



แบบจำลองค่าสุดขีดปริมาณน้ำฝนสูงสุดในประเทศไทย Modeling Extreme Precipitation in Thailand

ปิยภัทร บุชบาบดินทร์¹ และ นิภาดา พากักดี^{2*}

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยมหาสารคาม จังหวัดมหาสารคาม 44150

^{2*}สาขาสถิติประยุกต์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลอีสาน วิทยาเขตขอนแก่น จังหวัดขอนแก่น 40000

*Corresponding Author, Email: nipadamayday2527@gmail.com

บทคัดย่อ

การวิจัยนี้ได้สร้างแบบจำลองค่าสุดขีดด้วยการแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป และการแจกแจงแบบพาวเรโตวงนัยทั่วไป โดยใช้การประมาณค่าพารามิเตอร์แบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุด สำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุด 99 สถานี ในประเทศไทยตั้งแต่เดือนมกราคม พ.ศ. 2527 ถึงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2557 ทำการแบ่งพื้นที่การศึกษาออกเป็น 5 ภาค คือ ภาคเหนือ ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ ภาคกลาง ภาคตะวันออก และภาคใต้ และประมาณค่าระดับการเกิดซ้ำ ในรอบปีการเกิดซ้ำ 5 ปี 10 ปี 25 ปี 50 ปี และ 100 ปี พร้อมทั้งอภิปรายผลระดับการเกิดซ้ำในพื้นที่ที่ทำการศึกษโดยใช้แผนภาพ จากผลการศึกษาพบว่า เมื่อสร้างแบบจำลองข้อมูลด้วย GEV โดยส่วนใหญ่การแจกแจงแบบกัมเบล เป็นการแจกแจงที่เหมาะสม สำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายปีทั้ง 5 พื้นที่ในประเทศไทย ในขณะที่บางสถานีในภาคเหนือและภาคกลางมีการแจกแจงแบบฟริเชต และการแจกแจงแบบไวบูลล์ ส่วนภาคตะวันออกเฉียงเหนือ บางสถานีมีการแจกแจงแบบไวบูลล์ และภาคใต้บางสถานีมีการแจกแจงแบบฟริเชตมีความเหมาะสม เมื่อสร้างแบบจำลองข้อมูลด้วย GPD พบว่าโดยส่วนใหญ่ทั้ง 5 ภาคที่มีการแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเป็นการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวัน แต่มีบางสถานีในพื้นที่ที่ทำการศึกษา พบว่า การแจกพาวเรโต และการแจกแจงแบบแกมมา เป็นการแจกแจงที่เหมาะสม หากพิจารณา ค่าระดับการเกิดซ้ำของภาพรวมทั้งประเทศ พบว่า สถานีอากาศตราดซึ่งอยู่ในภาคใต้มีค่าระดับการเกิดซ้ำสูงกว่าสถานีอื่นๆ ในประเทศไทย

ABSTRACT

Attempts to use the Generalize Extreme Value distribution and Generalize Pareto distribution with the maximum likelihood estimates on the extreme rainfall data at 99 weather stations over Thailand. The rainfall data gathered from January 1984 to December 2014. The research area occupied on 5 regions as the North, Northeast, Central, Eastern and South and estimate return level in the period of 5, 10, 25, 50 and 100 years. The discussion indicates the return level by pluvial maps. The result display the modeling of GEV, Gumbel distribution was a fitting propose for annual extreme rainfall either 5 regions in Thailand. However, some of station in the North and Central region founded Fréchet Distribution and Weibull Distribution. Moreover, in the Northeast region lay down on the Weibull Distribution while in the South Fréchet Distribution was approximately model. In addition, the modeling of GPD with daily rainfall data in 5 regions had fitting on Exponential distribution. However, some stations in area

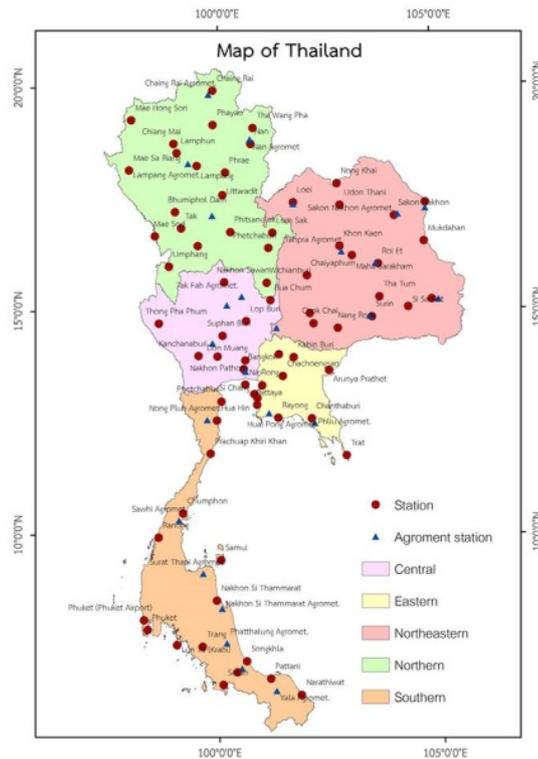
study had suitable with Pareto Distribution and Gamma Distribution. Certainly, the return level indicated Trat weather station in the South had return level highest than other station.

คำสำคัญ: การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป การแจกแจงแบบพาราโตวงนัยทั่วไป การประมาณค่าภาวะน่าจะเป็นสูงสุดระดับการเกิดซ้ำ

Keywords: Generalized extreme value distribution, Generalized Pareto distribution, Maximum likelihood estimation, Return level

