



การศึกษาเชิงตัวเลขของการพาความร้อนแบบธรรมชาติในบริเวณปิดที่มีที่กั้น

Numerical Study of Natural Convection Heat Transfer in Enclosure with Partition

สุพจน์ ไวทย์ยางกูร¹

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ศึกษาการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการพาความร้อนแบบธรรมชาติของของไหลที่สภาวะคงตัวภายในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีที่กั้นด้านบนโดยมีเงื่อนไขขอบคือที่ผนังด้านล่างและด้านบนเป็นผนังฉนวน ผนังด้านซ้ายมีอุณหภูมิสูง ส่วนผนังด้านขวาและที่กั้นมีอุณหภูมิต่ำซึ่งกำหนดค่าจำนวนพรันด์เทิล จำนวนเรย์ลี และความสูงของที่กั้นแตกต่างกันเพื่อเปรียบเทียบลักษณะและดูพฤติกรรมกรรมการไหล การคำนวณเชิงตัวเลขใช้โปรแกรม FlexPDE 6.17 professional version และแสดงผลลัพธ์ด้วยภาพการกระจายของอุณหภูมิ และเส้นสายธาร

ABSTRACT

In this research, we present the numerical study for natural convection heat transfer of steady flow within square enclosure with partition on the upper part of enclosure. Boundary condition, on the lower part and upper part are insulated wall. Here, the right vertical wall and partition are cooled while the left vertical wall is heated. The problem is studied for different values for Prandtl number, Rayleigh number and height of partition to compare the behavior of fluid flows. The numerical solutions are calculated by using FlexPDE 6.17 professional version and displayed in terms of isotherms and streamlines.

คำสำคัญ: การพาความร้อนแบบธรรมชาติ จำนวนพรันด์เทิล จำนวนเรย์ลี ที่กั้น

Keywords: Natural convection, Prandtl number, Rayleigh number, Partition

¹ภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น อำเภอเมือง จังหวัดขอนแก่น 40002

บทนำ

ในงานวิจัยนี้ได้ศึกษาการไหลของของไหลแบบการพาความร้อนแบบธรรมชาติ ซึ่งเป็นการถ่ายเทความร้อนอีกรูปแบบหนึ่งที่เกิดจากความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างของไหลกับผิวของตัวทำความร้อน การเคลื่อนที่ของของไหลเกิดจากแรงลอยตัว (Buoyancy force) ในของไหลโดยที่ไม่มีแรงภายนอกใด ๆ มากระทำ ซึ่งเป็นผลมาจากความแตกต่างของอุณหภูมิของของไหล เมื่อของไหลได้รับความร้อนและมีอุณหภูมิสูงขึ้นจะทำให้โมเลกุลของของไหลมีความหนาแน่นลดลงเกิดการลอยตัวขึ้นสู่ที่สูง เนื่องจากถูกโมเลกุลที่มีความหนาแน่นมากกว่าที่อยู่บริเวณโดยรอบเคลื่อนตัวเข้ามาแทนที่ผลักดันขึ้นสู่ที่สูงในโดเมนสี่เหลี่ยมที่มีที่กั้น โดยกำหนดจำนวนพรีนด์เทิลจำนวนเรย์ลี และความสูงของที่กั้นที่แตกต่างกันเพื่อดูพฤติกรรมการไหลของของไหล ปัญหาการพาความร้อนแบบธรรมชาติมีผู้สนใจศึกษาอย่างกว้างขวาง โดยที่ Dagtekin and Oztop (2001) ได้ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสี่เหลี่ยมที่มีที่กั้นสองอันตั้งในผนังด้านล่าง โดยที่ผนังด้านล่างและผนังด้านขวาเป็นฉนวน ส่วนผนังด้านซ้ายและด้านบนมีอุณหภูมิต่ำ ขณะที่ที่กั้นทั้งสองมีอุณหภูมิสูงการหาผลเฉลยเชิงตัวเลขใช้วิธีผลต่างจำกัด Roy and Basak (2005) ได้ใช้วิธีสมาชิกจำกัดหาผลเฉลยเชิงตัวเลขสำหรับการพาความร้อนแบบธรรมชาติที่โดเมนเป็นรูปสี่เหลี่ยม โดยที่ผนังด้านบนเป็นฉนวน ผนังด้านขวามีอุณหภูมิต่ำ ส่วนผนังด้านล่างและด้านซ้ายมีอุณหภูมิสูงที่เป็นแบบมีอุณหภูมิต่ำเท่ากับอุณหภูมิต่ำเสมอ Basak et al. (2006) ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ด้านบนเป็นฉนวน ด้านซ้ายและขวามีอุณหภูมิต่ำ ส่วนด้านล่างมีอุณหภูมิสูงที่เป็นแบบมีอุณหภูมิต่ำเท่ากับอุณหภูมิต่ำเสมอ Oztop and Bilgen (2006) ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีที่กั้นด้านล่าง โดยที่ด้านล่างและด้านบนเป็นฉนวน ด้านซ้ายมีอุณหภูมิสูง ด้านขวาและที่กั้นมีอุณหภูมิต่ำ Varol et al. (2007) ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสามเหลี่ยมมุมฉากที่ในแนวนอนมีที่กั้น ด้านประกอบมุมฉากเป็นฉนวน ด้านตรงข้ามมุมอุณหภูมิต่ำ ที่กั้นมีอุณหภูมิสูง Sathiyamoorthy et al. (2007) ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ด้านบนเป็นฉนวน ด้านล่างมีอุณหภูมิสูง ด้านซ้ายและด้านขวาอุณหภูมิต่ำลงเชิงเส้นจากด้านล่างขึ้นด้านบนด้วยสมการ อุณหภูมิเท่ากับหนึ่งลบด้วยความสูง มยรีและสุพจน์ (2010) ศึกษาแบบจำลองเชิงตัวเลขสำหรับการพาความร้อนแบบธรรมชาติของของไหลในสถานะคงตัว ภายในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมคางหมูที่ด้านบนเป็นฉนวน ด้านล่างมีอุณหภูมิสูง ด้านซ้ายและด้านขวาอุณหภูมิต่ำ Sompong and Witayangkurn (2012) ศึกษาแบบจำลองของการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนปิดสี่เหลี่ยมที่ด้านข้างเป็นลักษณะคลื่น โดยด้านบนและด้านข้างทั้งสองอุณหภูมิต่ำ ส่วนด้านล่างอุณหภูมิสูงแบบไม่สม่ำเสมอ Khansila and Witayangkurn (2012) ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ด้านบน ด้านล่าง และด้านขวาเป็นฉนวน ด้านซ้ายมีอุณหภูมิสูงแบบไม่สม่ำเสมอ Namprai and Witayangkurn (2012) ศึกษาการพาความร้อนแบบธรรมชาติในโดเมนสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ด้านบน ด้านล่างเป็นฉนวน ด้านข้างทั้งสองแบ่งเป็นสี่ส่วน แต่สองส่วนในสี่ส่วนกำหนดให้อุณหภูมิสูง และอุณหภูมิต่ำที่เหลือเป็นฉนวน

