



วัตถุที่สามและการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส

Third Body and Evolution of a Binary System FZ Orionis

ธนวัฒน์ รุ่งสูงเนิน¹

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มุ่งเน้นการศึกษาลักษณะทางกายภาพ และการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส โดยลักษณะทางกายภาพประการหนึ่งที่มุ่งสนใจศึกษา นั่นคือ การปรากฏของวัตถุที่สามภายในระบบดาว คณะผู้วิจัยได้ดำเนินการสังเกตการณ์ ณ หอดูดาวสิริธร มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และหอดูดาวภูมิภาคเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา จังหวัดนครราชสีมา สังกัดสถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน) โดยใช้กล้องโทรทรรศน์แบบสะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร บันทึกข้อมูลด้วยระบบซีซีดีโฟโตเมทรี ผ่านแผ่นกรองแสงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน สีเหลือง และสีแดง แบบมาตรฐาน ผลปรากฏว่า ระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส เป็นระบบดาวคู่แบบตะก้น ตามแบบจำลองของโรซ มีการเปลี่ยนคาบวงโคจรลดลง 4.8416×10^{-19} วินาทีต่อปี มีคาบวงโคจร 0.39998 วัน จากการวิเคราะห์แผนภาพ (O-C)₂ พบว่าการเปลี่ยนคาบวงโคจรปรากฏลักษณะเป็นคาบซ้อนอยู่ ซึ่งอธิบายได้ด้วยการมีอยู่ของวัตถุที่สาม และจากการวิเคราะห์ด้วยเทคนิค วิลสัน-เดวินี เพื่อวิเคราะห์หาค่าพารามิเตอร์ของระบบดาวคู่ พบว่า ผลการวิเคราะห์แบบจำลองชุดที่หนึ่งเป็นระบบดาวคู่แบบตะก้นที่มีอัตราส่วนมวล (q) เท่ากับ 0.14 และมีค่ามุมเอียงของระนาบวงโคจร (i) เท่ากับ 68.24 ± 0.359 องศา ชุดที่สองแสดงให้เห็นถึงความเป็นไปได้ที่จะมีวัตถุที่สามในระบบ จากผลการคำนวณค่าแสงของวัตถุที่สาม พบว่ามีค่าน้อยมาก โดยค่า L_{3b} , L_{3v} , L_{3R} มีค่า -0.0473, -0.0362, -0.0427 ตามลำดับ ดังนั้นเมื่อนำค่าแสงของวัตถุที่สามในระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มาคำนวณร่วมกับค่าแสงของดาวดวงที่ 1 และดวงที่ 2 จึงไม่มีผลทำให้กราฟแสงของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีการเปลี่ยนแปลง แสดงว่าวัตถุที่สามในระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส อาจเป็นวัตถุที่มีมวลน้อยมากหรือมีกำลังส่องสว่างน้อยมาก ซึ่งอาจเป็นประเด็นในการวิจัยต่อไปถึงความเป็นไปได้ของการมีดาวเคราะห์ในระบบดาวคู่ดังกล่าว

¹โปรแกรมวิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา อำเภอเมือง จังหวัดนครราชสีมา 30000

E-mail: kruneng.kk@gmail.com

ABSTRACT

The aim of this research work is to study the physical properties of a binary system, FZ Orionis, and its evolution by Which the study of the existence of a third body is the interesting for physical property, too. Observations were done using a 0.5 m Richey-Chertian reflecting telescope connected to CCD Photometry by a standard BVR system at Sirindhorn Observatory, Chiang Mai and Regional Observatory for Publics, Nakhon Ratchasima. The results have show that the binary system, FZ Orionis is a contact binary according to the Roche's model with the orbital period change of 4.8416×10^{-19} sec/year and an orbital period of 0.39998 day. The calculation on the sinusoidal (O-C)₂ curve shows that the exist a third body in this binary system. The first calculated data set using WD program show that FZ Orionis has a mass ratio of 0.14, an inclination of 68.24 ± 0.359 degree, and the second data set show the existence of the third body . The calculated result shown that the light of the third body is very low, by which the values of L_{3b} , L_{3v} and L_{3R} are -0.0473, -0.0362 and -0.0427 respectively. So, the light of the third body does not affect to the change of the light curves of FZ Orionis. The result indicates the existence of a very less massive body which may lead to the further study on the possibility of the existence of a planet on this binary system.

คำสำคัญ: ระบบดาวคู่แบบแตะกัน เอฟแซด โอไรโอนิส วัตถุที่สาม

Keywords: Contact binary system, FZ Orionis, Third body

บทนำ

การศึกษาระบบดาวคู่เป็นงานวิจัยที่วงการดาราศาสตร์ให้ความสำคัญและมีความสนใจเป็นอย่างยิ่ง องค์ความรู้ของระบบดาวคู่เปรียบเสมือนรอยต่อแห่งวิวัฒนาการของเอกภพที่สำคัญ ระบบดาวคู่เป็นระบบดาวที่ประกอบไปด้วยสมาชิกที่มีดาวฤกษ์สองดวง โดยโคจรรอบจุดศูนย์กลางของมวลร่วมกัน และอยู่ภายใต้สนามแรงโน้มถ่วงซึ่งกันและกัน เรียกกระบวนดาวแบบนี้ว่า ระบบดาวคู่ (binary system) (บุญรักษา, 2550) โดยประมาณ 20 เปอร์เซ็นต์ของระบบดาวคู่เป็นระบบดาวคู่อุปราคา (eclipsing binary) ซึ่งคาบการโคจรสามารถสังเกตการณ์ได้ในแนวสังเกตการณ์จากโลก ข้อมูลของแสงสามารถนำมาสร้างเป็นกราฟแสง (light curve) ได้และข้อมูลดังกล่าวสามารถนำมาวิเคราะห์หาสมบัติทางกายภาพ รวมทั้งองค์ประกอบทางกายภาพต่าง ๆ ระบบดาวคู่หลายระบบมีการวิวัฒนาการจากลักษณะทางกายภาพเดิม ซึ่งอาจเกิดขึ้นจาก ตัวแปรหรือปัจจัยหลายด้านที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลง คณะผู้วิจัยได้คัดเลือกกระบวนดาวคู่อุปราคาแบบหนึ่งคือ ระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส (FZ Orionis) ซึ่งระบบดาวคู่นี้มีการทำวิจัยไม่มากนัก โดยตั้งแต่มีการค้นพบโดย Hoffmeister ในปี ค.ศ. 1934 พบว่าเป็นดาวแปรแสง ต่อมาในปี ค.ศ. 1953 Kippenhahn ได้จำแนกให้ดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส เป็นระบบดาวคู่ประเภทเบตา ไลรี และประมาณคาบวงโคจรได้ 1.597 วัน ต่อมาในปี ค.ศ. 1983 และในปี ค.ศ. 1984 Figer และ