บทนำ

ประเทศไทยประสบปัญหาภัยพิบัติครั้งยิ่งใหญ่ในปี พ.ศ. 2554 นำมาซึ่งผลกระทบต่อภาคเศรษฐกิจ อุตสาหกรรม และสังคม ซึ่งปัจจัยหนึ่งของการประสบอุทกภัยดังกล่าว เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของสภาพแวดล้อมและการกระทำของมนุษย์ในปัจจุบันนี้เกิดปรากฏการณ์ความถี่ของฝนที่ตกหนักเพิ่มมากขึ้นในประเทศไทยในระหว่างฤดูร้อน (ปลายเดือนพฤษภาคม ถึงต้นเดือนกันยายน) อันมีสาเหตุเนื่องมาจากการเกิดขึ้นของพายุไต้ฝุ่น หรือ ระบบไหลเวียนของมวลอากาศ ประกอบกับอัตราความหนาแน่นต่อประชากรและสิ่งปลูกในประเทศไทยมีจำนวนเพิ่มขึ้น ก็อาจเป็นอีกสาเหตุหนึ่งของการได้รับผลกระทบที่มีจำนวนที่เพิ่มมากขึ้นการเกิดปัญหาน้ำท่วมในประเทศไทยในปี พ.ศ. 2554 ครอบคลุมพื้นที่ 90 ล้านลูกบาศก์ตารางกิโลเมตร กว่า 2 ใน 3 ของพื้นที่ประเทศทั้งหมด ซึ่งถือได้ว่าการเกิดภัยธรรมชาติจากน้ำท่วมนี้มีความรุนแรงเป็นอันดับ 4 ของโลก (Geo-Informatics and Space Technology Development Agency) อุทกภัยในประเทศไทย (2554) โดยปกติการพยากรณ์มักจะถูกใช้ในการประยุกต์ เพื่อทำนายค่าของสภาพภูมิอากาศที่เกิดขึ้นสูงสุดโดยการใช้ข้อมูลอนุกรมเวลา เป้าหมายของการวิเคราะห์แบบจำลองคือการได้แบบจำลองที่ดีที่สุดสำหรับข้อมูลการศึกษาแต่เมื่อข้อมูลที่ศึกษามีค่าสุดขีดเกิดขึ้นนักวิเคราะห์ส่วนใหญ่มักจะตัดข้อมูลนั้นทิ้งไปไม่นำมาพิจารณาเพื่อหาแบบจำลองเนื่องจากมีความซับซ้อนและยุ่งยากในการวิเคราะห์แต่ในความเป็นจริงถ้านักวิเคราะห์ต้องการทราบถึงภาวะน่าจะเป็นในการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ที่มีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดซึ่งอยู่ในส่วนของปลายหางซึ่งมีค่าน้อยมากเครื่องมือทางสถิติที่มีบทบาทเกี่ยวข้องในเรื่องนี้คือ “ทฤษฎีค่าสุดขีด” พิชัยภร และคณะ (2558) ซึ่งเป็นวิธีที่ใช้สำหรับการวิเคราะห์ความเสี่ยงที่ประมาณความเสียหายสุดท้ายที่เกิดขึ้นตลอดจนการสร้างแบบจำลองเหตุการณ์เกิดขึ้นไม่บ่อยหรือเหตุการณ์บางอย่างที่เกิดขึ้นได้ยากมีงานวิจัยที่ได้นำค่าสูงสุดของปริมาณน้ำฝนมาประยุกต์ใช้ในทฤษฎีค่าสุดขีด Nadarajah and Choi (2007) ได้วิเคราะห์ค่าสูงสุดของปริมาณน้ำฝนรายปีใน 5 พื้นที่ของประเทศเกาหลีใต้ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1961-2001 พบว่า การแจกแจงแบบกัมเบล มีรูปแบบที่เหมาะสมทั้ง 5 พื้นที่ต่อมา Unkasevic and Tasic (2009) ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของอุณหภูมิต่ำสุดในฤดูหนาวและอุณหภูมิสูงสุดในฤดูร้อนของเมืองเบลเกรดประเทศเซอร์เบีย โดยให้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไปมากำหนดตัวแบบของค่าสัมบูรณ์ของอุณหภูมิต่ำสุดในฤดูหนาวค่าสัมบูรณ์ของอุณหภูมิสูงสุดในฤดูร้อนและการแจกแจงพาราโตวงนัยทั่วไป (Generalized Pareto Distribution : GPD) เพื่อกำหนดตัวแบบของอุณหภูมิต่ำสุดรายวันในฤดูหนาวและอุณหภูมิสูงสุดในฤดูร้อนพบว่าการแจกแจงทั้งสองแบบมีความเหมาะสมในการกำหนดตัวแบบและอรรถกถาว์แก่นั้นและคณะ (2558) ได้สร้างแบบจำลองปริมาณน้ำฝนสูงสุดของภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนกลางโดยใช้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไปพร้อมทั้งหาระดับการเกิดซ้ำของปริมาณน้ำฝนสูงสุดในรอบปีการเกิดซ้ำและเสวนีย์ และคณะ(2557) ได้ศึกษาการสร้างแบบจำลองค่าสุดขีดปริมาณฝนในภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างของประเทศไทย โดยใช้ GEV มากำหนดตัวแบบของปริมาณน้ำฝนรายเดือน



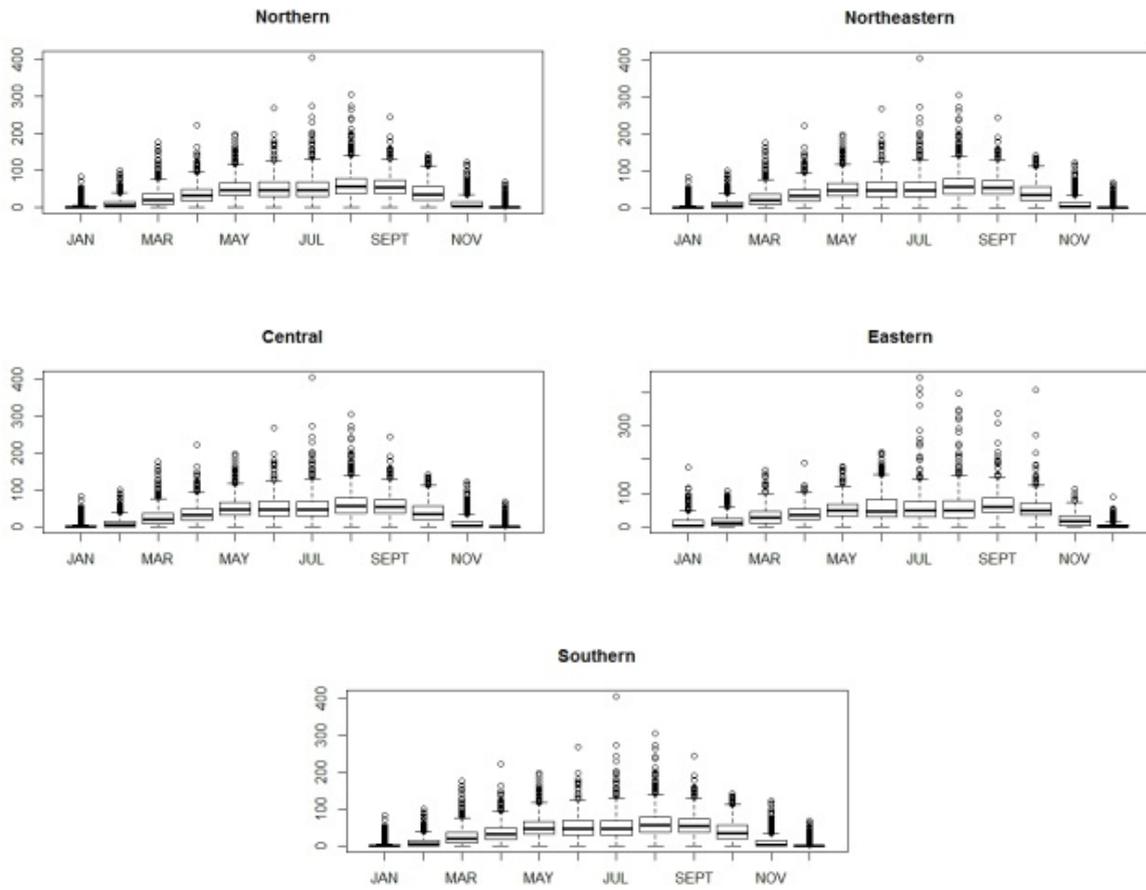
รูปที่ 1 ที่ตั้งของสถานีตรวจวัดปริมาณน้ำฝนในประเทศไทย