ลักษณะของปัญหาดังกล่าวสามารถอธิบายได้ด้วยการหาผลเฉลยของสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยของนาเวียร์-สโตกส์ ซึ่งประกอบด้วยสมการอนุรักษ์มวล (conservation of mass equation) สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (conservation of momentum equation) และสมการอนุรักษ์พลังงาน (conservation of energy equation) ดังต่อไปนี้

สมการอนุรักษ์มวล หรือสมการต่อเนื่อง

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัมตามแกน x

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

สมการอนุรักษ์โมเมนตัมตามแกน y

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T_h - T_c) \quad (3)$$

และ สมการอนุรักษ์พลังงาน

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (4)$$

เมื่อ

g แทน แรงดึงดูดของโลก (m / s^2)

p แทน ความดัน (Pa)

T แทน อุณหภูมิ (K)

T_h แทน อุณหภูมิของผนังบริเวณที่มีอุณหภูมิสูง (K)

T_c แทน อุณหภูมิของผนังบริเวณที่มีอุณหภูมิต่ำ (K)

u และ v แทน ความเร็วในแนวแกน x และ y ตามลำดับ (m / s)

ρ แทน ความหนาแน่น (kg / m^3)

ν แทน ความหนืดจลน์ (m^2 / s)

α แทน ค่าการแพร่ความร้อน (m^2 / s)

β แทน สัมประสิทธิ์ของการขยายตัว (K^{-1})

วิธีดำเนินการ

ในงานวิจัยนี้ใช้วิธีสมาชิกจำกัดหาผลเฉลยเชิงตัวเลขของระบบสมการการพาความร้อนแบบธรรมชาติด้วยโปรแกรม FlexPDE 6.17 professional version โดยทำการเปลี่ยนตัวแปรต่อไปนี้

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{L}, & Y &= \frac{y}{L}, & U &= \frac{uL}{\alpha}, & V &= \frac{vL}{\alpha}, \\ P &= \frac{pL^2}{\rho\alpha^2}, & \theta &= \frac{T - T_c}{T_h - T_c}, & Pr &= \frac{\nu}{\alpha}, & Ra &= \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3 Pr}{\nu^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

ซึ่งการเปลี่ยนตัวแปรดังกล่าว จะเปลี่ยนสมการ (1) - (4) ให้อยู่ในรูปแบบไร้มิติ ดังนี้

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (7)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (8)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}. \quad (9)$$

เมื่อ

P แทน ความดันแบบไร้มิติ (dimensionless pressure)

Pr แทน จำนวนพรันด์เทิล (Prandtl number)

Ra แทน จำนวนเรย์ลี (Rayleigh number)

U, V แทน ความเร็วในแนวแกน x และ y แบบไร้มิติ ตามลำดับ (x and y components of dimensionless velocities respectively)

