก p ไป q

พิสูจน์ ให้ $\varepsilon > 0$ และ $x \in X$ จะได้ว่า $\left\{V_x = B_d\left(x; \frac{\varepsilon}{2}\right)\right\}_{x \in X}$ เป็นเซตปกเปิดของ X ให้ $p, q \in X$

โดยทฤษฎีบทที่ 3 จะมีลูกโซ่อย่างง่ายที่เป็นเซตย่อยของ $\{V_x\}_{x \in X}$ จาก p ไป q โดยไม่เสียพื้นที่ไป เขียนแทนด้วย $V_1, V_2, \dots, V_n$ เนื่องจาก $V_i \cap V_{i+1} \neq \emptyset$ สำหรับทุก $i=1, 2, \dots, n-1$ ให้ $x_i \in V_i \cap V_{i+1}$ สำหรับทุก $i=1, 2, \dots, n-1$ จะเห็นได้ว่า $d(x_i, x_{i+1}) \leq \varepsilon$ สำหรับทุก $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ นั่นคือจะมีเซตจำกัดของจุดที่อยู่ใน X เขียนแทนด้วย $\{x_0 = p, x_1, \dots, x_n = q\}$ ซึ่ง $d(x_i, x_{i+1}) \leq \varepsilon$ สำหรับทุก $i=0, 1, 2, \dots, n-1$ w

บทนิยาม กำหนดให้ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นฟังก์ชันจะกล่าวว่า f เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟ (Nonexpansive Mapping) ถ้าสำหรับทุกสมาชิก $x, y \in X$ จะได้ว่า $d(f(x), f(y)) \leq d(x, y)$ และเรากล่าวว่า f เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟเฉพาะที่ (Locally Nonexpansive Mapping) ถ้าสำหรับทุกสมาชิก $x \in X$ จะมีย่านจุด U_x ของ x ที่ทำให้ $d(f(y), f(z)) \leq d(y, z)$ สำหรับทุกสมาชิก $y, z \in U_x$

ข้อสังเกต ถ้า f เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟแล้ว f จะเป็นการส่งนอเนกแพนซีฟเฉพาะที่

ผลลัพธ์หลัก

ทฤษฎีบทหลัก ถ้า (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กระชับ และ $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟเฉพาะที่ แล้วจะมีเมตริก D ที่สมมูลกับเมตริก d ทำให้ $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟ

พิสูจน์ เนื่องจาก $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟเฉพาะที่ ดังนั้นสำหรับแต่ละ $x \in X$ จะมีย่านจุด U_x ของ x ที่ทำให้ $d(f(y), f(z)) \leq d(y, z)$ สำหรับทุกสมาชิก $y, z \in U_x$ จะเห็นว่า $\{U_x\}_{x \in X}$ เป็นเซตปกเปิดสำหรับ X โดยบทแทรกจำนวนเลอเบก (Lebesgue Number Lemma) จะได้ว่าจะมี $\delta > 0$ โดยที่ถ้า $d(x, y) < \delta$ แล้ว $d(f(x), f(y)) \leq d(x, y)$

ดังนั้น สำหรับ $p, q \in X$ นิยามว่า

$$D(p, q) = \inf \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(a_i, a_{i+1}) \mid a_0 = p, a_1, \dots, a_n = q \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } p \text{ ไป } q \right\}$$

จากทฤษฎีบทที่ 4 ทำให้เซตที่นิยามนั้นไม่ใช่เซตว่าง และ สำหรับ $p, q \in X$, $d(p, q) \geq 0$ นั่นคือ 0 เป็นขอบเขตล่างตัวหนึ่งของเซตที่นิยาม ดังนั้นการนิยามเมตริก D เป็นไปอย่างแจ่มชัด อันดับต่อไป จะแสดงว่า D เป็นเมตริกสำหรับ X ให้ $x, y, z \in X$ จะเห็นได้ชัดเจนว่า $D(x, y) \geq 0$ และ $D(x, y) = D(y, x)$ ถ้า $x = y$ แล้ว $D(x, y) = d(x, y) = 0$ ในทางตรงกันข้าม ถ้า $D(x, y) = 0$ ให้ $x_0 = x, x_1, \dots, x_n = y$ เป็น $\frac{\delta}{2}$ - ลูกโซ่ของจุดจาก $x_0 = x$ ไป $x_n = y$ แล้ว

$$0 \leq d(x, y) \leq d(x_0, x_1) + d(x_1, x_2) + \dots + d(x_{n-1}, x_n)$$

ดังนั้น $d(x, y)$ เป็นขอบเขตล่างตัวหนึ่งของเซต

$$\left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(a_i, a_{i+1}) \mid a_0 = x, a_1, \dots, a_n = y \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } x \text{ ไป } y \right\}$$

นั่นคือ $0 \leq d(x, y) \leq D(x, y) = 0$ เพราะฉะนั้น $x = y$ สุดท้ายในการพิสูจน์ความเป็นเมตริกจะแสดงว่า อสมการอิงรูปสามเหลี่ยมเป็นจริง ให้ $x_0 = x, x_1, \dots, x_n = y$ และ $y_0 = y, y_1, \dots, y_m = z$ เป็น $\frac{\delta}{2}$ - ลูกโซ่ของจุดจาก $x_0 = x$ ไป $x_n = y$ และ $y_0 = y$ ไป $y_m = z$ ตามลำดับ พิจารณา

$$D(x, z) \leq d(x_0, x_1) + \dots + d(x_{n-1}, x_n) + d(y_0, y_1) + \dots + d(y_{m-1}, y_m)$$

นั่นคือ $D(x, z) - [d(x_0, x_1) + \dots + d(x_{n-1}, x_n)] \leq d(y_0, y_1) + \dots + d(y_{m-1}, y_m)$

ดังนั้น $D(x, z) - [d(x_0, x_1) + \dots + d(x_{n-1}, x_n)]$ เป็นขอบเขตล่างตัวหนึ่งของเซต

$$\left\{ \sum_{i=0}^{m-1} d(a_i, a_{i+1}) \mid a_0 = y, a_1, \dots, a_m = z \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } y \text{ ไป } z \right\}$$

เพราะฉะนั้น $D(x, z) - [d(x_0, x_1) + \dots + d(x_{n-1}, x_n)] \leq D(y, z)$ ซึ่งสามารถเขียนได้ว่า

$$D(x, z) - D(y, z) \leq [d(x_0, x_1) + \dots + d(x_{n-1}, x_n)] \text{ หรืออาจจะกล่าวได้ว่า } D(x, z) - D(y, z) \text{ เป็น}$$

ขอบเขตล่างตัวหนึ่งของเซต

$$\left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(a_i, a_{i+1}) \mid a_0 = x, a_1, \dots, a_n = y \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } x \text{ ไป } y \right\}$$

เพราะฉะนั้น $D(x, z) - D(y, z) \leq D(x, y)$ นั่นคือ $D(x, z) \leq D(x, y) + D(y, z)$ จึงได้ว่า D เป็นเมตริกสำหรับ X

ประการต่อไปจะแสดงว่าเมตริก D สมมูลกับเมตริก d เนื่องจาก (X, d) และ (X, D) เป็นปริภูมิอรรถะทางโดยที่ (X, d) เป็นปริภูมิที่กะทัดรัด เพียงพอที่จะแสดงว่าฟังก์ชันเอกลักษณ์

$i: (X, d) \rightarrow (X, D)$ เป็นฟังก์ชันต่อเนื่อง ให้ $\varepsilon > 0$ เลือก $\delta' = \min\left\{\frac{\delta}{2}, \varepsilon\right\}$ สำหรับทุก $x, y \in X$ โดย

ที่ $d(x, y) < \delta' \leq \frac{\delta}{2}$ จะได้ว่า $D(x, y) = d(x, y) < \delta' \leq \varepsilon$ นั่นคือเมตริก D สมมูลกับเมตริก d ประการ

สุดท้ายจะแสดงว่า $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟ ให้ $x, y \in X$ จะมี

$x_0 = x, x_1, \dots, x_n = y$ เป็น $\frac{\delta}{2}$ -ลูกโซ่ของจุดจาก $x_0 = x$ ไป $x_n = y$ เนื่องจาก $f: (X, d) \rightarrow (X, d)$

เป็นการส่งนอนเอกแพนซีฟเฉพาะที่ ดังนั้น

$$d(f(x_i), f(x_{i+1})) \leq d(x_i, x_{i+1}) \leq \frac{\delta}{2}$$

สำหรับทุก $i = 1, 2, \dots, n-1$ ดังนั้น $f(x_0) = f(x), f(x_1), \dots, f(x_n) = f(y)$ เป็น $\frac{\delta}{2}$ -ลูกโซ่ของจุด

จาก $f(x_0) = f(x)$ ไป $f(x_n) = f(y)$ นั่นคือ $\sum_{i=0}^{n-1} d(f(x_i), f(x_{i+1})) \leq \sum_{i=0}^{n-1} d(x_i, x_{i+1})$ จะได้ว่า

$$\inf \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(f(a_i), f(a_{i+1})) \mid a_0 = x, a_1, \dots, a_n = y \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } x \text{ ไป } y \right\}$$

$$\leq \inf \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(a_i, a_{i+1}) \mid a_0 = x, a_1, \dots, a_n = y \text{ คือ } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } x \text{ ไป } y \right\}$$

$$= D(x, y)$$

แต่เนื่องจาก

$$\left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(f(a_i), f(a_{i+1})) \mid a_0 = x, a_1, \dots, a_n = y \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } x \text{ ไป } y \right\}$$

$$\subseteq \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(f(a_i), f(a_{i+1})) \mid f(a_0) = f(x), a_1, \dots, f(a_n) = f(y) \text{ เป็น}$$

$$\frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } f(x) \text{ ไป } f(y) \right\}$$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned}
& \inf \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(f(a_i), f(a_{i+1})) \mid a_0 = x, a_1, \dots, a_n = y \text{ เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } x \text{ ไป } y \right\} \\
& \geq \inf \left\{ \sum_{i=0}^{n-1} d(f(a_i), f(a_{i+1})) \mid f(a_0) = f(x), a_1, \dots, f(a_n) = f(y) \right. \\
& \quad \left. \text{เป็น } \frac{\delta}{2} - \text{ลูกโซ่ของจุดจาก } f(x) \text{ ไป } f(y) \right\} \\
& = D(f(x), f(y))
\end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น $D(f(x), f(y)) \leq D(x, y)$ นั่นคือ f เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟ w

ในอันดับสุดท้ายเราจะกล่าวถึงทฤษฎีจุดตรึงของการส่งนอเนกแพนซีฟบนเซตย่อยที่มีขอบเขตทุกส่วนและเป็นเซตปิดของปริภูมิฮิลเบิร์ต

บทนิยาม ให้ X เป็นปริภูมิเวกเตอร์บน $\mathbb{K}$ และ $A \subseteq X$ เราจะกล่าวว่า A เป็นเซตคอนเวกซ์ (Convex Set) ถ้าสำหรับทุก $x, y \in A$ และ $t \in [0, 1]$ ซึ่ง $(1-t)x + ty \in A$

ทฤษฎีบทที่ 5 ให้ H เป็นปริภูมิฮิลเบิร์ตและ $X \subseteq H$ โดยที่ X เป็นเซตคอนเวกซ์ที่มีขอบเขตและเป็นเซตปิด ถ้า $f: X \rightarrow X$ เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟแล้ว f จะมีจุดตรึง

พิสูจน์ ดูการพิสูจน์จาก [1] w

จากทฤษฎีบทที่ 5 จะสังเกตได้ว่า ถ้านิยามการส่งนอเนกแพนซีฟเพียงบนปริภูมิอิงระยะทางอาจไม่เพียงพอดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 6 ให้ $A = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ นิยาม $f: A \rightarrow A$ โดย $f(z) = ze^{\frac{i\pi}{4}}$ จะได้ว่า f ไม่มีจุดตรึง

บทนิยาม ให้ (X, d) เป็นปริภูมิอิงระยะทางแล้วเรียก X ว่ามีขอบเขตทุกส่วน (Totally Bounded) ถ้าสำหรับทุก $\varepsilon > 0$ จะมี $\{U_i \subseteq X \mid U_i \text{ เป็นเซตเปิด และ } \text{diam}(U_i) < \varepsilon, i = 1, 2, \dots, n\}$ ซึ่ง $X = \bigcup_{i=1}^n U_i$

ทฤษฎีบทที่ 7 ให้ H เป็นปริภูมิฮิลเบิร์ต และ $X \subseteq H$ โดยที่ X เป็นเซตคอนเวกซ์ที่มีขอบเขตทุกส่วน และเป็นเซตปิด ถ้า $f: X \rightarrow X$ เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟเฉพาะที่แล้ว f จะมีจุดตรึง

พิสูจน์ เนื่องจากว่า X เป็นเซตคอนเวกซ์ ดังนั้น X เป็นเซตเชื่อมโยงและจาก X เป็นเซตที่มีขอบเขตทุกส่วนและเป็นเซตปิดแล้วจะได้ว่า X เป็นเซตกระชับจากทฤษฎีบทหลัก เราสามารถหาเมตริกใหม่ D ที่สมมูลกับเมตริกเดิม ทำให้ $f: (X, D) \rightarrow (X, D)$ เป็นการส่งนอเนกแพนซีฟ ประยุกต์กับทฤษฎีบทที่ 5 เราได้ว่า f จะมีจุดตรึง w

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบพระคุณรองศาสตราจารย์ ดร.พิเชฐ ชาวหา ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สำหรับข้อเสนอแนะและคำปรึกษาอันมีค่ายิ่งในการทำงานวิจัยนี้

เอกสารอ้างอิง

ปิยะ บัณฑิตสกุลชัย. (2548). ความสัมพันธ์ระหว่างการส่งชนิดหัดตัววงกว้างและเฉพาะที่บนปริภูมิอิงระยะทางแบบเชื่อมโยงที่กระชับ. วิทยานิพนธ์ วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต (คณิตศาสตร์). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย. กรุงเทพฯ.

Ravi P. Agarwal, Maria Meehan and Donal O' Regan .(2001). Fixed point theory and applications. United Kingdom at the University Press. Cambridge.

Rosenholtz I. (1975). Evidence of a conspiracy among fixed point theorem. Proceeding of the American Mathematical Society 53: 213-218.



การจัดการระบบนิเวศฟาร์มเกษตรอินทรีย์ชนบทต้นแบบของไทย Agroecosystem Management in an Organic Farm Model Rural Thailand

ยรรยงค์ อินทร์ม่วง^{1*} ยุพเยาว์ โตศิริ² และ วงศ์ชนก จำเริญสาร³

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวิเคราะห์และสังเคราะห์ข้อมูลสำคัญการจัดการระบบนิเวศในแปลงเกษตรอินทรีย์ต้นแบบที่ดีของ นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม ดำเนินการศึกษาระหว่างเดือน มีนาคม-กันยายน 2550 ผลการศึกษาพบว่า เกษตรกรมีการใช้ภูมิปัญญาพื้นบ้านผสมผสานกับเทคโนโลยีเกษตรสมัยใหม่ในการจัดการระบบนิเวศในแปลงเพาะปลูก การแบ่งขนาดแปลง และสัดส่วนการใช้ประโยชน์ให้มีประสิทธิภาพสูงสุด ผลการวิเคราะห์ข้อมูลกิจกรรมภายในฟาร์มพบรูปแบบและโครงสร้างความสัมพันธ์ที่มีลักษณะเฉพาะในการจัดการทรัพยากรกายภาพและชีวภาพให้เกิดการเกื้อกูลกันอย่างยั่งยืนของระบบนิเวศเกษตร รวมทั้งการหมุนเวียนทรัพยากรและรูปแบบการจัดการของเสียภายในฟาร์ม ซึ่งรูปแบบการจัดการและโครงสร้างความสัมพันธ์ดังกล่าวสามารถเป็นแหล่งเรียนรู้ในการพัฒนาแปลงเกษตรนิเวศแห่งอื่นได้

Abstract

This research aimed to analyze and synthesize key information on agroecosystem management within one of the best practice organic farming models of Mr. Khampan Laowongsee of Kantarawichai District, Mahasarakham Province Thailand. The study period was done during March-September 2007. The study results found that the farmer has integrated local wisdom and new agricultural technology to manage the farmlands ecosystem and efficiently divided the proportion of land use. The on farm activity analysis found a unique model and interrelationship structure of physical and biological resources management in support of sustainable agroecosystem, also including resource recycling and farm waste management model. This interrelationship structure and management pattern can be a learning resource of the development of organic farm for other places.

คำสำคัญ : การจัดการระบบนิเวศ นิเวศเกษตร เกษตรอินทรีย์

Keywords : Ecological System Management, Agroecosystem, Organic Farming

^{1*} คณะสิ่งแวดล้อมและทรัพยากรศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม อ.กันทรวิชัย จ.มหาสารคาม 44150

² คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏสุรินทร์ อ.เมือง จ.สุรินทร์ 32000

³ คณะสิ่งแวดล้อมและทรัพยากรศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม อ.กันทรวิชัย จ.มหาสารคาม 44150

บทนำ

ประเทศไทยมีรากฐานการพัฒนาภายใต้ระบบการผลิตทางการเกษตรที่ใช้สารเคมีจำนวนมาก มานานกว่า 45 ปี นับตั้งแต่การปฏิวัติเขียว ส่งผลให้สิ่งแวดล้อมเสื่อมโทรม และสุขภาพพลดถอย (อานัฐ ตันโช, 2549) เกษตรกรจึงหาวิธีทำการเกษตรที่ลดการใช้สารเคมีและพึ่งพิงธรรมชาติมากขึ้น เกษตรอินทรีย์เป็นอีกวิธีการหนึ่งที่สามารถตอบสนองความต้องการอย่างได้ผล เนื่องจากเป็นระบบการเกษตรที่อาศัยชีววิธีเป็นหลัก ขณะเดียวกันได้ประยุกต์ใช้วิถีทางธรรมชาติในการเพิ่มผลผลิตและป้องกันศัตรูพืช พร้อมทั้งเน้นการหมุนเวียนการใช้ทรัพยากรในแปลงเกษตรให้เกิดประโยชน์สูงสุด (สำนักงานมาตรฐานเกษตรอินทรีย์, 2548) ดังนั้นหลักการเกษตรอินทรีย์จึงเป็นหลักการที่สอดคล้องกับเงื่อนไขทางเศรษฐกิจ สังคม ภูมิอากาศ และวัฒนธรรมของท้องถิ่น (มูลนิธิสายใยแผ่นดินและสหกรณ์กรีนเนท, 2546)

การจัดการระบบนิเวศภายในฟาร์มถือเป็นปัจจัยสำคัญที่นำไปสู่การพัฒนาเกษตรกรรมยั่งยืน หลักการเกษตรอินทรีย์จำเป็นต้องใช้ความวิริยะอุตสาหะในการเพาะปลูก ซึ่งมีแนวทางดังนี้ (1) การจัดการความอุดมสมบูรณ์ของดินโดยใช้อินทรีย์วัตถุเป็นหลัก (2) การปลูกพืชหมุนเวียนโดยใช้พืชท้องถิ่นให้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ (3) งดใช้เครื่องจักรเพื่อรักษาโครงสร้างคุณสมบัติของดิน (4) ไม่ใช้สารเคมีกำจัดแมลงและโรคพืช และ (5) ปลูกพืชคลุมดินแทนการใช้สารเคมีกำจัดวัชพืช (Lin, 1997) การจัดการพื้นที่ก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่สำคัญของการสร้างระบบนิเวศเกษตร (Built Agroecosystem) การเพาะปลูกพืชหลากหลายชนิด การจัดกลุ่มสิ่งมีชีวิตภายในและระหว่างพื้นที่ รวมทั้งการจัดสรรพื้นที่ในฟาร์มเหล่านี้ล้วนต้องการการวางแผนที่ดี เพื่อสร้างระบบนิเวศในฟาร์มให้สมบูรณ์ (van Elsen, 2000) การจัดการฟาร์มดังกล่าวแท้จริงแล้วเป็นเกษตรแบบดั้งเดิมนั่นเอง ซึ่งชุมชนแถบเอเชียได้ปฏิบัติมาช้านาน การสร้างภาวะเกื้อกูลและพึ่งพาตามระบบปฏิสัมพันธ์สายใยและห่วงโซ่อาหาร รวมทั้งพลังงาน

พบว่า เกิดความยั่งยืน เช่น การผลิตภายในฟาร์ม การปลูกข้าว การเลี้ยงปลา การเพาะปลูกพืชสวน เหล่านี้สามารถใช้ทรัพยากรในแต่ละหน่วยการผลิตหมุนเวียนสนับสนุนเกื้อกูลกันได้ในมิติการถ่ายทอดทรัพยากรและพลังงาน (Lu and Li, 2006)