Le Brogne นำเสนอผลการวิจัยพบว่าระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส ได้วิวัฒนาการเป็นระบบดาวคู่ประเภท W Uma และได้รายงานว่ามีคาบวงโคจรเท่ากับ 0.399986 วัน (Byboth et. al., 2004) ต่อมาในปี ค.ศ.2001 El-Bassuny ได้เสนอรายงาน ความผันแปรในกราฟแสงของระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส ซึ่งสามารถอธิบายการมีวัตถุที่สามหรือการสูญเสียมวลของระบบ ในปี ค.ศ.1993 อย่างก็ตามมีนักดาราศาสตร์หลายท่านที่ทำการวิเคราะห์การเปลี่ยนคาบวงโคจรของระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส อาทิ El Bassuny และ Alawy ได้วิเคราะห์การเปลี่ยนคาบวงโคจรของระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส พบว่ามีคาบวงโคจรลดลงอย่างต่อเนื่องด้วยอัตรา 2.6×10^{-5} วันต่อปี (Mas Hesse et al., 2003) ในปี ค.ศ. 2001 Qian และ Yuan ได้ทำการสังเกตการณ์ระบบดาวคู่แบบแตกต่างกันหลายระบบ และรายงานผลพบว่าระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส มีคาบวงโคจรลดลง (Qian and Yuan, 2001) ต่อมาในปี ค.ศ. 2003 Shengbang Qian ได้วิเคราะห์การเปลี่ยนคาบวงโคจรอีกครั้ง พบว่าคาบวงโคจรลดลงเท่ากับ 5.1×10^{-7} วันต่อปี (Wen and Xiang-Dong, 2006) Liakos และ Niarchos ได้รายงานผลการวิจัยพบว่า ภายในระบบดาวคู่ FZ Orionis มีความเป็นไปได้ที่จะมีวัตถุที่สามร่วมอยู่ภายในระบบโดยสามารถสังเกตได้จากการผันแปรของกราฟแสงและแผนภาพ O-C residuals (Liakos and Niarchos, 2008) จากการค้นคว้าของนักดาราศาสตร์หลายท่านพบว่า ระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส มีคาบวงโคจรลดลงอย่างต่อเนื่องด้วยอัตรา 3.13185×10^{-5} วินาทีต่อปี และจากผลการคำนวณพบว่าเส้นกราฟจากแผนภาพ $(O-C)_2$ มีลักษณะเป็นคาบซ้อนกัน ซึ่งอธิบายได้ด้วยการมีวัตถุที่สามภายในระบบดาวคู่ (พิสัย, 2551) สำหรับ CiCek และคณะ ได้รายงานผลการวิจัยพบว่า ภายในระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส มีวัตถุที่สามที่มีคาบวงโคจร 68.5973 ± 0.0002 ปี (CiCek et. al., 2009)

อย่างไรก็ตามจวบจนกระทั่งปัจจุบันระบบดาวคู่นี้ยังไม่มีการศึกษาเพิ่มเติมอีก ทำให้ข้อมูลลักษณะทางกายภาพของดาวคู่นี้ยังไม่มีการเปลี่ยนแปลง ซึ่งตามทฤษฎีการวิวัฒนาการของระบบดาวคู่นั้นแสดงให้เห็นว่าระบบดาวคู่จะมีวิวัฒนาการจากเดิม ดังนั้นคณะผู้วิจัยจึงได้มีความสนใจในการที่จะศึกษาและทำการวิจัยระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส เพื่อให้ทราบถึงข้อมูลขององค์ประกอบทางกายภาพ และวิวัฒนาการของระบบดาวคู่นี้

วัตถุประสงค์

1. เพื่อศึกษาวัตถุที่สามและการวิวัฒนาการของดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส
2. เพื่อทำการวิเคราะห์องค์ประกอบทางกายภาพต่าง ๆ ได้แก่ คาบวงโคจร เวลาที่แสงน้อยที่สุด วัตถุที่สาม และสร้างแบบจำลองของระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส

วิธีการดำเนินการวิจัย

การสังเกตการณ์ระบบดาวคู่เอฟแสด โอไรโอนิส โดยใช้กล้องโทรทรรศน์แบบสะท้อนแสงริชชี-เกรเทียน ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ฐานกล้องระบบเส้นศูนย์สูตร และติดตั้งระบบมอเตอร์ติดตามดาวอัตโนมัติ ซึ่งใช้เครื่องซีซีดีโพโตมิเตอร์ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์ เพื่อทำการบันทึกภาพผ่านแผ่นกรองแสงความยาวคลื่นสี

น้ำเงิน สีเหลือง และสีแดง ณ หอดูดาวสิรินธร มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และหอดูดาวภูมิภาคเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา นครราชสีมา ระหว่างวันที่ 12–14 ธันวาคม พ.ศ.2555 และ 25–27 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2557

