การเปรียบเทียบประสิทธิภาพพารามิเตอร์ของโมเดล M-GRM ระหว่างวิธีการประมาณค่าโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior กับวิธี Likelihood ratio โดยการจำลองสถานการณ์แบบวิธีมอนติคาร์โล

The Comparison of Parameters Efficiency of M-GRM Model between Posterior Predictive Model Method and Likelihood ratio Method with Monte Carlo Simulation Method

เกียรติขร โสภณาภรณ์[1*] ปิยะทิพย์ ประดุจพรม[1] และกนก พานทอง[1]
[1]วิทยาลัยวิทยาการวิจัยและวิทยาการปัญญา มหาวิทยาลัยบูรพา อำเภอเมือง จังหวัดชลบุรี 20131
[*]Corresponding Author, E-mail: kiatikhorn.so@bsru.ac.th

Received: 28 March 2019 | Revised: 2 July 2019 | Accepted: 3 July 2019

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพพารามิเตอร์ของโมเดล M-GRM โดยการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โลด้วยวิธีการประมาณค่าโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior กำหนดค่า b = -2.5, -2, -1, 0, 1, 2, 2.5 ค่า c = 0.1, 0.2, 0.3, α =0.3, 1.0, 1.7, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, และ n = 50, 100, 200, 400, จำนวน 1,764 สถานการณ์ ด้วยโปรแกรม R ทำซ้ำจำนวน 10,000 รอบ ผลการวิจัยปรากฏว่า พารามิเตอร์ b วิธีการประมาณค่าโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธี Likelihood ratio ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ของโมเดล M-GRM เมื่อขนาดตัวอย่างเป็น 50, 100 และ 400 สำหรับพารามิเตอร์ c วิธีการประมาณค่าวิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ของโมเดล M-GRM

ABSTRACT

This research aims to compare the performance of M-GRM models parameter with Monte Carlo simulation based on approximation method of Posterior predictive model (when b = -2.5, -2, 0, 1, 2, 2.5: c = 0.1,0.2, 0.3: α = 0.3, 1.0, 1.7, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 and n = 50, 100, 200, 400 with 1,764 situations). For determination the unidimentional property of M-GRM using R Program to replicate 10,000 recursions with 1,764 situations, the sample size of 50, 100, 200, 400 was used. The result shows that the b parameter from posterior predictive model has more performance than likelihood method where as c parameter, form likelihood method has more performance in vice versus.

คำสำคัญ: โมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior โมเดล M-GRM การจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล
Keywords: Posterior predictive model Check, M-GRM, Monte Carlo Simulation

บทนำ

โมเดล Modified Graded Response Model (M-GRM) เป็นโมเดลที่เหมาะสำหรับวิเคราะห์แบบสอบถามที่มีลักษณะเป็นมาตรประมาณค่า (Rating Scale) โดยแบบสำรวจจะมีสเกลเท่ากันทั้งฉบับ เช่น แบบสำรวจทัศนคติข้อคำถามในแบบสำรวจจะต้องมีจำนวนตัวเลือกรายการคำตอบเท่ากัน แต่สามารถมีค่าพารามิเตอร์ความชันแตกต่างกันได้ ใช้วิธีการคำนวณความน่าจะเป็นในการเลือกรายการคำตอบแบบสองขั้นตอนเหมือนในโมเดล GRM พารามิเตอร์เทรชโฮลด์ (β_{ij}) ในโมเดล M-GRM แบ่งออกเป็นสองส่วน ได้แก่ 1) พารามิเตอร์ตำแหน่ง (Location Parameters: b_i) ของข้อคำถามแต่ละข้อ และ 2) ชุดของพารามิเตอร์เทรชโฮลด์ (Threshold Parameters: c_i) ของแบบสำรวจทั้งฉบับ โมเดล M-GRM จึงมีการประมาณค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ น้อยกว่าโมเดล GRM จุดเด่นของโมเดล M-GRM เมื่อเปรียบเทียบกับโมเดล GRM คือ มีพารามิเตอร์ตำแหน่งแยกออกมาจากชุดของพารามิเตอร์เทรชโฮลด์เหมาะสมกับแบบสำรวจที่มีรูปแบบของข้อคำถามแบบเดียวกันทั้งฉบับ การตรวจสอบความเหมาะสมของโมเดลสามารถตรวจสอบได้จากความสอดคล้องในระดับข้อคำถาม (Item Fit) ความสอดคล้องในระดับบุคคล (Person Fit) และ ความสอดคล้องในระดับโมเดล (Fit Model) วิธีการตรวจสอบความสอดคล้องในระดับโมเดลโดยสถิติแบบดั้งเดิมมีหลายวิธี ได้แก่ Yen's Q_1 (1981) และ Bock's X^2 (1960) โดยใช้สถิติใช้วิธีการทดสอบโดยใช้ค่าสถิติ Chi-Square สำหรับ McKinley and Mills, 1985 ได้พัฒนาสถิติ G^2 โดยใช้ Likelihood Ratio มาทำการทดสอบและใช้หลักการสถิติ Chi-Square มากไปกว่านั้น Smith (1996) ได้พัฒนาสถิติ OUTFIT and INFIT พัฒนามาจากการใช้สถิติ Chi-Square อยู่เช่นกัน โดยมีพื้นฐานจากวิธีการของ Yen's Q_1 และ Bock's X^2 โดยค่าของ OUTFIT and INFIT และ Orlando and Thissen (2000) ได้พัฒนาวิธีการทดสอบจาก 2 วิธีที่ผ่านมาเรียกว่า $S-\chi^2$ *and* $S-G^2$