จังหวัดมหาสารคามเป็นจังหวัดหนึ่งที่ทำให้การสนับสนุนกิจกรรมการทำเกษตรอินทรีย์แก่เกษตรกรโดยเกษตรกรได้ริเริ่มเพาะปลูกและเลี้ยงสัตว์ด้วยวิธีสร้างความสมดุลของระบบนิเวศในฟาร์ม เกษตรกรหลายรายประสบความสำเร็จในการจัดการฟาร์มเกษตรอินทรีย์ทำให้เกิดผลผลิตที่ปลอดภัยไร้สารพิษ เป็นมิตรกับสิ่งแวดล้อม เกิดผลดีต่อสุขภาพทั้งผู้ผลิตและบริโภค และยังช่วยสร้างรายได้แก่เกษตรกรผู้ผลิตในระยะยาวเป็นอย่างดี เกษตรกรท่านหนึ่งที่ประสบความสำเร็จในการทำเกษตรอินทรีย์ คือ นายคำพันธ์ เหล่าวงมี ได้ทำฟาร์มเกษตรอินทรีย์ในเขตอำเภอกันทรวิชัย โดยเพาะปลูกพืชแบบเกษตรอินทรีย์บนพื้นฐานของระบบนิเวศเกษตร นับเป็นประเด็นที่น่าสนใจและก่อให้เกิดองค์ความรู้ของการทำการเกษตรบนพื้นฐานการอนุรักษ์สิ่งแวดล้อมอย่างยั่งยืน การเข้าไปศึกษาถึงแนวทางการปฏิบัติในการทำเกษตรอินทรีย์ของเกษตรกรต้นแบบท่านนี้ โดยการถอดบทเรียนจากการปฏิบัติจริงของเกษตรกร จึงนำไปสู่องค์ความรู้ที่สามารถเผยแพร่แก่เกษตรกร รวมทั้งผู้สนใจทั่วไปได้ ดังนั้น การวิจัยครั้งนี้จึงมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาถึงการวางแผนการจัดการทรัพยากรกายภาพและชีวภาพ พร้อมทั้งสังเคราะห์องค์ประกอบการไหลเวียนทรัพยากรในระบบนิเวศเกษตรของฟาร์มเกษตรอินทรีย์

วิธีการศึกษา

ศึกษาการจัดการระบบนิเวศในฟาร์มเกษตรอินทรีย์ของ นายคำพันธ์ เหล่าวงมี ซึ่งเป็นเกษตรกรต้นแบบเรื่องการทำเกษตรอินทรีย์ มีขั้นตอนและวิธีการศึกษา ดังนี้

1. การเก็บรวบรวมข้อมูลการจัดการระบบนิเวศเกษตรอินทรีย์ ทำการเก็บข้อมูลหลายด้าน ได้แก่

การจัดการทรัพยากรกายภาพ คือ ดิน น้ำ และการใช้ที่ดิน ทรัพยากรชีวภาพ คือ พืช สัตว์ และสิ่งมีชีวิตอื่นๆ รวมถึงผลผลิตของฟาร์ม การจัดการศัตรูพืช การจัดการของเสีย การใช้ทรัพยากรภายในและการพึ่งพิงทรัพยากรจากภายนอก โดยการใช้การสำรวจ การสัมภาษณ์ และการสังเกตแบบมีส่วนร่วมในพื้นที่แปลงเกษตร

2. การวิเคราะห์ระบบนิเวศและการหมุนเวียนของทรัพยากรภายในฟาร์ม โดยการแสดงให้เห็นถึงปฏิสัมพันธ์ของการไหลเวียนของทรัพยากร (Resources Flow System) ในฟาร์มเกษตรอินทรีย์

3. เครื่องมือในการวิจัย ประกอบด้วย แบบสำรวจ แบบสังเกต และแบบสัมภาษณ์ รวมทั้งใช้กล้องถ่ายภาพและอุปกรณ์บันทึกข้อมูลอื่นๆ

ผลการศึกษาและวิจารณ์ผล

นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ ปราชญ์ชาวบ้าน แห่งบ้านดอนแดง อำเภอกันทรวิชัย จังหวัดมหาสารคาม ได้ทำเกษตรอินทรีย์มาตั้งแต่ปี พ.ศ. 2544 บนพื้นที่ 6 ไร่ 2 งาน 35 ตารางวา อาศัยความเพียรพยายามผสมผสานกับหลักภูมิปัญญา และวิทยาการสมัยใหม่จนประสบความสำเร็จในการดำเนินงานเกษตรอินทรีย์ ดังนั้น แปลงเกษตรอินทรีย์แห่งนี้ จึงมีการจัดการนิเวศในฟาร์มเกษตรอินทรีย์อย่างเป็นระบบ ทั้งทรัพยากรกายภาพ และชีวภาพ รวมถึงปัจจัยการผลิตต่างๆ ให้สอดคล้องกัน จนก่อเกิดเป็นผลผลิตหล่อเลี้ยงครอบครัวให้มีคุณภาพชีวิตที่ดีได้ การดำเนินการดังกล่าวสามารถอธิบายเป็นประเด็นต่างๆ ดังต่อไปนี้

1. การจัดการทรัพยากรกายภาพ

ทรัพยากรกายภาพ ประกอบด้วย การจัดการดิน น้ำ และการใช้ที่ดิน ซึ่งเป็นพื้นฐานของการผลิตที่ขาดไม่ได้ โดยในการจัดการดินมีการจัดการด้านความอุดมสมบูรณ์และการป้องกันการพังทลายด้วยการผสมผสานวิธีอนุรักษ์ดินแบบต่างๆ ไม่ว่าจะเป็นบำรุงดินด้วยการใส่ปุ๋ยคอก ปุ๋ยพืชสด ปุ๋ยหมัก การใช้น้ำหมัก

ชีวภาพ ไถพรวนโดยไม่เผาตอซัง ลดการสูญเสียธาตุอาหารในดินด้วยการเก็บเกี่ยวให้สูญเสียน้อยที่สุด รวมทั้งใช้วิธีการปลูกพืชหมุนเวียนเพื่อรักษาความสมดุลของธาตุอาหารด้วย นอกจากนี้ มีการป้องกันการพังทลายของดินโดยปลูกพืชตามคันนาหรือริมคันที่มีความเสี่ยงต่อการพังทลาย และปลูกพืชคลุมดิน โดยเฉพาะอย่างยิ่งการปลูกพืชตระกูลถั่ว นับว่าเป็นวิธีจัดการดินที่เหมาะสมยิ่งสำหรับการทำเกษตรอินทรีย์ เนื่องจากจะช่วยให้ไนโตรเจนที่ถูกพืชอื่นๆ ใช้ไปถูกตรึงกลับมาสู่ดินได้อย่างสมดุล (Watson et al., 2002) นอกจากนี้ การใช้อินทรีย์วัตถุและน้ำหมักชีวภาพ ซึ่งเกิดจากการใช้มูลอินทรีย์ท้องถิ่น เป็นการส่งเสริมให้ความหลากหลายทางชีวภาพในดินสมดุล ส่งผลให้กระบวนการย่อยสลายสารอินทรีย์ในดินเป็นไปได้อย่างต่อเนื่องและยั่งยืน (Brussaard, Ruiter and Brown, 2007) การปรับปรุงบำรุงดินตามวิธีนิเวศเกษตรอินทรีย์สามารถลดปัจจัยการผลิตจากภายนอกและหลีกเลี่ยงการใช้สารเคมีสังเคราะห์ โดยอาศัยการใช้เศษซากพืช มูลสัตว์ พืชตระกูลถั่ว ปุ๋ยพืชสด เศษซากเหลือทิ้งต่างๆ เพื่อหมุนเวียนใช้ธาตุอาหารและพลังงานภายในฟาร์มเป็นหลัก

ในส่วนของการจัดการน้ำ เนื่องจากภาคตะวันออกเฉียงเหนือ เกษตรกรส่วนใหญ่ประสบปัญหาความแห้งแล้ง น้ำไม่เพียงพอต่อการทำเกษตรกรรมในฤดูแล้ง แปลงเกษตรแห่งนี้ก็เช่นกัน ต้องประสบปัญหาดังกล่าว ดังนั้น มีการจัดการน้ำโดยการสร้างสระ เพื่อเพิ่มพื้นที่ในการกักเก็บน้ำให้มีใช้ได้อย่างเพียงพอตลอดทั้งปี จึงมีการจัดสรรพื้นที่เป็นแหล่งน้ำถึงร้อยละ 24.8 แบ่งเป็นสระน้ำ จำนวน 3 แห่ง มีความจุรวมประมาณ 10,453 ลูกบาศก์เมตร เกษตรกรบริหารจัดการทรัพยากรน้ำ ด้วยระบบการจ่ายน้ำในพื้นที่ โดยการติดตั้งเครื่องสูบน้ำขนาดเล็กเข้าสู่ระบบท่อพีวีซีซึ่งต่อกระจายทั่วพื้นที่ และติดตั้งสปริงเกอร์ที่มีวาล์วเปิดปิดเฉพาะแปลงได้ เมื่อถึงเวลารดน้ำก็เปิดสปริงเกอร์ในส่วนที่ต้องการได้ นอกจากนี้ มีบ่อพักน้ำคอนกรีตขนาด 2.5 x 1.8 x 1.0 เมตร ซึ่งบ่อพักน้ำ

ทำให้สามารถวัดและควบคุมปริมาณการให้น้ำพืชผักอย่างง่าย โดยเปิดสปริงเกอร์ระดับเบา กระจายน้ำเป็นบริเวณกว้าง เพื่อให้หน้าซึมลงดินได้ดี ช่วยลดอัตราการระเหย และยังคงควบคุมอุณหภูมิผิวดินได้ (วิฑูรย์ ปัญญากุล, 2547) อีกทั้งสปริงเกอร์ส่วนใหญ่ยังสามารถเคลื่อนย้ายได้ เพื่อให้สะดวกต่อการจัดการระบบจ่ายน้ำในแปลง และเมื่อหมดฤดูเก็บเกี่ยวสามารถย้ายออกเพื่อไถพรวน ได้ง่าย ยกเว้นในบริเวณที่ปลูกพืชอายุยาวเก็บเกี่ยวได้หลายปี เช่น ในแปลงสวนผสมและแปลงหน่อไม้ฝรั่ง

นอกจากแหล่งน้ำแล้ว ในแปลงเกษตรอินทรีย์แห่งนี้มีการปรับพื้นที่แปลงเกษตรให้สม่ำเสมอ และจัดสรรสัดส่วนการใช้ที่ดินให้สามารถใช้ที่ดินได้อย่างคุ้มค่า มีการนำแนวคิดทฤษฎีใหม่มาประยุกต์ใช้กับพื้นที่ โดยแบ่งพื้นที่เป็น 9 ส่วนหลักตามการใช้สอย ได้แก่ แหล่งน้ำ คันนา นาข้าว แปลงหน่อไม้ฝรั่ง

แปลงสวนผสม แปลงผักหมุนเวียน แปลงสมุนไพรที่อยู่อาศัย และพื้นที่เลี้ยงสัตว์ ซึ่งพื้นที่แหล่งน้ำมีเนื้อที่มากที่สุด เพื่อแก้ปัญหาขาดแคลนน้ำในฤดูแล้ง รองลงมาเป็นพื้นที่คันนา มีการสร้างคันนาขนาดใหญ่เพื่อช่วยป้องกันการไหลของน้ำจากภายนอกแปลงที่ใช้สารเคมีเข้ามาปนเปื้อน ป้องกันน้ำท่วม ทั้งยังใช้ประโยชน์ในการปลูกพืชชนิดต่างๆ บนคันนา โดยเฉพาะอย่างยิ่งไม้ยืนต้น และลำดับต่อมา คือ พื้นที่นาข้าว มีการใช้ประโยชน์ในการปลูกข้าวแบบประณีต และหมุนเวียนปลูกผักนอกฤดูทำนา ซึ่งสัดส่วนพื้นที่นั้นดังแสดงใน ตารางที่ 1

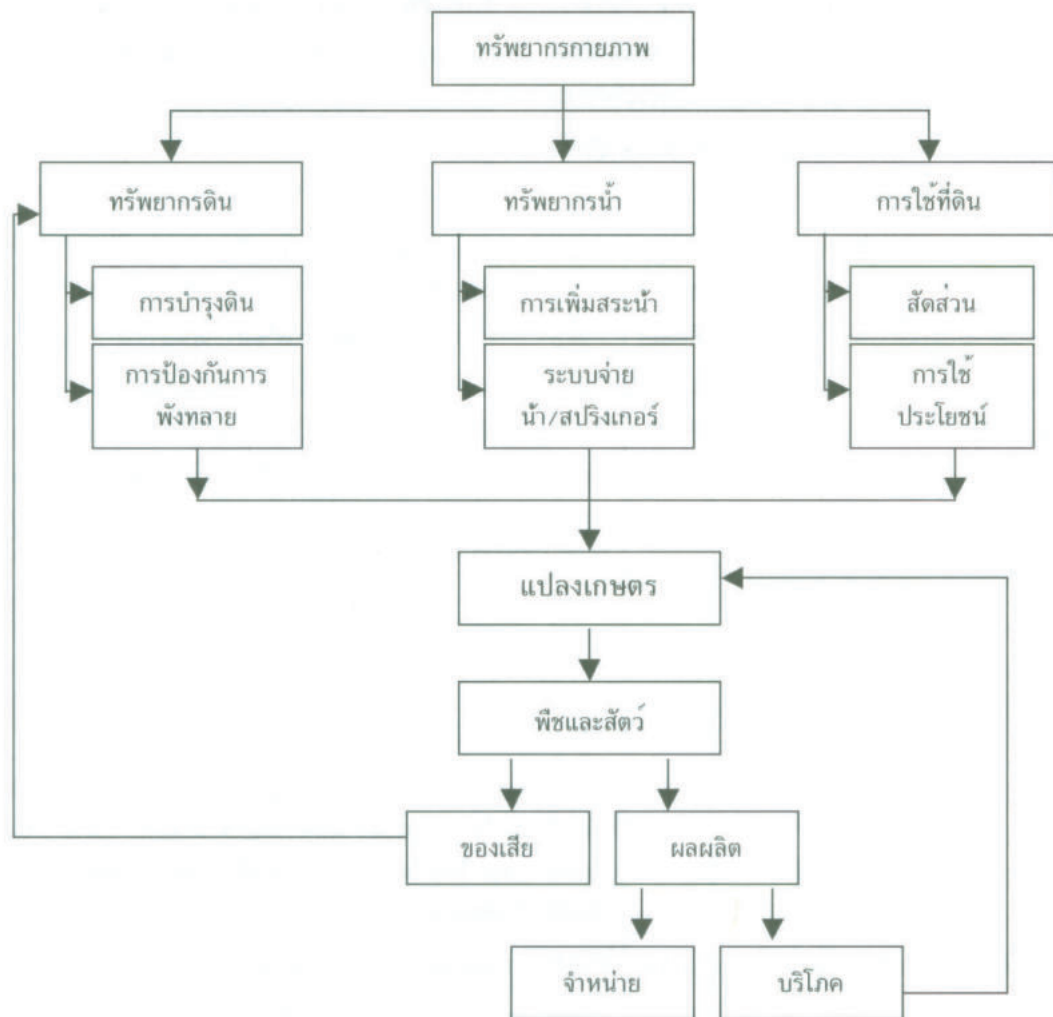
โดยทรัพยากรกายภาพเป็นทรัพยากรพื้นฐานในการทำการเกษตร ซึ่งต้องมีการจัดการให้มีสภาพเหมาะสมต่อการเพาะปลูกและเลี้ยงสัตว์อยู่เสมอ ทั้งนี้ดังแสดงรูปแบบความสัมพันธ์ได้ในรูปที่ 1

ตารางที่ 1 สัดส่วนการใช้ที่ดินในแปลงเกษตรอินทรีย์ของ นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์

ลำดับที่	ประเภทการใช้ที่ดิน	ปริมาณ (เมตร ²)	ร้อยละ	ลักษณะการใช้ประโยชน์
1	แหล่งน้ำ	2,613.48	24.80	สระน้ำ 3 สระ ความจุประมาณ 10,453 ลูกบาศก์เมตร
2	คันนา	2,380.47	22.59	นอกจากคันระหว่างแปลงแล้ว เกษตรกรทำคันนาที่ค่อนข้างกว้าง ทำให้สามารถปลูกพืชต่างๆ บนคันได้ เช่น มะม่วง น้อยหน่า ขนุน เพกา ไม้หวาย มะพร้าว กล้วยเลี้ยงสัตว์ ข่า ตะไคร้ กล้วย ประดู่ พะยูง เป็นต้น
3	นาข้าว	2,078.24	19.72	ทำนาในฤดูทำนา หลังเก็บเกี่ยวข้าวปลูกผัก จนถึงก่อนปลูกข้าวประมาณ 2 เดือน พักและบำรุงดินโดยการใช้ปุ๋ยพืชสดและใส่ปุ๋ยอินทรีย์
4	แปลงหน่อไม้ฝรั่ง	1,130.08	10.72	แปลงนี้ปลูกเฉพาะหน่อไม้ฝรั่ง ซึ่งเป็นพืชอายุยาวหลายปี สามารถเก็บเกี่ยวได้ตลอด แต่ทั้งนี้เมื่อเก็บเกี่ยว 3 เดือนแล้ว ต้องทำการพักแปลง 1 เดือน
5	สวนผสม+สวนครัว	804.35	7.63	ปลูกพืชหลากหลายผสมกัน ส่วนใหญ่เป็นพืชอายุยาวที่เก็บเกี่ยวได้หลายปี เช่น ไม้ผล ไม้ป่าสมุนไพร ผักหวานบ้าน มะละกอ ถั่วลิสง แซลมอน ผักพื้นบ้าน เช่น โหระพา กระเพรา แมงลัก พื้นล่างปล่อยให้หญ้าขึ้นเพื่อเก็บเกี่ยวไปเลี้ยงโค
6	ที่อยู่อาศัย+ศาลา	684.36	6.49	บ้านสำหรับอยู่อาศัย และศาลาอเนกประสงค์
7	แปลงผักหมุนเวียน	387.00	3.67	ปลูกผักตามท้องตลาดเพื่อให้ขายได้หมุนเวียน และตามฤดูกาลหมุนเวียนกันทั้งปี เช่น ในหน้าหนาวจะปลูกผักตระกูลถั่ว ผักกาด ต้นหอม ผักชี ถั่วฝักยาว หน่อปลวกผักขึ้นค้าง เช่น บวบต่างๆ แดงกวา น้ำเต้า พริกเผ เป็นต้น ผักบางชนิดปลูกได้ทุกฤดูกาล เช่น มะเขือ โหระพา กระเพรา แมงลัก กล้วย ข่า เป็นต้น

ตารางที่ 1 สัดส่วนการใช้ที่ดินในแปลงเกษตรอินทรีย์ของ นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ (ต่อ)

ลำดับ ที่	ประเภท การใช้ที่ดิน	ปริมาณ (เมตร ²)	ร้อยละ	ลักษณะการใช้ประโยชน์
8	สัตว์เลี้ยง+กองฟาง+ ที่ว่างไว้ผูกสัตว์	316.82	3.01	พื้นที่คอกวัว บ่อกบ บ่อปลาเล็ก เลี้ยงจิ้งหรีด เล้าไก่ เป็ด ห่าน
9	สมุนไพร	145.18	1.38	ปลูกพืชสมุนไพร เช่น หนอนดาขยอก วานต่างๆ กระเทียม มะขาม สะเดา น้อยหน่า ผักพื้นบ้าน เป็นต้น เพื่อเป็นวัตถุดิบในการทำน้ำหมักสมุนไพร
	รวม	10,540.00	100	



รูปที่ 1 รูปแบบความสัมพันธ์ของทรัพยากรกายภาพในแปลงเกษตรอินทรีย์

2. การจัดการทรัพยากรชีวภาพ

ทรัพยากรชีวภาพในแปลงเกษตรแห่งนี้ ประกอบด้วยพืช สัตว์เลี้ยง และศัตรูพืช เป็นต้น สำหรับพืชนั้น เกษตรกรมีการจัดการให้มีความหลากหลาย โดยเน้นความสอดคล้องกับปัจจัยทางกายภาพในท้องถิ่นเป็นหลัก จากการสำรวจพบว่า มีพืชทั้งสิ้น 124 ชนิด เป็นไม้ยืนต้น ไม้ผล ผัก สมุนไพร และไม้ประดับ พืชทางการเกษตรจำพวกผักและไม้ผลเป็นผลผลิตหลักที่สร้างรายได้หลักของแปลงเกษตรอินทรีย์แห่งนี้ ไม้ยืนต้นปลูกไว้ใช้สอยในครัวเรือนและเผาลาน ซึ่งนอกจากได้งานแล้วยังได้น้ำส้มควันไม้เพื่อเป็นสารกำจัดศัตรูพืชอีกด้วย ส่วนสมุนไพรปลูกเพื่อใช้เป็นยารักษาโรค และสารกำจัดศัตรูพืช