หลังจากดำเนินการถ่ายภาพด้วยระบบซีซีดีโฟโตเมทรีแล้ว นำภาพที่ผ่านกระบวนการรีดักชันภาพเพื่อ กำจัดสัญญาณระบบกวน มาทำการวัดแสงด้วยโปรแกรม MaxIm DL 3 และจะได้ค่าวันจูเลียน (JD) จากนั้นนำ ข้อมูลได้จากการสังเกตการณ์ในแต่ละช่วงเฟสมาเชื่อมต่อเข้าด้วยกัน และแปลงเวลาให้อยู่ในหน่วย วันจูเลียนศูนย์กลาง สุริยะ (HJD) นำผลที่ได้มาทำการวิเคราะห์หาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด (time of minimum) ในช่วงเวลาการเกิด อุปราคาของระบบดาวคู่ นำข้อมูลที่ได้ไปหาช่วงเวลาที่แสงน้อยที่สุดจากการนำข้อมูลค่า HJD และ ค่าจากการ สังเกตการณ์ (Obj) โดยใช้โปรแกรม OriginPro 8 ทำการหาสมการ ephemeris ใหม่ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยการ อ้างอิงถึงสมการ ephemeris เดิมที่นักดาราศาสตร์ในอดีตได้คำนวณไว้ หาค่าการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรของระบบ ดาวคู่เอฟแสด โอโรโอนิส โดยใช้แผนภาพ O-C หาค่า Residual ของแผนภาพ O-C เพื่อตรวจสอบการมีวัตถุวงที่ สาม จากนั้นทำการวิเคราะห์ข้อมูลระบบดาวคู่ โดยการใส่ค่าพารามิเตอร์ต่าง ๆ ลงในโปรแกรม WD ได้แก่ ค่าแสง ดาว ตำแหน่งเฟสของแต่ละภาพถ่าย ค่า normal light ค่าอัตราส่วนมวล ค่ามุมเอียงของระนาบวงโคจร ค่าการ สะท้อนแสงที่ผิวดาว (bolometric albedo) ค่าอุณหภูมิยังผล ค่าเอกโพเนนต์ ของการมืดคล้ำเนื่องจากความ โน้มถ่วง (gravity darkening exponent) ค่าความมืดคล้ำที่ขอบดวง (limb darkening) กำลังการส่องสว่าง เป็น ต้น เมื่อผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม WD โปรแกรมจะสร้างกราฟแสงสังเคราะห์ (synthetic light curve) โดยใช้โปรแกรม LC คำนวณผลเฉลยที่ดีที่สุดโดยใช้เทคนิค least square เพื่อให้ได้กราฟแสงสังเคราะห์ หรือกราฟความเร็วในแนวเล็งสังเคราะห์ปรับค่าได้ดีที่สุด (best fit) กับกราฟแสงและกราฟความเร็วในแนวเล็งที่ได้ จากการสังเกตการณ์ โดยการใช้โปรแกรม DC

เมื่อได้ผลเฉลยที่ดีที่สุดจากการคำนวณตามโปรแกรม WD แล้ว ผลเฉลยที่ได้เป็นกรณีไม่มีแสงจากวัตถุที่ สามมาเกี่ยวข้องในระบบ ดังนั้นเมื่อต้องการทราบว่าระบบดาวคู่ที่ทำการศึกษาวัดอยู่จะมีวัตถุวงที่สาม (พิจารณาจากแผนภาพ O-C residual) ให้ทำการปรับค่า EL3 ในโปรแกรม WD เพื่อให้โปรแกรมทำการคำนวณหา ค่าแสงจากวัตถุที่สาม เมื่อได้ข้อมูลจากการวิเคราะห์ลักษณะทางกายภาพ นำข้อมูลพารามิเตอร์ต่างๆ ที่ได้จากผล เฉลยที่ดีที่สุดมาสร้างแบบจำลองของระบบดาวคู่เอฟแสด โอโรโอนิส โดยโปรแกรม Binary Maker 3.0 ในรูป กราฟฟิก (graphic image)

ผลการวิจัยและวิจารณ์ผลการวิจัย

จากการสังเกตการณ์ระบบดาวคู่เอฟแสด โอโรโอนิส คณะผู้วิจัยได้ทำการเลือกดาว GSC 119:361 เป็น ดาวเปรียบเทียบ (comparison star) และดาว GSC 119:263 เป็นดาวตรวจสอบ (check star) ข้อมูลที่ได้จาก การสังเกตการณ์นำมาทำการรีดักชัน และทำการวิเคราะห์หาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด พบว่า เกิดอุปราคา จำนวน 3 ครั้ง ในระหว่างวันที่ 12–14 ธันวาคม พ.ศ.2555 และเกิดอุปราคาจำนวน 3 ครั้ง ในระหว่างวันที่ 25–27 กุมภาพันธ์ พ.ศ.2557 ดังแสดงผลในตารางที่ 1 หลังจากนั้นนำค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดไปรวมกับข้อมูลของ นักดาราศาสตร์ท่านอื่นที่เคยทำการวิเคราะห์ไว้ในอดีต เพื่อหาดำแหน่งของดาวหรือยุค (epoch) สำหรับงานวิจัยนี้

ได้ดำเนินการอ้างอิงสมการ ephemeris เดิมของ Nelson (2013) นักดาราศาสตร์ชาวอเมริกา ซึ่งได้คำนวณและแสดงผลของสมการไว้ดังสมการที่ 1

$$\text{HJD (min)} = 2444024.668 + 0.399982E \quad (1)$$

ตารางที่ 1 ค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดเฉลี่ยของวันที่ทำการสังเกตการณ์

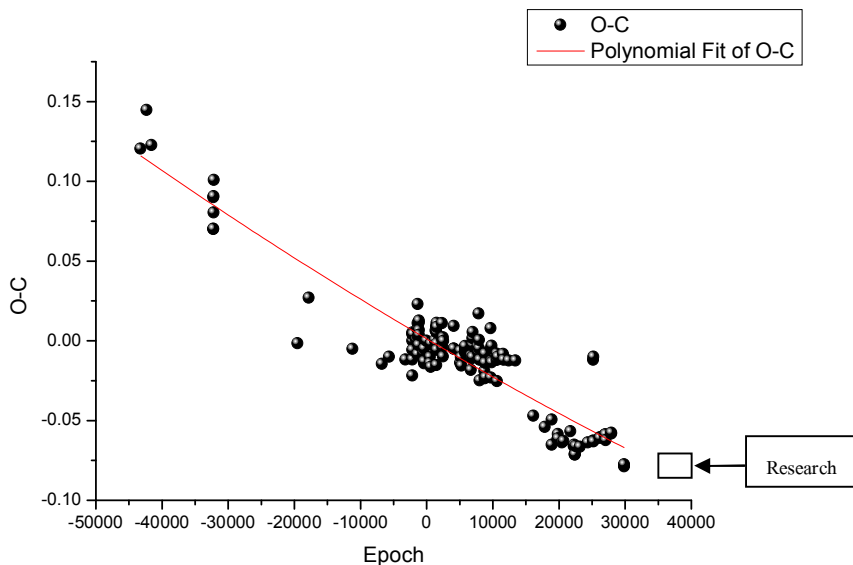
วัน/เดือน/ปี	ค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด (2450000+)	ชนิดของอุปราคา
12 ธันวาคม 2555	5970.198733	ทุติยภูมิ
13 ธันวาคม 2555	5971.19929	ปฐมภูมิ
14 ธันวาคม 2555	5972.19911	ทุติยภูมิ
25 กุมภาพันธ์ 2557	6714.18115	ทุติยภูมิ
26 กุมภาพันธ์ 2557	6715.18497	ปฐมภูมิ
27 กุมภาพันธ์ 2557	6716.185001	ทุติยภูมิ