การใช้งานสถิติ Chi-square มีปัญหามากขึ้น จากการทดสอบความเหมาะสมของโมเดล โดยถ้ามีการอ้างถึงการกระจายตัวแล้ว Degree of Freedom จะถูกกำหนดให้ถูกต้อง (Glas & Falcón, 2003) ได้กล่าวไว้ว่า สถิติ Chi-Square ไม่เหมาะที่จะนำมาใช้กับ IRT เพราะข้อมูลที่สังเกตุได้จะมีค่าสถิติที่ไม่มีการกระจายแบบเอกนาม (Multinominal Distribution) ซึ่งจะเป็นปัญหากับจำนวนขององศาอิสระ เพื่อแก้ปัญหานี้ Glas (1999) ได้ใช้สถิติ Lagrange Multipier (LM) ซึ่งจะเป็นวิธีเดียวที่จะจัดการค่า Residual กับการฝ่าฝืนข้อกำหนดของโมเดลได้ โดย Glas ได้ใช้แนวทางทดสอบแบบ LM ในแนวคิดของ Maximum Likelihood (ML) อย่างไรก็ตาม MML อาจจะให้ประสิทธิผลที่ไม่ดีนักสำหรับแบบสำรวจที่มีหลายระดับหรือหลายมิติ เพื่อหลีกเลี่ยงปัญหา การใช้วิธีการของเบส์ จึงเป็นที่นิยมใช้ในสำหรับการประมาณค่าพารามิเตอร์ที่มีความซับซ้อนของโมเดล IRT

ต่อมาได้มีการประยุกต์โมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior ของเบส์เพื่อประเมินข้อกำหนดของ unidimention model ประโยชน์ของวิธีการแบบเบส์คือเมื่อนำไปใช้ผ่าน Markov Chain Monte Carlo (MCMC) จะง่ายต่อการคำนวณการกระจายตัว Posterior โดยหลักการคำนวณใช้การหาค่า *p*-value ของโมเดลที่สร้างขึ้น เพื่อพิจารณาความเหมาะสมของโมเดลเทียบระหว่างข้อมูลที่สร้างขึ้นชุดแรกกับข้อมูลที่สร้างขึ้นชุดถัดไปว่าแตกต่างกันหรือไม่ (Khalid, & Glas, 2016) จากข้อจำกัดของสถิติ Chi-square ในเรื่องขององศาอิสระ ได้มีการพัฒนาเครื่องมือวิเคราะห์แบบเบส์ (Bayesian Model Diagnostic Tool), การตรวจสอบแบบจำลอง Posterior Predictive Model Checking (PPMC) ซึ่งใช้กันอย่างแพร่หลายในการตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแปรแฝง โดยใช้ Posterior *p*-value ในการวัดความคลาดเคลื่อนจะวัดชุดข้อมูลจำลองและข้อมูลจริงที่กำหนดหมายเลขในการจำลองสถานการณ์แต่ละครั้ง ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง และมิติข้อมูลของปัจจัยต่างๆ การศึกษาประสิทธิภาพของวิธีการประมาณค่าด้วยวิธีนี้มีความแข็งแกร่งและมีลักษณะเฉพาะตัวที่ประเมินระหว่างข้อมูลที่จำลองสถานการณ์และข้อมูลจริงจึงมีความสามารถในการประเมินความเหมาะสมของโมเดลได้มากขึ้น (Wu, Yuen & Leung, 2014)

มีนักสถิติแบบเบส์ได้พัฒนาวิธีการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลมีหลายวิธี ได้แก่ Bayesian Methods for Evaluating Fit วิธีการที่นิยมกันมาในการวัดผลทางการศึกษาเนื่องจากมีความยืดหยุ่นในการประเมินรูปแบบที่ซับซ้อนและมีซอฟต์แวร์ที่ช่วยในการ