พืชแต่ละชนิดที่ปลูกนั้นผ่านการคัดสรรด้วยการผสมผสานหลักการของภูมิปัญญาท้องถิ่น อดุล-ประโยชน์และหลักการทางวิทยาศาสตร์ในการจัดหาพันธุ์พืช นำมาทดลองปลูกในแปลงเกษตร จนกระทั่งได้สายพันธุ์ที่เหมาะสม และมีการจัดการระบบนิเวศของพืชภายใต้หลักพื้นฐานการเกื้อกูลกัน พืชที่ปลูกร่วมกันอย่างใกล้ชิดต้องไม่แย่งแย่งกัน ทั้งมีการหมุนเวียนปลูกพืชในแปลงเดียวกัน โดยในฤดูกาลหนึ่งจะปลูกไม่ซ้ำชนิดในพื้นที่เดิม ทำให้ได้ผลผลิตดี เนื่องจากการกระทำดังกล่าวช่วยให้ธาตุอาหารสมดุล (วิฑูรย์, 2547) และโดยเฉพาะอย่างยิ่ง มีการปลูกพืชตระกูลถั่วสลับและแซมลงไปทำให้มีการหมุนเวียนของไนโตรเจนได้ดีอีกด้วย (Berry et al., 2002)

ลักษณะเด่นอีกประการหนึ่งที่พบในแปลงเกษตรแห่งนี้ คือ การปลูกข้าวแบบประณีต เกษตรกรปลูกข้าวโดยใช้กล้าดินเคียว นาข้าว 1 ไร่ใช้เมล็ดพันธุ์เพียง 1 กิโลกรัม เมื่อคัดเมล็ดพันธุ์แล้วนำไปเพาะกล้าประมาณ 7 วัน กล้ายาวประมาณ 10-15 เซนติเมตร จึงย้ายไปปักดำในแปลงนาที่เตรียมดินแบบน้ำตม โดยการถอนกล้าเพื่อย้ายไปปักดำจะใช้ช้อนตัก เพื่อให้กล้ายังคงมีเมล็ดข้าวติดอยู่ นำไปปักดำให้รากและเมล็ดจมอย่างเบามือ เนื่องจากต้นกล้ามีขนาดเล็ก และใช้กล้าเพียงดินเคียวเท่านั้น ในระยะแรกการให้น้ำจะเป็น

การให้น้ำแบบรดน้ำผัก คือ รดพอดินชุ่ม จนกระทั่งกล้าที่ปักดำไว้แตกกอจึงระบายน้ำใส่พอและ เป็นการควบคุมระดับน้ำให้พอเหมาะ เนื่องจากถ้าน้ำมากเกินไปข้าวจะถูกทำลายโดยปู แต่ถ้าน้ำน้อยเกินไปวัชพืชจะมาก ต้องเสียเวลาในการกำจัด

ดังนั้น จะเห็นว่า เกษตรกรมีความเอาใจใส่ในการเพาะปลูก เน้นการปลูกพืชแบบผสมผสาน ไม่ปลูกพืชเชิงเดี่ยว แต่ให้มีความหลากหลาย ทั้งนี้เกษตรกรให้เหตุผลหลายประการเกี่ยวกับการปลูกพืชในลักษณะนี้คือ

1) ปลูกเพื่อบริโภคและเกิดการหมุนเวียนของรายได้ตลอดทั้งปี พืชแต่ละชนิดมีระยะเวลาการเก็บเกี่ยวที่แตกต่างกัน พืชที่ปลูกจึงสามารถหมุนเวียนให้ผลผลิตได้ตลอดทั้งปี ทำให้มีบริโภคและจำหน่ายได้ตลอดปี

2) เพื่อมิให้เกิดการระบาดของโรคและแมลง เพราะหากปลูกพืชหลายชนิดในพื้นที่เดียวกัน แมลงจะไม่สามารถทำลายพื้นที่ในวงกว้างได้

3) พืชที่ปลูกส่วนใหญ่เป็นพันธุ์พื้นเมืองหาได้ในท้องถิ่น เพื่อให้ง่ายต่อการดูแลรักษา และเหมาะสมกับปริมาณน้ำในแต่ละปี

4) พืชสมุนไพรที่ใช้ในการกำจัดศัตรูพืช เกษตรกรปลูกไว้เพื่อให้มีใช้ตลอดทั้งปี โดยไม่ต้องไปเก็บหรือหาจากป่า หรือแหล่งอื่นๆ ทำให้สามารถช่วยตนเองได้ และมีทรัพยากรใช้อย่างพอเพียง

สำหรับการจัดการสัตว์เลี้ยง พบว่า มีสัตว์เลี้ยงทั้งสิ้น 7 ชนิด ได้แก่ โค กระบือ ไก่ ห่าน ปลา กบ และจิ้งหรีด ซึ่งสัตว์ทุกชนิดที่เลี้ยงอยู่ในฟาร์มเกษตรอินทรีย์นี้ สามารถหมุนเวียนสร้างรายได้และเป็นอาหารให้แก่เกษตรกรตลอดทั้งปี ทั้งนี้สัตว์ที่เกษตรกรเลี้ยงนั้นยังช่วยในการใช้ทรัพยากรในแปลงเกษตรให้คุ้มค่าไม่ว่าจะเป็นการใช้พื้นที่ การกำจัดวัชพืช การหมุนเวียนของธาตุอาหาร และเป็นแหล่งผลิตปุ๋ยอินทรีย์ เป็นต้น

นอกจากสัตว์เลี้ยงแล้ว ยังมีสัตว์ชนิดอื่นๆ ที่เป็นประโยชน์อาศัยอยู่ในแปลง เช่น ไล่เดือน กิ้งกือ แอ้ แมลงตัวห้ำ เป็นต้น สัตว์เหล่านี้เป็นประโยชน์

ในการช่วยย่อยสลายซากพืช และควบคุมศัตรูพืชได้อีกทางหนึ่ง เกษตรกรจึงอนุรักษ์ไว้

ส่วนการจัดการศัตรูพืช จากการสำรวจ ศัตรูพืชที่พบส่วนใหญ่ คือ แมลง ได้แก่ ค้างคาวทอง แมงกูดจี หนอนกินใบ หนอนผีเสื้อ เพลี้ยแป้ง เพลี้ยดำ มดคันไฟ และแมลงกะซอน

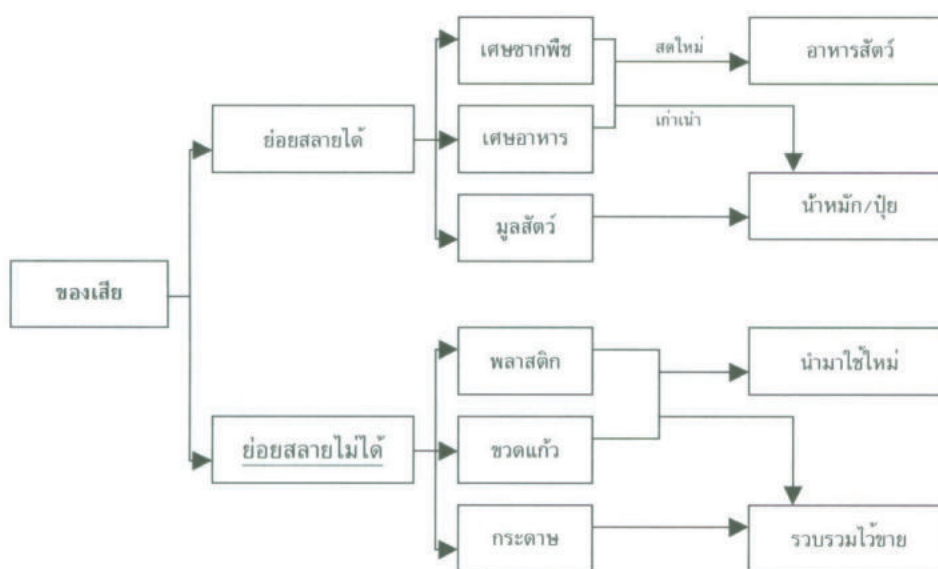
วิธีการที่ใช้ในการควบคุมและการกำจัดศัตรูพืชมี 3 วิธี ได้แก่ การใช้น้ำส้มควันไม้ การใช้หมักสมุนไพรชีวภาพ และการปลูกพืชเพื่อควบคุมศัตรูพืช โดยเกษตรกรผลิตน้ำส้มควันไม้จากการเผาถ่านส่วนน้ำหมักชีวภาพนั้น หมักโดยใช้สมุนไพรที่ปลูกไว้ในแปลง ซึ่งพืชเหล่านี้เป็นพืชป่าในท้องถิ่นที่มีการใช้กำจัดแมลงตั้งแต่อดีต ได้แก่ ไล่ดิน มะเกลือ สะเดา พญาไร้ใบ หนอนตายหยาก กล้วย และสบู่ดำ เป็นต้น ในการใช้ต้องนำมาผสมน้ำแล้วจึงฉีดพ่นในแปลงผักตามความเหมาะสมของพืชแต่ละชนิด

ในการปลูกพืชเพื่อควบคุมศัตรูพืช เกษตรกรใช้การปลูกพืชที่หลากหลาย ปลูกพืชผสมผสาน ปลูกพืชหมุนเวียน และการปลูกพืชล่อ-ไล่แมลง เช่น คาวเรือง ทานตะวัน และหญ้างวงช้าง เป็นต้น ลักษณะการปลูกพืชที่เป็นทั้งแบบหมุนเวียนและแบบผสมผสานทำให้เกิดความหลากหลายของชนิดพันธุ์ ส่งผลให้ศัตรู

พืชชนิดต่างๆ ไม่สามารถเลือกเป็นแหล่งอาศัยและอาหารได้อย่างมั่นคง จึงเป็นทางเลือกของการควบคุมศัตรูพืชโดยธรรมชาติแทนการใช้สารเคมีที่ได้ผลดี รวมทั้งเป็นการลดความเสี่ยงความสูญเสียแก่เกษตรกรด้วย (Mahmoud and Shively, 2004)

3. การจัดการของเสีย

ในแปลงเกษตรอินทรีย์นอกจากทรัพยากรกายภาพและชีวภาพแล้ว ยังมีของเสียที่เกิดจากกระบวนการผลิตทางการเกษตร และการดำรงชีวิตในครัวเรือน จากการศึกษาพบว่า ของเสียที่เกิดขึ้น ได้แก่ มูลสัตว์ เลี้ยง เศษผัก เศษใบไม้ ขยะย่อยสลายได้ และขยะย่อยสลายไม่ได้จากบ้านเรือน ของเสียที่เกิดขึ้นเกษตรกรไม่ปล่อยให้สูญเปล่า มีการนำของเสียมาใช้ประโยชน์ทุกชนิด ซึ่งหากเป็นของเสียที่ย่อยสลายได้ เช่น มูลสัตว์ เศษอาหาร เศษผัก เศษใบไม้ ส่วนใหญ่เกษตรกรนำไปทำปุ๋ยบำรุงดิน บางส่วนนำไปทำน้ำหมักชีวภาพ หากเศษผักยังสดอยู่นำไปเลี้ยงจิ้งหรีด ไก่ และห่าน ขยะที่ย่อยสลายไม่ได้ เช่น พลาสติก กระดาษ ขวด แก้ว ส่วนหนึ่งนำกลับมาใช้ใหม่ และส่วนหนึ่งรวบรวมไว้ขาย ดังแสดงรูปแบบระบบการจัดการของเสีย ในรูปที่ 2



รูปที่ 2 รูปแบบการจัดการของเสียในแปลงเกษตรอินทรีย์

4. การจัดการเงินทุนและหนี้สิน

ในการประกอบอาชีพ เงินทุนเป็นสิ่งสำคัญ เกษตรกรเริ่มต้นการทำอาชีพเกษตรกรรมด้วยการพึ่งพิงแหล่งเงินทุนจากภายนอก มีเงินทุนสนับสนุนจาก 3 แหล่ง โดยในแต่ละแหล่งมีเงื่อนไขในการใช้คืนที่แตกต่างกันไป ซึ่งเกษตรกรให้ความสำคัญในการนำเงินลงทุนมาใช้ให้เกิดประโยชน์ต่อแปลงเกษตรและจัดการให้สามารถใช้คืนได้ตามระยะเวลาที่กำหนด มีรายละเอียดในการจัดการเงินกู้จากทั้ง 3 แหล่ง ดังนี้

1) โครงการนำร่องเพื่อการพัฒนาเกษตรกรรมยั่งยืนของเกษตรกรรายย่อย ภูมิประสมหาสารคาม เป็นเงิน 58,000 บาท

ซึ่งเงินทุนจากโครงการนี้ได้มาตอนเริ่มต้นทำเกษตรอินทรีย์ ใช้ในการขุดสระน้ำ 20,000 บาท ใช้ปรับพื้นที่ 5,000 บาท ซื้อวัว 15,000 บาท ซื้อพันธุ์ไม้ 1,500 บาท และจัดทำระบบน้ำ 13,000 บาท โดยทุนในการขุดสระน้ำเป็นทุนให้เปล่า ส่วนที่เหลือเป็นทุนที่ต้องใช้คืน โดยใช้คืนเป็นรายปี ซึ่งมีกำหนดการใช้คืน 2 ระยะ คือ ระยะกลาง และระยะยาว มีลักษณะดังนี้

1.1 ในระยะกลาง ใช้คืนภายในเวลา 3 ปี ดอกเบี้ยร้อยละ 4 บาทต่อปี ได้แก่ การปรับพื้นที่ ใช้คืนปีละประมาณ 1,600 บาท การซื้อพันธุ์ไม้ ใช้คืนปีละประมาณ 500 บาท การจัดทำระบบน้ำ ใช้คืนปีละประมาณ 4,250 บาท

1.2 ในระยะยาว ใช้คืนภายในเวลา 7 ปี ดอกเบี้ยร้อยละ 3 บาทต่อปี ได้แก่ การซื้อวัว ใช้คืนปีละประมาณ 2,150 บาท

2) โครงการแก้ไขปัญหาลความยากจน เป็นเงิน 12,000 บาท เป็นโครงการที่ให้กู้ยืมโดยไม่มีดอกเบี้ย โดยใช้คืน 3 งวด คือ งวดที่ 1 เป็นเงิน 6,000 บาท งวดที่ 2 เป็นเงิน 3,000 บาท และงวดที่ 3 เป็นเงิน 3,000 บาท

3) โครงการกองทุนหมู่บ้าน เป็นเงิน 20,000 บาท เงินจากกองทุนหมู่บ้านนั้นเป็นเงินสนับสนุนที่ได้รับทุกปี ปีละ 20,000 บาท แต่มีข้อแม้ว่าจะต้อง

ใช้คืนก่อนถึงจะขอกู้ใหม่ได้ โดยมีดอกเบี้ยร้อยละ 5 บาทต่อปี

เงินทุนจาก 3 แหล่งนี้ ได้ใช้จ่ายตั้งแต่แรกเริ่มที่ทำเกษตรอินทรีย์มาจนถึงปัจจุบัน และที่สำคัญในการทำเกษตรอินทรีย์นั้นต้องมีความเชื่อมั่นว่าจะต้องประสบความสำเร็จ เพราะต้องใช้เงินในการลงทุนมากในปีแรกๆ ยังต้องมีการบริหารจัดการด้านการเงินเป็นอย่างดี เพราะต้องใช้เงินคืนตามกำหนด มีตัวอย่างเกษตรกรบางรายที่กู้ยืมเงินจากโครงการดังกล่าวแล้วไม่มีเงินใช้คืนตามกำหนดจึงต้องไปหากู้ยืมเงินนอกระบบมาใช้หนี้ ทำให้เกิดเป็นหนี้สินซ้ำซ้อน เกษตรกรจึงเกิดความท้อแท้และล้มเลิกการทำเกษตรอินทรีย์ไปในที่สุด แต่หากเกษตรกรสามารถประคองตัวได้ เมื่อเวลาผ่านไปสัก 4-5 ปี ก็จะได้ผลตอบแทนกลับมาอย่างยั่งยืนและถาวร

นอกจากนี้ เกษตรกรมีการจัดทำบัญชีรายรับรายจ่ายของครัวเรือน เริ่มต้นเมื่อปี พ.ศ. 2544 ได้มีการส่งเสริมการทำบัญชีครัวเรือน ด้วยการสนับสนุนของกลุ่มเครือข่ายเกษตรกรยั่งยืน โดยเกษตรกรเข้าเป็นสมาชิกในเครือข่าย ด้วยการเป็นแกนนำในการทำบัญชีครัวเรือนแบบรายวัน ในปี พ.ศ. 2548 เกษตรกรได้รับสมุดบัญชีครัวเรือนจากธนาคารเพื่อการเกษตรและสหกรณ์ จึงได้ทำบัญชีครัวเรือนอย่างต่อเนื่องตั้งแต่ปี พ.ศ. 2544 จากการทำบัญชีครัวเรือนนี้ เกษตรกรได้แสดงความคิดเห็นว่า “ผลดีที่ได้รับจากการทำบัญชีครัวเรือน คือ ทราบรายรับรายจ่ายในครอบครัวและผลเสียที่ได้รับ คือ เกษตรกรบางรายยังไม่กล้าเปิดเผยบัญชีครัวเรือน เนื่องจากมีรายรับ-รายจ่ายติดลบ จึงให้ความร่วมมือไม่ต่อเนื่อง”

5. การวิเคราะห์ระบบนิเวศและการหมุนเวียนทรัพยากร

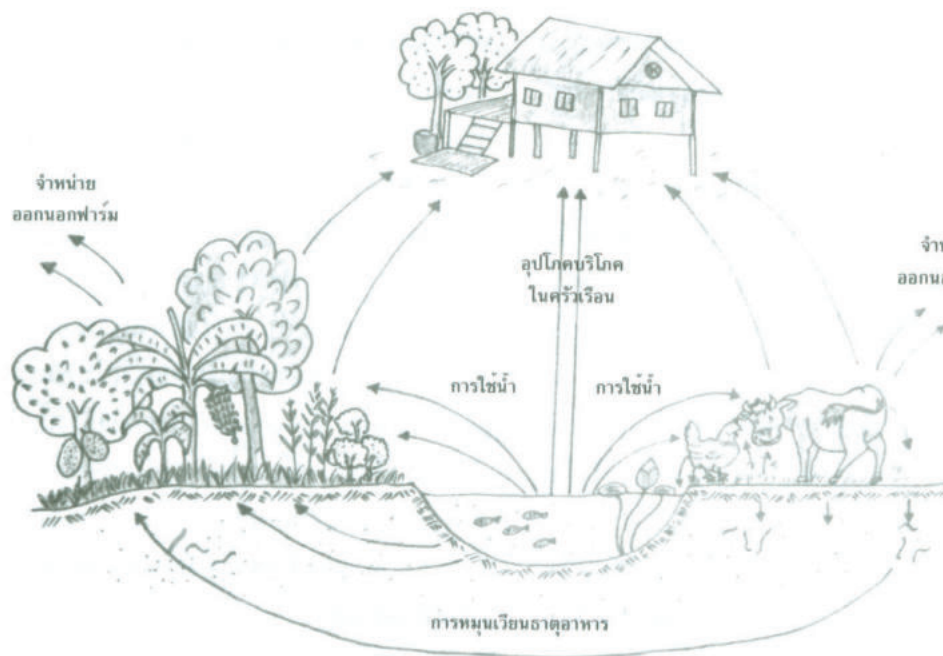
ระบบนิเวศเกษตรอินทรีย์เป็นระบบนิเวศที่เลียนแบบธรรมชาติ เพื่อการผลิตอาหารและผลิตภัณฑ์ทางการเกษตรอย่างเป็นมิตรต่อสิ่งแวดล้อม ระบบเกษตรอินทรีย์ในแปลงเกษตรของ นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ นับเป็นแบบอย่างที่ดี เนื่องจากเกษตรกรได้สร้างระบบการเกษตรของตนให้มีความเกื้อกูลกัน ภายใต้อากาศ