ผลปรากฏว่า เมื่อนำค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุดทั้งหกค่าไปรวมกับสมการของ Bob Nelson สามารถทำการคำนวณหาค่าสมการ ephemeris ใหม่ ของงานวิจัยนี้ได้ดังสมการที่ 2

$$\text{HJD (min)} = 2444024.47484 + 0.39998E \quad (2)$$

จากสมการ ephemeris ใหม่ แสดงให้เห็นว่า ระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส นั้นมีคาบวงโคจรใหม่เป็น 0.39998 วัน และมีค่าความคลาดเคลื่อนเท่ากับ 3.23869×10^{-7} อย่างไรก็ตามแม้ว่าผลการคำนวณที่ปรากฏจะเป็นการเปลี่ยนคาบวงโคจรเพียงเล็กน้อย แต่เป็นการแสดงให้เห็นว่าระบบดาวคูมีการเปลี่ยนคาบวงโคจรไปจากเดิมโดยอาจมีปัจจัยต่าง ๆ เช่น แรงโน้มถ่วงจากวัตถุดวงอื่นเข้ามาเกี่ยวข้อง เป็นต้น

นำค่า Epoch และ ค่า O-C ของระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ที่ได้จากการคำนวณของในเดือน ธันวาคม พ.ศ.2555 และเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ.2557 ไปรวมกับข้อมูลค่า epoch และ ค่า O-C ของนักดาราศาสตร์ในอดีตที่ได้ศึกษาระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส และได้รวบรวมและเคยคำนวณไว้ทั้งหมด จากนั้นนำข้อมูลมาเขียนกราฟความสัมพันธ์ โดยใช้โปรแกรม Origin Pro 8.0 ซึ่งกำหนดให้แนวแกน Y เป็นค่าของ O-C และแนวแกน X เป็นค่าของ Epoch ซึ่งผลปรากฏว่าได้แผนภาพ O-C ดังแสดงในรูปที่ 1



รูปที่ 1 แผนภาพ O-C ของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส

จากรูปที่ 1 พบว่าจุดที่แสดงในกราฟเป็นจุดที่ผลของการคำนวณค่าจากการสังเกตการณ์ (observe) มีค่าน้อยกว่าผลจากการคำนวณ (calculate) ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระบบดาวคู่มีคาบวงโคจรลดลงเล็กน้อย เมื่อพิจารณาจากเส้นกราฟที่แสดงในภาพ O-C ได้จากการคำนวณโดยวิธี quadratic polynomial fit เส้นกราฟมีลักษณะเป็นพาราโบลาคว่ำเล็กน้อย แสดงให้เห็นว่าระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีแนวโน้มของการเปลี่ยนแปลงคาบวงโคจรลดลง และจากการใช้สมการ quadratic polynomial fit ผลปรากฏว่าได้สมการแสดงผลการคำนวณ ดังสมการที่ 3

$$(O-C) = 5.07391 \times 10^{-12} E^2 + (-2.43681 \times 10^{-6})E + (0.00122) \quad (3)$$

จากสมการที่ 3 นำค่า 5.07391×10^{-12} มาคำนวณหาอัตราค่าอัตราการเปลี่ยนคาบวงโคจร ได้เท่ากับ

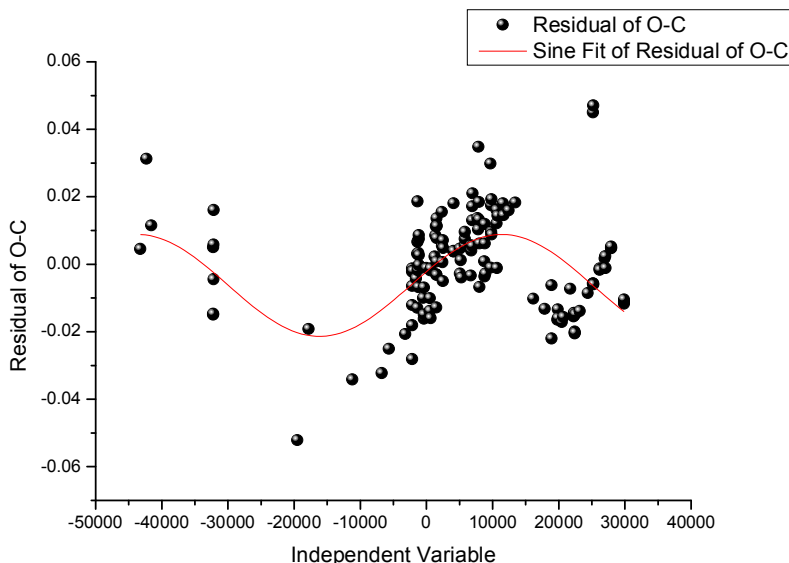
$$\frac{dP}{dE} = 1.014782 \times 10^{-11} \text{ วันต่อรอบ} \quad (4)$$

จากผลการคำนวณดังกล่าว แสดงให้เห็นว่าระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีอัตราการเปลี่ยนคาบวงโคจรเท่ากับ 1.014782×10^{-11} วันต่อการเคลื่อนที่ครบหนึ่งรอบ ดังนั้นเมื่อต้องการทราบอัตราค่าอัตราการเปลี่ยนคาบวงโคจรซึ่งเทียบกับเวลาในหน่วยวินาทีต่อปี (sec/year) ผลปรากฏว่ามีค่าเท่ากับ

$$\frac{dP}{dt} = 4.8416 \times 10^{-19} \text{ วินาทีต่อปี} \quad (5)$$

ดังนั้นจากสมการที่ 5 แสดงให้เห็นว่า ระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีอัตราการเปลี่ยนคาบวงโคจรที่ลดลงเท่ากับ 4.8416×10^{-19} วินาทีต่อปี

จากแผนภาพ O-C ในรูปที่ 1 เมื่อนำข้อมูลผลต่างระหว่างค่า O-C ที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการ linear fit และค่าที่ได้จากการคำนวณด้วยสมการ quadratic polynomial fit มาเขียนกราฟความสัมพันธ์ จะได้แผนภาพ O-C residual ดังในแสดงในรูปที่ 2