X, Y แทน แกนแบบไร้มิติ (dimensionless axes)

θ แทน อุณหภูมิแบบไร้มิติ (dimensionless temperature)

เนื่องจาก

$$P = -\gamma \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \quad (10)$$

ดังนั้น สมการต่อเนื่อง (6) เป็นจริงเมื่อ γ มีค่ามาก ๆ ซึ่ง Reddy (1993) ได้แสดงว่า เมื่อ $\gamma = 10^7$ จะทำให้สมการต่อเนื่อง (6) เป็นจริง แทนค่า P จากสมการ (10) ลงในสมการ (7) และ (8) จะได้

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \gamma \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (11)$$

และ

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = \gamma \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} \right) + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \cdot Pr \cdot \theta \quad (12)$$

การแสดงการเคลื่อนที่ของของไหลจะใช้ฟังก์ชันสายธาร (stream function) ψ ที่ได้มาจากส่วนประกอบความเร็ว U และ V ความสัมพันธ์ระหว่างฟังก์ชันสายธาร ψ กับส่วนประกอบความเร็วสำหรับการไหลสองมิติ คือ

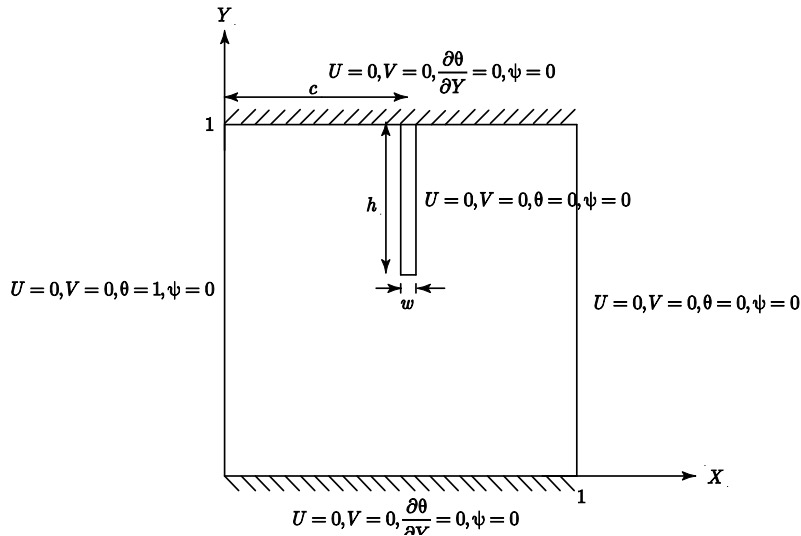
$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}, \quad V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (13)$$

จากสมการ (13) แทนค่าในสมการ (6) จะได้

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \quad (14)$$

ระบบสมการที่จะหาผลเฉลยเชิงตัวเลขประกอบด้วยสมการ (9) (11) (12) และสมการ (14)

โดเมนที่ใช้ในงานวิจัย



รูปที่ 1 โดเมนของงานวิจัย

เงื่อนไขขอบของปัญหา กำหนดต่อไปนี้

บนผนังด้านซ้าย $X = 0, 0 < Y < 1 : U = 0, V = 0, \theta = 1, \psi = 0$

บนผนังด้านขวา $X = 1, 0 < Y < 1 : U = 0, V = 0, \theta = 0, \psi = 0$

บนผนังด้านล่าง $Y = 0, 0 < X < 1 : U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \psi = 0$

บนผนังด้านบน $Y = 1, 0 < X < 1 : U = 0, V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \psi = 0$

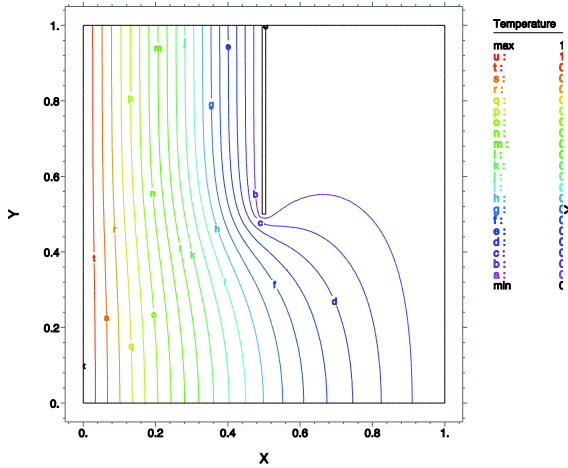
บนพื้นผิวที่กั้น $U = 0, V = 0, \theta = 0, \psi = 0$