ประมาณค่าแบบเบส์ โดยเริ่มการใช้งานแบบเบส์จะเริ่มจากเน้นที่การประมาณการค่าพารามิเตอร์โมเดลการตอบสนอง (Kim & Bolt, 2007; Patz & Junker, 1999) โดยในปัจจุบันได้มีการนำมาใช้ในการประเมินความเหมาะสมของโมเดลการตอบสนองข้อคำถาม (Hoijtink, 2001; Sinharay, 2006; Vriens and Sinharay, 2006) Bayesian Network or Bayesian Inference Network; BNs or BINs เป็นวิธีที่ต้องการที่จะดูรายละเอียดที่เป็นลักษณะที่แสดงถึงความหลากหลายของความรู้ ทักษะ และความสามารถของผู้ตอบหรือผู้เรียนแต่ละคน ซึ่งเทคนิคสำหรับการให้คะแนนลักษณะนี้คือการใช้โมเดลการวินิจฉัยแบบเครือข่ายเบส์เซียน หรือเครือข่ายการอนุมานแบบเบส์เซียน เครือข่ายแบบเบส์เซียนเป็นเป็นเครื่องมือที่เหมาะสมกับการประเมินโดยใช้แบบสอบซึ่งโมเดลจะแสดงให้เห็นว่าในการแก้ปัญหาข้อสอบแต่ละข้อต้องใช้ทักษะใดบ้างและใช้กี่ทักษะ ตัวแปรที่อยู่ในเครือข่ายเบส์เซียนจะเป็นระดับที่แบ่งแยกให้ขาดจากกัน (ตัวแปรแบบจัดประเภท) ที่นำมาระบุระดับความสามารถของผู้ตอบ แนวคิดของเครือข่ายเบส์เซียน หรือ รู้จักกันดีในชื่อของ เครือข่ายการอนุมานแบบเบส์เซียนมีจุดเริ่มต้นจากทฤษฎีโมเดลกราฟิก (Graphical Model) ซึ่งขั้นต่อไปคือ การอธิบายรูปแบบความน่าจะเป็นสำหรับการตอบสนองข้อสอบจากผู้สอบกับข้อสอบแต่ละข้อขึ้นอยู่กับความสามารถจากทักษะของผู้ตอบที่ต้องใช้ในการแก้ข้อสอบข้อนั้นๆ ค่าสถิติแบบเบส์โดยใช้เทคนิค Posterior Predictive Model Checking (PPMC) เป็นวิธีการที่มีความยืดหยุ่นสูงในการประเมินความเหมาะสมของโมเดลการตอบสนองข้อสอบโดยหลักการของ PPMC จะเป็นการเปรียบเทียบค่าการตอบสนองข้อคำถามระหว่างค่าที่สังเกตุได้และค่าทำนายในการวิเคราะห์ค่าสถิติ (Residual Analysis) โดยมีการกำหนดตัวแปรในสถานการณ์จำลองจาก Posterior Distribution โดยมีการสุ่มค่าพารามิเตอร์ความสามารถ (Ability Parameter) ขึ้นเพื่อใช้ในการทดสอบ

ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษาการเปรียบเทียบประสิทธิภาพพารามิเตอร์ของโมเดล M-GRM โดยการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติ-คาร์โลด้วยวิธีการประมาณค่าโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior เพื่อเป็นประโยชน์ในการวิเคราะห์แบบสำรวจบุคลิกภาพแบบแสดงตัวของนักศึกษาระดับปริญญาตรีโดยตรวจสอบความเหมาะสมของโมเดลการตอบสนองข้อสอบระดับโมเดลโดยใช้โมเดล M-GRM ด้วยวิธีแบบดั้งเดิมและวิธีการแบบเบส์ เมื่อโมเดลที่ใช้ในการตอบสนองข้อสอบมีความเหมาะสมส่งผลให้การอ้างอิงเกี่ยวกับการใช้แบบสำรวจมีความน่าเชื่อถือมากยิ่งขึ้น เพื่อเป็นประโยชน์ในการพัฒนานักศึกษาของครูแนะแนวในการแนะแนวอาชีพของนักศึกษาและประโยชน์ในการคัดเลือกบุคลากรให้ทำงานตรงตามบุคลิคภาพ

วิธีการดำเนินการวิจัย

การตรวจสอบความเหมาะสมของโมเดลโดยใช้การทดสอบด้วยวิธี Posterior Predictive Model Checking (PPMC) แสดงขั้นตอนการพัฒนาวิธีการ Posterior Predictive Model Checking ในการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดล M-GRM ได้ดังต่อไปนี้

$$P_{ix}^{*}(\theta) = \frac{exp[\,\alpha_i(\theta - (b_i - c_i))]}{1 + exp[\,\alpha_i(\theta - (b_i - c_i))]}$$

เมื่อ

$P_{ix}^{*}(\theta)$ คือ ความน่าจะเป็นที่ผู้ตอบมีคุณลักษณะ θ จะตอบข้อ i ด้วยการเลือกรายการคำตอบที่ x หรือสูงกว่า เมื่อ x=1,2,..., m_i

α_i คือ ค่าพารามิเตอร์ความชันร่วมของข้อคำถามที่ i

b_i คือ ค่าพารามิเตอร์ตำแหน่งของโค้ง OCC หรือ ค่าความยากของข้อคำถามที่ i

c_i คือ ค่าพารามิเตอร์ Threshold สำหรับรายการข้อคำถามทั้งฉบับ

โดยฟังก์ชันดังกล่าวมีวิธีการหาโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior ดังนี้

1. กำหนด $P(\theta) \sim logist(b,c)$ โดยฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นของ θ คือ

$$P_i(\theta|b_i) = \frac{exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}{1+exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}$$

และ

$$P_i(\theta|c_i) = \frac{exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}{1+exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}$$

2. หาค่าภาวะน่าจะเป็นของ $P_i(\theta)$ จาก

$$L(b_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}{1+exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}$$

และ

$$L(c_i) = \prod_{i=1}^{n} \frac{exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}{1+exp[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}$$

3. กำหนดให้ b~N$(0,1)$ เป็นการแจกแจงก่อนโดยมีฟังก์ชันเป็น

$$g(b_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{(b_i)^2}{2})$$

และ

กำหนดให้ c_i~N$(0,1)$ เป็นการแจกแจงก่อนโดยมีฟังก์ชันเป็น

$$g(c_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp(-\frac{(c_i)^2}{2})$$