รูปที่ 2 แผนภาพ O-C residual หรือ $(O-C)_2$ มีลักษณะการส่ายแบบคลื่นไซน์

จากรูปที่ 2 เส้นกราฟของแผนภาพมีลักษณะเป็นกราฟรูปคลื่นไซน์ แสดงให้เห็นว่าลักษณะทางกายภาพภายในของระบบดาวคู่เอฟเฟกต์ โอโรโอนิส อาจจะมีวัตถุที่สามร่วมอยู่ภายในระบบ เหตุเพราะว่าระบบดาวคู่ระบบใดก็ตามที่เส้นกราฟแสดงเป็นเส้นตรงปกติ แสดงว่าไม่มีวัตถุดวงอื่นอยู่ภายในระบบนอกจากดาวฤกษ์สองดวงที่เป็นสมาชิกในระบบดาวคู่ นั่นคือหากกราฟแสดงผลเป็นรูปคลื่นไซน์จะบ่งบอกให้ทราบถึงการมีวัตถุอื่นที่ไม่ใช่ดาวฤกษ์ที่เป็นสมาชิกของระบบดาวคู่ อย่างไรก็ตามคณะผู้วิจัยไม่ได้แสดงผลกราฟที่วิเคราะห์หลายค่าความถี่ซึ่งจะทำให้ทราบผลที่แน่ชัดยิ่งขึ้น แต่จากผลรายงานจากการวิจัยของ Liakos และ Niarchos ได้ทำการวิเคราะห์พบว่าระบบดาวคู่เอฟเฟกต์ โอโรโอนิส อาจมีวัตถุดวงที่สาม (Liakos and Niarchos, 2008) คณะผู้วิจัยได้ดำเนินการคำนวณหาค่ามวลของวัตถุที่สาม พบว่า มีมวลประมาณ 0.65 เท่า ของมวลดวงอาทิตย์ ดังนั้นจากแผนภาพ $(O-C)_2$ สามารถเขียนสมการได้ดังสมการที่ 6

$$(o-c)_2 = (-0.00626) + 0.0151^d \sin\left(\pi \frac{E - (-2399.05721)}{27540.15454}\right) \quad (6)$$

จากสมการ $(O-C)_2$ พบว่าค่า Residual มีการเปลี่ยนแปลงคาบที่มีอัตราเร็วเชิงมุมเป็นหน่วยเรเดียนต่อรอบ และมีค่า semi-amplitude เท่ากับ 0.0151 วัน ซึ่งสามารถนำไปหาค่าผลจากการเดินทางของแสงได้ โดยการแปลงหน่วยวันเป็นวินาทีแล้วคูณด้วยความเร็วแสง จะทำให้ได้ระยะทาง ซึ่งมีค่าเท่ากับ 1.389×10^8 เมตร หรือ 0.92847 หน่วยดาราศาสตร์ (AU) ซึ่งสามารถคำนวณหาระยะทางระหว่างดาวฤกษ์ที่เป็นสมาชิกของระบบดาวคู่และวัตถุที่สามได้เท่ากับ $3,913.92 \times 10^8$ เมตร หรือได้ระยะทางในหน่วยดาราศาสตร์เท่ากับ 2.6162 AU

เมื่อนำผลข้อมูลการเปลี่ยนคาบวงโคจรและลักษณะทางกายภาพของระบบดาวคู่ เอฟแซด โอโรโอนิส ไปทำการวิเคราะห์หาค่าองค์ประกอบทางกายภาพที่ถูกต้อง โดยใช้ผลการคำนวณจากโปรแกรม WD เพื่อหาค่าผลเฉลี่ยจากการคำนวณที่ดีที่สุด ผลปรากฏว่าได้ข้อมูลจากการคำนวณ ดังแสดงในตารางที่ 2

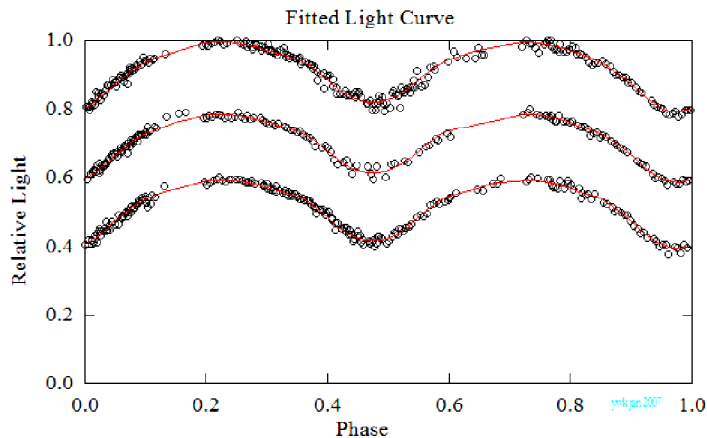
ข้อมูลที่ปรากฏในตารางที่ 2 แสดงให้เห็นถึงลักษณะทางกายภาพของดาวฤกษ์ที่เป็นสมาชิกของระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ทั้งสองดวง คือ ดาวฤกษ์ที่เป็นดาวหลัก เรียกว่า ดาวปฐมภูมิ และดาวฤกษ์ที่เป็นดาวรอง เรียกว่า ดาวทุติยภูมิ โดยผลแห่งข้อมูลเป็นการแสดงให้เห็นลักษณะทางกายภาพของดาวทั้งสองดวง ณ ช่วงเวลาที่สังเกตการณ์

ตารางที่ 2 ผลเฉลี่ยจากการคำนวณที่ดีที่สุดในการหาข้อมูลองค์ประกอบทางกายภาพของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส

พารามิเตอร์	คำตอบที่ดีที่สุด	
	ดาวปฐมภูมิ	ดาวทุติยภูมิ
$q = (m_2/m_1)$	0.147605±0.0025	
i (degree)	68.24±0.359	
T (K)	6,108±0.0010	5,703±0.0015
Ω	2.123151±0.01	2.123151±0.01
Ω_m	2.123151	
Ω_{out}	2.123722	
$L_{1B}/(L_{1B}+L_{2B})$	0.6371±0.0001	
$L_{1V}/(L_{1V}+L_{2V})$	0.6353±0.0001	
$L_{1R}/(L_{1R}+L_{2R})$	0.6356±0.0001	
$A_1 = A_2$	0.50	0.50
$g_1 = g_2$	0.32	0.32
r (pole)	0.502173±0.2223	0.205597±0.0053
r (side)	0.549204±0.3749	0.212889±0.0062
r (back)	0.568151±0.5797	0.238542±0.0107
$\sum_{input}$ (sum square residual for input value)	0.068198	
$\sum_{predict}$ (predict sum square residual)	0.068197	

การสร้างกราฟแสงสัณเคราะห์

จากข้อมูลลักษณะองค์ประกอบทางกายภาพที่ดีที่สุด ซึ่งเป็นผลมาจากการคำนวณของโปรแกรม DC โปรแกรมจะสร้างกราฟแสงสัณเคราะห์เปรียบเทียบกับกราฟแสงที่ได้จากการสังเกตการณ์ (จุดสีดำ) โดยจะแสดงกราฟในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน สีเหลืองและสีแดง ตามลำดับ ซึ่งกราฟที่แสดงนี้ยังไม่คำนึงถึงการมีวัตถุที่สามร่วมอยู่ในระบบ ดังแสดงในรูปที่ 3