การศึกษาค้นคว้าครั้งนี้สนใจศึกษาแบบจำลองปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุดในประเทศไทย โดยการใช้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป และการแจกแจงพาราโดวงนัยทั่วไปจากสถานีตรวจวัดอากาศ 99 สถานี ในประเทศไทย รวมถึงการประมาณค่าการเกิดซ้ำในรอบ 5 10 25 50 และ 100 ปี เพื่อจะได้ทราบโอกาสการเกิดเหตุการณ์ที่จะเกิดอุทกภัยขึ้นในประเทศไทย นำมาสู่การออกแบบ เพื่อป้องกันการเกิดอุทกภัยและการสร้างแหล่งกักเก็บน้ำในประเทศไทย

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ข้อมูล

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้านี้เป็นข้อมูลปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุดจากสถานีวัดปริมาณน้ำฝนของกรมอุตุนิยมวิทยาในประเทศไทย 99 สถานี ซึ่งแบ่งพื้นที่การศึกษาออกเป็น 5 ภูมิภาค คือ ภาคเหนือ 24 สถานี ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ 25 สถานี ภาคกลาง 14 สถานี ภาคตะวันออก 13 สถานี และภาคใต้ 23 สถานี



รูปที่ 2 บล็อกพล็อต (Boxplot) ของปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายเดือนในแต่ละภาค

2. การแจกแจงค่าสุดขีด

2.1 การแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป (Generalize Extreme Value distribution: GEV) (Cole, 2001)

การวิเคราะห์ค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป จะเลือกค่าสุดขีดมาวิเคราะห์โดยจะนำข้อมูลที่มีค่าสูงสุดในช่วงคาบเวลาที่สนใจ เช่น รายปี รายเดือน หรือรายสัปดาห์ ในงานวิจัยครั้งนี้ได้ใช้ค่าปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวัน ซึ่งพิจารณาช่วงคาบเวลาที่สนใจเป็นรายปี ตั้งแต่ปี พ.ศ. 2527 ถึง พ.ศ. 2557 รวมทั้งสิ้น 31 ปี หรือ 31 ค่า ในแต่ละสถานีวัดปริมาณน้ำฝน การแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไป มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น ดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{(-1/\xi)-1} \exp \left\{ - \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right\}$$

(1)

เมื่อ $1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)$ พารามิเตอร์แสดงตำแหน่ง $-\infty < \mu < \infty$ พารามิเตอร์แสดงขนาด $\sigma > 0$ และพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง $-\infty < \xi < \infty$ และมีฟังก์ชันความน่าจะเป็นสะสม ดังนี้

$$F(x) = \exp \left\{ - \left(1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right)^{-1/\xi} \right\}$$
(2)

การแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไปสามารถแบ่งลักษณะการแจกแจงได้ 3 แบบตามพารามิเตอร์รูปร่าง (ξ) ดังนี้

1. ถ้าพารามิเตอร์รูปร่าง ($\xi = 0$) เรียกว่า การแจกแจงแบบกัมเบล (Gumbel Distribution)

2. ถ้าพารามิเตอร์รูปร่าง ($\xi > 0$) เรียกว่า การแจกแจงแบบฟรีเชต (Fréchet Distribution)
3. ถ้าพารามิเตอร์รูปร่าง ($\xi < 0$) เรียกว่า การแจกแจงแบบไวบูลล์ (Weibull Distribution)

2.2 การแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป (Generalize Pareto distribution: GPD) (Cole, 2001)

โดยทั่วไปจะนำข้อมูลรายวันมาวิเคราะห์ แต่จะพิจารณาข้อมูลที่มีค่าเกินเกณฑ์ (Threshold) ที่กำหนดไว้ ในงานวิจัยครั้งนี้ได้นำปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวันมาวิเคราะห์ และพิจารณาข้อมูลที่มีค่าเกินเกณฑ์ ซึ่งกำหนดค่าเกินเกณฑ์ ไว้ที่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ (Percentile) ที่ 99 หากข้อมูลมีค่าสูงกว่าเกณฑ์ที่กำหนดไว้เราจะเลือกข้อมูลเหล่านั้นมาวิเคราะห์ กำหนดให้ u (Threshold) ที่กำหนดถ้าค่าเกินที่มีค่าสูงมาก ฟังก์ชันการแจกแจงสะสมของ $X - u$ มีเงื่อนไขว่า $X > u$ ดังสมการ

$$F(y) = 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\tilde{\sigma}}\right)^{-1/\xi} \quad (3)$$

เมื่อ $\{y = X - u : y > 0, 1 + \xi y / \tilde{\sigma} > 0\}, \dots \tilde{\sigma} = \sigma + \xi(u - \mu)$ ที่มีพารามิเตอร์รูปร่าง σ ($\sigma > 0$) และพารามิเตอร์ขนาด ξ ($-\infty < \xi < \infty$) จากสมการที่ (3) พบว่า การแจกแจงที่อยู่ในกลุ่มการแจกแจงเดียวกับการแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไป (Generalized Pareto distribution: GPD)

การแจกแจงพาเรโตวางนัยทั่วไปสามารถแบ่งลักษณะการแจกแจงได้ 3 แบบตามพารามิเตอร์รูปร่าง (ξ) ดังนี้

1. ถ้าพารามิเตอร์รูปร่าง ($\xi > 0$) การแจกแจงของค่าเกินเกณฑ์จะไม่มีลิมิตบน หรือเรียกว่า การแจกแจงแบบพาเรโต (Pareto Distribution)
2. ถ้าพารามิเตอร์รูปร่าง ($\xi < 0$) การแจกแจงของค่าเกินเกณฑ์จะมีขอบเขตบนของ $u - \tilde{\sigma} / \xi$ หรือเรียกว่า การแจกแจงแบบแกมมา (Gamma Distribution)
3. ถ้าพารามิเตอร์รูปร่าง ($\xi = 0$) จะมีขอบบนและล่าง) และเมื่อ $\xi \rightarrow 0$ จะได้การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง (Exponential Distribution) ดังสมการ

$$F(y) = 1 - \exp\left(\frac{-y}{\tilde{\sigma}}\right) \quad \text{เมื่อ } y > 0 \quad (4)$$