ผลการวิจัย

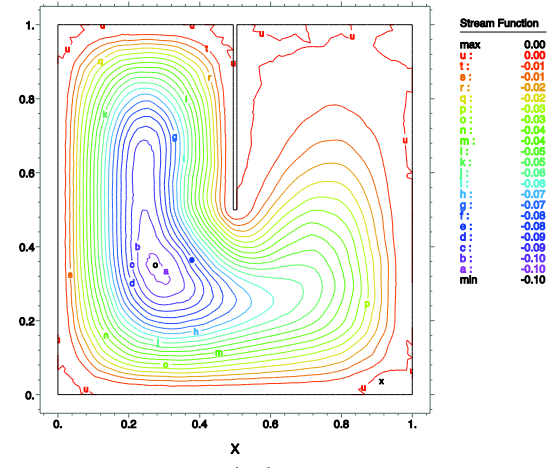
ในการศึกษาการกระจายของอุณหภูมิ และเส้นสายธาร โดยใช้วิธีสมาชิกจำกัดและคำนวณผลเฉลยเชิงตัวเลขด้วยโปรแกรม FlexPDE 6.17 professional version เมื่อจำนวนพรีน့်เทิล จำนวนเรย์ลี และความสูงของที่กั้น ที่แตกต่างกัน แบ่งเป็น 3 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.5 ที่ตำแหน่งห่างจากผนังด้านซ้ายเท่ากับ 0.5 และจำนวนพรีน့်เทิลเท่ากับ 0.2 เมื่อจำนวนเรย์ลีแตกต่างกัน ในการศึกษาครั้งนี้จะศึกษากรณีจำนวนเรย์ลีเท่ากับ $10^3, 10^4, 10^5$ และ 10^6 ตามลำดับ

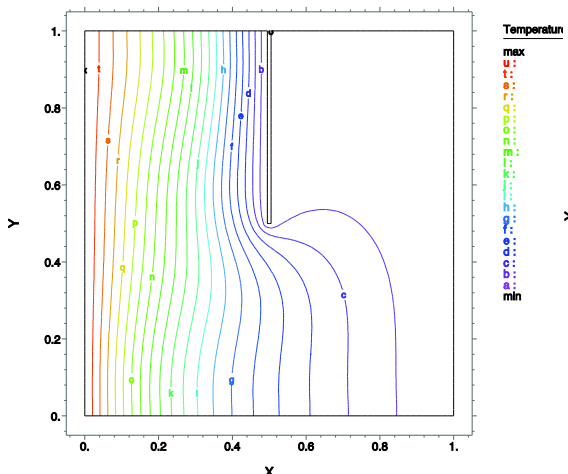
การแสดงผลเฉลยเชิงตัวเลขจะแสดงด้วยกราฟของการกระจายของอุณหภูมิและเส้นสายธาร ต่อไปนี้



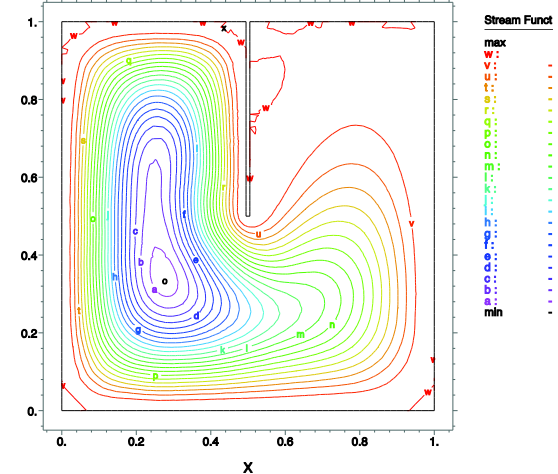
(a1)



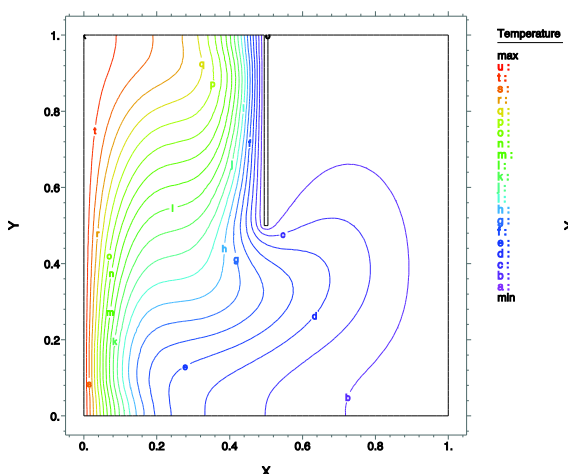
(b1)



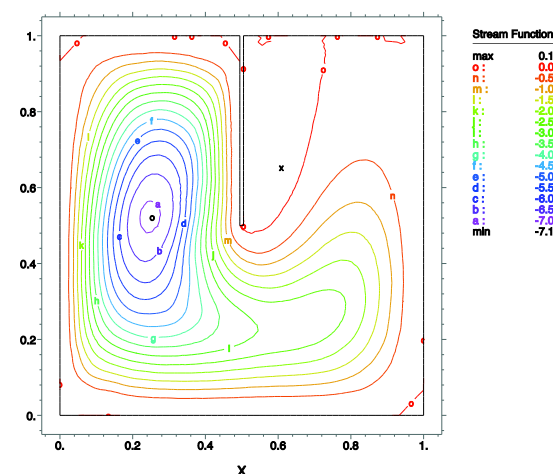
(a2)