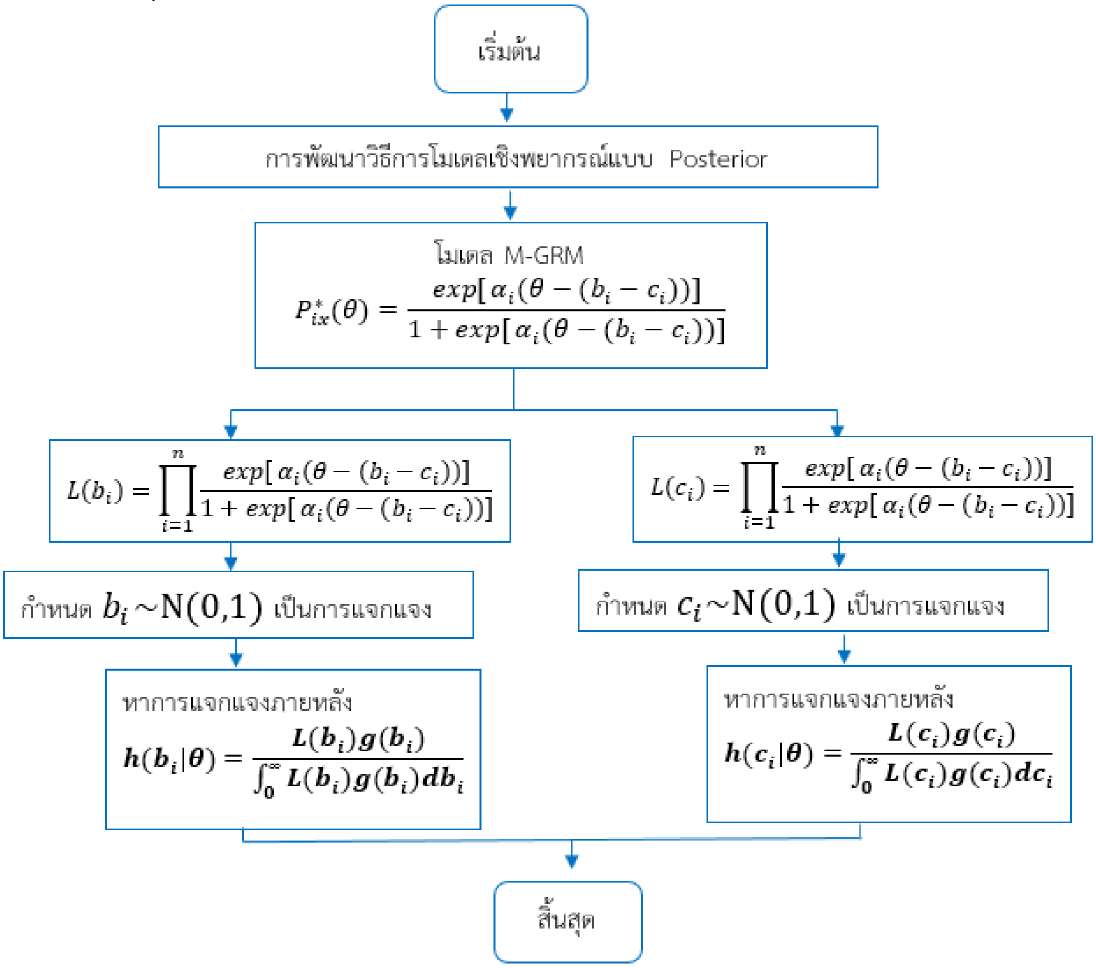
4. หาฟังก์ชันการแจกแจงภายหลังของ b และ c คือ

$$h(b_i|\theta) = \frac{L(b_i)g(b_i)}{\int_0^\infty L(b_i)g(b_i)db_i}$$

และ

$$h(c_i|\theta) = \frac{L(c_i)g(c_i)}{\int_0^\infty L(c_i)g(c_i)dc_i} \quad \text{(William, 2007)}$$

รายละเอียดแสดงดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 ขั้นตอนการพัฒนาวิธีการโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior ในการตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดล M-GRM

การเปรียบเทียบประสิทธิภาพของพารามิเตอร์ b และ c ของโมเดล M-GRM โดยใช้วิธีการโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior กับวิธีการประมาณค่าแบบดั้งเดิม ด้วยวิธีการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล การเปรียบเทียบความสอดคล้อง (*p*-value) ของโมเดล Modified Graded Response Model (M-GRM) โดยใช้โมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior กับวิธี Likelihood Ratio (G^2) ในทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ ด้วยวิธีการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล สำหรับการหาค่า *p*-value นั้นเป็นเกณฑ์ทางสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐานโดยเกณฑ์ที่ใช้คือ ถ้าค่า *p*-value > *.05* แบบวัดมีสมบัติ Unidimentional กล่าวคือเครื่องมือวัดที่สร้างขึ้นสามารถวัดความสามารถของผู้ตอบได้จริงตามความสามารถของผู้ตอบ เช่น ความชันร่วมของข้อคำถาม (α_i) อยู่ในช่วง 0.3 ค่าความยากของข้อคำถาม (b_i) อยู่ในช่วง 2.0 และ ค่าThreshold แต่ละรายการคำตอบทั้งฉบับ (c_i) มีค่า 0.3 โดยที่ความน่าจะเป็นที่ความสามารถของผู้ตอบเป็น 0 ($P(\theta)$) มีค่าเท่ากับ 0.60 ถ้าค่า *p*-value > *.05* กล่าวคือ ผู้ตอบแบบวัดมีความสามารถในการตอบเป็นไปตามพารามิเตอร์ที่กำหนด โดยกำหนดค่า b = -2.5, -2, -1, 0, 1, 2, 2.5 ค่า c = 0.1, 0.2, 0.3, α =0.3, 1.0, 1.7, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, และ n = 50, 100, 200, 400, จำนวน 1,764 สถานการณ์ ด้วยโปรแกรม R