นั่นคือ การแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ที่มีพารามิเตอร์ $1/\tilde{\sigma}$

3. การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุด (maximum likelihood estimates: MLE)

กำหนดให้ X_1, X_2, \dots, X_n เป็นอย่างสุ่มจากประชากรที่มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $f(x; \theta)$ เมื่อ θ คือ พารามิเตอร์ที่ต้องการประมาณค่า การประมาณค่าพารามิเตอร์ด้วยวิธีภาวะน่าจะเป็นสูงสุดมีขั้นตอนดังนี้

1. หาฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น (Likelihood function) หรือ ฟังก์ชันความหนาแน่นร่วมของ X_1, X_2, \dots, X_n

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta)$$

2. หาลอการิทึมของฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็น

$$l(\theta) = \log L(\theta)$$

3. หาตัวประมาณภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ โดยการหาอนุพันธ์ของ $\log L(\theta)$ หรือ $l(\theta)$ เทียบกับพารามิเตอร์ θ และให้สมการมีค่าเท่ากับ 0 จะได้ $\hat{\theta}$ เป็นตัวประมาณแบบภาวะน่าจะเป็นสูงสุดของ θ

$$\frac{\partial \log L(\theta)}{\partial \theta} = 0 \quad \text{หรือ} \quad \frac{\partial l(\theta)}{\partial \theta} = 0$$

โดยฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไปเป็นดังนี้

$$L(\mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma^n} \prod_{i=1}^n \left(1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)} \times \exp\left\{-\sum_{i=1}^n \left(1 + \xi \frac{x_i - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right\} \quad (5)$$

เมื่อกำหนดให้ $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ และ $\hat{\xi}$ เป็นตัวประมาณของ μ, σ และ ξ ตามลำดับ และฟังก์ชันภาวะน่าจะเป็นสำหรับการแจกแจงพารेटอวอวางนัยทั่วไปเป็นดังนี้

$$L(\mu, \sigma, \xi) = \prod_{i=1}^{n_y} \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{y_i}{\sigma}\right)^{-\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)} \quad (6)$$

เมื่อ n_y เป็นจำนวนของค่าสุดขีดที่เกินเกณฑ์ที่กำหนด

4. ระดับการเกิดซ้ำ (Return Level)

ระดับการเกิดซ้ำ (Z_T) คือ ตำแหน่งของข้อมูล เมื่อ T คือ รอบปีการเกิดซ้ำซึ่งมีความสัมพันธ์แบบผกผันกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ p หรือ $T = \frac{1}{p}$ หรือสามารถกล่าวได้ว่า ระดับการเกิดซ้ำ คือ ค่าคาดหวังที่จะเกิดเหตุการณ์ที่ $Z > \hat{Z}_p$ โดยเฉลี่ย 1 ครั้ง ในทุกๆ T ปี

4.1 ระดับการเกิดซ้ำของการแจกแจงแบบสุดขีดวางนัยทั่วไป

$$\hat{Z}_T = \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left\{1 - \left[-\log\left(1 - \frac{1}{T}\right)\right]^{-\xi}\right\} \quad (7)$$

เมื่อแทนค่า $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ และ $\hat{\xi}$ จะประมาณความน่าจะเป็นสูงสุดของระกับการเกิดซ้ำได้เมื่อ T คือ รอบปีการเกิดซ้ำซึ่งมีความสัมพันธ์กับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ p

4.2 ระดับการเกิดซ้ำของการแจกแจงแบบพารेटอวอวางนัยทั่วไป

กำหนดให้การแจกแจงแบบพารेटอวอวางนัยทั่วไปมีพารามิเตอร์ σ และ ξ เป็นแบบจำลองที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลที่มีค่าสูงกว่าค่าเกินเกณฑ์ u นั้นแสดงว่า $X > u$ สามารถเขียนฟังก์ชันความน่าจะเป็นของการแจกแจงดังกล่าว ได้ดังนี้

$$P(X > x) = \zeta_u \left[1 + \xi \left(\frac{x - u}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} \quad (8)$$

เมื่อ $\zeta_u = P(X > x)$ ดังนั้น ระดับการเกิดซ้ำ หมายถึง ค่าเฉลี่ยของค่าที่สูงเกินกว่าค่าเกณฑ์ u ทุกๆ ค่าสังเกตที่ m แสดงดังสมการต่อไปนี้

$$\zeta_u \left[1 + \xi \left(\frac{x_m - u}{\sigma}\right)\right]^{-1/\xi} = \frac{1}{m} \quad (9)$$

สามารถจัดรูปสมการใหม่ได้ดังนี้

$$x_m = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[(m \zeta_u)^\xi - 1\right] \quad \text{ถ้า } \xi \neq 0 \quad (10)$$

เมื่อ x_m คือ ระดับการเกิดซ้ำของทุกๆค่าสังเกตที่ m จากค่าสังเกตจำนวน n_y ต่อปี

N คือ เป็นจำนวนปีที่คำนวณได้จาก $m = T \times n_y$

ดังนั้น ระดับการเกิดซ้ำของการแจกแจงแบบพารेटอวอวางนัยทั่วไปสำหรับ N ปี สามารถคำนวณได้จากสมการ

$$\hat{Z}_T = u + \frac{\sigma}{\xi} \left[(T n_y \zeta_u)^\xi - 1\right] \quad \text{ถ้า } \xi \neq 0 \quad \text{เมื่อ } \hat{Z}_T \text{ คือ ระดับการเกิดซ้ำของ } T \text{ ปี} \quad (11)$$

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น

ข้อมูลที่ใช้ในการศึกษา คือ ข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวัน ตั้งแต่ พ.ศ. 2527 ถึง พ.ศ. 2557 รวม 31 ปี ทั้งหมด 99 สถานีในประเทศไทยนำมาเสนอในตารางที่ 1 เพียงบางส่วน

ตารางที่ 1 ข้อมูลเบื้องต้นของปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวันของแต่ละสถานี