รูปที่ 3 กราฟแสงสังเคราะห์ที่เป็นผลการเปรียบเทียบกับข้อมูลจากการสังเกตการณ์

จากรูปที่ 3 เส้นกราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นทับกับจุดสีดำ เป็นเส้นกราฟที่ได้จากการวิเคราะห์ของโปรแกรม DC เมื่อพิจารณาการทับกันของเส้นกราฟและจุดสีดำทุกช่วงความยาวคลื่น ซึ่งเป็นข้อมูลจากการสังเกตการณ์ แสดงให้เห็นว่าผลการสังเกตการณ์และการคำนวณมีความสอดคล้องกัน หากพิจารณาเฉพาะจุดสีดำในช่วงเฟส เช่น ช่วงระหว่าง 0.1 – 0.2 และ ช่วง 0.6 – 0.7 เป็นต้น ไม่ปรากฏการมีจุดจากการสังเกตการณ์ เนื่องจากพบว่า ข้อมูลมีความคลาดเคลื่อน แต่อย่างไรก็ตามตามกระบวนการวิจัยระบบดาวคู่ เป็นการวิเคราะห์โดยภาพรวมตลอด ช่วงความยาวเฟสครบหนึ่งรอบ ดังนั้นการปรากฏช่วงของข้อมูลจากการสังเกตการณ์ที่ขาดหายไป อาจกล่าวได้ว่ามี ผลเพียงเล็กน้อยเท่านั้น

แสงจากวัตถุที่สาม

จากรูปที่ 3 กราฟแสงสังเคราะห์ (เส้นทึบ) ที่ได้จากการวิเคราะห์หาค่าองค์ประกอบทางกายภาพที่ดีที่สุด ของระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ส่วนใหญ่มีความสอดคล้องกับกราฟแสงที่ได้จากการสังเกตการณ์ มีบางส่วนของ เส้นกราฟของกราฟแสงสังเคราะห์ไม่ทับกับกราฟแสงจากการสังเกตการณ์ ซึ่งจากรายงานการวิจัยของ Liakos และ Niarchos ได้ทำการสังเกตการณ์และวิเคราะห์พบว่า ระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส อาจมีวัตถุดวงที่สาม

ดังนั้นคณะผู้วิจัยจึงได้ทำการวิเคราะห์กราฟแสงสังเคราะห์ซ้ำอีกครั้ง โดยการวิเคราะห์หาค่าผลเฉลยจากการคำนวณองค์ประกอบทางกายภาพที่ดีที่สุด ในกรณีระบบดาวคู่มีวัตถุที่สาม ซึ่งใช้การคำนวณโปรแกรม DC และ กำหนดพารามิเตอร์สำหรับแสงที่สาม คือ EL3A มีค่าเท่ากับ 0.00 เนื่องจากว่าค่าที่ได้จากแสงที่สามมีค่าน้อยมาก และคงที่ในทุกเฟสและกำหนดค่า KEEP = 0 ผลปรากฏว่าได้ชุดของค่าองค์ประกอบทางกายภาพที่เป็นผลเฉลยที่ดีที่สุด ดังแสดงในตารางที่ 2

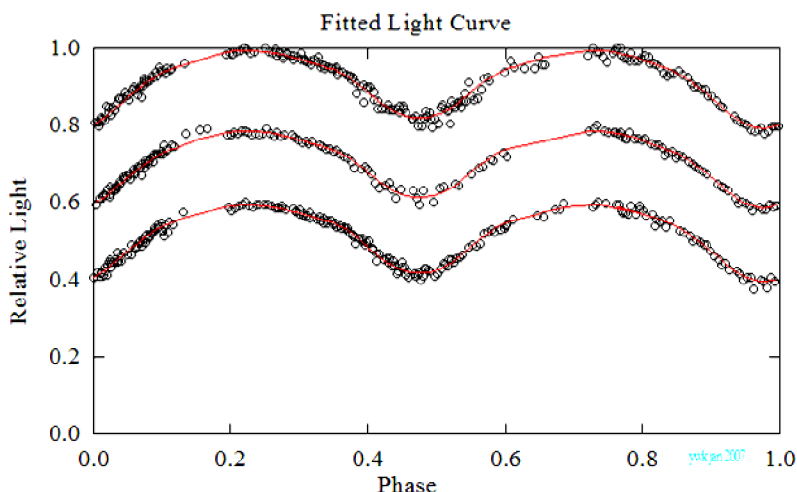
ตารางที่ 2 ผลเฉลยที่ดีที่สุดในการหาข้อมูลแสงจากวัตถุที่สามของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส

พารามิเตอร์	ผลเฉลยที่ดีที่สุด กรณีมีแสงจากวัตถุที่สาม
Q	0.14
i	67.33
T ₂	5691

ตารางที่ 2 ผลเฉลี่ยที่ดีที่สุดในการหาข้อมูลแสงจากวัตถุที่สามของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส (ต่อ)

พารามิเตอร์	ผลเฉลี่ยที่ดีที่สุด กรณีมีแสงจากวัตถุที่สาม
Ω_1	2.119343
L_{1B}	11.5173
L_{1V}	11.2948
L_{1R}	11.3828
L_{3B}	-0.0473
L_{3V}	-0.0362
L_{3R}	-0.0427
Σ_{input}	0.000000013
Σ_{predict}	0.000000013

สังเกตเห็นได้ว่าค่าแสงจากวัตถุที่สามกรณีของความยาวคลื่นสีน้ำเงิน L_{3B} เท่ากับ -0.0473 แสงจากวัตถุที่สามกรณีของความยาวคลื่นสีเหลือง L_{3V} เท่ากับ -0.0362 และแสงจากวัตถุที่สามกรณีของความยาวคลื่นสีแดง L_{3R} เท่ากับ -0.0427 ซึ่งค่า L_3 คือ ค่ากำลังส่องสว่างของวัตถุดวงที่สาม โดยค่าดังกล่าวอาจจะแสดงถึงการมีแสงของวัตถุดวงที่สาม อยู่ภายในแสงรวมจากภาพถ่าย และเมื่อนำค่าองค์ประกอบทางกายภาพที่เป็นผลเฉลี่ยที่ดีที่สุดนี้ป้อนเข้าโปรแกรม LC เพื่อสร้างกราฟแสงสังเคราะห์ ผลปรากฏว่าได้กราฟแสงสังเคราะห์ที่มีความสอดคล้องกับกราฟแสงจากการสังเกตการณ์ดังแสดงในรูปที่ 4 ซึ่งไม่ได้มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญกับกราฟรูปที่ 3 แสดงว่าแสงจากวัตถุที่สามมีค่าน้อยมาก