ผลการวิจัย

4.1 ผลพัฒนาวิธีการประมาณค่าพารามิเตอร์ของโมเดล M-GRM โดยใช้วิธีการประมาณค่าแบบเบส์

4.1.1 การหาการแจกแจงภายหลังของพารามิเตอร์ b

$$h(b_i|\theta) = \frac{L(b_i)g(b_i)}{\int_0^{\infty} L(b_i)g(b_i)db_i} \qquad \text{(William, 2007)}$$

$$h(b_i|\theta) = \frac{\left(\dfrac{exp(-\frac{(b_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1+exp-[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))])}\right.}{\int_{-\infty}^{\infty}\left(\dfrac{exp(-\frac{(b_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1+exp-[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))])}\right.db_i}$$

เนื่องจาก $\int_{-\infty}^{\infty}(\frac{exp(-\frac{(b_i)^2}{2}}{\prod_{i=1}^{n}1+exp-[\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}db_i$ ไม่สามารถหาค่าได้ ใช้การประมาณค่าด้วยวิธี Monte Carlo Integration โดย

$$I \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(b_i)$$

$$I \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{exp(-\frac{(b_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1+exp-[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))])}$$

จากนั้นสร้างข้อมูล b_i จากการแจกแจงยูนิฟอร์ม (0,1) เพื่อหาค่า *I* จะได้การแจกแจงภายหลัง คือ

$$h(b_i|\theta) = \frac{\left(\dfrac{exp(-\frac{(b_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1+exp-[\,\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))])}\right.}{2I}$$

แทนค่า b= -2.5, -2, -1, 0, 1, 2, 2.5, c= 0.1, 0.2, 0.3, α =0.3, 1.0, 1.7, θ= -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, และ n = 50, 100, 200, 400 เพื่อหาค่า $h_1(b_i|\theta)$

ในทำนองเดียวกัน หาค่า $h_2(b_i|\theta)$ จากการสร้างข้อมูล b_i~N$(0,1)$

เนื่องจากวิธีการโมเดลเชิงพยากรณ์ใช้การเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลของการแจกแจงก่อนกับข้อมูลของการแจกแจงภายหลัง ดังนั้นหาการแจกแจงผลต่างของตัวสถิติ $h_1(b_i|\theta)$ และ $h_2(b_i|\theta)$ เนื่องจาก

$$z = \frac{h_1(b_i|\theta) - h_2(b_i|\theta)}{\sqrt{\frac{Var(h_1(b_i|\theta)}{n} + \frac{Var(h_2(b_i|\theta)}{n}}} \sim \text{N}(0,1)$$

ดังนั้น สามารถคำนวณค่า *p*-value ได้จากพื้นที่ใต้โค้งของการแจกแจงปกติมาตรฐาน โดยที่

$$p-value = P(Z > z)$$

สำหรับวิธีแบบดั้งเดิมคำนวณค่า G^2 จาก b_i~logistic$(\mathbf{b},\mathbf{c})$ และคำนวณค่า *p*-value ได้จากพื้นที่ใต้โค้งของการแจกแจง Chi-square โดยที่

$$p-value = P(G^2 > \chi^2_{\alpha,n-1})$$

4.1.2 การหาการแจกแจงภายหลังของพารามิเตอร์ c

$$h(c_i|\theta) = \frac{L(c_i)g(c_i)}{\int_0^\infty L(c_i)g(c_i)dc_i} \qquad \text{(William, 2007)}$$

$$h(c_i|\theta) = \frac{\left(\frac{exp(-\frac{(c_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1 + exp -[\alpha_i(\theta - (b_i - c_i))])}\right.}{\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{exp(-\frac{(c_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1 + exp -[\alpha_i(\theta - (b_i - c_i))])}\right. dc_i}$$

เนื่องจาก $\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{exp(-\frac{(c_i)^2}{2}}{\prod_{i=1}^{n} 1+exp-[\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}\right. dc_i$ ไม่สามารถหาค่าได้

ใช้การประมาณค่าด้วยวิธี Monte Carlo Integration

โดย $$I = \int_{\boldsymbol{o}}^{\infty}\left(\frac{exp(-\frac{(c_i)^2}{2}}{\prod_{i=1}^{n} 1+exp-[\alpha_i(\theta-(b_i-c_i))]}\right. dc_i$$

$$I \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(c_i)$$

$$I \approx \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{exp(-\frac{(c_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1 + exp -[\alpha_i(\theta - (b_i - c_i))])}$$