รหัสสถานี	ภาค	ค่าสูงสุด	ความเบ้	ความโด่ง	รหัสสถานี	ภาค	ค่าสูงสุด	ความเบ้	ความโด่ง
300201	เหนือ	128	0.37	2.16	402301	กลาง	107.8	0.43	2.75
300202	เหนือ	135.5	1.58	6.25	426201	กลาง	203.4	1.29	4.38
328201	เหนือ	191.2	1.90	7.67	450201	กลาง	132.4	-0.05	1.96
328301	เหนือ	114.4	-2.04	4.05	455201	กลาง	216.8	1.01	4.33
330201	เหนือ	218.2	1.91	7.09	455301	กลาง	198.1	0.89	3.34
331401	เหนือ	141.8	0.22	2.07	455601	กลาง	210.7	1.61	5.88
351201	เหนือ	263.7	2.23	9.28	423301	ตะวันออก	130.5	-0.90	4.14
376202	เหนือ	207.4	1.51	5.26	430201	ตะวันออก	194.9	1.26	3.68
376203	เหนือ	247.1	2.06	8.11	430401	ตะวันออก	159.9	0.75	4.57
376401	เหนือ	124.7	0.73	3.62	440201	ตะวันออก	142.8	1.33	5.07
378201	เหนือ	184.8	1.26	4.21	480201	ตะวันออก	394.9	2.30	9.21
379401	เหนือ	129.2	0.57	2.42	480301	ตะวันออก	249.3	0.76	3.05
352201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	405.9	4.11	21.07	501201	ตะวันออก	445.3	0.42	1.97
353201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	163.8	0.86	3.58	551203	ใต้	464.1	1.61	4.97
354201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	274.5	2.16	8.54	552201	ใต้	447.8	0.74	2.50
357201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	304.4	0.02	4.10	552301	ใต้	439.6	1.35	4.71
357301	ตะวันออกเฉียงเหนือ	272.6	1.20	3.88	568501	ใต้	521.8	1.44	4.82
383201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	269.4	2.83	11.71	568502	ใต้	219.4	1.15	3.86
405301	ตะวันออกเฉียงเหนือ	128.2	-0.26	2.45	581301	ใต้	358.6	1.31	4.01
431201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	129.7	0.55	2.18	583201	ใต้	442.7	1.00	3.71
431301	ตะวันออกเฉียงเหนือ	145.9	0.97	4.26	564201	ใต้	207.8	0.87	3.08
431401	ตะวันออกเฉียงเหนือ	147.5	0.54	2.96	564202	ใต้	211.9	0.035	1.68
432201	ตะวันออกเฉียงเหนือ	153	2.65	12.12	566201	ใต้	235.1	0.19	2.00
436401	ตะวันออกเฉียงเหนือ	130.5	0.13	2.18	567201	ใต้	217.2	0.98	3.34
400301	กลาง	104.2	-0.11	1.67	570201	ใต้	207.8	0.96	3.82

จากตารางที่ 1 พบว่า ภาคใต้มีปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุด 521.8 มิลลิเมตร สถานีตรวจวัดอากาศสงขลา (568501) รองมาคือ ภาคตะวันออกมีปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุด 445.3 มิลลิเมตร สถานีตรวจวัดอากาศตราด (501201) ภาคตะวันออกเฉียงเหนือมีปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุด 405.9 มิลลิเมตร สถานีตรวจวัดอากาศหนองคาย (352201) ภาคเหนือข้อมูลปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุด 263.7 มิลลิเมตร สถานีตรวจวัดอากาศภูมิลพ (376203) และภาคกลางมีปริมาณน้ำฝนรายวันสูงสุด 216.8 มิลลิเมตร สถานีตรวจวัดอากาศกรุงเทพมหานคร (455201) ตามลำดับ และส่วนมากการกระจายของข้อมูลปริมาณน้ำฝนในแต่ละภาคมีการกระจายในรูปแบบที่เบ้ (Skewness) ขวาจึงเหมาะที่จะนำข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวันมาวิเคราะห์ด้วยการแจกแจงค่าสุดขีด

ตารางที่ 2 ค่าประมาณพารามิเตอร์และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานสำหรับการแจกแจงค่าสุดขีดวางนัยทั่วไปของแต่ละสถานี