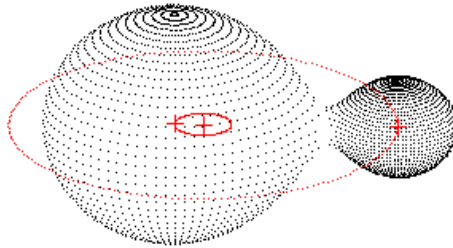


รูปที่ 4 กราฟแสงสังเคราะห์ที่ได้จากการคำนวณโดยใช้โปรแกรม WD กรณีมีแสงจากวัตถุที่สาม

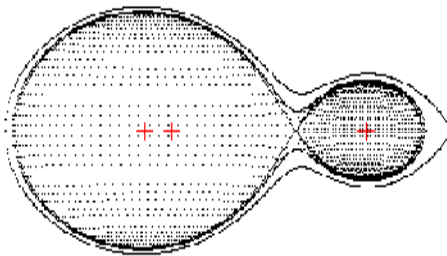
การสร้างแบบจำลองของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส

เมื่อนำชุดของข้อมูลองค์ประกอบทางกายภาพที่ดีที่สุดจากตารางที่ 1 รวมถึงผลเฉลี่ยที่ดีที่สุดจากการคำนวณโดยโปรแกรม WD ไปสร้างแบบจำลองของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ซึ่งเป็นแบบจำลองในกรณีไม่มีแสง

จากวัตถุที่สาม ผลปรากฏว่าได้แบบจำลองของดาวคู่นี้ ดังที่แสดงในรูปที่ 5 และแบบจำลอง surface potential ดังที่แสดงในรูปที่ 6



รูปที่ 5 แบบจำลองของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส กรณีไม่มีแสงจากวัตถุที่สาม



รูปที่ 6 แบบจำลอง Surface Potential ของดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส กรณีไม่มีแสงจากวัตถุที่สาม

เมื่อพิจารณาจากรูปที่ 5 และ 6 พบว่า ระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส เป็นระบบดาวคู่แบบแตกต่างกันที่มีจุดศูนย์กลางมวลอยู่ ณ ตำแหน่งดาวปฐมภูมิ โดยดาวปฐมภูมิมีวิวัฒนาการจนขนาดของดาวปฐมภูมิขยายจนเต็มเส้นสมมติตามแบบจำลองของโรซ และมีขนาดใหญ่กว่าดาวทุติยภูมิมาก ซึ่งดาวฤกษ์ที่มีขนาดใหญ่กว่าอาจเป็นดาวยักษ์แดง สำหรับดาวทุติยภูมิที่ยังมีวิวัฒนาการช้ายังไม่เต็มเส้นสมมติของแบบจำลองของโรซ แสดงให้เห็นว่าดาวฤกษ์ทั้งสองดวงเป็นระบบดาวคู่แบบแตกต่างกันยังไม่เต็มที่ และอาจจะมีการวิวัฒนาการเป็นดาวคู่กึ่งแตกต่างกันได้ในอนาคต

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

ระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ถูกค้นพบโดย Hoffmeister ในปี ค.ศ.1934 พบว่าเป็นดาวแปรแสง ต่อมาในปี ค.ศ.1953 Kippenhahn ได้จำแนกให้ดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส เป็นระบบดาวคู่ ประเภท เบตา ไลรี และประมาณคาบวงโคจรได้ 1.597 วัน ต่อมาในปี ค.ศ.1983 และในปี ค.ศ.1984 Figer และ Le Brogne นำเสนอผลการวิจัยพบว่าระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ได้วิวัฒนาการเป็นระบบดาวคู่ประเภท W Uma และได้รายงานว่ามีคาบวงโคจรเท่ากับ 0.399986 วัน (Byboth et. al., 2004) ต่อมาในปี ค.ศ.2001 El-Bassuny ได้เสนอรายงาน ความผันแปรในกราฟแสงของระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส ซึ่งสามารถอธิบายการมีวัตถุที่สามหรือการสูญเสียมวลของระบบ ในปี ค.ศ.1993 อย่างก็ตามนักดาราศาสตร์หลายท่านที่ทำการวิเคราะห์การเปลี่ยนคาบวงโคจรของระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส อาทิ El Bassuny และ Alawy ได้วิเคราะห์การเปลี่ยนคาบวงโคจรของระบบดาวคู่เอฟแซด โอโรโอนิส พบว่ามีคาบวงโคจรลดลงอย่างต่อเนื่องด้วยอัตรา 2.6×10^{-5} วันต่อปี (Mas et al.,

2003) Qian และ Yuan ได้รายงานผลพบว่าระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีคาบวงโคจรลดลง (Qian and Yuan, 2001) Shengbang ได้วิเคราะห์การเปลี่ยนคาบวงโคจรอีกครั้ง พบว่าคาบวงโคจรลดลงเท่ากับ 5.1×10^{-7} วันต่อปี (Wen and Xiang-Dong, 2006) ในปี พ.ศ. 2551 พิสัยสามารถคำนวณคาบวงโคจรของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีคาบวงโคจรลดลงอย่างต่อเนื่องด้วยอัตรา 3.13185×10^{-5} วินาทีต่อปี และจากผลการคำนวณพบว่าเส้นกราฟจากแผนภาพ (O-C)₂ มีลักษณะเป็นคาบซ้อนกัน ซึ่งอธิบายได้ด้วยการมีวัตถุที่สามภายในระบบดาวคู่ (พิสัย, 2551) สำหรับ CiCek et al. ได้รายงานผลการวิจัยพบว่า ภายในระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีวัตถุที่สามที่มีคาบวงโคจร 68.5973 ± 0.0002 ปี (CiCek et al., 2009) โดยสรุปพบว่าระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิสมีอัตราการลดลงของคาบวงโคจรอย่างต่อเนื่อง ซึ่งมีตัวแปรที่ยังไม่ทราบแน่ชัดเข้ามาเกี่ยวข้องในการวิวัฒนาการนี้