จำกัดของสภาพพื้นที่ ดิน น้ำและอากาศให้เหมาะสมกับพืช และสัตว์

องค์ประกอบของระบบนิเวศเกษตรนี้ประกอบไปด้วยทรัพยากรกายภาพ และชีวภาพ ทรัพยากรกายภาพ ได้แก่ ดิน น้ำ อากาศ และปัจจัยด้านภูมิประเทศ ซึ่งสิ่งเหล่านี้เกษตรกรได้ปรับปรุงให้มีลักษณะที่เหมาะสมกับการผลิต ทั้งยังเพิ่มความอุดมสมบูรณ์ในด้านปริมาณและคุณภาพ โดยมีการปรับปรุงดินให้อุดมสมบูรณ์ การเพิ่มพื้นที่กักเก็บน้ำให้เพียงพอต่อความต้องการในหน้าแล้ง การปรับภูมิประเทศให้เป็นแปลงเล็กๆ เพื่อปลูกพืช และการควบคุมภูมิอากาศระดับล่างหรือจุลภูมิอากาศด้วยการใช้พืชขึ้นต้น เป็นต้น ส่วนทรัพยากรชีวภาพ ได้แก่ พืช สัตว์ และสิ่งมีชีวิตอื่น มีการจัดระบบการปลูกพืชและเลือกพันธุ์พืชที่เหมาะสม

กับสภาพพื้นที่โดยการลองผิดลองถูก รวมถึงการเลือกชนิดที่มีอยู่ในท้องถิ่น ทำให้พืชที่ปลูกในแปลงมีความแข็งแรงและดูแลง่าย สัตว์เลี้ยง ใช้พันธุ์พื้นบ้านทำให้สามารถทนทานต่อสภาพแวดล้อมและโรคได้ดี และมีการใช้จุลินทรีย์ท้องถิ่นที่ใช้ในการปรับปรุงดินและควบคุมศัตรูพืช โดยเกษตรกรสามารถเพาะเลี้ยงได้เอง ดังนั้น ทุกองค์ประกอบที่นำเข้าสู่ระบบการเกษตรจึงมีความเกื้อกูลกัน

ความสัมพันธ์เหล่านี้เกิดจากการคัดสรรและปรุงแต่งของเกษตรกรอย่างเอาใจใส่ โดยผสมผสานองค์ความรู้ใหม่กับภูมิปัญญาท้องถิ่นอย่างผสมกลมกลืนเพื่อให้ทรัพยากรแต่ละชนิดแสดงบทบาทหน้าที่เฉพาะและเชื่อมโยงกันอย่างมีประสิทธิภาพ ดังแสดงรูปแบบระบบนิเวศและการหมุนเวียนทรัพยากรในรูปที่ 3

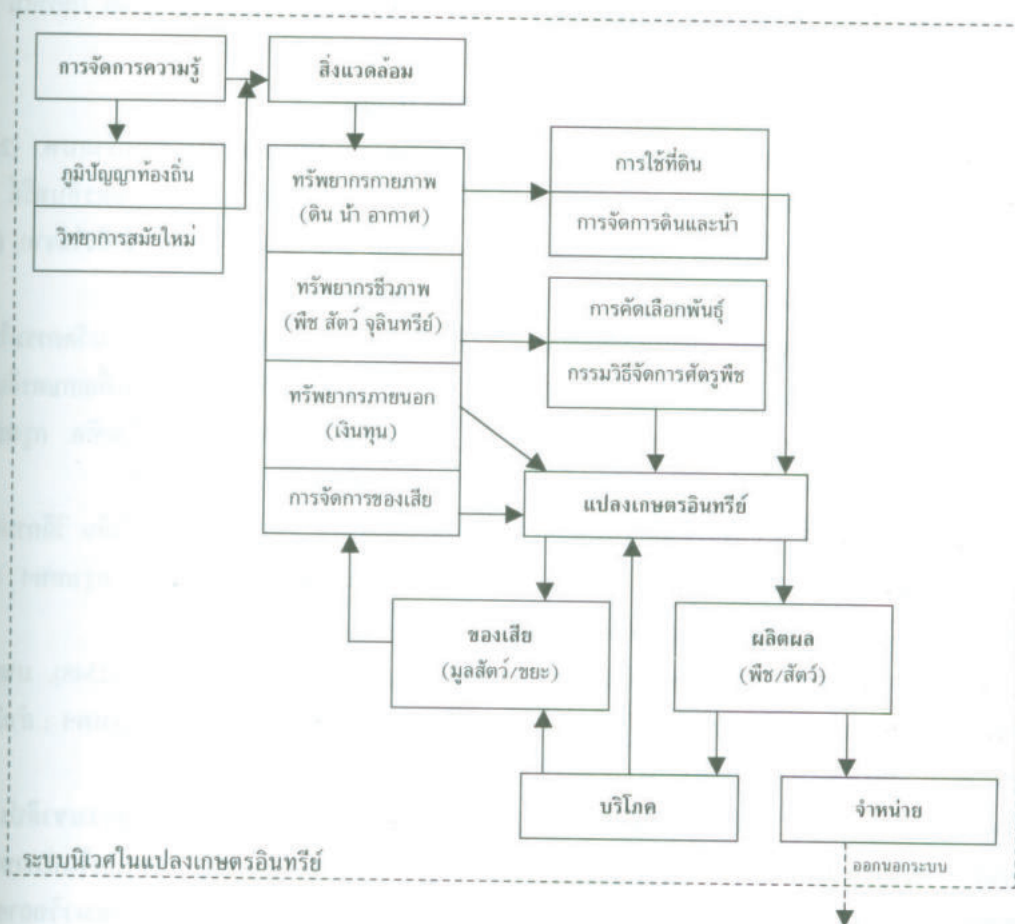


รูปที่ 3 ระบบนิเวศและการหมุนเวียนของทรัพยากรในแปลงเกษตรอินทรีย์

พืชและสัตว์ในแปลงเกษตรถูกจัดระบบให้ใช้ประโยชน์ทรัพยากรกายภาพในแปลงอย่างคุ้มค่า ทำให้มีการไหลเวียนของทรัพยากรจากสิ่งหนึ่งสู่สิ่งหนึ่งตลอดเวลา พืชที่ผ่านการคัดเลือกพันธุ์ถูกนำมาปลูกให้เจริญเติบโตบนผืนดินที่ถูกจัดสัดส่วนไว้อย่างเหมาะสม และมีการบำรุงดินอย่างดี เพื่อให้ธาตุอาหารในดินยังคงอุดมสมบูรณ์อยู่เสมอ สัตว์เลี้ยงทุกชนิดเน้นสัตว์ที่กินพืชและเศษอาหารเพื่อเป็นการใช้ประโยชน์พืชที่มีอยู่ในแปลงเป็นอาหารสัตว์ได้โดยไม่ต้องซื้อหาจากภายนอก ไม่ว่าจะเป็นเศษผัก วัชพืชในแปลง และเศษอาหารจากครัวเรือน เช่น เกษตรกรนำหญ้าที่เป็นวัชพืชในแปลงมาเลี้ยงวัว นำผักที่ไม่สวยงามจำหน่ายไม่ได้ หรือมีปริมาณไม่เพียงพอต่อการจำหน่ายไปเลี้ยงจิ้งหรีด ไก่ ห่าน เป็นต้น ทำให้ได้ผลผลิตของสัตว์เลี้ยงโดย

ไม่ต้องพึ่งพิงอาหารจากภายนอก เมื่อสัตว์เลี้ยงถ่ายมูลออกมาก็นำไปเป็นปุ๋ย สร้างธาตุอาหารให้กับพืช นับเป็นการใช้ประโยชน์ทรัพยากรอย่างคุ้มค่าและไม่ปล่อยทิ้งให้สูญเปล่า และในกรณีที่นำวัวไปกินหญ้านอกพื้นที่ ยังเป็นการเคลื่อนย้ายธาตุอาหารจากพื้นที่อื่นเข้าสู่แปลงได้อีกทาง

จากข้อมูลที่กล่าวมา จะเห็นว่า เกษตรกรมีการจัดการทรัพยากรกายภาพ ชีวิตาในแปลงอย่างประณีต ผสมผสานกับการใช้องค์ความรู้ดั้งเดิมและองค์ความรู้สมัยใหม่ มาสร้างแปลงเกษตรอินทรีย์แห่งนี้ให้มีระบบนิเวศที่สมดุล จนก่อให้เกิดผลผลิตที่เพียงพอ เหมาะสมต่อการยังชีพและนำมาซึ่งรายได้หล่อเลี้ยงครอบครัว ซึ่งรูปแบบความสัมพันธ์ของการจัดการทรัพยากรเหล่านี้ ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 รูปแบบความสัมพันธ์ของการจัดการทรัพยากรภายในระบบนิเวศเกษตรอินทรีย์

สรุป

จากการศึกษาการจัดการระบบนิเวศในฟาร์ม เกษตรอินทรีย์ของ นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ พบว่า เกษตรกรมีการจัดการระบบนิเวศในฟาร์มเกษตรอินทรีย์ โดยอาศัยหลักของภูมิปัญญาดั้งเดิมที่ได้รับการถ่ายทอดมาจากคนรุ่นก่อน ผสมผสานกับองค์ความรู้ใหม่ที่ได้จากการขวนขวายหาความรู้ของเกษตรกรเอง เช่น จาก การศึกษาดูงาน การเรียนรู้แบบลองผิดลองถูก การ ได้รับคำแนะนำจากเจ้าหน้าที่ของรัฐและเอกชน รวมถึง การแลกเปลี่ยนเรียนรู้กับเพื่อนเกษตรกรด้วยกัน ทำให้ การทำเกษตรอินทรีย์ของ นายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ ได้ รับผลตอบแทนที่ดีในปัจจุบัน

ภายในแปลงเกษตรอินทรีย์แห่งนี้ เกษตรกร จัดการทรัพยากรกายภาพ ไม่ว่าจะเป็นทรัพยากรดิน น้ำ และการใช้ที่ดินให้เหมาะสมกับสภาพภูมินิเวศ ทรัพยากรชีวภาพก็เช่นกัน มีการจัดการให้เหมาะสม กับลักษณะทางกายภาพ รวมทั้งของเสียทุกประเภทที่ เกิดขึ้นมีการจัดการให้กลายเป็นทรัพยากรที่สร้าง ประโยชน์ เพื่อเอื้อต่อผลผลิตทางการเกษตรให้มากที่สุด ทำให้แปลงเกษตรแห่งนี้มีผลผลิตหมุนเวียนตลอดทั้งปี เพียงพอต่อการบริโภคในครัวเรือนและจำหน่ายใน ท้องถิ่นได้ ทุกทรัพยากรในแปลงมีรูปแบบความ สัมพันธ์ที่เกื้อกูลกัน และแสดงถึงการหมุนเวียนของ ทรัพยากรหนึ่งสู่ทรัพยากรหนึ่งอย่างมีประสิทธิภาพ ทำให้เป็นการจัดการระบบนิเวศเกษตรที่เหมาะสมกับ วิถีชีวิตในชนบทของเกษตรกรอย่างยิ่ง

อย่างไรก็ตาม การศึกษาวิจัยครั้งนี้ เป็นการ วิจัยที่มองภาพรวมของการจัดการระบบนิเวศ ซึ่งใน แต่ละทรัพยากรย่อมมีความละเอียดอ่อนในการจัดการ จึงควรมีศึกษาในเชิงลึกของแต่ละด้าน รวมถึงควรมีการ ศึกษาวิจัยเพื่อส่งเสริมการนำผลการวิจัยในครั้งนี้เผยแพร่ สู่เกษตรกรรายอื่น และติดตามผลการดำเนินงานอย่าง ต่อเนื่องด้วย นอกจากนี้ การที่มีนักวิจัยเข้าไปศึกษา ร่วมกับเกษตรกรทำให้เกษตรกรได้ย้อนมองกลับไป พิจารณาการดำเนินงานของตนเอง และเกิดกระบวนการ คิดที่ชัดเจนขึ้น เนื่องจากได้รับการกระตุ้นจากกระบวนการ

การวิจัย ทำให้เกษตรกรมีการทบทวนองค์ความรู้ และสามารถปรับปรุงวิธีการต่างๆ ได้เป็นอย่างดี ดังนั้น ผู้วิจัยเล็งเห็นว่า การเข้าไปศึกษากับเกษตรกรใน ลักษณะนี้ ช่วยทำให้เกษตรกรเห็นความสำคัญและ เข้าใจในการทำเกษตรอินทรีย์มากขึ้น จึงควรมีการวิจัย ในลักษณะนี้อย่างต่อเนื่อง ทำให้เกิดประโยชน์ต่อทั้ง เกษตรกร คณะผู้วิจัย และผู้สนใจอื่นๆ

กิตติกรรมประกาศ

ในการดำเนินการวิจัยครั้งนี้ คณะผู้วิจัยขอ ขอบคุณมหาวิทยาลัยมหาสารคาม ที่สนับสนุน งบประมาณวิจัย คณะสิ่งแวดล้อมและทรัพยากรศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม ที่เอื้อเฟื้อสถานที่ในการ ดำเนินงานการวิจัย และนายคำพันธ์ เหล่าวงษ์ และ ครอบครัว ที่ได้ให้ความร่วมมือในการศึกษาวิจัยอย่าง ดียิ่ง จึงขอขอบคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

- มูลนิธิสายใยแผ่นดินและสหกรณ์กรีนเนท. (2546). เกษตรอินทรีย์ หลักการเกษตรอินทรีย์. (อ้าง เมื่อ 2 สิงหาคม 2550) เข้าถึงได้จาก: <http://www.greennet.or.th>.
- ราไพประภา มะหะหมัด. (2548). นวัตกรรมในการ จัดการทรัพยากรการเกษตรเพื่อเกษตรอินทรีย์. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ. กรุงเทพฯ : มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- วิฑูรย์ ปัญญากุล. (2547). เกษตรยั่งยืน วิธีการเกษตร เพื่ออนาคต. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : มูลนิธิ สายใยแผ่นดิน.
- สำนักงานมาตรฐานเกษตรอินทรีย์. (2548). มาตรฐาน เกษตรอินทรีย์ 2005. กรุงเทพฯ : สำนักงาน มาตรฐานเกษตรอินทรีย์.
- อานัฐ ดันโซ. (2549). เกษตรธรรมชาติประยุกต์ หลักการ แนวคิด เทคนิคในประเทศไทย. ปทุมธานี : สำนักงานพัฒนาวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยีแห่งชาติ.

- Berry, P.M., Sylvester, B.R., Philips, L., Hatch, D.J., Cuttle, S.P., Rayns, F.W. and Gosling, P. (2002). Is the Productivity of Organic Farms Restricted by the Supply of Available Nitrogen?. *Soil Use and Management*. 18(s1) : 248-255.
- Brussaard, L., Ruiter, P.C., and Brown, G.G. (2007). Soil Biodiversity for Agricultural Sustainability. *Agriculture, Ecosystems and Environment*. 121 : 233-244.
- Lin, C.Y. (1997). Technology for Sustainable Agriculture Development in Asian Productivity Organization Perspective Agricultural Technologies in Asia and the Pacific. A Report of APO Study Meeting 25 July -4 August 1995. Tokyo.
- Lu, J. and Li, X. (2006). Review of Rice-Fish Farming Systems in China-One of The Globally Important Ingenious Agricultural Heritage Systems (GIAHAS). *Aquaculture*. 260 : 106-113.
- Mahmoud, C. and Shively, G. (2004). Agricultural Diversification and Integrated Pest Management in Bangladesh. *Agricultural Economics*. 30(3) : 187-194.
- van Elsen, T. (2000). Species Diversity as a Task for Organic Agriculture in Europe. *Agriculture, Ecosystems and Environment*. 77 : 101-109.
- Watson, C.A., Atkinson, D., Gosling, P., Jackson, L.R. and Rayns, F.W. (2002). Managing Soil Fertility in Organic Farming Systems. *Soil Use and Management*. 18(s1): 239-247.



การจำแนกสมาชิกนิพผล สมาชิกที่หาตัวผกผันได้ และสมาชิกปกติในริง $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$

Characterization of Idempotent, Invertible and Regular Elements in Ring $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$

สมจิต โชติชัยสถิตย์^{1*} และ พงศกร ยศแก้ว¹

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้จะใช้ตัวกำหนดช่วยในการจำแนกสมาชิกในริง $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ เราพบว่า สมาชิกในริง $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะเป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ สมาชิกตัวนั้นมีตัวกำหนดไม่อยู่ในเซต $\{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ ดังนั้น สมาชิกที่มีตัวกำหนดไม่อยู่ในเซต $\{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ จะเป็นสมาชิกปกติ ส่วนสมาชิกที่มีตัวกำหนดอยู่ในเซต $\{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ จะไม่เป็นสมาชิกปกติ และทุกสมาชิกนิพผลของ $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะมีตัวกำหนดเท่ากับ 0 หรือ 1 ซึ่งสมาชิกนิพผลที่มีตัวกำหนดเท่ากับ 1 จะมีเพียงสมาชิกเดียวคือสมาชิกเอกลักษณ์ ส่วนสมาชิกนิพผลและสมาชิกปกติที่มีตัวกำหนดเท่ากับ 0 จะใช้ทฤษฎีต่อไปนี้ในการจำแนก
ทฤษฎีบท ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ และ $\det A = 0$ จะได้ว่า

1. A เป็นสมาชิกนิพผล ก็ต่อเมื่อ $a - a^2 = bc = d - d^2$ และ $a + d = 1$
2. A เป็นสมาชิกปกติ ก็ต่อเมื่อ $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

Abstract

In this research, we use determinants to categorize the elements of the ring $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$. We find that an element of the ring $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ is invertible if and only if its determinant is not in the set $\{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$. If it is so, it is a regular element. An elements with determinant contained in the set $\{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ is not regular. Every idempotent element has determinant 0 or 1 and the only idempotent element with determinant 1 is the identity element. In case of idempotent and regular elements with determinant 0, we use the following theorem to categorize them.

Theorem Let $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ be a non-zero element and $\det A = 0$. Then

1. A is an idempotent element if and only if $a - a^2 = bc = d - d^2$ and $a + d = 1$;
2. A is a regular element if and only if $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$.