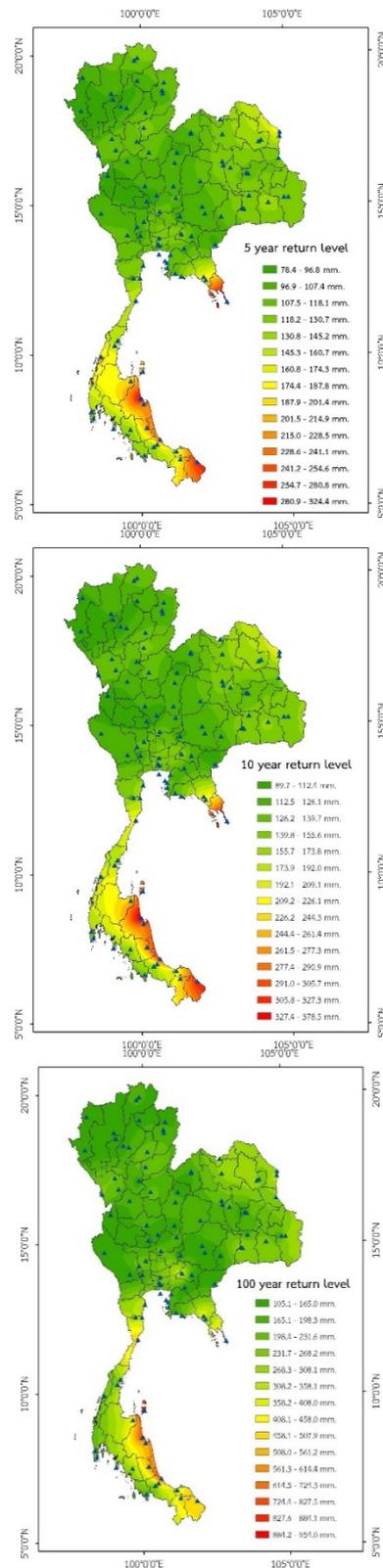
รหัสสถานี	$\hat{\mu}(s.e)$	$\hat{\sigma}(s.e)$	$\hat{\xi}(s.e)$	การแจกแจงที่เหมาะสม	KS Test (p-value)	รหัสสถานี	$\hat{\mu}(s.e)$	$\hat{\sigma}(s.e)$	$\hat{\xi}(s.e)$	การแจกแจงที่เหมาะสม	KS Test (p-value)
300201	68.13(4.53)	21.45(3.37)	-0.12(0.18)	กัมเบล	0.73	402301	65.36(2.93)	14.54(2.07)	-0.16(0.13)	กัมเบล	0.98
300202	57.04(2.70)	13.58(1.96)	0.05(0.12)	กัมเบล	0.72	426201	79.42(4.63)	22.76(3.56)	0.14(0.14)	กัมเบล	0.93
328201	68.18(3.52)	17.70(2.64)	0.12(0.12)	กัมเบล	0.98	450201	82.4(4.79)	23.59(3.66)	-0.38(0.15)	ไวบูลล์	0.99
328301	60.87(4.13)	21.30(2.76)	-0.31(0.09)	ไวบูลล์	0.72	455201	82.75(5.86)	28.88(4.24)	0.00(0.13)	กัมเบล	0.99
330201	71.52(4.32)	21.45(3.30)	0.15(0.13)	กัมเบล	0.77	455301	90.21(5.70)	26.92(4.34)	0.06(0.17)	กัมเบล	0.90
331401	85.12(4.44)	21.37(3.30)	-0.21(0.16)	กัมเบล	0.63	455601	86.1(4.64)	22.51(3.60)	0.15(0.15)	กัมเบล	0.78
351201	88.10(4.78)	24.00(3.54)	0.11(0.12)	กัมเบล	0.76	423301	77.41(4.29)	21.37(3.03)	-0.25(0.13)	กัมเบล	0.37
376202	73.42(4.61)	22.16(3.68)	0.20(0.16)	กัมเบล	0.99	430201	94.44(3.73)	16.59(3.50)	0.48(0.24)	กัมเบล	0.63
376203	73.00(4.60)	22.81(3.59)	0.18(0.14)	กัมเบล	0.95	430401	77.75(4.08)	20.81(2.77)	-0.12(0.09)	กัมเบล	0.82
376401	66.36(2.97)	14.90(2.07)	-0.09(0.11)	กัมเบล	0.90	440201	70.93(2.87)	14.38(2.08)	0.04(0.12)	กัมเบล	0.80
378201	76.71(4.10)	19.88(3.18)	0.15(0.15)	กัมเบล	0.98	480201	125.34(6.02)	28.79(5.12)	0.32(0.17)	กัมเบล	0.96
379401	66.45(3.70)	17.67(2.75)	-0.03(0.17)	กัมเบล	0.98	480301	135.22(6.39)	30.91(4.69)	-0.01(0.15)	กัมเบล	0.93
352201	81.70(8.51)	21.27(2.17)	0.27(0.07)	พรีเซต	0.99	501201	216.61(16.74)	72.73(13.29)	0.00(0.25)	กัมเบล	0.71
353201	78.63(3.66)	20.06(2.84)	0.03(0.20)	กัมเบล	0.69	551203	117.89(8.82)	41.02(8.66)	0.54(0.22)	กัมเบล	0.79
354201	82.54(4.76)	23.32(3.85)	0.24(0.15)	กัมเบล	0.99	552201	167.46(14.37)	63.39(11.99)	0.24(0.24)	กัมเบล	0.97
357201	117.37(11.91)	61.25(7.85)	-0.24(0.08)	ไวบูลล์	0.74	552301	132.24(10.56)	51.25(8.51)	0.21(0.16)	กัมเบล	0.82
357301	114.83(6.22)	29.22(5.07)	0.23(0.19)	กัมเบล	0.99	568501	130.66(12.39)	56.93(10.69)	0.33(0.21)	กัมเบล	0.99
383201	90.34(2.78)	13.93(2.44)	0.37(0.14)	พรีเซต	0.58	568502	92.33(5.93)	29.32(4.39)	0.07(0.14)	กัมเบล	0.78
405301	92.03(3.60)	18.14(2.66)	-0.41(0.13)	ไวบูลล์	0.96	581301	116.77(7.44)	36.53(6.38)	0.32(0.16)	พรีเซต	0.81
431201	74.23(3.59)	16.87(2.73)	0.02(0.19)	กัมเบล	0.90	583201	158.67(13.89)	67.32(10.39)	0.05(0.15)	กัมเบล	0.94
431301	69.30(3.49)	17.24(2.51)	-0.02(0.13)	กัมเบล	0.79	564201	43.74(11.93)	54.86(9.36)	-0.22(0.20)	กัมเบล	0.03
431401	73.80(4.11)	20.13(2.98)	-0.10(0.14)	กัมเบล	0.98	564202	58.86(14.74)	70.81(11.52)	-0.34(0.17)	กัมเบล	0.03
432201	83.80(4.41)	20.62(3.68)	0.27(0.19)	กัมเบล	0.93	566201	49.57(13.23)	62.62(10.16)	-0.20(0.17)	กัมเบล	0.03
436401	81.07(4.68)	23.08(3.57)	-0.30(0.17)	กัมเบล	0.75	567201	93.5(5.04)	23.05(4.27)	0.27(0.27)	กัมเบล	0.99
400301	77.06(3.59)	17.59(3.20)	-0.60(0.19)	ไวบูลล์	0.51	570201	97.82(4.78)	22.83(3.65)	0.07(0.17)	กัมเบล	0.87

จากตารางที่ 2 แสดงค่าประมาณพารามิเตอร์ตำแหน่ง ขนาด และรูปร่าง พร้อมค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานของแต่ละสถานี ตรวจจวัดอากาศในประเทศไทย และเมื่อพิจารณาค่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (ξ) และสถิติทดสอบโคโมโกรอฟ-สเมอนอฟ (Kolmogorov-sminov Test: KS-test) พบว่า ภาคตะวันออก การแจกแจงแบบกัมเบลเป็นการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับข้อมูล ปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายปี ภาคใต้ ภาคเหนือ ภาคกลางโดยส่วนใหญ่การแจกแจงแบบกัมเบลเป็นการที่เหมาะสม 96% 92% 86% ตามลำดับ และพบว่าบางสถานีตรวจวัดอากาศการแจกแจงแบบไวบูลล์เป็นการเป็นการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝน สูงสุดรายปี ส่วนภาคตะวันออกเฉียงเหนือโดยส่วนใหญ่การแจกแจงแบบกัมเบลเป็นการที่เหมาะสม 80% การแจกแจงแบบไวบูลล์ 12% และการแจกแจงแบบพรีเซต 8% เป็นการแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายปี และจากรูปที่ 3 แสดง ค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำในรอบ 5 ปี 10 ปี และ 100 ปี ด้วย iso-provial map

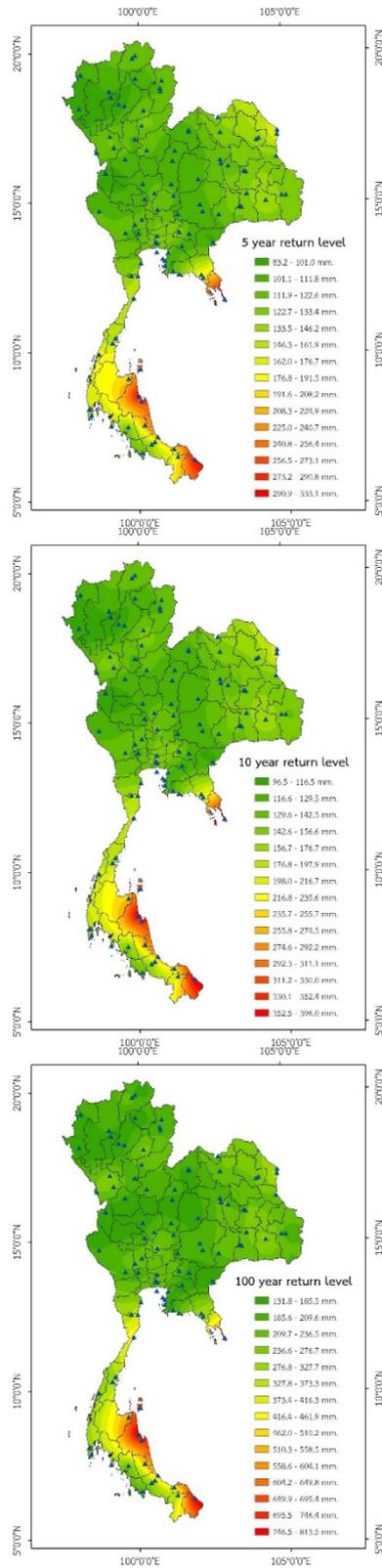
ตารางที่ 3 ค่าประมาณพารามิเตอร์และค่าความคลาดเคลื่อนมาตรฐานสำหรับการแจกแจงพาราโตวางนัยทั่วไปของแต่ละสถานี