จากนั้นสร้างข้อมูล c_i จากการแจกแจงยูนิฟอร์ม (0,1) เพื่อหาค่า *I* จะได้ การแจกแจงภายหลัง คือ

$$h(c_i|\theta) = \frac{\left(\frac{exp(-\frac{(c_i)^2}{2})}{\prod_{i=1}^{n}(1 + exp -[\alpha_i(\theta - (b_i - c_i))])}\right.}{2I}$$

แทนค่า b= -2.5, -2, -1, 0, 1, 2, 2.5, c= 0.1, 0.2, 0.3, α =0.3, 1.0, 1.7, θ= -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, และ n = 50, 100, 200, 400 เพื่อหาค่า $h_1(c_i|\theta)$ ในทำนองเดียวกัน หาค่า $h_2(c_i|\theta)$ จากการสร้างข้อมูล c_i~N$(0,1)$

เนื่องจากวิธีการโมเดลเชิงพยากรณ์ใช้การเปรียบเทียบระหว่างข้อมูลของการแจกแจงก่อนกับข้อมูลของการแจกแจงภายหลัง ดังนั้นหาการแจกแจงผลต่างของตัวสถิติ $h_1(c_i|\theta)$ และ $h_2(c_i|\theta)$

ผลการเปรียบเทียบความสอดคล้อง (*p*-value) ของโมเดล Modified Graded Response Model (M-GRM) โดยใช้โมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior กับวิธี Likelihood Ratio (G^2) ด้วยวิธีการจำลองสถานการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล โดยกำหนดค่า b = -2.5, -2, -1, 0, 1, 2, 2.5 ค่า c = 0.1, 0.2, 0.3, α =0.3, 1.0, 1.7, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, และ n = 50, 100, 200, 400, จำนวน 1,764 สถานการณ์ ด้วยโปรแกรม R ของพารามิเตอร์ b และ c แสดงรายละเอียดดังตารางที่ 1-4

ตารางที่ 1 ผลการจำลองสถานการณ์ เมื่อ n = 50, c = 0.1, 0.2 และ 0.3, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

ค่าพารามิเตอร์		พารามิเตอร์ b		พารามิเตอร์ c	
		จำนวนสถานการณ์ที่ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ที่ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ที่ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional
α=0.3	b = -2.5	21	0	9	21
α=0.3	b = -2.0	21	21	10	21
α=0.3	b = -1.0	9	21	12	21
α=0.3	b = 0	15	21	11	21
α=0.3	b = 1	21	21	10	21
α=0.3	b = 2	21	2	10	21
α=0.3	b = 2.5	21	0	12	21
α=1.0	b = -2.5	17	9	11	21
α=1.0	b = -2.0	15	19	15	19
α=1.0	b = -1.0	8	21	11	21
α=1.0	b = 0	11	21	5	20
α=1.0	b = 1	21	21	8	21
α=1.0	b = 2	21	3	4	21
α=1.0	b = 2.5	21	0	4	21
α=1.7	b = -2.5	12	9	8	19
α=1.7	b = -2.0	12	21	8	21
α=1.7	b = -1.0	2	21	8	20
α=1.7	b = 0	6	21	9	19
α=1.7	b = 1	11	15	5	17
α=1.7	b = 2	21	3	3	14
α=1.7	b = 2.5	21	0	2	12
รวม		**328**	**270**	**175**	**413**

จากตารางที่ 1 ผลการจำลองสถานการณ์ เมื่อ n = 50, c = 0.1, 0.2 และ 0.3, θ= -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 จำนวน 441 สถานการณ์ของพารามิเตอร์ b ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 50 ปรากฏว่า วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 328 สถานการณ์ สำหรับวิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 270 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ยกเว้นกรณีที่ α=0.3, b = -1, 0, α=1.0, b = -2, -1, 0 และ α=1.7, b = -2, -1, 0, 1 ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ของพารามิเตอร์ c ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 50 ปรากฏว่า วิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 413 สถานการณ์ สำหรับวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 173 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional

ตารางที่ 2 ผลการจำลองสถานการณ์ เมื่อ n = 100, c = 0.1, 0.2 และ 0.3, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

ค่าพารามิเตอร์		พารามิเตอร์ b		พารามิเตอร์ c	
		จำนวนสถานการณ์ที่ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ที่ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ที่ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional
α=0.3	b = -2.5	21	0	7	21
α=0.3	b = -2.0	20	17	7	21
α=0.3	b = -1.0	13	21	9	21
α=0.3	b = 0	4	21	6	21
α=0.3	b = 1	12	21	10	21
α=0.3	b = 2	5	21	9	21
α=0.3	b = 2.5	3	21	8	21
α=1.0	b = -2.5	0	21	2	21
α=1.0	b = -2.0	4	20	0	21
α=1.0	b = -1.0	0	21	5	21
α=1.0	b = 0	8	21	3	21
α=1.0	b = 1	21	4	4	21
α=1.0	b = 2	19	4	2	19
α=1.0	b = 2.5	18	0	2	19
α=1.7	b = -2.5	21	3	1	19
α=1.7	b = -2.0	21	2	2	21
α=1.7	b = -1.0	16	1	3	20
α=1.7	b = 0	13	0	1	19
α=1.7	b = 1	19	2	4	16
α=1.7	b = 2	21	3	2	14
α=1.7	b = 2.5	21	0	4	17
รวม		**280**	**224**	**91**	**416**