¹ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อ.เมือง จ.ขอนแก่น 40002

* corresponding author, E-mail: somchit@kku.ac.th

1. บทนำ

ให้ R เป็นริงที่มีเอกลักษณ์ จะเรียก $a \in R$ ว่า สมาชิกนิจพล (idempotent element) ถ้า $a^2 = a$ จะเรียก $a \in R$ ว่า สมาชิกที่หาตัวผกผันได้ (invertible element) ถ้ามี $b \in R$ ที่ทำให้ $ab = 1 = ba$ จะเรียก $a \in R$ ว่า สมาชิกปกติ (regular element) ถ้ามี $s \in R$ ที่ทำให้ $a = asa$ และจะเรียกริง R ว่า ริงปกติ (regular ring) ถ้าทุกสมาชิกของริง R เป็นสมาชิกปกติ

เราจะแทนเซตของเมทริกซ์จัตุรัสขนาด n ที่มีสมาชิกอยู่ในริง R ด้วย $M_n(R)$ นั่นคือ

$$M_n(R) = \{[a_{ij}]_{n \times n} \mid a_{ij} \in R\}$$

ภายใต้การบวกและการคูณเมทริกซ์ จะได้ว่า $M_n(R)$ เป็นริงที่มีเอกลักษณ์ และ $M_n(R)$ เป็นริงปกติ ก็ต่อเมื่อ R เป็นริงปกติ

ให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก จะใช้สัญลักษณ์ $\mathbb{Z}_n$ แทนเซตของจำนวนเต็มมอดุโล n และเมื่อ p เป็นจำนวนเฉพาะ แล้ว $\mathbb{Z}_p$ เป็นฟิลด์ เนื่องจากทุกฟิลด์เป็นริงปกติ ดังนั้น $\mathbb{Z}_p$ เป็นริงปกติ เพราะฉะนั้น $M_n(\mathbb{Z}_p)$ เป็นริงปกติด้วย เนื่องจาก $\mathbb{Z}_{p^2}$ ไม่เป็นริงปกติ ดังนั้น $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ไม่เป็นริงปกติ งานวิจัยนี้จึงต้องการศึกษาสมาชิกของ $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ว่า มีสมาชิกใดบ้างที่มีสมบัติเป็นสมาชิกปกติ สมบัตินิจพล รวมไปถึงสมบัติการหาตัวผกผันได้

ข้อตกลง เพื่อความสะดวก

1. เราจะแทนสมาชิกของ $\mathbb{Z}_n$ ด้วย $0, 1, 2, \dots, n-1$

2. เราจะแทนตัวกำหนด(determinant) ของ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ด้วย $\det A$ ซึ่ง $\det A = ad - bc$

ในการพิสูจน์สมบัติต่าง ๆ ของสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ เราจะใช้สมบัติที่สำคัญของตัวกำหนดของเมทริกซ์ ซึ่งกล่าวว่าถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์ แล้ว $\det(AB) = (\det A)(\det B)$

2. สมบัติบางประการของสมาชิกใน $\mathbb{Z}_{p^2}$

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาว่าสมาชิกใดบ้างใน $\mathbb{Z}_{p^2}$ ที่เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้ และสมาชิกใดบ้างที่เป็นสมาชิกนิจพล เพื่อที่จะนำไปใช้ประโยชน์ต่อไป

จากความรู้พื้นฐานด้านทฤษฎีจำนวน จะได้ว่า สมภาคเชิงเส้น $ax \equiv 1 \pmod{n}$ มีผลเฉลย ก็ต่อเมื่อ $(a, n) = 1$ ทำให้เราสามารถสรุปได้ว่า ทุกสมาชิก $a \in \mathbb{Z}_{p^2}$

a เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้ ก็ต่อเมื่อ $a \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

ทฤษฎีบท 1. ให้ $a \in \mathbb{Z}_{p^2}$ จะได้ว่า a เป็นสมาชิกนิจพล ก็ต่อเมื่อ $a \in \{0, 1\}$

พิสูจน์. ให้ $a \in \mathbb{Z}_{p^2}$

($\Rightarrow$) สมมติให้ a เป็นสมาชิกนิจพล นั่นคือ $a^2 = a$

กรณี a เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้ จะได้ว่า $a = a(aa^{-1}) = a^2a^{-1} = aa^{-1} = 1$

กรณี a เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันไม่ได้ จะได้ว่า $a \in \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะเห็นได้ว่า ถ้า $a \in \{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว a ไม่เป็นสมาชิกนิจพล ดังนั้น $a = 0$

($\Leftarrow$) สมมติให้ $a \in \{0, 1\}$ จะได้ว่า $a^2 = a$ ดังนั้น a เป็นสมาชิกนิจพล □

3. สมาชิกที่หาตัวผกผันได้ (Inverse Element)

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาว่าสมาชิกใดบ้างใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้

ทฤษฎีบท 2. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า A หาตัวผกผันได้ก็ต่อเมื่อ $\det A \notin \{0, p, \dots, (p-1)p\}$ และในกรณีที่ A หาตัวผกผันได้ จะได้ว่า

$$A^{-1} = (\det A)^{-1} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

พิสูจน์. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$

($\Rightarrow$) สมมติให้ A หาตัวผกผันได้

จะได้ว่า $AB = I_2 = BA$ สำหรับบาง $B \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$

ดังนั้น $(\det A)(\det B) = \det(AB) = \det(I_2) = 1$

นั่นคือ $\det A$ เป็นสมาชิกที่มีตัวผกผัน

เพราะฉะนั้น $\det A \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

($\Leftarrow$) สมมติให้ $\det A \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ จะได้ว่า $\det A$ มีตัวผกผัน

ให้ $B = (\det A)^{-1} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ ดังนั้น B เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ และ $AB = I_2 = BA$

นั่นคือ A หาตัวผกผันได้ และตัวผกผันของ A คือ

$$A^{-1} = (\det A)^{-1} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad \square$$

4. สมาชิกนิพจน์ (Idempotent Element)

ในหัวข้อนี้เราจะศึกษาว่าสมาชิกใดบ้างใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่เป็นสมาชิกนิพจน์

ทฤษฎีบทประกอบ 1. ถ้า A เป็นสมาชิกนิพจน์ของ $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ แล้ว $\det A = 0$ หรือ $\det A = 1$

พิสูจน์. สมมติให้ A เป็นสมาชิกนิพจน์ของ $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ นั่นคือ $AA = A$

ดังนั้น $(\det A)^2 = (\det A)(\det A) = \det(AA) = \det A$

จาก $\det A \in \mathbb{Z}_{p^2}$ และทฤษฎีบท 1 จะได้ว่า $\det A = 0$ หรือ $\det A = 1$ $\square$

จากทฤษฎีบทประกอบนี้ทำให้เราทราบว่า สมาชิกนิพจน์ต้องมีตัวกำหนดเท่ากับ 0 หรือ 1 เท่านั้น และสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่มีตัวกำหนดเท่ากับ 1 จะเป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้ เราสามารถแสดงได้โดยง่ายว่า สมาชิกนิพจน์ที่มีตัวกำหนดเท่ากับ 1 เป็นสมาชิกเอกลักษณ์ จากสมาชิกศูนย์เป็นสมาชิกนิพจน์ ดังนั้นเราเหลือการพิจารณาเพียงกรณีที่สมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ไม่ใช่สมาชิกศูนย์และมีตัวกำหนดเท่ากับ 0 ซึ่งสามารถพิจารณาได้จากทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 3. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ และ $\det A = 0$

จะได้ว่า A เป็นสมาชิกนิจพล ก็ต่อเมื่อ $a - a^2 = bc = d - d^2$ และ $a + d = 1$

พิสูจน์. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ และ $\det A = 0$

($\Rightarrow$) สมมติให้ A เป็นสมาชิกนิจพล นั่นคือ $A = AA$ ดังนั้น

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + dd \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้นจะได้ระบบสมการต่อไปนี้

$$aa + bc = a \quad (1)$$

$$ab + bd = b \quad (2)$$

$$ac + cd = c \quad (3)$$

$$bc + dd = d \quad (4)$$

จากสมการ (1) และ (4) จะได้

$$a - aa = bc = d - dd \quad (5)$$

เราจะพิจารณา b, c ออกเป็น 3 กรณีต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $b \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่า b มีตัวผกผัน จากสมการ (2) ทำให้ได้ว่า $a + d = 1$

กรณีที่ 2 $c \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่า c มีตัวผกผัน จากสมการ (3) ทำให้ได้ว่า $a + d = 1$

กรณีที่ 3 $b, c \in \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่า $bc = 0$ จากสมการ (5) ทำให้ได้ว่า $a = a^2$ และ $d = d^2$

โดยทฤษฎีบท 1 จะได้ว่า $a, d \in \{0, 1\}$

ถ้า $a = d$ แล้วเราจะพิจารณาออกเป็น 2 กรณีย่อยคือ

กรณี $a = d = 0$ จากสมการ (2) และ (3) จะได้ว่า $b = c = 0$ ซึ่งขัดแย้งกับที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์

กรณี $a = d = 1$ จะได้ว่า $\det A = 1$ ซึ่งขัดแย้งกับที่ $\det A = 0$

เพราะฉะนั้น $a \neq d$ ทำให้ได้ว่า $a + d = 1$

($\Leftarrow$) สมมติให้ $a - a^2 = bc = d - d^2$ และ $a + d = 1$ จะได้ว่า

$$AA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa + bc & ab + bd \\ ac + cd & bc + dd \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = A$$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกนิจพล

□

5. สมาชิกปกติ (Regular Element)

เราทราบว่าสมาชิกที่หาตัวผกผันได้ทุกตัวเป็นสมาชิกปกติ โดยทฤษฎีบท 2 จะได้ว่าทุกสมาชิกที่มีตัวกำหนดไม่เป็นสมาชิกของเซต $\{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ เป็นสมาชิกปกติ ดังนั้น เราจึงเหลือการพิจารณาเพียงกรณีที่สมาชิกมีตัวกำหนดเป็นสมาชิกของเซต $\{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ เท่านั้น ในกรณีที่สมาชิกมีตัวกำหนดเป็นสมาชิกของเซต $\{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ เราจะใช้ทฤษฎีบทต่อไปนี้พิสูจน์ว่า สมาชิกเหล่านั้นไม่เป็นสมาชิกปกติ

ทฤษฎีบท 4. ให้ $A \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่มี $\det A \in \{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A ไม่เป็นสมาชิกปกติ

พิสูจน์. ให้ $A \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่มี $\det A \in \{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$

ดังนั้น $\det A \neq 0$ และ $(\det A)(\det A) = 0$

สมมติให้ A เป็นสมาชิกปกติ ดังนั้น $A = ASA$ สำหรับบาง $S \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ เพราะฉะนั้น

$$\det A = \det(ASA) = (\det A)(\det S)(\det A) = 0$$

ขัดแย้งกับ $\det A \neq 0$ ดังนั้น A ไม่เป็นสมาชิกปกติ □

ต่อไปเราเหลือการพิจารณาเพียงกรณีที่สมาชิกมีตัวกำหนดเท่ากับ 0 ซึ่งทฤษฎีบทต่อไปนี้จะช่วยในการพิจารณาสมาชิกเหล่านั้น

ทฤษฎีบท 5. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ และ $\det A = 0$ จะได้ว่า A เป็นสมาชิกปกติ ก็ต่อเมื่อ $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

พิสูจน์. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ และ $\det A = 0$

ดังนั้น $ad - bc = 0$ นั่นคือ $ad = bc$

($\Rightarrow$) จะแสดงว่า ถ้า A เป็นสมาชิกปกติ แล้ว $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

เราจะพิสูจน์ข้อความนี้โดยใช้การพิสูจน์แบบประพจน์แย้งสลับที่ (contrapositive)

นั่นคือ เราจะเริ่มสมมติให้ $\{a, b, c, d\} \subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

ให้ $S = \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใด ๆ ใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } ASA &= \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} aaw + aby + cax + cbz & baw + bby + dax + dbz \\ acw + ady + ccx + cdz & bcw + bdy + dcx + ddz \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(เนื่องจากผลคูณของสมาชิก 2 ตัวใด ๆ ในเซต $\{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ เป็น 0 เสมอ)

จาก A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ ดังนั้น จะเห็นว่าไม่มีสมาชิกใดใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ทำให้ $ASA = A$

ดังนั้น A ไม่เป็นสมาชิกปกติ

จะได้ว่า ถ้า A เป็นสมาชิกปกติ แล้ว $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

$\Rightarrow$ จะแสดงว่า ถ้า $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A เป็นสมาชิกปกติ

สมมติให้ $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

ดังนั้นเราสามารถแบ่งออกได้เป็น 4 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $a \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $a^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $aa^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $d = bca^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า

$$ASA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa^{-1} & 0 \\ ca^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = A$$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

กรณีที่ 2 $b \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $b^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $bb^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $c = adb^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b^{-1} & 0 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า $ASA = A$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

กรณีที่ 3 $c \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $c^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $cc^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $b = adc^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} 0 & c^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า $ASA = A$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

กรณีที่ 4 $d \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $d^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $dd^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $a = bcd^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d^{-1} \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า $ASA = A$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

จากทั้ง 4 กรณี จะได้ว่า ถ้า $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A เป็นสมาชิกปกติ □

บทสรุป

ในการศึกษาสมบัติของสมาชิก $A \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ โดยใช้ตัวกำหนดช่วยจำแนก เราพบว่า

1. $\det A \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ ก็ต่อเมื่อ A เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้
2. ถ้า $\det A \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A เป็นสมาชิกปกติ
3. ถ้า $\det A \in \{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A ไม่เป็นสมาชิกนิจพล และไม่เป็นสมาชิกปกติ

ดังนั้น A ไม่เป็นสมาชิกปกติ

จะได้ว่า ถ้า A เป็นสมาชิกปกติ แล้ว $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

$\Rightarrow$ จะแสดงว่า ถ้า $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A เป็นสมาชิกปกติ

สมมติให้ $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

ดังนั้นเราสามารถแบ่งออกได้เป็น 4 กรณี ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1 $a \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $a^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $aa^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $d = bca^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า

$$ASA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aa^{-1} & 0 \\ ca^{-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = A$$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

กรณีที่ 2 $b \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $b^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $bb^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $c = adb^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b^{-1} & 0 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า $ASA = A$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

กรณีที่ 3 $c \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $c^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $cc^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $b = adc^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} 0 & c^{-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า $ASA = A$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

กรณีที่ 4 $d \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

จะได้ว่ามี $d^{-1} \in \mathbb{Z}_{p^2}$ ซึ่ง $dd^{-1} = 1$ และจาก $ad = bc$ จะได้ $a = bcd^{-1}$

เลือก $S = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d^{-1} \end{bmatrix}$ เป็นสมาชิกใน $M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ จะได้ว่า $ASA = A$

ดังนั้น A เป็นสมาชิกปกติ

จากทั้ง 4 กรณี จะได้ว่า ถ้า $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A เป็นสมาชิกปกติ □

บทสรุป

ในการศึกษาสมบัติของสมาชิก $A \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ โดยใช้ตัวกำหนดช่วยจำแนก เราพบว่า

1. $\det A \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ ก็ต่อเมื่อ A เป็นสมาชิกที่หาตัวผกผันได้
2. ถ้า $\det A \notin \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A เป็นสมาชิกปกติ
3. ถ้า $\det A \in \{p, 2p, 3p, \dots, (p-1)p\}$ แล้ว A ไม่เป็นสมาชิกนิจพล และไม่ใช่มatric ปกติ

ในการพิจารณา สมบัติของสมาชิกนิจพลและสมาชิกปกติที่ $\det A = 0$ จะใช้ทฤษฎีต่อไปนีในการ
จำแนก

ทฤษฎีบท. ให้ $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in M_2(\mathbb{Z}_{p^2})$ ที่ A ไม่เป็นสมาชิกศูนย์ และ $\det A = 0$ จะได้ว่า

1. A เป็นสมาชิกนิจพล ก็ต่อเมื่อ $a - a^2 = bc = d - d^2$ และ $a + d = 1$
2. A เป็นสมาชิกปกติ ก็ต่อเมื่อ $\{a, b, c, d\} \not\subseteq \{0, p, 2p, \dots, (p-1)p\}$

เอกสารอ้างอิง

- ณรงค์ ปั่นนัม. (2536). พีชคณิตระดับมหาวิทยาลัย. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- สมจิต โชติชัยสถิตย์ และ ณัฏฐเดช ทองใบ. (2549). การจำแนกสมาชิกนิจพล สมาชิกที่หา
ตัวผกผันได้ และสมาชิกปกติในริง $M_2(\mathbb{Z}_4)$. ว.วิทย์.มข. 34(4): 268-274.
- สมจิต โชติชัยสถิตย์ และ ธัญญารัตน์ จูมแพง. (2551). การจำแนกสมาชิกนิจพล สมาชิกที่หา
ตัวผกผันได้ และสมาชิกปกติในริง $M_2(\mathbb{Z}_9)$. ว.วิทย์.มข. 36(1): 29-36.
- Goodearl, K. R. (1979). Von Neumann Regular Ring. 1 st. London: Pitman Publishing
Limiteo.
- Rowen, L. H. (1991). Ring Theory, Student edition, Bar-Ilan University, Ramat-Gan, Israel.
- Whitelaw, T. A. (1995). Introduction to Abstract Algebra. 3 ed. London: Blackie Academic &
Professional.



การหาจุดสะท้อนโดยการใช้แกนหมุน และการเลื่อนแกนทางขนาน

วิจารณ์ สดศิริ¹

บทคัดย่อ

ในงานวิจัยนี้ การหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนานของแกนพิกัดถูกนำมาใช้ในการหาจุดสะท้อนของจุดที่กำหนดให้เทียบกับเส้นตรงใน $\mathbb{R}^3$

Abstract

In this paper rotation and translation of coordinate axes have been applied to find the reflection point of a given point with respect to a straight line in $\mathbb{R}^3$.

1. บทนำ

อาจารย์เรืองอุไร เมธาวิ และผู้เขียน (วิจารณ์ สดศิริ และเรืองอุไร เมธาวิ, 2550) ได้ศึกษาทฤษฎีของการหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนานในการหาจุดสะท้อนของจุดที่กำหนดให้เทียบกับเส้นตรงใน $\mathbb{R}^2$ ในงานวิจัยนี้ ผู้เขียนเสนอแนะวิธีการในการใช้การหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนานเพื่อหาจุดสะท้อนเทียบกับเส้นตรงใน $\mathbb{R}^3$

ในอันดับแรก เราจะปรับปรุงสูตรในการหาจุดสะท้อนเทียบกับเส้นตรง ℓ ใน $\mathbb{R}^2$ เพื่อให้อยู่ในรูปแบบที่ครอบคลุมกรณีที่ ℓ ขนานกับแกน Y ด้วย

2. การหาจุดสะท้อนเทียบกับเส้นตรงใน $\mathbb{R}^2$

ในบทความของอาจารย์เรืองอุไร เมธาวิ และผู้เขียน มีทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2.1 (วิจารณ์ สดศิริ และเรืองอุไร เมธาวิ, 2550) สมมติว่า $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ เป็นจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1)$ เทียบกับเส้นตรง $\ell: y = mx + c$ เมื่อ m และ c เป็นจำนวนจริง ถ้า θ เป็นมุมที่เส้นตรง ℓ ทำกับแกน X ด้านบวก โดยที่ $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ และ $m = \tan \theta$ แล้วจะได้ว่า

¹ ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อ.เมือง จ.ขอนแก่น 40002

E-mail: wajsod@kku.ac.th

$$\left. \begin{aligned} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

จากทฤษฎีบท 2.1 สูตร (1) หรือ (2) ที่ได้ไม่ครอบคลุมในกรณีที่ ℓ ขนานกับแกน y (เนื่องจากว่าในกรณีนี้ ความชันของ ℓ หาค่าไม่ได้)

ถ้าให้เวกเตอร์ $\vec{y} = a\vec{i} + b\vec{j} \neq \vec{0}$ เป็นเวกเตอร์แสดงทิศทางของเส้นตรง ℓ และให้ $P_0(x_0, y_0)$ เป็นจุดที่อยู่บน ℓ แล้ว ℓ มีสมการอิงตัวแปรเสริมเป็น

$$x = ta + x_0 \quad \text{และ} \quad y = tb + y_0 \quad \text{เมื่อ } t \in \mathbb{R}$$

โดยการปรับบทพิสูจน์ของทฤษฎีบท 4.1 และทฤษฎีบท 5.1 ในบทความของอาจารย์เรืองอุไร เมธาวิ และผู้เขียนเพียงเล็กน้อย จะได้ทฤษฎีบทสองทฤษฎีต่อไปนี้

ทฤษฎีบท 2.2 (โดยวิธีทางเรขาคณิตวิเคราะห์) ถ้า $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ เป็นจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ แล้วจะได้ว่า

$$\tilde{x}_1 = \frac{x_1 a^2 + (2x_0 - x_1)b^2 + (2y_1 - 2y_0)ab}{a^2 + b^2} \quad (3)$$

$$\tilde{y}_1 = \frac{(2y_0 - y_1)a^2 + y_1 b^2 + (2x_1 - 2x_0)ba}{a^2 + b^2} \quad (4)$$

ทฤษฎีบท 2.3 (โดยใช้การหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนาน) ถ้า $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1)$ เป็นจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ แล้วจะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} & \frac{2ab}{a^2 + b^2} & 0 \\ \frac{2ab}{a^2 + b^2} & \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

จะสังเกตเห็นได้ว่า สูตรการหาจุดสะท้อนในทฤษฎีบท 2.3 ครอบคลุมกรณีที่ ℓ ขนานกับแกน Y ด้วย (กล่าวคือ $a = 0$)

ตัวอย่าง 2.4 ข้างล่างนี้เป็นตัวอย่าง 5.2 ในบทความของอาจารย์เรืองอุไร เมธาวี และผู้เขียน แต่เราจะแสดงวิธีทำโดยใช้ทฤษฎีบท 2.2 และทฤษฎีบท 2.3 แทน

ตัวอย่าง 2.4 จงหาจุดสะท้อนของจุด $(2, 3)$ เทียบกับเส้นตรง $\ell : y = \sqrt{3}x - 2$

วิธีทำ จากโจทย์จะได้ ℓ ผ่านจุด $(0, -2)$ และมี $\vec{y} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}$ เป็นเวกเตอร์แสดงทิศทาง ดังนั้น $a = 1$, $b = \sqrt{3}$, $(x_0, y_0) = (0, -2)$ และ $(x_1, y_1) = (2, 3)$

(จากสูตรโดยวิธีทางเรขาคณิตวิเคราะห์) โดยทฤษฎีบท 2.2 จะได้ว่า

$$\tilde{x}_1 = \frac{2(1)^2 + (2(0) - 2)(\sqrt{3})^2 + (2(3) - 2(-2))(1)(\sqrt{3})}{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \frac{5\sqrt{3}}{2} - 1$$

และ

$$\tilde{y}_1 = \frac{(2(-2) - 3)(1)^2 + 3(\sqrt{3})^2 + (2(2) - 2(0))(\sqrt{3})(1)}{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{3} + \frac{1}{2}$$

(จากสูตรโดยบทประยุกต์ของการหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนาน) โดยทฤษฎีบท 2.3 จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1-3}{1+3} & \frac{2(1)(\sqrt{3})}{1+3} & 0 \\ \frac{2(1)(\sqrt{3})}{1+3} & \frac{3-1}{1+3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5\sqrt{3}}{2} - 1 \\ \sqrt{3} + \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$$