รหัสสถานี	$\hat{\sigma}(s.e)$	$\hat{\xi}(s.e)$	การแจกแจง ที่เหมาะสม	KS Test (p-value)	รหัสสถานี	$\hat{\sigma}(s.e)$	$\hat{\xi}(s.e)$	การแจกแจง ที่เหมาะสม	KS Test (p-value)
300201	18.69(2.88)	1.85(0.12)	เลขชี้กำลัง	0.43	402301	19.58(2.69)	-0.09(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.45
300202	14.45(1.77)	1.06(0.08)	เลขชี้กำลัง	0.67	426201	22.10(3.05)	0.08(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.47
328201	16.50(2.15)	0.09(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.83	450201	19.82(3.13)	0.02(0.13)	พาราโต	0.37
328301	13.87(1.90)	-0.02(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.76	455201	17.21(2.98)	0.35(0.14)	เลขชี้กำลัง	0.66
330201	19.07(2.45)	0.10(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.60	455301	19.03(2.94)	0.20(0.12)	เลขชี้กำลัง	0.53
331401	20.55(2.99)	-0.04(0.11)	เลขชี้กำลัง	0.47	455601	19.68(2.70)	0.11(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.66
351201	18.75(2.71)	0.18(0.11)	เลขชี้กำลัง	0.51	423301	18.03(2.55)	0.00(0.11)	เลขชี้กำลัง	0.75
376202	18.66(2.43)	0.06(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.64	430201	23.02(3.08)	0.05(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.73
376203	17.24(2.39)	0.17(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.68	430401	20.38(2.67)	-0.16(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.65
376401	14.87(1.99)	-0.03(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.66	440201	14.34(2.06)	0.06(0.11)	เลขชี้กำลัง	0.73
378201	18.60(2.43)	0.06(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.97	480201	23.03(3.32)	0.22(0.11)	พาราโต	0.98
379401	21.26(2.80)	-0.11(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.47	480301	33.14(4.65)	-0.03(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.67
352201	18.48(2.48)	0.20(0.10)	พาราโต	0.53	501201	51.18(8.04)	0.17(0.13)	เลขชี้กำลัง	0.35
353201	20.86(2.63)	-0.02(0.08)	เอ็กซ์โพเนนเชียล	0.78	551203	38.31(6.09)	0.28(0.13)	พาราโต	0.89
354201	19.59(2.68)	0.16(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.92	552201	45.25(7.42)	0.27(0.14)	เลขชี้กำลัง	0.17
357201	23.84(3.98)	0.24(0.14)	เลขชี้กำลัง	0.61	552301	38.43(6.45)	0.26(1.41)	เลขชี้กำลัง	0.24
357301	30.70(4.20)	0.07(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.66	568501	33.54(5.10)	0.31(0.12)	พาราโต	0.55
383201	22.67(2.65)	0.04(0.07)	เลขชี้กำลัง	0.59	568502	19.64(3.37)	0.31(0.15)	พาราโต	0.52
405301	29.21(3.75)	-0.33(0.09)	แกมมา	0.51	581301	28.95(4.41)	6.25(0.12)	พาราโต	0.37
431201	19.23(2.71)	-0.03(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.54	583201	44.90(6.85)	0.16(0.12)	เลขชี้กำลัง	0.62
431301	18.54(2.22)	-0.06(0.07)	เลขชี้กำลัง	0.66	564201	17.94(2.49)	0.11(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.97
431401	17.82(2.81)	0.08(0.13)	เลขชี้กำลัง	0.24	564202	21.37(3.39)	0.20(0.13)	เลขชี้กำลัง	0.48
432201	20.71(3.03)	2.07(0.11)	เลขชี้กำลัง	0.61	566201	27.11(3.53)	0.01(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.38
436401	24.95(3.57)	-0.11(0.11)	เลขชี้กำลัง	0.49	567201	21.20(2.80)	0.05(0.09)	เลขชี้กำลัง	0.53
400301	19.68(2.70)	0.11(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.57	570201	23.15(3.11)	-0.06(0.10)	เลขชี้กำลัง	0.45

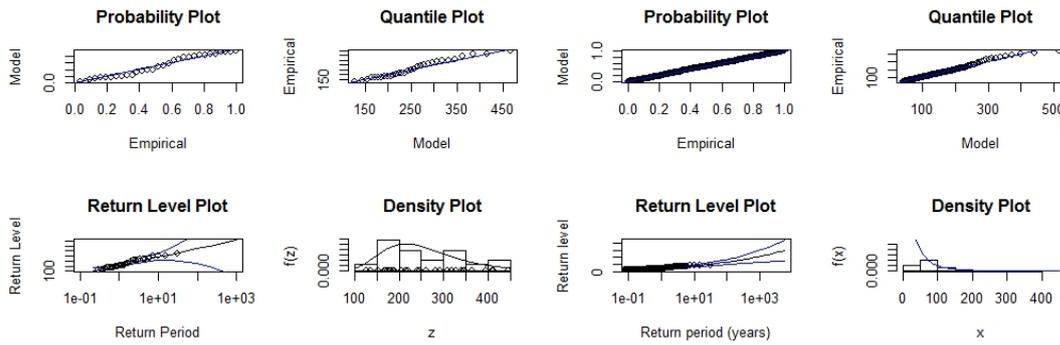
จากผลการวิเคราะห์การแจกแจงพาราโตวางนัยทั่วไป โดยพิจารณาค่าพารามิเตอร์แสดงรูปร่าง (ξ) และ KS-Test พบว่า ในแต่ละภาคที่ทำการศึกษากการแจกแจงที่เหมาะสมพบว่า ข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวันของภาคเหนือเหมาะสมกับการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง ภาคกลาง ภาคตะวันออก และภาคใต้ โดยส่วนใหญ่การแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเป็นการแจกแจงที่เหมาะสม 93% 92% และ 65% ตามลำดับ และมีบางสถานีตรวจวัดอากาศพบว่าการแจกแจงแบบพาราโตเหมาะสมสำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวัน ส่วนภาคตะวันออกเฉียงเหนือพบการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง การแจกแจงการแจกแจงแบบพาราโต และการแจกแจงแบบแกมมา เป็นการแจกแจงที่เหมาะสม 92% 4% และ 4% ตามลำดับ และจากรูปที่ 4 แสดงค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำในรอบ 5 ปี 10 ปี และ 100 ปี ด้วย iso-provial map รูปที่ 5 กราฟ Diagnostic plot ของสถานีตรวจวัดแสดงให้เห็นว่า การแจกแจงแบบกัมเบลและการแจกแจงแบบเลขชี้กำลัง เป็นการแจกแจงที่เหมาะสมเมื่อวิเคราะห์ด้วย GEV และ GPD ตามลำดับ