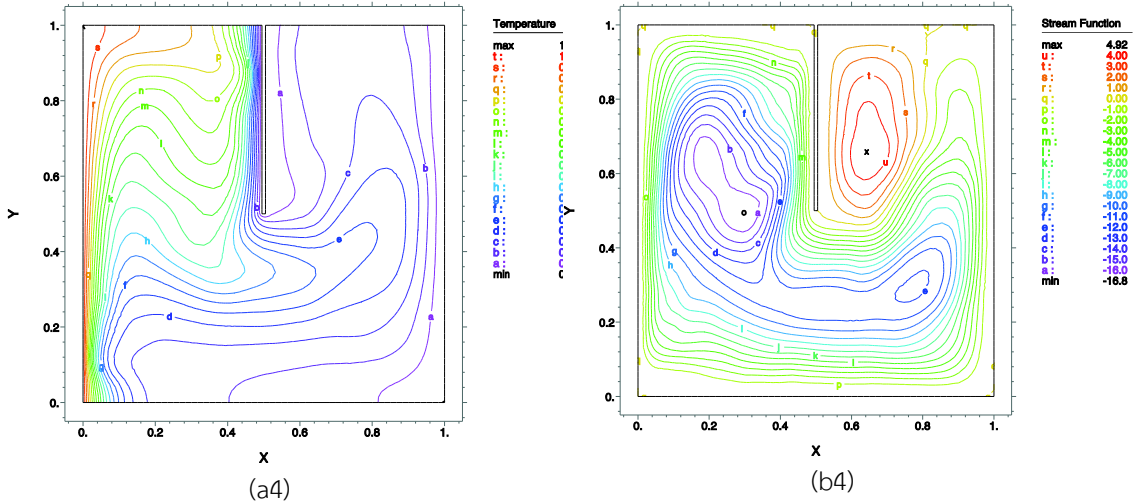
(b2)



(a3)



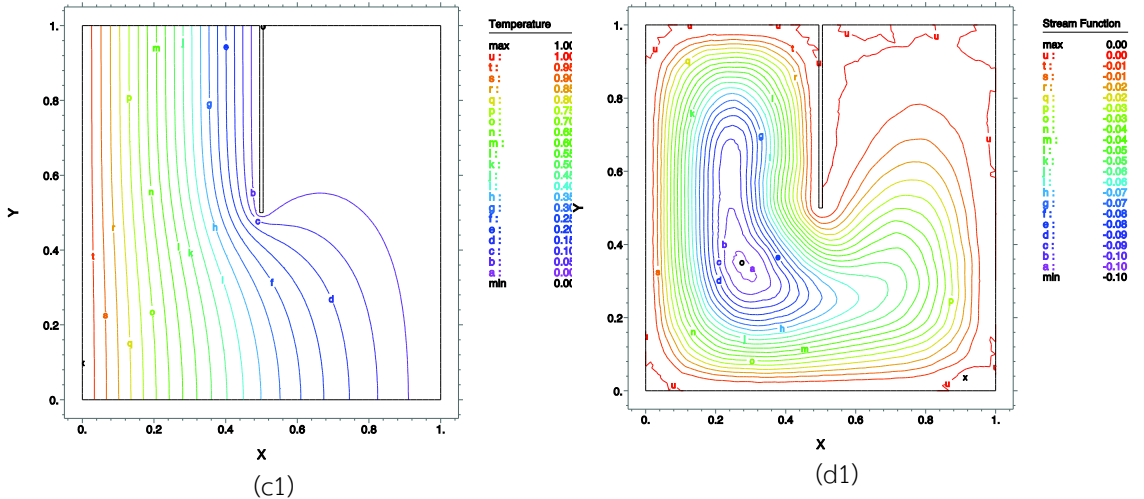
(b3)