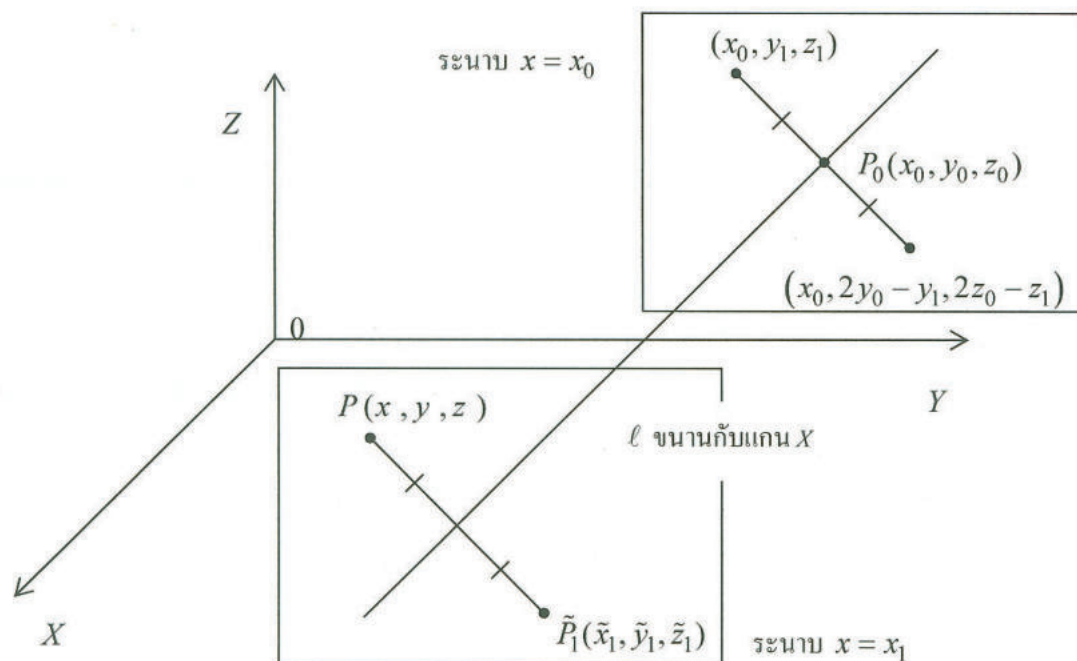
จากทั้งสองวิธี สรุปได้เหมือนกันว่าจุดสะท้อนของจุด $(2, 3)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ คือ

$$\left(\frac{5\sqrt{3}}{2} - 1, \sqrt{3} + \frac{1}{2} \right)$$

3. การหาจุดสะท้อนเทียบกับเส้นตรงใน $\mathbb{R}^3$

ให้ ℓ เป็นเส้นตรงใน $\mathbb{R}^3$ โดยที่ ℓ ผ่านจุด $P_0(x_0, y_0, z_0)$ และมี $\vec{y} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k} \neq \vec{0}$ เป็นเวกเตอร์แสดงทิศทาง และให้ $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ เป็นจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ เทียบกับ ℓ

ในกรณีที่ ℓ ขนานกับแกนพิกัด เราสามารถหาจุดสะท้อน $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ ของจุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ ได้ตามบทตั้ง 3.1 ต่อไปนี้ เนื่องจากบทพิสูจน์ของบทตั้งดังกล่าวไม่ยาก ดังนั้น บทพิสูจน์จะถูกละไว้ (ดูภาพประกอบ 1 เพื่อเป็นแนวทางในการพิสูจน์)



ภาพประกอบ 1

บทตั้ง 3.1 กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ เราได้ว่า

(1) ถ้า l ขนานกับแกน X แล้ว

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ 2y_0 - y_1 \\ 2z_0 - z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

(2) ถ้า l ขนานกับแกน Y แล้ว

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_0 - x_1 \\ y_1 \\ 2z_0 - z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

(3) ถ้า l ขนานกับแกน Z แล้ว

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_0 - x_1 \\ 2y_0 - y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ทฤษฎีบท 3.2 (โดยวิธีทางเรขาคณิตวิเคราะห์) ถ้า $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ เป็นจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ แล้ว

$$\tilde{x}_1 = \frac{x_1 a^2 + (2x_0 - x_1)b^2 + (2x_0 - x_1)c^2 + (2y_1 - 2y_0)ab + (2z_1 - 2z_0)ac}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (9)$$

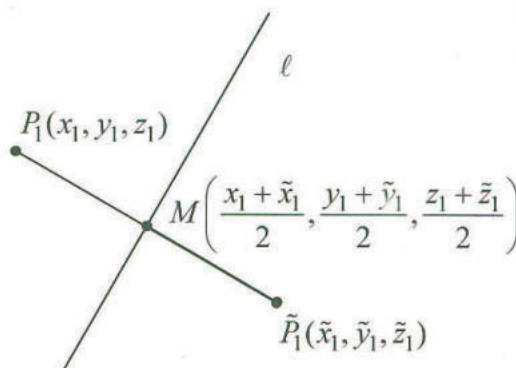
$$\tilde{y}_1 = \frac{(2y_0 - y_1)a^2 + y_1 b^2 + (2y_0 - y_1)c^2 + (2x_1 - 2x_0)ba + (2z_1 - 2z_0)bc}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (10)$$

$$\tilde{z}_1 = \frac{(2z_0 - z_1)a^2 + (2z_0 - z_1)b^2 + z_1 c^2 + (2x_1 - 2x_0)ca + (2y_1 - 2y_0)cb}{a^2 + b^2 + c^2} \quad (11)$$

บทพิสูจน์ ให้ M เป็นจุดบนเส้นตรง ℓ ซึ่งเป็นจุดกึ่งกลางระหว่างจุด P_1 และจุด $\tilde{P}_1$ เพราะฉะนั้น M มีพิกัดเป็น

$$\left(\frac{x_1 + \tilde{x}_1}{2}, \frac{y_1 + \tilde{y}_1}{2}, \frac{z_1 + \tilde{z}_1}{2} \right)$$

ดังนั้นจะมี $t \in \mathbb{R}$ ซึ่ง



ภาพประกอบ 2

$$\begin{bmatrix} \frac{x_1 + \tilde{x}_1}{2} \\ \frac{y_1 + \tilde{y}_1}{2} \\ \frac{z_1 + \tilde{z}_1}{2} \\ -\frac{2}{1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ta \\ tb \\ tc \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ta + x_0 \\ tb + y_0 \\ tc + z_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

เนื่องจาก $\vec{y} \neq \vec{0}$ ดังนั้นโดยไม่เป็นการเสียใจทั่วไปเราสามารถสมมติว่า $a \neq 0$ จึงได้ว่า

$$\tilde{y}_1 = \frac{b}{a}(\tilde{x}_1 + x_1 - 2x_0) + 2y_0 - y_1 \quad (12)$$

และ

$$\tilde{z}_1 = \frac{c}{a}(\tilde{x}_1 + x_1 - 2x_0) + 2z_0 - z_1 \quad (13)$$

เนื่องจาก $\overline{P_1 \tilde{P}_1} \perp \vec{y}$ ดังนั้น

$$a(\tilde{x}_1 - x_1) + b(\tilde{y}_1 - y_1) + c(\tilde{z}_1 - z_1) = 0 \quad (14)$$

แทน (12) และ (13) ใน (14) ได้ว่า

$$\tilde{x}_1 = \frac{x_1 a^2 + (2x_0 - x_1)b^2 + (2x_0 - x_1)c^2 + (2y_1 - 2y_0)ab + (2z_1 - 2z_0)ac}{a^2 + b^2 + c^2}$$

แทนสมการสุดท้ายใน (12) และ (13) จะได้ว่า

$$\tilde{y}_1 = \frac{(2y_0 - y_1)a^2 + y_1b^2 + (2y_0 - y_1)c^2 + (2x_1 - 2x_0)ba + (2z_1 - 2z_0)bc}{a^2 + b^2 + c^2}$$

และ

$$\tilde{z}_1 = \frac{(2z_0 - z_1)a^2 + (2z_0 - z_1)b^2 + z_1c^2 + (2x_1 - 2x_0)ca + (2y_1 - 2y_0)cb}{a^2 + b^2 + c^2}$$

ตามลำดับ □

ทฤษฎีบท 3.3 (โดยใช้การหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนาน) ถ้า $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ เป็นจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ แล้ว

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}FCBA \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

เมื่อ

$$A = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -x_0 \\ 0 & 1 & 0 & -y_0 \\ 0 & 0 & 1 & -z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad B = \left[\begin{array}{cc|cc} \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} & 0 & 0 \\ -\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

$$C = \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 & \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 & \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \text{ และ } F = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

บทพิสูจน์ ขั้นตอนการหาพิกัดของจุด $\tilde{P}_1(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ มีทั้งหมด 5 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 สร้างระบบพิกัดฉาก $X'Y'Z'$ จากระบบพิกัดฉาก XYZ ด้วยการเลื่อนแกนทางขนานโดยให้ระบบพิกัดฉาก $X'Y'Z'$ มีจุดกำเนิดอยู่ที่จุด (x_0, y_0, z_0) ในระบบพิกัดฉาก XYZ เดิม ทั้งนี้เพื่อที่จะทำให้เส้นตรง ℓ ผ่านจุดกำเนิดของระบบพิกัดฉาก $X'Y'Z'$ จะได้ว่าจุด P_1 มีพิกัด (x'_1, y'_1, z'_1) ในระบบพิกัดฉาก $X'Y'Z'$ ซึ่ง

$$\begin{bmatrix} x_1''' \\ y_1''' \\ z_1''' \\ 1 \end{bmatrix} = CBA \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{เมื่อ} \quad C = \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 & \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -c & 0 & \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

ขั้นตอนที่ 4 จากขั้นตอนที่ 3 เราทราบว่าเส้นตรง ℓ อยู่บนแกน X''' พอดี นั่นแสดงว่า จุดสะท้อน $\tilde{P}_1$ ของจุด P_1 เทียบกับเส้นตรง ℓ คือจุดสะท้อน $(\tilde{x}_1''', \tilde{y}_1''', \tilde{z}_1''')$ ของจุด (x_1''', y_1''', z_1''') เทียบกับแกน X''' ในระบบพิกัดฉาก $X'''Y'''Z'''$ นั่นเอง ดังนั้น โดยบทตั้ง 3.1(1) เราได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1''' \\ \tilde{y}_1''' \\ \tilde{z}_1''' \\ 1 \end{bmatrix} = FCBA \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{เมื่อ} \quad F = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

ขั้นตอนที่ 5 แปลงพิกัดของจุด $(\tilde{x}_1''', \tilde{y}_1''', \tilde{z}_1''')$ ให้มาอยู่ในระบบพิกัดฉาก XYZ เดิม สรุปได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1}B^{-1}C^{-1}FCBA \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

เราสามารถตรวจสอบได้ว่า $\tilde{x}_1$, $\tilde{y}_1$ และ $\tilde{z}_1$ สอดคล้องกับสมการ (9), (10) และ (11) ตามลำดับ นั่นแสดงว่า $(\tilde{x}_1, \tilde{y}_1, \tilde{z}_1)$ เป็นพิกัดของจุดสะท้อนของจุด $P_1(x_1, y_1, z_1)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ ตามต้องการ $\square$

หมายเหตุ 3.4 จากทฤษฎีบท 3.3 จะได้ว่า

1.

$$A^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & 0 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 & z_0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad B^{-1} = \left[\begin{array}{cc|c} \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{-b}{\sqrt{a^2+b^2}} & 0 & 0 \\ \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} & \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad \text{และ}$$

$$C^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 & \frac{-c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 & \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

2.

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = A^{-1} (B^{-1} C^{-1} FCB) A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= A^{-1} \left[\begin{array}{ccc|c} \frac{a^2-b^2-c^2}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2ab}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2ac}{a^2+b^2+c^2} & 0 \\ \frac{2ab}{a^2+b^2+c^2} & \frac{b^2-a^2-c^2}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2bc}{a^2+b^2+c^2} & 0 \\ \frac{2ac}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2bc}{a^2+b^2+c^2} & \frac{c^2-a^2-b^2}{a^2+b^2+c^2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] A \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

สังเกตเห็นว่า

$$\left[\begin{array}{ccc|c} \frac{a^2-b^2-c^2}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2ab}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2ac}{a^2+b^2+c^2} & 0 \\ \frac{2ab}{a^2+b^2+c^2} & \frac{b^2-a^2-c^2}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2bc}{a^2+b^2+c^2} & 0 \\ \frac{2ac}{a^2+b^2+c^2} & \frac{2bc}{a^2+b^2+c^2} & \frac{c^2-a^2-b^2}{a^2+b^2+c^2} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

เป็นเมทริกซ์สมมาตรและอยู่ในรูปแบบที่ง่ายต่อการจดจำ

ตัวอย่าง 3.5 จงหาจุดสะท้อนของจุด $P_1(1, -2, 3)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ ที่ผ่านจุด $P_2(2, 0, -1)$ และ $P_3(3, 1, 0)$
 วิธีทำ เนื่องจาก ℓ ผ่านจุด $P(2, 0, -1)$ และ $P_3(3, 1, 0)$ ดังนั้น ℓ มีเวกเตอร์ $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ เป็นเวกเตอร์แสดงทิศทาง นั่นแสดงว่า $a = b = c = 1$ เราได้ว่า

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{y}_1 \\ \tilde{z}_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \left[\begin{array}{ccc|c} -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{11}{3} \\ \frac{8}{3} \\ -\frac{13}{3} \\ 1 \end{bmatrix}$$

เพราะฉะนั้น จุดสะท้อนของจุด $P_1(1, -2, 3)$ เทียบกับเส้นตรง ℓ คือ $\left(\frac{11}{3}, \frac{8}{3}, -\frac{13}{3}\right)$ ■

เอกสารอ้างอิง

วิจารณ์ สดศิริ และเรืองอุไร เมธาวิ. (2550). บทประยุกต์ของการหมุนแกนและการเลื่อนแกนทางขนานในการหาจุดสะท้อน. ว. วิทย. มข. 35 (3): 144-150.



วิธีสมาชิกจำกัดสำหรับปัญหาการไหลผ่านของไหล อุดมคติที่อัดไม่ได้ด้วยโปรแกรม FlexPDE

สำลี บุญสิทธิ์¹ และ สุพจน์ ไวทยากร¹

บทคัดย่อ

ปัญหาที่สำคัญอย่างหนึ่งของของไหล คือการเคลื่อนที่ของของไหลภายในโดเมน เมื่อขอบของโดเมนเป็นของแข็งที่ของไหลไม่สามารถไหลผ่านขอบได้ งานวิจัยนี้ใช้วิธีสมาชิกจำกัดในการแก้ปัญหของการไหลแบบไม่หนืด และไม่อัดตัว ซึ่งโดเมนที่ใช้ในการศึกษามีลักษณะเป็นช่องทางเปิด และมีวัตถุที่มีรูปทรงเรขาคณิตขวางกั้นทางการไหลอยู่ภายในโดเมน การคำนวณเชิงตัวเลขใช้โปรแกรม FlexPDE ผลเฉลยแสดงด้วยกราฟทิศทางการไหล เส้นสายธารการไหล ศักย์ความเร็ว และความดันของของไหล

Abstract

One of the most important problems about fluid is fluid flow movement in a domain which is the solid that fluid cannot flow through. In this study, we use finite element method to solve problems about inviscid and incompressible flow. The domain in this study is an open channel and the object has the geometrical shape that in the way of fluid flow in the domain. We use program FlexPDE to the numerical calculation, the solutions are illustrated by flowing-through graphs, stream lines, velocities and fluid pressures.

คำสำคัญ: วิธีสมาชิกจำกัด, การไหลผ่าน, ของไหลที่อัดไม่ได้

Keywords: finite element method, flowing-through, incompressible fluid

บทนำ

วิธีสมาชิกจำกัดเป็นระเบียบวิธีเชิงตัวเลขประเภทหนึ่งที่ได้รับการพัฒนาและเป็นที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลายเพราะสามารถนำมาประยุกต์เพื่อใช้แก้ปัญหาต่าง ๆ ทางด้านวิทยาศาสตร์และด้านวิศวกรรมที่มีรูปร่างซับซ้อน เช่น ปัญหาสนามแม่เหล็กไฟฟ้า ปัญหาการถ่ายเทความร้อน และปัญหาการไหลของของไหล เป็นต้น

การไหลแบบไม่หนืดเป็นการไหลที่มีค่าของความหนืดที่ก่อให้เกิดความเสียดทานน้อยมากและจะทำให้การละทิ้ง ในขณะเดียวกันสมมติการไหลนี้ว่าเป็นการไหลแบบไม่เกิดการอัดตัว กล่าวคือค่าความหนาแน่น ρ เป็นค่าคงที่ (ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 2547)

FlexPDE คือระบบการสร้างชุดคำสั่ง โดยอ่านชุดคำสั่งของสมการ โดเมน การกำหนดนิยาม และการแสดงกราฟจากแฟ้มเอกสารที่เป็น “ชุดคำสั่งปัญหา” หรือ “ชุดคำสั่ง” (นิสากร นามปัญญา, 2549)

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาทิศทางการไหล เส้นสายธารการไหล ศักย์ความเร็ว และความดันของการไหลของของไหลแบบไม่หนืดและไม่อัดตัว โดยใช้โปรแกรม FlexPDE ซึ่งเป็นระบบการสร้างชุดคำสั่งโดยใช้หลักการสมาชิกจำกัด อันจะเป็นข้อมูลเบื้องต้นที่สำคัญสำหรับการใช้วิธีสมาชิกจำกัดไปประยุกต์ใช้ในงานด้านวิศวกรรม และวิทยาศาสตร์อื่นๆ ต่อไป

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ศึกษาการไหลของของไหลด้วยสมการเชิงอนุพันธ์

สำหรับปัญหาของการไหลแบบไม่อัดตัว เขียนสมการต่อเนื่องได้ในรูปของ

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1)$$

หรือสามารถเขียนในรูป

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

โดยที่ $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j}$ เป็นตัวดำเนินการเชิงอนุพันธ์ และ $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j}$ เป็นเวกเตอร์ความเร็ว

แต่เนื่องจากเป็นการไหลแบบไม่มีการหมุนเขียนสมการได้เป็น

$$\nabla \times \vec{V} = 0 \quad (3)$$

ซึ่งก็คือ

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

และจะเรียกการไหลแบบนี้ว่าการไหลแบบศักย์ ซึ่งสามารถเขียนในรูปขององค์ประกอบความสัมพันธ์ของฟังก์ชันศักย์ความเร็วได้เป็น $u = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$ และ $v = -\frac{\partial \phi}{\partial y}$ แทนค่า u และ v ลงในสมการ (2) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

เนื่องจากสามารถเขียนความเร็ว u และ v ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันการไหล ($\psi(x, y)$) ได้ในรูปแบบดังนี้

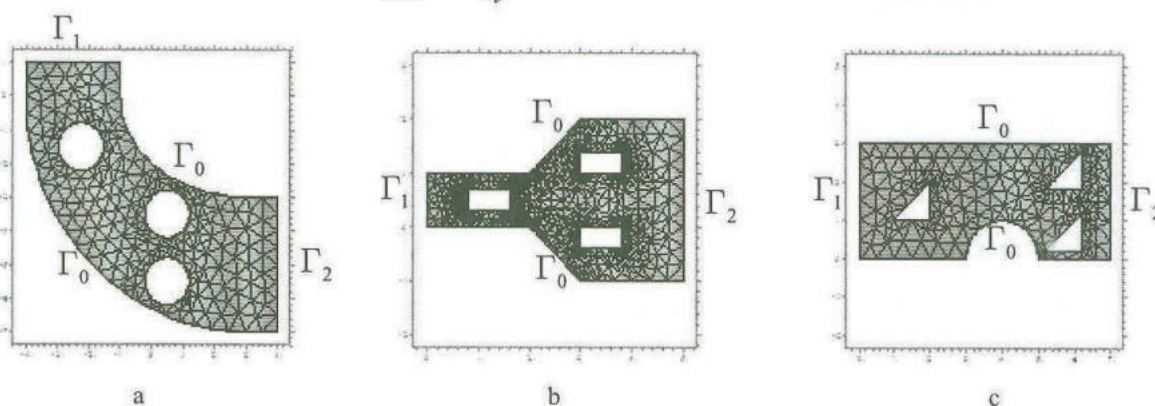
$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ และ } v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6)$$

แทนค่า (6) ลงสมการใน (4) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0 \quad (7)$$