รูปที่ 3 ค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำ ในรอบ 5 ปี 10 ปี และ 100 ปี ของแต่ละสถานีในประเทศไทยสำหรับการแจกแจงแบบค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป



รูปที่ 4 ค่าประมาณระดับการเกิดซ้ำ ในรอบ 5 ปี 10 ปี และ 100 ปี ของแต่ละสถานีในประเทศไทยสำหรับการแจกแจงแบบพาวเรโตวางนัยทั่วไป



ก. การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป

ข. การแจกแจงพาราโตวงนัยทั่วไป

รูปที่ 5 กราฟ Diagnostic Plot ของสถานีตราด

สรุปผลการวิจัย

การสร้างแบบจำลองค่าสุดขีดปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายปีและรายวันในประเทศไทย โดยอาศัยข้อมูลทุติยภูมิปริมาณน้ำฝนของกรมอุตุนิยมวิทยา 99 สถานี พบว่า การแจกแจงที่เหมาะสมสำหรับข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายปี โดยใช้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไป พบว่า ส่วนใหญ่การแจกแจงแบบแกมมาเป็นการแจกแจงที่เหมาะสม รองมาคือ การแจกแจงแบบไวบูลล์ และการแจกแจงแบบพีรีเชด เป็นการแจกแจงที่เหมาะสม 90% 8% และ 2% ตามลำดับ สำหรับการแจกแจงที่เหมาะสมของข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายวันโดยใช้การแจกแจงแบบพาราโตวงนัยทั่วไปพบว่า ส่วนใหญ่การแจกแจงแบบเลขชี้กำลังเป็นการแจกแจงที่เหมาะสม รองลงมา คือ แจกแจงแบบพาราโต และการแจกแจงแบบแกมมา เป็นการแจกแจงที่เหมาะสม 87% 11% และ 1% ตามลำดับ เมื่อพิจารณาการเกิดซ้ำของทั้ง 99 สถานี เมื่อใช้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไปและการแจกแจงพาราโตวงนัยทั่วไป พบว่า ระดับการเกิดซ้ำมีค่าเพิ่มขึ้นเมื่อรอบปีการเกิดซ้ำเพิ่มขึ้นซึ่งพบว่า สถานีตรวจวัดอากาศตราดซึ่งเป็นสถานีที่อยู่ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของประเทศไทยให้ค่าระดับการเกิดซ้ำสูงสุดในประเทศไทยในรอบปีการเกิดซ้ำเพราะพื้นที่บางส่วนของจังหวัดตราดเป็นเกาะอยู่ในทะเลอ่าวไทยโดยส่วนมาก โดยเฉพาะเกาะช้างได้รับอิทธิพลทั้งจากลมมรสุมตะวันออกเฉียงเหนือ และมรสุมตะวันตกเฉียงใต้พัดผ่านทะเลอ่าวไทย ในช่วงเดือนพฤษภาคมถึงตุลาคมของทุกปี ทำให้มีฝนตกชุกในเกือบทุกพื้นที่ โดยเฉลี่ยจะมีปริมาณน้ำฝน การตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองโดยใช้สถิติทดสอบโคโมโกรอฟ-สเมอนอฟ (KS-Test) ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และพิจารณาจากกราฟ (Diagnostic Plot) ดังรูปที่ 5 แสดงการตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองของข้อมูลปริมาณน้ำฝนสูงสุดรายปีและรายวันของสถานีตรวจวัดอากาศตราด เมื่อใช้การแจกแจงค่าสุดขีดวงนัยทั่วไปและการแจกแจงพาราโตวงนัยทั่วไป ตามลำดับ ควรให้ความสำคัญจังหวัดที่มีค่าระดับการเกิดซ้ำสูงสุดเป็นพิเศษเพื่อป้องกันการเกิดอุทกภัยในประเทศไทย

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณกรมอุตุนิยมวิทยาประเทศไทยที่ได้อนุเคราะห์ข้อมูลปริมาณน้ำฝนซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากต่อการวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

- ปิยภัทร บุชบาบดินทร์ และอรุณ แก้วมัน. (2558). สถิติค่าสุดขีด. วารสารวิชาการพระจอมเกล้าพระนครเหนือ 25(2): 315-324.
- เสาวนีย์ รัตนะวัน ปิยภัทร บุชบาบดินทร์ และบังอร กุมพล. (2557). การสร้างแบบจำลองค่าสุดขีดปริมาณน้ำฝนรายเดือนในภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนล่างของประเทศไทย. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต, มหาวิทยาลัยมหาสารคาม. มหาสารคาม.
- อรุณ แก้วมัน เสาวนีย์ รัตนะวัน ปิยภัทร บุชบาบดินทร์ และบังอร กุมพล. (2558). การสร้างแบบจำลองค่าสุดขีดปริมาณน้ำฝนสูงสุดในภาคตะวันออกเฉียงเหนือตอนกลางของประเทศไทย. วารสารวิทยาศาสตร์ประยุกต์ 13(2): 55-65.
- อุทกภัยในประเทศไทย. (2554). อุทกภัยในประเทศไทย. แหล่งข้อมูล: https://th.wikipedia.org/wiki/อุทกภัยในประเทศไทย_พ.ศ._2554. ค้นเมื่อวันที่ 20 ตุลาคม 2559.

Coles, S. (2001). An Introduction to Statistical Modeling of Extremes Values. Springer Series in Statistics, Athenaeum Press Ltd.

Nadarajah, S. and Choi, D. (2007). Maximum daily rainfall in South Korea. Journal of Earth System and Science 116(4): 311-320.

Unkasevic, M. and Tomic, I. (2009). Changes in extreme daily winter and summer temperatures in Belgrade. Theoretical and Applied Climatology 95(1): 27-38.