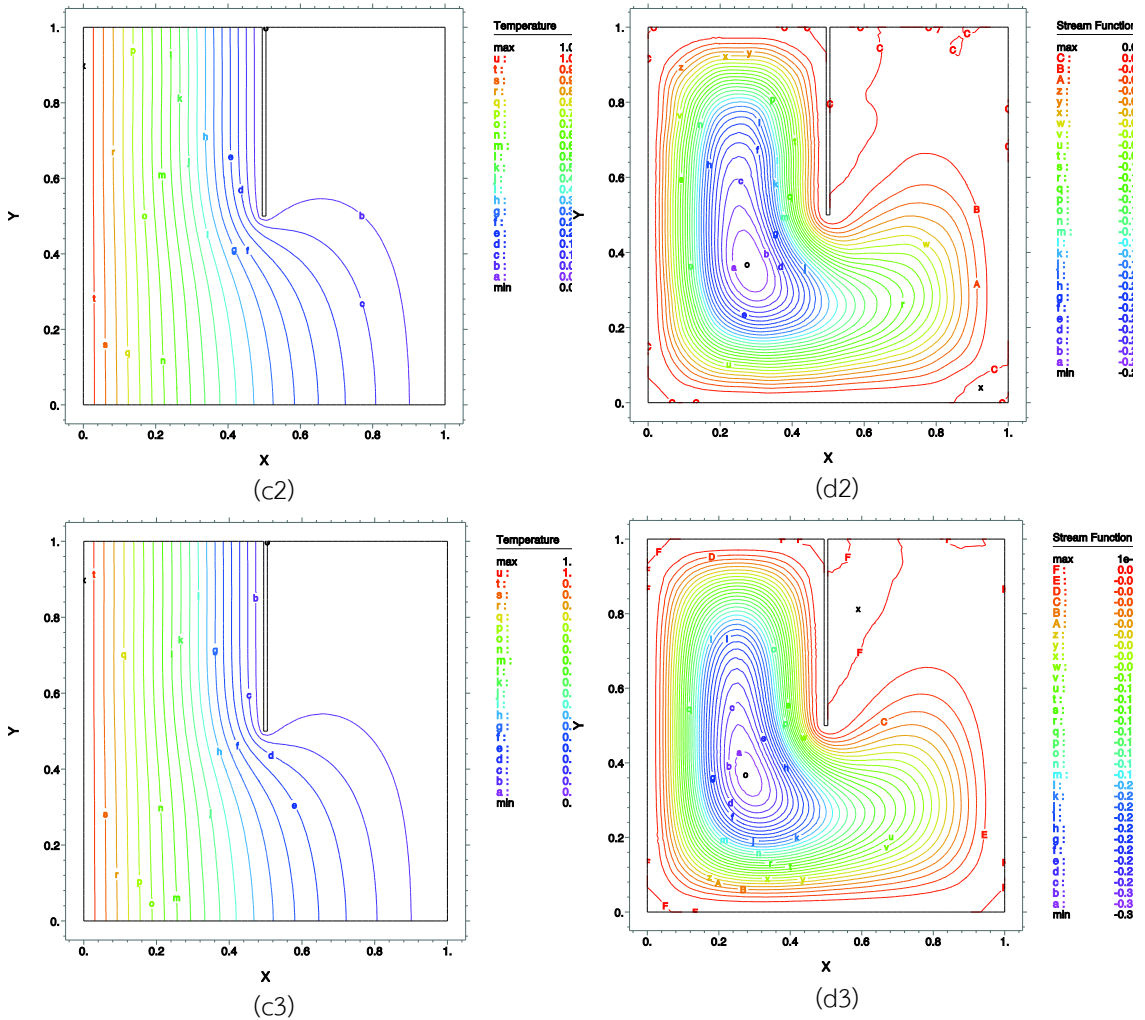


รูปที่ 2 แสดงการกระจายของอุณหภูมิ (a) และเส้นสายธาร (b)

เมื่อ $Pr = 0.2$ และ $Ra = 10^3, 10^4, 10^5$ และ 10^6

กรณีที่ 2 ความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.5 ที่ตำแหน่งห่างจากผนังด้านซ้ายเท่ากับ 0.5 และจำนวนเรย์ลีเท่ากับ 10^3 โดยใช้จำนวนพริ้นด์เทิลแตกต่างกัน ในการศึกษาครั้งนี้จะศึกษากรณีเมื่อจำนวนพริ้นด์เทิลเท่ากับ 0.2, 0.71 และ 10 ตามลำดับ