จากตารางที่ 2 ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ ของพารามิเตอร์ b ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 100 ปรากฎว่า วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 280 สถานการณ์ สำหรับวิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 224 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ยกเว้นกรณีที่ α=0.3, b = -1, 0, 1, 2, 2.5 และ α=1.0, b = -2.5, -2, -1, 0 ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ของพารามิเตอร์ c ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 100 ปรากฎว่า วิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 416 สถานการณ์ สำหรับวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 91 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional

ตารางที่ 3 ผลการจำลองสถานการณ์ เมื่อ n = 200, c = 0.1, 0.2 และ 0.3, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

ค่าพารามิเตอร์		พารามิเตอร์ b		พารามิเตอร์ c	
		จำนวนสถานการณ์ที่ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ที่ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ที่ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional
α=0.3	b = -2.5	3	21	7	21
α=0.3	b = -2.0	4	21	8	21
α=0.3	b = -1.0	3	21	6	21
α=0.3	b = 0	3	21	7	21
α=0.3	b = 1	3	21	4	21
α=0.3	b = 2	3	21	7	21
α=0.3	b = 2.5	5	21	5	21
α=1.0	b = -2.5	0	21	0	21
α=1.0	b = -2.0	0	21	0	21
α=1.0	b = -1.0	4	21	1	20
α=1.0	b = 0	2	21	5	21
α=1.0	b = 1	2	21	1	21
α=1.0	b = 2	1	21	4	21
α=1.0	b = 2.5	1	21	2	21
α=1.7	b = -2.5	0	21	1	20
α=1.7	b = -2.0	0	20	2	21
α=1.7	b = -1.0	0	21	3	20
α=1.7	b = 0	0	20	1	18
α=1.7	b = 1	2	20	2	16
α=1.7	b = 2	0	20	1	16
α=1.7	b = 2.5	1	16	1	19
รวม		**37**	**432**	**68**	**423**

จากตารางที่ 3 ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ของพารามิเตอร์ b ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 200 ปรากฎว่า วิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 432 สถานการณ์ สำหรับวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้ จำนวน 37 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ ของพารามิเตอร์ c ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 200 ปรากฎว่า วิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 423 สถานการณ์ สำหรับวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้ จำนวน 68 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional

ตารางที่ 4 ผลการจำลองสถานการณ์ เมื่อ n = 400, c = 0.1, 0.2 และ 0.3, θ = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

ค่าพารามิเตอร์		พารามิเตอร์ b		พารามิเตอร์ c	
		จำนวนสถานการณ์ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ PPMC มีสมบัติ Unidimentional	จำนวนสถานการณ์ LR (G^2) มีสมบัติ Unidimentional
α=0.3	b = -2.5	21	1	6	21
α=0.3	b = -2.0	21	1	5	21
α=0.3	b = -1.0	21	1	3	21
α=0.3	b = 0	21	3	5	21
α=0.3	b = 1	21	2	4	21
α=0.3	b = 2	21	3	3	21
α=0.3	b = 2.5	1	21	4	21
α=1.0	b = -2.5	1	21	2	21
α=1.0	b = -2.0	0	21	0	21
α=1.0	b = -1.0	2	21	2	21
α=1.0	b = 0	0	21	2	21
α=1.0	b = 1	14	1	1	21
α=1.0	b = 2	21	0	0	19
α=1.0	b = 2.5	20	1	0	19
α=1.7	b = -2.5	20	2	1	20
α=1.7	b = -2.0	21	4	1	21
α=1.7	b = -1.0	21	9	0	21
α=1.7	b = 0	6	21	1	20
α=1.7	b = 1	3	21	2	19
α=1.7	b = 2	21	1	1	16
α=1.7	b = 2.5	13	0	0	16
รวม		**290**	**176**	**43**	**423**

จากตารางที่ 4 ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ ของพารามิเตอร์ b ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 400 ปรากฏว่า วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 290 สถานการณ์ สำหรับวิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 176 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ยกเว้นกรณีที่ α=0.3, b = 2.5, α=1.0, b = -2.5, -2, -1, 0, 1 และ α=1.7, b = 0, 1 ผลการจำลองสถานการณ์ จำนวน 441 สถานการณ์ของพารามิเตอร์ c ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 400 ปรากฏว่า วิธี Likelihood ratio สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 423 สถานการณ์ สำหรับวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior สามารถตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ได้จำนวน 43 สถานการณ์ สามารถสรุปได้ว่า วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional

อภิปรายผลการวิจัย

พารามิเตอร์ b เมื่อ n = 50 ในกรณีที่ α=0.3, b = -1, 0, α=1.0, b = -2, -1, 0 และ α=1.7, b = -2, -1, 0, 1 เมื่อ n = 100 กรณีที่ α=0.3, b = -1, 0, 1, 2, 2.5 และ α=1.0, b = -2.5, -2, -1 เมื่อ n = 400 กรณีที่ α=0.3, b = 2.5, α=1.0, b = -2.5, -2, -1, 0, 1 และ α=1.7, b = 0, 1 ไม่มีสมบัติ Unidimentional เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ไม่เป็นไปตามข้อมูลที่จำลองสถานการณ์ขึ้นมาส่งผลให้ค่าความน่าจะเป็นของความสามารถในการตอบ (θ) ของผู้ตอบแบบทดสอบไม่เป็นตามที่กำหนดไว้ทำให้ค่าพารามิเตอร์ในกรณีดังกล่าวไม่มีสมบัติ Unidimentional