สมการ (5) และ สมการ (7) อยู่ในรูปแบบของสมการลาปลาซ ผลลัพธ์ของฟังก์ชันการไหลจากสมการนี้จะขึ้นอยู่กับเงื่อนไขขอบเขตต่างๆ ของการไหล สมการเชิงอนุพันธ์สำหรับของไหลอุดมคติที่อัดไม่ได้

ในสภาวะคงตัวใน 2 มิติ คือสมการ $\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$ และโดเมนที่ใช้ในการศึกษามีลักษณะดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 โดเมนที่ใช้ศึกษาในงานวิจัย

ประกอบกับเงื่อนไขขอบดังนี้

$$\Gamma_0 : \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0, \quad \vec{x} \in \Gamma_0 \quad (8a)$$

$$\Gamma_1 : \frac{\partial \phi}{\partial n} = -3, \quad \vec{x} \in \Gamma_1 \quad (8b)$$

$$\Gamma_2 : \phi = 0, \quad \vec{x} \in \Gamma_2 \quad (8c)$$

$$p(M_0) = p_0 = \text{const.} \quad (8d)$$

โดยที่

$\vec{V} = (u, v)$ เป็นเวกเตอร์ความเร็ว

ϕ เป็นศักย์ความเร็ว (Velocity Potential)

$\vec{n}$ เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับขอบของโดเมน

Γ_0 เป็นส่วนของไหลไม่สามารถไหลผ่านขอบของโดเมนได้

Γ_1 เป็นส่วนของไหลไหลเข้าสู่โดเมน

Γ_2 เป็นส่วนของไหลไหลออกจากโดเมน

$\frac{\partial \phi}{\partial n}$ เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงศักย์ความเร็วในแนวตั้งฉาก

M_0 เป็นจุดใดๆในโดเมน

p_0 เป็นความดันที่จุด M_0

2. การประดิษฐ์สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับปัญหาการไหลแบบไม่หนืดและไม่อัดตัว

การหาผลเฉลยเชิงตัวเลขด้วยวิธีสมาชิกจำกัดสำหรับปัญหานี้ มีขั้นตอนการหาผลเฉลยดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 แบ่งโดเมนของปัญหาที่กำหนดออกเป็นสมาชิกย่อยๆ ซึ่งสมการเชิงอนุพันธ์ที่สอดคล้องกับปัญหา คือ

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (9)$$

ขั้นตอนที่ 2 สมมติลักษณะการกระจายของผลเฉลยโดยประมาณ ($\bar{\phi}$) บนสมาชิกย่อยให้อยู่ในรูป

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}(x, y) = \sum_{i=1}^m N_i \phi_i = [N] \{\phi\} \quad (10)$$

$(1 \times m) \quad (m \times 1)$

โดย m คือจำนวนจุดต่อของสมาชิกย่อย, N_i คือฟังก์ชันการประมาณภายในสมาชิกย่อย และ ϕ_i คือตัวไม่รู้ค่าที่จุดต่อ

ขั้นตอนที่ 3 สร้างสมการสมาชิกจำกัดโดยระเบียบวิธีดั่งน้ำหนักเศษตกค้าง แทนค่าผลเฉลยโดยประมาณดังแสดงในสมการ (10) ลงในสมการเชิงอนุพันธ์ (9) จะได้ว่า

$$\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} = R \quad \text{โดยที่ } R \neq 0$$

โดย R คือค่าความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น หรือเศษตกค้าง นั้นหมายความว่า

$$R = \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 [N] \{\phi\}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 [N] \{\phi\}}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i \right)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \left(\sum_{i=1}^m N_i \phi_i \right)}{\partial y^2} \quad (11)$$

อาศัยวิธีการเลอว์กิน ซึ่งมีขั้นตอนโดยเริ่มจากการคูณเศษตกค้าง R ด้วยฟังก์ชันน้ำหนัก w จากนั้นจึงหาปริพันธ์ตลอดทั้งโดเมนของสมาชิกย่อยนั้น แล้วกำหนดให้ผลที่ได้เท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\int_{\Omega} w R d\Omega = 0 \quad (12)$$

ดังนั้น

$$\int_{\Omega} w \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \right) d\Omega = 0 \quad (13)$$

เลือก $w_i = N_i$

ขั้นตอนที่ 4 หาปริพันธ์โดยใช้วิธีแยกส่วนของสมการที่ (13) จะได้

$$\int_{\Omega} w \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \right) d\Omega = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \right) d\Omega + \oint_{\Gamma} w \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma \quad (14)$$

ดังนั้น สามารถเขียนสมการที่ (13) ใหม่ได้เป็น

$$\int_{\Omega} w \left(\frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\phi}}{\partial y^2} \right) d\Omega = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} \right) d\Omega + \oint_{\Gamma} w \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma \quad (15)$$

$$= \int_{\Omega} \left(\frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} \right) d\Omega \bar{\phi} + \oint_{\Gamma} w \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma \quad (16)$$

$$= \underbrace{\int_{\Omega} \left[\left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \right\} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \right) + \left\{ \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\} \left(\frac{\partial N_i}{\partial y} \right) \right] d\Omega \{ \phi \}}_{\text{พจน์ที่เกี่ยวข้องกับโดเมนของสมาชิกย่อย}} + \underbrace{\oint_{\Gamma} w \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma}_{\text{พจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของสมาชิกย่อย}} \quad (17)$$

ขั้นตอนที่ 5 แทนพจน์ที่เกี่ยวข้องกับขอบเขตของสมาชิกย่อยด้วยเงื่อนไขขอบเขตอื่นๆ ที่เกี่ยวข้อง ซึ่งจะก่อให้เกิดสมการของสมาชิกที่สมบูรณ์สำหรับปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 เขียนสมการของสมาชิกซึ่งมีทั้งหมด m สมการให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์

$$\text{นั่นคือ} \quad \underbrace{[K]}_{(m \times m)} \underbrace{\{ \phi \}}_{(m \times 1)} = \underbrace{\{ F \}}_{(m \times 1)} \quad (18)$$

โดยที่

$$[K_{ij}] = \int_{\Omega} \underbrace{\left\{ \frac{\partial N_i}{\partial x} \right\}}_{(m \times 1)} \underbrace{\left[\frac{\partial N_j}{\partial x} \right]}_{(1 \times m)} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\}}_{(m \times 1)} \underbrace{\left[\frac{\partial N_j}{\partial y} \right]}_{(1 \times m)} d\Omega$$

$$\{ F \} = \oint_{\Gamma} w \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} d\Gamma$$

เมื่อ i, j เป็นตำแหน่งจุดต่อของสมาชิก จากความสัมพันธ์ของศักย์ความเร็ว ความเร็ว u และ v ของการไหลบนสมาชิกนี้คือ

$$u = -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} = \left[-\frac{\partial N}{\partial x} \right] \{ \phi \}, \quad v = -\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = \left[-\frac{\partial N}{\partial y} \right] \{ \phi \}$$

ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปของเมทริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial N}{\partial x} \\ -\frac{\partial N}{\partial y} \end{bmatrix} \{ \phi \} \quad (19)$$

จากสมการออยเลอร์สำหรับการไหลแบบไร้ความหนืด

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \nabla p = 0$$

โดยที่ p เป็นความดัน ซึ่งสามารถเขียนได้เป็น

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (20a)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (20b)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (20c)$$

จากการไหลแบบไม่หมุน ($\nabla \times \vec{V} = 0$) ในสมการ (20a) - (20c) จะได้ว่า

$$\text{จะได้ว่า} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} + p \right) = 0 \quad (21a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} + p \right) = 0 \quad (21b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} + p \right) = 0 \quad (21c)$$

หาปริพันธ์ของสมการ (21a) - (21c) จะได้ว่า

$$\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + \frac{w^2}{2} + p = C \quad (22)$$

เมื่อ C เป็นค่าคงที่ใดๆ

พิจารณา $\vec{V}$ เป็นเวกเตอร์ในสองมิติจะได้ว่า
$$\frac{u^2}{2} + \frac{v^2}{2} + p = C \quad (23)$$

กำหนดให้ $u^2 + v^2 = q^2$ จะได้ว่า
$$\frac{q^2}{2} + p = C \quad (24)$$

ซึ่งแต่ละเทอมทางซ้ายมือจะเป็นพลังงานต่อหนึ่งหน่วยน้ำหนัก และจากกฎการทรงตัวของพลังงานที่ว่า "พลังงานจะไม่มีการเกิดขึ้นหรือสูญหายไป แต่สามารถเปลี่ยนจากรูปหนึ่งไปเป็นอีกรูปหนึ่ง"

ดังนั้น
$$\frac{q_0^2}{2} + p_0 = \frac{q^2}{2} + p$$

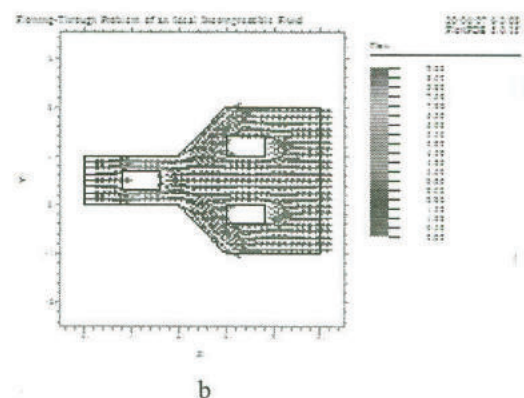
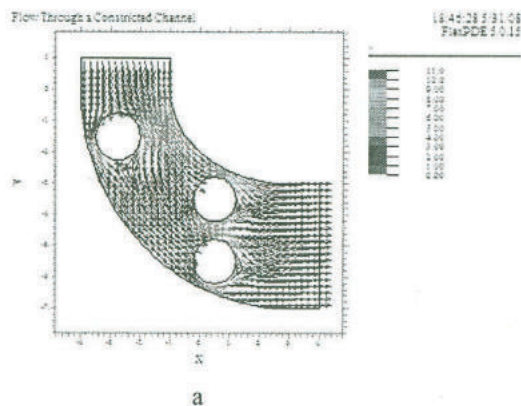
จะได้ว่า
$$p = p_0 + \frac{q_0^2}{2} - \frac{q^2}{2}$$

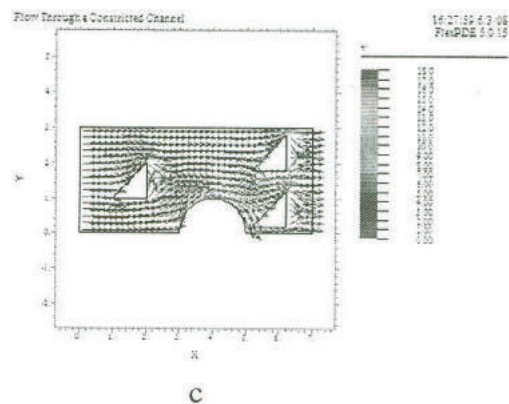
นั่นคือ
$$p = p_0 + \frac{1}{2}(q_0^2 - q^2) \quad (25)$$

เมื่อ p_0 และ q_0 เป็นค่าเริ่มต้น

ผลการวิจัย

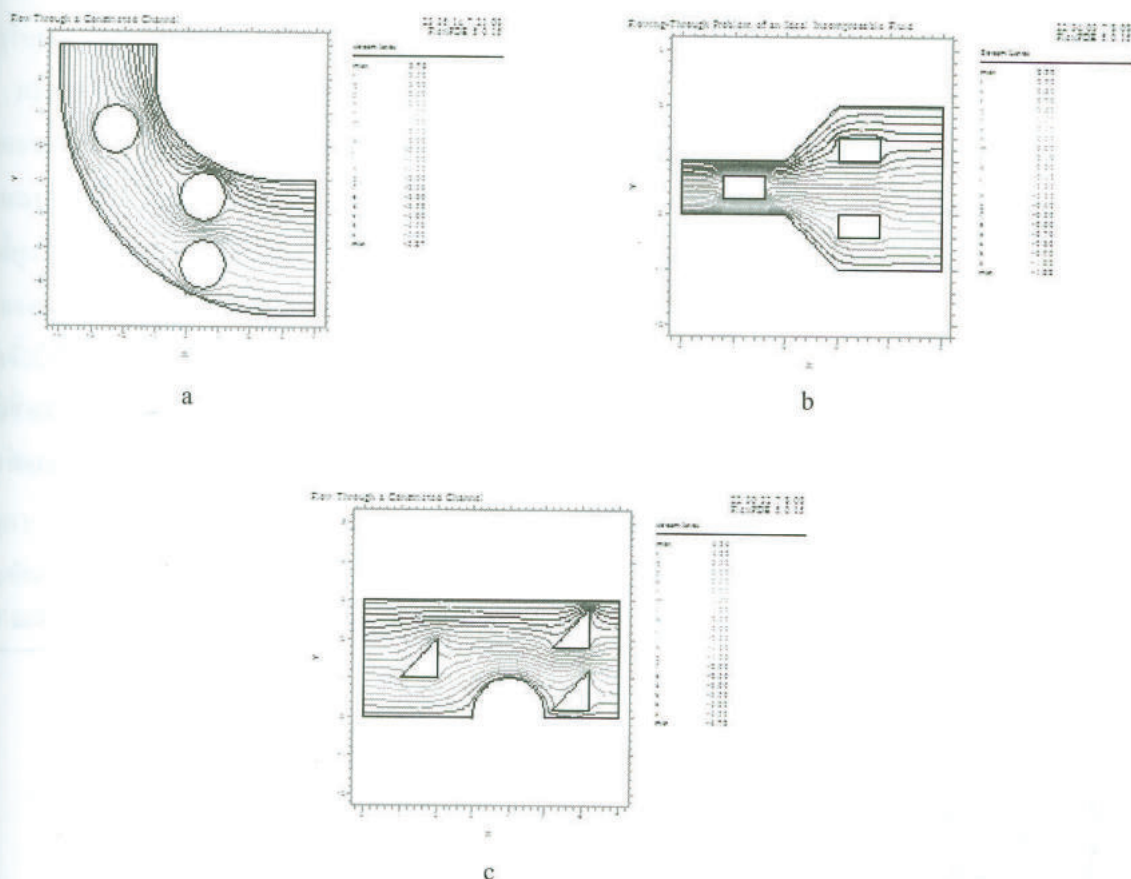
จากการศึกษาปัญหาการไหลผ่านของของไหลในอุดมคติที่อัดไม่ได้ด้วยวิธีสมาชิกจำกัด ผลการคำนวณเชิงตัวเลขใช้โปรแกรม FlexPDE แสดงผลเฉลยด้วยกราฟทิศทางการไหลซึ่งมีทิศทางเดียวกันตลอด ความเร็วบริเวณที่เป็นส่วนโค้งมากกว่าบริเวณอื่น ทั้งนี้เพื่อทำให้ปริมาณของการไหลไม่เปลี่ยนแปลง และส่วนที่มีวัตถุขวางทิศทางการไหล ของไหลจะไม่สามารถไหลทะลุผ่านวัตถุได้ทำให้ทิศทางการไหลไหลไปตามขอบของวัตถุ และบริเวณขอบของวัตถุมีความเร็วมากกว่าบริเวณที่ไม่มีวัตถุขวางทิศทางการไหล ดังรูปที่ 2





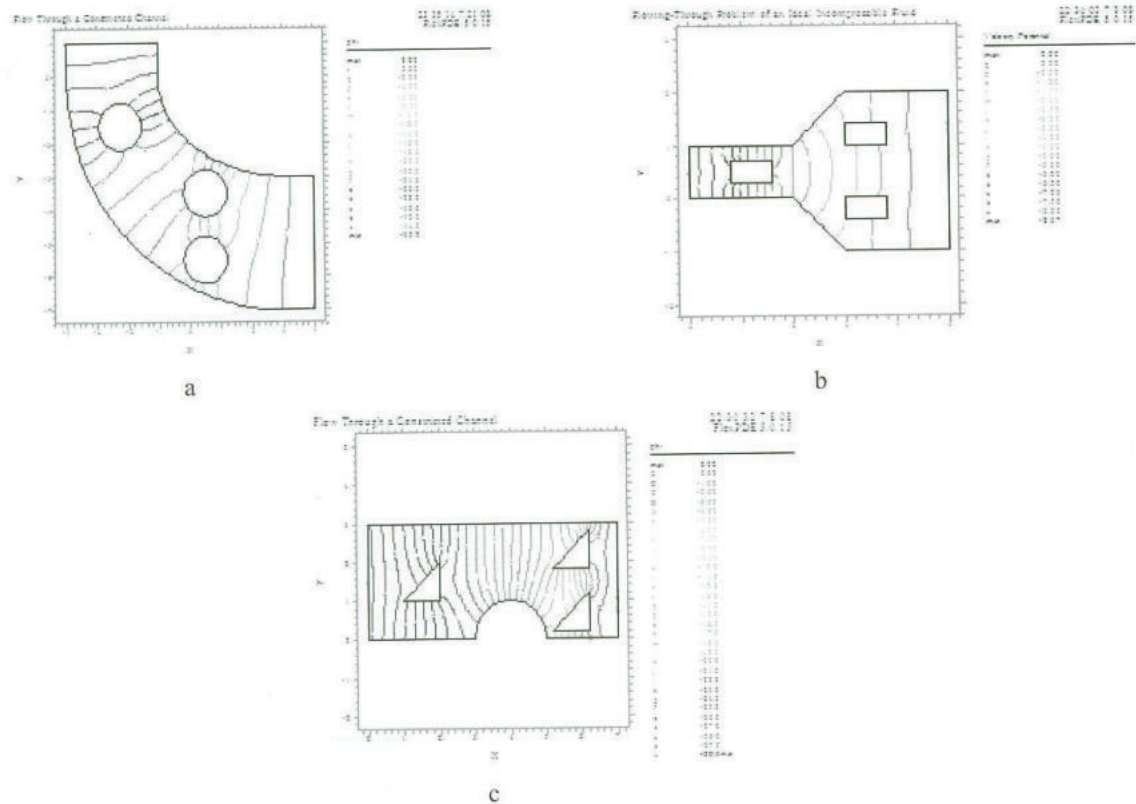
รูปที่ 2 ทิศทางการไหลของของไหล

เนื่องจากการไหลของของไหลในงานวิจัยนี้ เป็นการไหลแบบราบเรียบ ซึ่งอนุภาคของของไหลจะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบ มีลักษณะเป็นชั้น ไม่มีการไหลข้ามเส้น จำนวนเส้นของเส้นสายธารเท่ากันตลอดทั้งโดเมนบริเวณที่เป็นส่วนโค้งมีพื้นที่หน้าตัดน้อยกว่าบริเวณอื่นจึงเป็นบริเวณที่มีเส้นสายธารถี่ ไม่ว่าโดเมนที่กำหนดให้จะมีวัตถุวางทิศทางการไหลหรือไม่ก็ตาม ดังรูปที่ 3



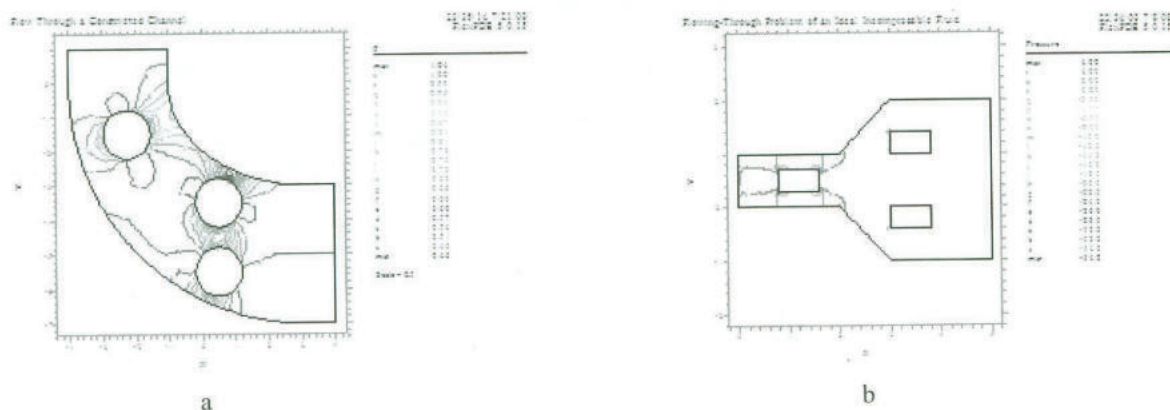
รูปที่ 3 เส้นสายธารการไหล

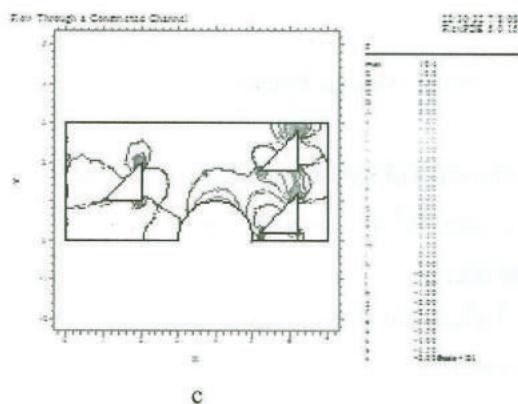
ส่วนสัณยความเร็วของการไหล ของไหลจะมีการไหลจากตำแหน่งที่มีสัณยสูงไปยังตำแหน่งที่มีสัณยต่ำ สัณยความเร็วบริเวณที่ของไหลไหลเข้ามากกว่าสัณยความเร็วบริเวณที่ของไหลไหลออก และส่วนที่มีวัตถุขวางกั้นทิศทางการไหลสัณยความเร็วมีลักษณะเช่นเดียวกันกับบริเวณที่ไม่มีวัตถุขวางกั้นทิศทางการไหล ดังแสดงในรูปที่ 4