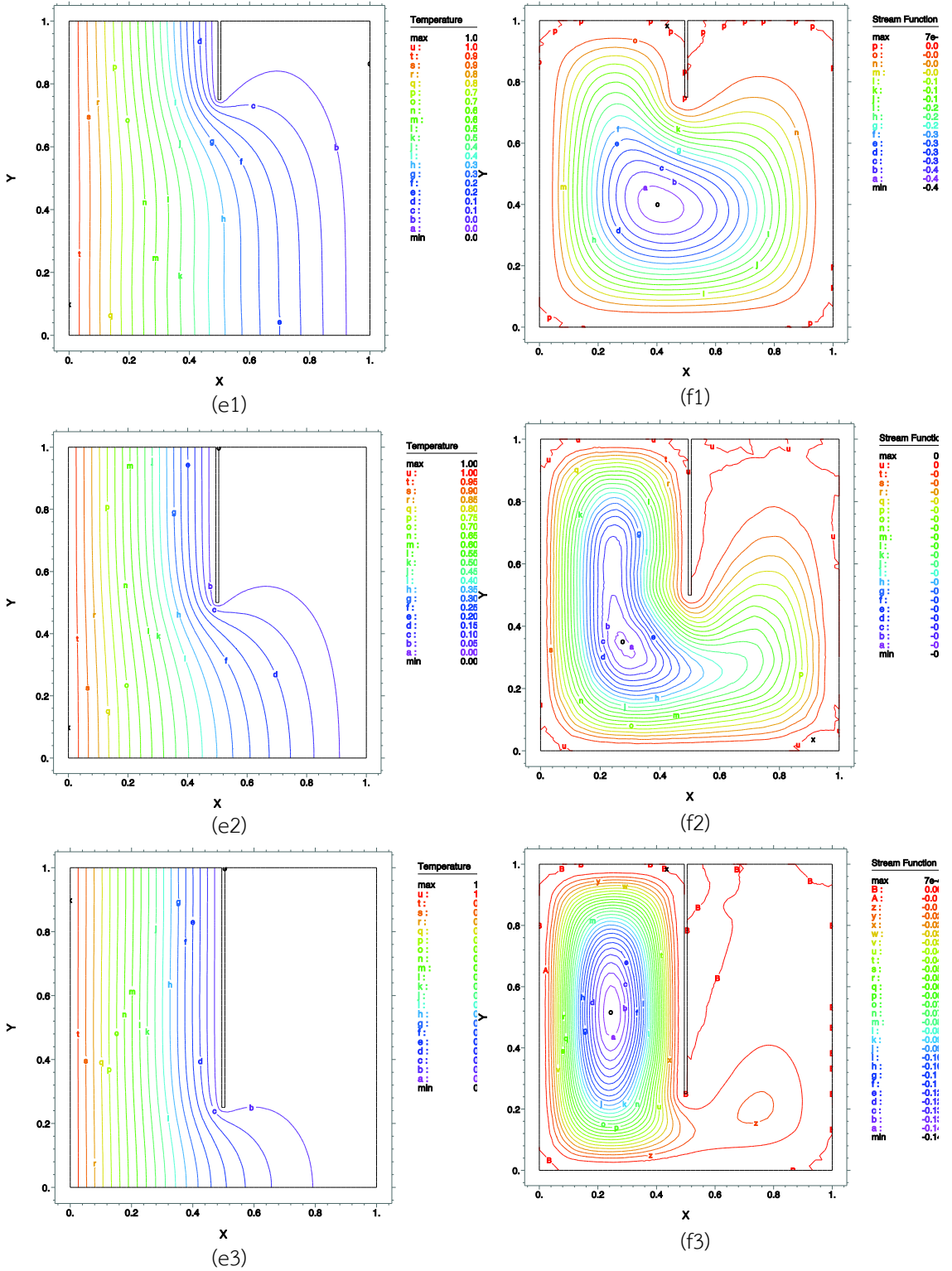




รูปที่ 3 แสดงการกระจายของอุณหภูมิ (c) และเส้นสายธาร (d)

เมื่อ $Ra = 10^3$ และ $Pr = 0.2, 0.71$ และ 10

กรณีที่ 3 ที่กั้นอยู่ที่ตำแหน่งห่างจากผนังด้านซ้ายเท่ากับ 0.5 จำนวนพรีนด์เทิลเท่ากับ 0.2 และจำนวนเรย์ลีเท่ากับ 10^3 เมื่อความสูงแตกต่างกัน ในการศึกษาครั้งนี้จะศึกษากรณีเมื่อความสูงของกั้นเท่ากับ 0.25, 0.5 และ 0.75 ตามลำดับ



รูปที่ 4 แสดงการกระจายของอุณหภูมิ (e) และเส้นสายธาร (f)

เมื่อ $Pr = 0.2, Ra = 10^3$ และความสูงของผนังกันเท่ากับ 0.25, 0.5 และ 0.75

วิจารณ์ผลการวิจัย

ในกรณี 1 จากรูปที่ 2 ส่วน (a) แสดงการกระจายของอุณหภูมิ และส่วน (b) แสดงเส้นสายธาร โดยที่ ความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.5 ที่ตำแหน่งห่างจากผนังด้านซ้ายเท่ากับ 0.5 และจำนวนพรีนดีเทิล เท่ากับ 0.2 เมื่อ Ra เท่ากับ $10^3, 10^4, 10^5$ และ 10^6 ตามลำดับ โดยที่ (a1) และ (b1) เมื่อ $Ra = 10^3$ ส่วน (a2) และ (b2) เมื่อ $Ra = 10^4$ ส่วน (a3) และ (b3) เมื่อ $Ra = 10^5$ ส่วน (a4) และ (b4) เมื่อ $Ra = 10^6$ จะพบว่าการกระจายของอุณหภูมิและสายธารมีลักษณะการกระจายคล้ายกันเมื่อ $Ra = 10^3, 10^4$ และ 10^5 แต่เมื่อ $Ra = 10^6$ จะพบว่าการกระจายของอุณหภูมิและสายธารแตกต่างกับเมื่อ $Ra = 10^3, 10^4$ และ 10^5

ในกรณี 2 จากรูปที่ 3 ส่วน (c) แสดงการกระจายของอุณหภูมิ และส่วน (d) แสดงเส้นสายธารโดยที่ ความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.5 ที่ตำแหน่งห่างจากผนังด้านซ้ายเท่ากับ 0.5 และจำนวนเรย์ลีเท่ากับ 10^3 เมื่อ Pr เป็น 0.2, 0.71 และ 10 ตามลำดับ โดยที่ (c1) และ (d1) เมื่อ $Pr = 0.2$ ส่วน (c2) และ (d2) เมื่อ $Pr = 0.71$ ส่วน (c3) และ (d3) เมื่อ $Pr = 10$ จะพบว่าการกระจายของอุณหภูมิและสายธารมีลักษณะการกระจายคล้ายกัน