จากผลการวิเคราะห์ระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส ของคณะผู้วิจัยที่ได้จากการสังเกตการณ์ พบว่า คาบวงโคจรของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีคาบเพิ่มขึ้นเท่ากับ 0.39998 วันต่อการโคจรครบหนึ่งรอบ และจากการศึกษาแผนภาพ O-C พบว่า มีอัตราการเปลี่ยนคาบวงโคจรเพิ่มขึ้นเป็น 1.0147×10^{-11} วันต่อการโคจรครบหนึ่งรอบ เมื่อทำการวิเคราะห์ที่แผนภาพ O-C₂ พบว่า แผนภาพมีลักษณะมีคาบซ้อนอยู่ซึ่งแสดงให้เห็นว่าระบบดาวคู่นี้ อาจจะมีวัตถุที่สามโคจรร่วมอยู่ด้วย โดยมีมวลประมาณ 0.65 เท่าของมวลดวงอาทิตย์ และมีระยะห่างจากดาวฤกษ์ในระบบประมาณ 2.6162 AU ซึ่งเมื่อทำการวิเคราะห์จากโปรแกรม WD เพื่อหาค่าองค์ประกอบทางกายภาพจากกราฟแสงสังเคราะห์ ซึ่งได้ค่าองค์ประกอบทางกายภาพที่ดีที่สุดในการนี้ไม่มีแสงจากวัตถุที่สามและมีแสงจากวัตถุที่สาม ดังแสดงในตารางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ เมื่อนำค่าองค์ประกอบทางกายภาพที่ดีที่สุดมาสร้างแบบจำลอง พบว่าเดิมระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีลักษณะเป็นระบบดาวคู่แบบตะกัน แต่จากแบบจำลองที่ได้จากโปรแกรม binary maker ที่แสดงแบบจำลองของระบบดาวคู่ซึ่งแสดงในภาพที่ 5 และ 6 และจากแผนภาพ O-C ที่แสดงอัตราการเปลี่ยนคาบที่มีลักษณะเพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นว่าระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส อาจจะมีแนวโน้มในการวิวัฒนาการเป็นดาวคู่แบบกึ่งตะกันได้ในอนาคต จากผลการคำนวณค่าแสงของวัตถุที่สาม พบว่ามีค่าน้อยมาก โดยค่า L_{3b} , L_{3v} , L_{3R} มีค่า -0.0473, -0.0362, -0.0427 ตามลำดับ ดังนั้นเมื่อนำค่าแสงของวัตถุที่สามในระบบดาวคู่ เอฟแซด โอไรโอนิส มาคำนวณร่วมกับค่าแสงของดาวดวงที่ 1 และดวงที่ 2 จึงไม่มีผลทำให้กราฟแสงของระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส มีการเปลี่ยนแปลง แสดงว่าวัตถุที่สามในระบบดาวคู่เอฟแซด โอไรโอนิส อาจเป็นวัตถุที่มีมวลน้อยมากหรือมีกำลังส่องสว่างน้อยมาก ซึ่งอาจเป็นประเด็นในการวิจัยต่อไปถึงความเป็นไปได้ของการมีดาวเคราะห์ในระบบดาวคู่ดังกล่าว

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณคณาจารย์และเจ้าหน้าที่ประจำ หอดูดาวสิรินธร มหาวิทยาลัยเชียงใหม่ และหอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา นครราชสีมา ที่กรุณาอนุญาตและคำแนะนำสำหรับการใช้กล้องโทรทรรศน์ ขอขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ บุญรักษา สุนทรธรรม ผู้อำนวยการสถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน) กระทรวงวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สำหรับคำแนะนำและข้อมูลการวิเคราะห์

เอกสารอ้างอิง

- บุญรักษา สุนทรธรรม. (2550). ดาราศาสตร์ฟิสิกส์. สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ. เชียงใหม่. หน้า 328–377.
- พิสัย แก้วอรสาน. (2551). รายงานการวิจัยเรื่อง การเปลี่ยนแปลงคาบแบบโคจรของระบบดาวคู่แบบแตะกัน เอฟแซด โอไรโอนิส. วิทยานิพนธ์วิทยาศาสตร์มหาบัณฑิต สาขาวิชาการสอนฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. เชียงใหม่. บทคัดย่อ.
- Byboth, K. N., Markworth, N. and Bruton, W. B. (2004). Photometric Analyses of the Contact Binaries FZ Orionis and AH Tauri. Department of Physics and Astronomy. Austin State University. Nacogdoches.
- Cicek, C., Bulut, I., Bulut, A., Erdem, A. and Bedel, T. (2009). Period Changes in Two contact binaries: AH Tau and FZ Ori. BalKan Physics letters. BPL, 20(201033): 280–285.
- Liakos and Niarchos, P. (2008). The Light Time Effect in the W UMa type eclipsing binary FZ Ori. Astronomy and Mechanics. National & Kapodistrian. University of Athens.
- Mas Hesse, J.M., Giménez, A., Culhane, J. L., Jamar, C., McBreen, B., Torra, J., Hudec, R., Fabregat, J., Meurs, E., Swings, J. P., Alcacera, M. A., Balado, A., Beiztegui, R., Belenguer, T., Bradley, L., Caballero, M. D., Cabo, P., Defise, J. M., Díaz, E., Domingo, A., Figueras, F., Figueroa, I., Hanlon, L., Hroch, F., Hudcova, V., García, T., Jordan, B., Jordi, C., Kretschmar, P., Laviada, C., March, M., Martín, E., Mazy, E., Menéndez, M., Mi, J. M., de Miguel, E., Muñoz, T., Nolan, K., Olmedo, R., Plesseria, J. Y., Polcar, J., Reina, M., Renotte, E., Rochus, P., Sánchez, A., San Martín, J. C. Smith, A., Soldan, J., Thomas, P., Timón, V. and Walton, D. (2003). An Optical Monitoring Camera for INTEGRAL. [online]. Available: <http://www.aanda.org>.
- Nelson, B. (2013). Atlas of O-C of FZ Orionis. [online]. Available: <http://www.aavso.org>
- Sheng, Q. and Yuan, M. (2001). Period Studies of Some Neglected Close Binaries: EP Andromedae, V724 Aquilae, SS Comae, AM Eridani, FZ Orionis, BY Pegasi, EQ Tauri, and NO Vulpeculae. Publications of the Astronomical Society of the Pacific. [online]. Available: <http://www.jstor.org>
- Ghen, W-C and Li, X-D (2006). Orbital evolution of Algol Binaries with Circumbinary disk. The Astrophysical Journal. [online]. 649: 973-978 Available <http://www.google.co.th>