รูปที่ 4 สัณยความเร็วของการไหล

สำหรับเส้นความดัน เส้นความดันแสดงถึงระดับของความดันของแต่ละบริเวณที่ต่างกัน ในบริเวณที่เป็นส่วนโค้ง และบริเวณที่มีวัตถุขวางกั้นทิศทางการไหลซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดน้อยกว่าบริเวณอื่น ทำให้บริเวณดังกล่าวมีความเร็วของการไหลสูงและเส้นการไหลดี ความดันค่อนข้างต่ำกว่าบริเวณใกล้เคียง ดังรูปที่ 5





รูปที่ 5 เส้นความดัน

สรุปและอภิปรายผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษากาการไหลผ่านของของไหลอุดมคติที่อัดไม่ได้อยู่บนพื้นฐานของกฎการอนุรักษ์มวล และกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม โดยใช้ความสัมพันธ์ของความเร็วกับศักย์ความเร็ว และฟังก์ชันสายธาร การหาผลเฉลยใช้ระเบียบวิธีสมาชิกจำกัด แสดงผลเฉลยเชิงเลขด้วยโปรแกรม FlexPDE version 5.0.15 ซึ่งเป็นการประมาณค่าผลเฉลยของสมการของของไหลที่คงที่ในสองมิติที่ของไหลนั้นไม่มีความหนืดมีการไหลผ่านโดเมนที่มีลักษณะแตกต่างกันทั้งหมด 3 แบบ และมีช่องทางการไหลเข้าและออกหนึ่งช่องทาง

ผลการวิจัยแสดงด้วยรูปที่ 2 – 5 พบว่า ทิศทางการไหลของของไหลมีการไหลในทิศทางเดียวกันตลอด นอกจากนี้ความเร็วบริเวณส่วนโค้งจะมากกว่าบริเวณอื่นๆ เส้นสายธารการไหล จะเคลื่อนที่อย่างเป็นระเบียบ มีลักษณะเป็นชั้น ไม่มีการไหลข้ามเส้น ในส่วนของศักย์ความเร็วของการไหล ของไหลจะไหลจากตำแหน่งที่มีศักย์สูงไปยังตำแหน่งที่มีศักย์ต่ำ ศักย์ความเร็วบริเวณที่ของไหลไหลเข้ามากกว่าศักย์ความเร็วบริเวณที่ของไหลไหลออก และสำหรับเส้นความดันได้แสดงถึงระดับความดันของแต่ละบริเวณที่แตกต่างกัน บริเวณที่เป็นส่วนโค้งซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดน้อยกว่าบริเวณอื่นๆ มีความเร็วของการไหลสูงทำให้มีเส้นการไหลดีและความดันค่อนข้างต่ำกว่าบริเวณใกล้เคียง

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาปัญหาการไหลแบบไม่หนืดและไม่อัดตัวในระบบสองมิติ ซึ่งควรจะมีการศึกษาปัญหาการไหลแบบอื่น เช่น การไหลแบบไม่หนืดแต่อัดตัว การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว การไหลแบบหนืดและอัดตัว เป็นต้น และควรมีการขยายการศึกษาไปสู่ปัญหาในระบบสามมิติ

เอกสารอ้างอิง

- นิศากร นามปัญญา. (2549). ปัญหาพิเศษ (Special Problem). ขอนแก่น: ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ. (2541). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขในงานวิศวกรรม. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ. (2546). ระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์เพื่อการคำนวณพลศาสตร์ของไทย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปราโมทย์ เตชะอำไพ. (2541). ไฟไนต์เอลิเมนต์อย่างง่าย. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เปี่ยมศรี สุวรรณภู. (2542). เวกเตอร์วิเคราะห์. กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด โรงพิมพ์ไทยเส็ง.
- เพียงพบ มนต์นวลปรางค์. (2547). ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขสำหรับการแก้ปัญหาคาร์ไหลผ่านของของไหลอุดมคติที่อัดตัวยากในเทอมของตัวแปรง่าย. ปทุมธานี: มหาวิทยาลัยราชภัฏวไลยอลงกรณ์ในพระบรมราชูปถัมภ์.
- วินัย ศรีอำพร. (2546). กลศาสตร์ของไหล. พิมพ์ครั้งที่ 2. ขอนแก่น: คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.
- สุนันท์ ศรีบุญนิษฐ์. (2542). กลศาสตร์ของไหล. กรุงเทพฯ: สมาคมส่งเสริมเทคโนโลยี (ไทย-ญี่ปุ่น).
- Moshkin, N.P., Mounnamprang, P. (2003). Numerical simulation of vertical ideal fluid flow through curved channel, Int. J. Number. Meth. Fluid. 41 1173-1189.
- Evans, G., Blackledge and Yardley P. (1999). Numerical Methods for Partial Differential Equations. London: Athenaeum press Ltd.
- Connor, J.J., Brebbia, C.A. (1976). Finite Element Techniques for Fluid Flow. Bristol: J.W. Arrosmith Ltd.
- Donea, J. and Huerta, A. (2003). Finite Element Methods for Flow Problem. Wiltshire: Antony Rowe Ltd.
- Kwon, Y.W. and Bang, H. (1997). The Finite Element method using MATLAB. Boson: CRC Press LLC.



ข้อแนะนำในการเขียนบทความลงวารสารวิทยาศาสตร์ มข.

ประเภทของเรื่องที่จะตีพิมพ์

1. รายงานผลการวิจัยและค้นคว้าหรือการสำรวจที่ยังไม่เคยตีพิมพ์ในวารสารหรือหนังสืออื่นมาก่อน
2. บทความปริทัศน์ ได้แก่ งานเขียนที่รวบรวมหรือเรียบเรียงจากเอกสารหรือหนังสือต่าง ๆ เพื่อเผยแพร่และฟื้นฟูงานด้านวิชาการระดับต่าง ๆ
3. บทความแสดงข้อคิดเห็นหรือข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ในด้านวิชาการ เรื่องแปล ข่าววิชาการย่อความจากงานวิจัยหรือหนังสือใหม่ที่น่าสนใจ

รูปแบบของการเขียนและเตรียมต้นฉบับ

1. ต้นฉบับ ต้องเป็นตัวพิมพ์ Angsana New
 - 1.1 ชื่อเรื่อง ขนาดตัวอักษร 20 ตัวเข้ม ตำแหน่งตรงกลาง มีทั้งชื่อภาษาไทยและภาษาอังกฤษ
 - 1.2 ชื่อผู้เขียน ขนาดตัวอักษร 16 เอน ตำแหน่งขวาสุด และใส่หมายเลขไว้ท้ายนามสกุล เพื่อการระบุที่อยู่ด้านล่าง
 - 1.3 หัวข้อใหญ่ในแต่ละส่วน ขนาดตัวอักษร 16 ตัวเข้ม ตำแหน่งซ้ายสุด ยกเว้น บทคัดย่อ และ Abstract อยู่ตรงกลาง หัวข้อย่อยตามความเหมาะสม
 - 1.4 เนื้อความ ขนาดตัวอักษร 14
 - 1.5 คำว่า รูปที่ x และตารางที่ x ขนาดตัวอักษร 14 ตัวเข้ม ส่วนข้อความบรรยายต่อท้ายตัวปกติ
 - 1.6 ที่อยู่ ขนาดอักษร 12
 - 1.7 ช่องว่างระหว่างบรรทัดตามมาตรฐาน
 - 1.8 พิมพ์ลงในกระดาษขาว A4 (โรเนียวสัน) โดยใช้กระดาษหน้าเดียว ความยาวไม่เกิน 10 หน้า ส่งต้นฉบับ 2 ชุด (ไม่ต้องส่งแผ่นดิสก์ หรือแผ่นซีดีในขั้นตอนนี้ เมื่อได้รับแจ้งว่าได้ลงพิมพ์แล้ว ผู้เขียนส่งฉบับแก้ไข 1 ชุด พร้อมแผ่นดิสก์ หรือแผ่นซีดี)
2. ต้นฉบับ จะถูกพิจารณาโดยกองบรรณาธิการ และจะตอบรับการได้รับบทความโดยไม่ส่งต้นฉบับคืน ผู้เขียนควรจะอัดสำเนาเก็บไว้เป็นหลักฐานของตัวเอง 1 ฉบับ
3. ต้นฉบับ จะต้องมีความถูกต้องทั้งในด้านเนื้อหา และการใช้ภาษา รวมทั้งมีความสมบูรณ์ในรูปแบบพร้อมที่จะนำลงตีพิมพ์ได้
4. ชื่อเรื่อง ให้ใช้ภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษ ไม่ยาวเกินไป และหลีกเลี่ยงการใช้คำย่อโดยไม่จำเป็น
5. ชื่อผู้เขียน เขียนชื่อภาษาไทยหรือภาษาอังกฤษพร้อมทั้งบอกสถานที่ทำงานให้ชัดเจน
6. เนื้อเรื่อง ใช้ได้ทั้งภาษาไทยล้วนและภาษาอังกฤษล้วน ถ้าใช้ภาษาไทย ภาษาอังกฤษที่ใช้ปนกับภาษาไทยนั้นให้พยายามแปลเป็นไทยเท่าที่จะทำได้ และให้เขียนคำเดิมกำกับในวงเล็บ การทับศัพท์ภาษาอังกฤษตลอดทั้งการเขียนตัวสะกด การันต์ ในภาษาไทยให้ใช้ตามแบบราชบัณฑิตยสถาน

ข้อแนะนำในการเขียนบทความลงวารสารวิทยาศาสตร์ มข.

7. ในกรณีของบทความวิจัย ต้องมีบทคัดย่อทั้งภาษาไทยและภาษาอังกฤษ และแบ่งเนื้อหาของบทความเป็นบทนำ วิธีดำเนินงาน ผลการวิเคราะห์ บทสรุปและวิจารณ์
8. เชิงอรรถ (footnote) ใช้เฉพาะที่จำเป็นเพื่อขยายหรือให้รายละเอียดเพิ่มเติมแก้ไขความเฉพาะตอนในบทความ
9. ตารางและภาพประกอบ คำบรรยายประกอบตารางหรือภาพประกอบควรจะสั้นและชัดเจน ถ้าเป็นภาพถ่ายให้ใช้ภาพขาว-ดำ ขนาดโปสการ์ด ภาพเขียนลายเส้นควรเขียนด้วยหมึกดำ ภาพที่เขียนต้องชัดเจนและมีขนาดที่เหมาะสม
10. เอกสารอ้างอิง หรือบรรณานุกรม แนะนำให้เขียนตามแบบที่ทางวารสารกำหนด

ส่งต้นฉบับมาที่

กองบรรณาธิการวารสารวิทยาศาสตร์ มข.

คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002

อภินันทนาการสำหรับผู้เขียน

เรื่องที่ได้รับการตีพิมพ์ ผู้เขียนจะได้รับวารสารฉบับนั้น 2 เล่ม และสำเนาพิมพ์อีก 15 ชุด

ตัวอย่าง

การวิเคราะห์ปริมาณน้ำมันและกรดไขมันของจิ้งหรีดทองลาย (*Gryllus* sp.) ที่เลี้ยงเพื่อการค้า

บรรจง เชื้อเมืองพาน¹ วิรัช ว่องพัฒนากุล² และ ปวีณา พงษ์คนตรี^{1*}

บทคัดย่อ

XX
XX

บทนำ

XX
XX
XX

วิธีการ

XX
XX
XX

รูปที่ 1 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

ตารางที่ 1 XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

¹ ภาควิชาชีวเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002

² ภาควิชาเคมี คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002

* correspondening author, E-mail

การเขียนเอกสารอ้างอิงในวารสารวิทยาศาสตร์ มข.

เอกสารอ้างอิง (Reference) หมายถึง เอกสารหรือส่วนหนึ่งของเอกสารที่อ้างอิงถึงหรือแปลมาโดยตรง การเขียนเอกสารอ้างอิงในเนื้อหานี้ ให้ใช้ระบบชื่อและปี เช่น Williams (2001) รายงานว่า... หรือ... (Williams, 2001) การเขียนเอกสารอ้างอิงในตอนท้ายบทความนั้น ให้ใส่เฉพาะเล่มที่มีการอ้างอิงไว้แล้ว ในเนื้อหาเท่านั้น หากอ้างอิงจากเล่มภาษาไทย ต้องเขียนทั้งชื่อและนามสกุล

บรรณานุกรม (Bibliography) หมายถึง เอกสารที่ใช้อ้างอิงในลักษณะที่สรุปเป็นหลักการหรือทฤษฎีโดยมิได้อ้างอิงหรือแปลมาโดยตรง

การเขียนเอกสารอ้างอิง หรือบรรณานุกรม มีแนวทางการเขียนดังนี้

1. หนังสือ

ก. ภาษาไทย

ชื่อตัว นามสกุลของผู้แต่ง. (เลขปี พ.ศ.) ชื่อหนังสือ. (เล่มที่). (พิมพ์ครั้งที่). เมืองที่พิมพ์: โรงพิมพ์ หรือสำนักพิมพ์. เลขหน้าเริ่มต้น-เลขหน้าสุดท้ายที่อ้างอิง.

ข. ภาษาอังกฤษ

ชื่อสกุล, อักษรย่อชื่อต้น. อักษรย่อชื่อรอง. (เลขปี ค.ศ.). ชื่อหนังสือ. (เล่มที่). (พิมพ์ครั้งที่). เมืองที่พิมพ์: โรงพิมพ์หรือสำนักพิมพ์. เลขหน้าเริ่มต้น-เลขหน้าสุดท้ายที่อ้างอิง.

2. เอกสารราชการ

ชื่อหน่วยราชการ. (เลขปี พ.ศ. หรือ ค.ศ.). ชื่อเรื่อง. ชื่อหนังสือ. เมืองที่พิมพ์: โรงพิมพ์ หรือสำนักพิมพ์.

3. วารสาร

ก. ภาษาไทย

ชื่อตัว นามสกุลของผู้แต่ง. (เลขปี พ.ศ.). ชื่อบทความ. ชื่อวารสาร. เล่มที่ (ฉบับที่): เลขหน้าเริ่มต้น-เลขหน้าสุดท้าย.

ข. ภาษาอังกฤษ

ชื่อสกุล, อักษรย่อชื่อต้น. อักษรย่อชื่อรอง. (เลขปี ค.ศ.). ชื่อบทความ. ชื่อวารสาร. เล่มที่ (ฉบับที่): เลขหน้าเริ่มต้น-เลขหน้าสุดท้าย.

หมายเหตุ

1. กรณีที่เป็นเอกสารอ้างอิงจากแหล่งอื่น ๆ นอกเหนือจากที่กำหนดข้างต้น เช่น จุลสาร หนังสือพิมพ์ ฯลฯ ให้ยึดหลักการเขียนตามแบบข้างต้นโดยอนุโลม
2. กรณีที่มีผู้เขียน 2 คน ให้เขียนตามแบบของผู้เขียนคนแรก แต่ให้เติมคำว่า “และ” หรือ “and” หน้าชื่อสุดท้ายในกรณีของภาษาไทย หรือภาษาอังกฤษตามลำดับ
3. กรณีที่มีผู้เขียนมากกว่า 2 คนขึ้นไป ให้ใส่เฉพาะผู้แต่งชื่อแรกและใส่คำว่า “และคณะ” หรือ “et al.” ในกรณีของภาษาไทย หรือภาษาอังกฤษตามลำดับ (เฉพาะในเนื้อหาเท่านั้น)
4. ถ้าเอกสารที่ถูกอ้างอิงอยู่ในระหว่างตีพิมพ์ ให้บอกรายละเอียดมากที่สุดและใช้คำว่า “ระหว่างตีพิมพ์” หรือ “in press” ในกรณีของภาษาไทย หรือภาษาอังกฤษตามลำดับ โดยวงเล็บต่อท้ายเอกสารอ้างอิงนั้น

หนังสือในโครงการผลิตตำรา คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น



สถิติพื้นฐาน

พร้อมตัวอย่างการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม
MINITAB SPSS และ SAS

รองศาสตราจารย์ชัชวาลย์ เรืองประพันธ์
พิมพ์ครั้งที่ 5 2543 • 510 หน้า

ISBN 974-675-666-4

ราคา 180 บาท



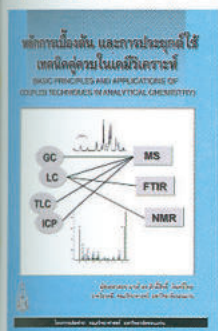
สเปกโทรสโกปี ในการพิสูจน์ โครงสร้างของสารอินทรีย์

รองศาสตราจารย์ ดร. สมเดช กนกมธากุล

2547 • 238 หน้า

ISBN 974-435-348-1

ราคา 150 บาท



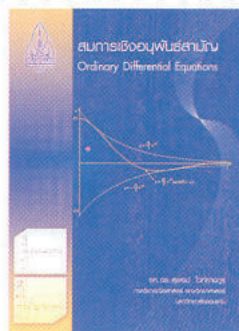
หลักการเบื้องต้นและการประยุกต์ ใช้เทคนิคต่างๆ ในเคมีวิเคราะห์

รองศาสตราจารย์ ดร. ทักคิลิธิ จันทรีไทย

2543 • 202 หน้า

ISBN 974-678-333-2

ราคา 150 บาท



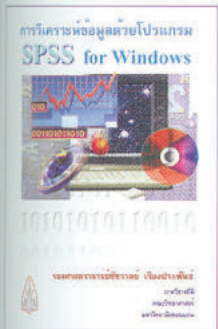
สมการเชิงอนุพันธ์สามัญ Ordinary Differential Equations

รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไวกัยยาง

2550 • 470 หน้า

ISBN 978-974-7707-55-7

ราคา 240 บาท



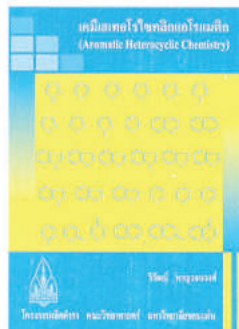
การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรม SPSS for Windows

รองศาสตราจารย์ชัชวาลย์ เรืองประพันธ์

2544 • 620 หน้า

ISBN 974-654-608-2

ราคา 300 บาท



เคมีเฮเทอโรไซคลิกอินทรีย์ Aromatic Heterocyclic Chemistry

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. วิวัฒน์ หาญวงนวงศ์

2550 • 122 หน้า

ISBN 978-974-7707-71-7

ราคา 90 บาท



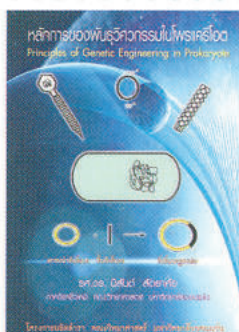
การวิเคราะห์ฟังก์ชันขั้นพื้นฐาน

รองศาสตราจารย์ ดร. สุพจน์ ไวกัยยาง

2547 • 344 หน้า

ISBN 974-367-958-8

ราคา 200 บาท



หลักการของพันธุวิศวกรรมในโปรคาริโอต Principles of Genetic Engineering in Prokaryotes

รองศาสตราจารย์ ดร. นิรันดร์ สัตยาหัย

2551 • 164 หน้า

ISBN 978-974-10-2673-9

ราคา 120 บาท



แมงป่องข้าง

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. สักดา ดาแดง
นางสาวนันทวัน เอื้อวงศ์กุล

2547 • 64 หน้า

ISBN 974-435-571-9

ราคา 160 บาท

ท่านที่สนใจหนังสือในโครงการผลิตตำรา ติดต่อสั่งซื้อได้ที่... รองศาสตราจารย์ชัชวาลย์ เรืองประพันธ์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น จ.ขอนแก่น 40002 โทรศัพท์/โทรสาร 0 4320-2375 E-mail: chatchav@kku.ac.th