ในกรณี 3 จากรูปที่ 4 ส่วน (e) แสดงการกระจายของอุณหภูมิ และส่วน (f) แสดงเส้นสายธาร โดยที่ที่กั้น อยู่ที่ตำแหน่งห่างจากผนังด้านซ้ายเท่ากับ 0.5 จำนวนพรีนดีเทิลเท่ากับ 0.2 และจำนวนเรย์ลีเท่ากับ 10^3 เมื่อ ความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.25, 0.5 และ 0.75 ตามลำดับ โดยที่ (e1) และ (f1) เมื่อความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.25 ส่วน (e2) และ (f2) เมื่อความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.5 ส่วน (e3) และ (f3) เมื่อความสูงของที่กั้นเท่ากับ 0.75 จะพบว่ามีที่กั้นสูงขึ้นการกระจายของอุณหภูมิและสายธารมีลักษณะการกระจายจะผ่านที่กั้นน้อยลง

สรุปผลการวิจัย

ในงานวิจัยนี้ศึกษาการคำนวณเชิงตัวเลขสำหรับการพาความร้อนแบบธรรมชาติของของไหลที่สภาวะคงตัว ภายในช่องปิดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีที่กั้นด้านบน เงื่อนไขขอบที่ผนังด้านล่างและด้านบนเป็นผนังฉนวน ผนังด้านซ้ายมีอุณหภูมิสูง ส่วนผนังด้านขวาและที่กั้นมีอุณหภูมิต่ำ สำหรับปัญหาที่ศึกษาจะพิจารณาทั้งหมด 3 กรณี โดยมีการเปรียบเทียบผลที่ได้จากจำนวนพรีนดีเทิล จำนวนเรย์ลี และความสูงของที่กั้นที่แตกต่างกัน ซึ่งผลที่ได้จากการศึกษาสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. การเปลี่ยนแปลงของจำนวนเรย์ลีจะมีผลต่อการกระจายตัวของอุณหภูมิและเส้นสายธารอย่างมาก เมื่อ $Ra = 10^6$
2. การเปลี่ยนแปลงของจำนวนพรีนดีเทิลมีผลกระทบต่อกระจายของอุณหภูมิและเส้นสายธารเพียงเล็กน้อย
3. การเปลี่ยนแปลงของความสูงมีผลต่อการกระจายของอุณหภูมิและเส้นสายธาร

กิตติกรรมประกาศ

ผู้เขียนได้รับทุนอุดหนุนจาก กองทุนพัฒนาและส่งเสริมด้านวิชาการของคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น ประจำปีงบประมาณเงินรายได้ 2557

เอกสารอ้างอิง

- มยุรี สมบุญ และ สุพจน์ ไวทย์ยังกูร (2010). Numerical modeling for natural convection of steady flow in a trapezoidal domain. *KKU Science Journal* 38(4): 593-605.
- Basak, T., Roy, S., Paul, T. and Pop, I. (2006). Natural convection in a square cavity filled with a porous medium : Effects of various thermal boundary conditions. *International Journal of heat and mass transfer* 49: 1430-1441.
- Dagtekin, I. and Oztop, H. F. (2001). Natural convection heat transfer by heated partition within enclosure. *Int. Comm. Heat Mass Transfer* 28(6): 823-834.
- Khansila, P. and Witayangkurn, S. (2012). Visualization of natural convection in enclosure filled with porous medium by sinusoidally temperature on the one side. *Applied Mathematical Sciences* 6(97): 4801-4812.
- Namprai, A. and Witayangkurn, S. (2012). Fluid flow and heat transfer in square cavities with discrete two source-sink pairs. *Advanced Studies in Theoretical Physics* 6(15): 743-753.
- Oztop, H. and Bilgen, E. (2006). Natural convection in differentially heated and partially divided square cavities with internal heat generation. *International Journal of Heat and Fluid Flow* 27: 466-475.
- Reddy, J. N. (1993). *An Introduction to the finite element method*. New York: McGraw-Hill.
- Roy, S. and Basak, T. (2005). Finite element analysis of natural convection flow in a square cavity with non-uniformly heated wall(s). *International Journal of Engineering Science* 43: 668-680.
- Sathiyamoorthy, M., Basak, T., Roy, S. and Pop, I. (2007). Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s). *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50: 1892-1901.
- Sompong, P. and Witayangkurn, S. (2012). Simulation of natural convection in a Complicated Enclosure with two wavy vertical walls. *Applied Mathematical Sciences* 6(57): 2833-2842.
- Varol, Y., Oztop, H. F. and Yilmaz, T. (2007). Natural convection in triangular enclosures with protruding isothermal heater. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50: 2451-2462.