พารามิเตอร์ c วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional การตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ของพารามิเตอร์ c ควรใช้วิธี Likelihood ratio เนื่องจากข้อมูลที่ได้จากการจำลองสถาการณ์ด้วยวิธีมอนติคาร์โล ทำให้พารามิเตอร์ c ของตัวแบบ M-GRM มีสมบัติ Unidimentional เกือบทุกสถานการณ์

ในการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการแจกแจงภายหลัง (Posterior distribution) ด้วยวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior ไม่สามารถหาค่าการแจกแจงภายหลังได้โดยตรงต้องใช้หลักการ Monte Carlo Integration ค่า Integral ที่ได้จากการสร้างข้อมูลจากการแจกแจงยูนิฟอร์ม [0, 1] ข้อมูลมีความเหมาะสมกับพารามิเตอร์ b กับสถานการณ์ต่างๆ ของตัวแบบ M-GRM ด้วยวิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior เนื่องจากข้อมูลที่สร้างขึ้นจากการแจกแจงยูนิฟอร์ม [0, 1] ให้ข้อมูลที่ทดสอบแล้วไม่ต่างกับการแจกแจกปรกติมาตรฐาน

สรุปผลการวิจัย

เมื่อ n = 50 พารามิเตอร์ b วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ยกเว้นกรณีที่ α=0.3, b = -1, 0, α=1.0, b = -2, -1, 0 และ α=1.7, b = -2, -1, 0, 1 พารามิเตอร์ c วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 100 พารามิเตอร์ b วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ยกเว้นกรณีที่ α=0.3, b = -1, 0, 1, 2, 2.5 และ α=1.0, b = -2.5, -2, -1, พารามิเตอร์ c ในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 200 พารามิเตอร์ b และ c วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional เมื่อ n = 400 พารามิเตอร์ b วิธีโมเดลเชิงพยากรณ์แบบ Posterior มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional ยกเว้นกรณีที่ α=0.3, b = 2.5, α=1.0, b = -2.5, -2, -1, 0, 1 และ α=1.7, b = 0, 1 พารามิเตอร์ c วิธี Likelihood ratio มีประสิทธิภาพดีกว่าในการตรวจสอบสมบัติ Unidimentional

กิตติกรรมประกาศ

บทความเรื่องนี้ ได้รับความช่วยเหลือจาก ดร. ปิยะทิพย์ ประดุจพรม และ ดร. กนก พานทอง ที่กรุณาให้คำปรึกษา แนะแนวทางการดำเนินการวิจัยที่ถูกต้อง ตลอดจนแก้ไขปัญหาและข้อบกพร่องต่างๆ ด้วยความละเอียดถี่ถ้วนและเอาใจใส่ ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

เอกสารอ้างอิง

Glas, C. A. (1999). Modification indices for the 2-PL and the nominal response model. Psychometrika 64(3): 273-294.

Glas, C. A., and Falcón, J. C. S. (2003). A comparison of item-fit statistics for the three-parameter logistic model. Applied Psychological Measurement 27(2): 87-106.

Hoijtink, H. (2001). Confirmatory latent class analysis: Model selection using Bayes factors and (pseudo) likelihood ratio statistics. Multivariate Behavioral Research 36(4): 563-588.

Khalid, M. N., and Glas, C. A. (2016). Assessing item fit: A comparative study of frequentist and Bayesian frameworks. Measurement 90(2016): 549-559.

Kim, J. S., and Bolt, D. M. (2007). Estimating item response theory models using Markov chain Monte Carlo methods. Educational Measurement: Issues and Practice 26(4): 38-51.

McKinley, R. L., and Mills, C. N. (1985). A comparison of several goodness-of-fit Statistics. Applied Psychological Measurement 9(1): 49-57.

Orlando, M., and Thissen, D. (2000). Likelihood-based item-fit indices for dichotomous item response theory models. Applied Psychological Measurement 24(1): 50-64.

Patz, R. J., and Junker, B. W. (1999). A straightforward approach to Markov chain Monte Carlo methods for item response models. Journal of educational and behavioral Statistics 24(2): 146-178.

Sinharay, S. (2006). Bayesian item fit analysis for unidimensional item response theory models. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology 59(2): 429-449.

Smith, I. (1996). Taylor. TKF: Inflammatory Lesions of Intervertebral Discs in Children. J. Bone and Joint Surg. 1508-1520.

Vriens, M., and Sinharay, S. (2006). Dealing with missing data in surveys and databases. The Handbook of Marketing Research: Uses, Misuses, and Future Advances 5(2016): 178-188.

William, M. (2007). Introduction to Bayesian Statistics. New Jersey: John Wiley & Sons.

Zou, K. S., Ip, W. H., Wu, C. H., Chen, Z. Q., Yung, K. L., and Chan, C. Y. (2014). A novel 3D model retrieval approach using combined shape distribution. Multimedia tools and applications 69(3): 799-818.

❑❑❑❑❑